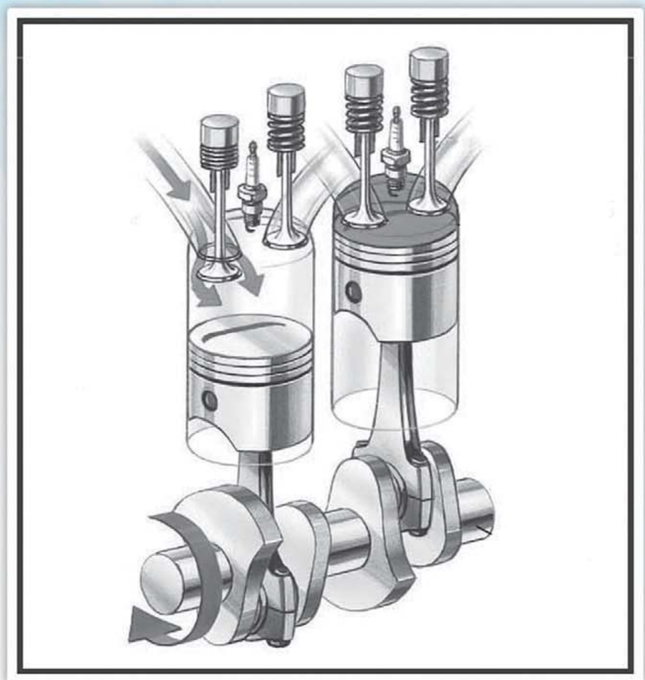
Bab V Geometri Dimensi Tiga



Sumber: *www.aeroflight.com*

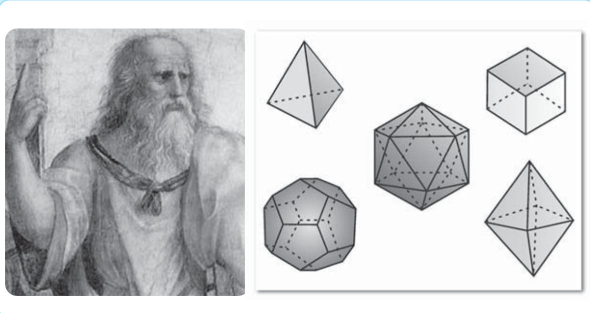
Piston

Mungkin tanpa sadar kita selalu dekat dengan ilmu geometri. Tahukah kalian, dimana letak kedekatan itu? Salah satu kedekatan ini adalah penggunaan geometri untuk merancang mesin kendaraan.

Pada mesin mobil maupun motor, besarnya tenaga yang dapat dihasilkan dinyatakan dalam satuan *cc* (*centimeter cubic*). Pada dasarnya prinsip kerja mesin maupun mobil bergantung pada kemampuan piston dalam mengonversikan pembakaran campuran antara bahan bakar dan udara yang terjadi di dalam ruang pembakaran. Secara signifikan, semakin besar dimensi ruang pembakaran maka tabung tempat terjadinya pembakaran akan semakin besar. Akibatnya semakin banyak campuran udara dan bahan bakar yang dapat masuk untuk diproses. Akhirnya tenaga yang dapat dihasilkan cukup besar. Gambar di atas menunjukkan piston pembakaran tempat bahan bakar dan udara diproses menjadi tenaga. Di dalam matematika, bangun tabung yang pada uraian di atas merupakan tempat pembakaran termasuk salah satu bahasan di dalam geometri dimensi tiga. Pembahasan lebih lanjut mengenai geometri dimensi tiga akan kita pelajari pada uraian berikut.

Kegiatan Belajar 1

Bangun Ruang dan Unsur-unsurnya



Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*

Plato dan macam-macam bangun ruang sempurna

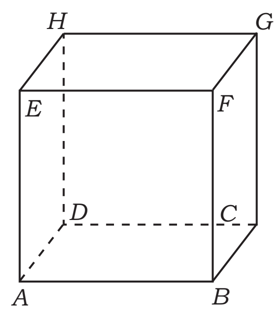
Ilmuwan matematika menyebut bangun ruang dengan istilah 'polihedron' yang terdiri atas kata *poly* = banyak dan *hedron* = bentuk. Hal ini dikarenakan bangun-bangun ruang mempunyai sisi yang seluruhnya berupa bangun beraturan. Bagi para ilmuwan, bangun ruang yang paling sempurna adalah kubus, karena struktur sisi, rusuk, dan sudut yang teratur. Bangun-bangun ruang sempurna lainnya adalah *tetrahedron* (bidang empat), *oktahedron* (bidang delapan), *dodekahedron* (bidang dua belas), dan *ikosahedron* (bidang dua puluh). Kelima bangun tersebut dinamakan "bangun-bangun ruang platonik", diambil dari nama Plato, seorang filosof Yunani yang mencoba menerangkan fisika alam semesta dengan mengkaji bangun-bangun tersebut.

Uraian Materi

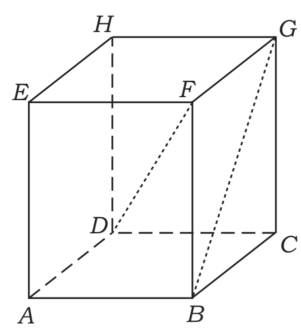
A. Macam-Macam Bangun Ruang

1. Kubus

Kubus adalah bangun ruang yang dibatasi enam sisi yang berbentuk persegi yang sebangun. Nama lain dari kubus adalah *heksader* (bidang enam beraturan). Perhatikan gambar di bawah! Kubus memiliki ciri-ciri sebagai berikut.

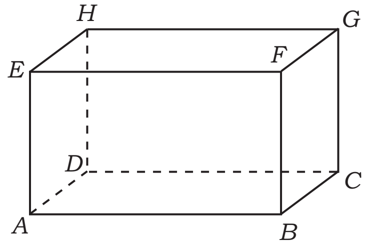


a. Memiliki enam sisi yang berbentuk persegi, yaitu:
   ABCD, ABFE, BCGF, CGHD, ADHE, EFGH
b. Memiliki dua belas rusuk yang sama panjang, yaitu:
   $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{EA}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{EH}$
c. Memiliki delapan titik sudut, yaitu:
   A, B, C, D, E, F, G, dan *H*



d. Memiliki dua belas diagonal sisi, yaitu:
   $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BG}$, $\overline{CF}$, $\overline{CH}$, $\overline{DG}$, $\overline{AH}$, $\overline{DE}$, $\overline{AF}$, $\overline{EB}$, $\overline{EG}$, $\overline{FH}$
e. Memiliki empat diagonal ruang, yaitu:
   $\overline{AG}$, $\overline{CE}$, $\overline{DF}$, $\overline{BH}$
f. Memiliki enam bidang diagonal ruang, yaitu:
   ABGH, CDEF, BCHE, ADGF, ACGE, BDHF
g. Besar semua sudut-sudut pada kubus adalah 90°.

2. Balok



Balok adalah bangun ruang yang dibatasi oleh enam bidang datar yang berbentuk persegi panjang dengan tiga pasang sisi yang saling sejajar. Nama lain dari balok adalah prisma siku-siku. Perhatikan gambar di samping. Balok memiliki ciri-ciri sebagai berikut.

a. Memiliki enam buah sisi dengan tiga pasang di antaranya saling sejajar, yaitu:
   ABCD // *EFGH*, *ABFE* // *DCGH*, *BCGF* // *ADHE*
b. Memiliki dua belas rusuk yang terdiri atas tiga kelompok rusuk yang sejajar dan sama panjang.
   $\overline{AB} // \overline{DC} // \overline{EF} // \overline{HG} // \overline{BC} // \overline{FG} // \overline{AD} // \overline{EH} // \overline{AE} // \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$
c. Memiliki delapan buah titik sudut.
d. Memiliki dua belas diagonal sisi yang terdiri atas enam kelompok diagonal yang sejajar dan sama panjang.
   $\overline{AF} // \overline{DG}, \overline{BE} // \overline{CH}, \overline{AH} // \overline{BG}, \overline{CF} // \overline{DE}, \overline{AC} // \overline{EG}, \overline{BD} // \overline{FH}$
e. Memiliki empat diagonal ruang, yaitu:
   $\overline{AG}, \overline{CE}, \overline{BH}, \overline{DF}$
f. Memiliki enam buah bidang diagonal ruang, yaitu:
   ABGH, *CDEF*, *BCHE*, *ADGF*, *ACGE*, *BDHF*
g. Besar sudut pada balok 90°.

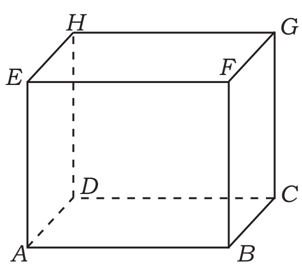
3. Prisma

Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang segi-n beraturan sebagai sisi alas dan sisi tutup serta n bidang persegi panjang sebagai sisi tegak. Nama prisma ditentukan sesuai banyaknya n sisi alas, yaitu prisma segi n beraturan. Prisma memiliki ciri-ciri umum sebagai berikut.

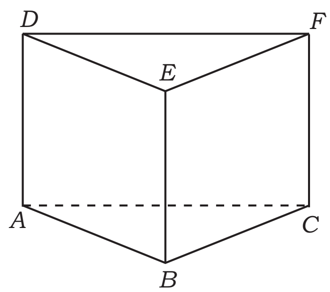
a. Memiliki sisi alas dan tutup yang sebangun dan sejajar.
b. Memiliki sisi tegak yang tegak lurus dengan sisi sejajar.

Beberapa contoh macam-macam prisma:

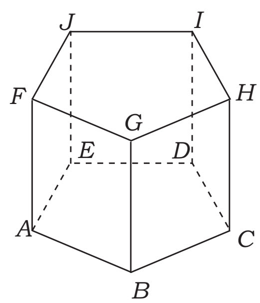
1) Prisma siku-siku



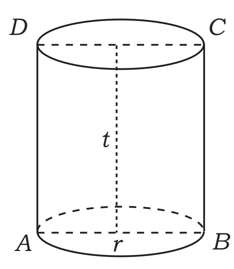
2) Prisma segitiga



3) Prisma segi lima



4. Tabung (Silinder)



Tabung adalah prisma tegak beraturan yang bidang alas dan tutupnya berbentuk lingkaran dan sisi tegaknya berupa bidang lengkung. Tabung disebut juga silinder. Perhatikan gambar di samping. Tabung memiliki ciri-ciri sebagai berikut.

a. Memiliki tiga buah sisi.
b. Bidang alas dan tutup berupa lingkaran.
c. Memiliki dua buah rusuk yang berupa keliling dua buah lingkaran.
d. Tidak memiliki titik sudut.

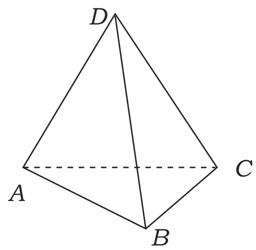
5. **Limas**

Limas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh alas berbentuk segitiga samakaki yang banyaknya n dan puncaknya berimpit. Limas memiliki ciri-ciri sebagai berikut.

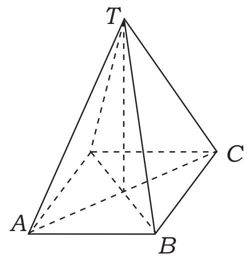
a. Memiliki $n + 1$ sisi yang beraturan.
b. Memiliki rusuk sebanyak $2n$.
c. Memiliki $n + 1$ titik sudut.

Beberapa contoh macam-macam limas:

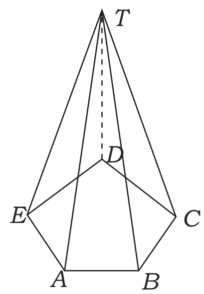
1) Limas segitiga



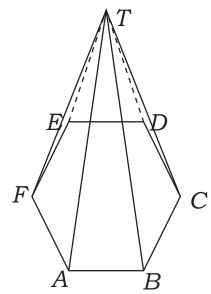
2) Limas segi empat



3) Limas segi lima

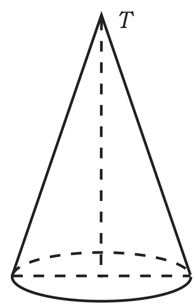


4) Limas segi enam



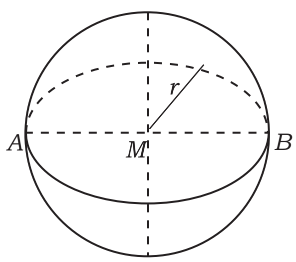
6. **Kerucut**

Kerucut adalah limas beraturan yang memiliki sisi alas berupa lingkaran. Perhatikan gambar di samping. Kerucut memiliki ciri-ciri sebagai berikut.



a. Memiliki dua buah sisi yang berupa sisi alas berbentuk lingkaran dan satu buah sisi lengkung.
b. Memiliki satu buah rusuk yang berupa keliling lingkaran.
c. Memiliki satu buah titik puncak yaitu *T*.

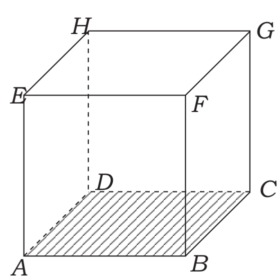
7. **Bola**



Bola adalah bangun ruang tiga dimensi yang hanya memiliki satu sisi dan tidak memiliki rusuk maupun titik sudut. Sisi pada bola disebut juga permukaan bola atau kulit bola atau bidang bola.

B. Jaring-Jaring Bangun Ruang

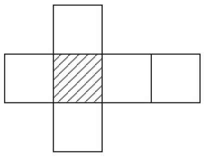
Jika suatu benda beraturan dalam ruang dibuka dan direbahkan pada suatu bidang datar, hasil yang terletak pada bidang datar itu disebut **jaring-jaring bangun ruang**.

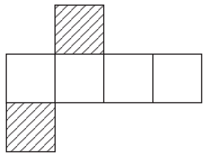


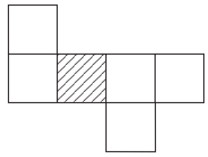
1. **Jaring-Jaring Kubus**

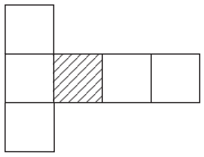
Bangun kubus merupakan bangun tiga dimensi dengan sisi yang diarsir merupakan sisi alas dan keenam sisinya berukuran sama.

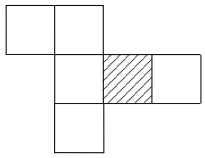
Contoh macam-macam jaring kubus:

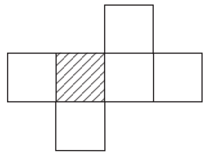
1.


3.


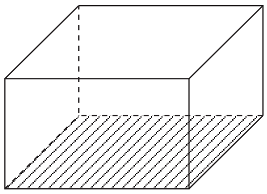
5.


2.


4.


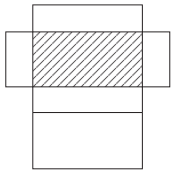
6.


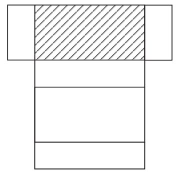
2. Jaring-Jaring Balok

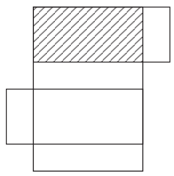


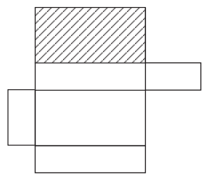
Balok memiliki tiga pasang sisi yang ukurannya berbeda.

Macam-macam jaring balok antara lain:

1.


3.


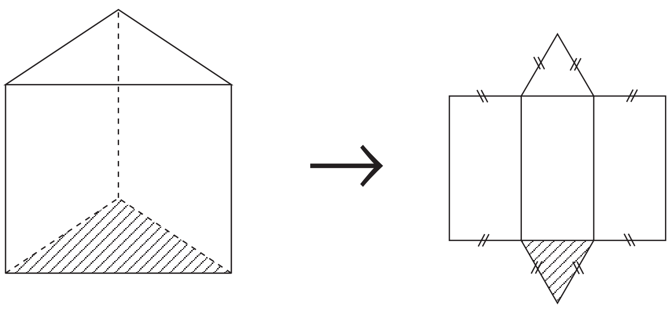
2.


4.


3. Jaring-Jaring Tabung

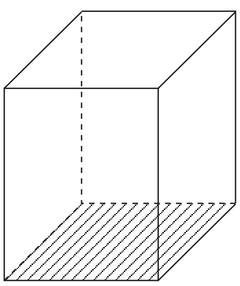
a. Prisma Segitiga

Jaring-jaring prisma segitiga:

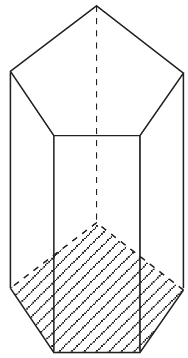


b. Prisma Segi Empat

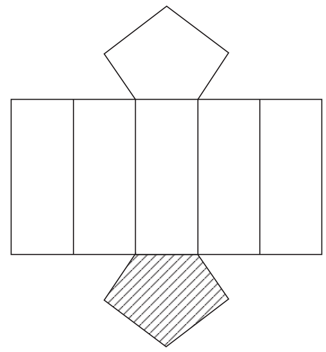
Prisma segi empat atau yang biasa disebut balok memiliki jaring-jaring yang sama seperti pada poin 2.



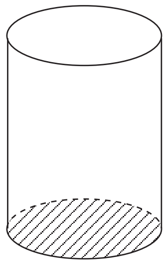
c. **Prisma Segi Lima**



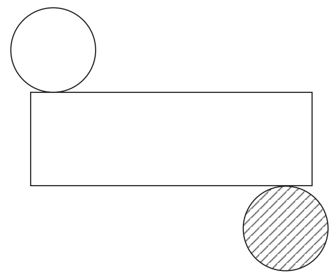
Jaring-jaring prisma segi lima:



4. **Tabung**

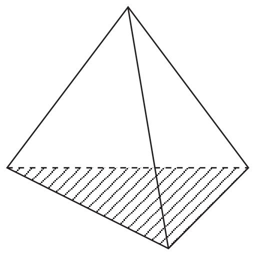


Jaring-jaring tabung:

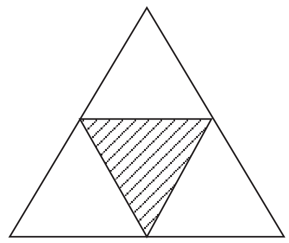


5. **Limas**

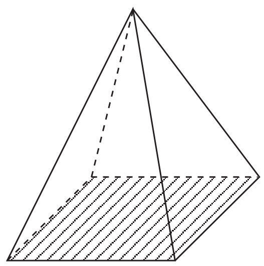
a. **Limas Segitiga**



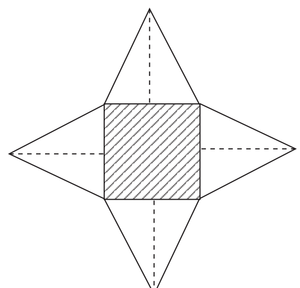
Jaring-jaring limas segitiga:



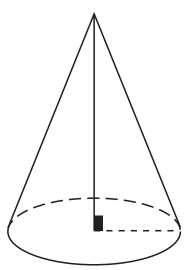
b. **Limas Segi Empat**



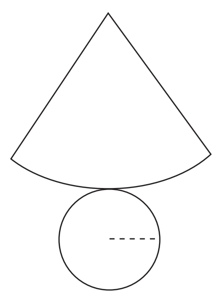
Jaring-jaring limas segi empat:



6. **Kerucut**



Jaring-jaring kerucut:

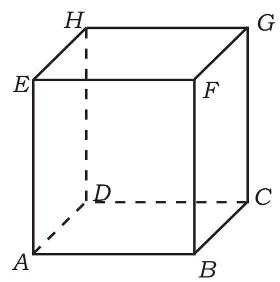


Latihan 1

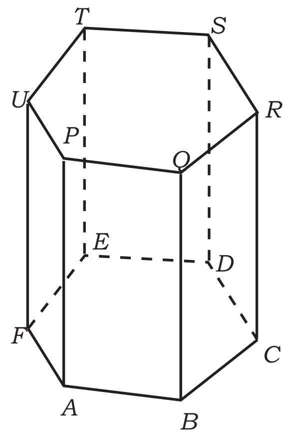
Kerjakan soal-soal berikut!

1. Gambarlah balok *ABCD.EFGH*, kemudian gambarlah limas segi empat *E.ABCD* dengan *E* adalah titik potong diagonal *EG* dan *FH* yang diperoleh dari balok *ABCD.EFGH*. Kemudian jawablah pertanyaan berikut!
   a. Apakah semua sisi tegaknya sebangun?
   b. Sebutkan bentuk segitiga-segitiga *ADE* dan *CDE*!
   c. Apakah bidang diagonal *ACE* dan *BDE* sebangun?

2. Perhatikan gambar di samping!
   a. Ada berapa sisi-sisi pada kubus? Sebutkan!
   b. Bagaimana bentuk sisi-sisinya?
   c. Berapakah banyak bidang diagonal pada kubus? Sebutkan!
   d. Sebutkan semua pasangan rusuk yang sejajar (berhadapan)!

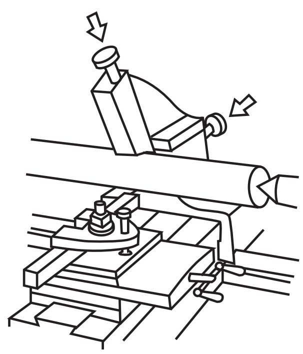


3. Diberikan prisma segi enam beraturan *ABCDEF.PQRSTU*.
   a. Sebutkan dua bidang yang sejajar!
   b. Sebutkan bidang alas dan bidang atas!
   c. Sebutkan bidang-bidang sisi tegak!
   d. Sebutkan rusuk-rusuk bidang alas dan atas!
   e. Sebutkan rusuk-rusuk tegak!
   f. Sebutkan rusuk-rusuk yang sejajar!



4. Gambarlah jaring-jaring dari bangun prisma segi enam!
   a. Sebutkan dua bidang yang sejajar!
   b. Sebutkan bidang alas dan bidang atas!

5. Pada saat mesin bubut bekerja terdapat alat pengekang tetap yang berguna untuk membubut benda kerja yang tipis dan panjang. Hal ini bertujuan agar diameternya dapat ditentukan menurut aturan yang ditetapkan. Perhatikan alat pengekang tetap pada mesin bubut di samping. Sebutkan paling sedikit tiga bangun ruang yang terdapat pada alat tersebut!
   a. Sebutkan dua bidang yang sejajar!
   b. Sebutkan bidang alas dan bidang atas!



Kegiatan Belajar 2

Luas Permukaan Bangun Ruang

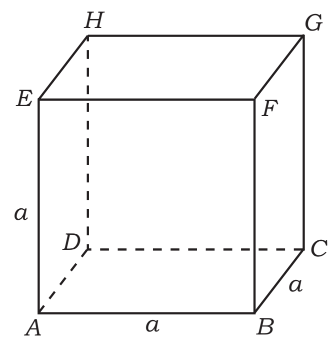
Sumber: *Dokumentasi SMK*

Alat bedah

Pada peralatan bedah, untuk menghindari perkaratan karena reaksi logam dengan udara maka diperlukan suatu proses pelapisan. Pelapisan ini pada umumnya dilakukan dengan nikel dan bertujuan untuk melapisi permukaan peralatan bedah. Sebagai contoh sebuah peralatan bedah akan kita lapisi menggunakan nikel dengan ketebalan 0,1 mm. Misalnya batangan nikel yang akan dilarutkan dalam cairan memiliki volume V. Dari proses tersebut kita dapat menghitung luas permukaan peralatan bedah yaitu volume nikel yang digunakan untuk melapisi dibagi dengan tinggi permukaan hasil sepuhan yaitu 0,1 mm. Cara tersebut digunakan untuk mencari luas permukaan suatu benda yang permukaannya tidak beraturan. Sementara itu, luas permukaan benda yang beraturan dapat kita cari dengan menggunakan rumus. Rumus-rumus tersebut akan kita pelajari pada uraian berikut.

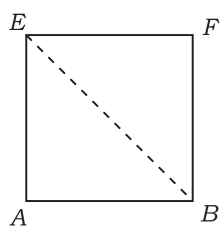
Uraian Materi

A. Kubus



Perhatikan gambar kubus di samping. Apabila panjang rusuk kubus dinyatakan sebagai a maka unsur-unsur pada kubus dapat kita tentukan sebagai berikut.

- Diagonal Sisi



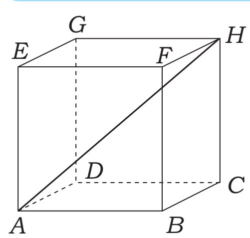
Dengan menggunakan rumus Pythagoras, maka dapat dihitung panjang diagonal sisi dengan rumus:

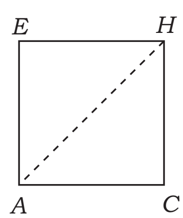
$$BE = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

- Diagonal Ruang

Panjang $\overline{AG}$ merupakan diagonal ruang yang dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$AG = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a)^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$





- Permukaan Luas

Kubus terdiri atas enam buah sisi yang berbentuk persegi, masing-masing sisinya memiliki luas L = s × s. Jadi, luas enam sisi pada kubus sebagai berikut.

Luas permukaan = 6 × s × s

Contoh:

Perbandingan panjang rusuk kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk kubus *KLMN.PQRS* adalah 1 : 2. Jumlah luas permukaan kedua kubus tersebut adalah 270 cm^2. Tentukan panjang rusuk tiap-tiap kubus!

Penyelesaian:

Dimisalkan panjang rusuk *ABCD.EFGH* adalah a cm, dan panjang rusuk kubus *KLMN.PQRS* adalah $2a$ cm.

Luas permukaan kubus *ABCD.EFGH* $= 6a^2$

Luas permukaan kubus *KLMN.PQRS* $= 6(2a)^2 = 24a^2$

Jumlah luas permukaan kedua kubus $= 6a^2 + 24a^2 = 30a^2$

Jumlah luas permukaan kubus kedua kubus sama dengan 270 cm^2 sehingga:

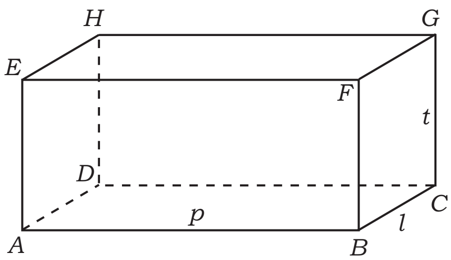
$30a^2 = 270$

$\Leftrightarrow \quad a^2 = 9$

$\Leftrightarrow \quad a = 3$

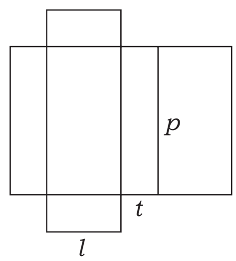
Jadi, panjang rusuk kubus *ABCD.EFGH* adalah 3 cm dan panjang rusuk kubus *KLMN.PQRS* adalah 6 cm.

B. Balok



Perhatikan gambar di samping. Balok memiliki ukuran panjang (p), lebar (l), dan tinggi (t). Apabila bangun balok dibentangkan menjadi satu bidang datar diperoleh jaring-jaring balok sebagai berikut.

Menghitung luas permukaan balok ekuivalen dengan menggunakan hitungan luas jaring-jaring balok yaitu:



Luas jaring-jaring $= (2 \times p \times t) + (2 \times l \times t) + 2 \times (p \times l)$

$= 2[(p \times t) + (l \times t) + (p \times l)]$

Jadi, diperoleh rumus luas permukaan balok sebagai berikut.

Luas permukaan $= 2[(p \times t) + (t \times l) + (l \times p)]$

Contoh:

Sebuah kardus pembungkus obat berukuran panjang 30 cm, lebar 20 cm, dan tingginya 5 cm. Bagian luarnya dilapisi kertas aluminium sampai rapat. Hitunglah luas kertas aluminium minimum yang dibutuhkan!

Penyelesaian:

Diketahui $p = 30$ cm, $l = 20$ cm, dan $t = 5$ cm.

$Lp = 2(pl + pt + lt)$

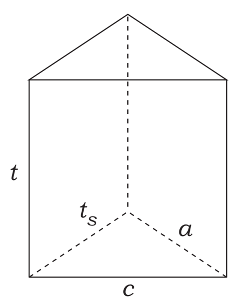
$= 2((30 \times 20) + (30 \times 5) + (20 \times 5))$

$= 2(600 + 150 + 100) = 1.700$

Jadi, kertas aluminium yang dibutuhkan seluas 1.700 cm^2.

C. Prisma (Tegak)

Mencari luas permukaan bangun ruang prisma adalah menghitung tiap-tiap luas alas, luas tutup, dan luas sisi-sisi tegak pada prisma segi-n.



1. Prisma Segitiga

Prisma segitiga di bawah memiliki ukuran-ukuran sebagai berikut.

a = alas segitiga pada sisi alas dan tutup

t_s = tinggi segitiga

t = tinggi prisma

c = sisi miring pada alas segitiga

Luas permukaan prisma segitiga adalah jumlahan luas tiap-tiap sisi alas, sisi tutup, dan sisi tegak, yang dirumuskan dengan:

Luas permukaan = L alas + L tutup + Luas sisi tegak

$$= \left(\frac{1}{2}\times a\times t_s\right)+\left(\frac{1}{2}\times a\times t_s\right)+(a\times t)+(t_s\times t)+(c\times t)$$

$$= (a \times t_s) + (a \times t) + (t_s \times t) + (c \times t)$$

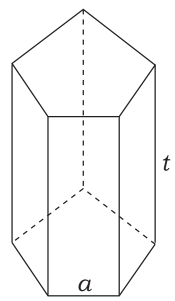
Jadi, luas permukaan prisma segitiga diberikan sebagai berikut.

Luas permukaan = $(a \times t_s) + (a \times t) + (t_s \times t) + (c \times t)$

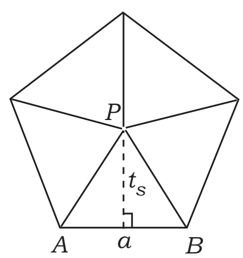
2. Prisma Segi Empat

Prima segi empat disebut juga balok. Jadi, mencari luas permukaan prisma segi empat sama dengan mencari luas permukaan pada balok.

3. Prisma Segi Lima



Prisma segi lima terdiri atas dua buah sisi segi lima dan lima buah sisi tegak.
Sementara itu luas sisi-sisi tegak pada prisma adalah:
Luas sisi tegak $= 5 \times a \times t$



Luas segi lima $= 5 \times$ luas segitiga APB

$$= 5 \times \frac{1}{2} \times a \times t_s$$

$$= \frac{5}{2} \times a \times t_s$$

Jadi, luas permukaan prisma segitiga diberikan sebagai berikut.

Luas permukaan = Luas sisi alas + Luas sisi tutup + Luas sisi tegak

$$= \left(\frac{5}{2}\times a\times t_s\right)+\left(\frac{5}{2}\times a\times t_s\right)+(5\times a\times t)$$

$$= (5 \times a \times t_s) + (5 \times a \times t) = 5a\,(t_s + t)$$

Jadi, luas permukaan prisma segi lima diberikan sebagai berikut.

Luas permukaan = $5a\,(t_s + t)$

Contoh:

Diketahui prisma tegak $ABC.DEF$ dengan ABC merupakan segitiga siku-siku, siku-siku di A, dengan AB = 3 cm, AC = 4 cm, dan BC = 5 cm. Jika tinggi prisma 4 cm, hitunglah luas permukaan prisma.

Penyelesaian:

Luas permukaan = $2 \times La + K \times t$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\times AB\times AC\right) + (AB + BC + AC) \times t$$

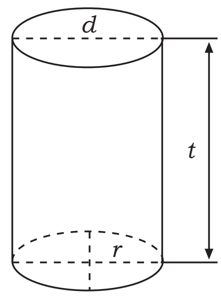
$$= 2\left(\frac{1}{2}\times 3\times 4\right) + (3 + 4 + 5) \times 4$$

$$= 2(6) + (12) \times 4$$

$$= 12 + 48 = 60$$

Jadi, luas permukaan prisma adalah 60 cm^2.

D. Tabung



Tabung adalah bangun ruang yang terdiri atas dua buah lingkaran sebagai sisi alas dan sisi tutup serta satu persegi panjang sebagai sisi lengkung. Mencari luas permukaan tabung ekuivalen dengan mencari luas ketiga sisi tersebut yang dirumuskan dengan:

Luas permukaan = (2 × luas lingkaran) + luas persegi panjang

$= (2 \times \pi \times r \times r) + (p \times l)$

$= 2\pi\,(r^2 + (r \times t))$

Jadi, luas permukaan tabung dirumuskan sebagai berikut.

Luas permukaan $= 2\pi\,(r^2 + (r \times t))$

Contoh:

Diketahui jari-jari tabung adalah 14 cm dan tingginya 1 m. Hitunglah luas permukaan tabung.

Penyelesaian:

Diketahui: $r = 14$ cm; $t = 1$ m $= 100$ cm

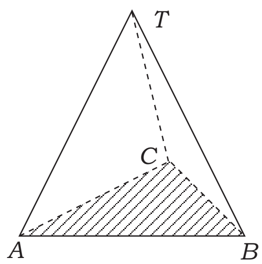
Luas permukaan tabung $= 2\pi r\,(r + t)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14\,(14 + 100)$

$= 88 \times 114 = 10.032$

Jadi, luas permukaan tabung 10.032 cm^2.

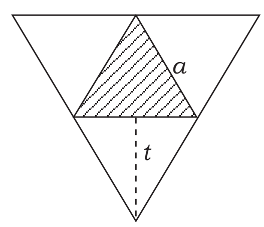
E. Limas



Perhatikan gambar di samping! Luas permukaan bangun ruang limas sama dengan mencari luas alas segi-n dijumlah luas sisi tegak berbentuk segitiga sama kaki yang banyaknya n.

1. Limas Segitiga

Bangun ruang limas segitiga terdiri atas empat buah sisi yang berbentuk segitiga. Daerah yang diarsir *ABC* merupakan sisi alas dari limas segitiga.



Luas permukaan limas dirumuskan dengan:

Luas empat segitiga $= 4 \times$ luas segitiga

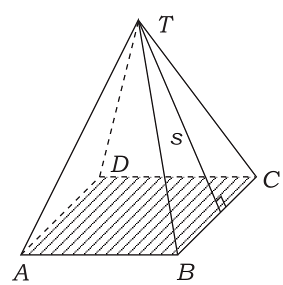
$= 4 \times \frac{1}{2} \times a \times t$

$= 2 \times a \times t$

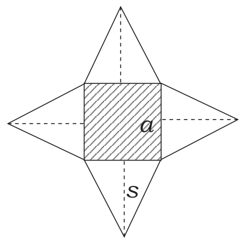
Jadi, luas permukaan limas segitiga dirumuskan sebagai berikut.

Luas permukaan $= 2 \times a \times t$

2. Limas Segi Empat



Bangun ruang limas segi empat terdiri atas sisi alas berbentuk segi empat *ABCD* (baik persegi atau persegi panjang) dan empat buah segitiga adalah a dan tinggi segitiga adalah s ($s = \sqrt{\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + t^2}$).



Luas permukaan segi empat dirumuskan sebagai berikut.

Luas alas = $a \times a$

Luas sisi tegak: $Ls = \frac{1}{2} \times a \times s$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan} &= \text{luas alas} + \text{luas sisi tegak}\\ &= (a \times a) + (4 \times Ls)\\ &= a^2 + (4 \times \tfrac{1}{2} \times a \times s)\\ &= a^2 + 2a \times s\end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan limas segi empat diberikan sebagai berikut.

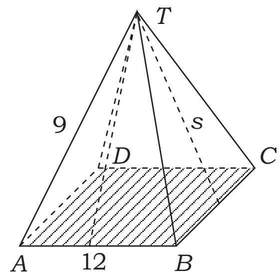
Luas permukaan = $a^2 \times 2as$

Contoh:

Diketahui limas segi empat beraturan $T.ABCD$ dengan panjang rusuk AB = 12 cm, dan panjang rusuk sisi TA = 9 cm, berapa luas permukaannya?

Penyelesaian:

Misalnya s = tinggi segitiga tegak

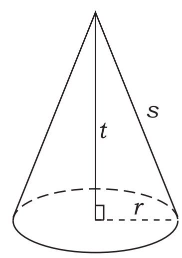


$$\begin{aligned}s &= \sqrt{9^2 - 6^2}\\ &= \sqrt{81 - 36}\\ &= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan} &= AB(AB + 2t)\\ &= 12(12 + 2 \times 3\sqrt{5})\\ &= (144 + 72\sqrt{5})\end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan limas $T.ABCD$ adalah $(144 + 72\sqrt{5})$ cm^2.

F. Kerucut



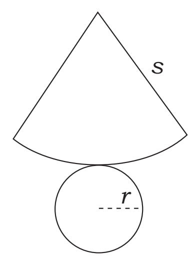
Perhatikan gambar di samping! Kerucut di samping memiliki unsur-unsur sebagai berikut.

Y = titik puncak kerucut

t = tinggi kerucut

r = jari-jari alas kerucut

s = apotema (sisi miring segitiga POA) kerucut



Apabila dibentangkan, kerucut memiliki jaring-jaring seperti gambar di samping. Luas permukaan kerucut dihitung dengan menjumlahkan luas selimut dan luas alas kerucut.

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan} &= \text{luas selimut} + \text{luas alas}\\ &= (\pi \times r \times s) + (\pi \times r \times r)\\ &= \pi \times r\,(s + r)\end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan kerucut dirumuskan sebagai berikut.

Luas permukaan = $\pi r\,(s + r)$

Contoh:

Sebuah kerucut mempunyai diameter 12 cm dan tingginya 8 cm, tentukanlah luas permukaan kerucut tersebut!

Penyelesaian:

Hubungan apotema, jari-jari alas, dan tinggi kerucut adalah:

$$\begin{aligned}s^2 &= t^2 + r^2\\ &= 8^2 + 6^2\\ &= 64 + 36\\ &= 100\end{aligned}$$

nilai s = 10 cm

Diperoleh luas permukaan $= \pi \times r(s + r)$

$= (3{,}14)(6)(10 + 6)$

$= 301{,}44$

Jadi, luas permukaan kerucut 301,44 cm^2.

G. Bola

Sebuah bola mempunyai jari-jari r maka luas permukaan bola adalah:

Luas permukaan = $4\pi r^2$ (dalam dimensi r)
Luas permukaan = πd^2 (dalam dimensi d)

Contoh:

Diketahui sebuah kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk 7 cm. Di dalam kubus itu dibuat bola, dengan titik pusat sama dengan titik pusat kubus dan bagian luar bola menyinggung bidang-bidang sisi kubus. Tentukan luas permukaan bola dalam kubus!

Penyelesaian:

Jari-jari bola dalam $= \frac{1}{2}$ panjang rusuk

$= \frac{7}{2}$

Luas permukaan bola $= 4\pi r^2$

$= 4\,\frac{22}{7}\left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 154$

Jadi, luas permukaan bola dalam kubus adalah 154 cm^2.

Tugas Kelompok

Buatlah kelompok dengan anggota 4 orang. Bersama dengan kelompok kalian, kunjungilah toko, *mini market*, atau *supermarket*. Catatlah produk-produk dengan kemasan berbentuk bola, kubus, balok, kerucut, prisma, limas, atau tabung.

Buat pula kesimpulan meliputi:

– bangun ruang yang paling banyak digunakan sebagai kemasan produk,
– bangun ruang yang paling sedikit digunakan sebagai kemasan produk.

Latihan 2

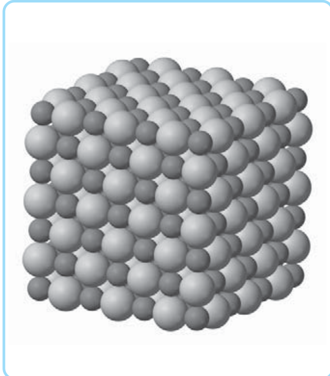
Kerjakan soal-soal berikut!

1. Perbandingan panjang, lebar, dan tinggi balok *ABCD.EFGH* sama dengan 3 : 2 : 1. Luas permukaan balok itu sama dengan 88 cm^2. Hitunglah panjang, lebar, dan tinggi balok!
2. Sebuah prisma tegak alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi 21 cm. Bila tinggi prisma tersebut 10 cm, tentukan luas permukaan prisma!
3. Suatu limas alasnya berbentuk persegi panjang sisi alas 16 cm. Bila tinggi limas tersebut 6 cm, hitunglah luas permukaan limas!
4. Sebuah tabung tanpa tutup terbuat dari seng dengan jari-jari alasnya 14 cm dan tingginya 15 cm. Jika $\pi = \frac{22}{7}$ hitunglah luas seng yang diperlukan untuk membuat tabung tersebut!
5. Sebuah kerucut berdiameter 10 cm dan tingginya 8 cm. Jika $\pi = 3{,}14$, hitunglah luas selimut kerucut!
6. Hitunglah luas permukaan bola jika diketahui jari-jari bola adalah 10 cm!
7. Alas sebuah limas berbentuk persegi, dengan panjang rusuk alas 12 cm. Jika tinggi limas 8 cm, hitunglah jumlah luas sisi tegaknya!
8. Dari suatu tabung diketahui tinggi dan jari-jari alasnya adalah masing-masing 7 cm dan 10 cm. Hitunglah luas selimut dan luas tabung!
9. Diketahui limas segi empat T.*ABCD* dengan $TA \perp AB$, $TA \perp AD$, dan $TA \perp AC$. Panjang $AB = AC = 10$ cm dan $TA = 24$ cm. Hitunglah luas permukaan limas!
10. Suatu limas *T.ABCD* yang alasnya berbentuk persegi panjang dengan $AB = 8$ cm dan $AD = 6$ cm, rusuk tegak limas sama panjang yaitu $TA = TB = TC = TD = 13$ cm, hitunglah tinggi dan luas permukaan limas!

Kegiatan Belajar 3

Volume Bangun Ruang

Pada beranda kegiatan belajar 2 kita telah mengenal bangun-bangun ruang platonik. Para ilmuwan sains sudah menemukan bahwa bangun-bangun ruang platonik sangatlah penting. Artinya dalam susunan atom-atom. Semua zat terdiri atas atom-atom yang membentuk molekul. Sebagai contoh struktur kristal garam seperti gambar di samping. Suatu kristal garam terdiri atas atom-atom sodium dan klorin yang saling terikat dalam struktur suatu kubus. Jika bangun datar pada dimensi dua selalu dapat kita hitung luasnya, demikian pula bangun-bangun pada dimensi tiga dapat kita hitung volumenya. Rumus mencari volume bangun beraturan akan kita pelajari pada uraian berikut.

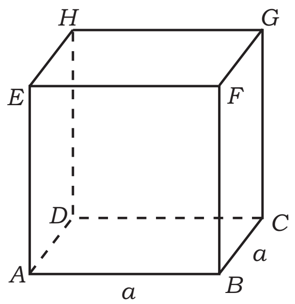


Sumber: *www.wikipedia.com*

Struktur atom garam

Uraian Materi

A. Kubus

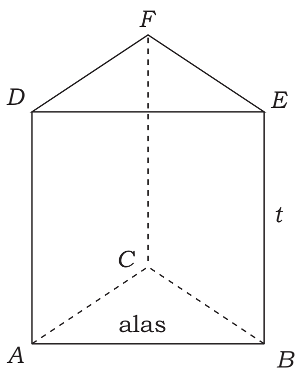


Volume kubus dirumuskan sebagai berikut.

$$V = a \times a \times a = a^3$$

V = volume kubus
a = panjang rusuk kubus

B. Prisma (Tegak)

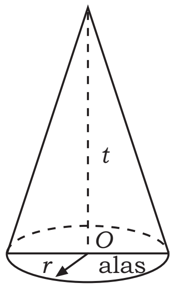


Volume prisma dirumuskan sebagai berikut.

$$V = L_a \times t$$

V = volume prisma
L_a = Luas alas
t = tinggi prisma

C. Kerucut

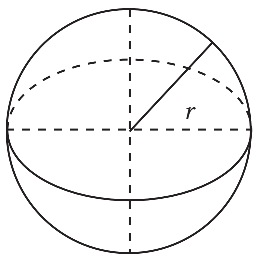


Volume kerucut dirumuskan sebagai berikut.

$$V = \frac{1}{3} L_a \times t$$

V = volume kerucut
L_a = luas alas
t = tinggi kerucut

D. Bola



Volume bola dirumuskan sebagai berikut.

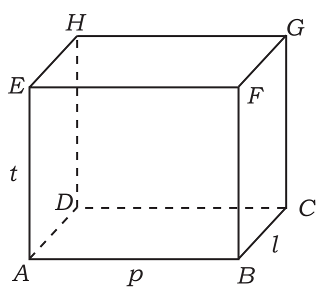
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ atau } \frac{1}{6}\pi d^3$$

Volume tembereng bola

$$V = \frac{1}{3}\pi t^2(3r - t)$$

r = jari-jari bola
d = $2r$ = diameter bola
t = tinggi tembereng

E. Balok

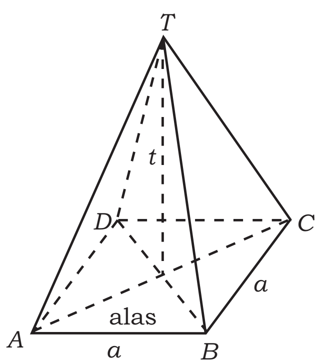


Volume balok dirumuskan sebagai berikut.

$$V = p \times l \times t$$

V = volume balok
p = panjang balok
l = lebar balok
t = tinggi balok

F. Limas Beraturan

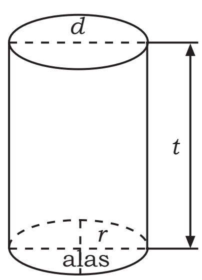


Volume limas beraturan dirumuskan sebagai berikut.

$$V = \frac{1}{3} \times L_a \times t$$

V = volume limas
L_a = luas alas, $a \times a$
t = tinggi limas

G. Tabung



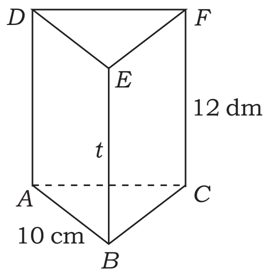
Volume tabung dirumuskan sebagai berikut.

$$V = L_a \times t$$

V = volume tabung
L_a = luas alas, $\pi \times r \times r$
t = tinggi tabung

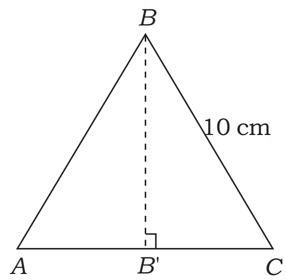
Contoh:

1. Diketahui prisma segitiga beraturan *ABC.DEF* mempunyai dimensi panjang *AB* = 10 cm dan tinggi prisma 12 dm. Hitunglah volume prisma tersebut!



Penyelesaian:

Dapat diambil kesimpulan bahwa alas berupa segitiga sama sisi *ABC*.
Maka luas alas:



Panjang BB' $= \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

Luas alas $= \frac{1}{2} \times AC \times BB'$

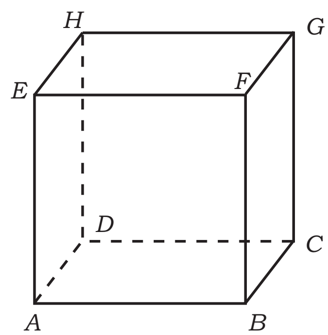
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$

Volume prisma $= L_a \times t$

$= 25\sqrt{3} \times 120 = 3.000\sqrt{3}$

Jadi, volume prisma *ABC.DEF* $3.000\sqrt{3}$ cm^3.

2. Diketahui kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk 6 cm. Hitunglah:
   a. volume limas *E.ABD*,
   b. volume limas *E.ABCD*.



Penyelesaian:

a. Luas bidang alas $ABD = L_1 = \frac{1}{2} \times AB \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ cm^2

Tinggi limas AE = 6 cm (panjang rusuk kubus)

V limas $= \frac{1}{3} \times L_1 \times t$

$= \frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36$

Jadi, volume limas *E.ABD* adalah 36 cm^3.

b. Luas bidang alas $ABCD = L_2 = AB \times AD = 6 \times 6 = 36$ cm^2

Tinggi limas $E.ABCD = AE = 6$ cm

V limas $E.ABCD = \frac{1}{3} \times L_2 \times t$

$= \frac{1}{3} \times 36 \times 6 = 72$

Jadi, volume limas *E.ABCD* adalah 72 cm^3.

3. Sebuah kerucut mempunyai diameter 12 cm dan tingginya 8 cm, tentukanlah volume kerucut tersebut!

Penyelesaian:

Diketahui: $r = \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} 12 = 6$ cm

$t = 8$ cm

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 t$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 8 = 301{,}44$$

Jadi, volume kerucut adalah 301,44 cm^3.

4. Diketahui sebuah kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk 7 cm. Di dalam kubus itu dibuat bola, dengan titik pusat sama dengan titik pusat kubus dan bagian luar bola menyinggung bidang-bidang sisi kubus. Tentukan volume bola dalam kubus itu!

   Penyelesaian:

   Panjang rusuk = 7 cm maka diameter = 7 cm, dan jari-jarinya = $\frac{7}{2}$ cm.

   $$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$
   $$= \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{22}{7}\right) \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^3$$
   $$= 179{,}67$$

   Jadi, volume bola dalam kubus adalah 179,67 cm^3.

Latihan 3

Kerjakan soal-soal berikut!

1. Prisma tegak alasnya berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang rusuk-rusuk alasnya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Jika tinggi prisma itu 10 cm, berapakah volume prisma tersebut?
2. Jumlah luas semua sisi sebuah kubus 600 cm^2. Berapakah volume kubus tersebut?
3. Sebuah tangki berbentuk tabung berisi 720 liter air. Jika tinggi air dalam tangki 70 dm, berapakah jari-jari tangki tersebut?
4. Diketahui limas segi empat beraturan *T.ABCD* dengan panjang $TA = AB$ = 100 cm. Berapa literkah volume limas tersebut?
5. Volume limas segi empat beraturan adalah 300 liter dan tinggi limas adalah 3 dm. Tentukanlah panjang rusuk-rusuk limas tersebut!
6. Keliling alas kerucut adalah 16π dm dan apotemanya 10 dm. Berapa literkah volume kerucut itu?
7. Diketahui prisma tegak segitiga $ABC{\cdot}DEF$ dengan sisi *ABC* siku-siku di *A*. Panjang AB = 12 cm dan AC = 9 cm. Bila panjang rusuk tegak $AD = 2{\cdot}BC$ maka hitunglah volume prisma tersebut!
8. Suatu balok mempunyai panjang 14 dm dan lebar 50 cm. Jika luas permukaan balok adalah 302 dm^2, tentukan unsur-unsur balok berikut!
   a. tinggi balok
   b. volume balok
9. Volume sebuah kerucut 100π cm^3 dan tingginya 12 cm. Berapakah panjang jari-jari lingkaran alas kerucut tersebut? (jika π = 3,14)
10. Diketahui sebuah kubus dengan luas permukaan sama dengan 96 cm^2. Hitunglah volume kubus itu!

Info

Sumber: www.edu-math.co.id

Girard Desargues

Matematikawan Prancis yang bernama Girard Desargues (1591–1661) adalah salah satu orang pertama yang memperlihatkan secara geometris bagaimana benda-benda seharusnya digambarkan agar tampak berdimensi tiga. Aspek ini dipakai dalam seni yang disebut perspektif.

Kegiatan Belajar 4

Hubungan antara Unsur-Unsur dalam Bangun Ruang

Sumber: *www.egyptian.org*

Piramida besar Khufu

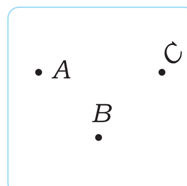
Tiga jenis bangun ruang yang paling mendasar adalah kubus, piramida, dan bola. Teori dan pemahaman mengenai ketiga bangun ini sangat penting dalam bidang sains dan teknik. Sebagai contoh pembangunan piramida oleh bangsa Mesir Kuno. Peninggalan terbesar pada masa itu adalah Piramida Besar Khufu di Gizeh yang memiliki rusuk alas berukuran 230 m (760 kaki) dan tinggi 146 m (480 kaki). Keempat sisi pada piramida memiliki posisi miring dengan satu titik puncak sebagai titik potongnya. Kata ”sisi”, ”bangun”, ”bidang”, ”rusuk”, ”alas”, dan ”titik” satu dengan yang lainnya saling berhubungan. Untuk mengetahui hubungan-hubungan tersebut terlebih dahulu kita pelajari uraian berikut.

Uraian Materi

A. Pengertian Titik, Garis, dan Bidang

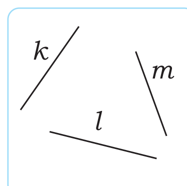
1. Titik

Sebuah titik hanya dapat ditentukan oleh letaknya, tetapi tidak mempunyai ukuran (tidak berdimensi). Sebuah titik digambarkan dengan sebuah noktah, kemudian dibubuhi nama dengan huruf kapital (A, B, C, dan seterusnya).



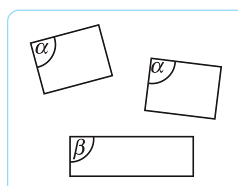
2. Garis

Garis hanya mempunyai panjang saja, tidak mempunyai ukuran lebar. Nama garis ditentukan dengan menyebutkan nama dengan huruf kecil atau dengan menyebutkan segmen garis dari titik pangkal dan titik ujung. Sebagai contoh k, l, m.



3. Bidang

Sebuah bidang mempunyai ukuran panjang dan lebar. Nama bidang diambil berdasarkan huruf kapital di titik-titik sudutnya atau huruf Yunani misalnya α, β, δ.



Info

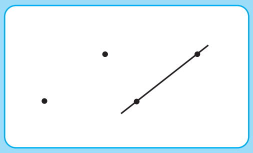
Sumber: *www.egyptian.org*

Euclid

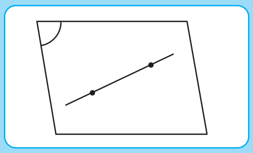
Titik-titik, garis-garis, sudut-sudut, dan bidang dijadikan sebagai dasar dari bentuk-bentuk geometris. Pembahasan mengenai geometri pertama kali dikenalkan oleh Euclid.

B. Aksioma Garis dan Bidang

Di dalam teori dimensi tiga, terdapat aksioma (ketetapan umum) yang berlaku sebagai berikut.



Aksioma 1
Melalui dua buah titik sembarang hanya dapat dibuat sebuah garis lurus.

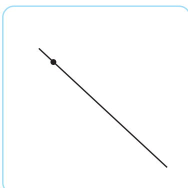


Aksioma 2
Jika sebuah garis dan sebuah bidang mempunyai dua titik persekutuan maka garis itu seluruhnya terletak pada bidang.

C. Kedudukan Titik Terhadap Garis dan Titik Terhadap Bidang

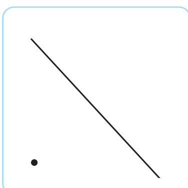
1. Kedudukan Titik Terhadap Garis

a.



Titik terletak pada garis.
Jika sebuah titik dilalui garis maka titik itu terletak pada garis.

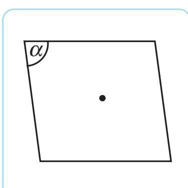
b.



Titik di luar garis.
Jika sebuah titik tidak dilalui garis maka titik itu terletak di luar garis.

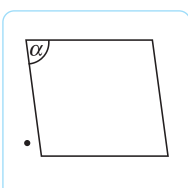
2. Kedudukan Titik terhadap Bidang

a.



Titik terletak pada bidang.
Jika sebuah titik dapat dilalui suatu bidang maka titik terletak pada bidang tersebut.

b.

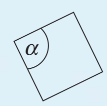


Titik di luar bidang.
Jika sebuah titik tidak dapat dilalui suatu bidang maka titik itu terletak di luar bidang.

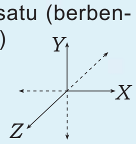
Intisari

Dimensi di dalam geometri antara lain:
- Dimensi satu (berbentuk garis)

- Dimensi dua (berbentuk bidang)



- Dimensi satu (berbentuk ruang)



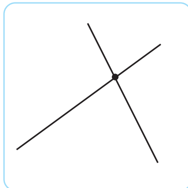
Dimensi selanjutnya dipelajari pada pembahasan geometri topologi untuk tingkat lebih lanjut.

D. Kedudukan Garis Terhadap Garis dan Bidang

1. Kedudukan Garis Terhadap Garis

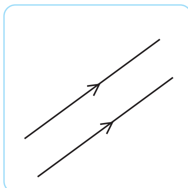
Kedudukan garis terhadap garis yang lain dalam sebuah bangun adalah berpotongan, sejajar, atau bersilangan.

Dua garis berpotongan:



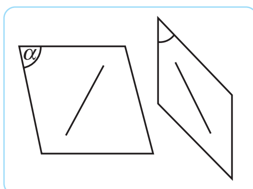
Dua buah garis dikatakan berpotongan jika keduanya terletak pada sebuah bidang dan mempunyai satu titik persekutuan.

Dua buah garis sejajar:



Dua buah garis dikatakan sejajar jika keduanya terletak pada sebuah bidang dan tidak mempunyai satu pun titik persekutuan.

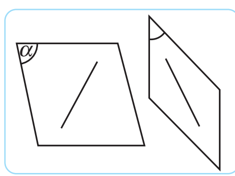
Dua garis saling bersilangan:



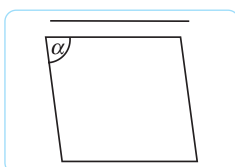
Dua buah garis dikatakan bersilangan (tidak berpotongan dan tidak sejajar), jika kedua garis itu tidak terletak pada sebuah bidang.

2. Perpotongan Garis dengan Bidang

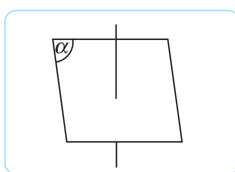
Jika ada sebuah garis dan sebuah bidang maka akan diperoleh 3 kemungkinan sebagai berikut.

a. 

Garis terletak pada bidang, jika semua titik pada garis itu terletak pada bidang tersebut.

b. 

Garis sejajar bidang, jika antara garis dan bidang tidak mempunyai satu pun titik persekutuan.

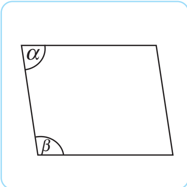
c. 

Garis memotong bidang, jika antara garis dan bidang hanya mempunyai satu titik perpotongan.

E. Kedudukan Bidang Terhadap Bidang yang Lain

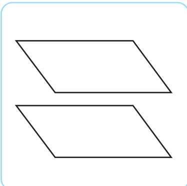
Kedudukan bidang terhadap bidang lain ada tiga kemungkinan, yaitu berimpit, sejajar, dan berpotongan.

Dua bidang berimpit:



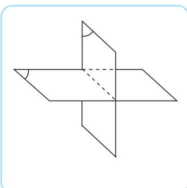
Dua bidang saling berimpit jika setiap titik yang terletak pada bidang yang satu juga terletak pada bidang yang lain.

Dua bidang sejajar:



Dua bidang saling sejajar jika kedua bidang itu tidak mempunyai satu pun titik persekutuan.

Dua saling berpotongan:

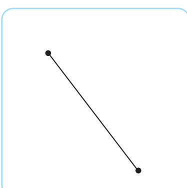


Dua bidang dikatakan berpotongan jika kedua bidang itu mempunyai titik persekutuan.

F. Jarak Titik ke Titik, Titik ke Garis, Titik ke Bidang

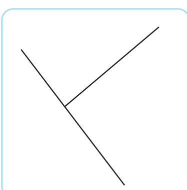
Kedudukan titik terhadap titik yang lain, garis, dan bidang ada tiga kemungkinan sebagai berikut.

1. Jarak Titik ke Titik



Jarak titik ke titik dalam suatu ruang dengan cara menghubungkan titik itu ke titik yang lain sehingga terjadi sebuah garis. Jarak kedua titik ditentukan oleh panjang garis itu.

2. Jarak Titik ke Garis



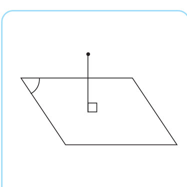
Jarak titik ke garis adalah jarak terpendek antara titik dan garis.

Jarak antara titik dan garis dapat dengan menggunakan langkah-langkah sebagai berikut.

i. Membuat garis dari titik A ke garis g, memotong garis di titik P sehingga terjadi garis AP yang tegak lurus garis g.

ii. Jarak titik ke garis adalah panjang dari AP.

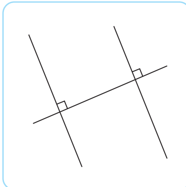
3. Jarak Titik ke Bidang



Jarak suatu titik ke suatu bidang adalah jarak dari titik tersebut ke proyeksinya pada bidang tersebut.

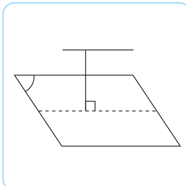
G. Jarak Garis ke Garis, Garis ke Bidang

1. Jarak Garis ke Garis



Adalah jarak terpendek antara dua garis itu, atau panjang garis yang memotong tegak lurus kedua garis itu.

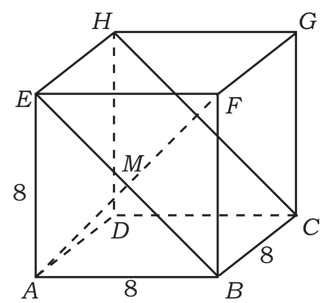
2. Jarak Garis ke Bidang



Jarak garis ke bidang adalah panjang garis proyeksi garis pada bidang.

Contoh:

Diketahui sebuah kubus dengan panjang rusuk 8 cm, titik P pertengahan rusuk $\overline{CG}$, hitunglah:



a. jarak titik A ke titik B,
b. jarak titik A ke titik C,
c. jarak titik A ke titik D,
d. jarak titik A ke titik G,
e. jarak titik A ke garis BC,
f. jarak titik C ke garis FH, dan
g. jarak titik P ke garis BD.

Penyelesaian:

a. Jarak titik A ke titik B = panjang garis AB = 8 cm.

b. Jarak titik A ke titik C = panjang diagonal $AC = 8\sqrt{2}$ cm.

c. Jarak titik A ke titik D = panjang garis AD = 8 cm.

d. Jarak titik A ke titik G = panjang garis $\overline{AG}$.

$$AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{128 + 64} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

e. Jarak titik A ke garis BC = panjang garis AB = 8 cm.

f. Jarak titik C ke garis $FH = CO$, di mana titik O adalah titik pertengahan FH.

Perhatikan ΔCOF, $CF = 8\sqrt{2}$ cm, $OF = 4\sqrt{2}$ cm. Maka:

$$CO = \sqrt{CF^2 - OF^2} = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{128 - 32} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

g. Jarak titik P ke garis BD adalah PR, dengan R titik di tengah garis BD.

Perhatikan ΔRCP siku-siku di C, $RC = 4\sqrt{2}$ cm, dan PC = 4 cm.

$$PR = \sqrt{RC^2 + PC^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

H. Sudut Antara Garis dan Bidang

Sudut antara garis dan bidang adalah sudut yang terbentuk antara garis tersebut dengan proyeksi garis pada bidang tersebut.

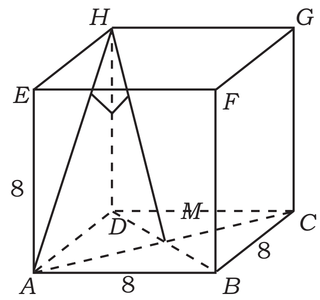
Contoh:

Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 4 cm, tentukan besar sudut antara garis AH dengan bidang $BFHD$.

Perhatikan garis AH, diproyeksikan ke bidang $BFHD$ maka titik A jatuh di M. Besar sudut yang terbentuk adalah sudut AHM.

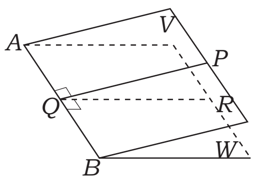
$AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$. Perhatikan segitiga AHM siku-siku di M maka berlaku:

$\sin \angle AHM = \frac{AM}{AH} = \frac{4\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ maka sudut $AHM = 30°$



I. Sudut antara Dua Bidang

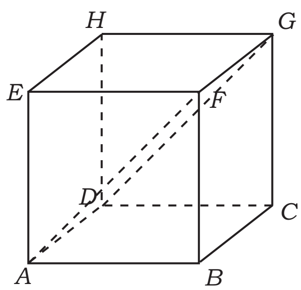
Sudut antara dua bidang yang berpotongan pada garis AB adalah sudut antara dua garis yang terletak bidang yang masing-masing tegak lurus pada AB dan berpotongan pada satu titik. Bidang V dan W berpotongan pada garis AB. Diperoleh: $PQ \perp AB$ dan $RQ \perp AB$.



$\angle PQR$ adalah sudut yang terbentuk antara bidang V dan bidang W.

Contoh:

Diketahui kubus $ABCD.EFGH$. Tentukan besar sudut antara bidang $ABCD$ dengan bidang $ADGF$!



Penyelesaian:

AF dan AB berpotongan di A

AF pada bidang $ADGF$ dan $\perp AD$

AB pada bidang $ABCD$ dan $\perp AD$

Maka sudut yang dibentuk antara bidang $ABCD$ dan bidang $ADGF$ adalah $FAB = \frac{1}{2} \times$ sudut siku-siku

$= \frac{1}{2} \times 90°$

$= 45°$

Latihan 4

Kerjakan soal-soal berikut!

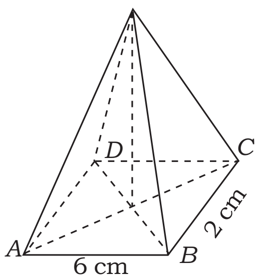
1. Diketahui panjang rusuk kubus $ABCD.EFGH$ adalah 12 cm. P di tengah-tengah BC. Hitunglah jarak:
   a. titik C ke $BFHD$,
   b. titik P ke $BFHD$.
2. Diketahui limas segi empat beraturan $T.ABCD$ dengan rusuk alas 13 cm, tinggi limas 10 cm. P di tengah-tengah TC. Hitunglah jarak P ke bidang alas!
3. Limas tegak $T.ABCD$ dengan alas berbentuk persegi panjang. Jika panjang AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan $TA = TB = TC = TD$ = 13 cm, hitunglah besar sudut antara TA dan bidang alas!
4. Diketahui sebuah kerucut lingkaran tegak tingginya 6 cm dan diameter alas 6 dm. Tentukan besar sudut antara apotema kerucut dengan bidang alas!
5. Diketahui sebuah balok $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk-rusuk AB = 5 cm, BC = 4 cm, AE = 3 cm. Hitunglah jarak unsur-unsur:
   a. antara AE dengan bidang $BCGF$,
   b. antara $ABCD$ dan $EFGH$.

Rangkuman

1. Luas sisi (permukaan) untuk kubus, balok, prisma, tabung, limas, kerucut, dan bola sebagai berikut.
   a. Luas permukaan kubus $L = 6 \cdot a^2$
   b. Luas permukaan balok $L = 2(p \cdot \ell + p \cdot t + \ell \cdot t)$
   c. Luas permukaan prisma $L = 2 \cdot La + K \times t$
      dimana La = luas alas
      K = keliling alas
      t = tinggi prisma
   d. Luas permukaan tabung $L = 2\pi \cdot r(r + t)$.
   e. Luas permukaan limas segi empat beraturan $L = 2at + a^2$
      $L = a(2t + a)$
      dimana a = panjang rusuk alas
      t = tinggi sisi tegak
   f. Luas permukaan kerucut $L = \pi r^2 + \pi rs$
      $L = \pi r(r + s)$
   g. Luas permukaan bola $L = 4\pi r^2$ (r = jari-jari bola)
      $L = \pi d^2$ ($d = 2r$ = diameter bola)
2. Volume kubus : $V = a \times a \times a = a^3$
3. Volume balok : $V = p \times 1 \times t$
4. Volume prisma tegak: $V = La \times t$
5. Volume tabung : $V = La \times t$ alas berupa lingkaran
   $La = \pi r^2$ (dimensi jari-jari)
   $La = \frac{1}{4}\pi d^2$ (dimensi diameter)
6. Volume limas $V = \frac{1}{3} La \times t$
7. Volume kerucut $V = \frac{1}{3} La \times t$, alas berupa lingkaran
   $La = \pi r^2$ (dimensi jari-jari)
   $La = \frac{1}{4}\pi d^2$ (dimensi diameter)
8. Volume bola $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
9. Jarak suatu titik ke suatu bidang adalah jarak terpendek dari titik tersebut ke proyeksinya pada bidang.
10. Sudut antara garis dan bidang adalah sudut antara garis tersebut dengan proyeksi garis pada bidang.
11. Sudut antara dua garis yang terletak pada bidang yang masing-masing tegak lurus pada sebuah garis dan berpotongan pada satu titik.

Evaluasi Kompetensi

A. *Pilihlah jawaban yang tepat!*

1. 

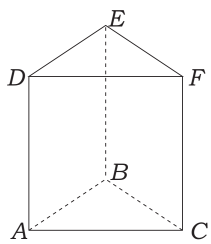
Suatu limas beraturan *T.ABCD* di samping memiliki tinggi *TP* = 4 cm. Luas permukaan limas adalah . . . cm^2.

a. $(22 - 6\sqrt{17})$
b. $(17 - 3\sqrt{17})$
c. $(17 + 6\sqrt{17})$
d. $(22 + 3\sqrt{17})$
e. $(22 + 6\sqrt{17})$

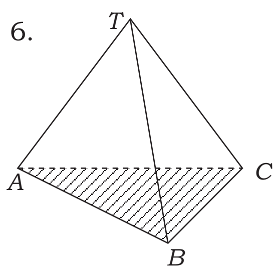
2. Luas permukaan kerucut yang diameter alasnya 14 cm dan tingginya 24 cm adalah . . . .
a. 570 cm^2
b. 572 cm^2
c. 594 cm^2
d. 682 cm^2
e. 704 cm^2

3. Luas bahan yang diperlukan untuk membuat pipa saluran udara dari plat seng berdiameter 42 cm dan panjang 2 meter adalah . . . .
a. 0,132 cm^2
b. 0,264 cm^2
c. 1,32 cm^2
d. 2,64 cm^2
e. 5,28 cm^2

4. Sebuah limas beraturan dengan alas berbentuk persegi panjang, panjang alas = 16 cm, lebar alas = 12 cm, panjang rusuk tegak = 26 cm. Volume limas tersebut adalah . . . .
a. 1.248 cm^3
b. 1.536 cm^3
c. 1.664 cm^3
d. 2.304 cm^3
e. 2.496 cm^3

5. 

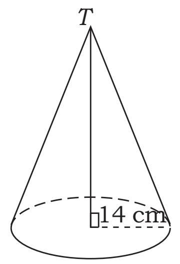
Diketahui prisma *ABC.DEF*, *AB* = 8 cm, *AC* = 6 cm, dan *AB* = *AC* dan volume prisma 240 cm^3. Tinggi prisma tersebut adalah . . . .
a. 5 cm
b. 10 cm
c. 15 cm
d. 20 cm
e. 30 cm

6. 

Limas segitiga beraturan *T.PQR* dengan dimensi tinggi limas 12 cm. Jika volume limas tersebut $100\sqrt{3}$ cm^3 maka panjang rusuk alasnya . . . .
a. 6 cm
b. 7 cm
c. 8 cm
d. 9 cm
e. 10 cm

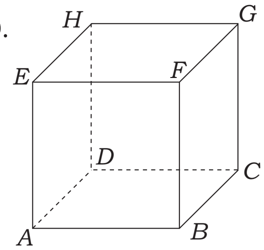
7. Volume sebuah kerucut yang berdiameter 21 cm adalah 1.155 cm^3, tinggi kerucut adalah . . . .
a. 6 cm
b. 8 cm
c. 10 cm
d. 11 cm
e. 12 cm

8. Volume sebuah bola yang jari-jarinya 10 cm adalah . . . .
a. 2.364,3 cm^3
b. 3.872,6 cm^3
c. 4.186,7 cm^3
d. 5.544,7 cm^3
e. 6.217,6 cm^3

9. 

Volume sebuah kerucut yang berjari-jari 14 cm adalah 7.392 cm^3. Tinggi kerucut adalah . . . .

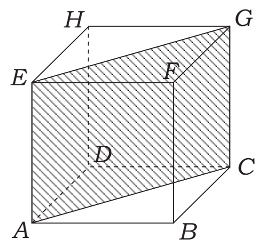
a. 10 cm
b. 11 cm
c. 12 cm
d. 13 cm
e. 14 cm

10. 

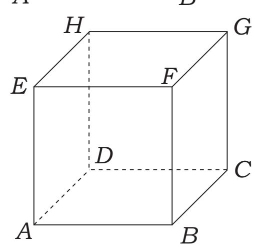
Pada kubus *ABCD.EFGH* kedudukan bidang *ABGH* dengan bidang *DCFE* adalah . . . .

a. berpotongan di satu titik
b. berimpit
c. sejajar
d. tegak lurus
e. berpotongan pada satu garis

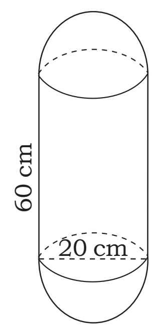
B. ***Kerjakan soal-soal berikut!***

1. 

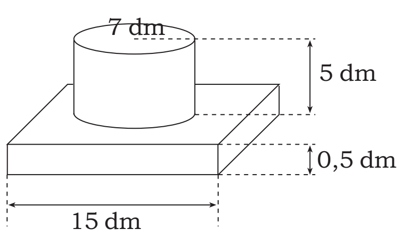
Perhatikan gambar di samping! Apabila luas daerah yang diarsir adalah $36\sqrt{2}$ cm^2, tentukan luas permukaan kubus!

2. 

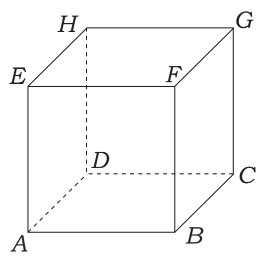
Pada balok di samping, diketahui perbandingan *BF* : *FC* : *AF* = 3 : 4 : 5. Jika diketahui luas selimut balok 376 dm^2, tentukan volume balok!

3. 

Perhatikan gambar di samping! Tentukan luas permukaan bangun di samping!

4. 

Sebuah tempat dudukan tiang bendera dirancang seperti gambar di samping. Tentukan volume tempat dudukan tiang bendera tersebut!

5. 

Hitunglah jarak dari unsur-unsur berikut!

a. titik *A* ke titik *C*
b. titik *B* ke garis *DH*
c. titik *A* ke titik *G*
d. ruas segitiga *ACH*
e. jarak titik *F* ke bidang *ABCD*
f. jarak bidang *BCGF* ke bidang *BCHE*
g. jarak titik *G* ke garis *BH*