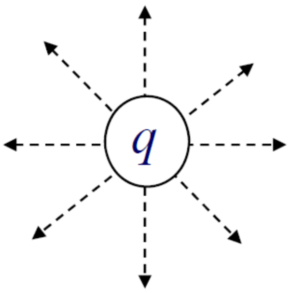
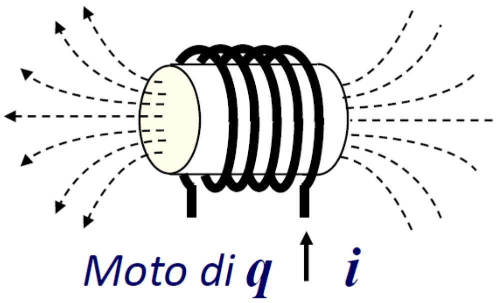
1. Fenomeni Elettromagnetici

Cariche elettriche e loro moto

Le cause dei fenomeni elettromagnetici derivano da una proprietà della materia, la carica elettrica. Ogni particella è caratterizzata da due caratteristiche: massa e carica elettrica. I fenomeni elettromagnetici sono causati dalle cariche e dal loro moto.

- **F_C** – ***forza di Coulomb*** o ***forza elettrica*** od anche ***forza elettrostatica*** (***Coulomb force***, ***electric force***, or ***electrostatic force***): quando due cariche elettriche sono l'una in presenza dell'altra, si origina una forza che le attrae o che le respinge: forza elettrica od anche forza elettrostatica o forza di Coulomb.
- **F_L** – ***forza di Lorentz*** (***Lorentz force***): quado due particelle sono in moto l'una rispetto all'altra si origina su di esse una forza deviante: forza magnetica o forza di Lorentz.

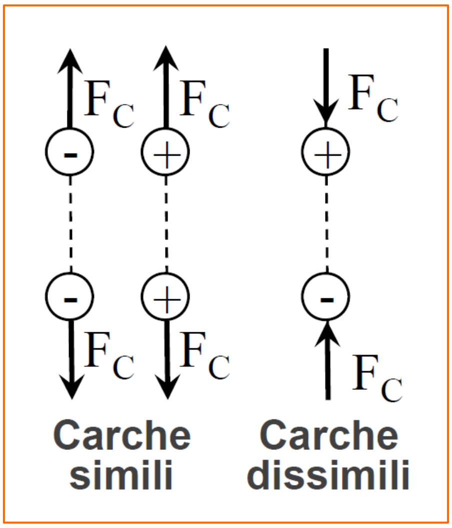




Carica elettrica

La forza di Coulomb che attrae o respinge due cariche elettriche q_1 e q_2 poste ad una distanza d, è espressa dalla ***legge di Coulomb*** (***Coulomb's law***) il cui modulo è:

$$\left|\mathbf{F}_C\right| \propto \frac{q_1 q_2}{d^2}$$



Quando $\mathbf{F_C}$ è repulsiva, q_1 e q_2 sono dello stesso tipo (ad esempio due elettroni o due protoni o nuclei di atomi) e hanno lo stesso segno. Quando $\mathbf{F_C}$ è attrattiva, q_1 e q_2 sono di tipo differente tipo ed hanno segno opposto.

L'unità di misura della carica elettrica nel Sistema Internazionale (***International Systems of Units - SI***) è il ***coulomb*** [Simbolo: **C**].

La carica elementare è

$e = 1.6021 \times 10^{-19}$ C

Un coulomb è costituito da $1/e = 6.241 \times 10^{18}$ cariche elementari.

Un protone ha carica e ed un elettrone a carica $-e$. In natura ***non esistono cariche frazione di e*** ma solo cariche di ***valore multiplo di e*** o di ***–e***.

La ***carica elettrica non può essere creata o distrutta*** (***legge di conservazione della carica***). Perciò in un sistema isolato la carica elettrica totale non può variare.

Densità di carica elettrica

Per una distribuzione di carica elettrica uniforme in un volume $\Delta\tau$, all'interno di $\Delta\tau$ la ***densità di carica elettrica*** o ***distribuzione di carica elettrica*** (***electric charge density*** or ***electric charge distribution***) ρ_C, detta Δq la carica totale contenuta in $\Delta\tau$, è data da:

$$\rho_C = \frac{\Delta q}{\Delta\tau}$$

Qualora la distribuzione di carica non sia uniforme nel volume $\Delta\tau$ la densità di carica elettrica o distribuzione di carica elettrica $\rho_C(x,y,z)$ è una caratteristica del punto P di coordinate x,y,z. Qualora $\Delta\tau$ sia un intorno del punto P, ρ_C è definita da

$$\rho_C(x,y,z) = \lim_{\Delta\tau\to 0} \frac{\Delta q}{\Delta\tau} = \frac{dq}{d\tau}$$

L'unità di misura della densità di carica elettrica nell'SI è ***il coulomb per metro cubo*** [Simbolo: **C/m³**].

Campo elettrico

Una carica elettrica o una distribuzione di carica produce un ***campo elettrico*** **E** (***electric field***). Quando una carica q è posta in un punto P dove è presente un campo elettrico **E**, si induce sulla carica q una forza $\mathbf{F_C}$:

$$\mathbf{F_C} = q\,\mathbf{E}$$

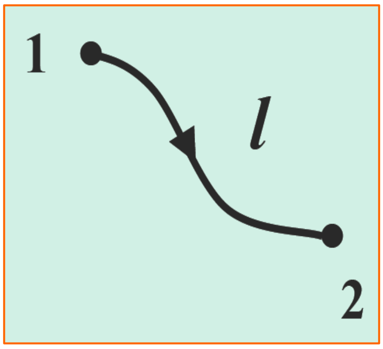
Quindi il campo elettrico $\mathbf{E} = \mathbf{F_C}/q$ è in modulo una ***forza per unità di carica***. **E** ed $\mathbf{F_C}$ hanno la stessa direzione.

Il campo elettrico **E**(x,y,z) attivo in una data regione dello spazio, è un campo di forza vettoriale. Nello spazio esso viene rappresentato per mezzo di linee di forza.

L'unità di misura del campo elettrico dell'SI è il ***volt su metro*** [Simbolo: **V/m**]. Nel sistema SI è anche: V/m = N/C = m kg s^{-2} C^{-1}.

Tensione elettrica

La ***tensione elettrica*** e_{12} (***electric tension***, ***voltage***) fra due punti 1 e 2 è il ***lavoro compito dal campo elettrico*** **E** per portare la carica unitaria dal punto 1 al punto 2 lungo un percorso definito *l*:



$$e_{12} = \int_{1,l}^{2} dL_{q=1} = L_{q=1}^{1\to 2} = \int_{1,l}^{2} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

Per una carica di valore q il lavoro compiuto da E per trasportare la carica da 1 a 2 è dato da $L_q^{1\to 2} = q\,e_{12}$.

La tensione e_{12} dipende da **E** lungo la linea *l*. Quindi per calcolare la tensione e_{12} è necessario conoscere **E** in ogni punto di *l*.

L'unità di misura della tensione elettrica nell'SI è il ***volt*** [Simbolo: **V**]. Nel sistema SI è anche: V = J/C = m^2 kg s^{-2} C^{-1}.

Potenziale elettrico

Quando il ***campo elettrico*** è ***conservativo*** (***conservative electric field***) in una regione τ semplicemente connessa, in tale regione si definisce una funzione v(x,y,z) per cui

$$e_{12} = \int_{1,l}^{2} \mathrm{dL}_{q=1} = \mathrm{L}_{q=1}^{1\to 2} = \int_{1,l}^{2} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = -\int_{1,l}^{2} \mathrm{dv(x,u,z)} = \mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2 \equiv \mathrm{v}_{12}$$

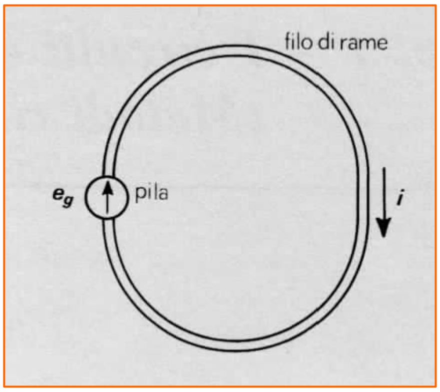
La funzione v(x,y,z) è la ***funzione potenziale elettrico*** e v_{12} è la ***differenza di potenziale*** o ***potenziale elettrico***. (***potential difference, electric potential*** or ***voltage***).

Si dimostra che nella regione τ, ove il campo **E** è conservativo, esiste un funzione v(x,y,z) definita in ogni punto di τ per cui **E** = - ∇v(x,y,z). In tal caso **E** ***deriva da potenziale***.

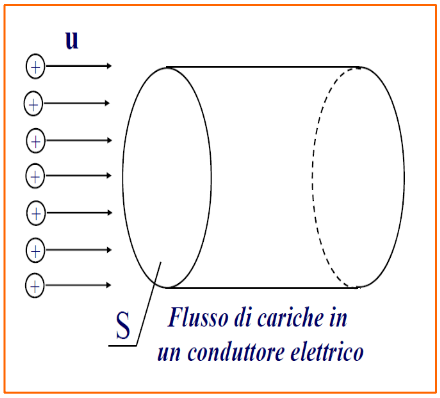
Per un campo conservativo **E** in una regione τ, per un qualsiasi percorso chiuso *l* (linea chiusa) compreso in τ risulta :

$$e = \oint_{l} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = -\oint_{l} \nabla \mathrm{v}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \oint_{l} \mathrm{dv} = \mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_1 = 0$$

Corrente elettrica



Qualora si colleghi un conduttore ad una batteria (sorgente di tensione) si induce all'interno del conduttore un campo elettrico il quale accelera le cariche libere. Si istaura quindi nel conduttore un moto di carica ed un conseguente flusso di carica attraverso il conduttore. Le cariche positive si muovono nella stessa direzione e verso del campo elettrico e le cariche negative si muovono nella stessa direzione ma verso contrario. Il flusso di carica nel conduttore è detto ***corrente elettrica*** o ***corrente elettrica di conduzione*** (***electric current***, ***conduction electric current***).



La corrente elettrica i è il flusso di carica che attraversa la sezione trasversale S di un conduttore. Essa è quindi la carica totale che attraversa la sezione S nell'unità di tempo. Detta Δq la carica che attraversa S nell'intervallo temporale Δt, si ha:

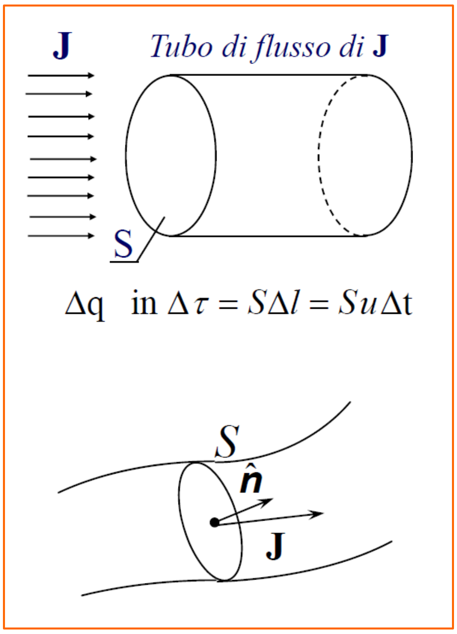
$$\mathrm{i} = \frac{\Delta \mathrm{q}}{\Delta \mathrm{t}}$$

La ***corrente elettrica istantanea*** (***instantaneous electric current***) all'istante t, qualora Δt sia un intervallo di tempo nell'intorno di t, è definita da:

$$\mathrm{i(t)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

L'unità di misura della corrente elettrica nell'SI è l'***ampere*** [Simbolo: **A**]. Nel sistema SI è anche: A = C/s.

Densità di corrente elettrica



Qualora **u** sia la velocità delle cariche positive, la ***densità di corrente elettrica*** **J** (o ***densità di corrente elettrica di conduzione – conduction electric current density***) è definita dal vettore il cui modulo è dato dalla carica totale che attraversa l'unità di superficie per unità di tempo e la sua direzione e verso sono la direzione ed il verso della velocità delle cariche. Questa definizione suppone la carica e la sua velocità uniformi sulla superficie unitaria e per l'intervallo di tempo unitario per cui **J** è calcolato. Detta Δq la carica che attraversa la superficie Δs perpendicolare ad **u**, nell'intervallo temporale Δt, per una distribuzione di carica uniforme in Δs e costante in Δt, si ha:

$$\mathbf{J} = \left(\frac{\Delta q}{\Delta t \Delta s}\right)\frac{\mathbf{u}}{u}$$

La densità di corrente elettrica **J** è una caratteristica del punto P(x,y,z) e dell'istante di tempo t. Essa è quindi una grandezza microscopica. Qualora Δs sia un intorno di P e Δt sia nell'intorno di t, si definisce **J**(x, y, z; t) come:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}(x,y,z;t) &= \left(\lim_{\Delta t,\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t \Delta s}\right)\frac{\mathbf{u}}{u} = \left(\lim_{\Delta t,\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t \Delta s\, u}\right)\mathbf{u} = \\ &= \left(\lim_{\Delta t,\Delta s,\Delta l \to 0} \frac{\Delta q \Delta t}{\Delta t \Delta s \Delta l}\right)\mathbf{u} = \left(\lim_{\Delta \tau \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta \tau}\right)\mathbf{u} = \\ &= \rho_C \mathbf{u}\end{aligned}$$

L'unità di misura del modulo della densità di corrente elettrica nell'SI è ***l'ampere per metro quadro*** [Simbolo: **A/m²**]. Nel sistema SI è anche: $A/m^2 = C/(m^2 s)$.

Poiché la corrente elettrica i è data dalla carica totale che attraversa la sezione S del conduttore nell'unità di tempo, assunto S perpendicolare a **J** ed assunto **J** uniforme su S, si ha:

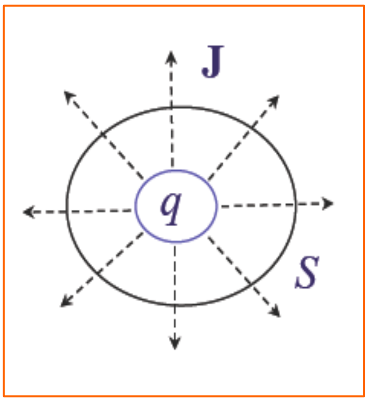
$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta q \Delta \tau}{\Delta \tau \Delta t} = \rho_C \frac{S \Delta l}{\Delta t} = \rho_C u\, S = |\mathbf{J}| S$$

dove Δ*l* è la lunghezza percorsa dalle cariche nell'intervallo di tempo Δt. Perciò Δτ è il volume occupato dalla carica Δq che ha attraversato la superficie S nel tempo Δt.

Per una densità di corrente **J** non perpendicolare ad S ed una distribuzione di carica non uniforme nello spazio e nel tempo, detto $\hat{\mathbf{n}}$ il versore (vettore unitario) normale in ogni punto ad S, si ha:

$$\mathrm{i} = \iint_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S = \iint_S \rho_C \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, \mathrm{d}S = \frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}}$$

Conservazione della carica elettrica

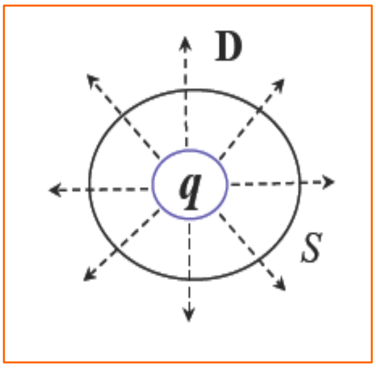


Per la legge di conservazione della carica elettrica la diminuzione di carica in un volume finito è dovuta ad un flusso di carica uscente dalla superficie chiusa che contiene il volume considerato. In particolare si ha:

$$\oiint_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{dS} = -\frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{i}_{out}$$

dove i_{out} è il flusso totale di carica perciò la corrente totale uscente dalla superficie chiusa S contenente il volume considerato.

Campo induzione elettrica (campo spostamento elettrico)

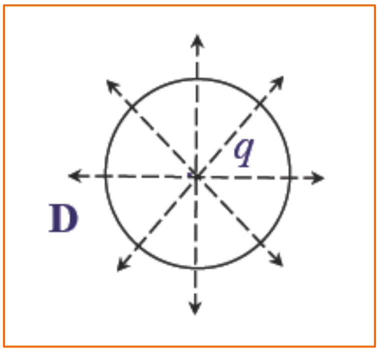


Il ***campo induzione elettrica*** o ***campo spostamento elettrico*** (***displacement electric field***) è definito dalla ***legge di Gauss*** (***Gauss law***):

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{dS} = \mathrm{q}$$

Il flusso di **D** attraverso una superficie chiusa è uguale alla carica totale contenuta dalla superficie stessa.

Il campo induzione elettrica **D** è la grandezza che descrive il fenomeno elettrico attraverso la causa che lo determina (la carica elettrica) mentre il campo elettrico **E** descrive il fenomeno elettrico attraverso il suo effetto (la forza indotta dalla carica unitaria).



Per i mezzi lineari **D** ed **E** sono fra loro proporzionali: **D** = ε**E**, ove ε è la ***costante dielettrica*** (***dielectric constant***) caratteristica del mezzo. In generale **D** = *f*(**E**).

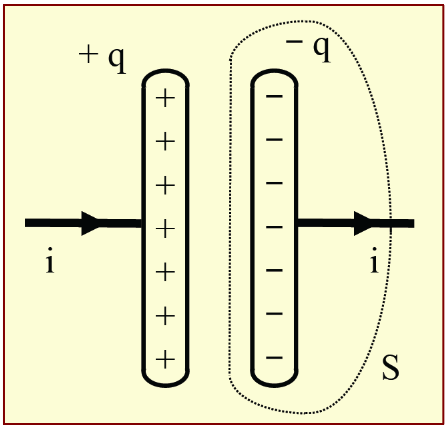
Per una carica puntiforme posta al centro di una superficie sferica, come conseguenza della simmetria sferica il modulo di **D** è costante sulla superficie. Da ciò segue che:

$$\mathrm{q} = 4\pi \mathrm{r}^2\ \mathrm{D} \quad \rightarrow \quad \mathrm{D} = \frac{\mathrm{q}}{4\pi \mathrm{r}^2}$$

L'unità di misura dell'induzione elettrica è il ***coulomb su metro quadro*** [Simbolo: **C/m²**].

Densità di corrente elettrica totale

Dalla legge di Gauss e dalla legge di conservazione della carica elettrica si ha rispettivamente quanto segue:



$$\oiint_S \mathbf{D}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ dS = q \quad\rightarrow\quad \oiint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ dS = \frac{dq}{dt}$$

$$\oiint_S \mathbf{J}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ dS = -\frac{dq}{dt}$$

e dalla somma delle due espressioni si ottiene:

$$\oiint_S \left(\mathbf{J}+\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right)\cdot\hat{\mathbf{n}}\ dS = 0$$

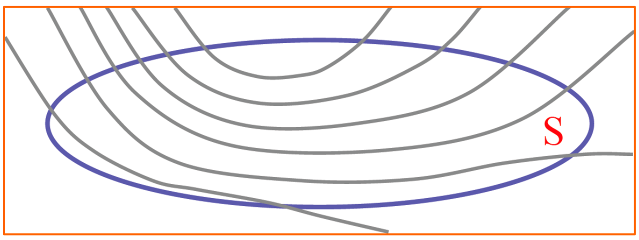
Si definisce densità totale di corrente elettrica il vettore:

$$\mathbf{J}_t = \mathbf{J}+\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

dove **J** è la ***densità di corrente di conduzione*** e $\partial \mathbf{D}/\partial t$ è la ***densità di corrente di spostamento***. (***displacement current density***).

Sostituendo il vettore $\mathbf{J}_t$ alla sua espressione nell'equazione integrale precedente derivata, per qualsiasi superficie chiusa S risulta:

$$\oiint_S \mathbf{J}_t\cdot\hat{\mathbf{n}}\ dS = 0$$



Questa espressione è conseguenza delle leggi di Gauss e della conservazione della carica. Essa definisce che la densità di corrente totale è un vettore ***ovunque solenoidale***.

Ciò comporta quanto segue:

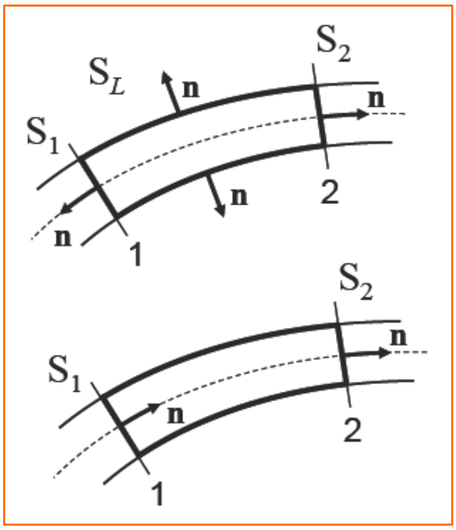
- non vi sono all'interno di qualsiasi superficie chiusa S sorgenti del vettore densità di corrente totale $\mathbf{J}_t$;
- il numero di linee di flusso entranti in S è uguale al numero di linee uscenti;
- ogni linea di flusso si richiude o va all'infinito;
- il flusso di $\mathbf{J}_t$ attraverso una sezione qualunque dello stesso tubo di flusso di $\mathbf{J}_t$ (ad esempio un cavo conduttore che coincide con un tubo di flusso di $\mathbf{J}_t$) è costante.

Per una superficie S chiusa, il flusso di $\mathbf{J}_t$ attraverso S è la corrente totale $i_{t,out}$ uscente da S chiusa. Tale corrente deve essere nulla per la solenoidalità di $\mathbf{J}_t$:

$$\oiint_S \mathbf{J}_t \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS = i_{t,\text{out}} = 0$$

In particolare, poiché $\mathbf{J}_t$ è ***ovunque solenoidale*** si ha che:

il flusso di $\mathbf{J}_t$ attraverso differenti sezioni dello stesso tubo di flusso non varia.



Si consideri un tronco di tubo di flusso di $\mathbf{J}_t$ (dalla figura S = $S_1 + S_2 + S_L$ con S_1 ed S_2 sezioni del tubo di flusso ed S_L superficie laterale del tronco di tubo). Detta i_{S1} la corrente che attraversa S_1, flusso di $\mathbf{J}_t$ attraverso S_1, i_{S2} la corrente attraverso S_2 , flusso di $\mathbf{J}_t$ attraverso S_2, e i_{SL} la corrente, flusso attraverso la superficie laterale del tubo di flusso, tutte tre con il verso di $\hat{\mathbf{n}}$ uscente dal volume del tronco del tubo di flusso di $\mathbf{J}_t$, dalla relazione integrale precedente si ottiene:

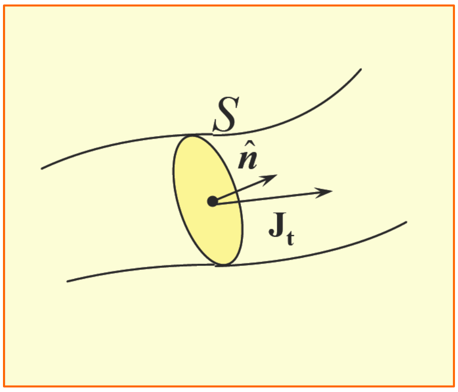
$$i_{t,out} = i_{S1} + i_{S2} + i_{SL} = 0$$

i_{SL} è nulla poiché il vettore $\mathbf{J}_t$ è tangente alle sue linee di flusso quindi $\mathbf{J}_t \cdot \hat{\mathbf{n}}$ è uguale a zero sulla superficie laterale di tubi di flusso. Inoltre, preso i_{S1} entrante nel tronco di tubo di flusso dalla equazione precedente ed i_{S2} uscente dal tronco di tubo, si ottiene:

$$- i_{S1} + i_{S2} = 0 \quad \Rightarrow \quad i_{S1} = i_{S2}$$

Da ciò deriva che in qualsiasi sezione di un tubo di flusso di $\mathbf{J}_t$ la corrente elettrica è costante. Perciò lungo un cavo conduttore, tubo di flusso della densità di corrente, la corrente non varia.

Corrente elettrica totale



La corrente elettrica totale attraverso una superficie S è dovuta al contributo della densità di corrente di conduzione e dalla densità di corrente di spostamento:

$$i_t = \iint_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS = i + i_{sp}$$

ove i è la ***corrente elettrica di conduzione***:

$$i = \iint_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS = \iint_S \rho_C \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS$$

ed i_{sp} è la ***corrente elettrica di spostamento*** (***displacement current***):

$$i_{sp} = \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS$$

Campo induzione magnetica

Una o più carche in moto, una densità di corrente, una corrente elettrica generano nello spazio circostante un campo di forza, il ***campo induzione magnetica*** o ***densità di flusso magnetico*** **B** (***magnetic induction field*** or ***magnetic flux density***).

Il campo **B** induce su una carica q in moto una forza deviante $\mathbf{F}_L$, perpendicolare alla velocità **u** della carica ed al campo **B**. La forza $\mathbf{F}_L$, ***forza di Lorentz***, ha la seguente espressione:

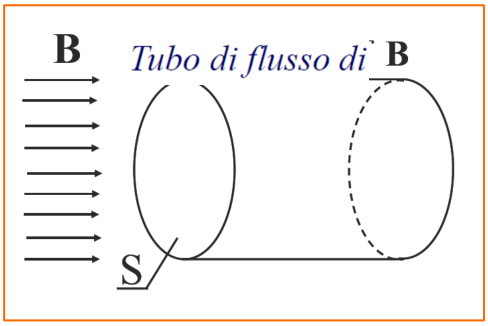
$$\mathbf{F}_L = q\,\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

Il modulo di **B** perciò esprime una forza per unità di carica e di velocità [$B = F_L/(qu)$].

Poiché $\mathbf{F}_L$ ed **u** sono perpendicolari fra loro, **B** induce su q una forza centripeta con lavoro nullo.

L'unità di misura del campo induzione magnetica **B** nell'SI è il ***tesla*** [Simbolo: **T**]. Nel sistema SI è anche: $T = Ns/(Cm) = kg\ s^{-2}\ A^{-1}$.

Flusso magnetico

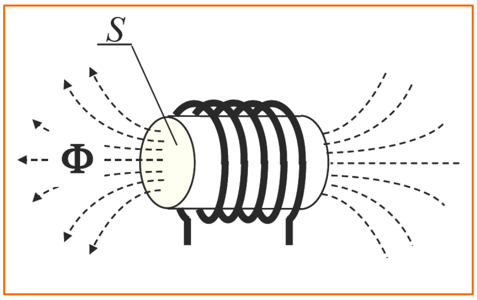


Per una superficie S perpendicolare a **B** e su cui **B** è uniforme (**B** costante in S), il ***flusso magnetico*** (***magnetic flux***) è dato da:

$$\Phi = S\,B \qquad (B \text{ modulo del vettore } \mathbf{B})$$

Per un campo B ed una superficie S generici, il flusso magnetico è definito da:

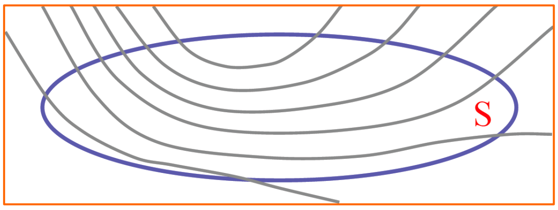
$$\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S$$



L'unità di misura del flusso magnetico nell'SI è il ***weber*** [Simbolo: **Wb**]. Nel sistema SI è anche: $Wb = m^2 T = m^2 kg\ s^{-2}\ A^{-1}$.

Il campo **B** è un vettore ***ovunque solenoidale***:

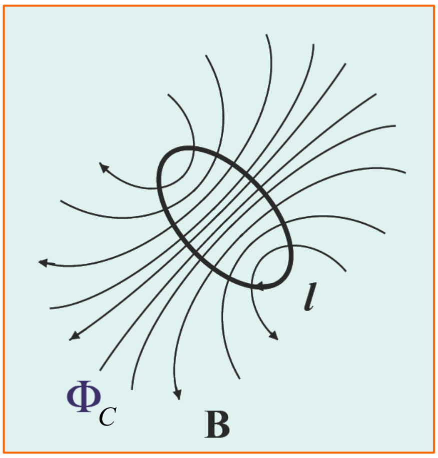
$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S = 0$$



Ciò comporta quanto segue:

- non vi sono all'interno di qualsiasi superficie chiusa S sorgenti del vettore **B**;
- il numero di linee di flusso di **B** entranti in S è uguale al numero di linee uscenti;
- ogni linea di flusso si richiude o va all'infinito.

- il flusso di **B** attraverso una sezione qualunque sezione dello stesso tubo di flusso di **B** è costante.

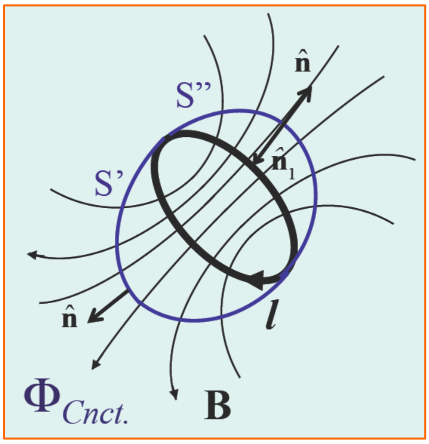


Inoltre poiché **B** è ovunque solenoidale si ha che ***Il flusso di B attraverso differenti superfici aventi come contorno la stessa linea chiusa flusso non varia: il flusso è quindi concatenato alla linea chiusa contorno della superficie che attraversaa.***

Poiché **B** è ovunque solenoidale si definisce il ***flusso magnetico concatenato*** $\Phi_{Cnct.}$ con una linea chiusa *l*. Analogamente la corrente che fluisce lungo *l* è concatenata col flusso di **B**. Per qualsiasi superficie che ha per contorno *l,* il flusso non varia: il flusso magnetico è definito dalla linea chiusa *l* e non dalla particolare superfice che ha tale linea come contorno.

Assumendo la superficie chiusa S = S' + S", e che i due versori $\hat{\mathbf{n}}$ ed $\hat{\mathbf{n}}_1$, normali in ogni punto ad *S'* ed *S"*, abbiano versi uno uscente e l'altro entrante nella superficie chiusa S, si ottiene:

$$\oiint_S \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S = 0$$
$$\Rightarrow \iint_{S'} \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S + \iint_{S''} \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S = 0,$$
$$\Rightarrow \iint_{S'} \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S - \iint_{S''} \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}_1\ \mathrm{d}S = 0$$
$$\Rightarrow \iint_{S'} \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}\ \mathrm{d}S = \iint_{S''} \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}_1\ \mathrm{d}S = \Phi_{Cnct.}$$



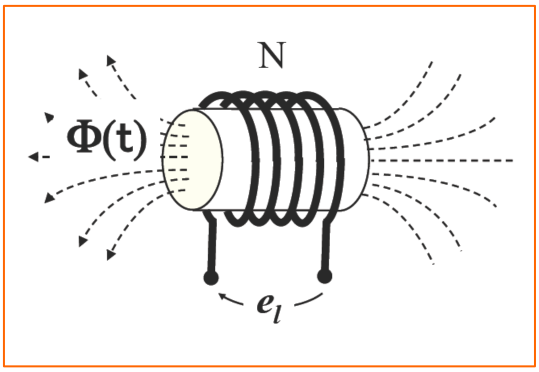
Quindi il flusso calcolato attraverso *S'* od attraverso *S"*, superfici con la stessa linea chiusa di contorno *l*, non varia ed è uguale a Φ_{Cnct}.

Legge dell'Induzione (Seconda legge di Maxwell o legge di Faraday)

Detta e_l la tensione indotta su una linea chiusa *l*, la ***legge dell'induzione*** o ***2ª legge di Maxwell*** o anche ***legge di Faraday*** (***induction law***, ***2nd Maxwell's law*** or ***Faraday's law***) stabilisce che:

$$e_l = -\frac{d\Phi_C}{dt}$$

dove Φ_C è il flusso magnetico concatenato con la linea chiusa *l*. e_l è detta anche ***forza elettromotrice e.m.f.*** (***electromotive force***).

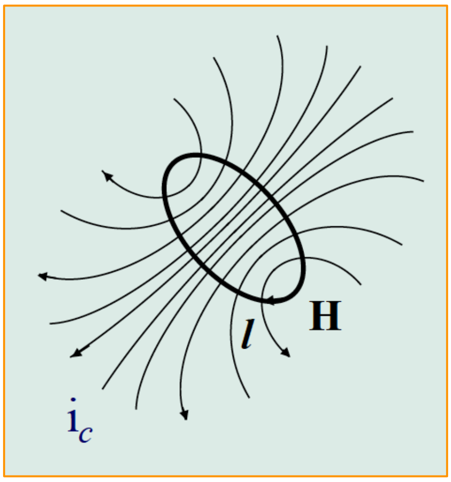


Si consideri un cavo conduttore che si avvolge N volte (N spire) attorno ad una regione attraversata da un flusso magnetico. Detto Φ il flusso attraverso la superficie individuata da una spira, il flusso concatenato Φ_C = NΦ. Dalla legge dell'induzione si ottiene:

$$e_l = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

Legge di Ampere (prima Legge di Maxwell o legge della circuitazione)

Il ***campo magnetico*** **H**, campo di forza prodotto dal moto di carica elettrica, è definito dalla ***legge di Ampere***, o ***1ª legge di Maxwell*** o anche ***legge della circuitazione*** (***Ampere's law*** or ***1st Maxwell's law***). Si consideri una linea chiusa *l*. La corrente totale (corrente di conduzione più corrente di spostamento) concatenata con la linea chiusa *l* é i_c, flusso totale del vettore densità di corrente totale, ovunque solenoidale. La legge di Ampere stabilisce che:

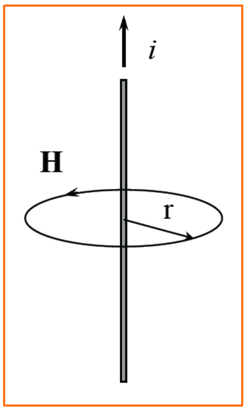


$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i_c$$

Quindi **H** descrive il fenomeno magnetico attraverso la sua causa, la corrente elettrica dovuta al moto di carica, mentre **B** descrive il fenomeno magnetico attraverso il suo effetto, la forza deviante generata prodotta dal moto di carica. Ciò è analogo a quanto avviene per **D** ed **E.** Il campo **D** è definito dalla carica, causa del fenomeno elettrico. Il campo **E** è definito dalla forza generata sulla carica dal fenomeno elettrico.

Per i mezzi lineari **H** e **B** sono fra loro proporzionali: **B** = μ**H**, ove μ è la ***permeabilità magnetica*** (***magnetic permeability***) caratteristica del mezzo. In generale **B** = *f*(**H**). Anche questo è analogo ai due campi **D** ed **E** che descrivono il fenomeno elettrico: in generale **D** = *f*(**E**), per mezzi lineari **D** = ε**E.**

Si consideri una corrente *i* che fluisce in un conduttore filiforme, lineare e di lunghezza infinita. Si consideri inoltre una linea chiusa *l* data da una circonferenza su un piano normale al cavo e concentrica ad esso. La corrente concatenata con *l* è la corrente i. In tal caso *l* = 2πr con r raggio della circonferenza. Per la simmetria del problema si genera un campo **H** espresso da un vettore tangente ad *l* il cui modulo, ottenuto dalla legge di Ampere, è:

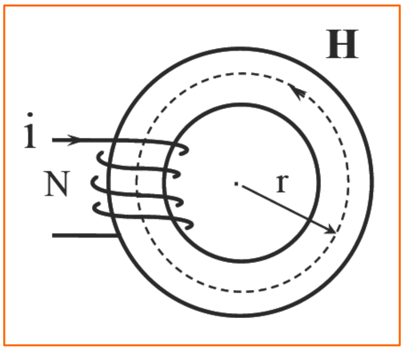


$$2\pi r H = i$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{i}{2\pi r}; \quad B = \frac{\mu\, i}{2\pi r}$$

Il campo magnetico H, generato dalla corrente i, quindi è espresso da una corrente elettrica per unità di lunghezza.

Si consideri un anello su cui è avvolto un cavo conduttore percorso dalla corrente i. Il conduttore si avvolge N volte attorno all'anello, cioè è una bobina di N spire. r è il raggio dell'anello. L'anello si suppone costituito da un materiale ad elevata permeabilità magnetica (elevato μ - ad esempio ferro). Si suppone inoltre che il campo **H** sia uniformemente distribuito nella sezione dell'anello perpendicolare ad esso. Dalla legge di Ampere si ottiene:



$$2\pi r H = N i \quad \rightarrow \quad H = \frac{N i}{2\pi r}$$

L'unità di misura del campo magnetico nell'SI è l'***ampere su metro*** [Simbolo: **A/m**].

Il campo magnetico H è generato dalla corrente concatenata con l'anello data da Ni. Ni è perciò detta ***forza magneto-motrice m.m.f.*** (***magneto-motive force***). La forza magneto-motrice è la tensione magnetica sulla linea chiusa *l*.

Leggi fondamentali dell'Elettromagnetismo in *forma integrale*

$$\oint_l \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = i_t \qquad 1^a \text{ legge di Maxwell} \qquad \left(i_t = \iint_S \mathbf{J}_t \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\, dS\right)$$

$$\oint_l \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad 2^a \text{ legge di Maxwell} \qquad \left(\Phi = \iint_S \mathbf{B}\cdot \hat{\boldsymbol{n}}\, dS\right)$$

Φ flusso concatenato con *l* chiusa

$$\oint\!\!\oint_S \mathbf{J}\cdot\hat{\mathbf{n}}\, dS = -\frac{dq}{dt} \qquad \text{legge di conservazione della carica}$$

$$\Rightarrow \oint\!\!\oint_S \mathbf{D}\cdot\hat{\mathbf{n}}\, dS = q \qquad \text{legge di Gauss}$$

$$\Rightarrow \oint\!\!\oint_S \mathbf{J}_t\cdot\hat{\mathbf{n}}\, dS = 0 \qquad \mathbf{J}_t \text{ ovunque solenoidale}$$

$$\Rightarrow \oint\!\!\oint_S \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{n}}\, dS = 0 \qquad \mathbf{B} \text{ ovunque solenoidale}$$

Tre equazioni sono fra loro indipendenti, le altre tre sono derivate dalle prime tre.

Leggi fondamentali dell'Elettromagnetismo in *forma locale*

Le equazioni dell'Elettromagnetismo possono anche essere espresse nella forma differenziale per mezzo dei teoremi di Stokes e della divergenza.

$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \qquad 1^a \text{ legge di Maxwell}$$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \qquad 2^a \text{ legge di Maxwell}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{J} = -\frac{\partial\rho_c}{\partial t} \qquad \text{legge di conservazione della carica}$$

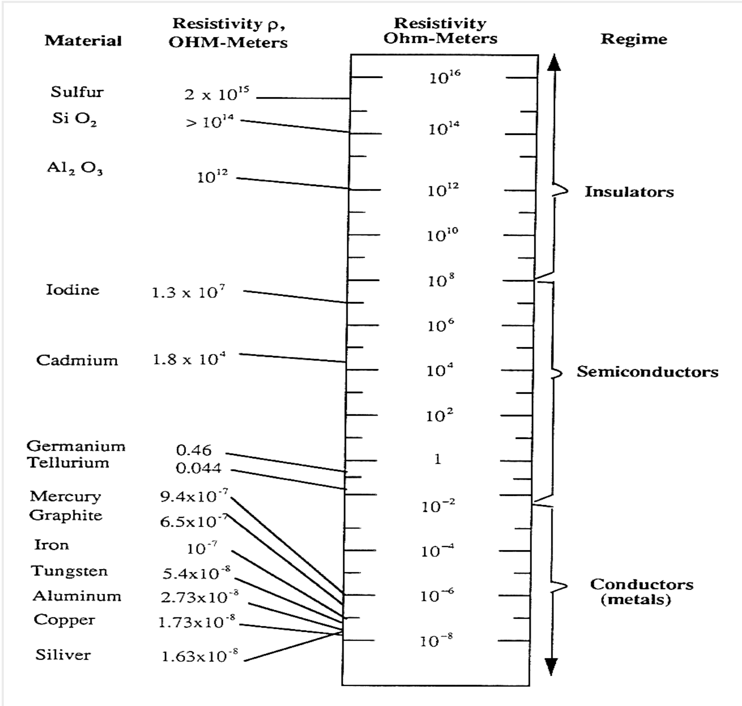
$$\Rightarrow \nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_c \qquad \text{legge di Gauss}$$

$$\Rightarrow \nabla\cdot\mathbf{J}_t = 0 \qquad \mathbf{J}_t \text{ ovunque solenoidale}$$

$$\Rightarrow \nabla\cdot\mathbf{B} = 0 \qquad \mathbf{B} \text{ ovunque solenoidale}$$

Tre equazioni sono fra loro indipendenti, le altre tre sono derivate dalle prime tre.

Leggi di legame materiale



Le leggi dell'Elettromagnetismo, espresse dalle due leggi di Maxwell, dalla legge di conservazione della carica e dalle leggi derivate da queste, prescindono dalle proprietà specifiche dei mezzi materiali ove i fenomeni dell'Elettromagnetismo si sviluppano. In generale le equazioni che descrivono tali proprietà sono tali per cui:

$$\mathbf{D} = f_1(\mathbf{E})$$

$$\mathbf{B} = f_2(\mathbf{H})$$

$$\mathbf{J} = f_3(\mathbf{E})$$

Queste relazioni sono sperimentali. Per molti materiali, i ***materiali lineari***, esse divengono:

$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ - ε ***costante dielettrica*** [Unità: ***farad su metro*** - simbolo: **F / m**]

$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ - μ ***permeabilità magnetica*** [Unità: ***henry su metro*** - Simbolo: **H / m**]

$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ - σ ***conducibilità elettrica*** [Unità: siemens su metro - Simbolo: **S / m**]

Spesso si usano anche i valori relativi della costante dielettrica ε_r e della permeabilità magnetica μ_r rispetto ai loro valori nel vuoto ε_0 e μ_0:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad \text{dove} \quad \varepsilon_0 = 8{,}856 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad \text{dove} \quad \mu_0 = 1{,}256 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

Caratteristiche dei materiali

I materiali ad elevati ed a bassi valori della ***costante dielettrica*** ε si differenziano per 3 ordini di grandezza. I materiali ad elevata ***permeabilità magnetica*** μ hanno valori di 5 ordini di grandezza superiori di quelli a bassi valori.

Tale differenza è molto maggiore per la ***conducibilità elettrica*** σ con differenze fra ***materiali isolanti*** ($\sigma \approx 6\times10^{-16}$ S/m) e ***materiali conduttori*** a σ elevati ($\sigma \approx 6\times10^{7}$ S/m). Per tale motivo nei circuiti elettrici, con cavi conduttori immersi in un materiale isolante, si individuano i tubi di flusso della densità di corrente coincidenti con i cavi stessi. Infatti al loro interno bassi campi elettrici determinano alti valori di **J** (**J** = σ**E**). Invece nei materiali isolanti anche campi molto elevati non permettono il moto delle cariche e, corrispondentemente, producono bassissime **J**.

Si definisce anche la grandezza resistività elettrica come inverso della conducibilità ρ = 1/σ.

L'unità di misura della resistività elettrica nell'SI è l'***ohm per metro*** [Simbolo: **Ω×m**].

Appendice A - *Operatori vettoriali*

Operatori vettoriali

Si definiscono nello spazio ***campi scalari*** descritti da funzioni scalari f(x,y,z) definiti in specifiche regioni dello spazio τ e ***campi vettoriali*** descritti da funzioni vettoriali **A**(x,y,z), anch'essi definiti in regioni τ.

Vi sono proprietà che legano fra i campi:

- ***campi vettoriali conservativi***: A(x,y,z) = ∇f(x,y,z) in τ.

Per i campi vettoriali conservativi, per una linea chiusa *l* contenuta in τ, si ha:

$$\oint_l \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} = \oint_l \nabla f\cdot d\mathbf{l} = \oint_l df = f_1 - f_1 = 0$$

La funzione f(x,y,z) è detta anche ***funzione potenziale*** o semplicemente ***potenziale***.

- ***campi vettoriali solenoidali***:

Presa una superficie chiusa S contenuta in τ si ha:

$$\oiint_S \mathbf{A}\cdot\hat{\mathbf{n}}\; dS = 0$$

Queste due proprietà sono espresse in ***forma integrale*** per regioni di dimensioni finite dalle equazioni precedenti. La forma integrale è detta anche forma macroscopica. Per mezzo degli operatori vettoriali è possibile esprimere la proprietà suddette in ***forma locale*** (forma microscopica) cioè in regioni infinitesime nell'intorno di ogni punto del volume τ in cui le proprietà vengono definite:

- ***campi vettoriali conservativi***: A(x,y,z) = ∇f(x,y,z) in τ.

$$\oint_l \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \nabla\times\mathbf{A} = 0, \quad \mathbf{A} = \nabla f$$

dove ∇f(x,y,z) definito in τ è l'***operatore gradiente*** applicato alla funzione f(x,y,z) e $\nabla\times\mathbf{A}$ è ***l'operatore rotazionale*** applicato al campo vettoriale **A**(x,y,z)

- ***campi vettoriali solenoidali***:

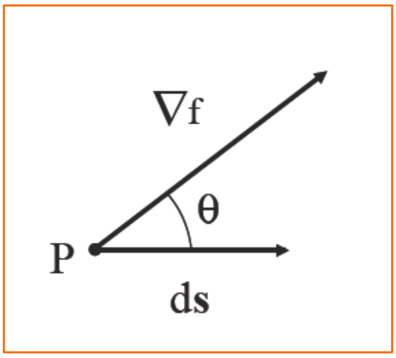
$$\oiint_S \mathbf{A}\cdot\hat{\mathbf{n}}\; dS = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \nabla\cdot\mathbf{A} = 0$$

Operatore gradiente

L'operatore ***gradiente*** si applica ad una funzione scalare ed ha come prodotto un vettore:

$$\nabla\, f(x,y,z) = \mathit{grad}\; f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{k}$$

L' espressione *grad* f(x,y,z) è alternativa a $\nabla f(x,y,z)$.

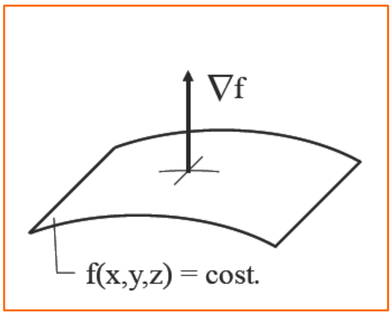


Per un qualsiasi punto P di τ ove la funzione f(x,y,z) è definita e per uno spostamento infinitesimo d**s** = dx **i** + dy **j** + dz **k** si ha:

$$\nabla f \cdot d\mathbf{s} = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz =$$
$$= |\nabla f|\ ds\ \cos\theta = d\,f_{ds}$$

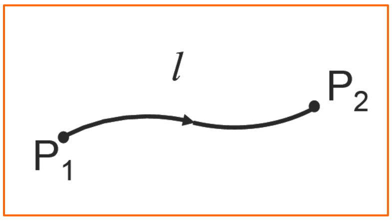
$$\Rightarrow \frac{d\,f}{ds} = |\nabla f|\ \cos\theta$$

df_{ds} è il ***differenziale direzionale*** di f(x,y,z) nella direzione e verso di d**s**. Come risultato dell'espressione precedente è possibile ottenere la derivata di f in qualsiasi direzione dello spazio noto $\nabla f(x,y,z)$.



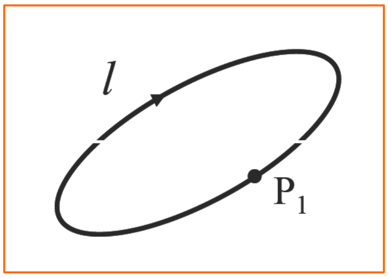
Il campo scalare è definito dalla ***funzione potenziale*** f(x,y,z). Il campo vettoriale $\nabla f(x,y,z)$ è un campo di forza conservativo associato al potenziale f.

Come conseguenza dell'espressione della derivata di f nella direzione s, in direzioni perpendicolari a f(x,y,z) la derivata di f è uguale a zero. La superficie f(x,y,z) = *cost.* perpendicolare al vettore ∇f è una ***superficie equipotenziale***.



Considerato il vettore $\nabla f(x,y,z)$ e definita una linea *l* che collega i punti P_1 e P_2, risulta:

$$\int_{P_1}^{P_2} \nabla f \cdot d\mathbf{s} = \int_{P_1}^{P_2} df_{ds} = f(P_2) - f(P_1)$$



Il valore dell'integrale di linea del vettore ∇f lungo *l* non dipende dall'espressione che assume ∇f ljngo *l* ma dai valori che f(x,y,z) assume nei punti 1 e 2.

L'integrale del vettore ∇f lungo una linea chiusa è nullo:

$$\oint_l \nabla f \cdot d\mathbf{s} = f(P_1) - f(P_1) = 0$$

Perciò ∇f è un ***vettore conservativo***. Quindi se il vettore **A** è conservativo in una data regione, esiste una funzione f(x,y,z) definita in tale regione per cui **A** = ∇f.

$$\boxed{\mathbf{A}\ \textit{conservativo} \quad \Leftrightarrow \quad \exists\ f(x,y,z)\ \ \textit{per cui}\ \ \mathbf{A} = \nabla f}$$

La funzione potenziale f nel punto P associata ad un campo vettoriale conservativo **A** è:

$$f(P) = f_0 + \int_0^P \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}$$

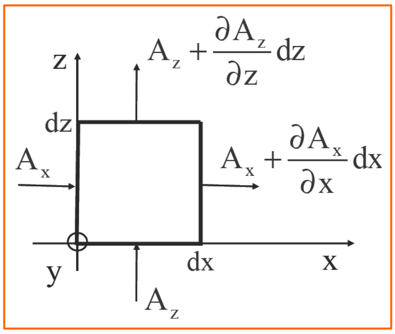
dove 0 è un punto di riferimento ed f_0 è il valore che f assume nel punto 0. Solitamente f_0 è una costante arbitraria (costante arbitraria di integrazione).

- *Il potenziale di un campo vettoriale conservativo è definito a meno di una costante arbitraria.*

Operatore divergenza

L'operatore ***divergenza*** si applica ad un vettore ed ha come prodotto uno scalare:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} \ = \ div\ \mathbf{A} \ = \ \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$



In un volume dτ = dx dy dz si ha:

ove dΦ è il flusso totale del vettore **A** uscente dal volume

$$(\nabla \cdot \mathbf{A})\ d\tau \ = \ \frac{\partial A_x}{\partial x}\ dx\ dy\ dz \ + \ + \frac{\partial A_y}{\partial y}\ dx\ dy\ dz + \frac{\partial A_z}{\partial z}\ dx\ dy\ dz \ = \ d\Phi$$

dτ. In conseguenza di questo risultato il ***teorema della divergenza*** stabilisce che:

$$d\Phi \ = \ (\nabla \cdot \mathbf{A})\ d\tau \qquad \Rightarrow$$

$$\Phi \ = \ \oiint_S \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS \ = \ \iiint_\tau d\Phi \ = \ \iiint_\tau (\nabla \cdot \mathbf{A})\ d\tau$$

Per un vettore solenoidale nella regione dello spazio τ il flusso totale uscente da una superficie chiusa compresa in τ è nullo:

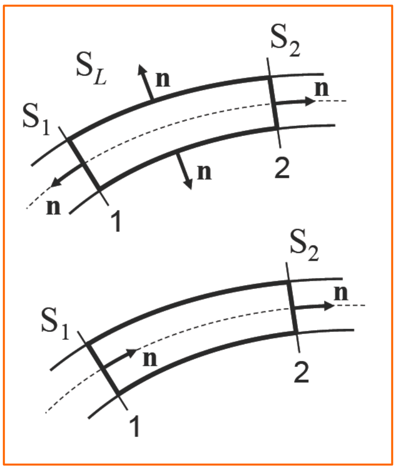
$$\Phi = \oiint_S \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}}\ dS = \iiint_\tau (\nabla \cdot \mathbf{A})\ d\tau = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

Il *flusso di un vettore solenoidale attraverso una qualsiasi sezione dello stesso tubo di flusso è cosante.*

In figura la superficie chiusa esterna S di un tronco di un tubo di flusso è costituita da S_1+S_2+S_L. S_1 ed S_2 sono le superfici di due sezioni ed S_L è la superficie laterale del tronco di tubo di flusso. Per la solenoidalità del vettore il flusso totale uscente da S chiusa è nullo:

$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_L = 0$



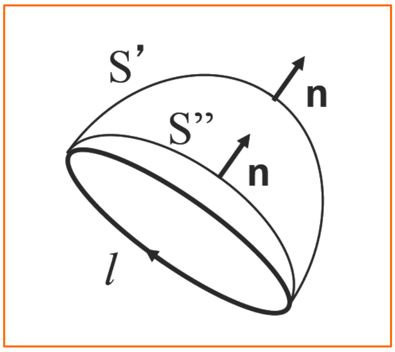
Poiché il vettore è tangente alle linee di flusso e quindi anche alla superficie laterale dei suoi tubi di flusso (superfici inviluppo di tali linee), il flusso del vettore attraverso di essa Φ_L è nullo. Quindi risulta:

$\Phi_1 + \Phi_2 = 0$

Qualora si assuma il verso del versore normale ad S, entrante in S su S_1 ed uscente da S su S_2, l'equazione precedente diviene:

$\Phi_1 = \Phi_2 = cost.$

Il flusso di un vettore solenoidale è concatenato con la linea chiusa contorno della superficie che attraversa. Tale flusso per qualsiasi superficie che ha tale linea come contorno non varia.



In figura S' ed S" hanno lo stesso contorno. S = S' + S" è una superficie chiusa col versore **n** su S' uscente da S ed **n** su S" entrante in S. Per **A** solenoidale risulta:

$$\iint_{S'} \mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ dS - \iint_{S''} \mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ dS = 0$$

$$\Rightarrow \iint_{S'} \mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ dS = \iint_{S''} \mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ dS = \Phi_{\text{Concat.}}$$

Operatore rotazionale

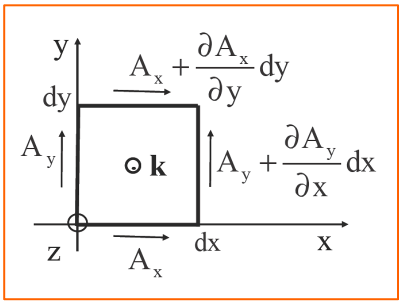
L'operatore ***rotazionale*** si applica ad un vettore ed ha come prodotto un vettore:

$$\nabla\times\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{j}} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{\mathbf{k}}$$

dove i, j e k sono i versori nella direzione e verso positivo degli assi x, y e z.

Il prodotto scalare del vettore $\nabla\times\mathbf{A}$ ed il vettore infinitesimo dx dy **k** è:



$$\nabla\times\mathbf{A}\cdot\mathbf{k}\ \mathrm{dx\ dy}\ =\ \frac{\partial A_y}{\partial x}\mathrm{dx\ dy}\ -\ \frac{\partial A_x}{\partial y}\mathrm{dx\ dy}$$

l'espressione a primo membro rappresenta il flusso infinitesimo del vettore attraverso la superficie infinitesima dS = dx dy e **k** è il versore normale ad essa. L'espressione a secondo membro è l'integrale di linea sul contorno di dS in senso antiorario. In conseguenza di questo risultato il ***teorema di Stokes*** stabilisce che

$$\iint_S \nabla\times\mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ \mathrm{dS}\ =\ \oint_l \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}$$

Qualora **A** derivi da potenziale, cioè **A** = ∇f, si ottiene:

$$\iint_S \nabla\times\mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ \mathrm{dS}\ =\ \oint_l \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}\ =\ -\oint_l \nabla f\cdot\mathrm{d}\mathbf{l} = \oint_l \mathrm{d}f\ =\ f_1 - f_1\ =\ 0$$

Quindi il rotazionale di un vettore conservativo è ovunque nullo. Un vettore ***conservativo*** si dice anche ***irrotazionale***.

Il vettore $\nabla\times\mathbf{A}$ è ***ovunque solenoidale***. Infatti:

$$\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A})\ =\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)=$$

$$=\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x\,\partial y}-\frac{\partial^2 A_y}{\partial x\,\partial z}+\frac{\partial^2 A_x}{\partial y\,\partial z}-\frac{\partial^2 A_z}{\partial y\,\partial x}+\frac{\partial^2 A_y}{\partial z\,\partial x}-\frac{\partial^2 A_z}{\partial z\,\partial x}=\ 0$$

Se in una regione data $\nabla\times\mathbf{A} = 0$, allora il vettore **A** è conservativo. Infatti per il teorema di Stokes si ha:

$$\oint_l \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}\ =\ \iint_S \nabla\times\mathbf{A}\cdot\mathbf{n}\ \mathrm{dS}\ =\ 0$$

In tal caso **A** è anche detto ***vettore irrotazionale*** nella data regione. Quindi un vettore **A** irrotazionale in una data regione, in essa è conservativo e perciò derivante da funzione potenziale:

$$\boxed{\nabla\times\mathbf{A}=0\qquad \exists\ f\quad \textit{for which}\quad \mathbf{A}\ =\ \nabla f}$$

Potenziale Vettore

Se un vettore **B** è ovunque solenoidale, esso può essere espresso come rotazionale di un vettore **A**:

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$
$$\mathbf{B}=\nabla\times\mathbf{A}$$

dove $\nabla \times \mathbf{A}$ è l'integrale generale dell'equazione $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Il campo vettore $\mathbf{A}$ è il ***potenziale vettore***. Il vettore **A** è definito a meno di un vettore irrotazionale ∇f (vettore conservativo con $\nabla \times \nabla f = 0$). Quindi **A** è definito a meno di una funzione potenziale scalare:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^* + \nabla f$$

Potenziale Magnetico Vettore

Assunto **B** vettore campo di induzione magnetica, poiché **B** è ovunque solenoidale, si definisce il potenziale vettore magnetico **A.**

Per la definizione di **A** si utilizza una delle due condizioni:

- condizione di Coulomb: $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$
- condizione di Lorentz: $\nabla \cdot \mathbf{A} + \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial f}{\partial t} = 0$

Dalle due relazioni:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

si ottiene:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{A}) = -\nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)$$

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) = 0$$

Il vettore $\mathbf{E} + \partial \mathbf{A}/\partial t$ è un vettore irrotazionale e quindi:

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \nabla f$$

Il campo elettrico **E** è espresso dai potenziali scalare e vettore per mezzo dell'espressione:

$$\boxed{\mathbf{E} = \nabla f - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}}$$

Proprietà dei campi

E – Campo conservativo

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

- L'integrale di linea dipende solo
  - Dagli estremi della linea
- L'integrale di lnea chiusa è nullo
- L'integrale generale è:

$$\mathbf{E} = \nabla f$$

- f è il potenziale scalare
- f è definita a meno di una costante (*a gradiente nullo*)

B – Campo solenoidale

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- L'integrale di superficie dipende solo dal contorno della superficie
- L'itegrale di superficie chiusa è nullo
- L'integrale generale è:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

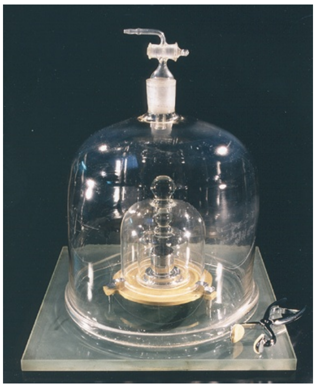
- $\mathbf{A}$ è il potenziale vettore
- $\mathbf{A}$ è definita a meno di un vettore irrotazionale $\left(\mathbf{A} = \mathbf{A}^* + \nabla f\right)$

Appendice B – *Sistema Internazionale di misura SI*

Unità di Base

Le unità di misura di base del Sistema di Misura Internazionale SI sono sette: il metro, unita di misura della lunghezza, il chilogrammo, unita di misura della massa, il secondo, unita di misura del tempo, l'ampere, unita di misura della corrente elettrica, il grado kelvin, unita di misura della temperatura termodinamica, la mole, unita di misura della sostanza e la candela, unita di misura dell'intensità luminosa.

Quantity	Unit	Symbol
Length	meter	m
mass	kilogram	kg
time	second	s
electric current	ampere	A
thermodynamic temperature	kelvin	K
amount of substance	mole	mol
luminous intensity	candela	cd



Le unità di misura di base sono definite convenzionalmente come riportato nella pagina seguente. L'attuale definizione, indicata nel seguito, è in vigore dal novembre 2018. Esa è basata dalla determinazioni di costanti universali della fisica.

In particolare il secondo è determinato dalla determinazione del valore assunto dalla frequenza della luce emessa dalla transizione iperfine del Cs_{133} nello stato fondamentale, il metro dalla determinazione del valore della velocità della luce nel vuoto, il kilogrammo dalla costante di Planck, l'ampere dalla carica elementare (valore assoluto della carica elettrica del protone e dell'elettrone), il grado kelvin dalla costante di Boltzmann, la mole dalla costante di Avogadro e la candela dall'efficacia luminosa K_{ed}.

Quantity

Unit, symbol: definition of unit **Definition after Nov. 2018** **Actual definition**

length

metre, m: The metre is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval of 1/299 792 458 of a second.

It follows that the speed of light in vacuum, c_0, is 299 792 458 m/s exactly.

mass

The **kilogram**, symbol kg, is the SI unit of mass. It is defined by taking the fixed numerical value of the Planck constant h to be $6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ when expressed in the unit Js, which is equal to kg $m^2\, s^{-1}$, where the metre and the second are defined in terms of c and $\Delta\nu_{Cs}$.

time

second, s: The second is the duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the caesium 133 atom.

It follows that the hyperfine splitting in the ground state of the caesium 133 atom, ν(hfs Cs), is 9 192 631 770 Hz exactly.

electric current

The **ampere**, symbol A, is the SI unit of electric current. It is defined by taking the fixed numerical value of the elementary charge e to be $1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$ when expressed in the unit C, which is equal to A s, where the second is defined in terms of $\Delta\nu_{Cs}$.

thermodynamic temperature

The **kelvin**, symbol K, is the SI unit of thermodynamic temperature. It is defined by taking the fixed numerical value of the Boltzmann constant kto be $1.380\,649 \times 10^{-23}$ when expre ssed in the unit J K^{-1}, which is equal to kg $m^2 s^{-2} K^{-1}$, where the kilogram, metre and second are defined in terms of h, c and $\Delta\nu_{Cs}$.

amount of substance

The **mole**, symbol mol, is the SI unit of amount of substance. One mole contains exactly $6.022\,140\,76 \times 10^{23}$ elementary entities. This number is the fixed numerical value of the Avogadro constant, N_A, when expressed in the unit mol^{-1} and is called the Avogadro number. The amount of substance, symbol n, of a system is a measure of the number of specified elementary entities. An elementary entity may be an atom, a molecule, an ion, an electron, any other particle or specified group of particles.

luminous intensity

candela, cd: The candela is the luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} hertz and that has a radiant intensity in that direction of 1/683 watt per steradian.

It follows that the spectral luminous efficacy, K, for monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} Hz is 683 lm/W exactly.

Unità derivate

Le unità di misura derivate sono ottenute dalle unità di base per mezzo delle leggi fisiche che le legano.

Quantity	Symbol (name)	In terms of other SI units	In terms of SI base units
charge	C (coulomb)		s × A
electric tension (voltage), potential difference, electromotive force	V (volt)	W/A	$m^2 \times kg \times s^{-3} \times A^{-1}$
force	N (newton)		$m \times kg \times s^{-2}$
energy, work	J (joule)	N × m	$m^2 \times kg \times s^{-2}$
power	W (watt)	J/s	$m^2 \times kg \times s^{-3}$
pressure	Pa (pascal)	N/m^2	$m^{-1} \times kg \times s^{-2}$
magnetic flux	Wb (weber)	V × s	$m^2 \times kg \times s^{-2} \times A^{-1}$
magnetic flux density	T (tesla)	Wb/m^2	$kg \times s^{-2} \times A^{-1}$
electric resistance	Ω (ohm)	V/A	$m^2 \times kg \times s^{-3} \times A^{-2}$
electric conductance	S (siemens)	A/V	$m^{-2} \times kg^{-1} \times s^3 \times A^2$
capacitance	F (farad)	C/V	$m^{-2} \times kg^{-1} \times s^4 \times A^2$
Inductance	H (henry)	Wb/A	$m^2 \times kg \times s^{-2} \times A^{-2}$
frequency	Hz (herth)		s^{-1}
Celsius temperature	°C (degree Celsius)		K

Prefissi SI

Il Sistema di Misura Internazionale, l'SI, è un sistema decimale con multipli e sottomultipli delle unità e simboli relativi anteposti ai simboli dell'unità. Ed esempio il millimetro, pari a 10^{-3} metri, è rappresentato dal simbolo mm.

Factor	Name	Symbol	Factor	Name	Symbol
10^{1}	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^{2}	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^{3}	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^{6}	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^{9}	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y

Sistema Internazionale e standardizzazione

Una delle prime operazioni di standardizzazione fu realizzata in Cina all'atto della sua unificazione nel 221 a.C. Il primo imperatore della Cina (中国 - *Zhōng Guó - Pese di Mezzo*), *Imperatore Qin Shi Huang* 秦始皇 - *Ying Zhèng* 嬴政, standardizzò le unità di misura di peso e lunghezza, la moneta e la larghezza degli assi dei carri.