

3º ESO

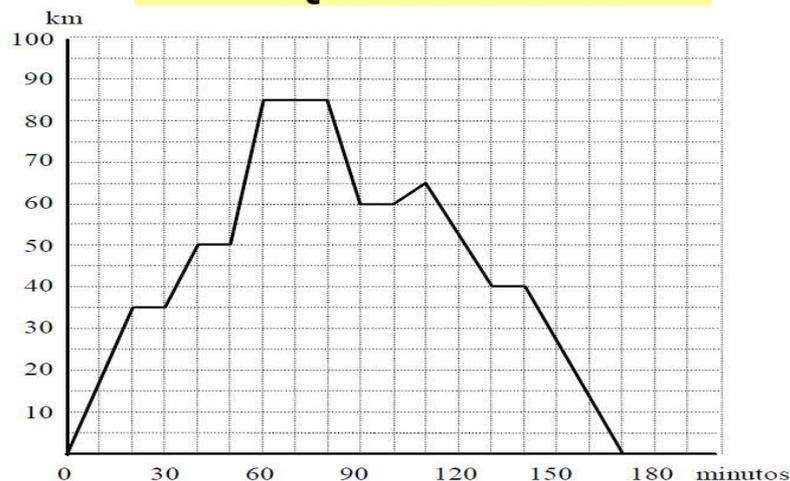
TEMA 7.- FUNCIONES Y GRÁFICAS

Página web del profesor: <http://www.iesmontesorientales.es/mates/>

Profesor: Rafael Núñez Nogales

1.- LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS. (Págs: 132 y 133)

1.1.- ¿Qué es una función?



Esta gráfica representa la distancia al punto de salida, en un viaje en coche, en función del tiempo
Por ejemplo, a los 40 min, la distancia es: 50 km

Si representamos por x = tiempo y = distancia

vemos que a cada valor de la x (el tiempo) corresponde un único valor de la y (la distancia)

Esta gráfica representa a una función.

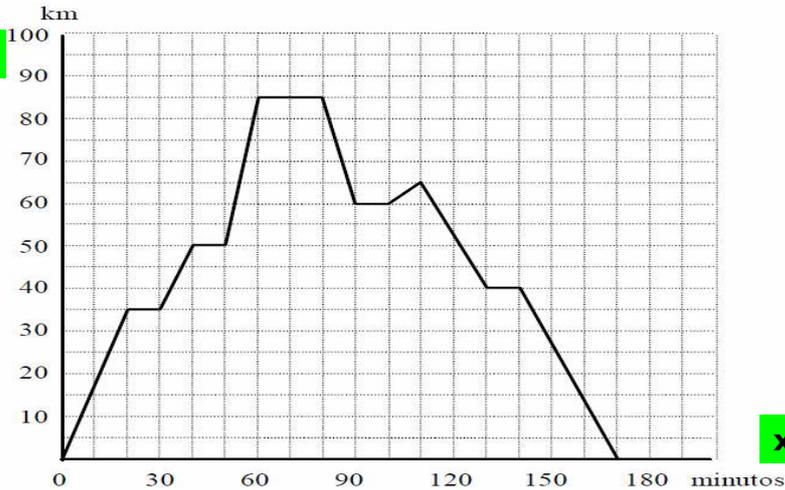
Definición

Una función es una forma de hacerle corresponder a un valor de x un único valor de y

Profesor: Rafael Núñez Nogales

1.2.- Elementos de una función

y = distancia



x = tiempo

Variable independiente (se designa con la letra x)

Es la que se representa en el eje horizontal, llamado eje X o **eje de abscisas**

Variable dependiente (se designa con la letra y)

Es la que se representa en el eje vertical, llamado eje Y o **eje de ordenadas**

Dominio de definición

Es el conjunto formado por todos los valores de la x para los que existe la función

En este ejemplo, el dominio lo forman todos los números de 0 a 170

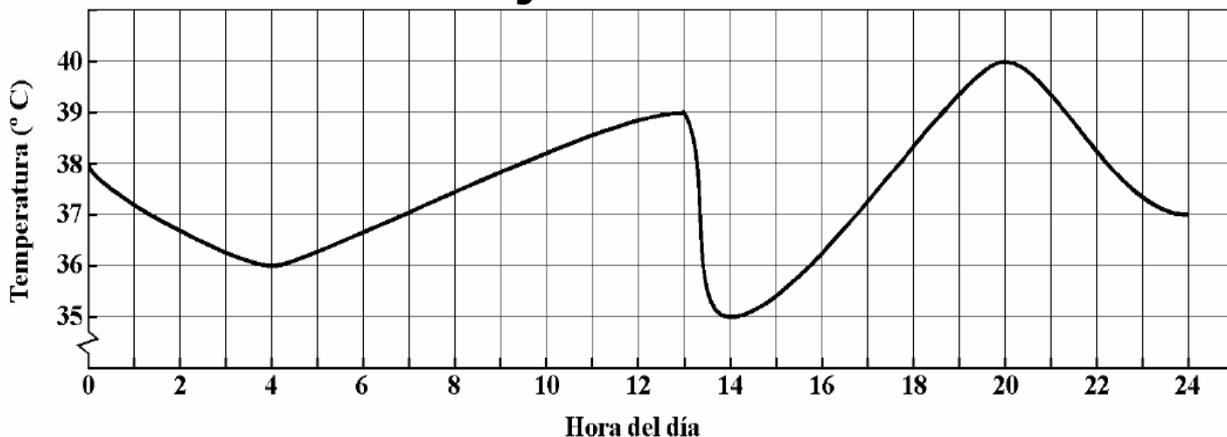
Recorrido

Es el conjunto formado por todos los valores de la y para los que existe la función

En este ejemplo, el recorrido lo forman todos los números de 0 a 85

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 1



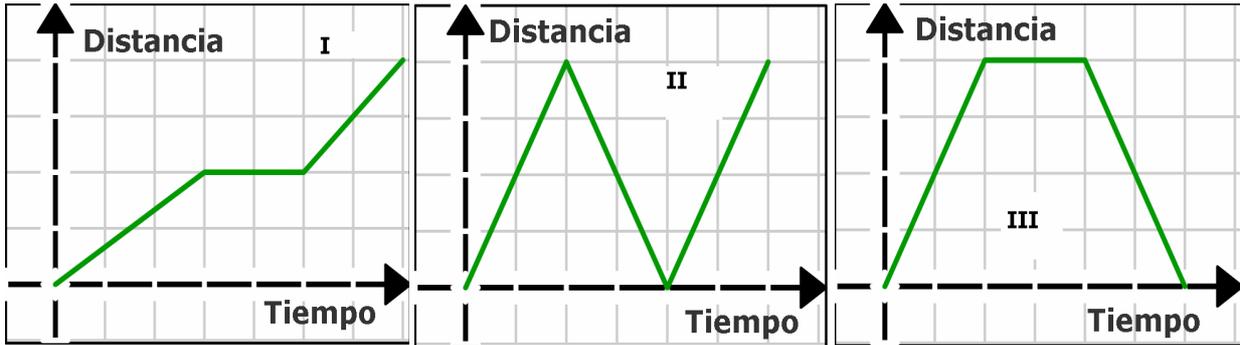
La siguiente gráfica representa la variación de la temperatura de un enfermo de un hospital a lo largo de un día

- ¿Cuál es la variable independiente? **hora del día = x**
- ¿Cuál es la variable dependiente? **temperatura = y**
- ¿A qué hora estaba peor? **A las 20 h**
- ¿En qué momento la temperatura fue anormalmente baja? **A las 14 h**
- ¿Cuál es el dominio de definición? **0h – 24 h**
- ¿Cuál es el recorrido? **35°C – 40 °C**
- ¿Por qué aparece una línea quebrada entre 0 y 35? **No nos interesan temperaturas menores de 35 °C**

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 2

Asocia cada enunciado con su gráfica correspondiente:



(A) Pedro sale de su casa al instituto. Por el camino, se da cuenta que ha olvidado el libro de matemáticas. Vuelve a por el libro y luego se va al instituto sin pararse.

A esta situación le corresponde la gráfica: **II**

(B) Un teleférico sube hasta una pista. Allí para 10 minutos y baja de nuevo hasta la base.

A esta situación le corresponde la gráfica: **III**

(C) María sale de su casa hacia el gimnasio.

Por el camino se encuentra a Luis y se para a hablar con él. Después sigue andando hasta el gimnasio

A esta situación le corresponde la gráfica: **I**

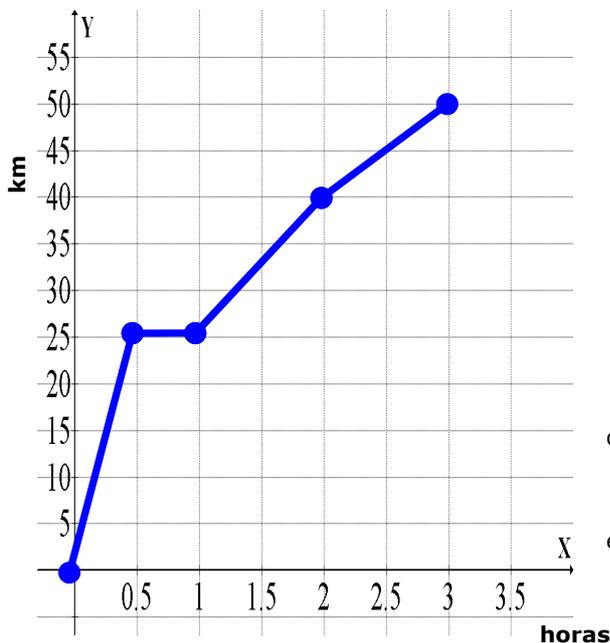
Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 3

Construye una gráfica que se ajuste al siguiente enunciado.

Esta mañana, Pablo salió a hacer una ruta en bicicleta.

- Tardó media hora en llegar al primer punto de descanso, que estaba a 25 km de su casa.
- Estuvo parado durante 30 minutos.
- Tardó 1 hora en recorrer los siguientes 15 km
- Tardó otra hora en recorrer los 10 km que faltaban para llegar a su destino.



a) ¿Qué escala estamos usando en cada eje?

Eje X: **1 cuadrito = 0,5 h**

Eje Y: **1 cuadrito = 5 km**

b) ¿Cuánto tiempo tardó en hacer la ruta?

3 h

c) ¿Cuántos kilómetros recorrió?

50 km

d) ¿Qué distancia recorrió las dos últimas horas?

25 km

e) ¿Qué velocidad media llevó las dos últimas horas?

$v = 25 \text{ km} : 2 \text{ h} = 12,5 \text{ km/h}$

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 4

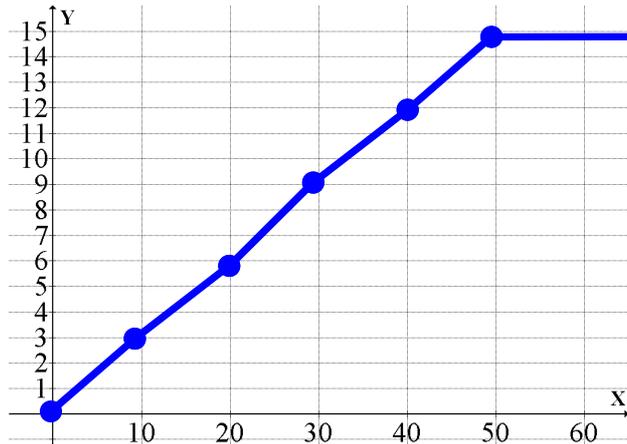
La cantidad que hay que tomar de un cierto medicamento depende del peso del paciente. Se deben tomar 0,30 g por cada kg de peso del paciente y, cómo máximo, se pueden tomar 15 g

- a) ¿Cuántos gramos debe tomar una persona que pese 45 kg? $0,30 \cdot 45 = 13,5 \text{ g}$
- b) ¿A partir de qué peso se toma la dosis máxima? $0,30x = 15 \rightarrow x = 15 : 0,30 = 50 \text{ kg}$

c) Completa la siguiente tabla

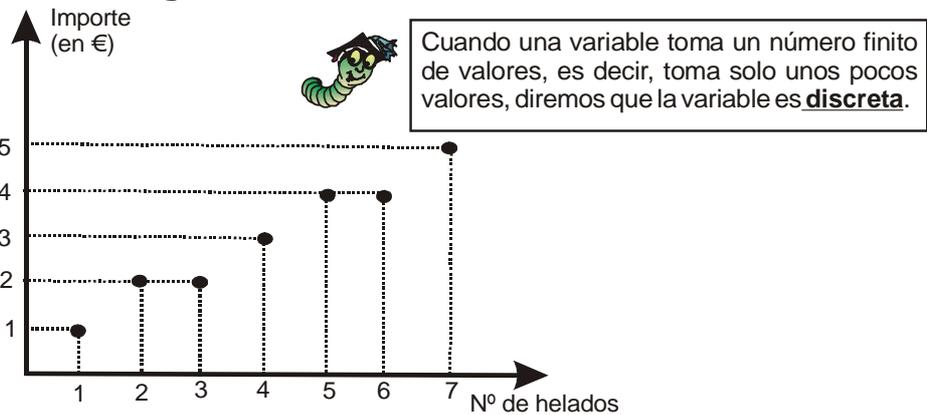
X = peso (en kg)	0	10	20	30	40	50	60
Y = dosis (en gr)	0	3	6	9	12	15	15

d) Representa la función $x = \text{peso del paciente}$, $y = \text{dosis adecuada}$



Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 5



La gráfica de arriba muestra el importe a pagar según el número de helados que compres (máximo siete helados), motivo de una oferta especial por el 25 aniversario de una heladería.

- a) ¿Cuánto cuestan 4 helados? **3 €**
- b) ¿Cuántos helados puedes comprar con 5 €? **7 helados**
- c) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica?

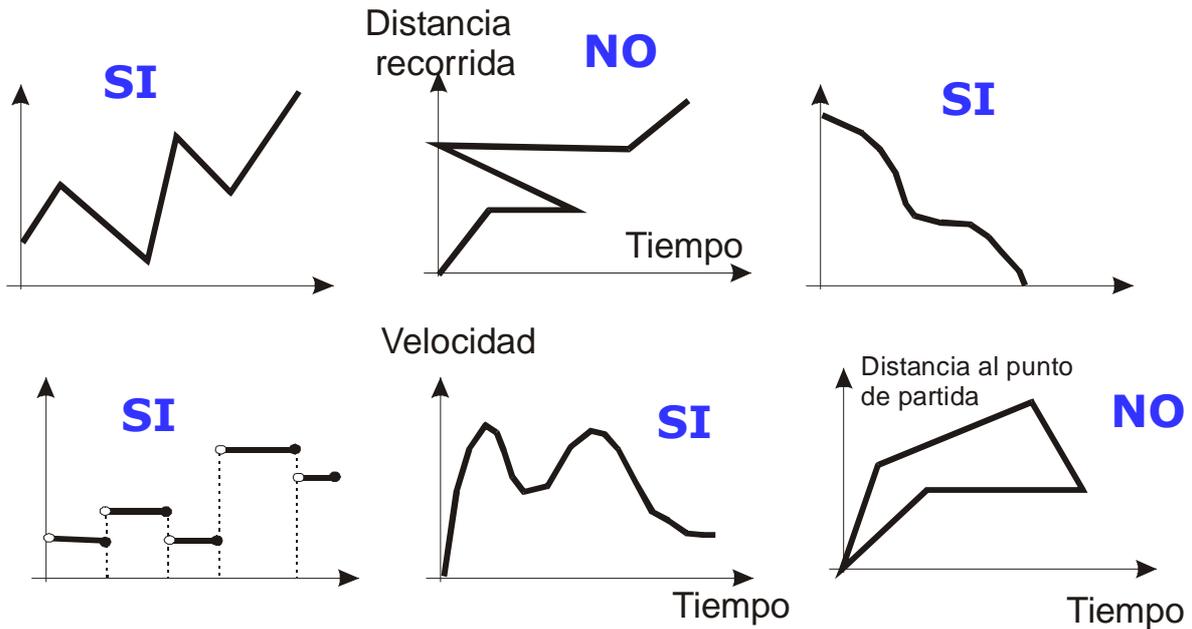
No, porque el número de helados es una variable discreta

- d) ¿Cuál es el dominio de definición? **{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 }**
- e) ¿Cuál es el recorrido? **{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 }**

Profesor: Rafael Núñez Nogales

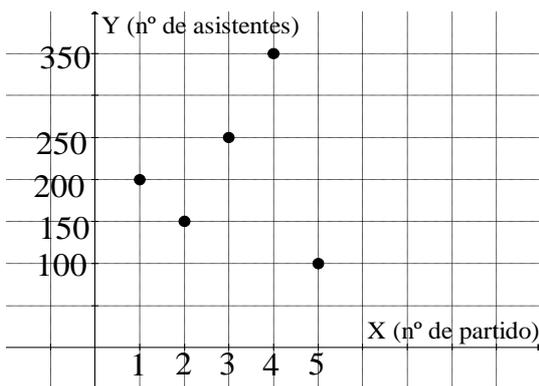
Ejercicio 6

De las siguientes gráficas, ¿cuáles corresponden a funciones y cuáles no?



APARTADO 1: Ejercicios propuestos

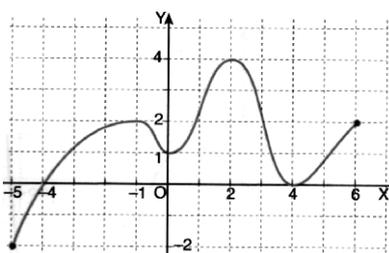
Del libro: Pág. 132: El 1 Pág. 137: El 1 Final del tema: El 4, 11 y 14



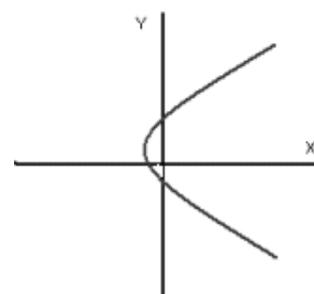
1.- En un pueblo se juegan 5 partidos de fútbol. La siguiente gráfica representa la asistencia de público a cada partido.

- A) ¿Cuántos asistentes hubo en el partido 3?
- B) ¿En qué partido hubo 100 asistentes?
- C) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica?
- D) ¿Cómo es la variable de esta función?
- E) ¿Cuál es el dominio de definición?
- F) ¿Cuál es el recorrido?

2.- Calcula el dominio y recorrido de las siguientes gráficas:



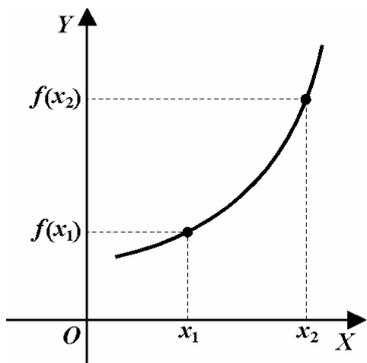
3.- Indica si la siguiente gráfica corresponde o no a una función



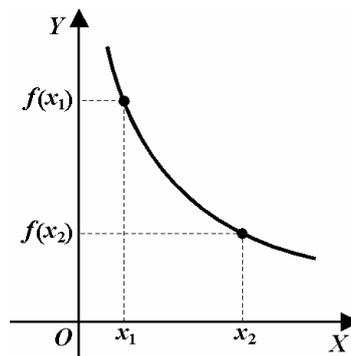
2.- VARIACIONES DE UNA FUNCIÓN. Págs: 134 y 135)

2.1.- Crecimiento y decrecimiento

Una función es **creciente** si su gráfica es ascendente.

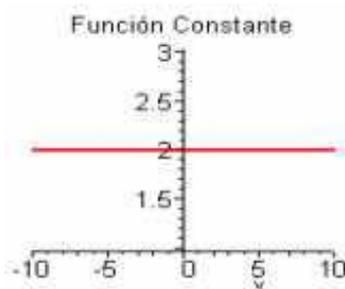


Una función es **decreciente** si su gráfica es descendente.



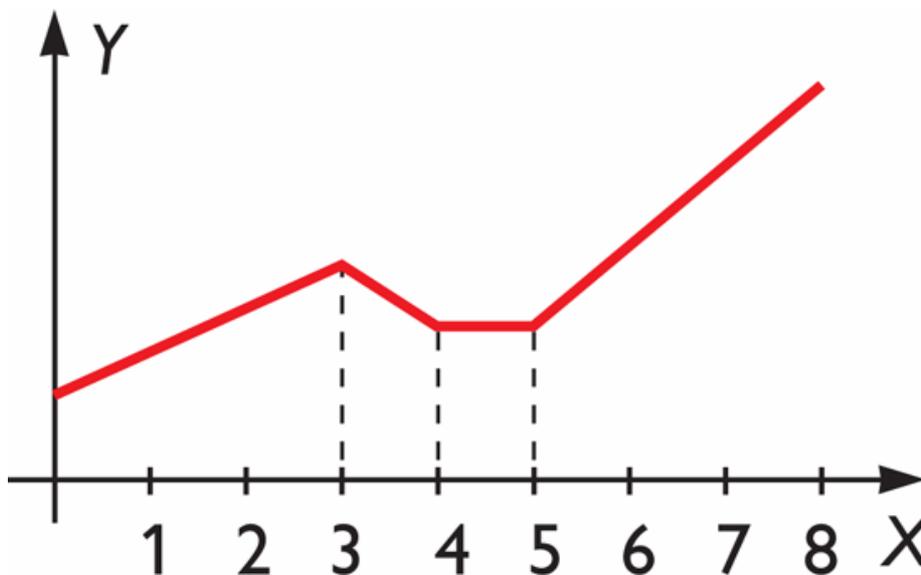
Al aumentar los valores de la x, aumentan los de la y Al aumentar los valores de la x, disminuyen los de la y

Una función es **constante** si su gráfica no es ascendente ni descendente.



Profesor: Rafael Núñez Nogales

2.2.- Variaciones por tramos



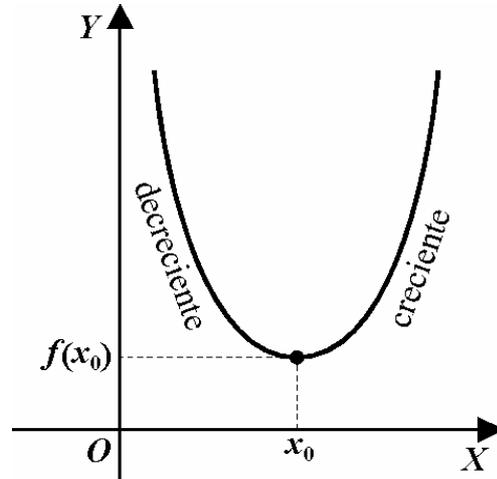
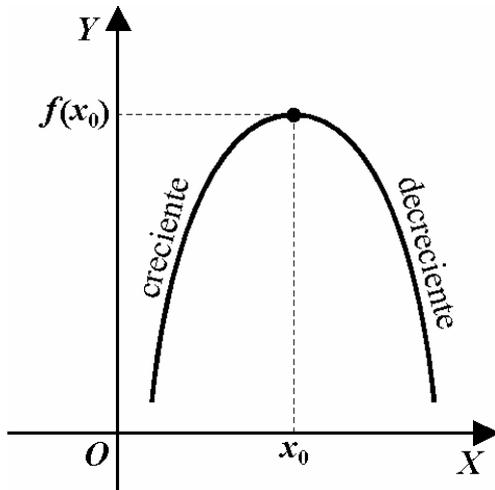
- En el intervalo 0-3 es creciente
- En el intervalo 3-4 es decreciente
- En el intervalo 4-5 es constante
- En el intervalo 5-8 es creciente

Profesor: Rafael Núñez Nogales

2.3.- Máximos y mínimos

Una función tiene un **máximo** en x_0 , si a la izquierda de x_0 es creciente y a la derecha decreciente

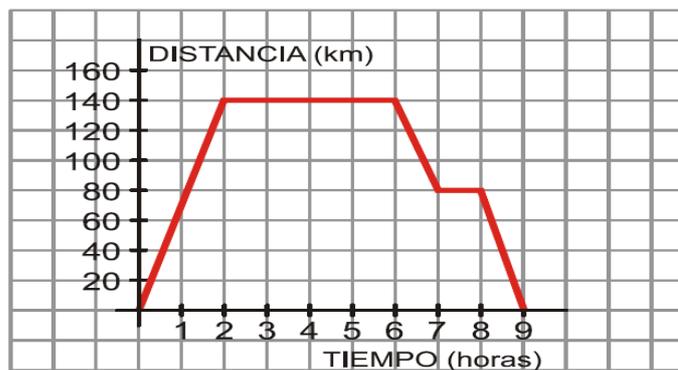
Una función tiene un **mínimo** en x_0 , si a la izquierda de x_0 es decreciente y a la derecha creciente



Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 1

La siguiente gráfica representa la distancia al instituto en un viaje en autobús



- ¿En qué intervalo de tiempo va aumentando la distancia al instituto? **0 h – 2 h**
- ¿Cómo es la función en ese intervalo? **creciente**
- Indica los intervalos donde la función es constante **2 h – 6 h** y **7 h – 8 h**
- En los intervalos 6-7 y 8-9 la función es **decreciente**
- Calcula la velocidad media del autobús en la ida **140 km : 2 h = 70 km/h**
- Calcula la velocidad media del autobús en la vuelta **140 km : 3 h = 46,7 km/h**
- ¿Cuánto tiempo, en total, estuvo el autobús parado **5 h**
- ¿En qué intervalo de tiempo estaban a más de 80 km del instituto? **1 h – 7 h**

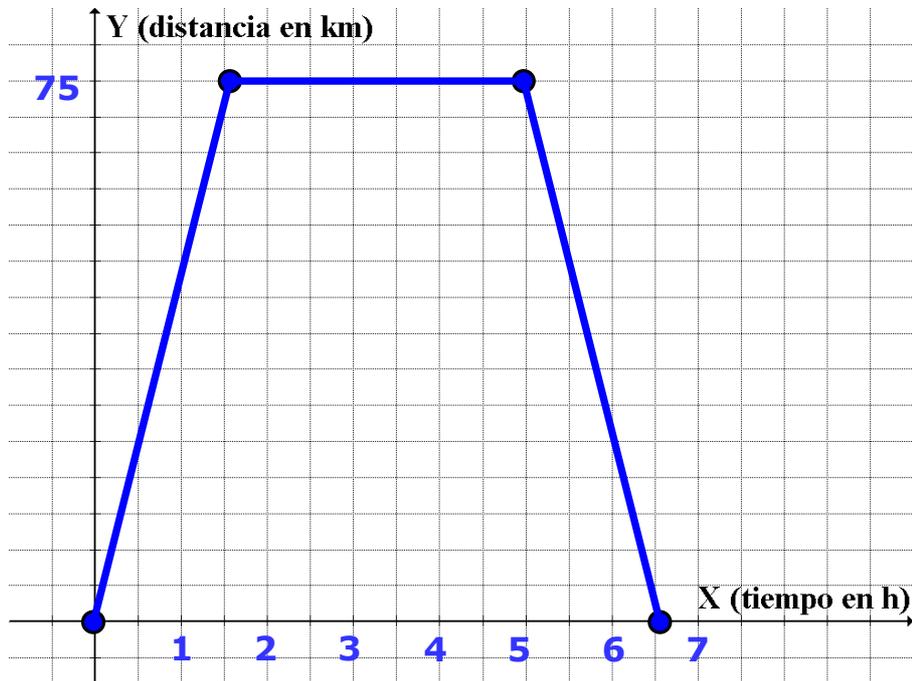
Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 2

Un grupo de estudiantes de Iznalloz hace una excursión a Sierra Nevada que está a 75 km del instituto tardando hora y media en llegar.

Están allí tres horas y media y regresan tardando igual en la ida que en la vuelta

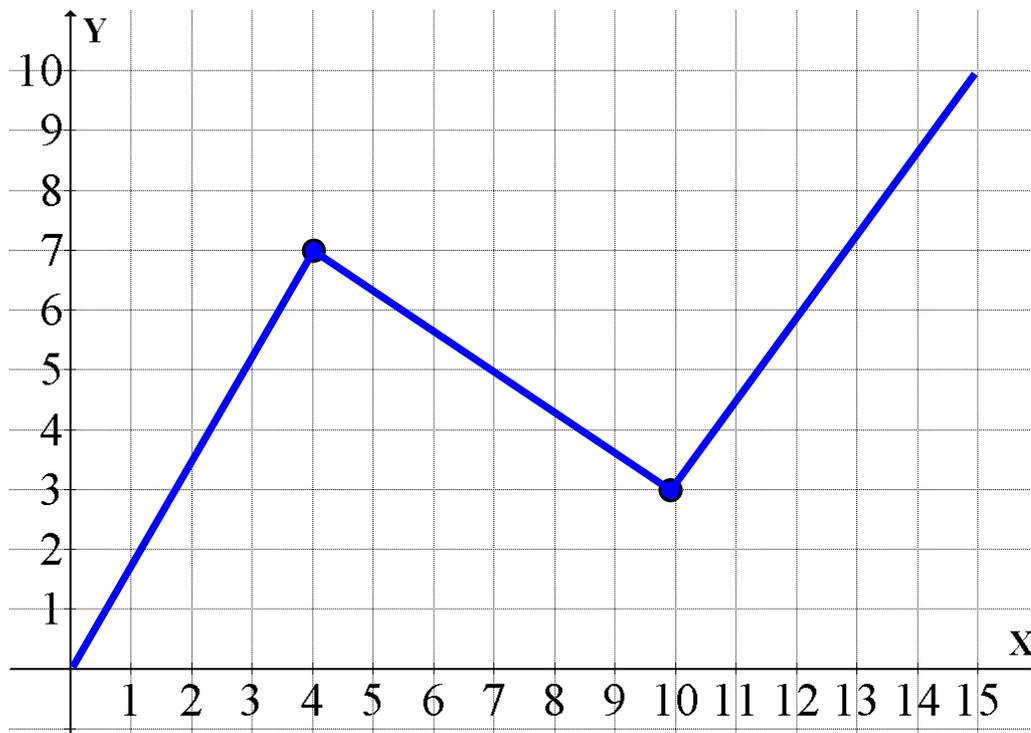
Dibuja la gráfica tiempo-distancia al instituto del autobús usando escalas adecuadas.



Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 3

Dibuja la gráfica de una función definida en el intervalo 0-15 que tenga un máximo en el punto (4,7) y un mínimo en el punto (10,3).

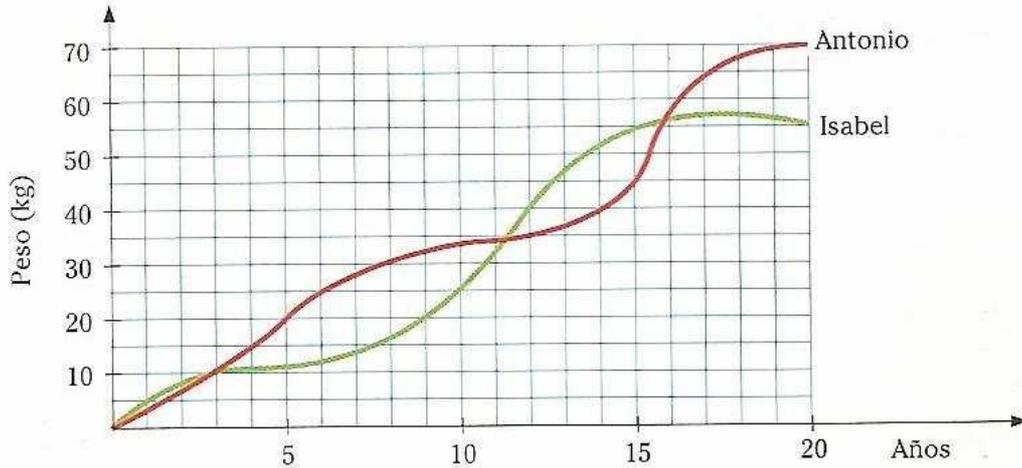


La función es decreciente en el tramo: **4 - 10**

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 4

Las siguientes gráficas describen los pesos de dos amigos. Antonio e Isabel



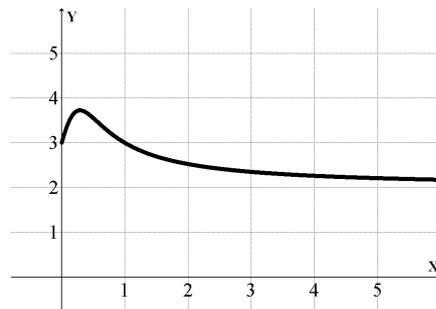
- a) ¿Qué escala se está usando en cada eje? Eje X: Un cuadrado corresponde a **1 año**
Eje Y: Un cuadrado corresponde a **5 kg**
- b) ¿Cuándo pesan lo mismo? **Aproximadamente, a los 3 años, 11 años y 16 años**
- c) ¿En qué tramos Isabel pesa más que Antonio? **De 0-3 (años) y de 11-16 (años)**
- d) ¿A partir de qué edad, el peso de Isabel va disminuyendo? **A partir de 18 años, aproximadamente**
- e) Cuando Antonio pesa 32 kg, ¿cuánto pesa Isabel? **20 kg** ¿Qué edad tienen? **9 años**

Ejercicios propuestos – Apartado 2 Pág. 135: El 1
Final del tema: El 1,2,3,5 y 10 Autoevaluación: El 1

Profesor: Rafael Núñez Nogales

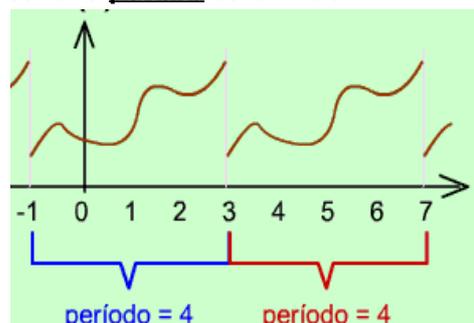
3.- TENDENCIAS DE UNA FUNCIÓN. Pág: 136

Una función tiene **tendencia hacia un valor** cuando, al tomar valores de x cada vez mayores, los valores de la y se aproximan cada vez más a ese valor



Esta función tiende hacia el valor 2

Una función es **periódica** si su comportamiento se va repitiendo cada cierto intervalo. La longitud del intervalo se llama **periodo** de la función



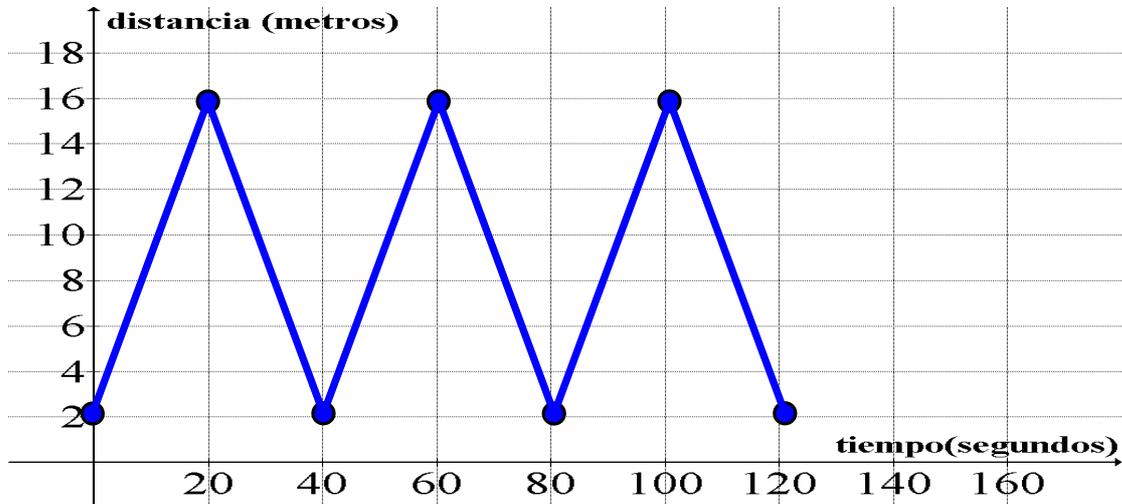
Esta función es periódica de periodo 4

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 1

Los padres de Roberto miran a su hijo dar vueltas en una noria. En cada vuelta, que dura 40 segundos, Roberto se acerca hasta 2 m del suelo y se aleja hasta una distancia máxima de 16 m. En el momento inicial está abajo (a 2 m del suelo).

Dibuja la gráfica tiempo-distancia en un intervalo de tiempo correspondiente a 3 vueltas



- a) ¿Es una función periódica? **SI** b) En caso afirmativo, indica cuál es el periodo **40 seg**
 c) ¿Cuál es el recorrido de la función? **El intervalo [2, 16]**
 d) Indica un punto que corresponda a un máximo de la función **Por ejemplo, (20,16)**

Profesor: Rafael Núñez Nogales

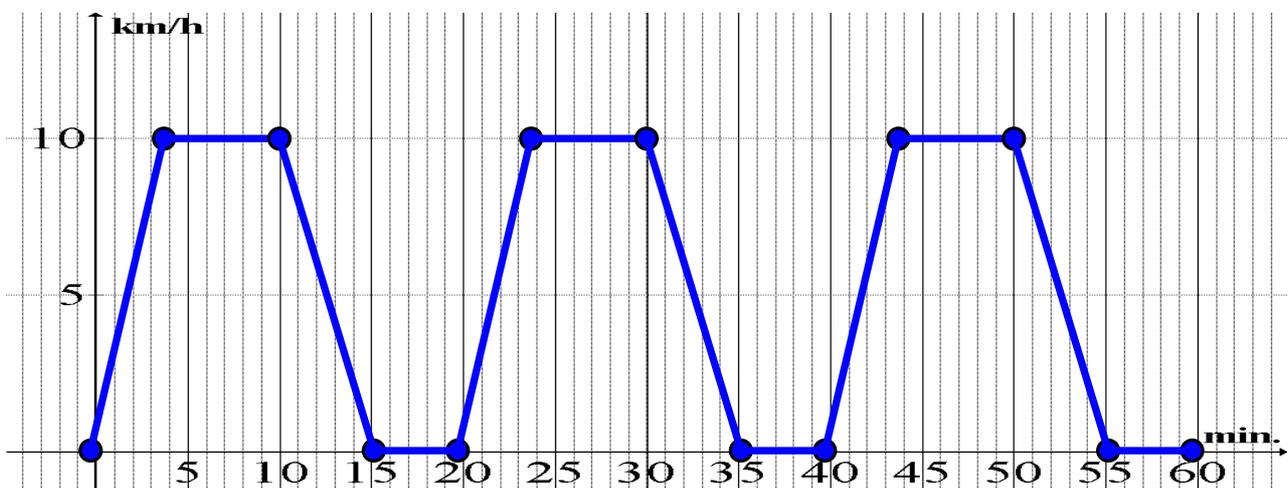
Ejercicio 2

Un tiovivo, que está parado, acelera durante 4 min hasta alcanzar una velocidad de 10 km/h. Permanece a esta velocidad durante 6 minutos y decelera durante 5 min hasta parar. Tras permanecer 5 min parado, comienza otra vuelta.

a) Completa la siguiente tabla:

X = tiempo (minutos)	0	4	10	15	20
Y = velocidad (km/h)	0	10	10	0	0

b) Realiza la gráfica en un periodo de 1 hora e indica cuál es el periodo de la función



Periodo : **20 min**

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 3

Un laboratorio ha analizado la concentración de glucosa en la sangre de un paciente y, con los resultados obtenidos, ha emitido esta gráfica.



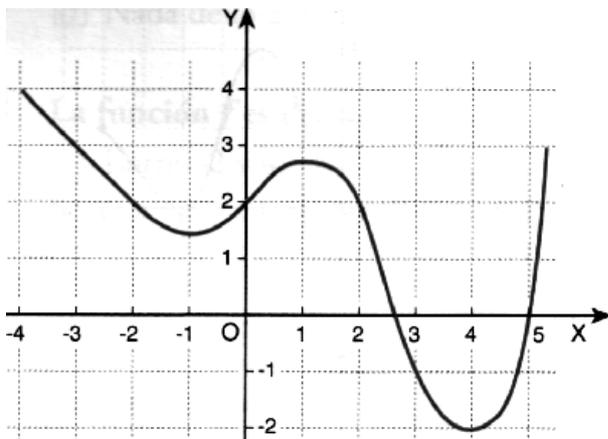
- a) ¿Qué cantidad de glucosa había al principio? **30 mg/cm^3**
b) ¿Cuánto tiempo, aproximadamente, estuvo la glucosa entre 60 y 90 mg/cm^3 ? **3 horas**
c) ¿Hacia qué valor tiende a estabilizarse la glucosa con el paso del tiempo? **110 mg/cm^3**

Ejercicios propuestos – Apartado 3 Pág. 136: El 1 y 2
Final del tema: El 6,7,8,9,15 y 25 Autoevaluación: El 2 y 3

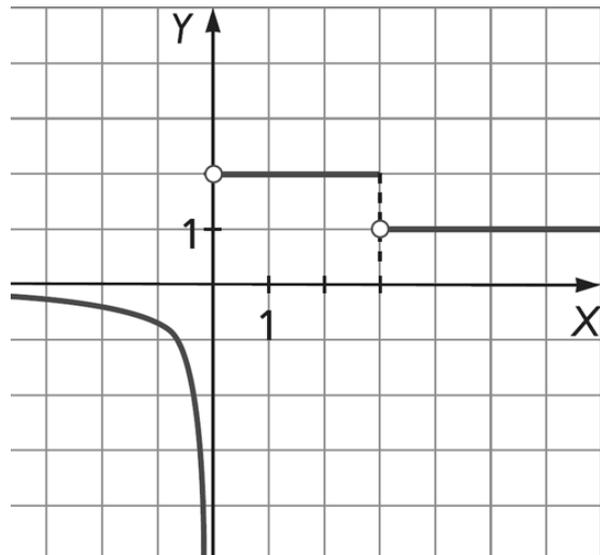
Profesor: Rafael Núñez Nogales

4.- DISCONTINUIDADES. CONTINUIDAD. Pág : 137

Una función es **continua** cuando su gráfica no tiene ninguna "rotura" y, por tanto, se puede dibujar de un solo trazo.



Esta es una función continua en todo su dominio



Esta función es discontinua en $x=0$, $x=3$

Podemos decir que es continua sólo en los tramos:

- 1) Desde menos infinito hasta el 0
- 2) En el tramo 0-3
- 3) Desde el 3 hasta el infinito

Profesor: Rafael Núñez Nogales

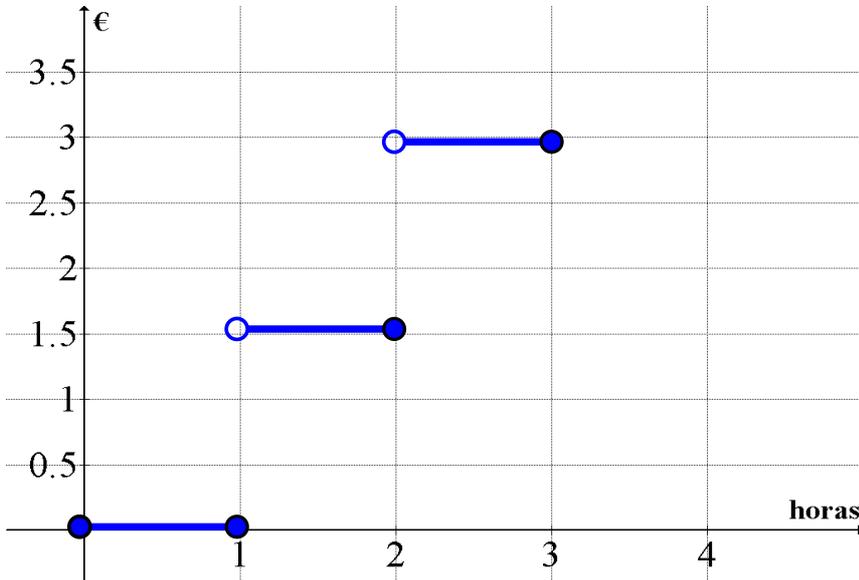
Ejercicio 1

Un aparcamiento público es gratuito la primera hora. La 2ª hora o fracción hay que pagar 1,50 €. Y así, las sucesivas horas. Nos dicen que podemos estar un máximo de 4 horas.

a) Completa la siguiente tabla:

X = tiempo (horas)	0	1	2	3	4
Y = cantidad a pagar (€)	0	0	1,5	3	4,5

b) Dibuja la gráfica tiempo-cantidad a pagar



a) ¿Es una función continua? **NO**

b) En caso negativo, indica los puntos de discontinuidad

$x = 1, x = 2, x = 3$

c) Si estoy 3 h y 1 minuto, ¿cuánto tengo que pagar?

4,50 €

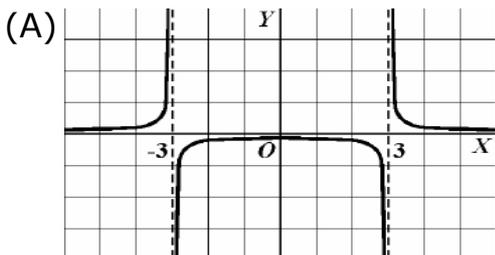
d) ¿Cómo es la función en cada uno de los tramos: 0-1, 1-2, 3-4 ?

constante

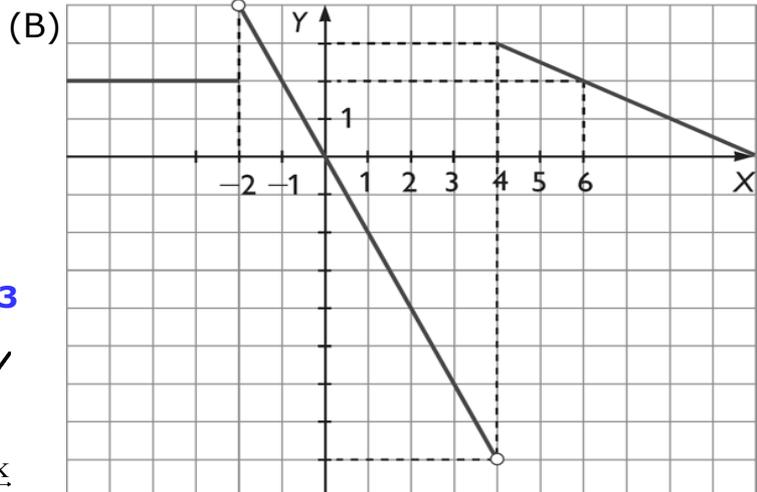
Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 2

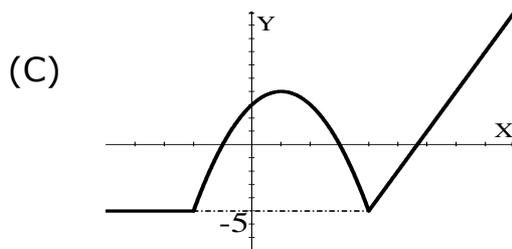
Averigua si las siguientes gráficas corresponden a funciones continuas. En caso de que sean discontinuas, indica los puntos de discontinuidad



Discontinua en $x = -3, x = 3$



Discontinua en $x = -2, x = 4$



Continua

Ejercicios propuestos- Apartado 4 : Pág. 137: El 1 y 2
Final del tema: El 13 y 24

Profesor: Rafael Núñez Nogales

5.- EXPRESIÓN ANALÍTICA DE UNA FUNCIÓN. Págs: 138 y 139

La expresión analítica de una función es una ecuación o fórmula que relaciona la x con la y

Por ejemplo, la ecuación $y = x^2$ es la expresión analítica o fórmula que le hace corresponder a cada valor del lado "x" de un cuadrado su área, "y".

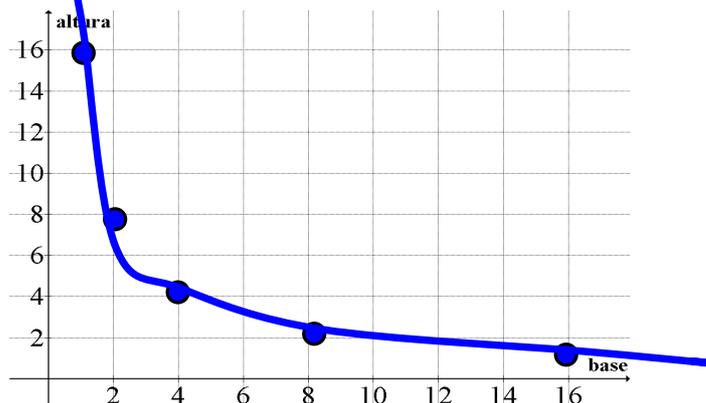
Ejercicio 1

Tomemos todos los rectángulos de 16 cm^2 de superficie.

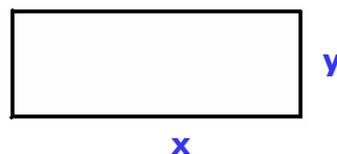
Sea $x =$ base del rectángulo $y =$ altura del rectángulo.

Haz una tabla de valores, halla la expresión analítica y representa la gráfica de la función que relaciona "x" con "y"

x = base (cm)	1	2	4	8	16
y = altura (cm)	16	8	4	2	1



Expresión analítica:



$$x \cdot y = 16$$

$$y = \frac{16}{x}$$

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 2

Sea la función dada por la fórmula $y = \frac{6x}{3x-6}$

a) Calcula el valor de y para $x = -2$

$$y = \frac{6 \cdot (-2)}{3 \cdot (-2) - 6} = \frac{-12}{-6 - 6} = \frac{-12}{-12}$$

$$y = 1$$

b) Existe el valor de y para $x = 2$

$$y = \frac{6 \cdot 2}{3 \cdot 2 - 6} = \frac{12}{6 - 6} = \frac{12}{0}$$

No existe, porque no se puede dividir entre 0

Ejercicio 3

Averigua si hay algún valor de x para el que no se pueda calcular y . Después indica cuál es el dominio de definición

a) $y = \frac{5x+2}{x}$

Para $x = 0$ no se puede calcular la y

El dominio está formado por todos los números excepto el 0

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

b) $y = \frac{-3}{2x+10}$

$$2x + 10 = 0 \quad 2x = -10 \quad x = -5$$

Para $x = -5$ no se puede calcular la y

El dominio está formado por todos los números excepto el -5

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-5\}$$

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Ejercicio 4

Sin dibujar la gráfica, calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las siguientes funciones:

$$a) y = 3x - 2$$

Punto de corte con el eje X

$$y = 0 \quad 3x - 2 = 0 \quad 3x = 2$$
$$x = \frac{2}{3}$$

El punto de corte es $P\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

Punto de corte con el eje Y

$$x = 0 \quad y = 3 \cdot 0 - 2$$
$$y = -2$$

El punto de corte es $Q(0, -2)$

$$b) y = x^2 - 4x + 3$$

Puntos de corte con el eje X

$$y = 0 \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$$
$$= 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2} \quad x = 3 \quad x = 1$$

Los puntos de corte son $P(3, 0)$, $Q(1, 0)$

Punto de corte con el eje Y

$$x = 0 \quad y = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3$$
$$y = 3$$

El punto de corte es $R(0, 3)$

Profesor: Rafael Núñez Nogales

APARTADO 5: Ejercicios propuestos

Del libro: Final del tema: El 16

1.- Sea la función dada por la fórmula $y = \frac{90}{5x - 20}$

a) Calcula el valor de y para $x = -2$

b) Existe el valor de y para $x = 4$

2.- Averigua si hay algún valor de x para el que no se pueda calcular y. Después, indica cuál es el dominio de definición

a) $y = \frac{1-5x}{x^2}$

b) $y = \frac{7}{3x - 60}$

3.- Sin dibujar la gráfica, calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las siguientes funciones:

a) $y = 4 - 5x$ b) $y = x^2 - 5x + 4$ c) $y = -x^2 - x - 2$ d) $y = 3x^2 - x$ e) $y = 12 - 3x^2$

Profesor: Rafael Núñez Nogales