

# Algèbre relationnelle

*stph.scenari-community.org/bdd  
alg1.pdf*



Stéphane Crozat

# Table des matières



<b>I - Cours</b>	<b>3</b>
1. Opérateurs fondamentaux : projection, restriction et jointure .....	3
1.1. Introduction .....	3
1.2. Exercice : Employés et départements .....	4
1.3. Projection .....	4
1.4. Restriction .....	6
1.5. Produit .....	7
1.6. Jointure .....	8
1.7. Exercice .....	9
2. Opérateurs complémentaires .....	10
2.1. Jointure naturelle .....	10
2.2. Jointure externe .....	10
2.3. Opérateurs ensemblistes .....	12
2.4. Division .....	14
2.5. Renommage .....	16
2.6. Proposition de notations .....	17
2.7. Exercice .....	18
2.8. Exercice : Opérateurs de base et additionnels .....	18
<b>II - Exercices</b>	<b>19</b>
1. Exercice : Faire du Cinéma .....	19
2. Exercice : Le retour des écoliers .....	20
3. Quiz : Algèbre relationnelle .....	23
<b>III - Devoirs</b>	<b>27</b>
1. Exercice : Inviter ses amis .....	27
<b>Questions de synthèse</b>	<b>28</b>
<b>Solutions des exercices</b>	<b>30</b>

# Cours

I

Le modèle relationnel, et en particulier l'algèbre relationnelle qui lui est associée, est aussi le fondement théorique du langage standard SQL, qui est utilisé pour manipuler les données stockées dans une BD.

## 1. Opérateurs fondamentaux : projection, restriction et jointure

### Objectifs

Connaître et savoir utiliser les opérateurs relationnels de projection, restriction, produit et jointure.

### 1.1. Introduction

La représentation d'information sous forme relationnelle est intéressante car les fondements mathématiques du relationnel, outre qu'ils permettent une modélisation logique simple et puissante, fournissent également un ensemble de concepts pour manipuler formellement l'information ainsi modélisée.

Ainsi une algèbre relationnelle, sous forme d'un ensemble d'opérations formelles, permet d'exprimer des questions, ou requêtes, posées à une représentation relationnelle, sous forme d'expressions algébriques.

L'algèbre relationnelle est principalement composée par les cinq opérateurs de base et les trois opérateurs additionnels suivants :

- *Opérateurs de base*
  - Union
  - Différence
  - Projection
  - Restriction
  - Produit cartésien
- *Opérateurs additionnels*
  - Intersection
  - Jointure
  - Division

## Fondamental : Algèbre relationnelle et SQL

Les questions formulées en algèbre relationnelle sont la base des questions formulées en SQL pour interroger une base de données relationnelle.

### 1.2. Exercice : Employés et départements

[30 minutes]

Soit les deux relations EMP et DEPT ci-après.

```
1 EMP (#ENO, ENOM, PROF, SAL, COMM, DNO=>DEPT(DNO))
2 DEPT (#DNO, DNOM, DIR=>EMP(ENO), VILLE)
```

- ENO : numéro d'employé, clé
- ENOM : nom de l'employé
- PROF : profession (directeur n'est pas une profession)
- SAL : salaire
- COMM : commission (un employé peut ne pas avoir de commission)
- DNO : numéro de département auquel appartient l'employé
- DNO : numéro de département, clé
- DNOM : nom du département
- DIR : numéro d'employé du directeur du département
- VILLE : lieu du département (ville)

Écrire en algèbre relationnelle les requêtes permettant d'obtenir les informations suivantes.

#### Question 1

[solution n°1 p.30]

Lister les employés ayant des revenus supérieurs à 10.000 euros.

#### Question 2

[solution n°2 p.30]

Trouver le nom et la profession de l'employé numéro 10.

#### Question 3

[solution n°3 p.30]

Lister les noms des employés qui travaillent à Paris.

#### Question 4

[solution n°4 p.30]

Trouver le nom du directeur du département *Commercial*.

#### Question 5

[solution n°5 p.30]

Trouver les professions des directeurs des départements.

#### Question 6

[solution n°6 p.30]

Trouver le nom des directeurs de département ayant comme profession *Ingénieur*.

### 1.3. Projection

#### Définition : Projection

---

La projection est une opération unaire (c'est à dire portant sur une seule relation). La projection de R1 sur une partie de ses attributs {A1, A2, ...} produit une relation R2 dont le schéma est restreint aux attributs mentionnés en opérande, comportant les mêmes tuples que R1, et dont les doublons sont éliminés.

#### Syntaxe

---

$R = \text{Projection} (R1, a1, a2, \dots)$

#### Exemple

---

Soit la relation suivante : *Personne* (nom, prénom, age)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

*Personne*

Soit l'opération :  $R = \text{Projection} (\text{Personne}, \text{nom}, \text{age})$

On obtient alors la relation R composée des tuples suivants :

nom	age
Dupont	20
Durand	30

R

#### Remarque : La projection élimine les doublons

---

Après suppression d'une partie des attributs du schéma, la relation peut comporter des doublons. Étant donné que l'on ne pourrait plus identifier ces doublons les uns par rapport aux autres, la seule solution sensée est donc de considérer que deux doublons sont équivalents, et donc de n'en garder qu'un seul dans la relation résultante.

#### Complément : Syntaxes alternatives

---

$R = (R1, a1, a2, \dots)$

$R = a1, a2, \dots (R1)$

## 1.4. Restriction

### Définition : Restriction

---

La restriction est une opération unaire (c'est à dire portant sur une seule relation). La restriction de R1, étant donnée une condition C, produit une relation R2 de même schéma que R1 et dont les tuples sont les tuples de R1 vérifiant la condition C.

### Syntaxe

---

$R = \text{Restriction}(R1, \text{condition})$

### Exemple

---

Soit la relation suivante : *Personne* (nom, prénom, age)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

*Personne*

Soit l'opération suivante :  $R = \text{Restriction}(\text{Personne}, \text{age} > 25)$

On obtient alors la relation R composée de l'unique tuple restant suivant :

nom	prénom	age
Durand	Jean	30

*R*

### Complément : Syntaxes alternatives

---

$R = (R1, \text{condition})$

$R = \text{condition}(R1)$

### Complément : Sélection

---

On utilise parfois sélection comme synonyme de restriction, mais il vaut mieux ne pas utiliser ce terme qui prend un sens différent en SQL.

## 1.5. Produit

### Définition : Produit cartésien

Le produit cartésien est une opération binaire (c'est à dire portant sur deux relations). Le produit de R1 par R2 (équivalent au produit de R2 par R1) produit une relation R3 ayant pour schéma la juxtaposition de ceux des relations R1 et R2 et pour tuples l'ensemble des combinaisons possibles entre les tuples de R1 et ceux de R2.

Synonymes : Produit

### Syntaxe

$R = \text{Produit} (R1, R2)$

### Exemple

Soit les deux relations suivantes : *Personne* (nom, prénom, age) et *Voiture* (type, marque)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

*Personne*

type	marque
Tesla	Model X
Citroën	2 CV

*Voiture*

Soit l'opération suivante :  $R = \text{Produit} (\text{Homme}, \text{Voiture})$

On obtient alors la relation R composée des tuples suivants :

nom	prénom	age	type	marque
Dupont	Pierre	20	Tesla	Model X
Dupont	Pierre	20	Citroën	2 CV
Durand	Jean	30	Tesla	Model X
Durand	Jean	30	Citroën	2 CV

*R*


 **Remarque**


---

Le produit cartésien est rarement utilisé seul, mais il est à la base de la jointure.


 **Remarque**

- Le nombre de tuples résultant du produit de R1 par R2 est égal au nombre de tuples de R1 *fois* le nombre de tuples de R2.
- Le nombre de colonne du produit de R1 par R2 est égal au nombre de colonne de R1 *plus* le nombre de colonnes de R2.

 **Complément : Syntaxes alternatives**


---


$$R = X (R1, R2)$$

$$R = R1 \times R2$$
**1.6. Jointure** **Définition : Jointure**


---

La jointure est une opération binaire (c'est à dire portant sur deux relations). La jointure de R1 et R2, étant donné une condition C portant sur des attributs de R1 et de R2, *de même domaine*, produit une relation R3 ayant pour schéma la juxtaposition de ceux des relations R1 et R2 et pour tuples l'ensemble de ceux obtenus par concaténation des tuples de R1 et de R2, et qui vérifient la condition C.

 **Syntaxe**


---


$$R = \text{Jointure} (R1, R2, \text{condition})$$
 **Exemple**


---

Soit les deux relations suivantes : *Personne* (nom, prénom, age) et *Voiture* (type, marque, propriétaire)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

*Personne*

type	marque	propriétaire
Tesla	Model X	Dupont
Citroën	2 CV	Durand
Citroën	3 CV	Dupont



## Voiture

Soit l'opération suivante :  $R = \text{Jointure} (\text{Personne}, \text{Voiture}, \text{Personne.Nom}=\text{Voiture.Propriétaire})$

On obtient alors la relation  $R$  composée des tuples suivants :

nom	prénom	age	type	marque	propriétaire
Dupont	Pierre	20	Tesla	Model X	Dupont
Dupont	Pierre	20	Citroën	3 CV	Dupont
Durand	Jean	30	Citroën	2 CV	Durand

$R$

### Fondamental

La jointure est l'opération qui permet de rassembler les informations séparées entre plusieurs tables et référencées par des clés étrangères.

### Remarque : Opération additionnelle

La jointure n'est pas une opération de base, elle peut être réécrite en combinant le produit et la restriction.

### Complément : Équi-jointure

Une équi-jointure est une jointure dont la condition est un test d'égalité.

### Complément : Syntaxes alternatives

$R = (\text{R1}, \text{R2}, \text{condition})$

$R = \text{R1} (\text{condition}) \text{R2}$

## 1.7. Exercice

[solution n°7 p.30]

Quelles sont les expressions relationnelles équivalentes à :

$\mid \text{Projection} (\text{Jointure} (\text{R1}, \text{R2}, \text{R1.A1}=\text{R2.A1}), \text{R1.A1}, \text{R2.A2})$

- Jointure ( Projection(R1, A1), Projection(R2, A2), R1.A1=R2.A1)
- Projection ( Jointure (R2, R1, R2.A1=R1.A1), R1.A1, R2.A2)
- Projection ( Restriction ( Produit(R1, R2), R1.A1=R2.A1), R1.A1, R2.A2)
- Produit (R1, R2, R1.A1=R2.A1, R1.A1, R2.A2)

## 2. Opérateurs complémentaires

### Objectifs

Maîtriser l'algèbre relationnelle.

### 2.1. Jointure naturelle

#### Définition : Jointure naturelle

---

La jointure naturelle entre  $R_1$  et  $R_2$  est une jointure pour laquelle la condition est l'égalité entre les attributs de même nom de  $R_1$  et de  $R_2$ . Il est donc inutile de spécifier la condition dans une jointure naturelle, elle reste toujours implicite.

#### Syntaxe

---

$R = \text{JointureNaturelle}(R_1, R_2)$

#### Exemple

---

Soit deux relations  $R_1(A, B, C)$  et  $R_2(A, D)$ , l'opération  $\text{Jointure}(R_1, R_2, R_1.A = R_2.A)$  est équivalente à l'opération  $\text{JointureNaturelle}(R_1, R_2)$ .

#### Remarque

---

Pour appliquer une jointure naturelle, il faut que les deux relations opérands aient au moins un attribut ayant le même nom en commun.

#### Complément : Syntaxes alternatives

---

$R = (R_1, R_2)$

$R = R_1 \bowtie R_2$

### 2.2. Jointure externe

#### Introduction

La jointure est une opération qui entraîne la perte de certains tuples : ceux qui appartiennent à une des deux relations opérands et qui n'ont pas de correspondance dans l'autre relation. Il est nécessaire dans certains cas de pallier cette lacune, et l'on introduit pour cela la notion de jointure externe.

#### Définition : Jointure externe

---

La jointure externe entre  $R_1$  et  $R_2$  est une jointure qui produit une relation  $R_3$  à laquelle on ajoute les tuples de  $R_1$  et de  $R_2$  exclus par la jointure, en complétant avec des valeurs nulles pour les attributs de l'autre relation.

### Définition : Jointure externe gauche

La jointure externe gauche entre R1 et R2 est une jointure externe pour laquelle on ajoute seulement les tuples de R1 (c'est à dire la relation de gauche) ayant été exclus.

Synonymes : Jointure gauche

### Définition : Jointure externe droite

La jointure externe droite entre R1 et R2 est une jointure externe pour laquelle on ajoute seulement les tuples de R2 (c'est à dire la relation de droite) ayant été exclus.

Bien entendu une jointure externe droite peut être réécrite par une jointure externe gauche (et réciproquement) en substituant les relations opérandes R1 et R2.

Synonymes : Jointure droite

### Syntaxe

$R = \text{JointureExterne}(R1, R2, \text{condition})$

$R = \text{JointureExterneGauche}(R1, R2, \text{condition})$

$R = \text{JointureExterneDroite}(R1, R2, \text{condition})$

### Exemple

Soit les deux relations suivantes : *Personne* (nom, prénom, age) et *Voiture* (type, marque, propriétaire)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30
Martin	Georges	40

*Personne*

type	marque	propriétaire
Tesla	Model X	Dupont
Citroën	2 CV	Durand
Citroën	3 CV	NULL

*Voiture*

Soit l'opération suivante :  $R = \text{JointureExterne}(\text{Homme}, \text{Voiture}, \text{Homme.Nom}=\text{Voiture.Propriétaire})$

On obtient alors la relation R composée des tuples suivants :

nom	prénom	age	type	marque	propriétaire
Dupont	Pierre	20	Tesla	Model X	Dupont
Durand	Jean	30	Citroën	2 CV	Durand
Martin	Georges	40	NULL	NULL	NULL
NULL	NULL	NULL	Citroën	3 CV	NULL

$R$

Une jointure externe gauche n'aurait renvoyé que les trois premiers tuples et une jointure externe droite n'aurait renvoyé que les deux premiers et le dernier tuple.

### Complément : Syntaxes alternatives

$R = ++ (R1, R2, condition)$  (jointure externe)

$R = + (R1, R2, condition)$  (jointure externe gauche)

$R = + (R1, R2, condition)$  (jointure externe droite)

$R = R1 ++(condition) R2$

$R = R1 +(condition) R2$

$R = R1 +(condition) R2$

## 2.3. Opérateurs ensemblistes

### Attention

Les opérateurs ensemblistes sont des relations binaires (c'est à dire entre deux relations) portant sur des relations *de même schéma*.

### Définition : Union

L'union de deux relations  $R1$  et  $R2$  de même schéma produit une relation  $R3$  de même schéma constituée de l'ensemble des tuples appartenant à  $R1$  et/ou à  $R2$ .

### Définition : Différence

La différence entre deux relations  $R1$  et  $R2$  de même schéma produit une relation  $R3$  de même schéma constituée de l'ensemble des tuples de  $R1$  n'appartenant pas à  $R2$ . Notons que la différence entre  $R1$  et  $R2$  n'est pas égale à la différence entre  $R2$  et  $R1$ .

### Définition : Intersection

L'intersection de deux relations  $R1$  et  $R2$  de même schéma produit une relation  $R3$  de même schéma constituée de l'ensemble des tuples appartenant à la fois à  $R1$  et à  $R2$ . Notons que l'intersection n'est pas une opération de base, car elle est équivalent à deux opérations de différence successives.

## Syntaxe

---

$R = \text{Union} (R1, R2)$

$R = \text{Différence} (R1, R2)$

$R = \text{Intersection} (R1, R2)$

## Attention

---

Les opérateurs ensemblistes éliminent les doublons.

## Exemple

---

Soit les deux relations suivantes : Homme (nom, prénom, age) et Femme (nom, prénom, age)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

*Homme*

nom	prénom	age
Martin	Isabelle	24
Blanc	Hélène	25

*Femme*

Soit l'opération suivante :  $R = \text{Union} (\text{Homme}, \text{Femme})$

On obtient alors la relation R composée des tuples suivants :

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30
Martin	Isabelle	24
Blanc	Hélène	25

*R*

La différence entre Homme et Femme (respectivement entre Femme et Homme) renvoie la relation Homme (respectivement Femme), car aucun tuple n'est commun aux deux relations. L'intersection entre Homme et Femme est vide, pour la même raison.

### Complément : Union externe

---

Il est possible de définir une opération d'union externe, qui permet de réaliser l'union de deux relations de schéma différent, en ramenant les relations aux mêmes schémas, et en les complétant avec des valeurs nulles.

### Complément : Syntaxes alternatives

---

$$R = R_1 \cup R_2$$

$$R = R_1 \cup R_1$$

$$R = R_1 \cup R_2$$

## 2.4. Division

### Définition : Division

---

La division est une opération binaire (c'est à dire portant sur deux relations).

La division de  $R_D$  par  $R_d$  a pour résultat  $R_Q$  tel que  $R_Q$  comporte le plus grand ensemble possible de tuples qui concaténés à ceux de  $R_d$  donnent toujours un tuple de  $R_D$ .

### Fondamental

---

$R_Q = R_D \div R_d$  si et seulement si :

- $R_d \times R_Q$  dans  $R_D$
- $\nexists R_{Q'}$  tel que  $R_Q \subset R_{Q'}$  et  $R_d \times R_{Q'} \subseteq$  dans  $R_D$

### Syntaxe

---

$$R_Q = \text{Division} (R_D, R_d)$$

### Attention

---

- Tous les attributs de  $R_d$  sont des attributs de  $R_D$  (c'est à dire de même nom et de même domaine), sinon  $\forall R, R_d \times R$  donnera des tuples dont au moins un attribut n'appartient pas au schéma de  $R_D$ .
- $R_D$  a au moins un attribut de plus que  $R_d$ , sinon  $\forall R, R_d \times R$  donnera des tuples qui ont au moins un attribut de plus que  $R_D$ .
- $R_Q$  comporte les attributs appartenant à  $R_D$  mais n'appartenant pas à  $R_d$

### Conseil : Comparaison avec la division entière

---

- $R_D$  est le dividende
- $R_d$  est le diviseur
- $R_Q$  est le quotient (tel que  $R_Q \times R_d$  donne le plus grand entier inférieur à  $R_D$ )
- Il y a une sorte de reste  $R_r$  qui contient les tuples de  $R_D$  qui ne sont pas retrouvés par l'opération  $R_d \times R_Q$

 *Exemple*

Soit les deux relations suivantes :  $(R_D)$  Pratique (personne, age, métier) et  $(R_d)$  Métier (métier)

personne	age	métier
Dupont	20	Ingénieur
Dupont	20	Professeur
Durand	30	Professeur
Martin	40	Ingénieur
Martin	40	Professeur

$(R_D)$  Pratique

métier
Ingénieur
Professeur

$(R_d)$  Métier


Soit l'opération suivante :  $R_Q = \text{Division (Pratique, Métier)}$

On obtient alors la relation  $R_Q$  composée des tuples suivants :

personne	age
Dupont	20
Martin	40

$(R_Q)$  Résultat

On peut considérer que le tuple (Durand, 30, Professeur) est ici une sorte de reste, il n'est pas retrouvé par l'opération  $R_D \times R_Q$ .

 *Méthode : Réponse aux questions : Pour tous les ...*

La division permet de répondre aux questions du type : "Donnez toutes les personnes qui pratiquent tous les métiers de la relation métier".

### Remarque : Opération additionnelle

---

La division n'est pas une opération de base, elle peut être réécrite en combinant le produit, la restriction et la différence.

### Syntaxe : Syntaxes alternatives

---

$$R_Q = \div (R_D, R_d)$$

$$R_Q = R_D \div R_d$$

## 2.5. Renommage

### Définition : Division

---

Le renommage est une opération qui permet de redéfinir les noms des attributs d'une relation R.

### Syntaxe

---

$$R = \text{Renommage} (R1, a1, a2, \dots)$$

### Exemple

---

Soit la relation suivante : *Personne* (nom, prénom, age)

nom	prénom	age
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

*Personne*

Soit l'opération suivante :  $R = \text{Renommage} (\text{Personne}, a, b, c)$

On obtient alors la relation R composée des tuples suivants :

a	b	c
Dupont	Pierre	20
Durand	Jean	30

R

### Syntaxe : Syntaxes alternatives

---

$$R = (R1, a1, a2, \dots)$$

$$R = a1, a2, \dots (R1)$$



## 2.6. Proposition de notations

### *Introduction*

Il existe plusieurs syntaxes pour écrire des opérations d'algèbre relationnelle, certaines inspirées de l'algèbre classiques, d'autres reposant sur des notations graphiques. Nous proposons une notation fonctionnelle qui a le mérite d'être facile à écrire et d'être lisible.

### *Syntaxe*

---

```

1 R = Union (R1, R2)
2 R = Différence (R1, R2)
3 R = Intersection (R1, R2)
4 R = Projection (R1, a1, a2, ...)
5 R = Restriction (R1, condition)
6 R = Produit (R1, R2)
7 R = Jointure (R1, R2, condition)
8 R = JointureNaturelle (R1, R2)
9 R = JointureExterne (R1, R2, condition)
10 R = JointureGauche (R1, R2, condition)
11 R = JointureDroite (R1, R2, condition)
12 R = Division (R1, R2)
13 R = Renommage (R, a1, a2, ...)

```

### *Exemple : Notation décomposée*

---

```

1 R' = Restriction(R1, A1=1 AND A2=2)
2 R = Projection (R', A3)

```

## 2.7. Exercice

[solution n°8 p.31]

Soit les deux relations R1 et R2 suivantes, définies en extension :

A	B
1	A
2	B
3	C

R1

A
1
2

R2

Combien de tuples renvoie l'opération relationnelle suivante ?

$R3 = \text{JointureNaturelle}(\text{Intersection}(\text{Projection}(R1, A), R2), R2)$

## 2.8. Exercice : Opérateurs de base et additionnels

Réécrivez les opérateurs additionnels suivants, à partir d'opérateurs de base :

### Question 1

[solution n°9 p.31]

Réécrivez Intersection à partir de Différence

### Question 2

[solution n°10 p.31]

Réécrivez Jointure à partir de Produit et Restriction

# Exercices

## II

### 1. Exercice : Faire du Cinéma

[30 minutes]

On considère les deux relations suivantes :

```
1 FILMS (titre:string, pays:string, année:integer(4), réalisateur:string, durée:
integer(3))
2 ACTEURS (titre:string, acteur:string)
```

La relation *FILMS* donne pour chaque film, identifié par son titre, le pays, l'année de sortie, réalisateur et la durée.

La relation *ACTEURS* donne pour chaque film l'ensemble des principaux acteurs.

À l'aide de l'algèbre relationnelle, exprimer les requêtes ci-après.

#### Question 1

[solution n°11 p.31]

Lister les films français (titre, année, réalisateur).

#### Question 2

[solution n°12 p.32]

Donnez les années de sortie des films dans lesquels l'acteur Jean GABIN a joué.

#### Question 3

[solution n°13 p.32]

Trouver les acteurs qui ont tourné avec François Truffaut comme réalisateur.

#### Question 4

[solution n°14 p.32]

Lister les films dans lesquels le réalisateur est aussi acteur.

#### Question 5

[solution n°15 p.32]

Trouver tous les acteurs qui ont été partenaires de l'actrice Catherine Deneuve.

#### Question 6

[solution n°16 p.32]

Lister les réalisateurs n'ayant joué comme acteurs que dans des films qu'ils ne réalisaient pas eux-mêmes.

#### Question 7

[solution n°17 p.32]

Lister les réalisateurs ayant joué comme acteurs dans des films qu'ils ne réalisaient pas eux-mêmes.

### Question 8

[solution n°18 p.33]

Donnez les acteurs qui jouent dans tous les films de François TRUFFAUT.

## 2. Exercice : Le retour des écoliers

[45 minutes]

Soit le schéma relationnel suivant :

```
1 IMMEUBLE (#ADI, NBETAGES, DATEC, PROP)
2 APPIM (#ADI, #NAPR, OCCUP, TYPE, SUPER, ETAGE)
3 PERSONNE (#NOM, AGE, PROF, ADR, NAPR)
4 ÉCOLE (#NOME, ADEC, DIR)
5 CLASSE (#NOME, #NCL, MAITRE)
6 ENFANT (#NOMP, #PRENOM, AN, NOME, NCL)
```

Avec la signification suivante :

- *Relation IMMEUBLE*  
ADI : adresse d'immeuble, clé ; on fait l'hypothèse pour simplifier, que l'adresse identifie de manière unique un immeuble  
NBETAGES : nombre d'étages d'un immeuble  
DATEC : date de construction (année)  
PROP : nom du propriétaire de l'immeuble qui est une personne
- *Relation APPIM (Appartement)*  
ADI : adresse d'immeuble  
NAPR : numéro d'appartement  
OCCUP : occupant de l'appartement (nom de la personne ayant signé le contrat de location, éventuellement aucun)  
TYPE : type de l'appartement (Studio, F2, ...)  
SUPER : superficie de l'appartement  
ETAGE : étage où se situe l'appartement
- *Relation PERSONNE*  
NOM : nom de personne, clé ; on fait l'hypothèse pour simplifier, que ce nom est unique sur l'ensemble des personnes que l'on considère dans la base  
AGE : âge de la personne  
PROF : profession de la personne  
ADR : adresse de la résidence d'une personne, il s'agit d'un immeuble  
NAPR : numéro d'appartement
- *Relation ÉCOLE*  
NOME : nom d'une école, clé  
ADEC : adresse d'une école  
DIR : nom du directeur
- *Relation CLASSE*  
NOME : nom d'une école  
NCL : nom de la classe, e.g., CP1, CE2, CE3, etc...  
MAITRE : nom de l'instituteur
- *Relation ENFANT*

NOMP : nom de la personne responsable de l'enfant, clé e.g., père, mère etc...

PRENOM : prénom de l'enfant

AN : année de naissance

NOMECE : nom d'une école

NCL : nom de la classe

La relation IMMEUBLE décrit un ensemble d'immeubles. Chaque immeuble a un propriétaire. La relation APPIM décrit pour chaque immeuble l'ensemble des appartements qui le compose (il y a au minimum un appartement par immeuble). Chaque appartement peut héberger plusieurs personnes mais il y en a une qui est responsable (par exemple la personne qui a signé le contrat de location) et qui est désignée par l'attribut OCCUP. Si l'appartement est inoccupé, il prend la valeur NULL. La relation PERSONNE décrit un ensemble de personnes. ADR et NAPR représentent l'adresse où réside une personne. Une personne peut avoir plusieurs enfants décrits par la relation ENFANT. Pour simplifier, on ne considère que les enfants allant à l'école primaire. Les écoles et les classes sont décrites dans les relations ÉCOLE et CLASSE, chaque école est composée au minimum d'une classe et chaque classe est au moins fréquentée par un enfant.

### Question 1

[solution n°19 p.33]

Donner l'adresse des immeubles ayant plus de 10 étages et construits avant 1970.

### Question 2

[solution n°20 p.33]

Donner les noms des personnes qui habitent dans un immeuble dont ils sont propriétaires.

### Question 3

[solution n°21 p.33]

Donner les noms des personnes qui ne sont pas propriétaires.

### Question 4

[solution n°22 p.33]

Donner les adresses des immeubles possédés par des informaticiens dont l'âge est inférieur à 40 ans .

### Question 5

[solution n°23 p.33]

Donner la liste des occupants (nom, âge, profession) des immeubles possédés par DUPONT.

### Question 6

[solution n°24 p.34]

Donner le nom et la profession des propriétaires d'immeubles dans lesquels il y a des appartements vides.

### Question 7

[solution n°25 p.34]

Donner les noms des maîtres qui habitent dans le même immeuble (à la même adresse) qu'au moins un de leurs élèves (on suppose que les enfants vivent sous le même toit que leur parents).

### Question 8

[solution n°26 p.34]

Donner l'adresse de l'immeuble, la date de construction, le type d'appartement et l'étage où habitent chacun des maîtres des enfants de DUPONT.



### 3. Quiz : Algèbre relationnelle



Quelles sont les opérations relationnelles, qui appliquées sur les relations instanciées ci-dessous, renvoient un ensemble non nul de tuples ?

Num	Nom	Famille
1	Ours	Mammifère
2	Truite	Poisson
3	Homme	Mammifère
4	Martin-pêcheur	Oiseau

*Animal*

Num	Nom
1	Forêt
2	Montagne
3	Ciel
4	Rivière
5	Mer

*Environnement*

Animal	Environnement
1	1
1	2
1	4
2	4
4	3

*Habiter*

Mangeur	Mangé	Fréquence
1	2	Souvent
1	3	Rarement
1	4	Rarement
4	2	Souvent
3	1	Rarement
3	2	Souvent

*Manger*

Restriction( Projection (Animal, Nom, Famille), Famille='Mammifère')

Restriction( Jointure( Jointure (Animal, Habiter, Animal.Num=Habiter.Animal), Environnement, Environnement.Num=Habiter.Environnement), Animal.Num='3')



Restriction( JointureExterneGauche( Animal, Habiter, Animal.Num=Habiter.Animal), Animal.Nom='Homme')

Jointure( Animal, Manger, Animal.Num=Manger.Mangeur AND Animal.Num=Manger.Mangé)

## Exercice

[solution n°28 p.35]

Soit le schéma relationnel :

```
1 R1 (X, Y)
2 R2 (X, Y)
```

Quelles sont les opérations relationnelles équivalentes à l'opération :

```
1 Projection( JointureNaturelle (R1,R2), R1.X)
```

- JointureNaturelle(Projection(R1, X), Projection(R2, X))
- Projection( Selection (Produit(R1, R2), R1.X=R2.X AND R1.Y=R2.Y), R1.X)
- Projection( Union( R1, R2), R1.X)
- Projection( JointureExterne ( R1, R2, R1.X=R2.X AND R1.Y=R2.Y), R1.X)
- Projection( Jointure ( R1, R2, R1.X=R2.X AND R1.Y=R2.Y), R1.X)

Soit la relation instanciée suivante :

A	B	C
1	1	0
1	0	1
0	1	1

*Relation R1*

Quelles relations sont retournées par l'opération relationnelle suivante :

$$R2 = \text{JointureNaturelle}(R1, R1)$$

1	1	0
1	0	1
0	1	1

*R2a*

1	1	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0
1	0	1
0	1	1

*R2b*

1	1	1
0	0	0

*R2c*

1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1

*R2d*

- R2a
- R2b
- R2c
- R2d
- Une relation vide (aucun tuple)

# Devoirs



## 1. Exercice : Inviter ses amis

[30 minutes]

Une maîtresse de maison s'est constituée une base de données sur les personnes qu'elle invite et les plats qu'elle leur sert. Cette base de données est composée de trois relations :

- REPAS (`#date:date`, `#invité:string`) donne la liste des invités qui ont été reçus et à quelle date
- MENU (`#date:date`, `#plat:string`) donne le menu servi à chaque date
- PREFERENCE (`#personne:string`, `#plat:string`) donne pour chaque personne ses plats préférés

### Question 1

On note que les trois relations sont "toute clé". Rappeler ce qu'est une relation toute clé.

À l'aide de l'algèbre relationnelle, exprimer les requêtes suivantes.

### Question 2

Quels sont les invités du repas du 01/05/97 ?

### Question 3

Quels sont les plats qui ont été servis à Alice ?

### Question 4

Quels sont les invités qui lors d'un repas ont eu au moins un de leur plat préféré ?

### Question 5

Quelles sont les personnes qui n'ont jamais été invitées ?

### Question 6

Quels sont les invités qui sont venus à tous les repas ?

# Questions de synthèse



Pourquoi la jointure est-elle un opérateur essentiel ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Quels sont les opérateurs algébriques de base ? Quels sont les autres opérateurs ? Qu'est ce qui les différencie ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Quels sont les opérateurs ensemblistes ? Qu'est ce qui les caractérise ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Pourquoi la jointure est-elle un opérateur essentiel ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....  
.....

Qu'est ce qui différencie une jointure externe d'une jointure classique ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



# Solutions des exercices



## > Solution n°1

Exercice p. 4

```
1 R1 = Restriction (EMP, EMP.SAL+EMP.COMM>10000)
2 R = Projection(R1, R1.ENOM)
```

## > Solution n°2

Exercice p. 4

```
1 R1 = Restriction (EMP, EMP.ENO=10)
2 R = Projection (R1, R1.ENOM, R1.PROF)
```

## > Solution n°3

Exercice p. 4

```
1 R1 = Jointure (EMP, DEPT, EMP.DNO=DEPT.DNO)
2 R2 = Restriction (R1, R1.VILLE='Paris')
3 R = Projection (R2, R2.ENOM)
```

## > Solution n°4

Exercice p. 4

```
1 R1 = Restriction (DEPT, DEPT.DNOM='Commercial')
2 R2 = Jointure (R1, EMP, EMP.ENO=R1.DIR)
3 R = Projection (R2, R2.ENOM)
```

## > Solution n°5

Exercice p. 4

```
1 R1 = Jointure (EMP, DEPT, DEPT.DIR=EMP.ENO)
2 R = Projection (R1, R1.PROF)
```

## > Solution n°6

Exercice p. 4

```
1 R1 = Jointure (EMP, DEPT, EMP.ENO=DEPT.DIR)
2 R2 = Restriction (R1, R1.PROF='Ingénieur')
3 R = Projection (R2, R2.ENOM)
```

## > Solution n°7

Exercice p. 9

Quelles sont les expressions relationnelles équivalentes à :

```
1 Projection ( Jointure (R1, R2, R1.A1=R2.A1), R1.A1, R2.A2)
```

- Jointure ( Projection( $R1, A1$ ), Projection( $R2, A2$ ),  $R1.A1=R2.A1$ )
- Projection ( Jointure ( $R2, R1, R2.A1=R1.A1$ ),  $R1.A1, R2.A2$ )
- Projection ( Restriction ( Produit( $R1, R2$ ),  $R1.A1=R2.A1$ ),  $R1.A1, R2.A2$ )
- Produit ( $R1, R2, R1.A1=R2.A1, R1.A1, R2.A2$ )

La première proposition n'est pas bonne, car la projection de  $R2$  sur  $A2$  fait perdre  $R2.A1$  et ne permet donc plus la jointure.

> **Solution n°8**

Exercice p. 18

Soit les deux relations  $R1$  et  $R2$  suivantes, définies en extension :

A	B
1	A
2	B
3	C

$R1$

A
1
2

$R2$

Combien de tuples renvoie l'opération relationnelle suivante ?

$R3 = \text{JointureNaturelle} (\text{Intersection} (\text{Projection} (R1, A), R2), R2)$

2

L'intersection de  $R1$  (projeté sur  $A$ ) et de  $R2$  renvoie  $R2$ , car  $R2.A$  ne contient que des valeurs comprises dans  $R1.A$ . La jointure de  $R2$  avec  $R2$  renvoie donc le nombre de tuples de  $R2$ .

> **Solution n°9**

Exercice p. 18

$\text{Intersection} (R1, R2) = \text{Difference} (R1, \text{Difference} (R1, R2))$

> **Solution n°10**

Exercice p. 18

$\text{Jointure} (R1, R2, \text{condition}) = \text{Restriction} (\text{Produit} (R1, R2), \text{condition})$

> **Solution n°11**

Exercice p. 19

```
1 R1 = Restriction (FILMS, FILMS.pays='France')
2 R = Projection (R1, R1.titre, R1.année, R1.réalisateur)
```

> **Solution n°12**

Exercice p. 19

```
1 R1 = Restriction (ACTEURS, ACTEURS.acteur='Gabin')
2 R2 = Jointure (R1, FILMS, R1.titre=FILMS.titre)
3 R = Projection (R2, R2.année)
```

> **Solution n°13**

Exercice p. 19

```
1 FilmsDeTruffaut = Restriction (FILMS, FILMS.réalisateur='Truffaut')
2 ActeursDesFilmsDeTruffaut = Jointure (FilmsDeTruffaut, ACTEURS, FilmsDeTruffaut.
  titre=ACTEURS.titre)
3 Resultat = Projection (ActeursDesFilmsDeTruffaut, ActeursDesFilmsDeTruffaut.
  acteur)
```

> **Solution n°14**

Exercice p. 19

```
1 R1 = Jointure (FILMS, ACTEURS, FILMS.titre=ACTEURS.titre)
2 R2 = Restriction (R1, R1.acteur=R1.realisateur)
3 R = Projection (R2, R2.titre)
```

> **Solution n°15**

Exercice p. 19

```
1 R1 = Restriction (ACTEURS, ACTEURS.acteur<>'Deneuve')
2 R2 = Restriction (ACTEURS, ACTEURS.acteur='Deneuve')
3
4 RES1 = Jointure (R1, R2, R1.titre=R2.titre)
5 R = Projection (RES1, RES1.acteur)
```

> **Solution n°16**

Exercice p. 19

```
1 R1 = Projection (ACTEURS, ACTEURS.acteur)
2 R2 = Projection (FILMS, FILMS.réalisateur)
3
4 RES1 = Intersection (R1, R2)
```

RES1 donne les réalisateurs qui sont aussi des acteurs.

```
1 R3 = Jointure (FILMS, ACTEURS, FILMS.titre=ACTEURS.titre AND FILMS.
  realisateur=ACTEURS.acteur)
2 RES2 = Projection (R3, R3.acteur)
```

RES2 donne les acteurs qui ont joué dans des films qu'ils ont réalisés.

```
1 R = Difference (RES1, RES2)
```



> **Solution n°17**

Exercice p. 19

```

1 R1 = Jointure (FILMS, ACTEURS, FILMS.titre=ACTEURS.titre)
2 R2 = Restriction (R1, R1.acteur<>R1.realisateur)
3
4 RES1 = Projection (R2, R2.acteur)

```

RES1 représente tous les acteurs qui jouent dans des films qu'ils n'ont pas réalisés.

```

1 RES2 = Projection (FILMS, FILMS.réalisateur)

```

RES2 représente tous les réalisateurs.

```

1 R = Intersection (RES1, RES2)

```

> **Solution n°18**

Exercice p. 20

```

1 R1 = Restriction (FILMS, FILMS.réalisateur='Truffaut')
2 R2 = Projection(R1, R1.titre)
3 R = Division (ACTEURS, R2)

```

> **Solution n°19**

Exercice p. 21

```

1 R1 = SELECTION (IMMEUBLE, NBETAGES>10 ET DATEC<1970)
2 R = PROJECTION (R1, ADI)

```

> **Solution n°20**

Exercice p. 21

```

1 R1 = JOINTURE (PERSONNE, IMMEUBLE, PERSONNES.NOM=IMMEUBLE .PROP ET PERSONNE.
  ADR=IMMEUBLE.ADI)
2 R = PROJECTION (R1, NOM)

```

> **Solution n°21**

Exercice p. 21

```

1 R1 = PROJECTION (PERSONNE, NOM)
2 R2 = PROJECTION (IMMEUBLE, PROP)
3 R = R1 - R2

```

> **Solution n°22**

Exercice p. 21

```

1 R1 = SELECTION (PERSONNE, PROF="INFORMATICIEN" AND AGE<40)
2 R2 = JOINTURE (R1, IMMEUBLE, IMMEUBLE.PROP=R1.NOM)
3 R = PROJECTION ( R2, ADI)

```

> **Solution n°23**

Exercice p. 21

```

1 R1 = SELECTION (IMMEUBLE, PROP="DUPONT")
2 R2 = JOINTURE (R1, APPIM, APPIM.ADI=R1.ADI)
3 R3 = JOINTURE (R2, PERSONNE, PERSONNE.NOM=R2.OCCUP)

```

```
4 R = PROJECTION (R3, NOM, AGE, PROF)
```

> **Solution n°24**

Exercice p. 21

```
1 R1=SELECTION (APPIM, OCCUP="NULL")
2 R2 = JOINTURE (IMMEUBLE, R1, R1.ADI=IMMEUBLE.ADI)
3 R3 = JOINTURE (R2, PERSONNE, PERSONNE.NOM=R2.PROP)
4 R = PROJECTION (R3, PROP, PROF)
```

> **Solution n°25**

Exercice p. 21

```
1 R1 =JOINTURE (CLASSE, ENFANT, NOMECL=NOMECL AND NCL=NCL)
2 R2 = JOINTURE (R1, PERSONNE, PERSONNE.NOM=R1. MAITRE)
3 R3 = JOINTURE (R2, PERSONNE, PERSONNE.NOM=R2.NOMP AND PERSONNE.ADR=R2.ADR)
4 R = PROJECTION (R3, MAITRE)
```

> **Solution n°26**

Exercice p. 21

```
1 R1 = SELECTION (ENFANT, NOMP="DUPONT ")
2 R2 = JOINTURE (CLASSE, R1, NOMECL=CLASSE.NOMECL AND CLASSE.NCL=R1.NCL)
3 R3 = JOINTURE (R2, PERSONNE, PERSONNE.NOM=R2.MAITRE)
4 R4 = JOINTURE (R3, APPIM, APPIM.ADI=R3.ADR AND R3.NAPR=APPIM.NAPR)
5 R5 = JOINTURE (R4, IMMEUBLE, IMMEUBLE.ADI=R4.ADR)
6 R = PROJECTION (R5, ADI, DATEC, TYPE, ETAGE)
```

> **Solution n°27**

Exercice p. 24

Quelles sont les opérations relationnelles, qui appliquées sur les relations instanciées ci-dessous, renvoient un ensemble non nul de tuples ?

Num	Nom	Famille
1	Ours	Mammifère
2	Truite	Poisson
3	Homme	Mammifère
4	Martin-pêcheur	Oiseau

*Animal*

Num	Nom
1	Forêt
2	Montagne
3	Ciel
4	Rivière
5	Mer

*Environnement*

Animal	Environnement
1	1
1	2
1	4
2	4
4	3

*Habiter*

Mangeur	Mangé	Fréquence
1	2	Souvent
1	3	Rarement
1	4	Rarement
4	2	Souvent
3	1	Rarement
3	2	Souvent

*Manger*

Restriction( Projection (Animal, Nom, Famille), Famille='Mammifère')

Restriction( Jointure( Jointure (Animal, Habiter, Animal.Num=Habiter.Animal), Environnement, Environnement.Num=Habiter.Environnement), Animal.Num='3')

Restriction( JointureExterneGauche( Animal, Habiter, Animal.Num=Habiter.Animal), Animal.Nom='Homme')

Jointure( Animal, Manger, Animal.Num=Manger.Mangeur AND Animal.Num=Manger.Mangé)

### > Solution n°28

Exercice p. 25

Soit le schéma relationnel :

```
1 R1 (X, Y)
2 R2 (X, Y)
```

Quelles sont les opérations relationnelles équivalentes à l'opération :

```
1 Projection( JointureNaturelle (R1,R2), R1.X)
```

JointureNaturelle(Projection(R1, X), Projection(R2, X))

Projection( Selection (Produit(R1, R2), R1.X=R2.X AND R1.Y=R2.Y), R1.X)

Projection( Union( R1, R2), R1.X)

Projection( JointureExterne ( R1, R2, R1.X=R2.X AND R1.Y=R2.Y), R1.X)

Projection( Jointure ( R1, R2, R1.X=R2.X AND R1.Y=R2.Y), R1.X)

1. La première proposition n'est pas correcte car il est Impossible de joindre les Y après projection

2. La seconde est correcte car "Jointure = Produit + Sélection"
3. La troisième n'est pas correcte car l'union rien à voir avec le problème
4. La quatrième n'est pas correcte car la jointure externe est différente de la jointure
5. La cinquième est correcte car la jointure sur X et Y est équivalente à la jointure naturelle dans notre cas

> **Solution n°29**

Exercice p. 26

Soit la relation instanciée suivante :

A	B	C
1	1	0
1	0	1
0	1	1

*Relation R1*

Quelles relations sont retournées par l'opération relationnelle suivante :

$$R2 = \text{JointureNaturelle}(R1, R1)$$

1	1	0
1	0	1
0	1	1

*R2a*

1	1	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0
1	0	1
0	1	1

*R2b*

1	1	1
0	0	0

*R2c*

1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1

*R2d* R2a R2b R2c

R2d

Une relation vide (aucun tuple)

- Une jointure entre deux relations de 3 colonnes sans projection renvoie 6 colonnes.
- Il suffit de vérifier les 0 et les 1 pour valider la seule proposition à 6 colonnes.