

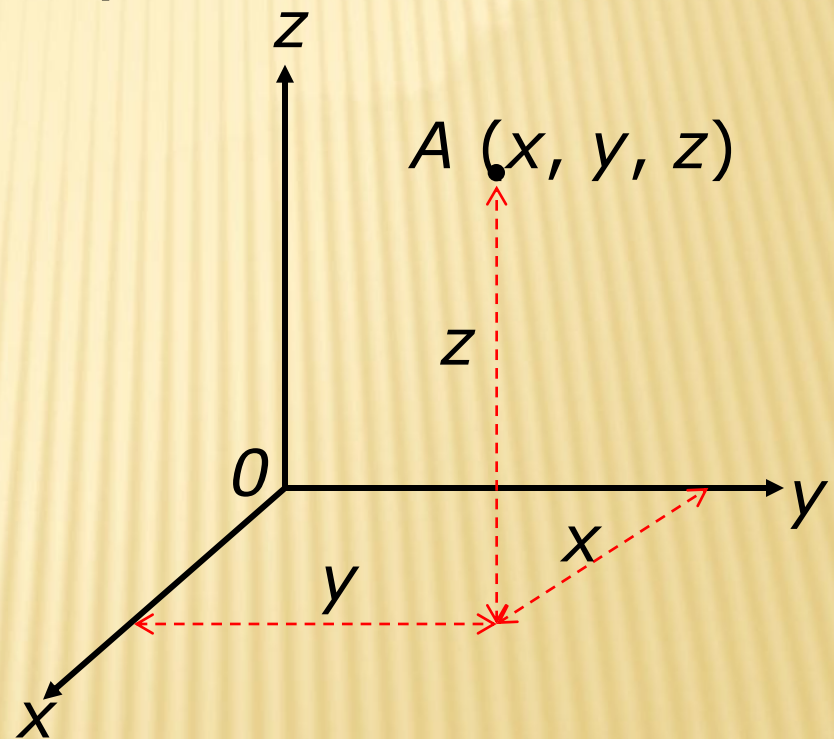
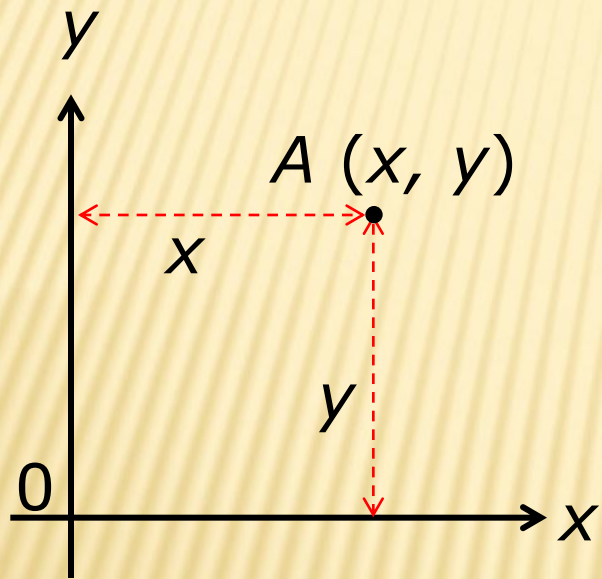
# **ANALISIS KINEMATIKA:** **Sistim Koordinat, Analisis Vektor dan Analisis Posisi**

---

# SISTIM KOORDINAT DAN ANALISIS VEKTOR

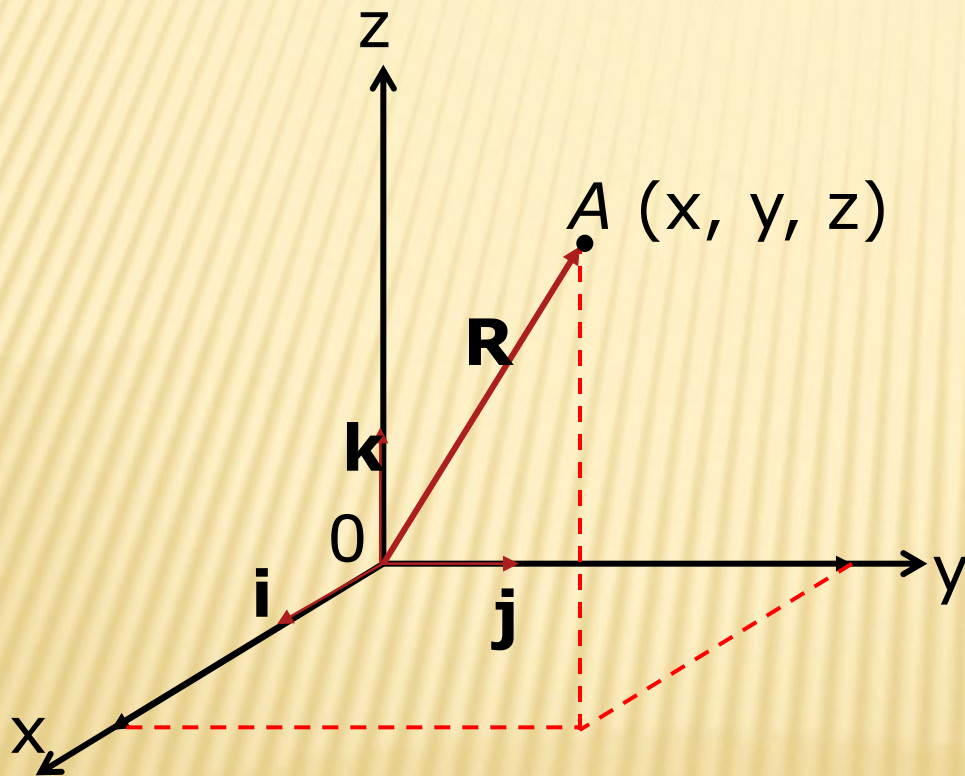
# Koordinat Kartesian

Letak materi (partikel) dalam sistem koordinat kartesian dinyatakan sebagai,  $(x, y \rightarrow$  dua dimensi) atau  $(x, y, z \rightarrow$  tiga dimensi).



# Vektor Posisi

Letak materi (partikel) dalam sistem koordinat dapat dinyatakan sebagai bentuk vektor posisi.



Letak titik A dapat dinyatakan dengan persm vektor,

$\mathbf{R} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k}$ ,  
(3 dimensi), jika dua dimensi, ( $z = 0$ ) sehingga menjadi,

$$\mathbf{R} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}.$$

# Kecepatan

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

Besar kecepatan,

$$\begin{aligned} v^2 &= \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \\ &= v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \end{aligned}$$

# Percepatan

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \mathbf{k} \quad \text{atau}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

Besar percepatan,

$$a = \sqrt{\left( \frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 + \left( \frac{d^2y}{dt^2} \right)^2 + \left( \frac{d^2z}{dt^2} \right)^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

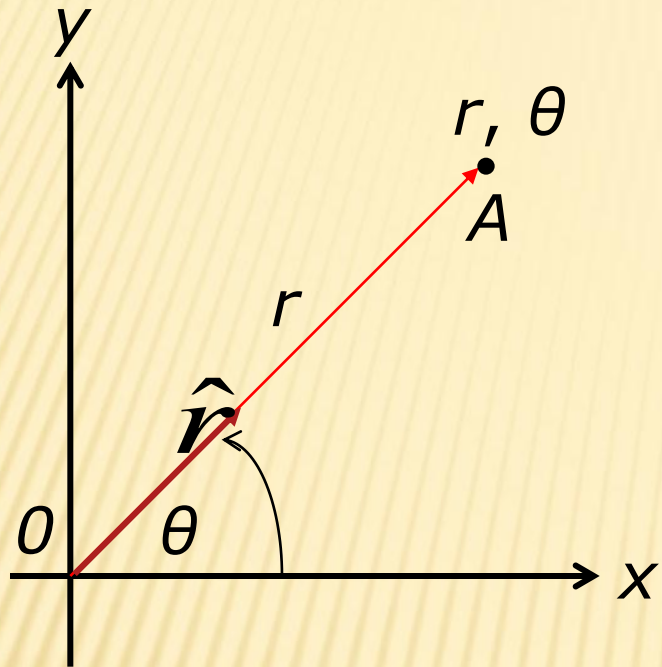
# Persamaan Gerak

Perpindahan,  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$

Kecepatan,  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t$

Nilai kecepatan,  $v^2 = v_0^2 \pm 2 a R$

# Koordinat Kutub dan Vektor Posisi



Koordinat kutub, menyatakan letak suatu titik ditentukan oleh besarnya sudut ( $\theta$ ) terhadap sb.  $x$  dan jarak titik yang bersangkutan ( $r$ ) terhadap acuan ( $0$ ).

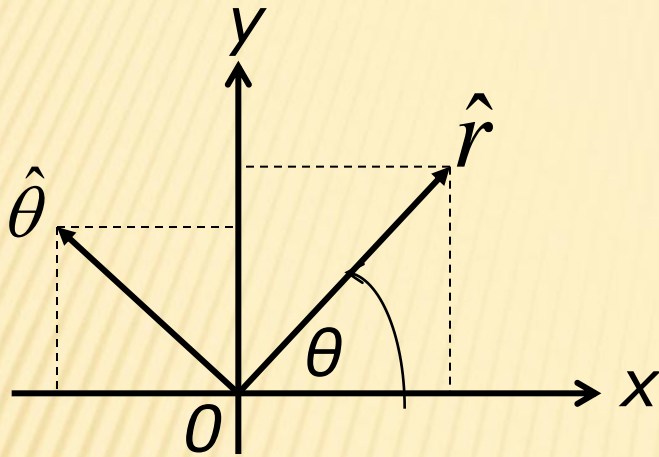
$\Rightarrow$  letak titik  $A$  dinyatakan sebagai,  $A (r, \theta)$

Vektor  $OA$  dinyatakan sebagai  $\mathbf{OA} = \mathbf{r} = r$

$\hat{r}$  vektor satuan dalam arah vektor  $OA$ .



# Vektor Satuan Koordinat Kutub



Koordinat kutub, memiliki vektor satuan  $\hat{r}$  dan  $\hat{\theta}$  yang saling tegak lurus.

Masing-masing vektor dapat diuraikan pada sumbu x dan y menjadi,

$$\hat{r} = \mathbf{i} \cos \theta + \mathbf{j} \sin \theta, \quad \text{dan}$$

$$\hat{\theta} = -\mathbf{i} \sin \theta + \mathbf{j} \cos \theta$$

Perubahan dari  $\hat{r}$  dan  $\hat{\theta}$  memiliki hubungan

$$d\hat{r} = -\mathbf{i} \sin \theta d\theta + \mathbf{j} \cos \theta d\theta = \hat{\theta} d\theta$$

$$d\hat{\theta} = -\mathbf{i} \cos \theta d\theta - \mathbf{j} \sin \theta d\theta = -\hat{r} d\theta$$

# Kecepatan

$$\text{Kecepatan } \mathbf{v} = \frac{d(r \hat{r})}{dt} = r \frac{d\hat{r}}{dt} + \hat{r} \frac{dr}{dt} = r \hat{\theta} \frac{d\theta}{dt} + \hat{r} \frac{dr}{dt}$$

Kecepatan,  $\hat{r} \frac{dr}{dt}$ , gerak yang menjauhi titik 0.

Kecepatan,  $r \hat{\theta} \frac{d\theta}{dt} = r \omega \hat{\theta}$ , gerak mengelilingi titik 0.

Gerak  $r \hat{\theta} \frac{d\theta}{dt} + \hat{r} \frac{dr}{dt} \neq 0$ , memberikan bentuk lintasan lengkung.

Gerak  $\hat{r} \frac{dr}{dt} = 0$ , memberikan bentuk gerak melingkar

Gerak  $r\hat{\theta}\frac{d\theta}{dt} = 0$  memberikan bentuk gerak lurus

Kecepatan,  $\mathbf{v} = r\hat{\theta}\frac{d\theta}{dt} + \hat{r}\frac{dr}{dt}$

Kelajuan,  $v = \sqrt{\left(r\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2}$

# Percepatan

$$\mathbf{a} = \frac{d}{dt} \left( r \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta} + \frac{dr}{dt} \hat{r} \right)$$

$$= \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta} + \frac{d^2\theta}{dt^2} r \hat{\theta} + r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\hat{\theta}}{dt} + \frac{d^2r}{dt^2} \hat{r} + \frac{dr}{dt} \frac{d\hat{r}}{dt}$$

$$= \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta} + \frac{d^2\theta}{dt^2} r \hat{\theta} - r \frac{d\theta}{dt} \frac{d\theta}{dt} \hat{r} + \frac{d^2r}{dt^2} \hat{r} + \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta}$$

$$= \left( 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) \hat{\theta} + \left[ \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \hat{r}$$

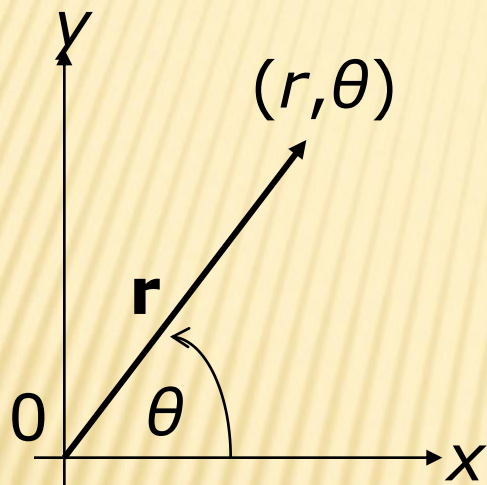
$$\mathbf{a} = a_{\theta} \hat{\theta} + a_r \hat{r}$$

Percepatan,  $a_\theta \hat{\theta}$  percepatan yang menyinggung lintasan, atau  $a$  tangensial.

Percepatan,  $a_r \hat{r}$  percepatan yang tegak lurus lintasan, atau  $a$  normal (menuju pusat kelengkungan).

# Penurunan besaran dengan bentuk Lain

Vektor posisi (koordinat kutub), diubah menggunakan vektor satuan sistem koordinat kartesian.



Perpindahan sudut,  $\theta = \omega t$ .

$$\mathbf{r} = \mathbf{i} r \cos \omega t + \mathbf{j} r \sin \omega t$$

Panjang (atau besar)  $r$ ,

$$r = \sqrt{r^2 \cos^2 \omega t + r^2 \sin^2 \omega t} = r$$

Kecepatan,  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (\mathbf{i} r \cos \omega t + \mathbf{j} r \sin \omega t)$

$$\vec{v} = \mathbf{i} \frac{dr}{dt} \cos \omega t - \mathbf{i} r \omega \sin \omega t + \mathbf{j} \frac{dr}{dt} \sin \omega t + \mathbf{j} r \omega \cos \omega t$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt} \cos \omega t - r\omega \sin \omega t\right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \sin \omega t + r\omega \cos \omega t\right)^2}$$

Percepatan,  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left( \mathbf{i} \frac{dr}{dt} \cos \omega t - \mathbf{i} r\omega \sin \omega t + \mathbf{j} \frac{dr}{dt} \sin \omega t + \mathbf{j} r\omega \cos \omega t \right)$$

$$= \mathbf{i} \frac{d^2 r}{dt^2} \cos \omega t - \mathbf{i} \frac{dr}{dt} \omega \sin \omega t - \mathbf{i} \frac{dr}{dt} \omega \sin \omega t$$

$$- \mathbf{i} r\omega^2 \cos \omega t - \mathbf{i} r \frac{d\omega}{dt} \sin \omega t$$

$$+ \mathbf{j} \frac{d^2 r}{dt^2} \sin \omega t + \mathbf{j} \frac{dr}{dt} \omega \cos \omega t + \mathbf{j} \frac{dr}{dt} \omega \cos \omega t$$

$$- \mathbf{j} r\omega^2 \sin \omega t + \mathbf{j} r \frac{d\omega}{dt} \cos \omega t$$

$$\vec{a} = \mathbf{i} \frac{d^2 r}{dt^2} \cos \omega t - \mathbf{i} 2 \frac{dr}{dt} \omega \sin \omega t - \mathbf{i} r \omega^2 \cos \omega t - \mathbf{i} r \frac{d\omega}{dt} \sin \omega t$$

$$+ \mathbf{j} \frac{d^2 r}{dt^2} \sin \omega t + \mathbf{j} 2 \frac{dr}{dt} \omega \cos \omega t - \mathbf{j} r \omega^2 \sin \omega t + \mathbf{j} r \frac{d\omega}{dt} \cos \omega t$$

Besar percepatan menjadi,

$$a^2 = [- (d^2 r/dt) \cos \omega t - 2 (dr/dt) \omega \sin \omega t$$

$$- r \omega^2 \cos \omega t - r (d\omega/dt)]^2$$

$$+ [(d^2 r/dt^2) \sin \omega t + 2(dr/dt) \omega \cos \omega t$$

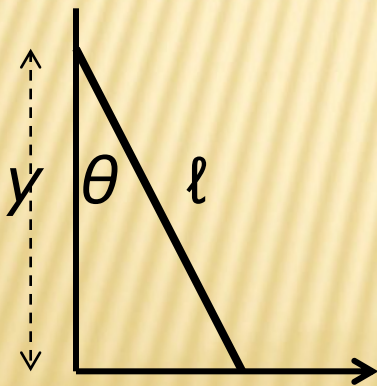
$$- r \omega^2 \sin \omega t + r (d\omega/dt)]^2$$



## Contoh

Batang tegar panjang  $\ell$  bersandar (bertumbu) pada dinding vertikal dan lantai mendatar. Bila ujung lain yang bersandar pada dinding vertikal turun dengan kecepatan tetap  $v$ . Carilah kecepatan sudut serta percepatan sudut ujung batang tersebut turun sebagai fungsi sudut ( $\theta$ ) (lihat gambar ).

Penyelesaian.



Dari gambar di samping dapat dinyatakan sebagai  $y = \ell \cos \theta$ .

Kecepatan turun berarti,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= \frac{d}{dt} (\ell \cos \theta) = -\ell \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \\ &= -\ell \omega \sin \theta\end{aligned}$$

Sehingga menjadi  $v = -l \omega \sin \theta$  atau  $\omega = -\frac{v}{l \sin \theta}$

Percepatan,  $a = \frac{d}{dt}(-l \omega \sin \theta) = -l \omega^2 \cos \theta - l \sin \theta \frac{d\omega}{dt}$

Turun dengan percepatan tetap berarti,

$$-l \omega^2 \cos \theta - l \sin \theta \frac{d\omega}{dt} = 0 \text{ atau } l \omega^2 \cos \theta = -l \alpha \sin \theta$$

Sehingga  $\alpha = -\omega^2 \operatorname{ctg} \theta$  atau  $\alpha = -\frac{v^2}{l^2 \sin^2 \theta \tan \theta}$

# ANALISIS POSISI

---

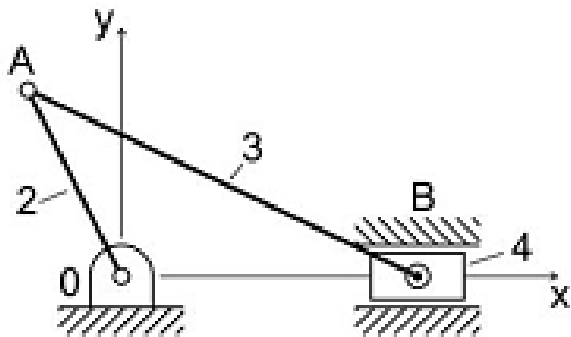
# PENDAHULUAN

- ✘ **Sintesis kinematika:** Proses untuk mencari parameter mekanisme yang dibutuhkan oleh output
- ✘ **Analisis Kinematika:** proses untuk mencari output gerak yang diberikan oleh parameter mekanisme

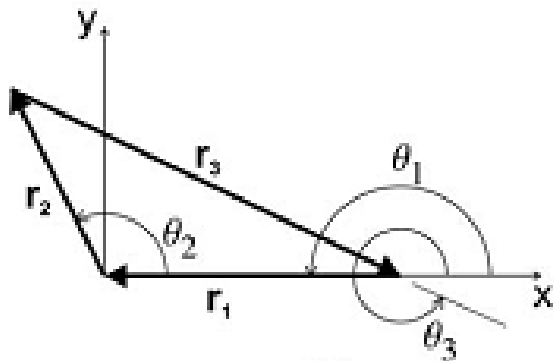
# PROSES ANALISIS KINEMATIKA

- ✘ Make a skeletal representation of the real mechanism.
- ✘ Find its mobility.
- ✘ Choose a coordinate system.
- ✘ Identify all links by numbers.
- ✘ Identify all angles characterizing link positions.
- ✘ Write a loop-closure equation.
- ✘ Identify input and output variables.
- ✘ Solve the loop-closure equation.
- ✘ Check the results by numerical analysis.

# KASUS 1: ENKOL LUNCUR



(a)



(b)

Penjumlahan vektor posisi:

$$\sum_{i=1}^3 \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 = 0$$

Setiap vektor dapat diwakili oleh:

$$\mathbf{r}_i = r_i (\cos \theta_i, \sin \theta_i)^T$$

Sehingga pers. Posisi menjadi:

$$r_1 (\cos \theta_1, \sin \theta_1)^T + r_2 (\cos \theta_2, \sin \theta_2)^T + r_3 (\cos \theta_3, \sin \theta_3)^T = 0$$

**SEKIAN**