

LA FILOSOFIA DELL'ELETTRONICA

È opportuno che il giovane discente che si accinge allo studio di una disciplina impegnativa come l'elettronica sia ben informato della filosofia generale della disciplina.

Tale filosofia si basa su una fondamentale legge individuata da tale Edward A. Murphy Jr, ingegnere dell'aviazione americana.¹

Edward A. Murphy Jr. pare fosse uno degli ingegneri degli esperimenti con razzo-su-rotaiia fatti dalla US Air Force nel 1949 per testare la tolleranza del corpo umano all'accelerazione (USAF project MX981). Un esperimento prevedeva un *set* di 16 accelerometri montati su diverse parti del corpo del soggetto. C'erano due maniere in cui ciascun sensore poteva essere incollato al suo supporto, e metodicamente qualcuno li montava tutti e 16 nella maniera sbagliata.

Murphy pronunciò la sua storica frase,

« se ci sono due o più modi di fare una cosa, e uno di questi modi può condurre a una catastrofe, allora qualcuno lo farà. »

che fu riportata dal soggetto del test (il maggiore John Paul Stapp) a una conferenza stampa pochi giorni più tardi.

La storica frase è poi stata sintetizzata dalla famosa legge che più avanti riporto. Da tale legge sono state derivate altre versioni e varianti specifiche per l'ambito elettronico che è opportuno siano ben note al giovane elettronico, al fine di evitare sgradite sorprese.

¹ Le informazioni sono state ricavate da Wikipedia

LEGGE DI MURPHY

Se qualcosa può andare male, lo farà.

Corollari

1. Niente è facile come sembra.
2. Tutto richiede più tempo di quanto si pensi.
3. Se c'è una possibilità che varie cose vadano male, quella che causa il danno maggiore sarà la prima a farlo.
4. Se si prevedono quattro possibili modi in cui qualcosa può andare male, e si prevencono, immediatamente se ne rileverà un quinto.
5. Lasciate a se stesse, le cose tendono a andare di male in peggio.
6. Non ci si può mettere a far qualcosa senza che qualcos'altro non vada fatto prima.
7. Ogni soluzione genera nuovi problemi.
8. I cretini sono più ingegnosi delle precauzioni che si prendono per impedirgli di nuocere.
9. Per quanto nascosta sia una pecca, la natura riuscirà sempre a scovarla.
10. Madre natura è una

La filosofia di Murphy

Sorridi..... Domani sarà peggio.

Costante di Murphy

Le cose vengono danneggiate in proporzione al loro valore.

Versione relativistica della legge di Murphy

Tutto va male nello stesso tempo.

Chiosa di O'Toole alla legge di Murphy

Murphy era un ottimista.

Postulato di Boling

Se sei di buon umore, non ti preoccupare. Ti passerà.

Legge di Sattinger

Funziona meglio se si mette la spina.

Principio di Shaw

Fai un programma che anche un idiota può usare, e soltanto un idiota vorrà usarlo.

Postulato di Horner

L'esperienza è direttamente proporzionale all'attrezzatura rotta.

Nota del prof. Altieri al postulato di Horner per gli studenti di Elettronica

Questo non vuol dire che lo studente deve rompere apposta le attrezzature in uso!!!

Assioma di Cahn

Quando tutto il resto fa fiasco, leggi le istruzioni.

Legge di Jenkinson

Non funzionerà.

Norme d'uso delle unità del SI e dei loro multipli e sottomultipli

Sommario argomenti trattati

Norme d'uso delle unità del SI e dei loro multipli e sottomultipli	1
Premessa	1
Grandezze e unità di misura	1
Norme	4
Un errore clamoroso	6

Premessa

Per rendere confrontabili i risultati delle ricerche condotte da studiosi di nazionalità diverse e per favorire lo scambio di informazioni è necessario che tutti utilizzino le medesime unità di misura: ciò comporta l'adozione di un unico sistema accettato e condiviso a livello mondiale.

La scelta è caduta sul **Sistema Internazionale (SI)**, il cui uso in Italia è obbligatorio da diversi anni, grazie al D.P.R. n°802 del 12/08/1982 che ha recepito la direttiva CEE 80/181.

Grandezze e unità di misura

Nella **Tabella A** e Tabella B sono riportati i nomi e i simboli delle grandezze e relative unità di misura secondo il Sistema Internazionale di più largo impiego nel settore elettrico; nella **Tabella C** sono elencate le unità di misura tollerate.

GRANDEZZA		UNITÀ DI MISURA	
Nome	Simbolo	Nome	Simbolo
Ammetenza	Y	siemens	S
Angolo piano	$\alpha, \beta, \gamma, \vartheta, \varphi$	radiante	rad
Angolo solido	oppure	steradiano	sr
Area, area di una superficie	A oppure S	metro quadrato	m ²
Calore (quantità di)	Q	joule	J
Capacità	C	farad	F
Carica elettrica	Q	coulomb	C
Conduttanza	G	siemens	S
Conduttività	γ	siemens al metro	S/m
Conduttività termica	λ	watt al metro kelvin	W/(m·K)
Corrente elettrica	I	ampere	A
Densità di flusso magnetico, induzione magnetica	B	tesla	T
Differenza di potenziale, tensione	U oppure V	volt	V
Energia	E oppure W	joule	J
Flusso luminoso	Φ oppure Φ_v	lumen	lm
Flusso magnetico	Φ	weber	Wb
Forza	F	newton	N
Frequenza	f	hertz	Hz
Illuminamento	E oppure E _v	lux	lx
Impedenza	Z	ohm	Ω
Induttanza mutua	M	henry	H
Induttanza propria	L	henry	H
Intensità di campo magnetico, forza magnetica	H	ampere al metro	A/m
Intensità luminosa	I oppure I _v	candela	cd
Lavoro	W oppure A	joule	J
Luminanza	L	candela al metro quadrato	cd/m ²
Lunghezza	l, L	metro	m
Massa	m	kilogrammo	kg
Permeabilità	m	henry al metro	H/m

Tabella A Grandezze e unità di misura secondo il Sistema Internazionale di più largo impiego nel settore elettrico.¹

¹ Le tabelle riportate sono state tratte da "Documentazione di progetto degli impianti elettrici", 1998 TNE – Torino.

Tabella B Grandezze e unità di misura secondo il Sistema Internazionale di più largo impiego nel settore elettrico (continuazione tabella precedente).

GRANDEZZA		UNITÀ DI MISURA	
Nome	Simbolo	Nome	Simbolo
Peso	G	newton	N
Potenza apparente	S	voltampere	VA
Potenza attiva	P	watt	W
Potenza reattiva	Q	var ⁽¹⁾	var
Potenziale elettrico	V	volt	V
Pressione ⁽²⁾	p	pascal	Pa
Reattanza	X	ohm	Ω
Resistenza	R	ohm	Ω
Resistività	ρ	ohm-metro	$\Omega\cdot m$
Temperatura (Celsius)	θ	gradi Celsius	$^{\circ}C$
Temperatura termodinamica	T	kelvin	K
Tempo	t	secondo	s
Velocità angolare	ω	radiante al secondo	rad/s
Velocità (lineare)	v	metri al secondo	m/s
Volume	V oppure v	metro cubo ⁽³⁾	m ³

¹ Il nome e il simbolo "var" sono adottati dalla IEC; nel SI si utilizza VA (voltampere) come per la potenza apparente.

² La pressione di vapore, nel linguaggio corrente, è detta anche *tensione di vapore*.

³ Il volume si può esprimere anche col *nome* litri ma, anche in questo caso, si deve usare il *simbolo* dm³.

Tabella C Unità di misura tollerate nel Sistema Internazionale.

GRANDEZZA	UNITÀ DI MISURA	
	Nome	Simbolo
Tempo	anno ⁽¹⁾	a
	giorno	d
	ora	h
	minuto	min
Frequenza di rotazione o velocità di rotazione	giri al minuto	giri/min
Massa	tonnellata	t
Pressione	bar	bar

¹ L'anno equivale a 365 giorni solari.

Norme

Nella scrittura delle unità di misura del SI e dei relativi simboli vanno applicate le seguenti norme:

1. Le unità, anche derivate da nomi propri, devono essere sempre scritte in carattere tondo minuscolo e prive di accenti;
2. I simboli devono essere scritti con l'iniziale maiuscola se derivati da nomi propri, minuscola in tutti gli altri casi.
3. I nomi delle unità di misura sono invariabili al plurale; fanno eccezione il metro, il kilometro, il secondo, la candela, il radiante, lo steradiano e tutte le unità derivate in cui essi compaiono; lo stesso vale per i multipli e sottomultipli. Si scrive due ampere e non due amperes.

Esempio:



non si scriverà Amperè o Coulomb ma più correttamente:



ampere, coulomb

Per i simboli invece di ampere, coulomb e grammo non si scriverà



A, C, G ma più correttamente



A, C, g in quanto ampere e coulomb derivano da nomi propri, mentre grammo no.

Nelle elaborazioni numeriche, per evitare errori, si raccomanda l'uso delle unità del SI e non dei loro multipli e sottomultipli. Non si scriverà:



$V = R \cdot I = 10k\Omega \cdot 1mA$ o peggio $V = R \cdot I = 10k \cdot 1m$ ma più correttamente:



$V = R \cdot I = 10 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}$

Tuttavia per esprimere i dati o i risultati di elaborazione e di misurazione, nonché le caratteristiche di componenti, di apparati, ecc., oltre l'uso delle unità del SI, si raccomanda anche quello dei loro multipli e sottomultipli.

Ove le cifre significative della misura siano poche, si raccomanda di usare l'unità SI o quel suo multiplo o sottomultiplo che dia luogo a valori numerici compresi fra 0,1 e 1000, con il criterio di scrivere soltanto le cifre significative. Per esempio:



0,00394 m 14100 N/m² 12000 V 0,001 A invece si raccomanda:



3,94 mm 14,10 kN/m² 12 kV 1 mA

È ammesso derogare a questa raccomandazione quando si voglia mantenere la stessa unità nonostante che la misura vari di molte decadi (per esempio nelle tabelle di dati sperimentali).

Tabella D Multipli e sottomultipli (evidenziati in giallo quelli più comuni nel campo dell'elettronica)

Fattore di moltiplicazione	Prefisso	Simbolo
10^{24}	yotta	Y
10^{21}	zetta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	etto	h
10^1	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

Un errore clamoroso

[Da Manuale di Telecomunicazioni, a cura di Daniele Fuselli, ed. Hoepli, pag. 13]

Nel 1998 ha avuto inizio un programma spaziale presso la NASA (Stati Uniti) per il monitoraggio e lo studio del pianeta del sistema solare Marte. Questo avrebbe dovuto essere il primo passo di un progetto che sarebbe culminato con l'esplorazione del pianeta da parte dell'uomo stesso. Il programma, detto Mars Surveyor '98, prevedeva il lancio di due sonde spaziali, una, il *Mars Polar Lander*, doveva atterrare sul pianeta (in prossimità del suo polo sud, dove attraverso le immagini dei telescopi si è scoperta la presenza di ghiaccio) ed effettuare analisi chimiche del suolo, scattare fotografie e rilevare la eventuale presenza di suoni con un microfono; l'altra, il *Mars Climate Orbiter*, era un satellite che, orbitando attorno al pianeta, avrebbe dovuto effettuare rilievi della composizione dell'atmosfera e delle variazioni climatiche di Marte, nonché costituire il ponte radio verso la Terra per la sonda Mars Polar Lander.

Il Mars Climate Orbiter fu lanciato l'11 dicembre 1998 da Cape Canaveral, in Florida e, dopo un viaggio di 11 mesi, entrò in orbita attorno al pianeta. A questo punto, in seguito a comandi inviati dalla Terra, avrebbe dovuto stabilizzarsi su un'orbita ad un'altezza di 140-150 km dal suolo di Marte. Invece da quel momento non si ebbero più notizie di Mars Climate Orbiter. Un'analisi approfondita di quanto successo dimostrò che c'era stato un errore nella trasmissione dei comandi dalla Terra alla sonda: i dati per calibrare la spinta dei razzi e correggere l'orbita erano stati questa volta espressi nel sistema anglosassone, anziché nel SI usato fino ad allora. La massa $m = 338$ kg diventava dunque:

$$m = 338 \text{ kg} = 745,15 \text{ lb}$$

Il computer di bordo programmato per leggere le grandezze espresse nel SI calcolò una spinta eccessiva (in funzione di una massa errata di 745,15 kg) che portava il Mars Climate Orbiter fino alla quota di 57 km dal suolo marziano. Qui l'atmosfera è molto più densa che alla quota programmata per il satellite e la resistenza aerodinamica che questo incontrò lo portò al surriscaldamento e alla conseguente disintegrazione. La sonda Mars Polar Lander, lanciata invece il 03 gennaio 1999 sempre dalla base di Cape Canaveral, giunse a toccare la superficie del pianeta il 03 dicembre 1999, ma da quel momento, nonostante le operazioni si fossero svolte correttamente non fu in grado di trasmettere nulla alla Terra. Infatti, perché la trasmissione fosse efficace il satellite ormai distrutto avrebbe dovuto costituire il ponte radio verso la Terra. Inutili furono i numerosi tentativi di ripristinare comunque il contatto radio con Mars Polar Lander. Il progetto della missione è durato dieci anni; il programma Mars Surveyor '98 è costato 198,1 milioni di dollari. Tutto questo è stato vanificato da un grossolano errore nella conversione delle unità di misura.

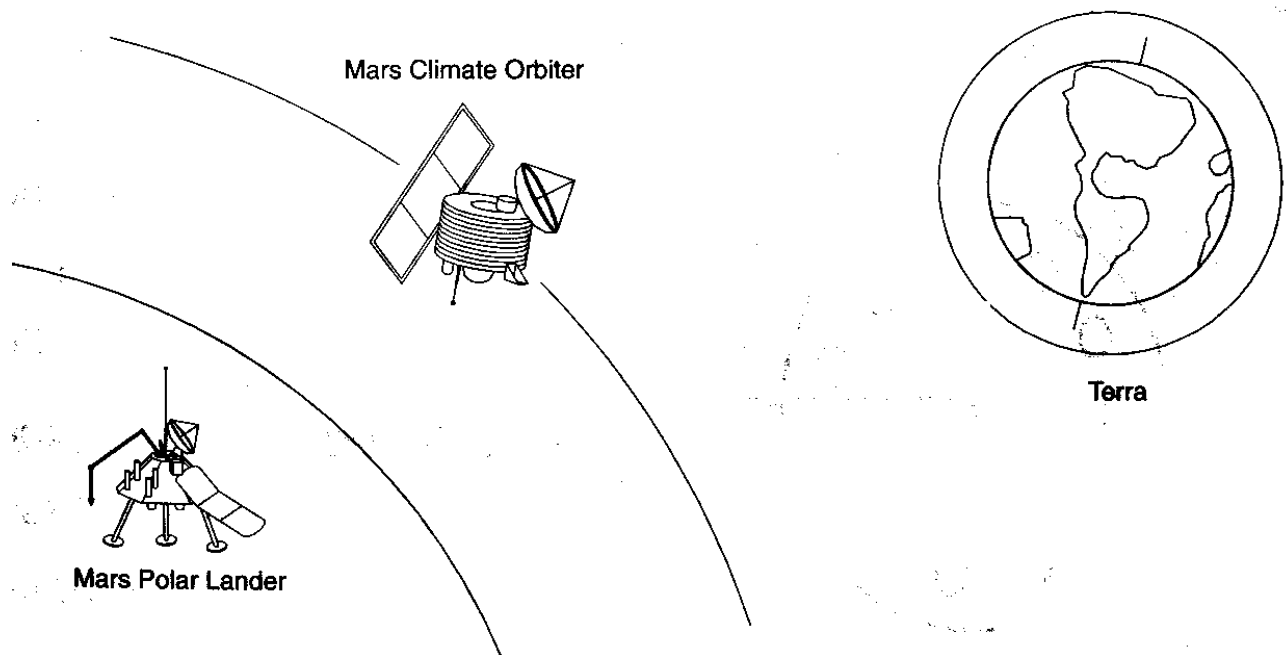


Fig. 1 - La missione Mars Surveyor '98 avrebbe potuto avere un esito diverso

Tabella E Esempi di scrittura di unità di misura nel modo corretto e in alcuni modi errati.

<i>Corretto</i>	<i>Errato</i>
50 Hz - cinquanta hertz	50 hertz - 50 hz - hertz 50 - cinquanta Hz - cinquanta hz
2 A - due ampere	2 ampere - 2 A. - A 2 - 2 Amp. - 2 a - due amperes
2 kA due kiloampere	2 KA - due kA - 2 kA. - 2 Ka 2 Kampere - due Kiloampere - due kiloamperes
6 kV - sei kilovolt	6 KV - sei kV - 6 kv. - 6 kv - KV 6 - Kilovolts 6
8 kW otto kilowatt	8 KW - 8 Kw - 8 kW. - 8 Kwatt - otto kW otto kiloWatt
7 kVA sette kilovoltampere	7 KVA - kVA 7 - sette kVA - sette KiloVoltampere
3 kΩ - tre kilohm	3 KΩ - kΩ 3 - 3 kiloΩ - tre kΩ - 3 kiloOhm
3 MΩ - tre megaohm	3MΩ - 3 mega Ω - 3 MΩ. - 3 Mohm
9 Ωm (Ω·m) nove ohm metro	Ωm 9 - 9 Ω metro - 9 ohm · m - nove Ωm - nove Ωm nove Ohm x metro
6 S - sei siemens	6 siemens - sei Siemens - sei S. - 6 S - 6 s - sei S
3 μF tre microfarad	μF 3 - 3 microfarad - tre μF - 3 μF. - μF tre tre microFarad - micrifarad 3
8 lx - otto lux	8 lux - lx 8 - lux 8 - lux. otto - 8 lx. - otto lx
4 lm - quattro lumen	4 lumen - lm 4 - 4 lm. - quattro lm- quattro lumens
6 cd - sei candele	6 Cd. - 6 candele - cd 6 - 6 cd. - sei cd
1 s - un secondo	1 sec - 1 s. - 1 secondo un sec. - un s - sec. 1 - sec 1
2 min - due minuti	2 min. - due min. - 2 minuti - min 2 - min. 2
5 h - cinque ore	5 ore - 5 H - 5 h. - h 5 - cinque h - ore 5
4 °C - quattro gradi Celsius	4 ° - 4 gradi - °C 4 - 4 C - quattro °C - 4 gradi °C
5 m cinque metri	m 5 - 5 mt - 5 mt. - cinque m - mt. 5 - 5 ml 5 metri - cinque metri lineari
3 km ² - tre chilometri quadrati	3 kmq - Km ² 3 - kmq. 3 - 3 km ² - km ² 3
6 m ³ - sei metri cubi	6 mc - mc 6 - m ³ 6 - 6 metri cubi
2 km/h - due chilometri all'ora	2 Km/h - 2 km/H - Km/h 2 - km/h 2 - due km/h
3 kg - tre kilogrammi massa di tre kilogrammi	3 KG - Kg 3 - kg 3 - 3 kg. - tre kili - tre Kili peso di tre kilogrammi
7 N - tre newton forza di sette newton	7 Newton - N 7 - 7 N: - N. 7 - 7 newton massa di sette newton
1 Pa - un pascal	Pa 1 - 1 Pa. - Pa. 1 - un Pascal - un Pa - 1 pascal

Richiami ed integrazioni di elettrotecnica.

Sommario argomenti trattati

Richiami ed integrazioni di elettrotecnica.	1
Premessa	1
I componenti bipolari più semplici	2
Il resistore	2
Il condensatore.....	3
L'induttore.....	6
Generatore di tensione	8
Generatore di corrente	9
Le condizioni di massimo trasferimento di tensione, corrente e potenza.	11
Condizioni di massimo trasferimento di tensione.....	11
Condizioni di massimo trasferimento di corrente.....	11
Condizioni di massimo trasferimento di potenza (Teorema di Carson)	12

Premessa

In queste note si richiamano alcuni concetti già visti nel campo dell'Elettrotecnica e che devono essere già noti all'allievo (se la memoria fa difetto, si consiglia di riguardare gli appunti di elettrotecnica).

⇒ Si definisce **componente** un generico elemento di un circuito elettronico.

Ogni componente è caratterizzato da un particolare comportamento elettrico, descrivibile analiticamente e graficamente.

⇒ Un componente si dice **lineare** se i parametri che lo caratterizzano sono indipendenti dai valori delle tensioni e correnti in esso presenti.

⇒ Un circuito composto di componenti lineari si dice lineare.

In un circuito lineare è sempre valido il principio della sovrapposizione degli effetti, ovvero la risposta del circuito a più eccitazioni indipendenti è pari alla somma delle risposte ottenute considerando le eccitazioni una alla volta.

Sperimentalmente la linearità è verificabile osservando che un circuito lineare, eccitato da un segnale sinusoidale, presenta una risposta ancora sinusoidale.

Nell'elettronica si utilizzano numerosi componenti non lineari, anzi spesso la loro presenza è assolutamente necessaria per realizzare determinate funzioni.

⇒ Un componente si dice **tempo-invariante** se il suo comportamento è indipendente dal tempo, in caso contrario si dice **tempo-variante**.

⇒ Un componente si dice **passivo** se è in grado solamente di dissipare o immagazzinare energia elettrica.

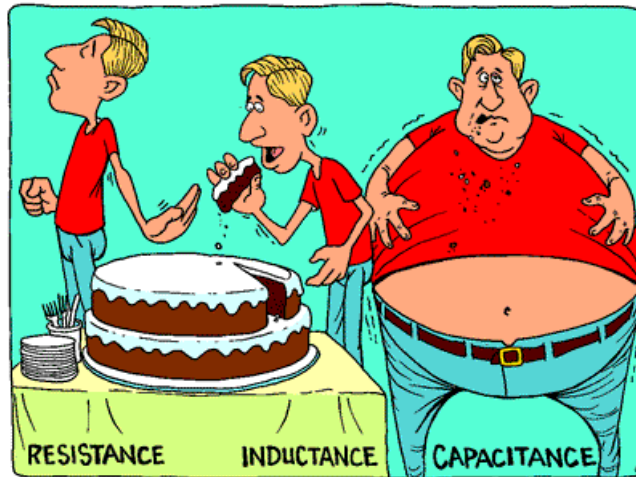
⇒ Un componente si dice **attivo** se è in grado di fornire energia elettrica.

⇒ Componenti che presi individualmente non sono in grado di svolgere alcuna funzione d'elaborazione, sono detti **componenti discreti**.

⇒ Circuiti che possono svolgere funzioni anche molto complesse, realizzati con la tecnologia dei circuiti integrati e che consideriamo entità elementari, sono detti **componenti integrati**.

⇒ Si definisce **caratteristica statica** di un componente il grafico che esprime la relazione fra tensioni e correnti in corrente continua o, come si dice in elettronica, in condizioni **statiche**.

I componenti bipolari più semplici



Il resistore

Si tratta di un componente passivo il cui parametro caratteristico è costituito dalla resistenza così definita:

$$R = \frac{v(t)}{i(t)} \quad [\Omega] \quad \text{nei resistori a base metallica o a base di grafite, la resistenza è una costante}$$

indipendente dalla tensione e dalla corrente a cui è soggetto. L'unità di misura è l'ohm (simbolo Ω), dal nome di George Simon Ohm, che nel 1827, scoprì per primo la costanza del rapporto tra tensione e corrente nei conduttori metallici (legge di Ohm).



In elettronica, spesso il resistore è caratterizzato con il parametro **conduttanza**, definito come il reciproco della resistenza:

Figura 1- Simbolo grafico resistore $G = \frac{1}{R} = \frac{i(t)}{v(t)}$, [S] la cui unità di misura è il Siemens (simbolo S

maiuscolo), dal nome di Werner von Siemens ingegnere elettrotecnico tedesco fondatore dell'omonima multinazionale e inventore di numerosi apparecchi elettrici.

Resistori in serie

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad G_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_3} + \dots}$$

Resistori in parallelo

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots} \quad G_{\text{tot}} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

Resistori in corrente alternata sinusoidale

Nel caso della corrente alternata sinusoidale, "l'ostacolo" opposto dal componente al passaggio della corrente è definito dal parametro circuitale "**impedenza**" o dal suo reciproco "**ammettenza**". Per il resistore tali parametri coincidono con resistenza e conduttanza.

$$\bar{Z}_R = R$$

$$\bar{Y}_R = G$$

Corrente e tensione sono in fase.

Aspetti energetici

I resistori dissipano sottoforma di calore (effetto Joule) una potenza P così ricavabile:

$$P = R \cdot i^2(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad [\text{W}]$$



Figura 2 - George Simon Ohm (1789 - 1854)

Figlio di un fabbro, era a trent'anni professore di matematica e fisica al collegio dei Gesuiti di Colonia; nel 1826 alla Scuola di Guerra di Berlino; poi direttore della scuola politecnica di Norimberga e professore di fisica all'Università di Monaco. Si interessò di acustica ed elettricità ed espresse nel 1827 la famosa legge, detta appunto "legge di Ohm"

Il condensatore

Si tratta di un componente passivo il cui parametro caratteristico è costituito dalla capacità così definita:

$$C = \frac{q(t)}{v(t)} \quad [\text{F}] \quad \text{la cui unità di misura è il farad (simbolo F). Il farad è la capacità di un}$$

condensatore che presenta fra le armature una differenza di potenziale di un volt, quando su di esse vi è la quantità di carica di un Coulomb. Il farad è una unità di misura molto elevata vengono comunemente usati i sottomultipli (μF , nF ...).

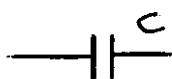


Figura 3 - Simbolo grafico condensatore

Condensatori in serie

$$C_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

Condensatori in parallelo

$$C_{\text{tot}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Condensatori in corrente alternata sinusoidale

Anche per i condensatori può essere definita l'**impedenza**, in questo modo:

$$\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j X_C \quad [\Omega] \quad \text{impedenza}$$

Il reciproco dell'impedenza è l'ammettenza, spesso utilizzata nel campo dell'Elettronica

$$\bar{Y}_C = j \omega C = j B_C \quad [\text{S}] \quad \text{ammettenza}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad [\Omega] \quad \text{reattanza}$$

$$B_C = \omega C \quad [\text{S}] \quad \text{suscettanza}$$

con $\omega = 2\pi f$ pulsazione misurata in rad/s e f =frequenza misurata in Hertz (Hz)

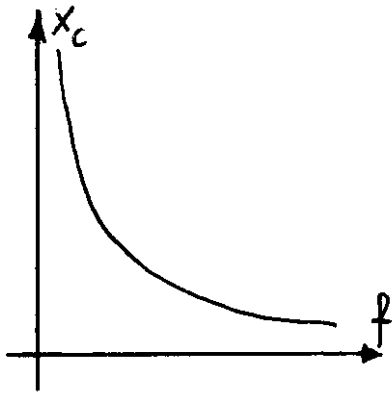


Figura 4 - Andamento della reattanza capacitiva al variare della frequenza

Da questo grafico si deduce che per frequenze prossime a zero (basse frequenze) la reattanza è molto elevata, al punto che spesso noi la considereremo praticamente infinita, ossia considereremo per frequenze prossime a zero il condensatore come un circuito aperto.

Al contrario per frequenze molto elevate (alte frequenze) la reattanza è molto piccola, anche in questo caso spesso semplificheremo il comportamento del condensatore ritenendolo un resistore di resistenza nulla, ossia un corto circuito.

Diagramma vettoriale:

Riferimento: per convenzione assumiamo come riferimento la corrente e come verso convenzionale positivo, il verso antiorario, pertanto nel caso del condensatore, la tensione è in quadratura ritardo rispetto alla corrente o, in parole più semplici, la tensione è in ritardo di 90° rispetto alla corrente elettrica.

Se avessi assunto come riferimento la tensione, avrei dovuto dire che la corrente è in anticipo di 90° rispetto alla tensione.

$$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I} = -j \cdot X_c \cdot \bar{I}$$

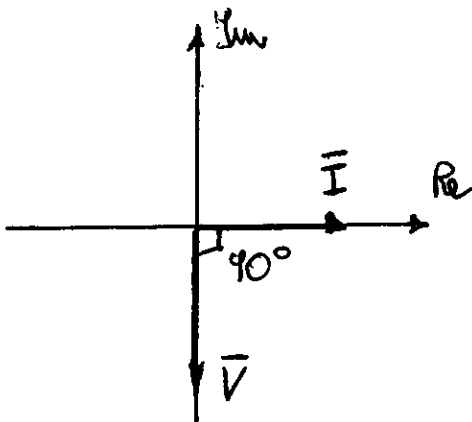


Figura 5 Diagramma vettoriale della tensione e della corrente in un condensatore

Aspetti energetici

Il condensatore è un componente che immagazzina energia in quantità definita dalla seguente relazione:

$$w(t) = \frac{1}{2} C v(t)^2 \text{ [J]}$$

Caratteristica statica del condensatore:

In un condensatore ideale per frequenza zero, la reattanza assume valore infinito, ossia il componente si comporta da circuito aperto e allora la corrente che lo attraversa è zero qualunque sia la tensione ai suoi capi.

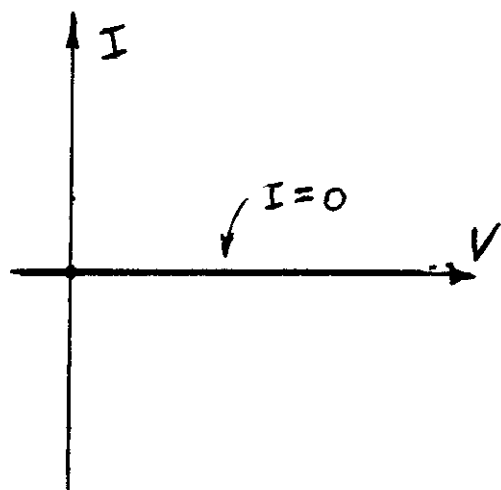


Figura 6 - Caratteristica statica condensatore

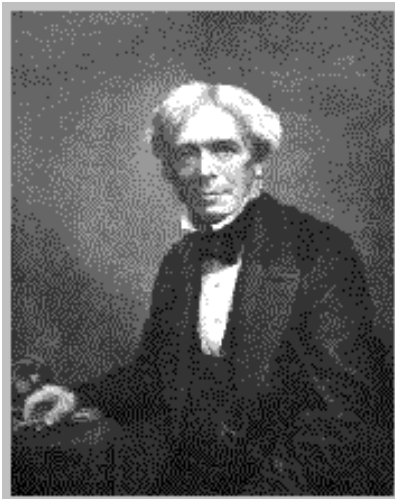


Figura 7 Michael Faraday (Newington [Londra] 22/09/1791 – Hampton Court 25/08/1867)

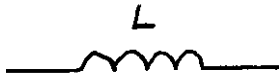
Di origini modeste - fino a tredici anni fece il rilegatore di libri- nel 1813, a ventun anni divenne assistente di sir. H. Davy (allora direttore della Royal Institution) e da questo momento, insieme con lui, prese a dedicarsi alla fisica. Nel 1821 si impegnava in assidue ricerche sui fenomeni elettromagnetici, sino ad arrivare alla scoperta delle correnti indotte (1831). Sempre nel 1821 scopriva il principio del motore elettrico e ne costruiva il primo modello. In suo onore il suo nome è stato dato all'unità di misura della capacità.

L'induttore

Si tratta di un componente passivo il cui parametro caratteristico è costituito dalla induttanza così definita:

$$L = \frac{\Phi(t)}{i(t)} \quad [H] \quad \text{Henry}$$

In molti componenti reali è costante indipendentemente da ϕ (flusso di induzione magnetica), corrente elettrica



Induttori in serie

$$L_{tot} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

Induttori in parallelo

$$L_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots}$$

Figura 8 - Simbolo grafico induttore

Se l'induttanza fosse avvolta in un nucleo ferromagnetico sopra il simbolo grafico sarebbe posta una linea retta.

Induttori in corrente alternata sinusoidale

Anche per gli induttori può essere definita l'**impedenza**, in questo modo:

$$\bar{Z}_L = j\omega L = jX_L \quad [\Omega] \quad \text{impedenza}$$

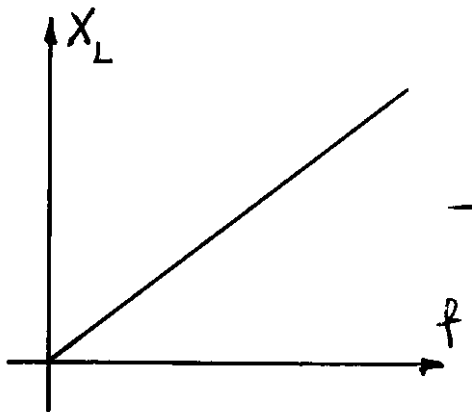
Il reciproco dell'impedenza è l'ammettenza, spesso utilizzata nel campo dell'Elettronica

$$\bar{Y}_L = -j\frac{1}{\omega L} = -jB_L \quad [S] \quad \text{ammettenza}$$

$$X_L = \omega L \quad [\Omega] \quad \text{reattanza}$$

$$B_L = \frac{1}{\omega L} \quad [S] \quad \text{suscettanza}$$

con $\omega = 2\pi f$ pulsazione misurata in rad/s e f =frequenza misurata in Hertz (Hz)



Da questo grafico si deduce che per frequenze prossime a zero (basse frequenze) la reattanza è molto piccola, al punto che spesso noi la considereremo praticamente nulla, ossia considereremo per frequenze prossime a zero l'induttore come un corto circuito.

Al contrario per frequenze molto elevate (alte frequenze) la reattanza è molto grande, anche in questo caso spesso semplificheremo il comportamento dell'induttore ritenendolo un resistore di resistenza infinita, ossia un circuito aperto.

Figura 9 Andamento della reattanza induttiva al variare della frequenza

Diagramma vettoriale:

Riferimento: per convenzione assumiamo come riferimento la corrente e come verso convenzionale positivo, il verso antiorario, pertanto nel caso dell'induttore, la tensione è in quadratura anticipo rispetto alla corrente o, in parole più semplici, la tensione è in anticipo di 90° rispetto alla corrente elettrica.

Se avessi assunto come riferimento la tensione, avrei dovuto dire che la corrente è in ritardo di 90° rispetto alla tensione.

$$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I} = j \cdot X_L \cdot \bar{I}$$

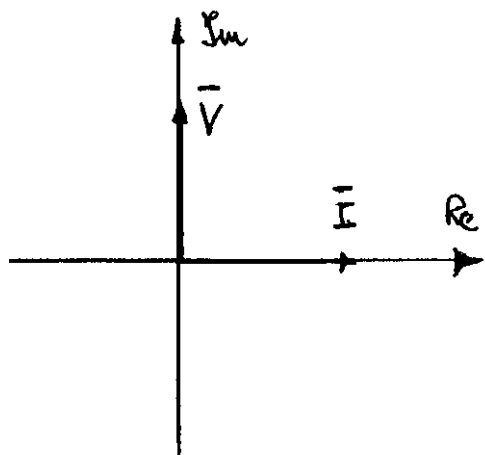


Figura 10 Diagramma vettoriale della tensione e della corrente in un induttore

Caratteristica statica

In un induttore ideale per frequenza zero, la reattanza assume valore uguale a zero, ossia il componente si comporta da corto circuito e allora la tensione ai suoi capi è zero qualunque sia la corrente che la attraversa.

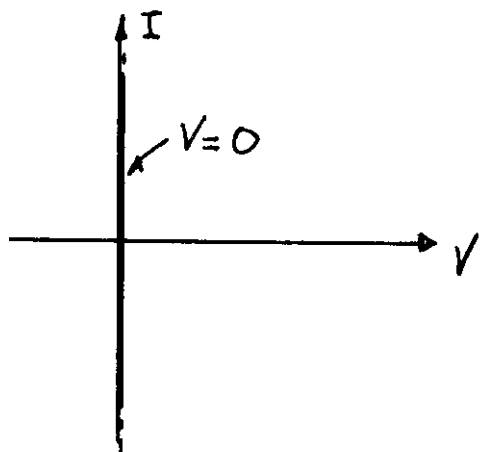


Figura 11 - Caratteristica statica induttore

Aspetti energetici

L'induttore è un componente che immagazzina energia in quantità definita dalla seguente relazione:

$$w(t) = \frac{1}{2} Li(t)^2 \quad [J]$$

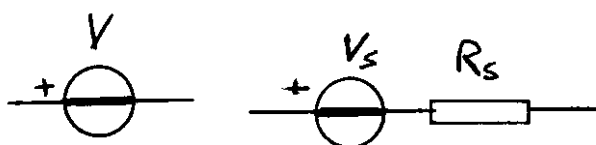


Figura 12 -Joseph Henry (Albany, N.Y., 17/12/1797 – 13/05/1878)

Tra i primi scienziati americani, si occupò di formalizzare in termini matematici numerose scoperte effettuate da Faraday nel campo dell'elettromagnetismo. L'unità di misura dell'induttanza, l'henry, è stata così chiamata in suo onore.

Generatore di tensione

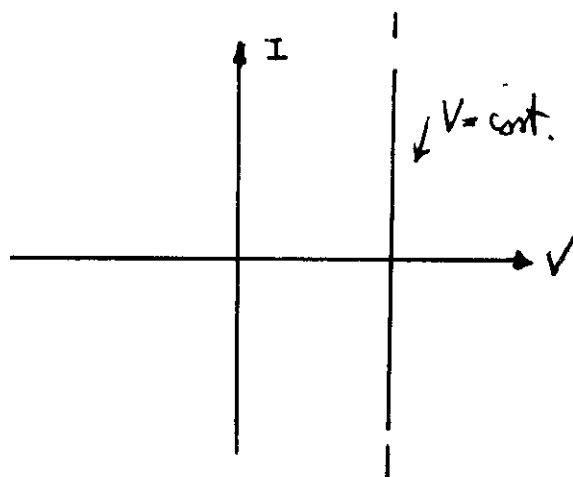
Si tratta di un componente attivo in grado di mantenere ai suoi capi una certa tensione (continua, alternata o comunque variabile).



Nello studio dell'elettronica spesso risulta comodo considerare per la sua notevole semplicità il generatore ideale così definito:

un **generatore ideale di tensione** (*ideal voltage source*) è un componente in grado di mantenere tra i suoi due morsetti una tensione di valore costante, indipendente dalla corrente che lo percorre.

Figura 13 - Generatore ideale e reale di tensione



Il generatore ideale nella realtà non esiste, in quanto tutti i generatori reali erogano una tensione che dipende in misura più o meno elevata dalla corrente che li percorre. Nell'elettrotecnica e l'elettronica il generatore reale viene schematizzato con un generatore ideale con in serie una resistenza (o impedenza) detta resistenza interna.

Aspetti energetici

Il generatore di tensione è un componente che può erogare energia in quantità definita dalla seguente relazione:

$$w(t) = V_s \cdot i \cdot t \quad [\text{J}]$$

con i corrente uscente dal morsetto “+” del generatore.

Se la corrente è entrante, il suo valore si deve assumere negativo, cosicché l'energia risulterebbe

Figura 14 - Caratteristica statica generatore ideale di tensione continua

negativa ad indicare che non è erogata dal generatore ma assorbita.



Figura 15 - Alessandro Volta (Como 18/02/1745 - Camnago 05/03/1827)

Sesto figlio di Filippo Volta e di donna Maria Maddalena Inzaghi, cominciò giovanissimo ad interessarsi di fisica cimentandosi nei primi esperimenti sull'elettricità. A vent'anni concepiva l'unità dei fenomeni elettrici e newtoniani. Nel 1774 è professore a Como, poi assume la cattedra di fisica sperimentale all'Università di Pavia e nel 1775 ne diventa rettore. Nel 1776 inventa l'elettroforo e dopo e numerose altre brillanti scoperte alla fine del 1799 inventa "l'apparecchio elettromotore" o PILA, ossia il primo generatore di tensione continua.

Generatore di corrente

Si tratta di un componente attivo in grado di produrre una certa corrente (continua, alternata o comunque variabile).

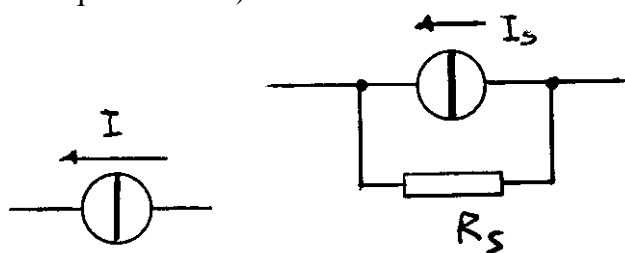


Figura 16 - Generatore ideale e reale di corrente

Nello studio dell'elettronica spesso risulta comodo considerare per la sua notevole semplicità il generatore ideale così definito:

un **generatore ideale di corrente** (*ideal current source*) è un componente in grado di produrre una corrente di valore costante, indipendente dalla tensione presente ai suoi capi.

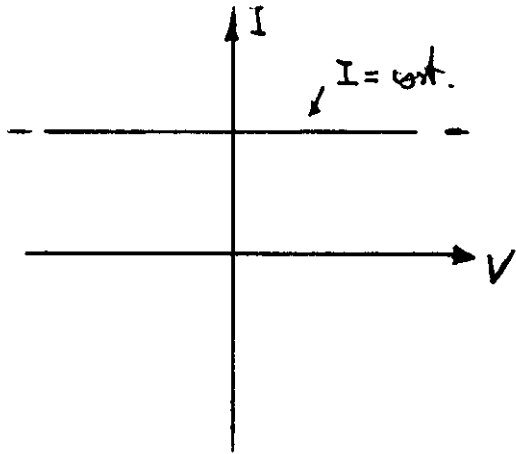


Figura 17 - *Caratteristica statica
generatore ideale di corrente continua*

Le condizioni di massimo trasferimento di tensione, corrente e potenza.

Molte situazioni concrete nel campo dell'elettronica e delle telecomunicazioni possono essere schematizzate semplicemente con un generatore reale che alimenta un carico resistivo. Alcuni esempi possono essere i seguenti:

- Un microfono (generatore) collegato ad un registratore (carico);
- Un'antenna (generatore) collegata ad un televisore (carico);
- Un amplificatore (generatore) che pilota un altoparlante (carico).

Di volta in volta nelle varie situazioni la grandezza elettrica d'interesse può essere la tensione, la corrente o la potenza, è ovvio che in ogni caso quello che si vuole è che al carico arrivi il valore massimo possibile della grandezza elettrica desiderata.

È nato così il problema di determinare le relazioni a cui devono soddisfare generatore e carico affinché sia garantito che al carico "arrivi" la massima tensione o corrente o potenza possibile, tali relazioni nel campo dell'elettronica sono chiamate **condizioni di massimo trasferimento di tensione** o di corrente o di potenza.

Condizioni di massimo trasferimento di tensione

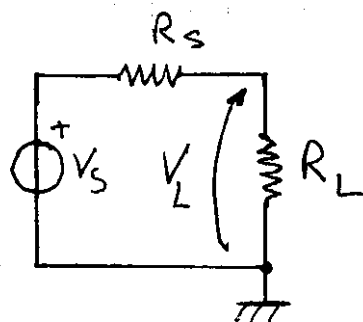


Figura 18 - Circuito per determinare le condizioni di massimo trasferimento di tensione

Consideriamo un generatore reale di tensione che alimenta un carico resistivo, la tensione ai capi del carico, applicando la regola del partitore di tensione, risulta :

$$V_L = V_S \frac{R_L}{R_S + R_L},$$

è ovvio che la tensione massima disponibile è quella erogata dal generatore, pertanto affinché questa sia presente ai capi del carico deve risultare:

$$R_S = 0 \text{ oppure } R_L = \infty$$

relazioni che rappresentano le **condizioni teoriche di massimo trasferimento di tensione**, le abbiamo chiamate teoriche in quanto

non sono praticamente realizzabili, infatti la relazione $R_S = 0$ richiederebbe un generatore ideale, mentre la relazione $R_L = \infty$ equivarrebbe ad assenza di carico (resistenza infinita = circuito aperto). Nella pratica è sufficiente che risulti:

$$R_L \gg R_S$$

infatti si ha:

$$V_L = V_S \frac{R_L}{R_S + R_L}, \text{ se } R_L \gg R_S \text{ allora } R_S \text{ è trascurabile rispetto ad } R_L \text{ per cui si ha:}$$

$$V_L \cong V_S \frac{R_L}{R_L} = V_S \text{ quindi la tensione ai capi del carico coincide con la massima possibile.}$$

Condizioni di massimo trasferimento di corrente

Consideriamo un generatore reale di corrente che alimenta un carico resistivo, la corrente attraverso il carico, applicando la regola del partitore di corrente, risulta :

$$I_L = I_S \frac{R_S}{R_S + R_L},$$

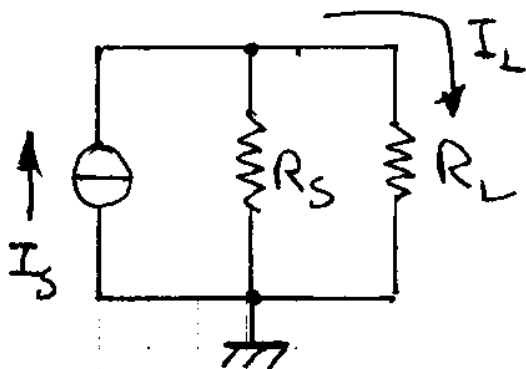


Figura 19 - Circuito per determinare le condizioni di massimo trasferimento di corrente

è ovvio che la corrente massima disponibile è quella erogata dal generatore, pertanto affinché questa sia presente ai capi del carico deve risultare:

$$R_s = \infty \text{ oppure } R_L = 0$$

relazioni che rappresentano le **condizioni teoriche di massimo trasferimento di corrente**, le abbiamo chiamate teoriche in quanto non sono praticamente realizzabili, infatti la relazione $R_s = \infty$ richiederebbe un generatore ideale, mentre la relazione $R_L = 0$ equivarrebbe ad assenza di carico (resistenza nulla = corto circuito).
 Nella pratica è sufficiente che risulti:

$$R_L \ll R_s$$

infatti si ha:

$$I_L = I_s \frac{R_s}{R_s + R_L}, \text{ se } R_L \ll R_s \text{ allora } R_L \text{ è trascurabile rispetto ad } R_s \text{ per cui si ha:}$$

$$I_L \cong I_s \frac{R_s}{R_s} = I_s \text{ quindi la corrente attraverso il carico coincide con la massima possibile.}$$

Condizioni di massimo trasferimento di potenza (Teorema di Carson)

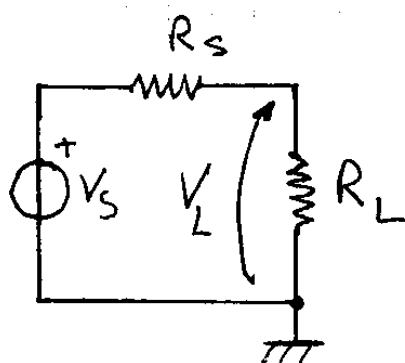


Figura 20 - Circuito per determinare le condizioni di massimo trasferimento di potenza

Consideriamo un generatore reale di tensione che alimenta un carico resistivo, la potenza ai capi del carico risulta:

$$P_L = \frac{(V_L)^2}{R_L} = \left(V_s \frac{R_L}{R_s + R_L} \right)^2 \frac{1}{R_L},$$

La determinazione delle condizioni di massimo trasferimento è abbastanza complessa e richiede l'utilizzo delle derivate, qualora lo studente non conosca tale strumento matematico può passare direttamente al risultato espresso dalla relazione Eq. 1.

Per determinare le condizioni richieste è necessario determinare per quali valori di R_L la potenza P_L è massima, si tratta quindi di determinare il massimo della funzione $P_L(R_L)$, bisogna calcolare la derivata di tale funzione considerando R_L come variabile indipendente (la x) mentre R_s e V_s sono

da considerare delle costanti. Determinata la derivata la si uguaglia a zero, ottenendo un'equazione in cui l'incognita è sempre R_L , i valori di R_L che soddisfano l'equazione individuano le condizioni di massimo trasferimento di potenza.

Procediamo, sviluppando il quadrato nell'espressione di P_L :

$$P_L = \left(V_s \frac{R_L}{R_s + R_L} \right)^2 \frac{1}{R_L} = V_s^2 \frac{R_L^2}{(R_s + R_L)^2} \frac{1}{R_L} = V_s^2 \frac{R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

Calcoliamo la derivata, ricordando che la funzione è del tipo $y = k \frac{x}{(k_2 + x)^2}$, si ha:

$$P'(R_L) = V_s^2 \frac{(R_s + R_L)^2 - R_L \cdot 2 \cdot (R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4}$$

semplificando sia a numeratore che a denominatore il termine $(R_s + R_L)$ si ha:

$$P'(R_L) = V_s^2 \frac{(R_s + R_L) - R_L \cdot 2}{(R_s + R_L)^3} = V_s^2 \frac{R_s + R_L - R_L \cdot 2}{(R_s + R_L)^3} = V_s^2 \frac{R_s - R_L}{(R_s + R_L)^3} = 0$$

Ma un rapporto si annulla solo se si annulla il numeratore e perciò:

$R_s - R_L = 0$ equazione di primo grado che risolta porta alla relazione cercata:

$$\text{Eq. 1} \quad R_s = R_L$$

relazione che rappresenta la **condizione di massimo trasferimento di potenza**, condizione realizzabile anche nella pratica. Si noti che per avere la massima potenza possibile sul carico, siamo costretti a dissiparne una uguale sulla resistenza interna del generatore, il rendimento è perciò molto basso e pari al 50%.

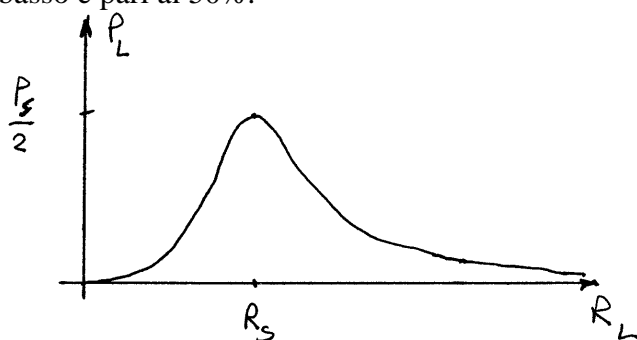


Figura 21 - Potenza trasferita in funzione della resistenza di carico

I Quadripoli

Sommario argomenti trattati

I Quadripoli.....	1
Parametri caratteristici di un quadripolo (funzioni di rete)	4
Espressione dei guadagni in decibel (dB)	5
Relazione fra guadagno di tensione e di potenza	5
Unità logaritmiche.....	6

Si definisce **quadripolo** (o anche doppio-bipolo o due-porte) una rete elettrica comunque complessa, che presenta una coppia di morsetti ai quali si applica il segnale da elaborare (morsetti d'ingresso ed una coppia di morsetti dai quali si preleva il segnale elaborato). I quadripoli schematizzano un grande numero di circuiti di interesse per l'elettronica.

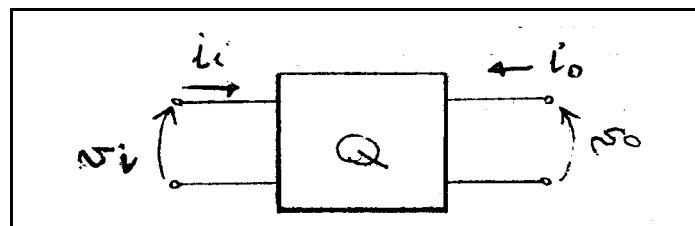


Fig. 1 - Rappresentazione schematica di un quadripolo

Per soddisfare la curiosità del lettore, riportiamo alcuni esempi notevoli.

Attenuatore: quadripolo che riduce l'ampiezza (valore picco-picco) del segnale applicato in ingresso.

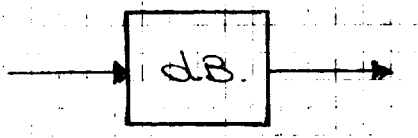


Fig. 2

Amplificatore: quadripolo che aumenta l'ampiezza (valore picco-picco) del segnale applicato in ingresso.

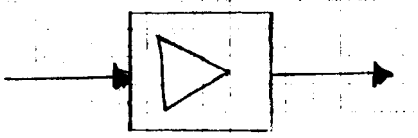


Fig. 3

Filtro: quadripolo che lascia passare segnali con determinate frequenze ed elimina quelli con altre frequenze.

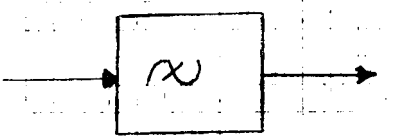


Fig. 4 Simbolo generico del filtro

Filtro Passa-Basso (L.P. Low pass): quadripolo che lascia passare solo segnali con frequenza inferiore ad un certo valore detto *frequenza di taglio* (f_t).

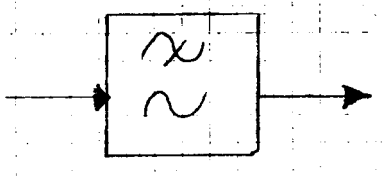


Fig. 5

Filtro Passa-Alto (H.P. high pass): quadripolo che lascia passare solo segnali con frequenza superiore ad un certo valore detto *frequenza di taglio*.

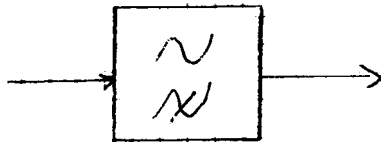


Fig. 6

Filtro Passa-Banda (B.P. band pass): quadripolo che lascia passare solo segnali con frequenza compresa entro un determinato intervallo detto *banda passante*.

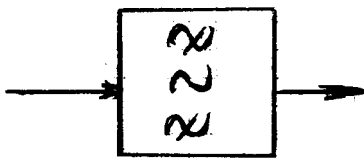


Fig. 7

Filtro Elimina-Banda (B.R. band reject o notch): quadripolo che elimina solo segnali con frequenza compresa entro un determinato intervallo detto *banda oscura*.

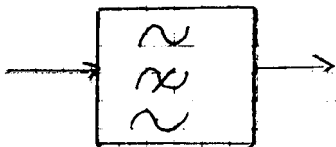


Fig. 8

Sfasatore: quadripolo che sfasa di una quantità ben determinata e costante il segnale applicato in ingresso.



Fig. 9

Equalizzatore: quadripolo che opera un'alterazione voluta del segnale al fine di garantire che questi sia amplificato o attenuato in modo indipendente dalla frequenza del segnale stesso.

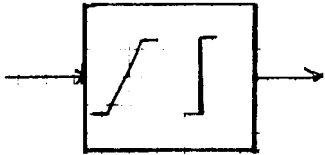


Fig. 10

Convertitore AC/DC: quadripolo che trasforma un segnale alternato in un segnale continuo.

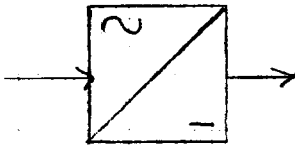


Fig. 11

Convertitore di frequenza: quadripolo che aumenta (convertitore in salita) o diminuisce (convertitore in discesa) la frequenza di un certo segnale.

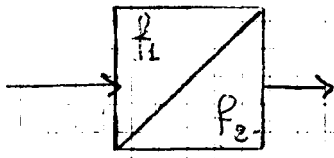


Fig. 12

Moltiplicatore di frequenza: quadripolo che moltiplica la frequenza del segnale d'ingresso per una quantità ben determinata.

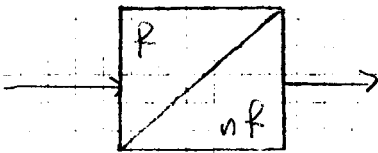


Fig. 13

Divisore di frequenza: quadripolo che divide la frequenza del segnale d'ingresso per una quantità ben determinata.

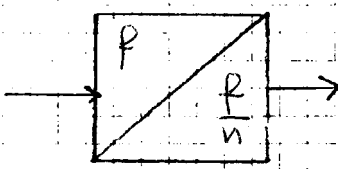
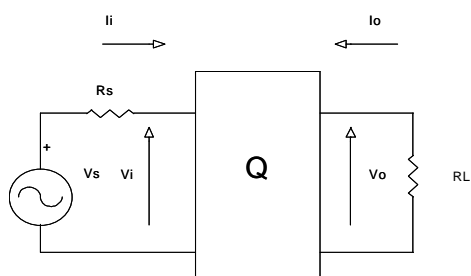


Fig. 14

Parametri caratteristici di un quadripolo (funzioni di rete)

Tali parametri definiscono alcune prestazioni di particolare interesse tecnico. Con riferimento allo schema di fig. 15 diamo le seguenti definizioni:



- **Guadagno di potenza A_p** : è il rapporto tra la potenza efficace P_o erogata in uscita al carico e la potenza efficace P_i ricevuta in ingresso dal quadripolo, in formule :

$$A_p = \frac{P_o}{P_i}$$

- Il guadagno di potenza è una grandezza **adimensionale** in quanto rapporto fra grandezze omogenee (ossia con la stessa unità di misura). In base ai valori assunti da A_p si possono distinguere tre situazioni notevoli:

Fig. 15 - Generico quadripolo

$A_p > 1$, il quadripolo incrementa la potenza disponibile, si

parla di **amplificazione**;

$A_p = 1$, il quadripolo lascia invariata la potenza disponibile, si parla di **guadagno unitario**;

$A_p < 1$, il quadripolo riduce la potenza disponibile, si parla di **attenuazione**.

Soprattutto nel campo delle telecomunicazioni si utilizza un parametro definito in modo esattamente opposto al guadagno, chiamato **perdita di potenza L_p** o anche **attenuazione di potenza**. Per consentire di capire bene la differenza ne riportiamo la definizione.

- Si definisce **perdita di potenza L_p** il rapporto tra la potenza efficace P_i ricevuta in ingresso dal quadripolo e la potenza efficace P_o erogata in uscita al carico, in formule :

$$L_p = \frac{P_i}{P_o} = \frac{1}{A_p}$$

La perdita di potenza è una grandezza adimensionale in quanto rapporto fra grandezze omogenee (ossia con la stessa unità di misura). In base ai valori assunti da L_p si possono distinguere tre situazioni notevoli:

$L_p < 1$, il quadripolo incrementa la potenza disponibile, si parla di **amplificazione**;

$L_p = 1$, il quadripolo lascia invariata la potenza disponibile, si parla di **perdita nulla**;

$L_p > 1$, il quadripolo riduce la potenza disponibile, si parla di **attenuazione**.

- **Guadagno di tensione A_v** : è il rapporto tra la tensione in uscita V_o e la tensione in ingresso V_i , in formule : $A_v = \frac{V_o}{V_i}$.

Il guadagno di tensione è una grandezza adimensionale in quanto rapporto fra grandezze omogenee (ossia con la stessa unità di misura). In base ai valori assunti da A_v si possono distinguere tre situazioni notevoli:

$|A_v| > 1$, il quadripolo incrementa la tensione disponibile, si parla di **amplificazione**;

$|A_v| = 1$, il quadripolo lascia invariata la tensione disponibile, si parla di **guadagno unitario**;

$|A_v| < 1$, il quadripolo riduce la tensione disponibile, si parla di **attenuazione**.

N.B. notate come in questo caso si è utilizzato il valore assoluto per individuare le varie situazioni, questo perché il guadagno di tensione può assumere valori negativi, che stanno ad indicare un cambiamento di polarità.

- **Guadagno di corrente A_i** : è il rapporto tra la corrente in uscita I_o e la corrente in ingresso I_i , in

formule : $A_i = \frac{I_o}{I_i}$.

Il guadagno di corrente è una grandezza adimensionale in quanto rapporto fra grandezze omogenee (ossia con la stessa unità di misura). In base ai valori assunti da A_i si possono distinguere tre situazioni notevoli:

$|A_i| > 1$, il quadripolo incrementa la corrente disponibile, si parla di **amplificazione**;

$|A_i| = 1$, il quadripolo lascia invariata la corrente disponibile, si parla di **guadagno unitario**;

$|A_i| < 1$, il quadripolo riduce la corrente disponibile, si parla di **attenuazione**.

- **Impedenza d'ingresso \bar{Z}_i** : è l'impedenza vista fra i morsetti d'ingresso del quadripolo, in

formule: $\bar{Z}_i = \frac{\bar{V}_i}{\bar{I}_i}$ (N.B. dovrebbero essere annullati tutti i generatori indipendenti presenti, ma normalmente il quadripolo non ne contiene, né in uscita ne sono presenti).

- **Impedenza d'uscita \bar{Z}_o** : è l'impedenza vista fra i morsetti d'uscita del quadripolo, in formole:

$\bar{Z}_o = \frac{\bar{V}_o}{\bar{I}_o}$ annullati tutti i generatori indipendenti presenti, ossia annullati i generatori posti in ingresso al quadripolo.

Nelle nostre analisi tratteremo prevalentemente la situazione in cui sia l'impedenza d'ingresso che quella di uscita, sono pure resistenze e si parlerà, più correttamente, di resistenza d'ingresso e di uscita.

Espressione dei guadagni in decibel (dB)

É uso esprimere i guadagni, ed in generale un generico rapporto fra grandezze omogenee, in termini di unità logaritmiche.

Attualmente l'unità logaritmica più usata è il **decibel**, così definito con riferimento al guadagno di potenza A_p :

$$A_p (dB) = 10 \cdot \log A_p$$

Dalle proprietà dei logaritmi, è immediato ricavare la relazione inversa ovvero, nota l'espressione del guadagno in dB, il valore effettivo del medesimo, risulta:

$$A_p = 10^{\frac{A_p (dB)}{10}}$$

É opportuno ribadire che il dB **non è un'unità di misura** ma solo un modo alternativo per esprimere un rapporto.

Relazione fra guadagno di tensione e di potenza

Determiniamo ora la relazione tra guadagno di tensione e di potenza, al fine di poter esprimere anche A_v in dB.

Consideriamo per semplicità un quadripolo con impedenza d'ingresso e di uscita puramente resistiva, alimentato da un generatore con resistenza interna R_s e che alimenta un carico R_L . Il guadagno di potenza vale:

$$A_p = \frac{P_o}{P_i} = \frac{\frac{V_o^2}{R_L}}{\frac{V_i^2}{R_i}} = \frac{V_o^2}{V_i^2} \cdot \frac{R_i}{R_L} = A_v^2 \cdot \frac{R_i}{R_L}$$

passando ai decibel:

$$A_p (dB) = 10 \log(A_p) = 10 \log \left(A_v^2 \cdot \frac{R_i}{R_L} \right) = 10 \log A_v^2 + 10 \log \left(\frac{R_i}{R_L} \right) = 20 \log A_v + 10 \log \left(\frac{R_i}{R_L} \right)$$

In molte applicazioni concrete risulta essere $R_i=R_L$, allora in questo caso:

$$A_p (dB) = 20 \log A_v$$

Perciò, se si assume come definizione del **guadagno di tensione in dB**, la relazione:

$$A_v (dB) = 20 \log A_v$$

guadagno di potenza e guadagno di tensione, espressi in dB coincidono. Procedendo in modo analogo per il guadagno di corrente si ottiene un identico risultato.

$$A_i (dB) = 20 \log A_i$$

Le relazioni per passare dai guadagni espressi in dB ai guadagni espressi come numeri puri sono analoghe a quelle del guadagno di potenza, comunque si riportano di seguito per comodità dello studente:

$$A_v = 10^{\frac{A_v (dB)}{20}} \quad A_i = 10^{\frac{A_i (dB)}{20}}$$

Unità logaritmiche

Il dB è utilizzato, soprattutto nel mondo delle telecomunicazioni, per esprimere la potenza e la tensione in un circuito. Poiché il dB è un numero puro, nell'esprimere il valore di tali grandezze elettriche è necessario riferire il loro valore ad una quantità di riferimento.

Per esempio il valore di riferimento solitamente utilizzato per le tensioni è $1 \mu V$: in questo modo si ottengono i **dB μV** :

$$V (dB\mu V) = 20 \log \frac{V(V)}{10^{-6}}$$

La relazione per trasformare i dB μV in volt è la seguente:

$$V(V) = \left(10^{\frac{V (dB\mu V)}{20}} \right) 10^{-6}$$

Molto utilizzati sono pure i **dBmW** (o **dBm**) così definiti:

$$P (dBm) = 10 \log \frac{P(W)}{10^{-3}}$$

La relazione per trasformare i dBmW in watt è la seguente:

$$P(W) = \left(10^{\frac{P(\text{dBmW})}{10}} \right) 10^{-3}$$

Lo studente é opportuno che ricordi che non sono delle unità di misura vere e proprie.

L'amplificatore

Sommario argomenti trattati

L'amplificatore	1
Introduzione storica	1
Definizioni	2
Parametri caratteristici di un amplificatore.....	2

Introduzione storica.

L'amplificatore è uno dei circuiti più importanti dell'elettronica, per le numerose applicazioni pratiche nel campo audio, della telefonia e delle telecomunicazioni in generale. Per ottenere dei circuiti amplificatori è necessario disporre di componenti elettronici attivi, perciò per vedere realizzato il primo amplificatore si deve attendere la nascita dell'elettronica.



Figura 1 - Sir John Ambrose Fleming

La nascita dell'elettronica si ha con l'invenzione nel 1904 del primo componente elettronico: il diodo a vuoto (o più comunemente "valvola"). L'inventore di tale componente è stato l'ingegnere inglese J.A. Fleming, collaboratore di Marconi e per conto del quale stava studiando dei miglioramenti al ricevitore radiotelegrafico.

Successivamente, secondo alcuni nel tentativo di aggirare il brevetto sul diodo, l'americano Lee De Forest inventa nel 1906 il **triodo**, ossia il primo componente attivo in grado di consentire un'amplificazione.

Questi però non ne aveva capito a fondo il funzionamento e lo utilizzava prevalentemente come rivelatore negli apparati per radiotelegrafia di quell'epoca. Nel 1912 l'americano F. Lowenstien, scopri come polarizzare correttamente il triodo in modo da ottenere una amplificazione e così realizzare il primo amplificatore elettronico. Dopo successivi miglioramenti, nel 1915 vennero impiegati amplificatori a due stadi con guadagno di tensione pari a 20 dB, per la realizzazione di una linea telefonica intercontinentale da New York a San Francisco.

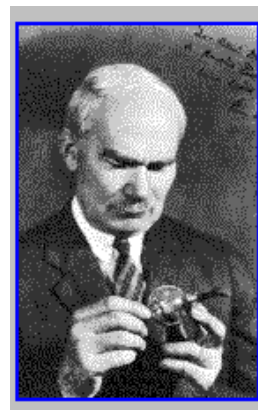


Figura 2 - Lee De Forest



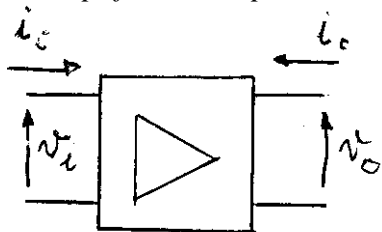
Figura 3 - Edwin Howard Armstrong

Con la chiarificazione dei principi fisici di funzionamento del triodo da parte di I. Langmuir e dei principi d'uso nei circuiti da parte di Edwin Howard Armstrong, le caratteristiche degli amplificatori migliorarono notevolmente. Grazie sempre ad E.H. Armstrong, con la scoperta della retroazione positiva si riuscì ad aumentare notevolmente il guadagno. Successivamente sono stati inventati altri tipi di valvole, tra queste ricordiamo il pentodo (G. Holst e B.D.H. Tellegen, ricercatori olandesi della Philips, nel 1926-27).

Definizioni

Nell'ambito dei quadripoli assume notevole rilevanza la categoria degli amplificatori. Con il termine **amplificatore** (amplifier) si intende un generico quadripolo che dato un segnale applicato in ingresso lo restituisce in uscita di ampiezza maggiore. In funzione della grandezza elettrica di interesse si possono considerare tre categorie fondamentali di amplificatori:

1. *amplificatori di tensione;*
2. *amplificatori di corrente;*
3. *amplificatori di potenza.*



- L'**amplificatore di tensione** idealmente è caratterizzato da un guadagno in tensione costante e indipendente dalle caratteristiche del segnale in ingresso e dal carico in uscita: $A_v = \frac{V_o}{V_i} = \text{costante}$

Figura 4 Schema a blocchi di un amplificatore

Parametri caratteristici di un amplificatore

I parametri caratteristici di un amplificatore sono:

1. *il guadagno;*
2. *la resistenza d'ingresso;*
3. *la resistenza d'uscita;*
4. *la banda passante*

Altri parametri li vedremo in seguito.

Un amplificatore ideale deve avere guadagno costante, indipendente dalle caratteristiche del segnale d'ingresso e quindi anche dalla frequenza di questi, pertanto la sua banda passante deve estendersi dalla continua ("frequenze nulle") a frequenze infinitamente elevate, in sintesi si dice che deve essere infinita.

Naturalmente nella realtà ciò non è mai vero, ne d'altronde è necessario, infatti in pratica è sufficiente che l'amplificatore si comporti come previsto dal caso ideale almeno per le frequenze di interesse.

Per esempio, nel caso di un amplificatore per segnali musicali è sufficiente che l'amplificatore abbia guadagno costante almeno per frequenze comprese fra 20 e 20000 Hz, corrispondenti alle frequenze udibili dall'orecchio umano.

Un generico amplificatore, dunque, può essere schematizzato in ingresso come un resistore ed in uscita come un generatore reale di tensione o di corrente (è indifferente), che eroga una tensione o una corrente proporzionale alla tensione o corrente in ingresso, per quest'ultima caratteristica questo generatore è detto *dipendente*, per distinguerlo da un normale generatore di tensione o di corrente che eroga una tensione o una corrente di valore prestabilito e certamente indipendente da altre grandezze elettriche.

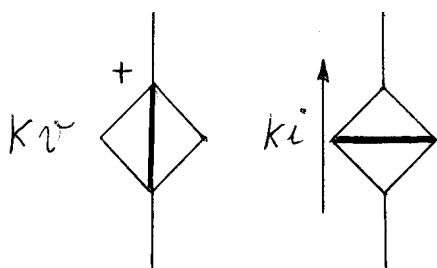


Figura 5 Simboli generatori dipendenti di tensione e corrente

In questi appunti converremo di indicare come in figura i generatori dipendenti, per distinguerli dai normali generatori che chiameremo *indipendenti*.

Alla luce di queste convenzioni di rappresentazione possiamo disegnare i due possibili circuiti equivalenti di un amplificatore (vedi figura 5). É evidente che se si considera un amplificatore di tensione, conviene decisamente la rappresentazione con generatore di tensione in uscita, viceversa se si considera un amplificatore di corrente si preferisce la rappresentazione con generatore di corrente in uscita.

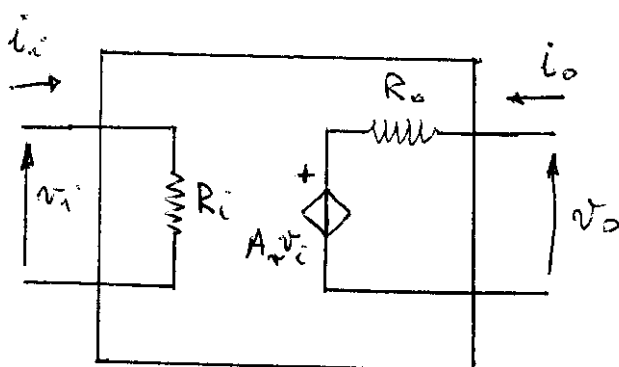


Figura 6 Circuito equivalente amplificatore di tensione

Si supponga ora di considerare un amplificatore a cui viene applicato un segnale in ingresso e dalla cui uscita si preleva il segnale amplificato tramite un carico ()

Se si considera il caso di amplificatore di tensione (fig. 4), ciò che interesserà sarà la tensione, ed affinché arrivi al carico la massima tensione disponibile è necessario che si abbia il massimo trasferimento di tensione sia in ingresso che in uscita, pertanto dovrà risultare:

$$\text{in ingresso } R_s \ll R_i \text{ e quindi idealmente } R_i = \infty$$

$$\text{in uscita } R_o \ll R_L \text{ e quindi idealmente } R_o = 0$$

In conclusione un amplificatore ideale di tensione deve avere resistenza d'ingresso infinita e resistenza d'uscita nulla, cosicché il generatore di uscita è un generatore ideale di tensione.

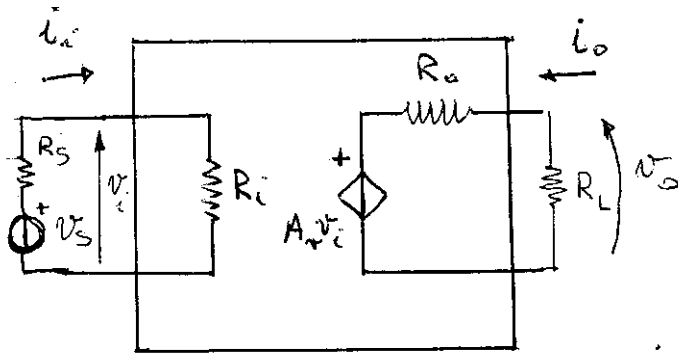


Figura 7 Amplificatore con in ingresso un segnale ed in uscita un carico

Si deve a questo punto notare che l'amplificatore di tensione è quello che trova maggiore diffusione nella pratica, mentre quello di corrente è limitato a particolari applicazioni nel campo industriale.

L'amplificatore operazionale

Sommario argomenti trattati

L'amplificatore operazionale.....	1
Introduzione storica.....	1
Che cos'è un amplificatore operazionale.....	2
Modello matematico di un op-amp ideale.....	2
Principio del cortocircuito virtuale.....	2
L'amplificatore invertente con op-amp.....	3
Guadagno di tensione.....	3
Resistenza d'ingresso.....	4
Resistenza di uscita.....	4
Banda passante.....	5
Amplificatore non invertente con op-amp.....	5
Guadagno di tensione.....	5
Resistenza d'ingresso.....	6
Resistenza di uscita.....	6
Banda passante.....	6
L'inseguitore di tensione o voltage follower.....	7
Miscelatore invertente.....	7
Resistenza d'ingresso e di uscita.....	8
Amplificatore differenziale a singolo op-amp.....	8

Introduzione storica

Intorno al 1940 l'italo americano J. Ragazzini, si propose di individuare le caratteristiche che doveva avere un quadripolo in modo da consentire di ottenere con l'aggiunta di pochi componenti passivi amplificatori con le caratteristiche desiderate. La disponibilità di un simile quadripolo avrebbe portato ai seguenti vantaggi:

1. maggiore facilità di progettazione (il progettista deve dimensionare solo pochi componenti);
2. possibilità di ottenere circuiti che svolgono funzioni diverse da quelle di amplificazione, sempre utilizzando un ridotto numero di componenti;
3. maggiore facilità nell'ottenere buone caratteristiche, infatti il comportamento del circuito dipende solo dai componenti esterni che sono di tipo passivo (R,L,C) e perciò facili da costruire con buone caratteristiche;
4. costi di realizzazione ridotti, in quanto si utilizza un blocco (il quadripolo) che è sempre lo stesso e che quindi può essere costruito in serie.

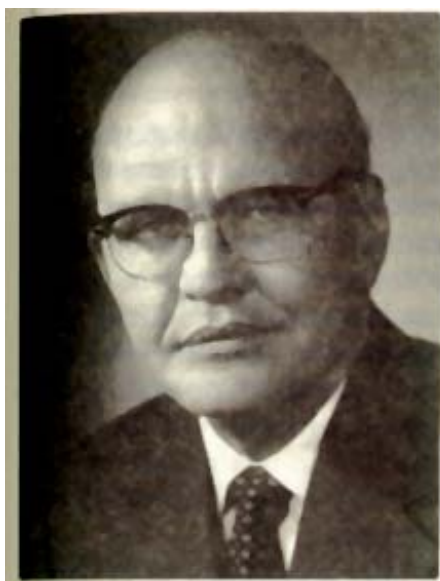


Fig. 1 Jack S. Kilby inventore del primo circuito integrato e premio Nobel per la Fisica nel 2000

Ragazzini individuò come principale caratteristica del quadripolo quella di avere altissimo guadagno e di essere invertente.

Ragazzini chiamò inizialmente i circuiti nel loro complesso "operazionali" anche perché potevano svolgere delle vere e proprie operazioni matematiche, successivamente il nome venne attribuito solo al quadripolo amplificatore e così divenne di uso comune il termine "amplificatore operazionale"

Nei primi tempi gli amplificatori operazionali vennero realizzati con valvole termoioniche, cosicché questi risultava di notevole dimensioni, al punto da sembrare un vero e proprio strumento.

Con l'avvento dei transistori, le dimensioni ed anche i costi subirono una notevole riduzione, aumentando la diffusione di tale struttura circuitale.

L'avvento della tecnologia dei circuiti integrati, con la realizzazione nel 1958 del primo circuito integrato monolitico da parte di J.Kilby, ingegnere dell'americana Texas Instruments, ha ulteriormente ridotto le dimensioni ed i costi, consacrando definitivamente la fortuna dell'amplificatore operazionale.

I primi amplificatori integrati costruiti negli anni 60 però presentavano caratteristiche decisamente inferiori agli amplificatori a transistori e richiedevano anche diversi componenti esterni per poter funzionare correttamente. Attualmente l'evoluzione della tecnologia ha portato a costruire componenti con caratteristiche molto buone, ottenibili solo con complessi circuiti a transistori progettati da tecnici molto esperti, di conseguenza gli amplificatori vengono sempre più raramente realizzati utilizzando componenti discreti, quali transistori BJT, JFET o valvole, mentre notevole è l'impiego di componenti integrati, per questo motivo noi inizieremo lo studio degli amplificatori trattando proprio dei componenti integrati.

Che cos'è un amplificatore operazionale

Un amplificatore operazionale (operational amplifier o semplicemente op-amp) è un amplificatore differenziale ad alto guadagno.

Schematicamente l'amplificatore operazionale viene rappresentato come in Fig. 2, si noti che per il corretto funzionamento sono necessarie due tensioni di alimentazione continua di ugual valore e polarità opposta e perciò dette **alimentazioni duali simmetriche**.

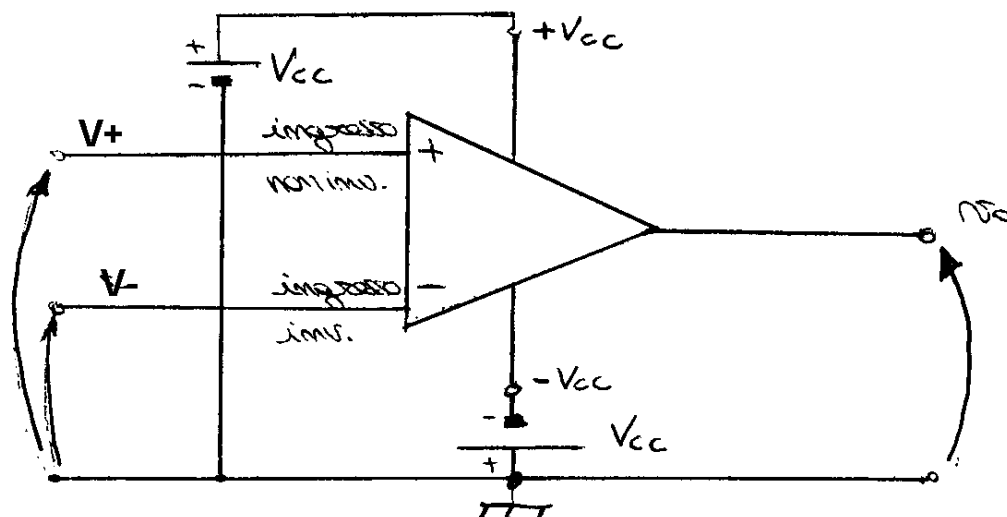


Fig. 2 Amplificatore operazionale

Modello matematico di un op-amp ideale

Per lo studio dei circuiti con op-amp è molto conveniente utilizzare una descrizione approssimata del comportamento dell'op-amp, descrizione contraddistinta con il termine di op-amp ideale, definita come segue:

in un op-amp ideale si ha:

$A_d = \infty$ guadagno differenziale infinito

$R_i = \infty$ resistenza d'ingresso infinita sia sull'ingresso invertente che sull'ingresso non invertente.

$R_o = 0$ resistenza di uscita nulla

$BW = \infty$ banda passante infinita.

Ne deriva che un op-amp è un amplificatore ideale di tensione.

Principio del cortocircuito virtuale

Tale principio afferma che in un op-amp ideale l'ingresso invertente e non invertente sono allo stesso potenziale, ossia in formule: $v_+ = v_-$

In pratica è come se i due ingressi fossero connessi insieme, ossia in cortocircuito, ma poiché tale connessione non è fisicamente presente si parla di **cortocircuito virtuale**.

Il principio si può dimostrare come segue:

Ipotesi: op-amp ideale, v_o finita

Voglio dimostrare che $v_+ = v_-$, scrivo perciò l'espressione della tensione di uscita:

$v_o = A_d(v_+ - v_-)$ da questa ricaviamo la differenza fra le tensioni d'ingresso:

$(v_+ - v_-) = \frac{v_o}{A_d}$ faccio ora intervenire l'ipotesi di op-amp ideale, da cui $A_d \rightarrow \infty$ e allora:

$\lim_{A_d \rightarrow \infty} (v_+ - v_-) = \lim_{A_d \rightarrow \infty} \frac{v_o}{A_d} = 0$, quindi v_+ e v_- coincidono, come volevasi dimostrare.

Nella pratica il guadagno non è infinito ma molto grande, per cui la differenza fra i due ingressi non è proprio zero ma comunque molto piccola, per esempio se consideriamo l'op-amp $\mu A741$ che ha $A_d = 50.000$, la differenza fra le tensioni d'ingresso dell'op-amp, nel caso di uscita pari a 15V

risultano: $(v_+ - v_-) = \frac{v_o}{A_d} = \frac{15}{50000} = 300\mu V$.

L'amplificatore invertente con op-amp

Iniziamo a vedere subito delle applicazioni dell'op-amp come amplificatore invertente.

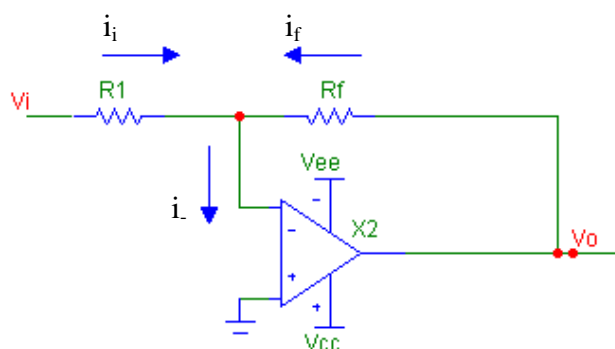


Fig. 3 Amplificatore invertente con op-amp

L'amplificatore invertente può essere facilmente riconosciuto, verificando la presenza dell'ingresso collegato all'ingresso invertente dell'op-amp.

Guadagno di tensione

Ricaviamo la tensione di uscita in funzione di quella d'ingresso, nell'ipotesi di op-amp ideale, il procedimento si articola nei seguenti passi:

1. Applico la prima legge di Kirchoff al nodo sull'ingresso invertente:

$$i_i + i_f = i_-$$

ma se l'op-amp è ideale le correnti d'ingresso sono nulle, in virtù dell'ipotesi di resistenza d'ingresso infinita., allora posso scrivere:

$$i_i + i_f = 0$$

2. In virtù del principio del cortocircuito virtuale, $v_+ = v_-$, quindi essendo $v_+ = 0$ anche $v_- = 0$, quindi anche l'ingresso invertente si trova a potenziale zero ossia a potenziale di massa o, come si suol dire nel gergo elettronico, a massa virtuale. Il termine virtuale ricorda ancora che non esiste un collegamento ohmico alla massa vera e propria.

La massa virtuale è indicata con il solito simbolo della massa, ma disegnato tratteggiato.

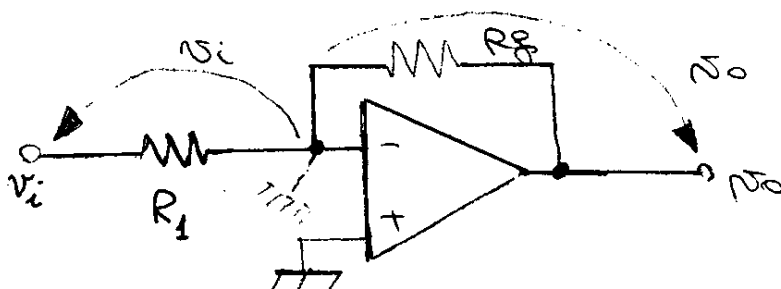


Fig. 4

Le tensioni d'ingresso e di uscita sono tutte riferite alla massa e pertanto coincidono, rispettivamente con le tensioni ai capi di R_1 e R_f , possiamo così ricavare le correnti:

$i_i = \frac{v_i}{R_1}$ e $i_f = \frac{v_o}{R_f}$ sostituendo: $\frac{v_i}{R_1} + \frac{v_o}{R_f} = 0$ e si ricava infine la tensione di uscita:

$$\text{Eq. 1 } v_o = -\frac{R_f}{R_1} v_i$$

la quantità $A_{vf} = -\frac{R_f}{R_1}$ costituisce il guadagno dell'amplificatore invertente, il segno negativo ricorda che il circuito inverte le polarità dei segnali applicati in ingresso.

Il circuito in relazione ai valori dei resistori R_1 e R_f , si comporta nei seguenti modi:

1. $R_f > R_1 \Rightarrow |A_{vf}| > 1$ il circuito amplifica il segnale applicato in ingresso.
2. $R_f = R_1 \Rightarrow |A_{vf}| = 1$ il circuito presenta guadagno unitario.
3. $R_f < R_1 \Rightarrow |A_{vf}| < 1$ il circuito attenua il segnale applicato in ingresso.

Resistenza d'ingresso

Per definizione la resistenza d'ingresso è la resistenza che si misura fra i morsetti d'ingresso dell'amplificatore, annullati tutti i generatori indipendenti presenti all'interno dell'amplificatore o in uscita, ma non essendovi alcun generatore indipendente se non quello d'ingresso la resistenza d'ingresso si riduce semplicemente a:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = R_1$$

ossia alla resistenza applicata in ingresso all'op-amp.

Resistenza di uscita

La resistenza di uscita coincide con la resistenza interna dell'ipotetico generatore dipendente che pilota l'uscita dell'amplificatore, ma in questo caso chi pilota l'uscita è direttamente l'op-amp, che risultano ideale per ipotesi, presenta resistenza di uscita zero, perciò la resistenza di uscita dell'intero amplificatore è:

$$R_o = 0$$

Nel caso mi serva una resistenza di uscita di un valore assegnato, è sufficiente collegare in uscita all'op-amp un resistore di valore pari alla resistenza di uscita richiesta.

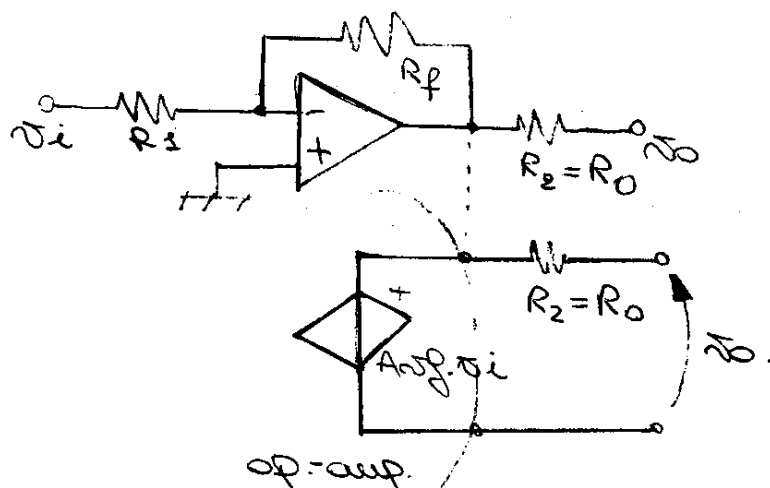


Fig. 5

Banda passante

Nel circuito sono presenti l'op-amp, che risultando ideale ha comportamento invariabile con la frequenza, ed i resistori R_1 e R_f i quali hanno pure comportamento invariabile con la frequenza, ne deriva che l'intero circuito ha comportamento invariabile con la frequenza e che perciò la banda passante è infinita.

Amplificatore non invertente con op-amp

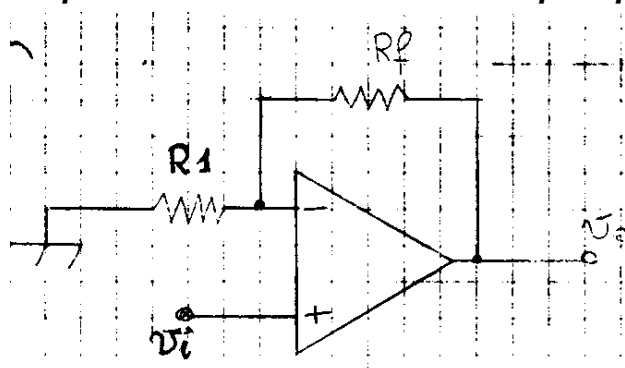


Fig. 6 Amplificatore non invertente

L'amplificatore non invertente può essere facilmente riconosciuto, verificando la presenza dell'ingresso collegato all'ingresso non invertente dell'op-amp.

Guadagno di tensione

Ricaviamo la tensione di uscita in funzione di quella d'ingresso, nell'ipotesi di op-amp ideale.

In questo caso i passi da seguire sono i seguenti:

1) determinare indipendentemente le tensioni v_+ e v_- ;

a) $v_+ = v_i$ come si deduce immediatamente osservando lo schema di Fig. 6

b) la v_- si determina applicando la regola del partitore:
$$v_- = \frac{R_1}{R_1 + R_f} v_o$$

2) per il principio del cortocircuito virtuale: $v_+ = v_-$, perciò sostituendo si ha:
$$v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_f} v_o$$

3) dalla relazione precedente si isola la tensione di uscita v_o ;

$$v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_f} v_o \Rightarrow v_i \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_f} v_o \frac{R_1 + R_f}{R_1} \Rightarrow v_i \frac{R_1 + R_f}{R_1} = v_o \text{ divido tutto per } R_1 \text{ si ha:}$$

$$\text{Eq. 2 } v_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) v_i$$

la quantità $A_{vf} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$ costituisce il guadagno dell'amplificatore non invertente.

Il circuito in relazione ai valori dei resistori R_1 e R_f , si comporta nei seguenti modi:

4. R_1 e R_f valori finiti non nulli $\Rightarrow |A_{vf}| > 1$ il circuito amplifica il segnale applicato in ingresso.
5. R_1 infinita oppure $R_f = 0 \Rightarrow |A_{vf}| = 1$ il circuito presenta guadagno unitario.

Resistenza d'ingresso

$R_i = \infty$ in quanto l'ingresso dell'amplificatore coincide con l'ingresso non invertente dell'op-amp, risultando l'op-amp ideale per ipotesi, la resistenza d'ingresso sull'ingresso non invertente dell'op-amp è infinita.

Nel caso mi serva una resistenza d'ingresso di un valore assegnato, è sufficiente collegare tra l'ingresso non invertente e la massa un resistore di valore pari alla resistenza d'ingresso richiesta.

Resistenza di uscita

La resistenza di uscita coincide con la resistenza interna dell'ipotetico generatore dipendente che pilota l'uscita dell'amplificatore, ma in questo caso chi pilota l'uscita è direttamente l'op-amp, che risultando ideale per ipotesi, presenta resistenza di uscita zero, perciò la resistenza di uscita dell'intero amplificatore è:

$$R_o = 0$$

Nel caso mi serva una resistenza di uscita di un valore assegnato, è sufficiente collegare in uscita all'op-amp un resistore di valore pari alla resistenza di uscita richiesta.

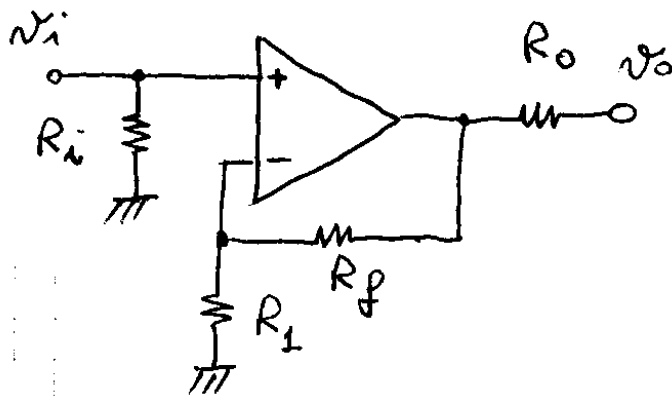


Fig. 7 Amplificatore non invertente con resistenza d'ingresso e di uscita assegnata

Banda passante

Nel circuito sono presenti l'op-amp, che risultando ideale ha comportamento invariabile con la frequenza, ed i resistori R_1 e R_f i quali hanno pure comportamento invariabile con la frequenza, ne deriva che l'intero circuito ha comportamento invariabile con la frequenza e che perciò la banda passante è infinita.

L'inseguitore di tensione o voltage follower

Si indica con questo nome un amplificatore non invertente con guadagno unitario.

L'inseguitore di tensione è utilizzato come adattatore di impedenza ossia come circuito che garantisce sia in ingresso che in uscita il massimo trasferimento di tensione.

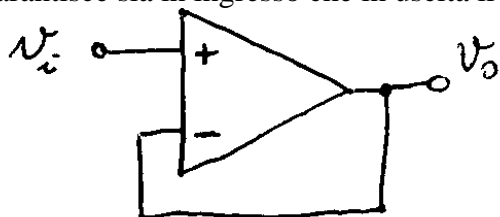


Fig. 8 Inseguitore di tensione non invertente

Miscelatore invertente

È un circuito che miscela, secondo un prefissato rapporto, e inverte due o più segnali applicati in ingresso. Un possibile schema con op-amp è quello di Fig. 9

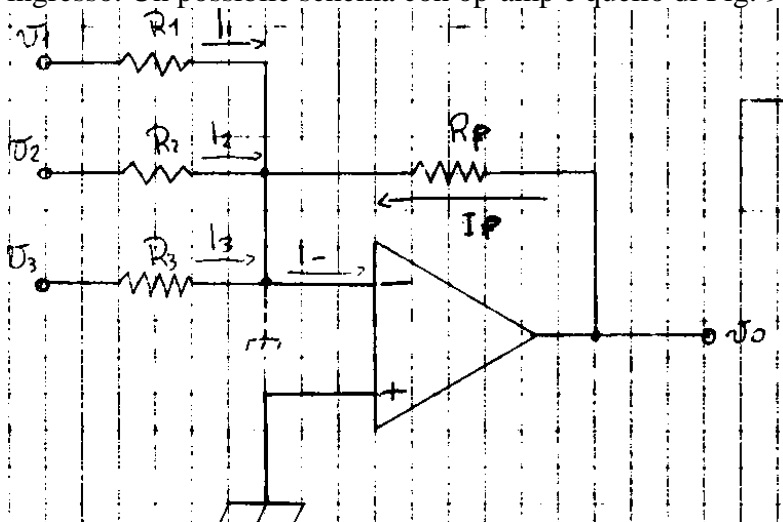


Fig. 9 Miscelatore invertente a tre ingressi

Per determinarne il comportamento ricaviamo la tensione di uscita utilizzando il procedimento visto per l'amplificatore invertente:

1) Scrivo la prima legge di Kirchoff al nodo sull'ingresso invertente:

$$a) \quad i_1 + i_2 + i_3 + i_f = 0$$

2) Ricavo le singole correnti, ricordando che l'ingresso invertente è a massa virtuale:

$$a) \quad \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_o}{R_f} = 0$$

3) Isolo la tensione di uscita:

$$\frac{v_o}{R_f} = -\frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3}$$

$$\text{Eq. 3 } v_o = -\frac{R_f}{R_1}v_1 - \frac{R_f}{R_2}v_2 - \frac{R_f}{R_3}v_3 \quad \text{Relazione ingresso-uscita del miscelatore invertente}$$

Si può anche affermare che ogni ingresso viene amplificato della quantità pari al rapporto tra la resistenza R_f e la resistenza a cui è applicato l'ingresso.

Resistenza d'ingresso e di uscita

Con ragionamenti analoghi a quelli visti per l'amplificatore invertente si ricavano le resistenza d'ingresso dei vari ingressi e la resistenza di uscita, che risultano valere:

$$R_{i1}=R_1, R_{i2}=R_2, R_{i3}=R_3, R_o=0$$

Amplificatore differenziale a singolo op-amp

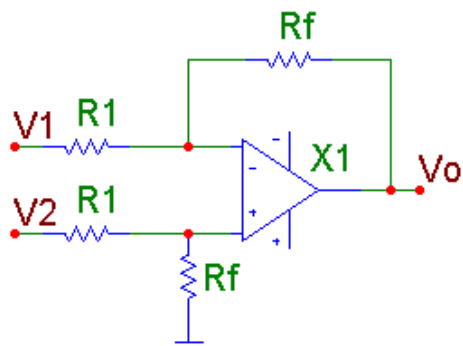


Fig. 10 Amplificatore differenziale

Per determinarne il comportamento ricaviamo la tensione di uscita utilizzando il procedimento visto per l'amplificatore non invertente:

1) Ricaviamo separatamente la v_+ e v_- ;

a) Applicando la regola del partitore e ricordando che l'op-amp non assorbe

$$\text{corrente } v_+ = \frac{R_f}{R_1 + R_f} v_2$$

b) Applicando il teorema di Millman considerando v_1 e v_o generatori indipendenti,

$$v_- = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_o}{R_f}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_f}}, \text{ si riduce ad una frazione con denominatore comune sia la frazione a}$$

numeratore che quella a denominatore:

$$c) v_- = \frac{\frac{R_f v_1 + R_1 v_o}{R_1 R_f}}{\frac{R_f + R_1}{R_1 R_f}} = \frac{R_f v_1 + R_1 v_o}{R_f + R_1}$$

2) Uguaglio v_+ e v_- in virtù del principio del cortocircuito virtuale:

$$a) \frac{R_f}{R_1 + R_f} v_2 = \frac{R_f v_1 + R_1 v_o}{R_f + R_1} \text{ semplifico i denominatori:}$$

$$b) R_f v_2 = R_f v_1 + R_1 v_o \text{ isolo la tensione di uscita:}$$

$$c) R_f v_2 - R_f v_1 = R_1 v_o$$

$$d) R_f (v_2 - v_1) = v_o R_1 \text{ ed ottengo finalmente la relazione cercata:}$$

Eq. 4 $v_o = \frac{R_f}{R_1} (v_2 - v_1)$ **Relazione ingresso-uscita di un amplificatore differenziale a singolo op-amp.**

La quantità $A_d = \frac{R_f}{R_1}$ è il guadagno differenziale dell'amplificatore.