AUTOMATIQUE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS ET DISCRETS

- Prof. Mohamed Massour El Aoud
- m.massour@yahoo.ca

- Département Génie Electrique
- Ecole Nationale des Sciences Appliquées Khouribga

Présentation du Module

- Automatique linéaire continu
  - Introduction généralités
  - Modélisation
  - Représentation de système
  - Systèmes de premier et deuxième ordre : réponse temporelles, réponses en fréquence
  - Stabilité
  - Notions sur la correction des systèmes linéaires asservis
- Automatique linéaire discrets
  - Echantillonnage
  - Fonctions de transfert discrètes
  - Réponse des systèmes discret

Introduction

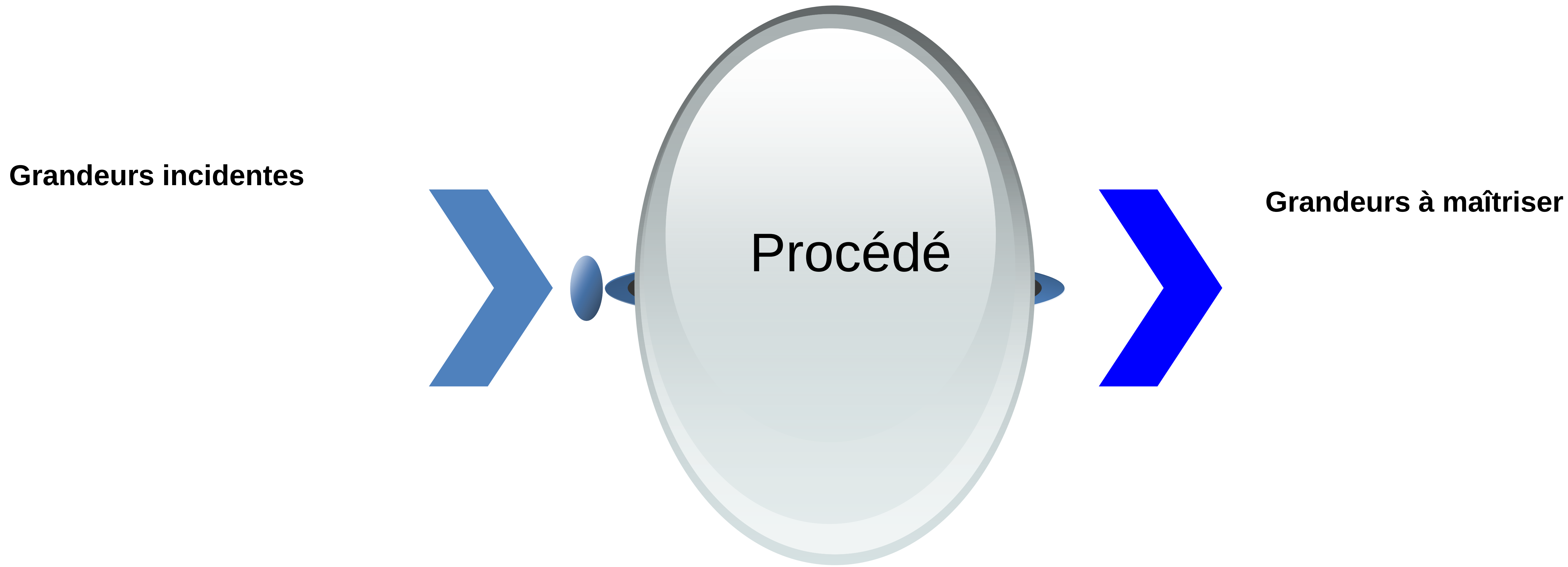
- Définition de l'automatique
  - Automatique : ensemble des *disciplines scientifiques* et des techniques utilisées pour la conception et l'emploi des dispositifs qui fonctionnent sans l'intervention d'un opérateur humain.
- Notion de système
  - Le système est un dispositif qui fonctionne en interaction avec son environnement générant un ensemble de phénomènes.
  - Le mot Commande est en générale pris dans le sens de régler ou contrôler
  - Un système de commande est un assemblage de constituants branchés ou reliés les uns au autres de telle sorte qu'il puisse se commander, se diriger ou bien commander un autre système

Exemple de système de commande

- Régulation des procédés industriels
- Contrôle / commande des machines / robots
- Systèmes avancés de régulation dans le développement des produits technologiques de pointe (aéronautique, spatial, etc.)
- Modélisation des systèmes biologiques, économiques dans la vie courante
- Automobile : régulateurs de vitesse, de trajectoire
- Avions : régulateurs d'assiette
- Satellites : régulation de position, d'orientation, de vitesse
- Transports : tous les systèmes autonomes (métros, portes, etc.)
- Informatique : disques durs

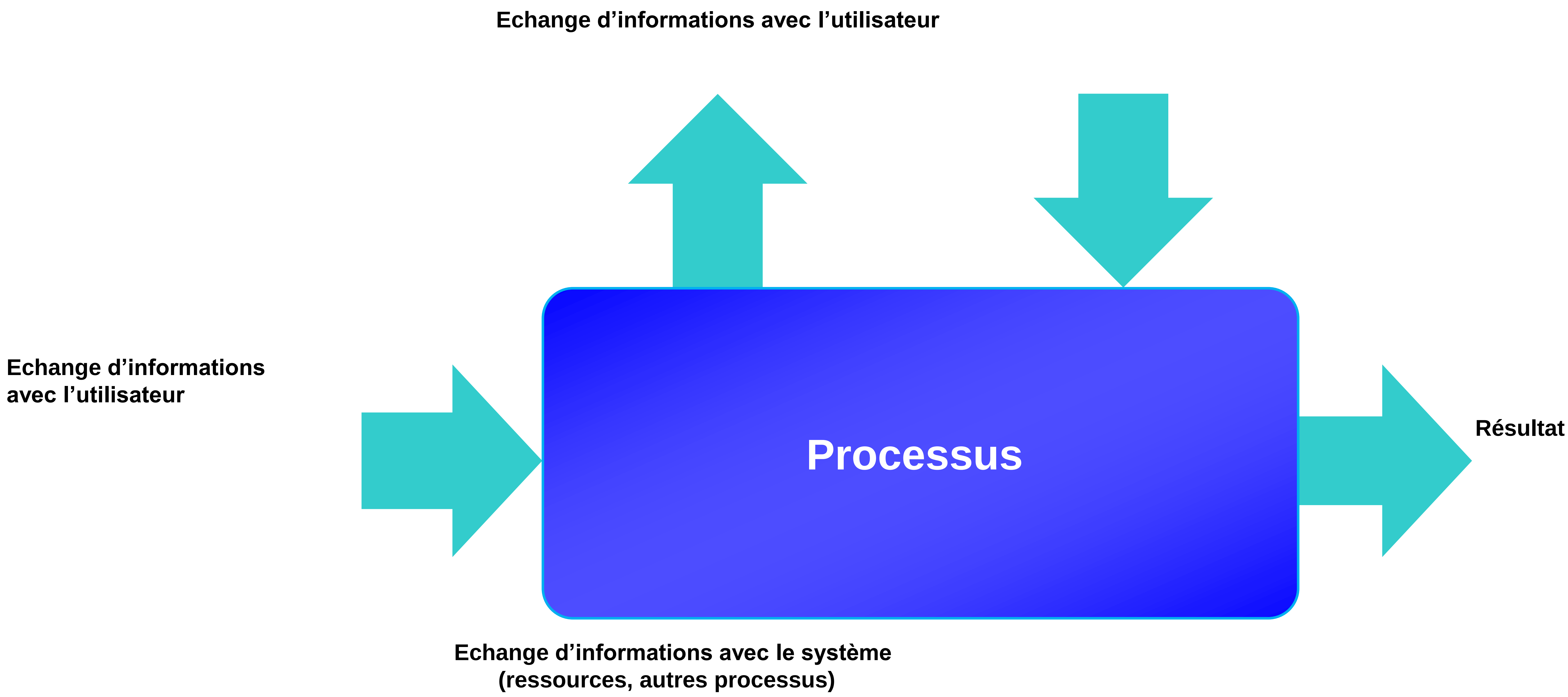
Procédé

- Procédé est un terme qui désigne un ensemble d'appareils destiné à obtenir un produit déterminé
- L'évolution du procédé dépend d'une ou plusieurs grandeurs incidentes



Processus

- Définition : Le mot processus vient du latin pro (au sens de « vers l'avant ») et de cessus, céder (aller, marcher) ce qui signifie donc aller vers l'avant, avancer.
- Ensemble d'activités corrélées ou interactives qui transforme des éléments d'entrée en éléments de sortie



Grandeurs Entrées sorties

- Les signaux associés aux entrées sont généralement notés par la lettre U et les signaux associés aux sorties par la lettre Y.

- Les entrées d'un système peuvent *a priori être modifiées. Il peut également exister des entrées qui échappent au contrôle* et qui ne peuvent être modifiées. Elles sont appelées perturbations et sont notées D

- Schéma d'entrée sortie:

Exemple : Serre agricole

- On appelle **modèle d'un système (ou processus) la loi qui** relie l'entrée (cause) a la sortie (effet).
- On distingue deux régimes dans le comportement des systèmes :
- le régime permanent ou établi, caractérisant la réponse stabilisée du système a une entrée quelconque,
- le régime transitoire, caractérisant l'évolution de la réponse avant que le régime permanent ne soit atteint.
- Le régime statique est le régime permanent dans le cas ou l'entrée est constante.

- Un système est **causal** si sa sortie y(t) a un instant t_0 ne dépend que des valeurs de son entrée u(t) pour $t \leq t_0$
- Un système a temps invariant a un modèle identique à tout instant (un retard t ne change pas la loi du modèle) :

$$u(t) \xrightarrow{\text{système}} y(t) \qquad\qquad u(t-\tau) \xrightarrow{\text{système}} y(t-\tau)$$

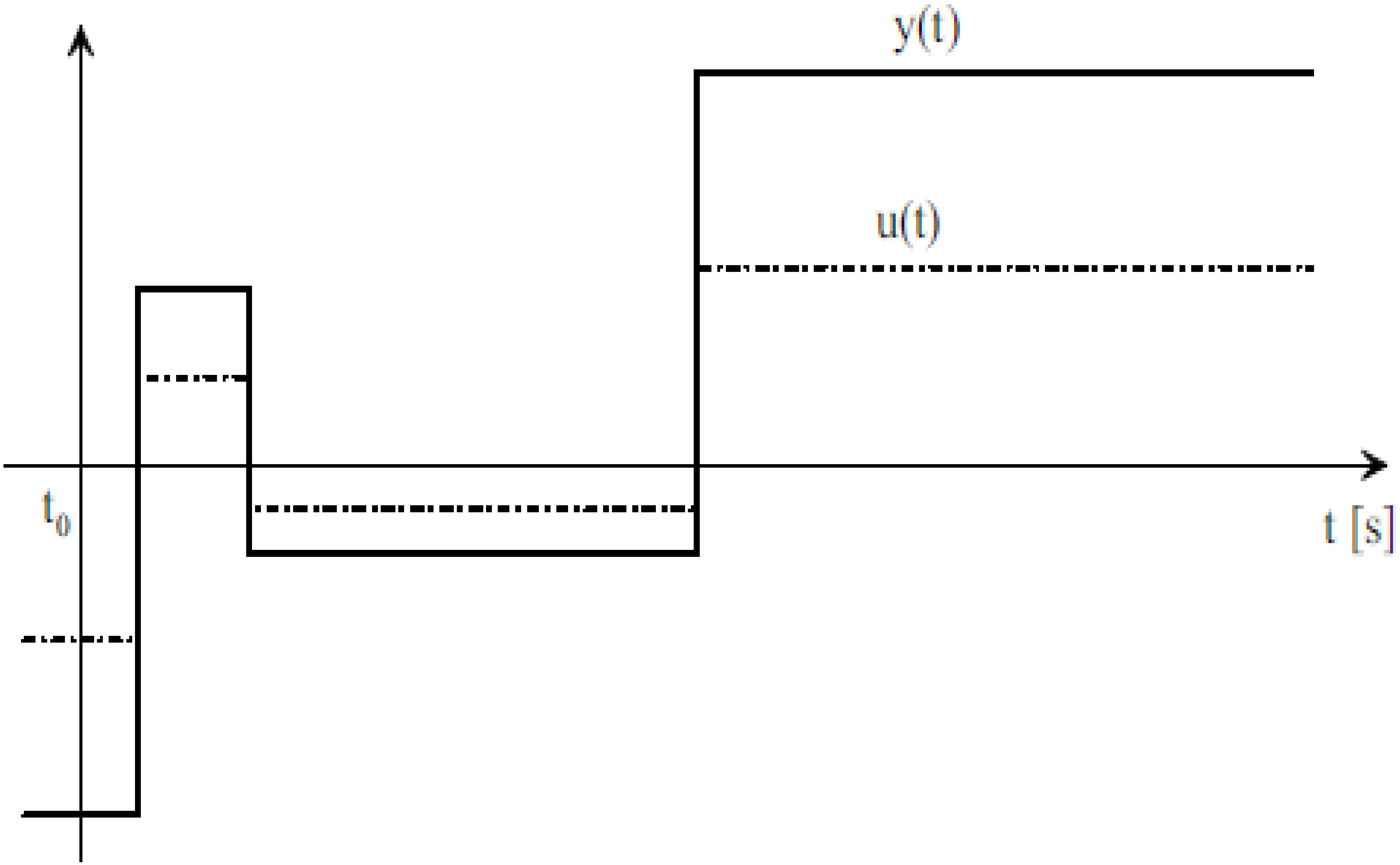
Un système est dit instantané si à un instant donne sa sortie ne dépend que de l'excitation a cet instant :
y(t) = a.u(t)

- Un système est **linéaire s'il satisfait au principe de** superposition :

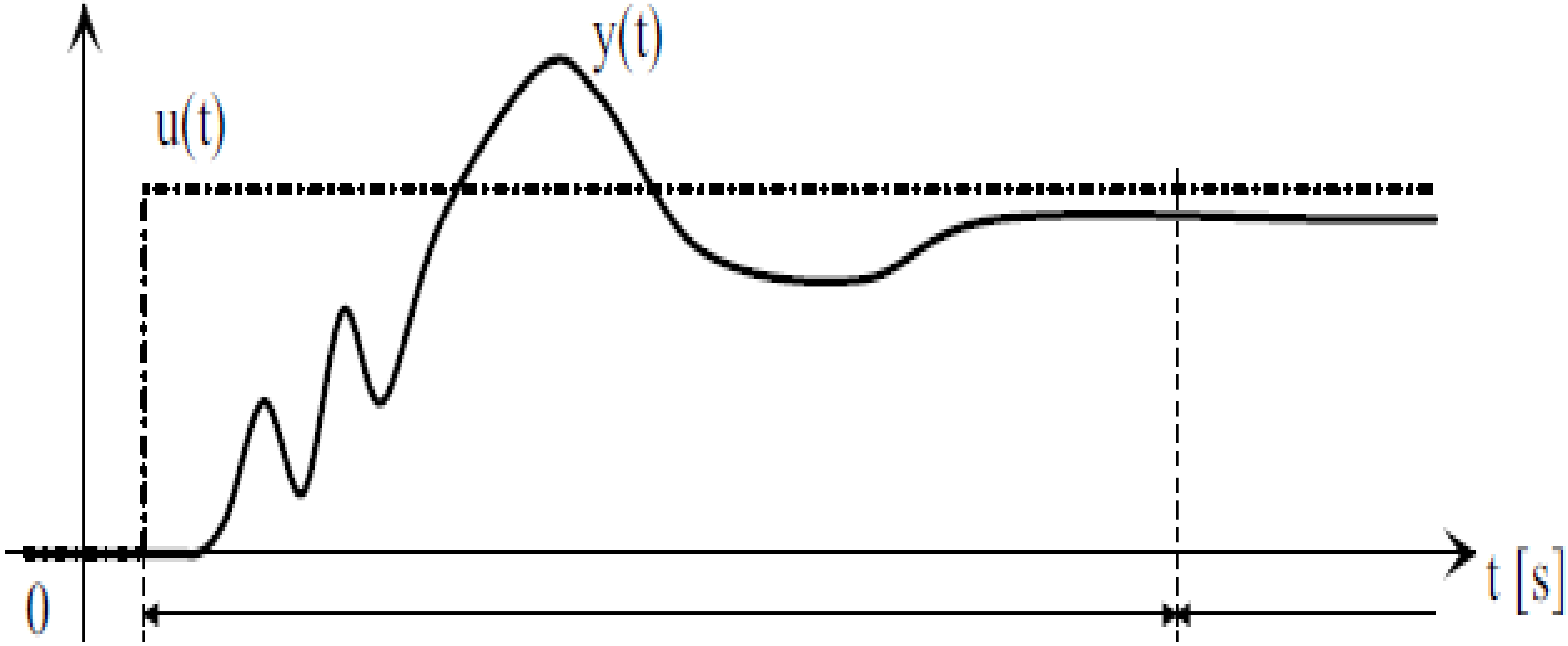
$$a.u_1(t)+b.u_2(t)\xrightarrow{\text{syst. linéaire}}a.y_1(t)+b.y_2(t)$$

Ce cours traite des systèmes causals, linéaires et a temps invariant ; les S.L.T.I.
Les systèmes étudies sont analogiques, leurs signaux d'entrée et de sortie sont continus a la fois en temps et en amplitude.
La relation qui lie leur entrée et leur sortie est des lors une équation différentielle linéaire a coefficients constants.

Système statique

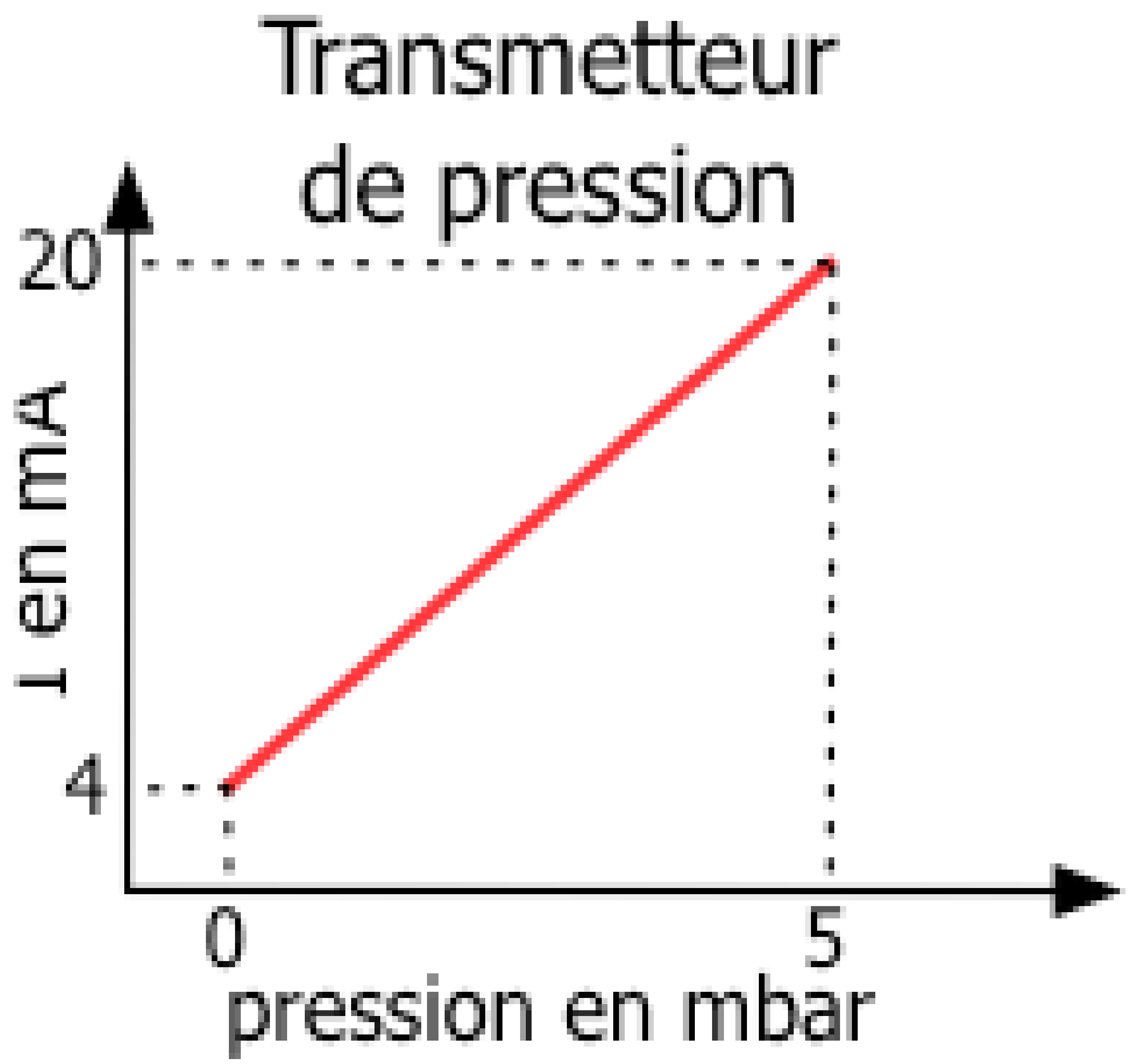


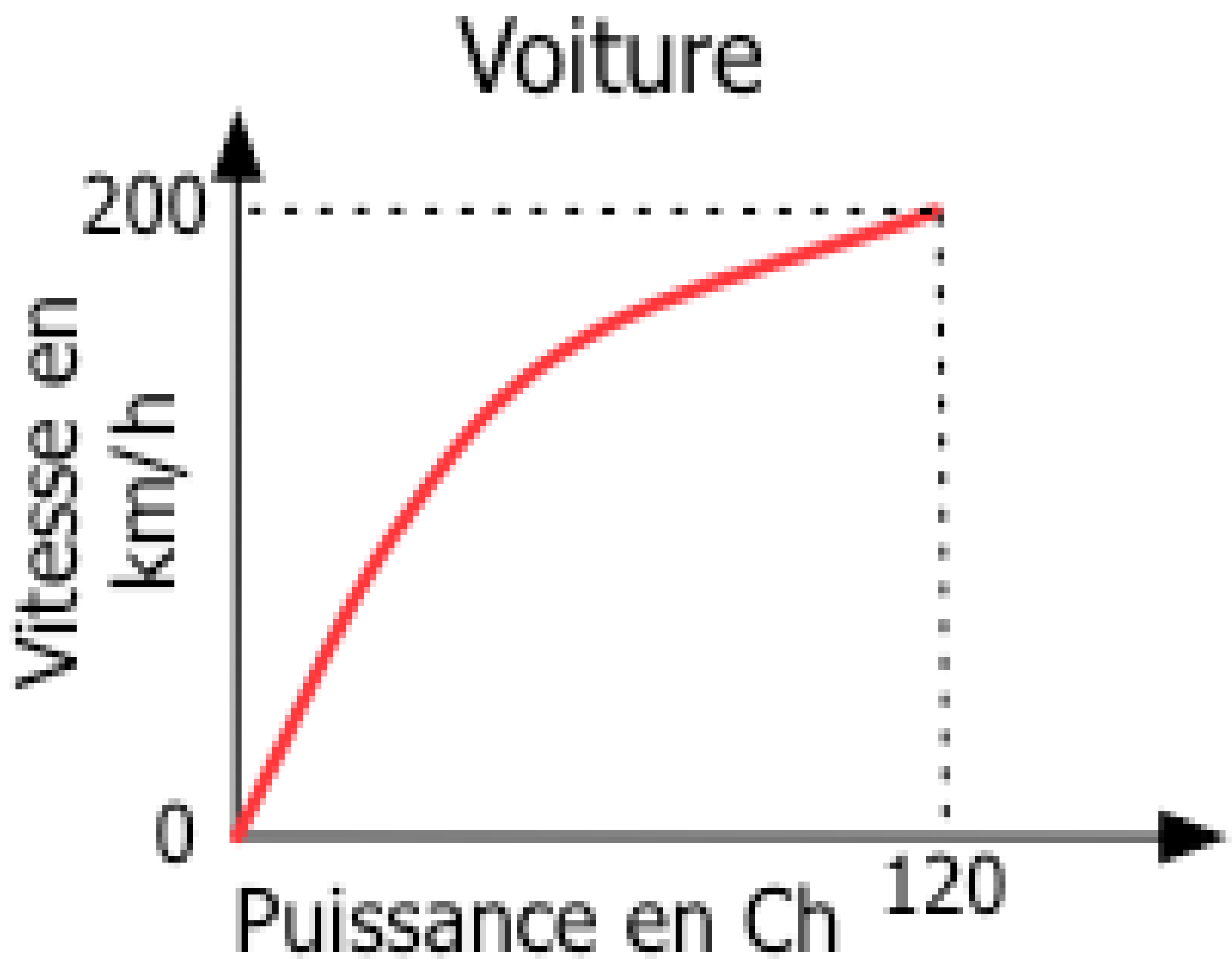
Système dynamique



Caractéristiques statiques d'un procédé

- La caractéristique statique est la courbe représentative de la grandeur de sortie S en fonction de la grandeur d'entrée E : $S = f(E)$.





Gain statique

- Si le système est naturellement stable, le gain statique Gs est le rapport entre la variation de la grandeur de sortie Δs et la variation de la grandeur d'entrée Δe.

$$\frac{\Delta s}{\Delta e}$$

Erreur statique

- Si le système est stable, l'erreur statique ε_s est la différence entre la consigne w et la mesure x en régime permanent, $\mathbf{E_s=W-X}$
-

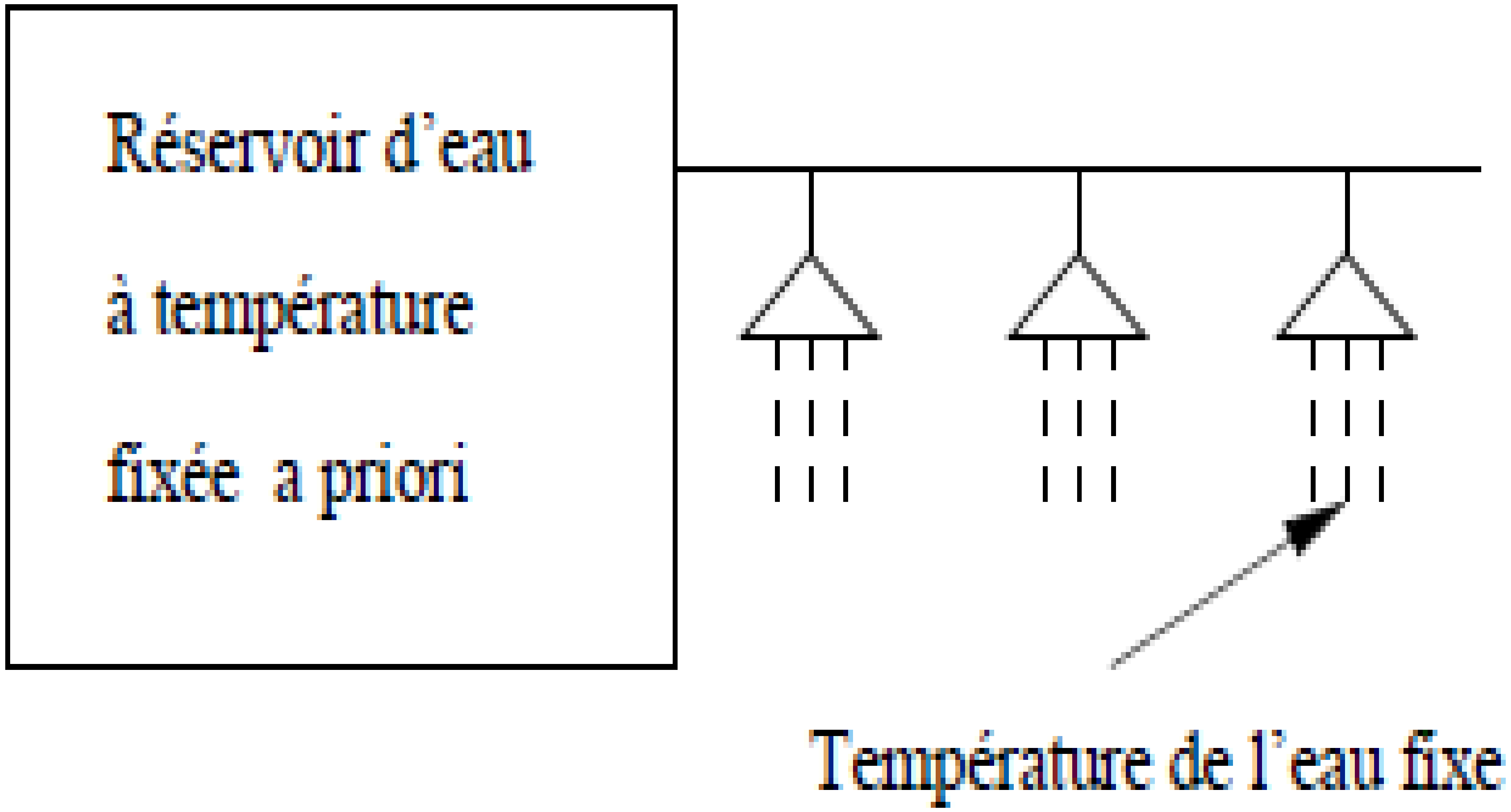
Notion de boucle

- Le principe en est d'acquérir une information présente sur les sorties et de l'utiliser judicieusement pour modifier les entrées.

- Exemple :
  - Voiture

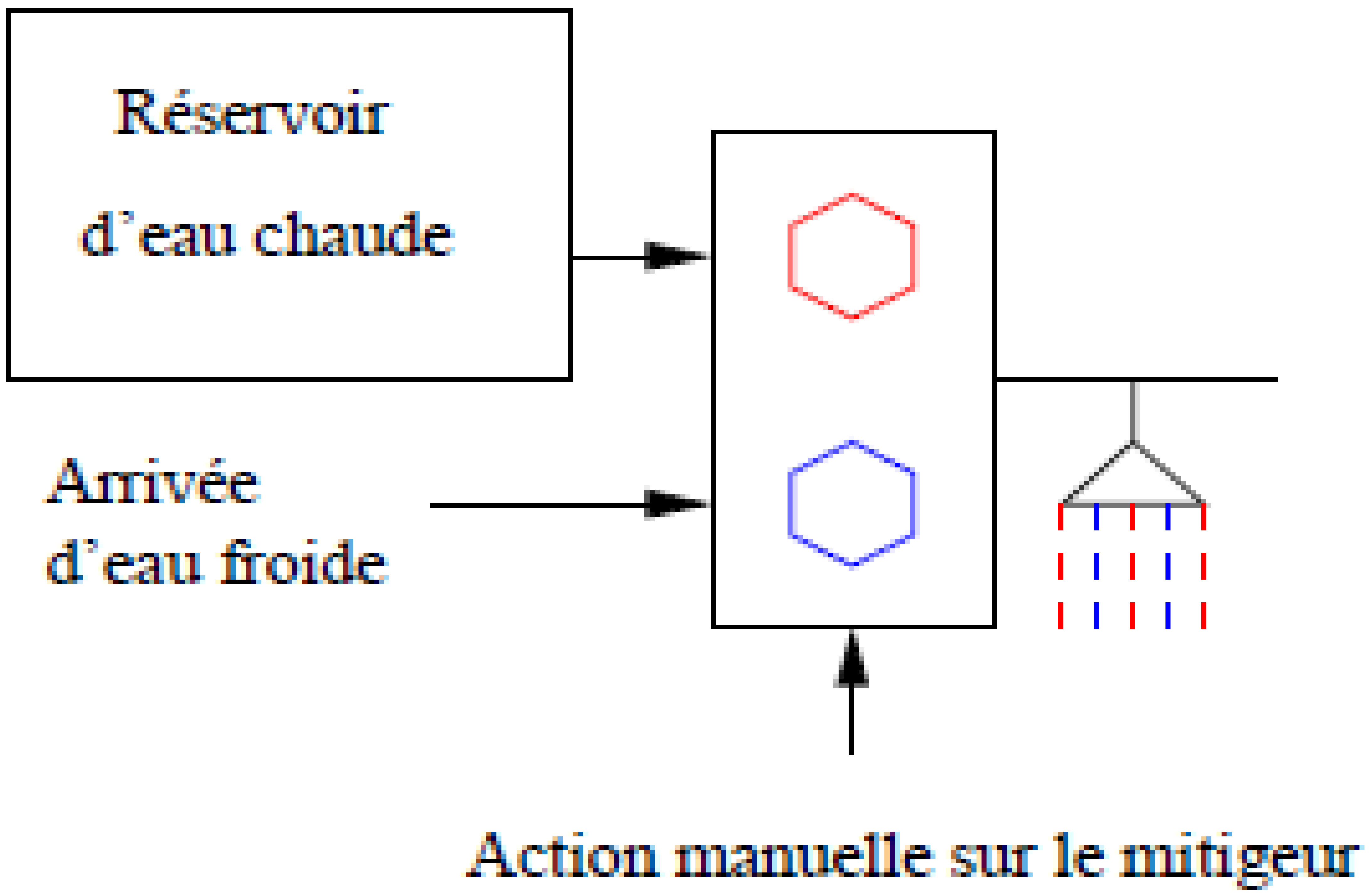
Boucle ouverte

- L'observation n'est pas celle de la grandeurs à maîtriser
- Inconvénient
- Exemple :



Boucle fermée

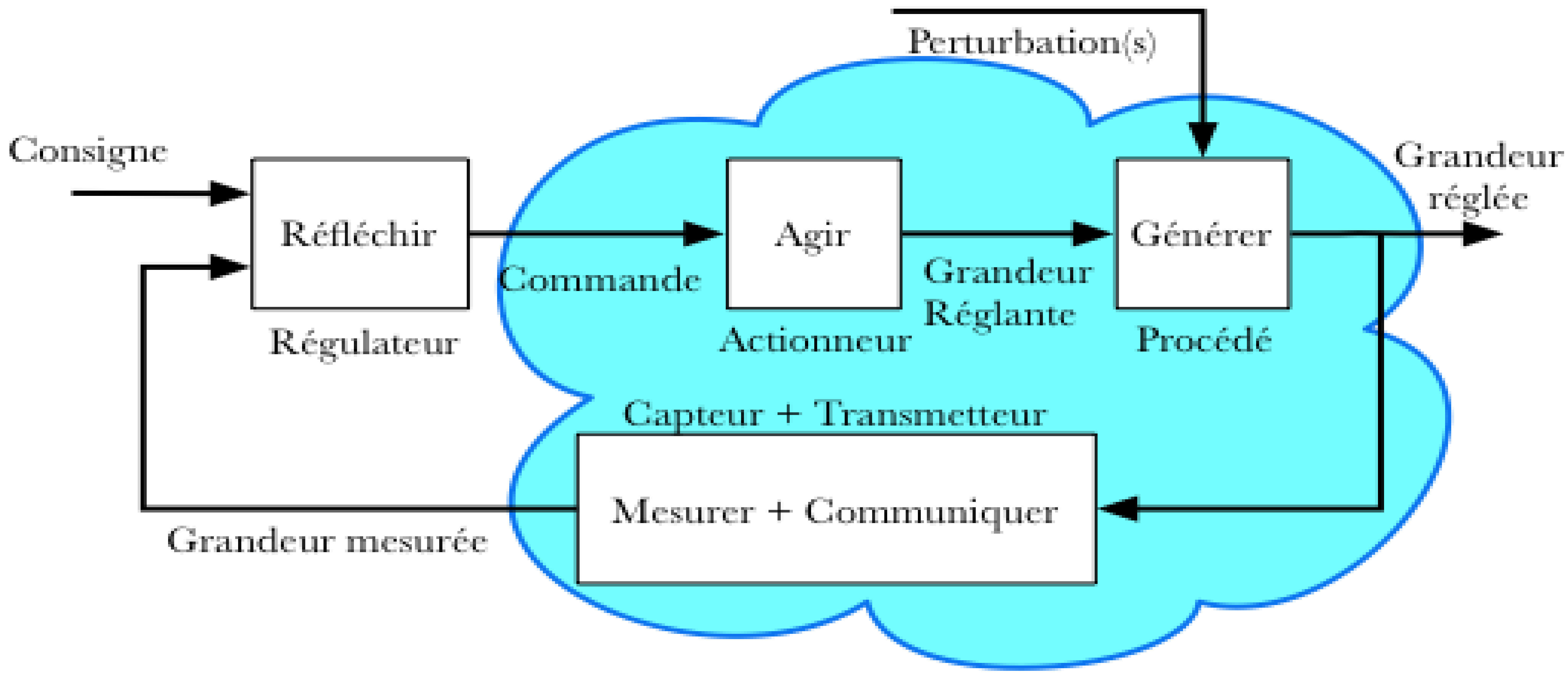
- Exemple : Douche personnelle



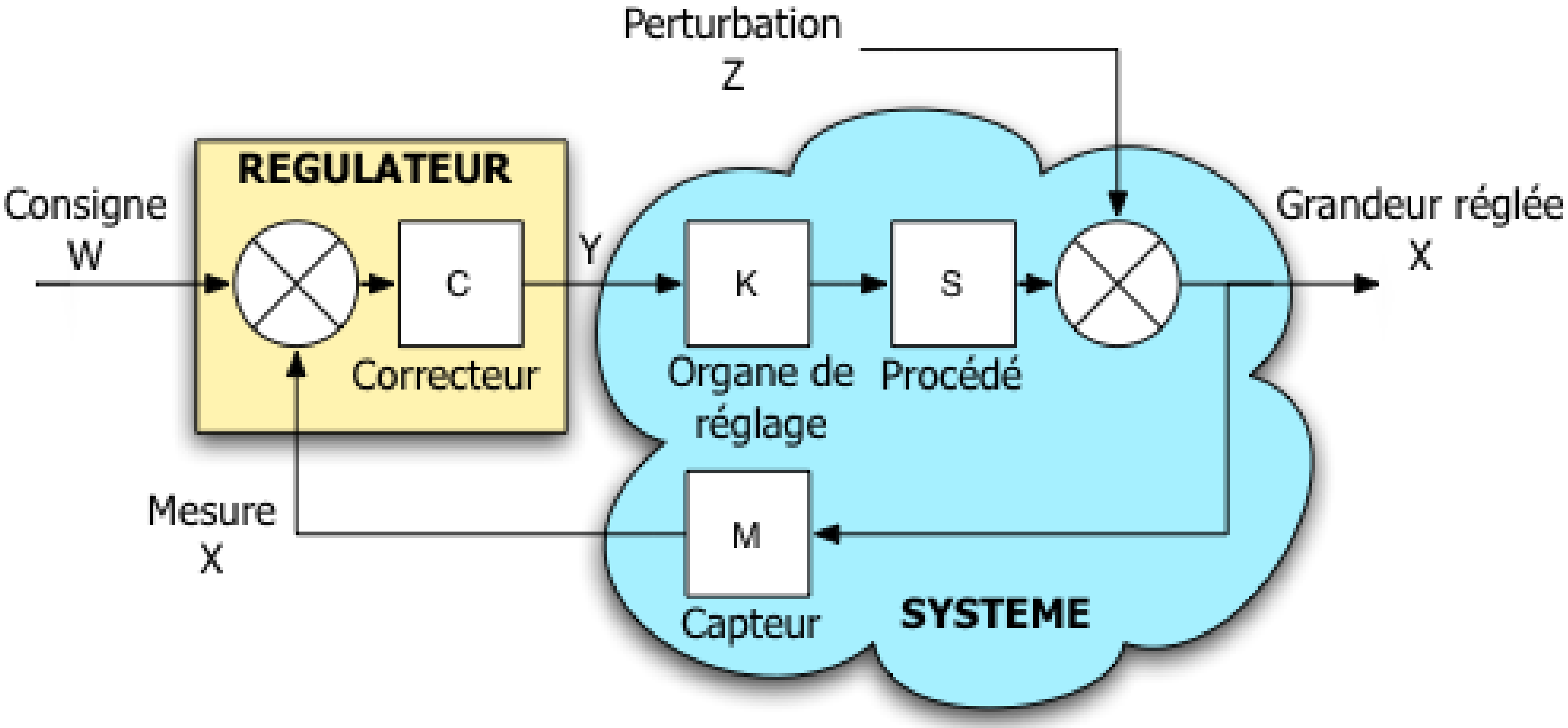
❖ Boucle automatique?

Boucle fermée

- Chaîne fermée de régulation



Boucle fermée



❖ Les éléments fonctionnels

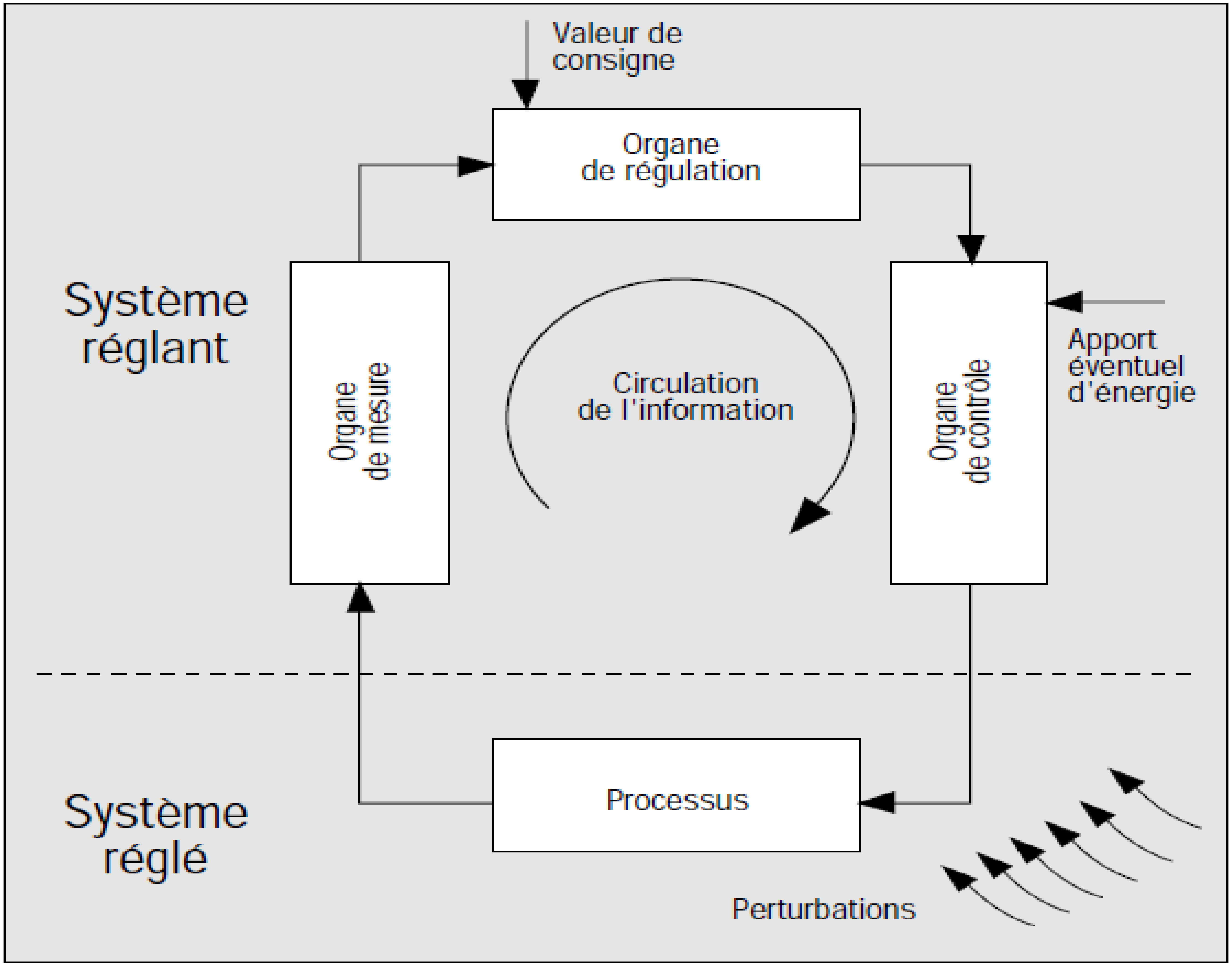
Activité d'automaticien

- Activités essentielles en Automatique :

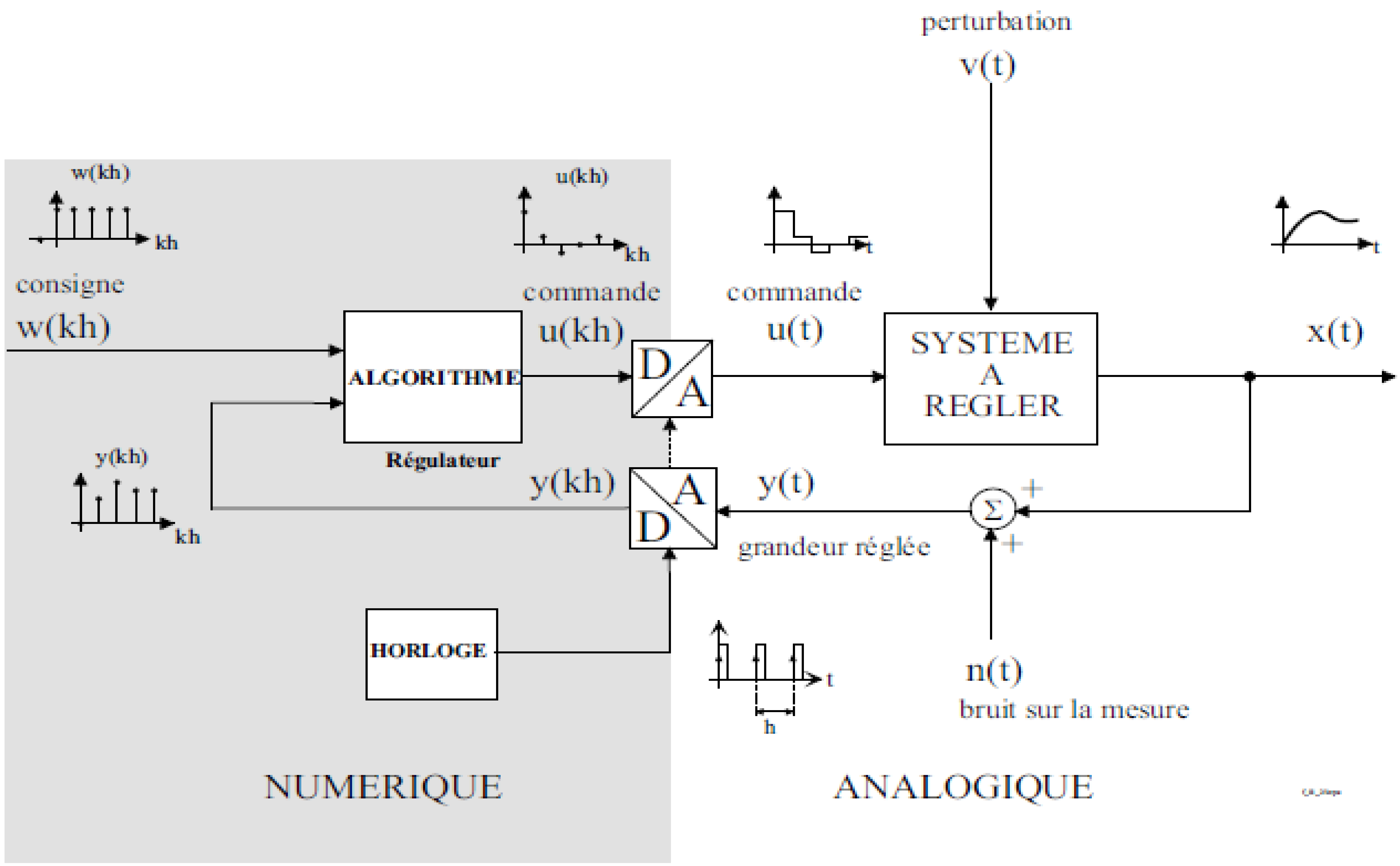
  - Asservissement

  - Régulation

Régulation industrielle



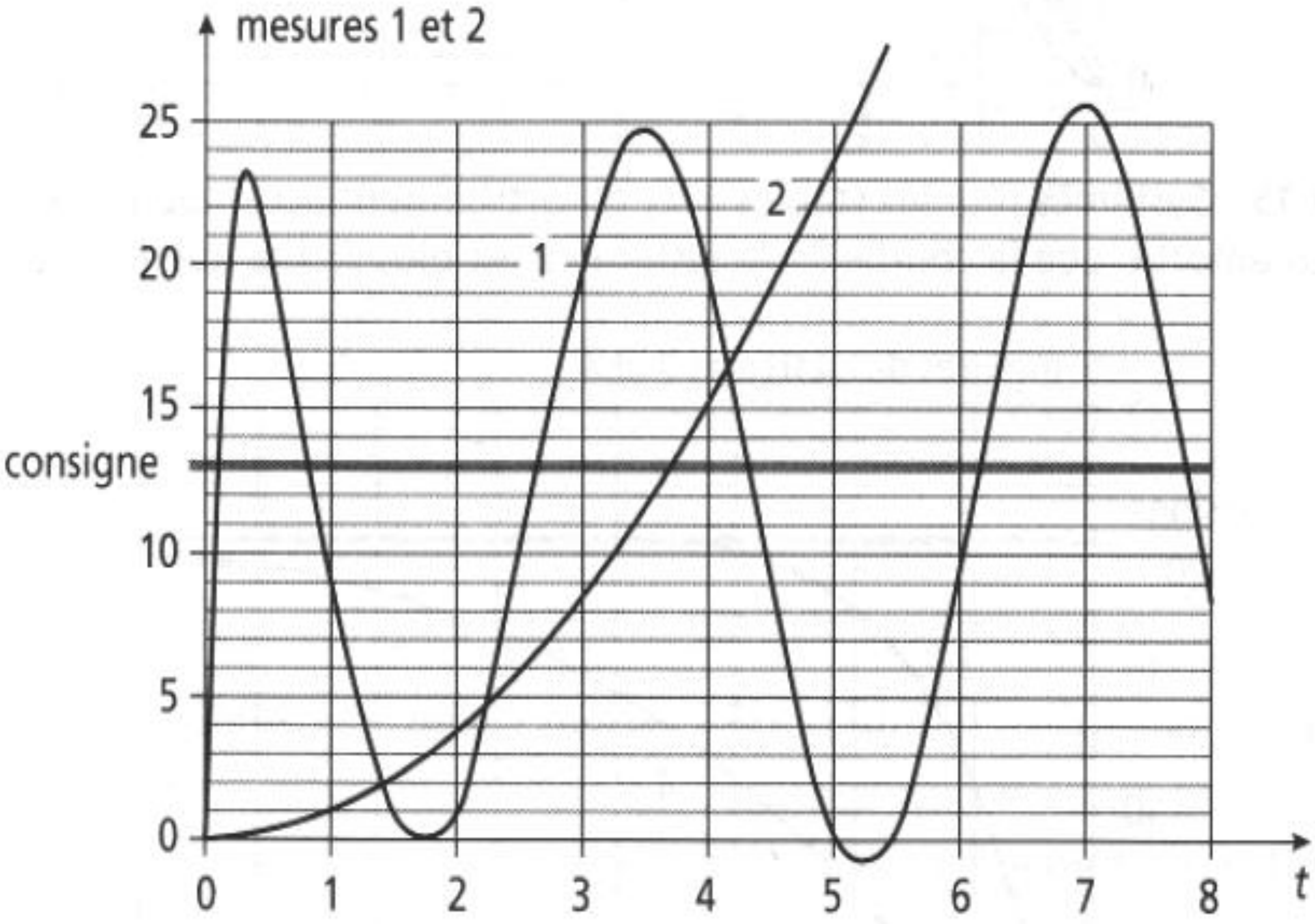
Régulation industrielle



Qualités attendues d'une régulation

1. La stabilité
2. La précision
3. La rapidité

Qualités attendues : La stabilité



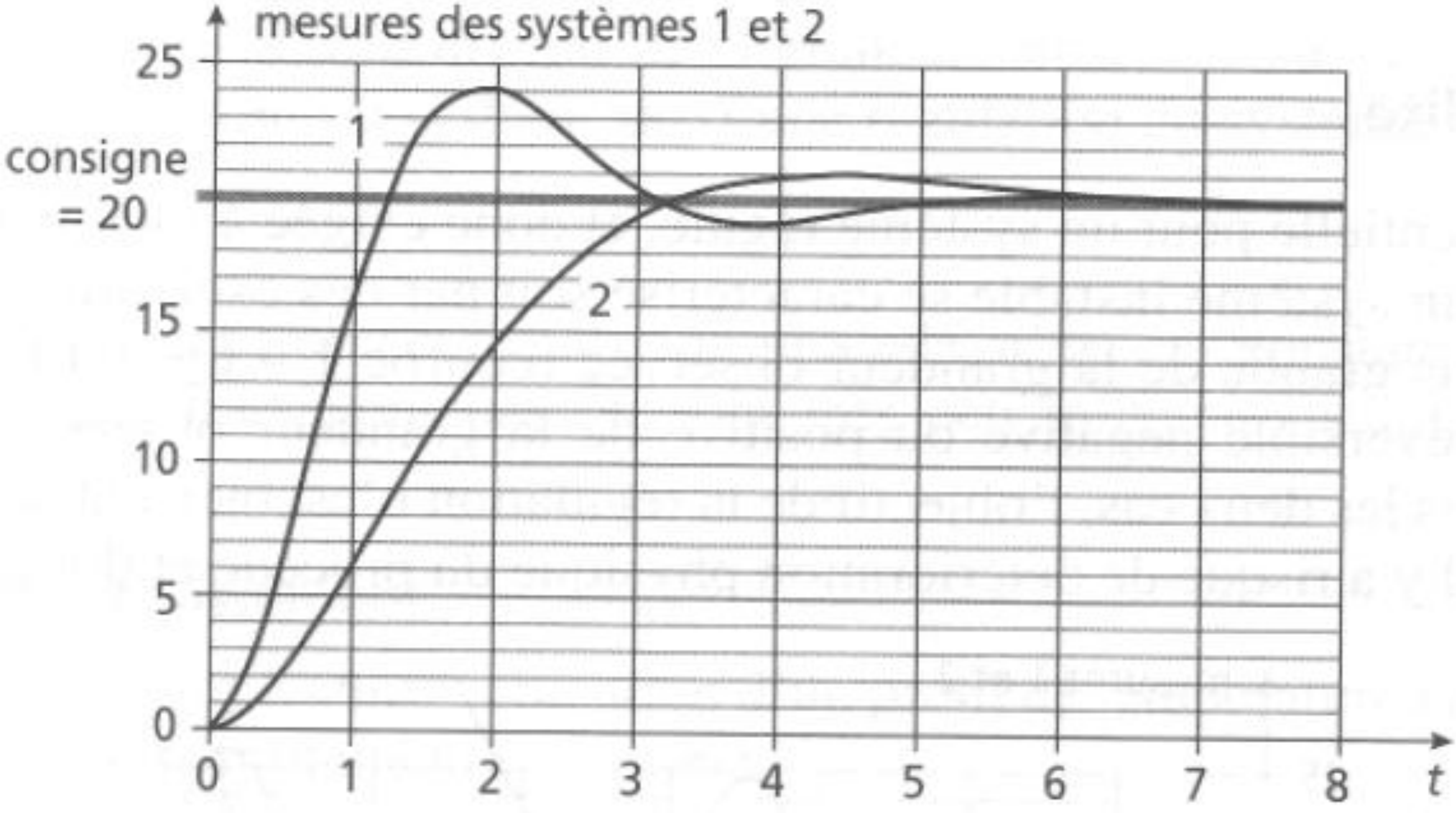
- L'objectif de la régulation est atteint ?

Qualités attendues : La stabilité

- Pourquoi un système régulé deviendrait – il instable?

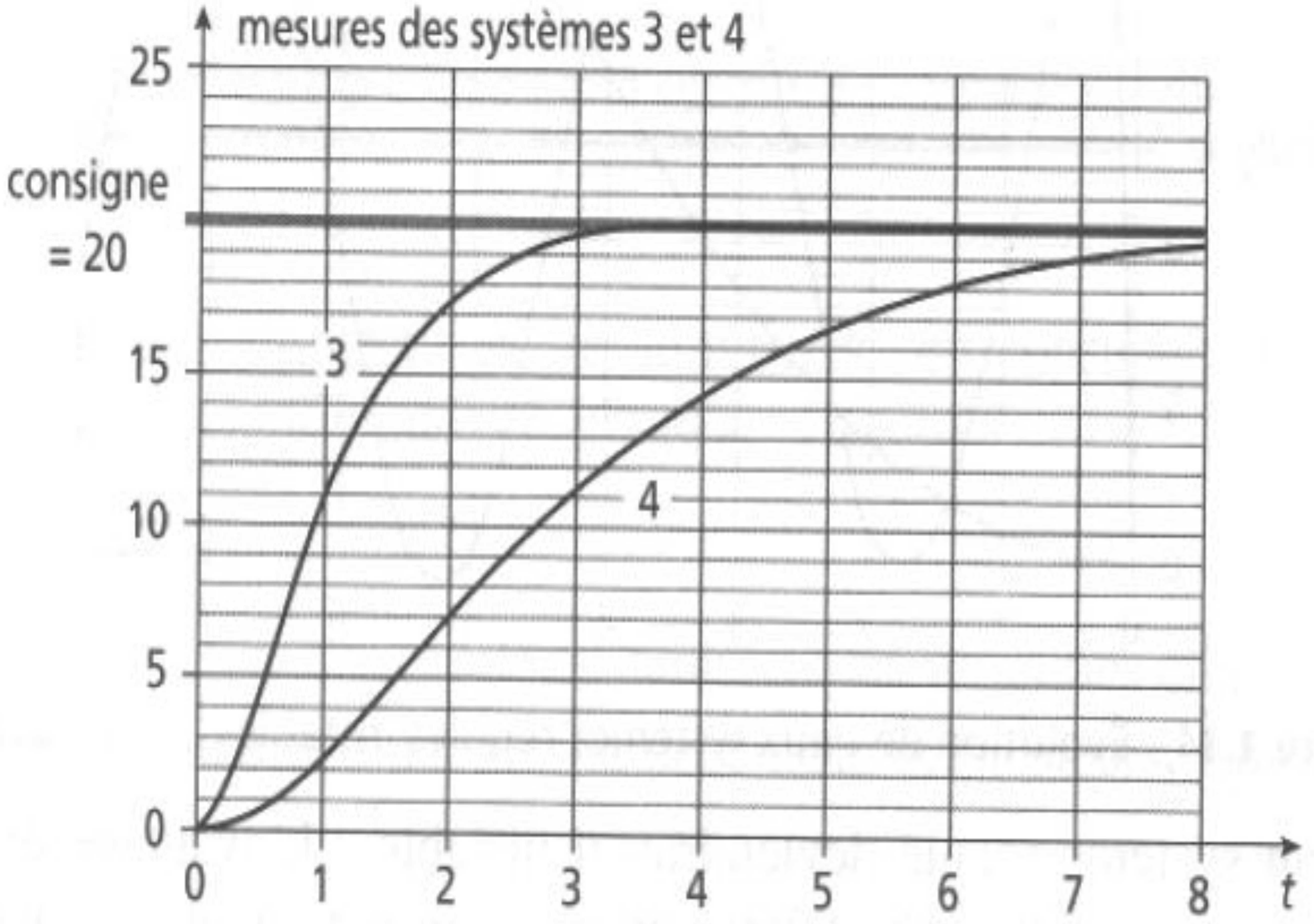
- Un système est considéré comme stable, si pour une variation d'amplitude finie de la consigne ou d'une perturbation, la mesure de la grandeur à maîtriser se stabilise à une valeur finie

Qualités attendues : La stabilité

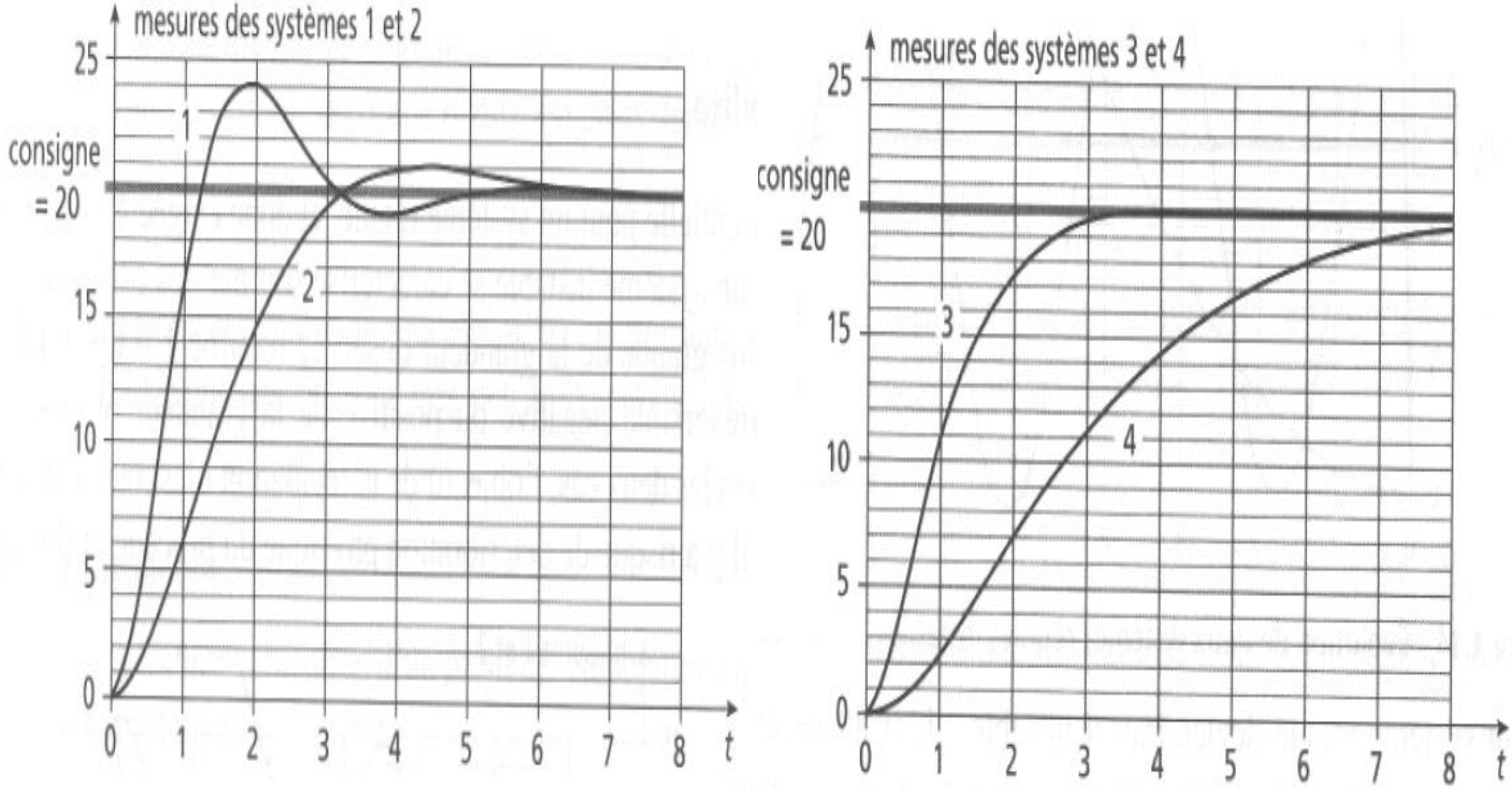


- Plus le régime transitoire d'un système soumis à une variation est amorti plus il est stable

Qualités attendues : La stabilité



Qualités attendues : La stabilité

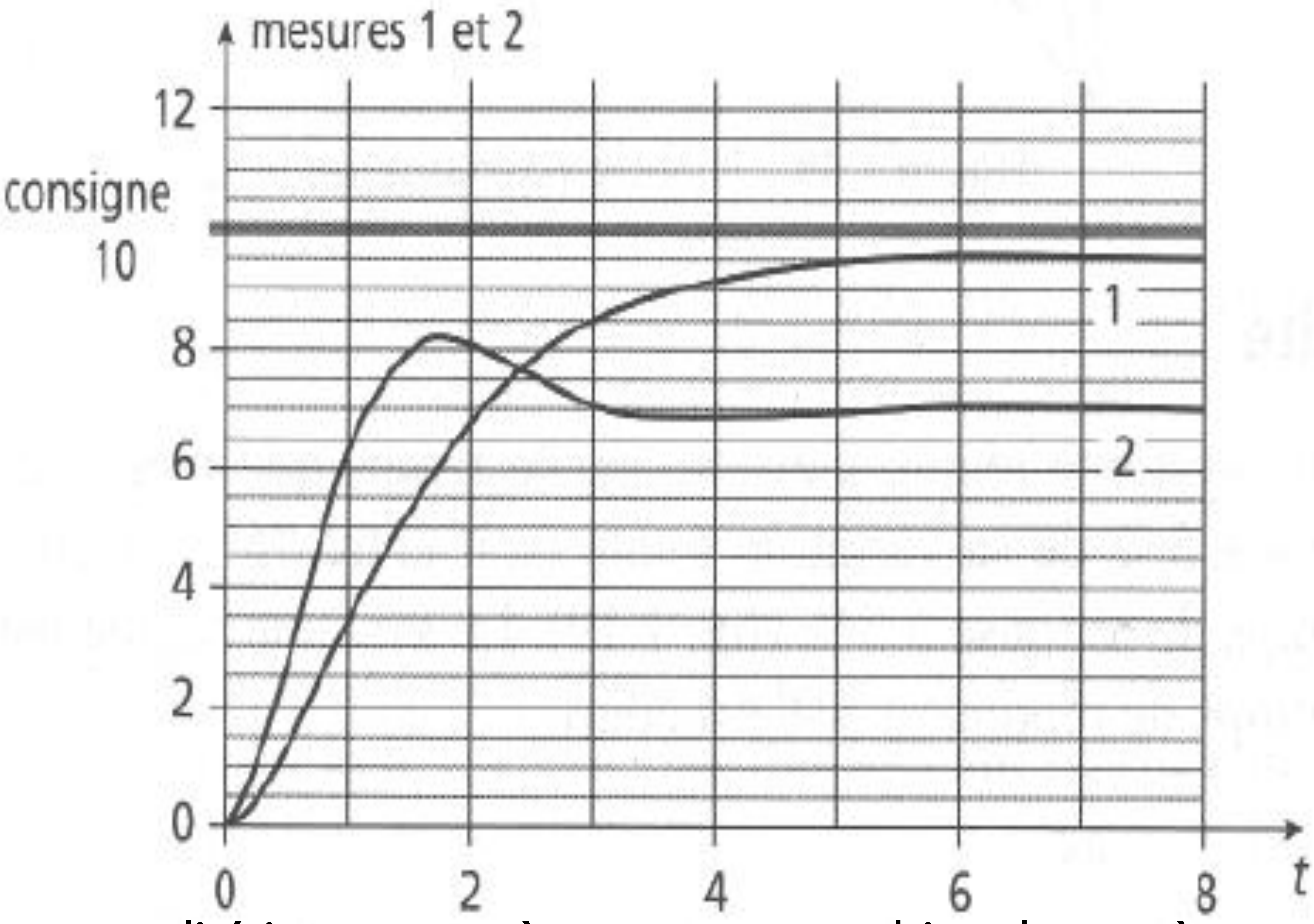


Qualités attendues : La précision

- Définition : la précision d’un système se mesure donc à l’écart entre la consigne demandée et la mesure en régime permanent : précision statique

Qualités attendues : La précision

- Exemple:

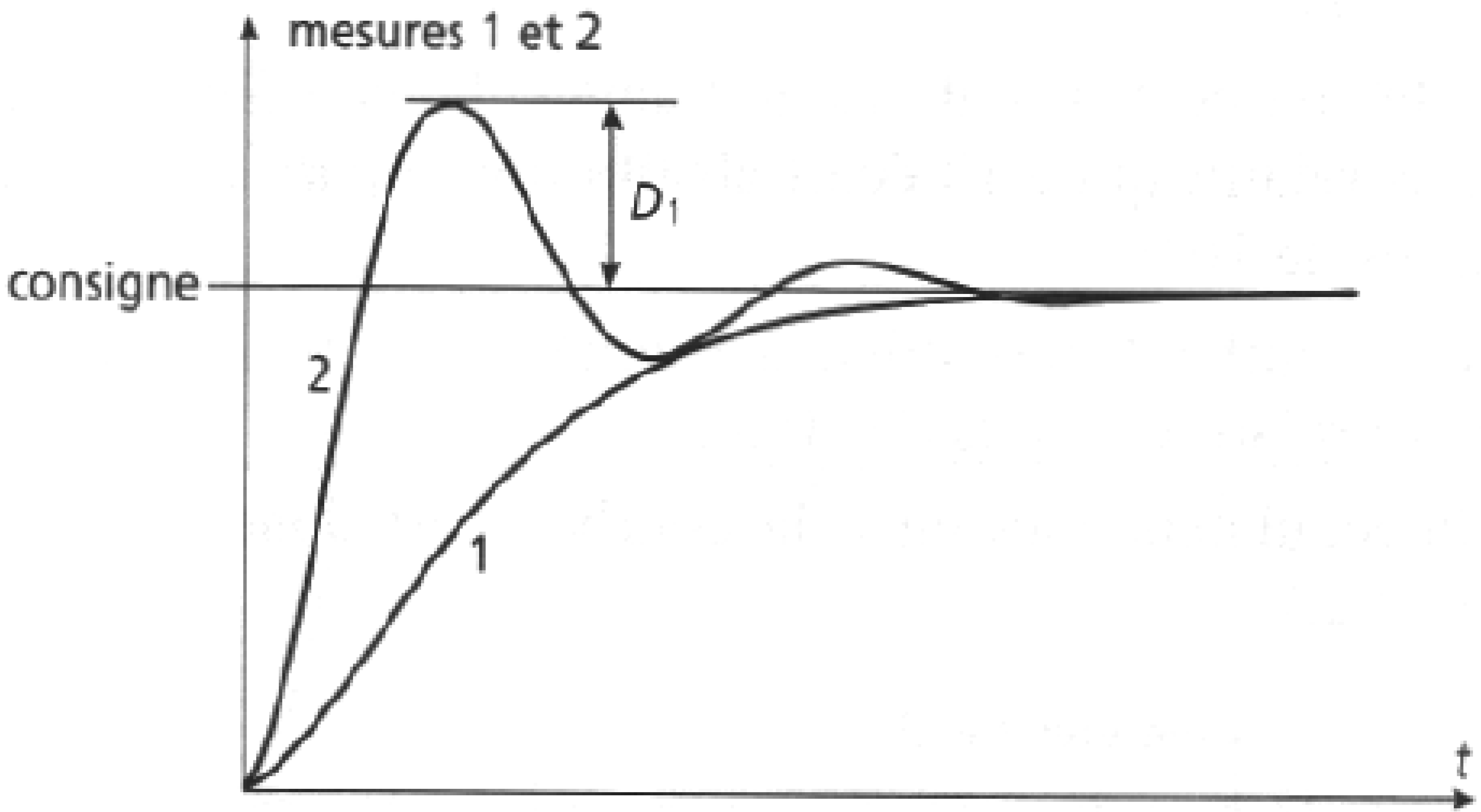


- Écart relatif
  - Correcteur 1 est de 10%
  - Correcteur 2 est de 30%

- La précision statique est une qualité importante à respecter pour bien des systèmes régulés
- Un écart trop élevée peut s'avérer néfaste au produit

Qualités attendues : La précision

- La précision dynamique s'évalue généralement par le dépassement maximal D que peut prendre la mesure par rapport à la consigne



❖ Écart relatif

- Corr 1 est de 0%
- Corr 2 est de 30%

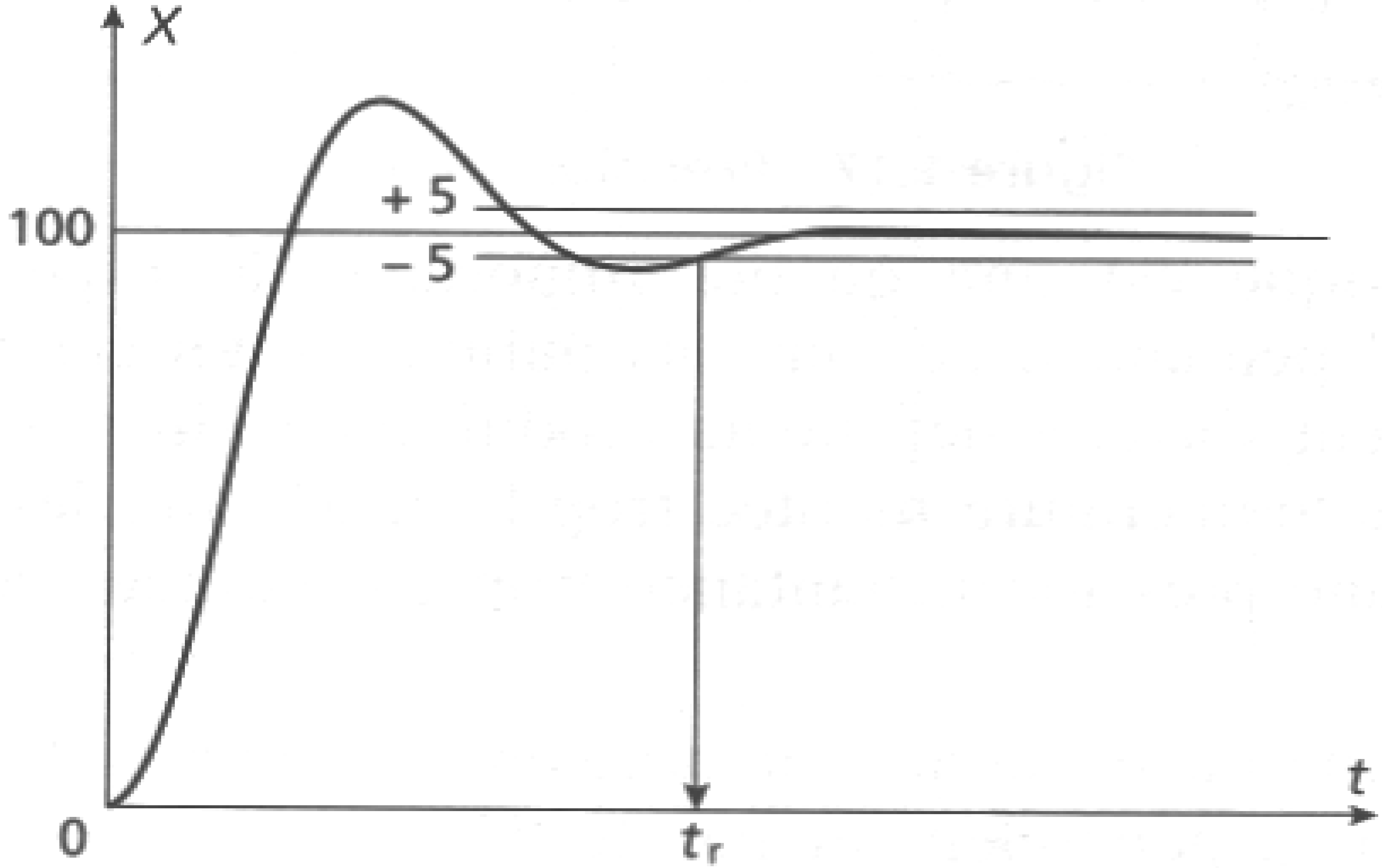
❖ Dépassement

- Corr 1 est de |D|=0 unités
- Corr 2 est de |D|=3.5 unités

❖ Conclusion

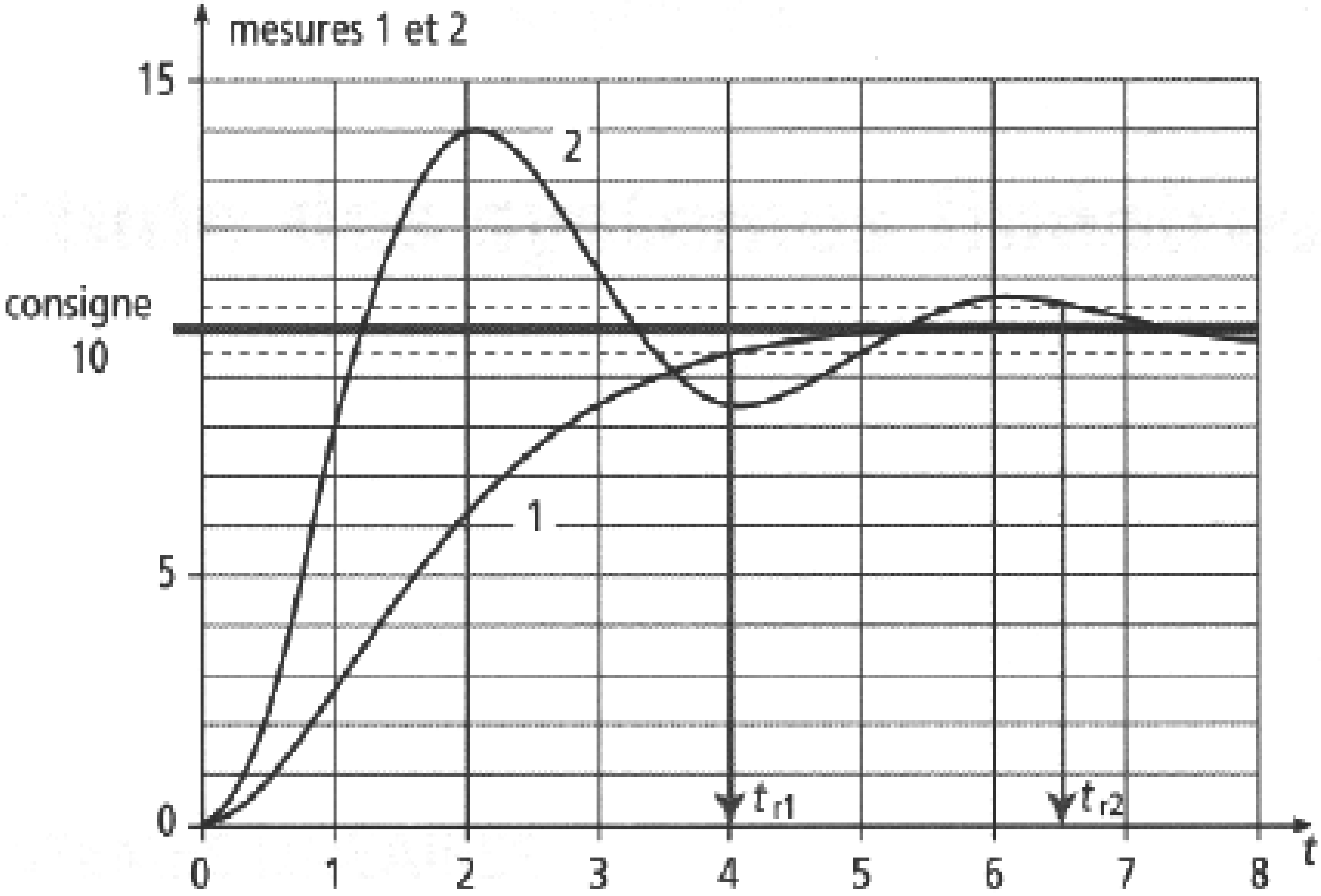
Qualités attendues : La rapidité

- La rapidité d'un système s'évalue par le temps que met la mesure à entrer dans la zone à ± 5% de sa variation finale (soit entre 95 % et 105 %) : temps de réponse



Qualités attendues : La rapidité

- Exemple : Évaluation de la rapidité des deux correcteurs



Compromis précision - rapidité

- Cahier des charges d'une régulation comporte plusieurs objectifs qui sont parfois contradictoires comme la précision et la rapidité;
- Il est souvent difficile d'obtenir une très bonne précision dynamique avec une très grande rapidité;
- Un réglage optimale d'une régulation sera toujours le fruit d'une recherche du meilleur compromis entre la précision et la rapidité.

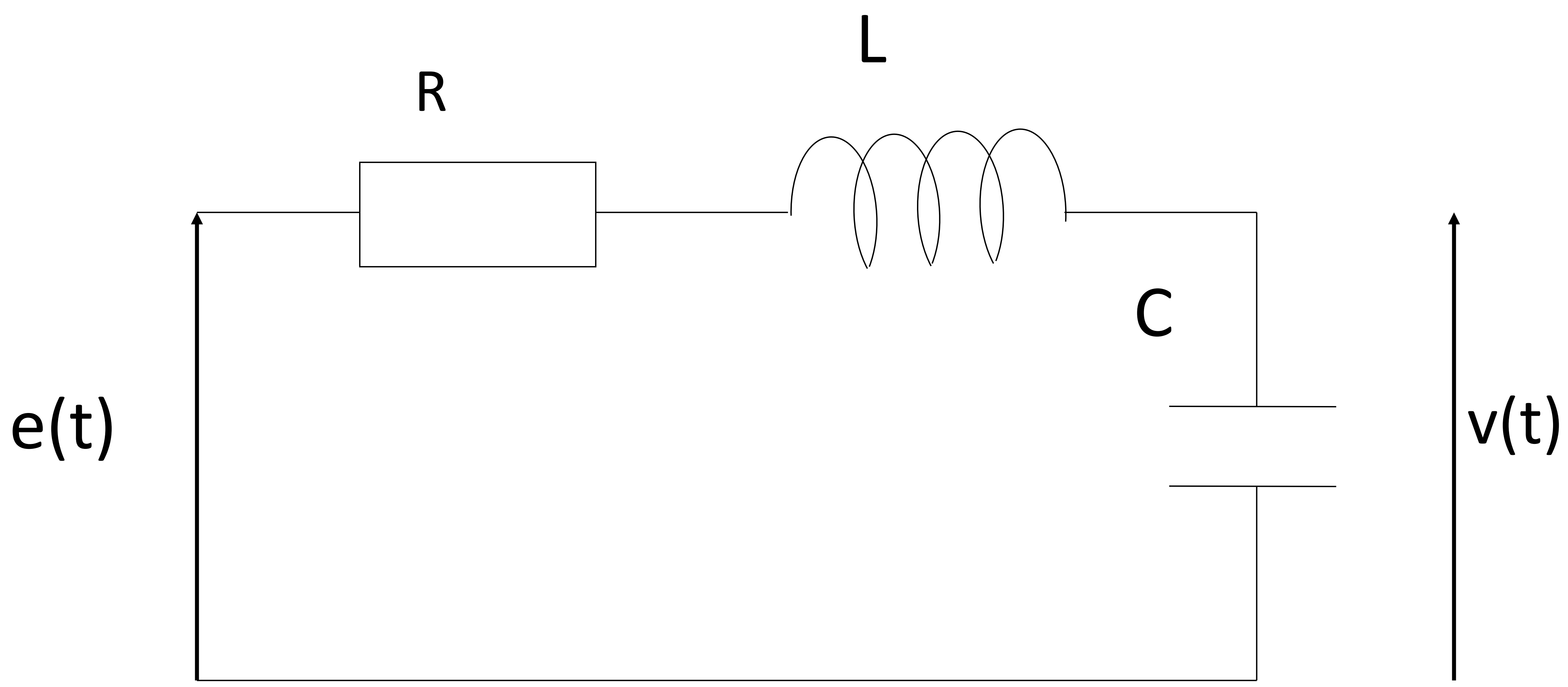
Méthodologie

- En Automatique, la méthodologie utilisée peut se diviser en plusieurs étapes qui sont les suivantes :
- Cahier des charges : l'automaticien doit prendre connaissance du problème et des diverses spécifications. Il doit, à cette occasion, clairement définir le système (avec ses entrées et ses sorties) et les performances attendues pour ce dernier.
- Modélisation
- Analyse : il convient dans cette phase d'utiliser des techniques de l'Automatique pour juger des performances du système (stabilité, temps de réponse, oscillations, précision...) à partir du modèle.
- Synthèse : la dernière phase consiste \`a concevoir une loi de commande c'est-\`a-dire une boucle “intelligente” qui confère au système ainsi bouclé les performances souhaitées si cela est possible.

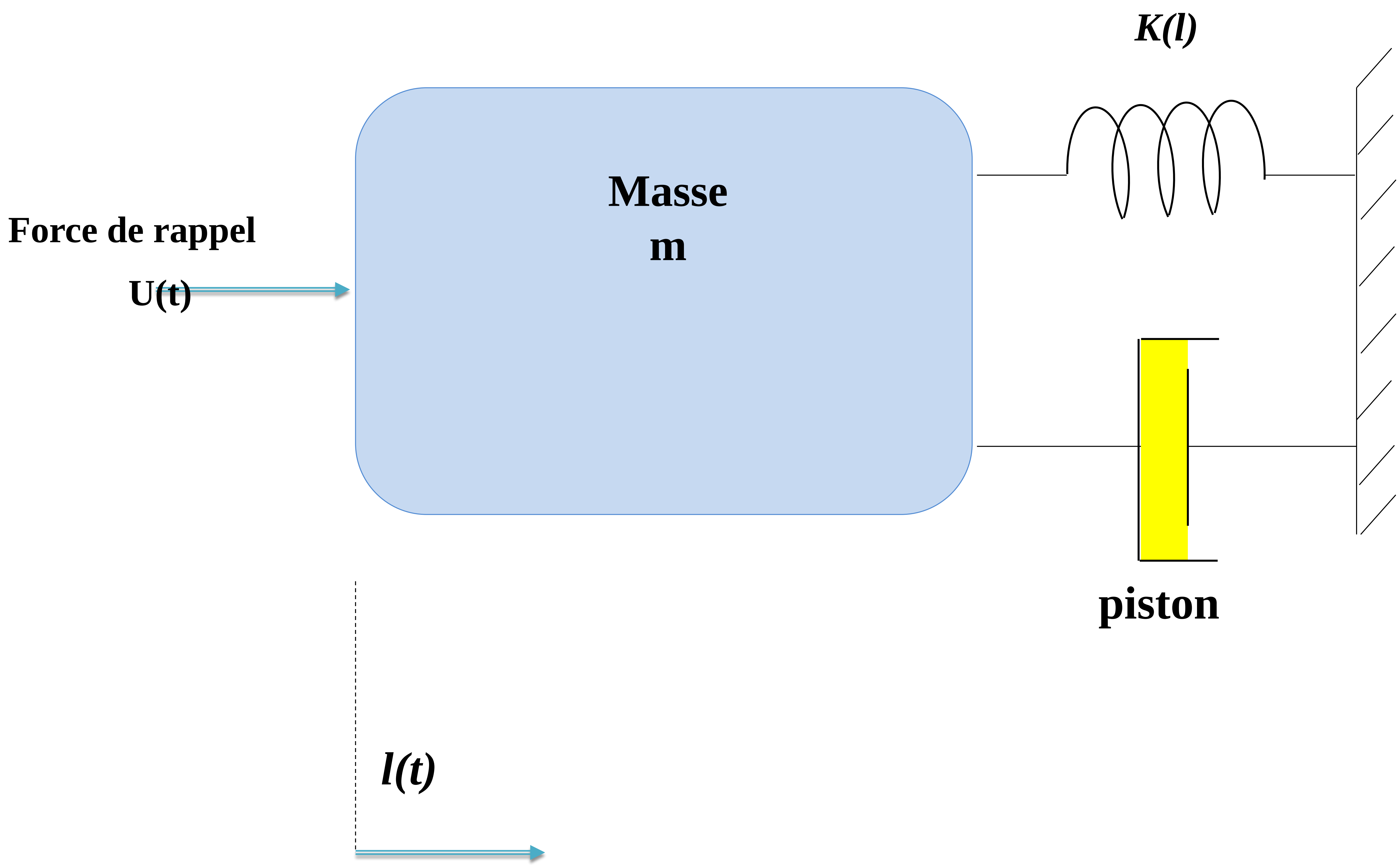
- La commande automatique d'un système nécessite une bonne connaissance de son comportement, en appliquant les lois de la physique

- On obtient un ensemble d'équation qui décrivent le comportement des différentes éléments du système ces équations constituent un modèle mathématique

Représentation par modèles continus



Système mécanique



Système linéaire

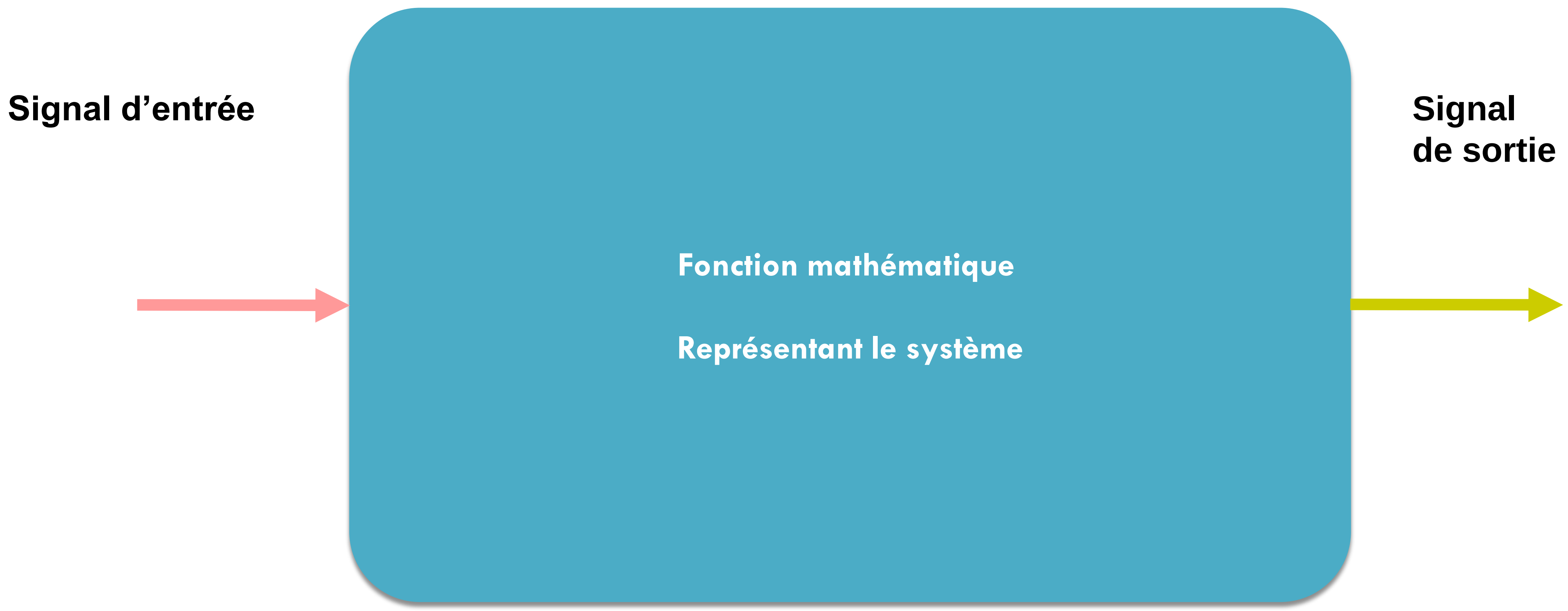
- Systèmes invariants

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t)$$
$$= b_m\frac{d^m U(t)}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1} U(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1\frac{dU(t)}{dt} + b_0 U(t)$$

- L'équation différentiel décrit le régime dynamique

Fonction de transfert

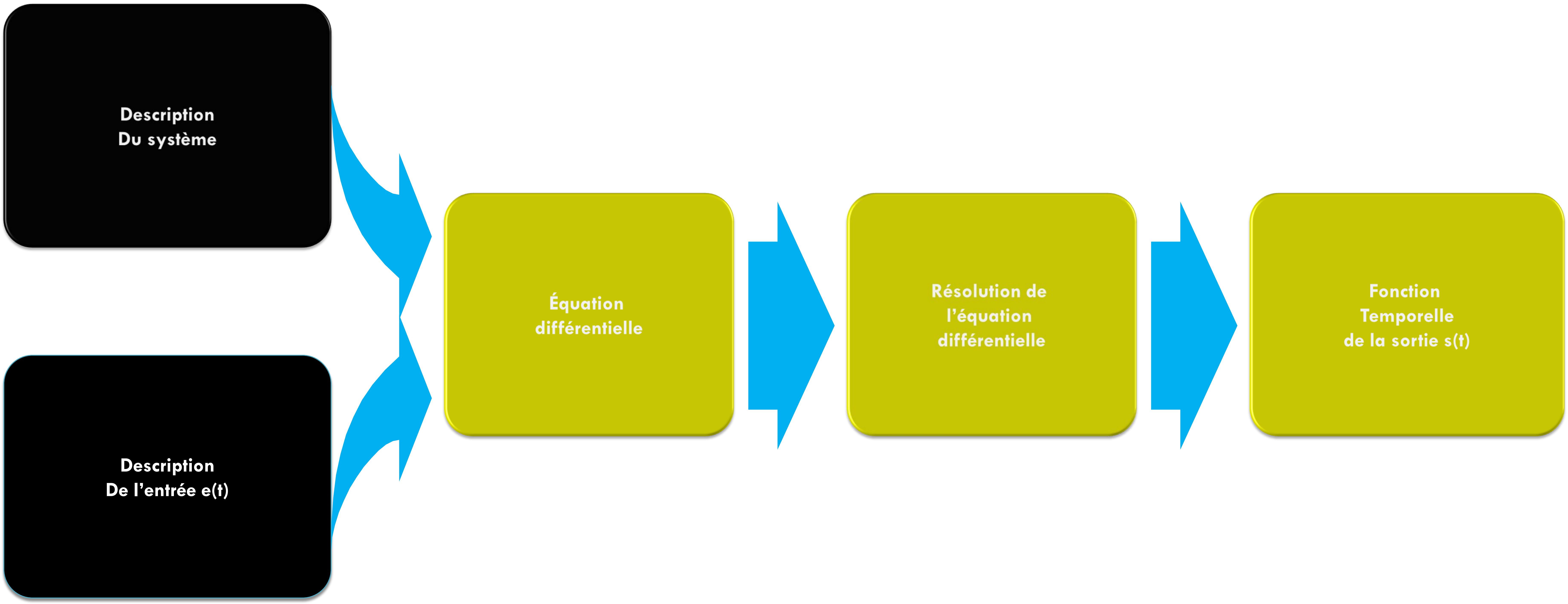
- Pour étudier le fonctionnement d'un système il faut le représenter sous la forme d'un schéma fonctionnel selon la figure



- Le signal d'entrée et le signal de sortie sont des fonctions du temps; ce sont des fonction temporelles ils représentent le signal de commande de l'actionneur et le signal du capteur

Fonction de transfert

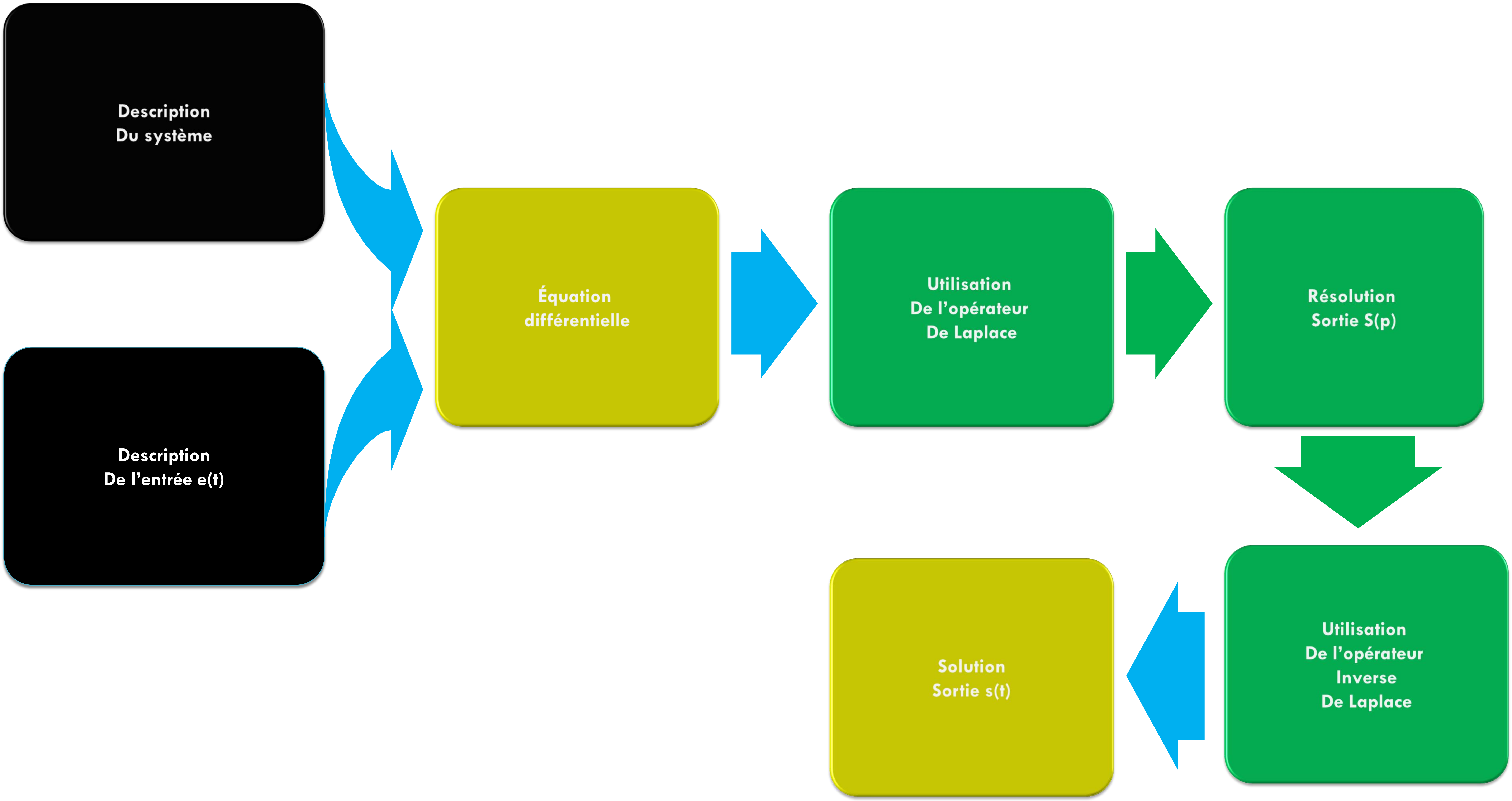
- L'objectif à atteindre est le suivant:
  - La fonction du signal e(t) est connue et on cherche à déterminer la fonction du signal s(t) qui dépend du système ais aussi de e(t)



Fonction de transfert

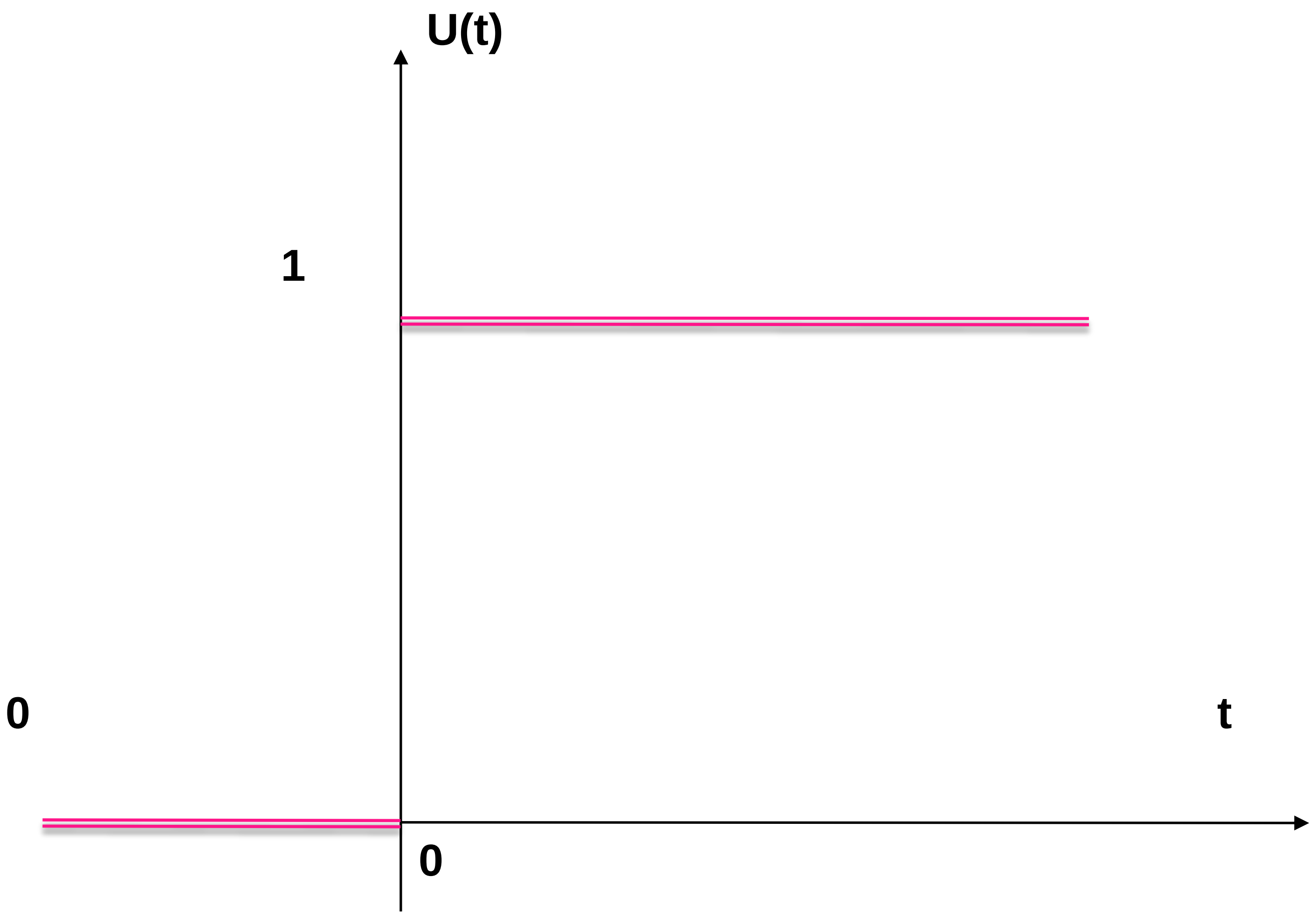
- Chaque procédé industriel comporte plusieurs systèmes élémentaires (actionneur, procédé, capteur), ceux –ci peuvent être décrits chacun par une équation différentielle.
- Alors on ne peut pas multiplier les équations différentielles entre elles et la nouvelle équation trouvée pour le système sera compliquée à utiliser.
- Un nouvel opérateur mathématique est nécessaire pour obtenir, rapidement, une fonction décrivant le système globale.
- Cet opérateur mathématique est appelé opérateur de Laplace .
- La méthode de recherche de la fonction du signal s(t) en fonction de e(t) est alors la suivante

Fonction de transfert



Transformé de Laplace d’une fonction

- On définit une fonction particulière u(t) décrite ci-dessous fonction existence ou échelon unité.



- U(t) = 0 si t<0
- U(t) = 1 si t>=0

On associe à la fonction $f(t)$ une autre fonction $F(p)$ de la variable complexe p appelée transformée de Laplace ainsi définie :

$$\mathcal{L}\,[f(t).u(t)] = F(p) = \int_0^{+\infty} f(t).e^{-pt}dt$$

- L’existence de F(p) nécessite que l’intégrale converge

Transformé de Laplace d'une fonction

- Exemple :

- Dans la transformée de Laplace, la fonction $f(t).u(t)$ est nulle pour t<0
- Le temps t=0 correspond au début de l'étude
- En régulation, avant t=0, les grandeurs seront considérées comme constantes.
- L'instant t=0 sera l'instant à partir duquel une perturbation engendre une variation de la grandeur étudiée.
- Pour t<0 les perturbations seront considérées comme nulles
- Unicité de la transformée

Transformé de Laplace d'une fonction

- Linéarité de la transformée de Laplace
- Si les fonction *f et g* ont des transformées de Laplace, alors :

$$\mathcal{L}[a\,f(t)] = a\,F(p)$$

$$\mathcal{L}[a\,f(t) + b\,g(t)] = a\,F(p) + b\,G(p)$$

a et *b* sont deux constantes.

Attention : le produit de deux fonctions $f(t).g(t)$ n'a pas pour transformée $F(p).G(p)$.

- Dérivation :

$$\boxed{\text{Si } F(p) = \mathcal{L}[f(t)] \text{ alors } \mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}(t)\right] = p\,F(p) - f(0^+)}$$

À retenir : si les conditions initiales sont nulles, $f(0^+) = 0$ (conditions de Heaviside), dériver dans le domaine temporel revient à multiplier par p dans le domaine symbolique.

❖ Intégration :

$$\text{Si } G(p) = \mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)\,dt\right] \quad \text{alors} \quad G(p) = \frac{F(p)}{p} + \frac{g(0^+)}{p}$$

À retenir : si les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside), intégrer dans le domaine temporel revient à diviser par p dans le domaine symbolique.

Table de transformé de Laplace

$f(t)$ pour $t>0$	$F(p)$
Impulsion de Dirac : $\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$u(t-\tau)$	$\frac{e^{-\tau p}}{p}$
$t.u(t)$	$\frac{1}{p^2}$
$t^n.u(t)$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-\frac{t}{\theta}}.u(t)$	$\frac{\theta}{1+\theta p}$

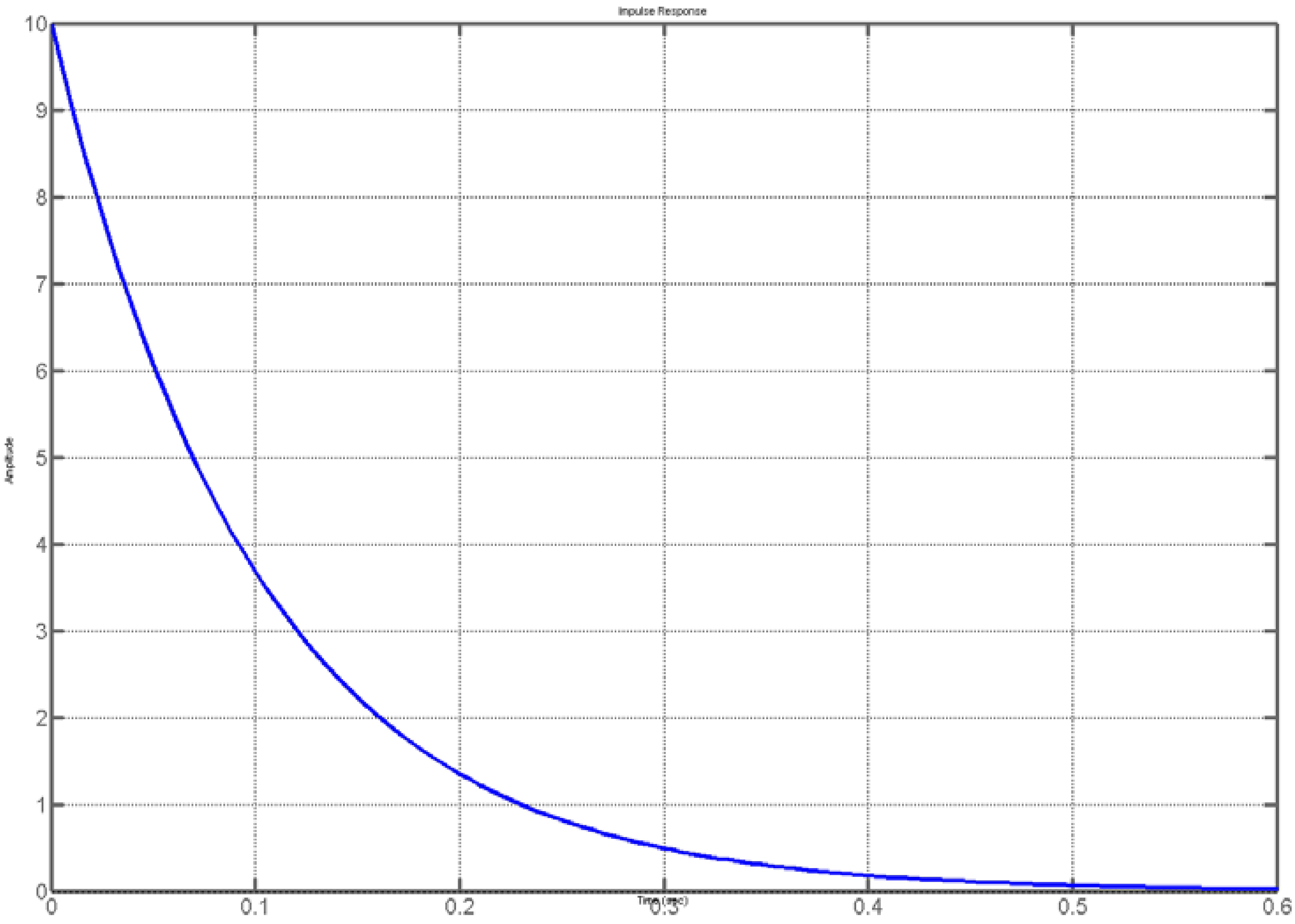
$f(t)$ pour $t>0$	$F(p)$
$\left(1-e^{-\frac{t}{\theta}}\right).u(t)$	$\frac{1}{p(1+\theta p)}$
$(\sin\omega t).u(t)$	$\frac{\omega}{\omega^2+p^2}$
$\frac{t^{n-1}e^{-\frac{t}{\theta}}}{\theta^n(n-1)!}.u(t)$	$\frac{1}{(1+\theta p)^n}$
$\frac{e^{-\frac{t}{\theta_1}}-e^{-\frac{t}{\theta_2}}}{\theta_1-\theta_2}.u(t)$	$\frac{1}{(1+\theta_1 p)(1+\theta_2 p)}$
$\left(1-\left(1+\frac{t}{\theta}\right)e^{-\frac{t}{\theta}}\right).u(t)$	$\frac{1}{p(1+\theta p)^2}$
$\left(\theta e^{-\frac{t}{\theta}}+t-\theta\right).u(t)$	$\frac{1}{p^2(1+\theta p)}$

Réponse temporelle des systèmes

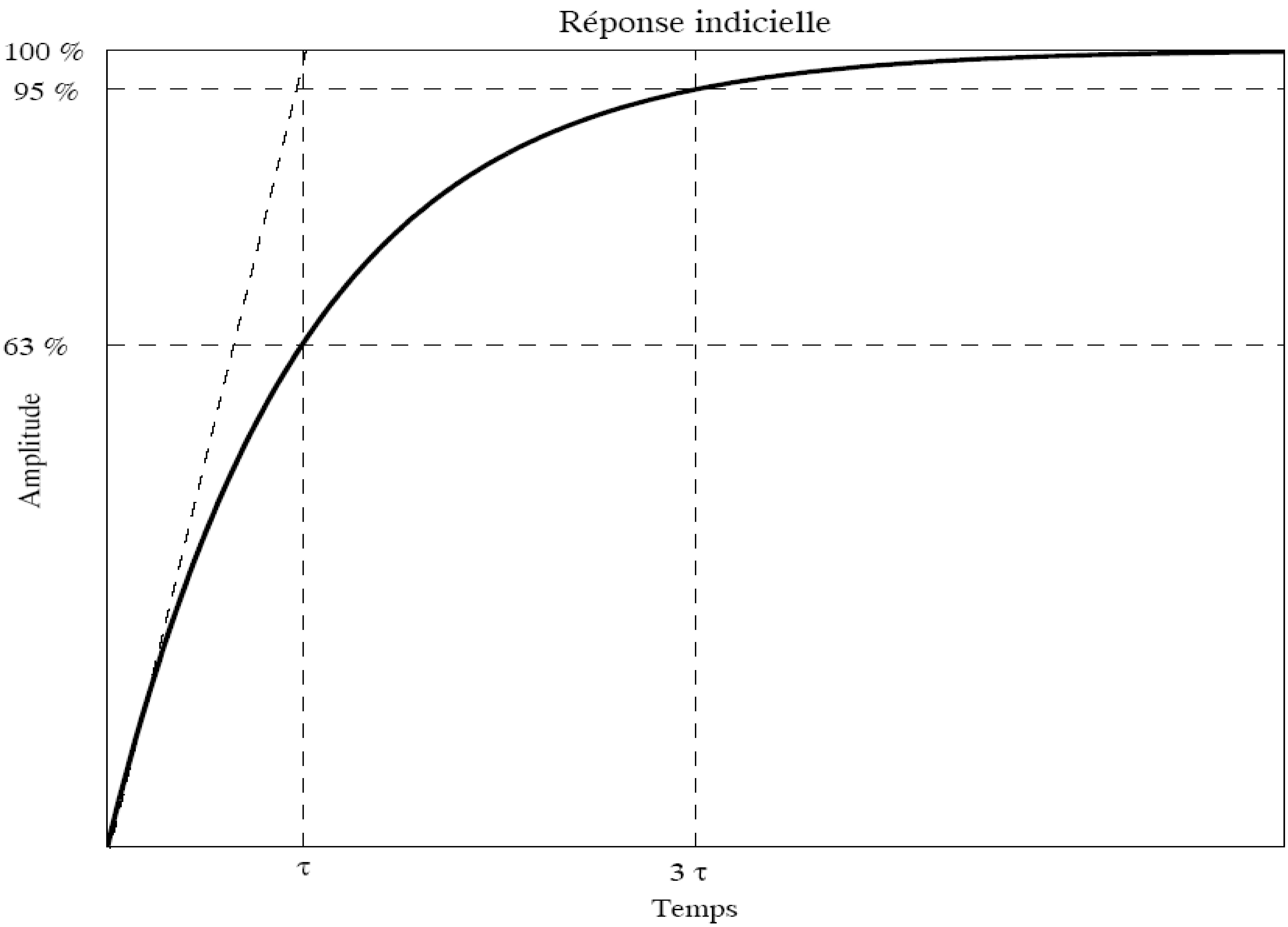
- Réponse temporelle des systèmes
  - On veut caractériser les systèmes d'une part par leur fonction de transfert et, d'autre part par leur comportement. Ce dernier peut être mis en évidence par la réponse du système à une entrée donnée.
  - On peut apprendre beaucoup des systèmes en observant la réponse aux entrées suivantes
    - L'impulsion = réponse impulsionnelle
    - L'échelon = réponse indicielle
    - La rampe
    - La sinusoïde = réponse fréquentielle

- Différents entrée classiques
- Système du premier ordre
- Réponse impulsionnelle

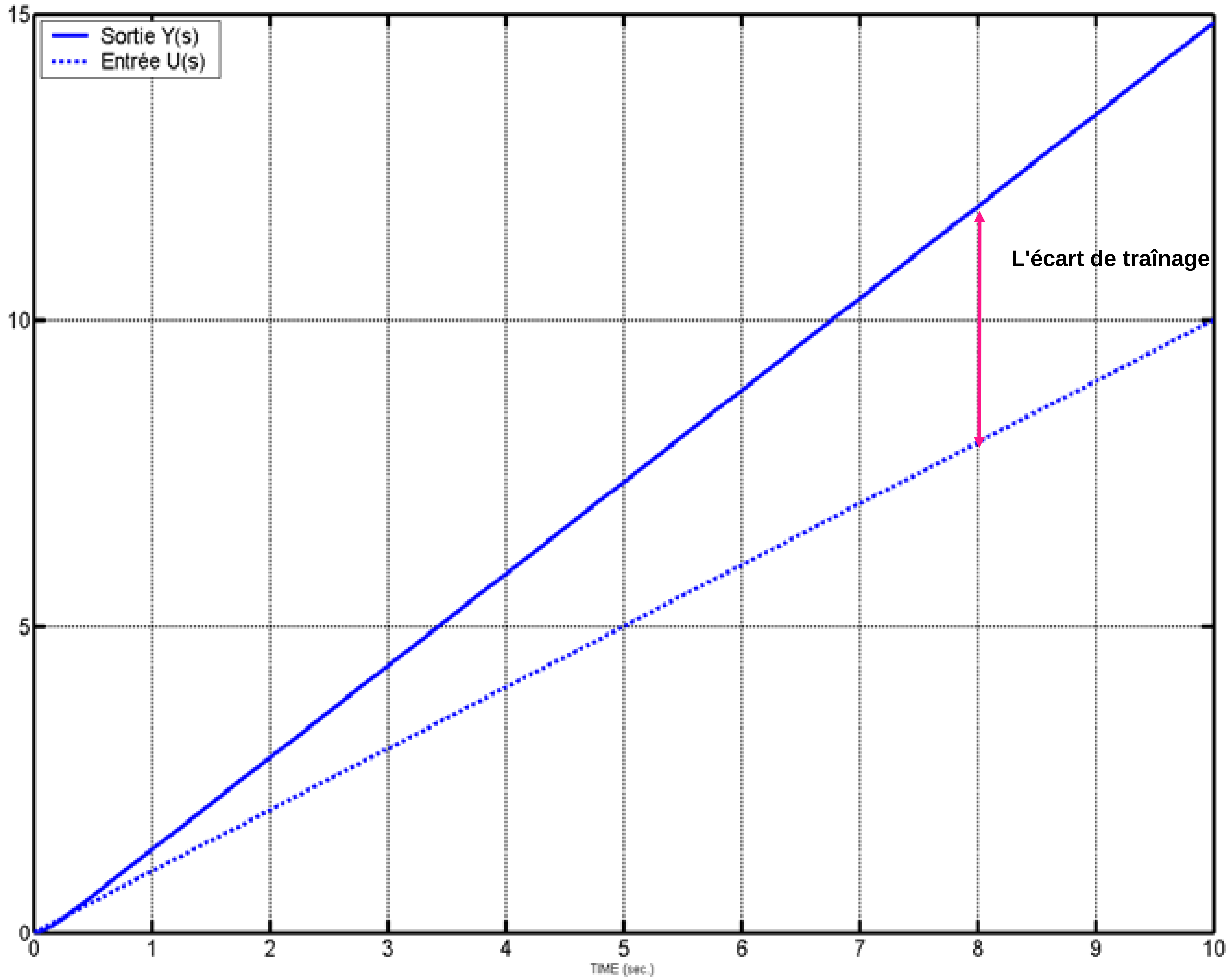
Exemple


Impulse Response
Amplitude
Time (sec)
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6

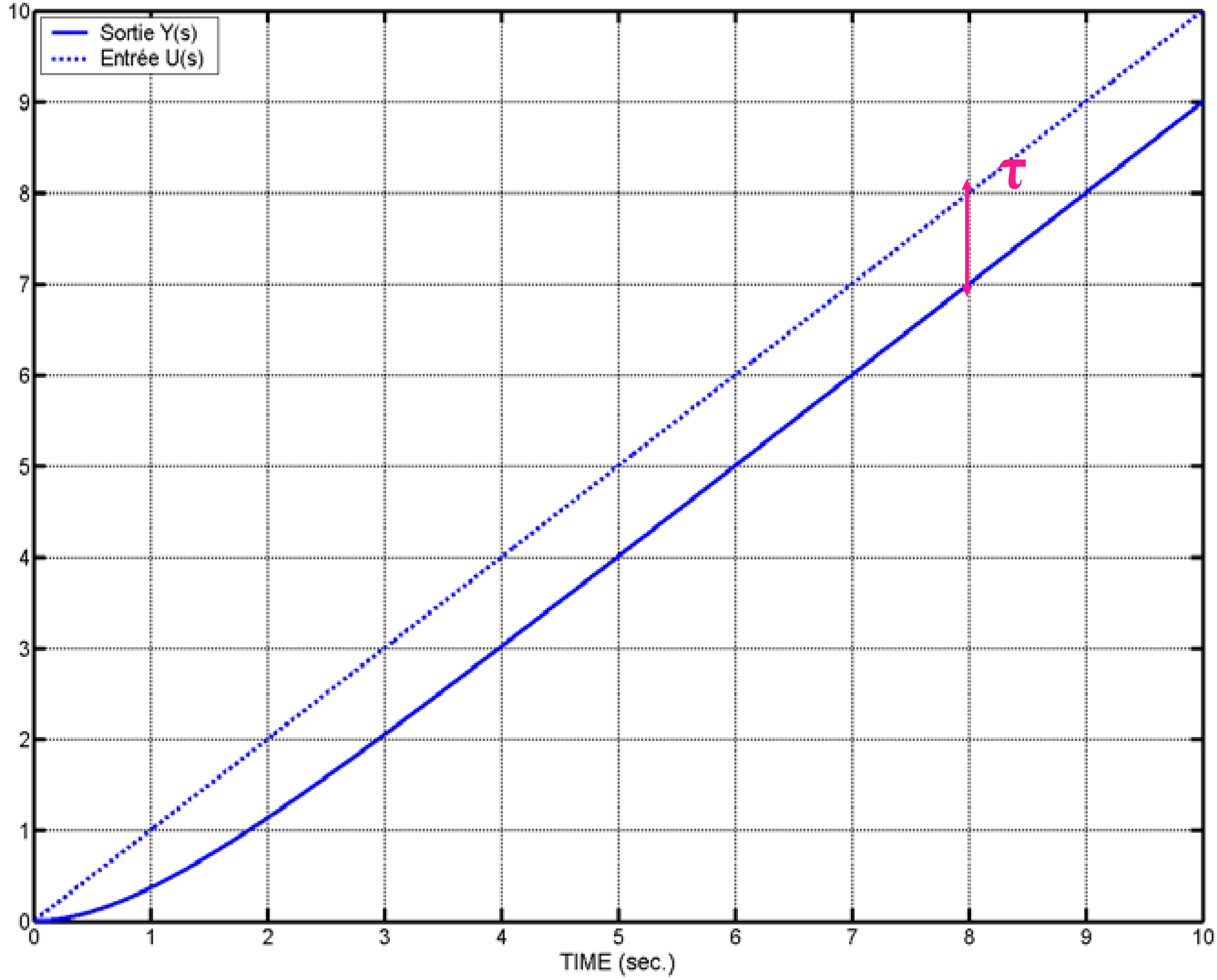
Réponse indicielle



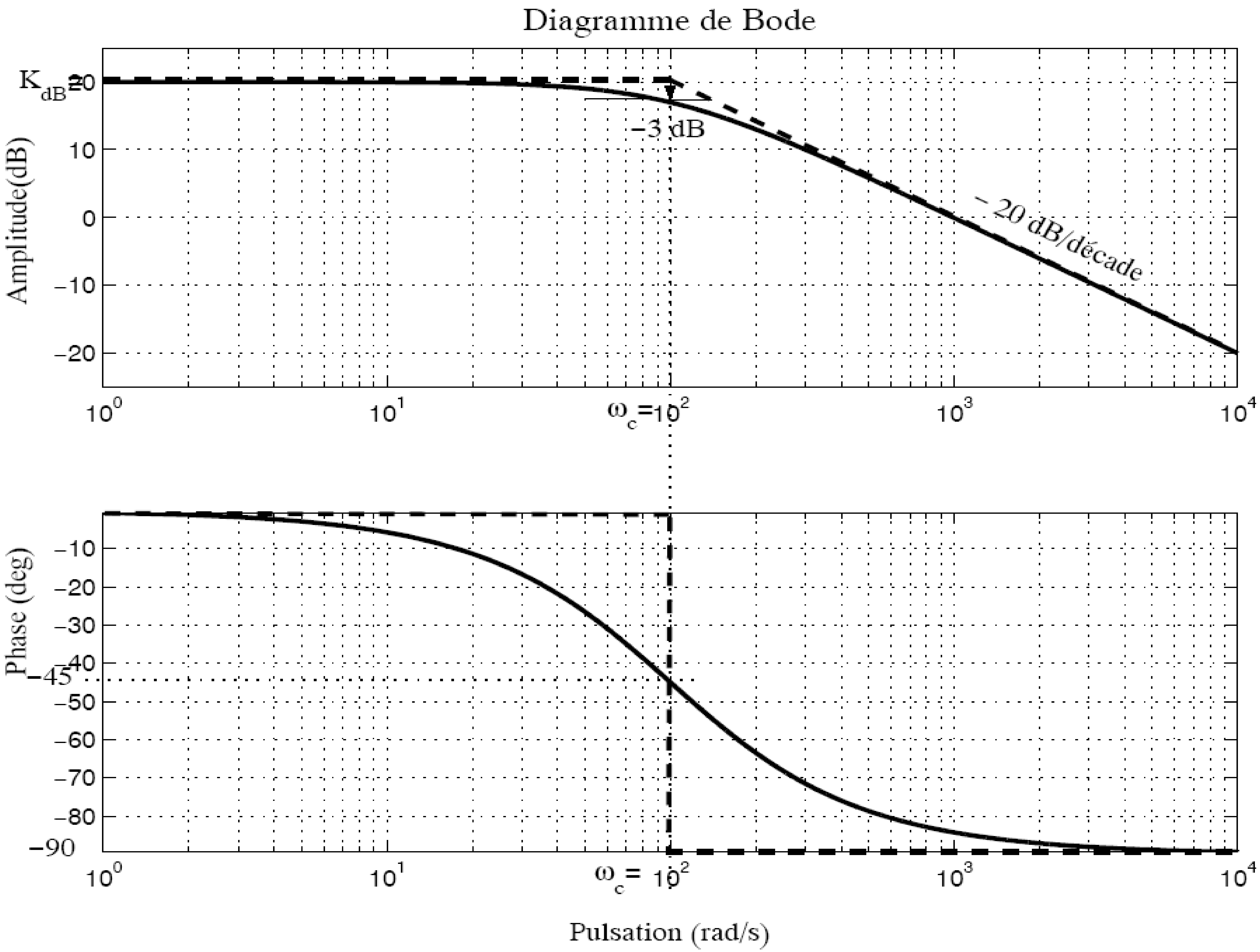
Réponse à une rampe

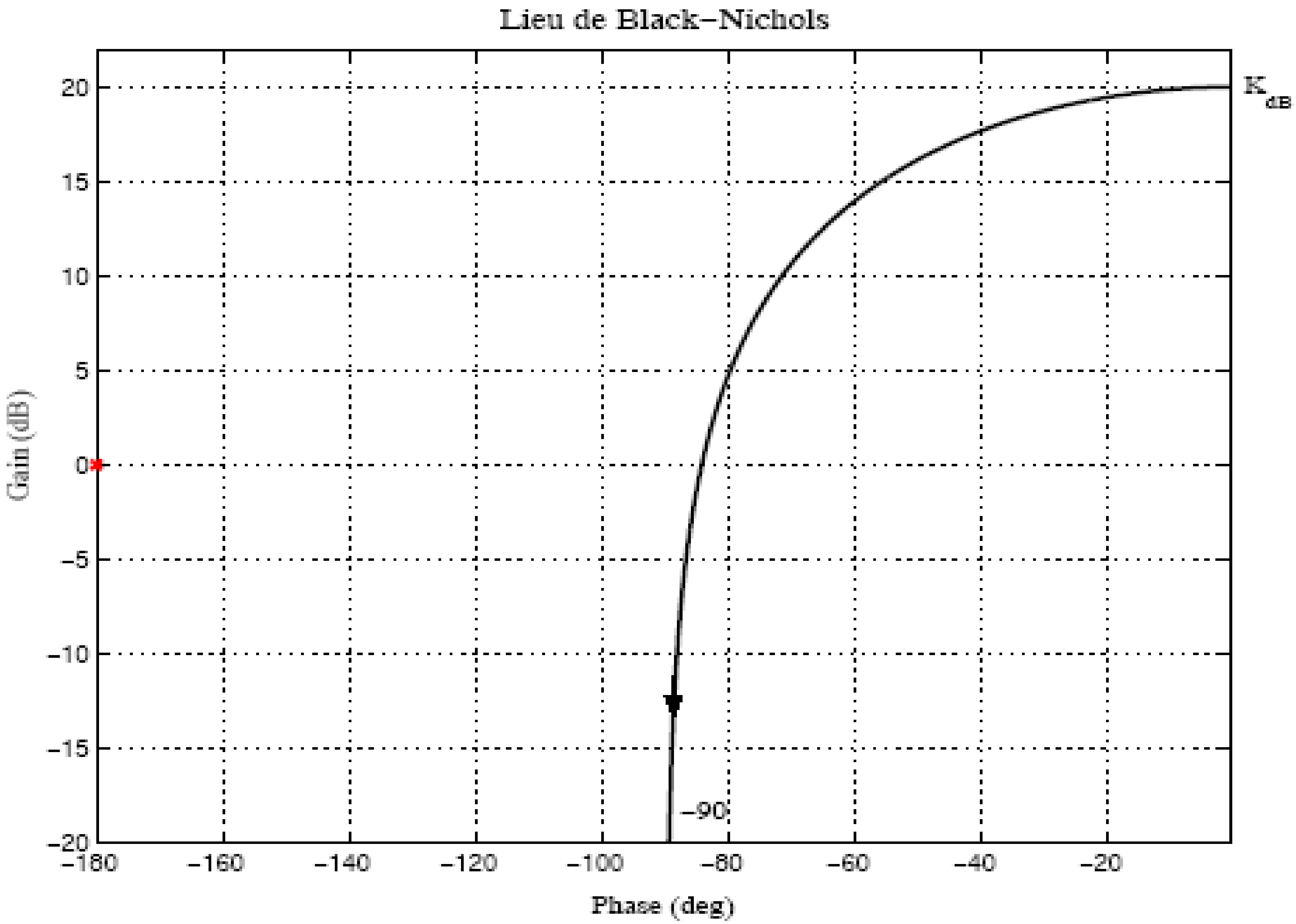


exemple2



Réponse fréquentielle




Lieu de Black−Nichols
20
15
10
5
0
−5
−10
−15
−20
−180
−160
−140
−120
−100
−80
−60
−40
−20
Gain (dB)
Phase (deg)
K dB
−90

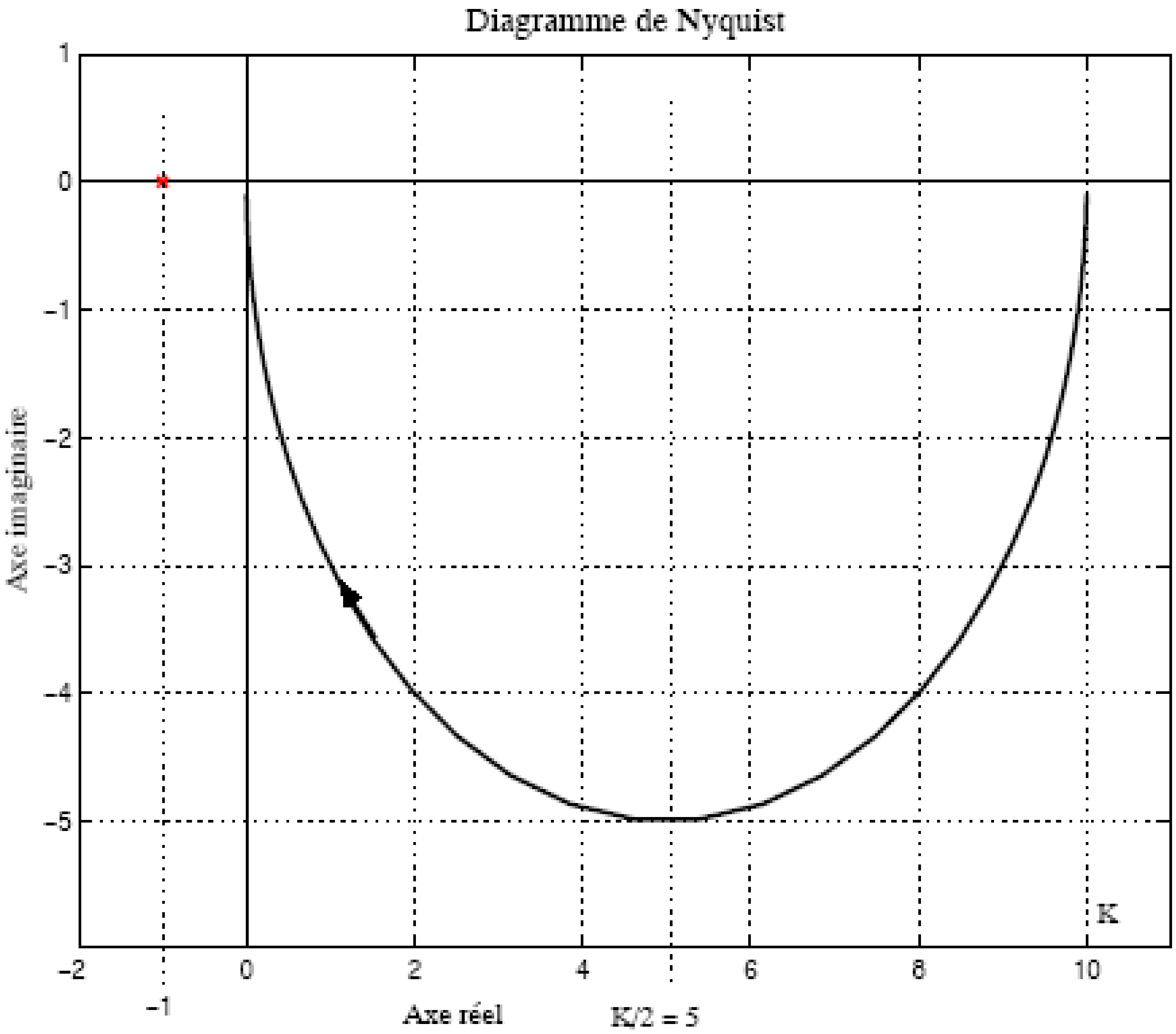
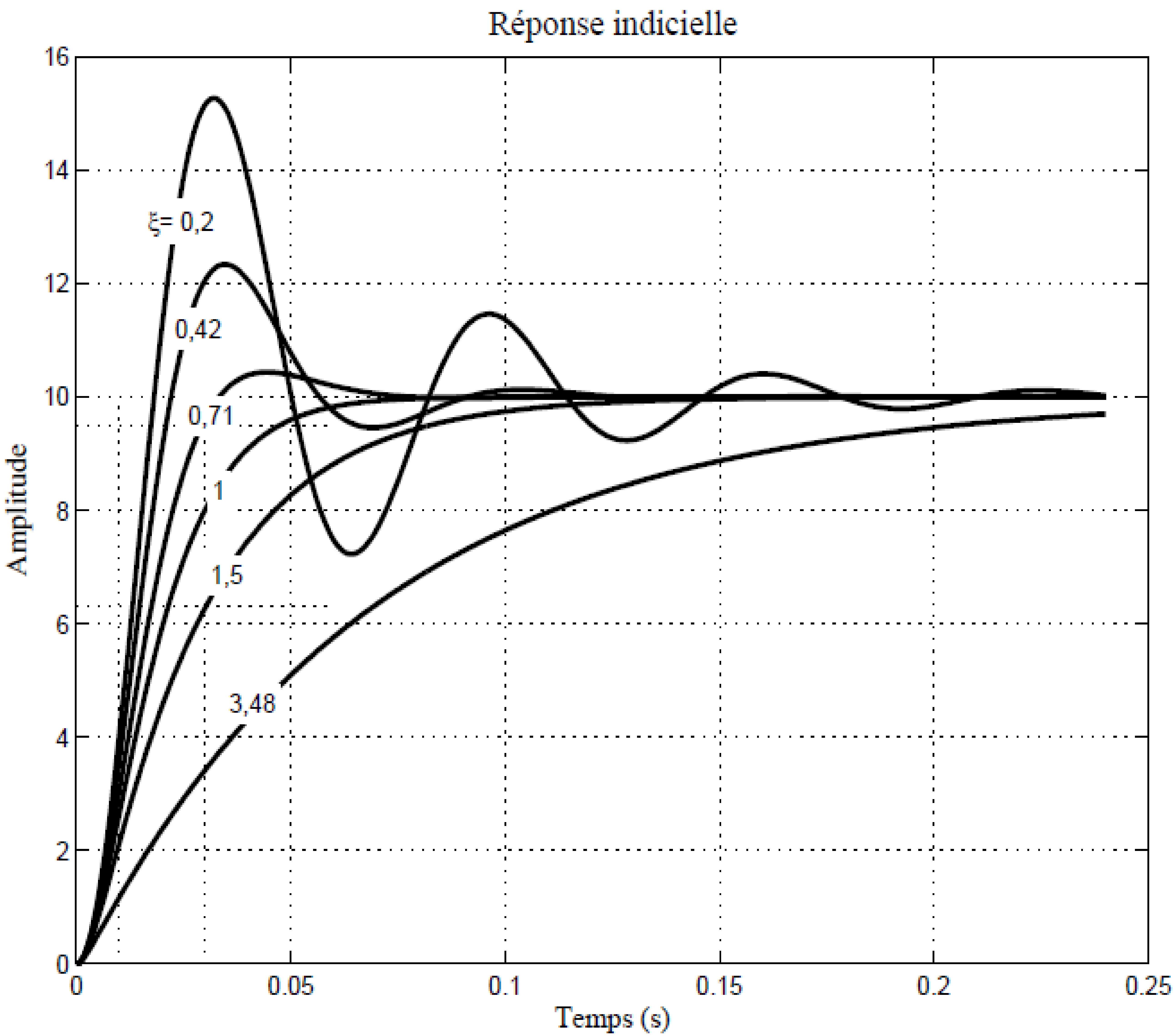


Diagramme de Nyquist
Axe imaginaire
Axe réel
K
K/2 = 5
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−2
−1
0
2
4
6
8
10

Réponse indicielle système du second ordre



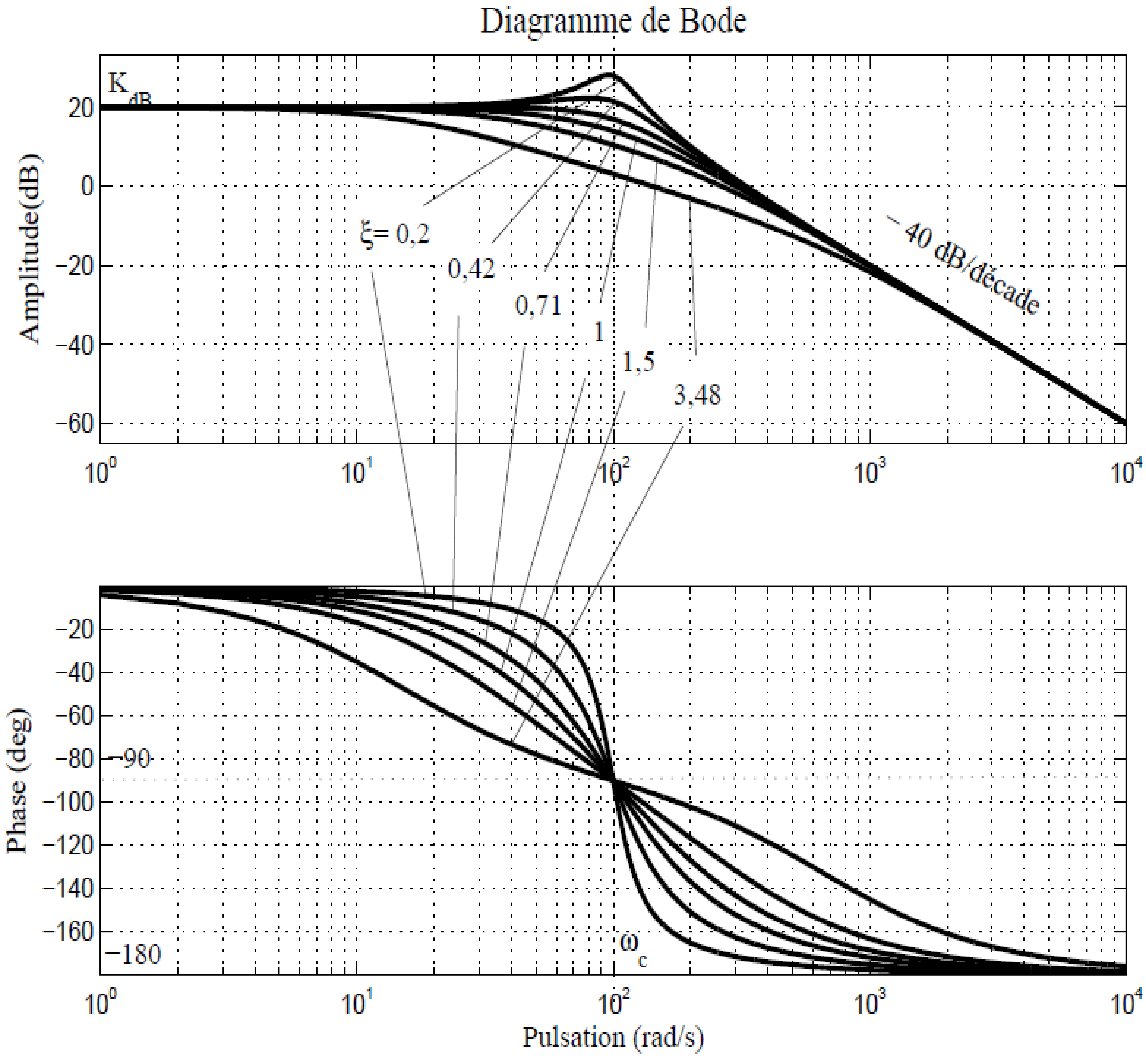


Diagramme de Bode
K_dB
20
0
−20
−40
−60
Amplitude(dB)
ξ= 0,2
0,42
0,71
1
1,5
3,48
− 40 dB/décade
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
−20
−40
−60
−80
−90
−100
−120
−140
−160
−180
Phase (deg)
ω_c
Pulsation (rad/s)

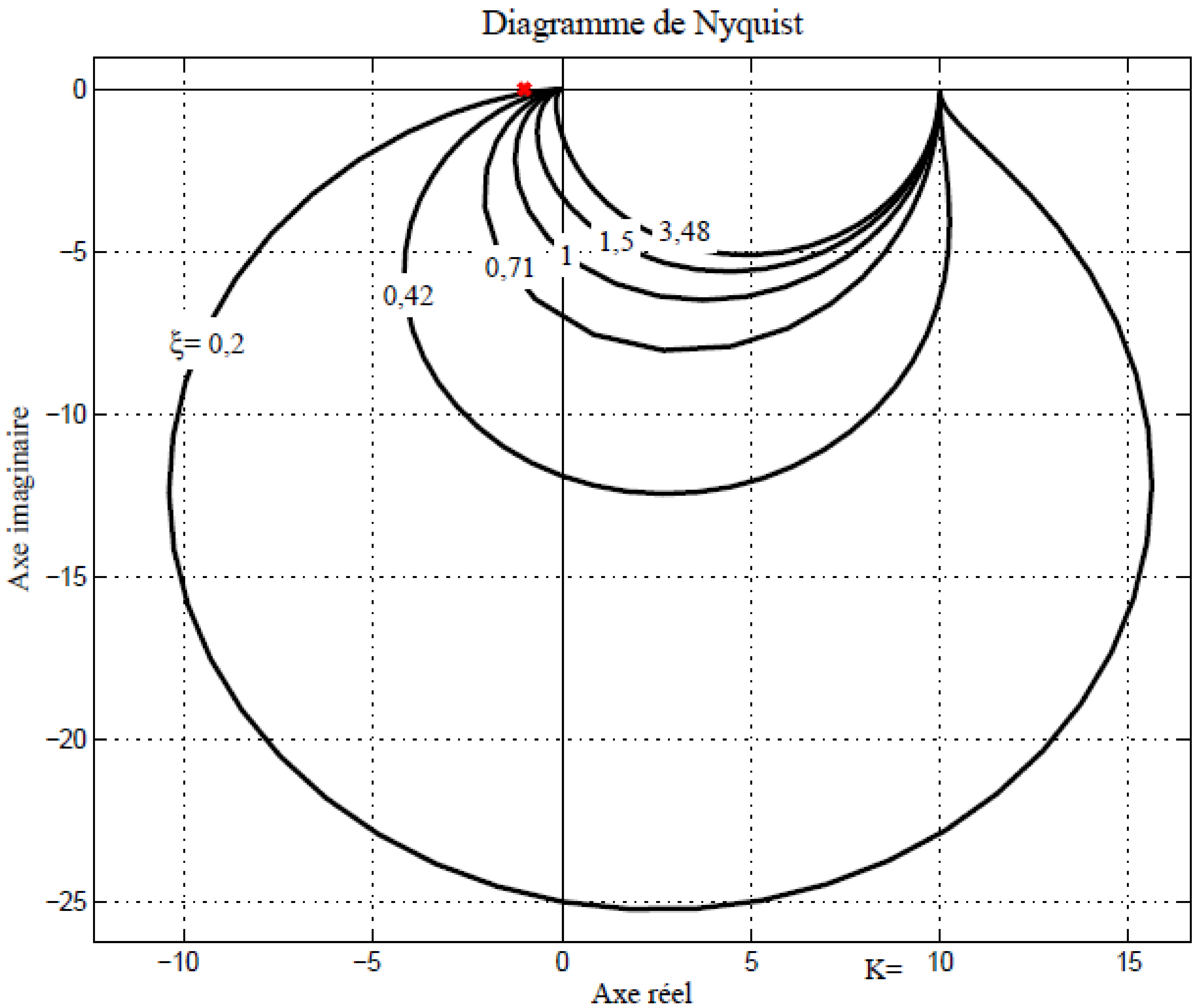
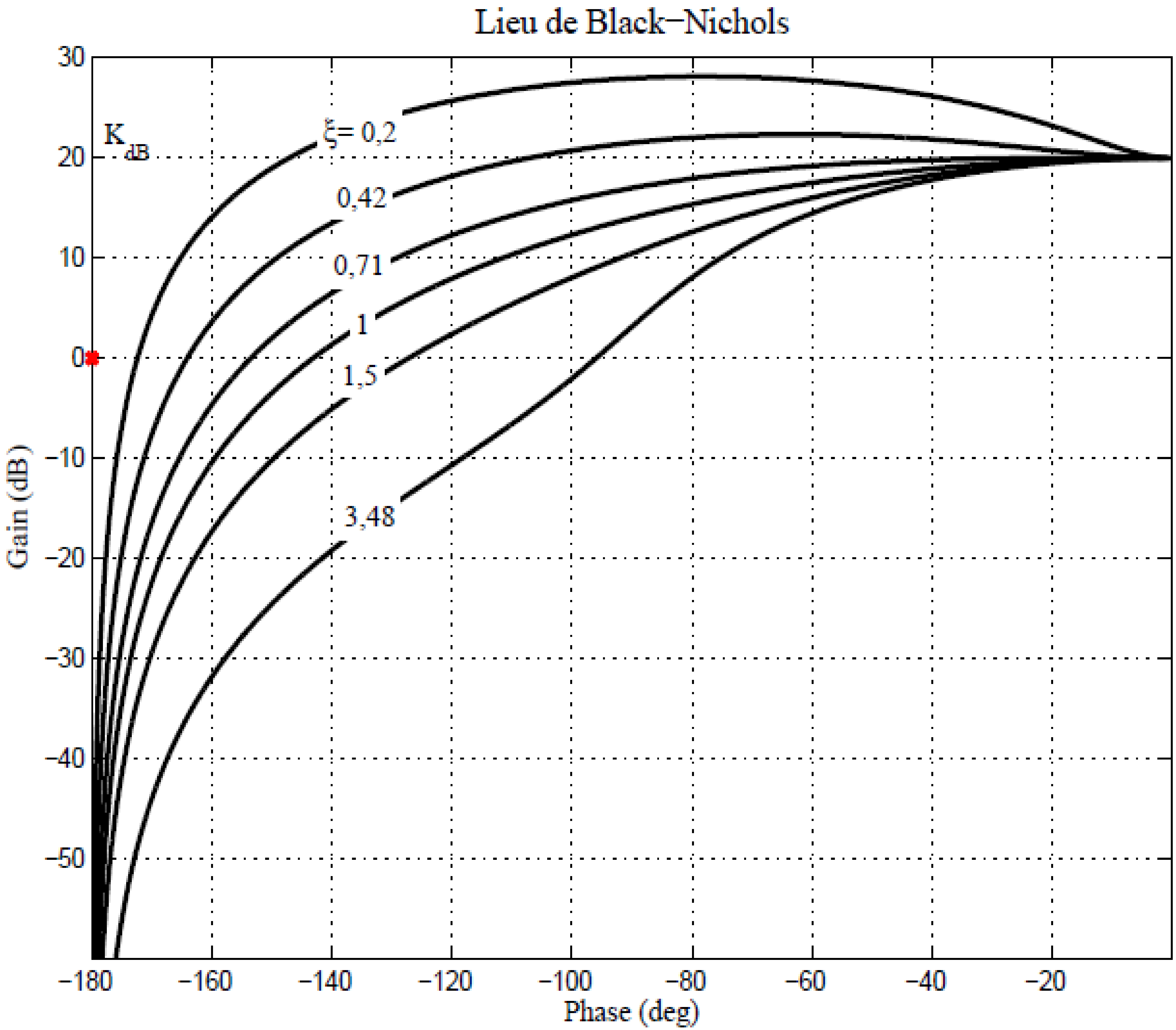


Diagramme de Nyquist
0
−5
−10
−15
−20
−25
−10
−5
0
5
10
15
Axe imaginaire
Axe réel
K=
ξ= 0,2
0,42
0,71
1
1,5
3,48


Lieu de Black−Nichols
30
20
10
0
−10
−20
−30
−40
−50
Gain (dB)
K
dB
ξ= 0,2
0,42
0,71
1
1,5
3,48
−180
−160
−140
−120
−100
−80
−60
−40
−20
Phase (deg)

Notion de stabilité

Le tout premier rôle d'un régulateur est d'assurer la stabilité du procédé contrôlé en chaîne fermée car cela concerne directement la sécurité de l'installation. Les autres rôles du régulateur, certes nécessaires, qui sont de garantir les précisions statique et dynamique et d'obtenir le temps de réponse désiré, ne peuvent être valides si le procédé régulé est instable. Un régulateur contrôlant un procédé intégrateur, donc naturellement instable en chaîne ouverte, doit rendre stable le procédé régulé. Bien entendu, un procédé, naturellement stable en chaîne ouverte, doit le rester une fois corrigé par le régulateur.

Il est donc primordial qu'un régulateur garantisse la stabilité du procédé qu'il contrôle et cela quels que soient les changements structurels intrinsèques du procédé modifiant sa fonction de transfert ou ses coefficients. L'automaticien doit donc être conscient que l'étude de la stabilité des systèmes asservis est incontournable.

Qu'il soit asservi ou non, un système est stable si à une variation bornée du signal d'entrée correspond une variation bornée du signal de sortie. Une variation d'un signal est dite bornée lorsqu'elle est constante en régime permanent.

Pour l'automaticien, un système est stable si, abandonné à lui-même à partir de conditions initiales quelconques, il revient à son état d'équilibre. Cette exigence peut se traduire par une première définition :

Un système linéaire est stable si et seulement si sa réponse impulsionnelle tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini.

$$\lim_{t \to \infty} h(t) = 0$$

Soit un système linéaire dont la fonction de transfert se présente sous la forme :

$$H(p) = \frac{n(p)}{d(p)}$$

L'on désigne par *zéros du système* les racines du numéroteur n(p) et *par pôles du système* les racines de son dénominateur d(p). Par décomposition en éléments simples et recherche des originaux par tranformation de Laplace inverse, on sait que la solution temporelle h(t) est fonction des pôles de H(p), c'est-à-dire des racines du polynome d(p).

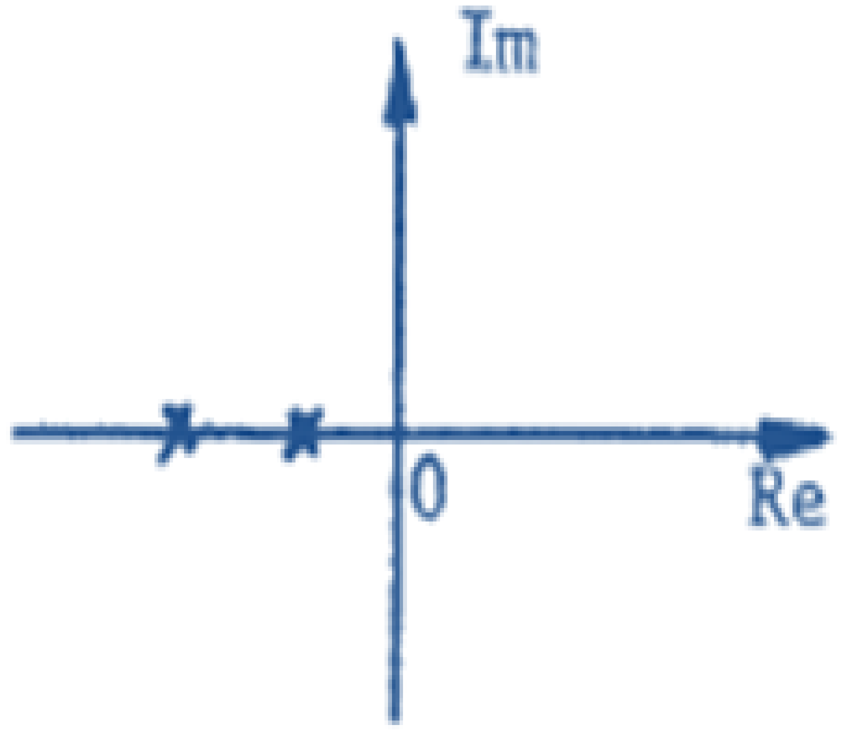
On en conclut immédiatement que :

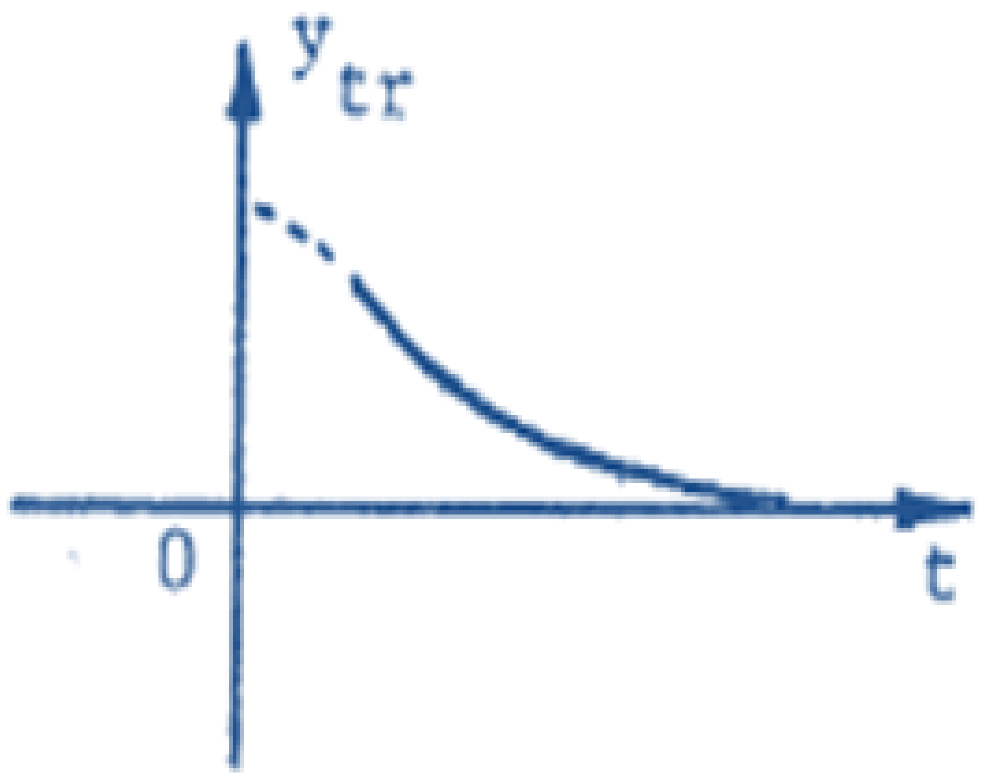
Un système linéaire est stable si et seulement si tous ses pôles sont à partie réelle strictement négative ;

c'est-à-dire si sa réponse impulsionnelle est une combinaison d'exponentielles dont les exposants réels sont tous négatifs (exponentielles décroissantes).

L'analyse graphique de la position des pôles de la fonction de transfert dans le plan complexe permet de visualiser le type de stabilité (ou d'instabilité) qui affecte le système considéré.

Stabilité : tous les pôles de la fonction de transfert ont leur partie réelle négative (exponentielles décroissantes)

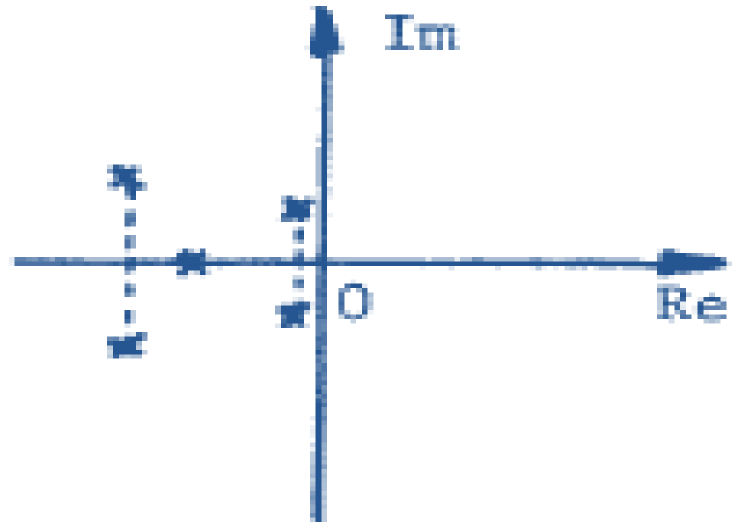


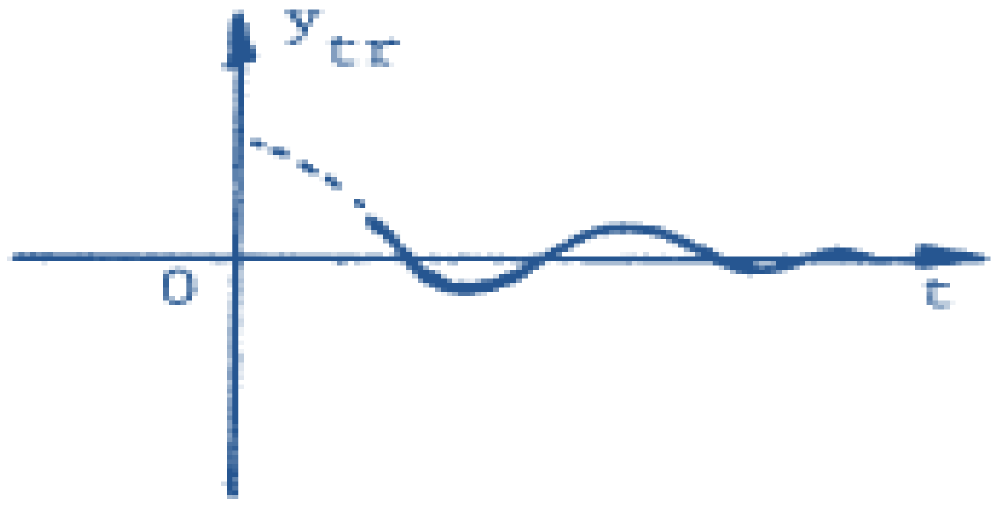


Stabilité

asymptotique

apériodique



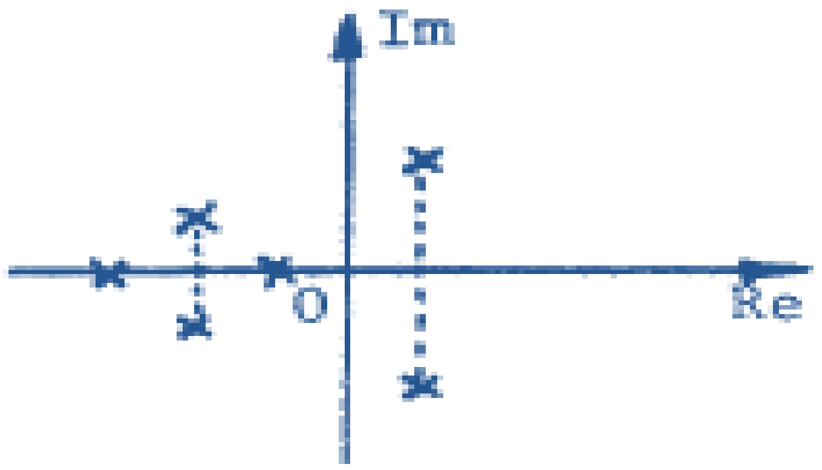


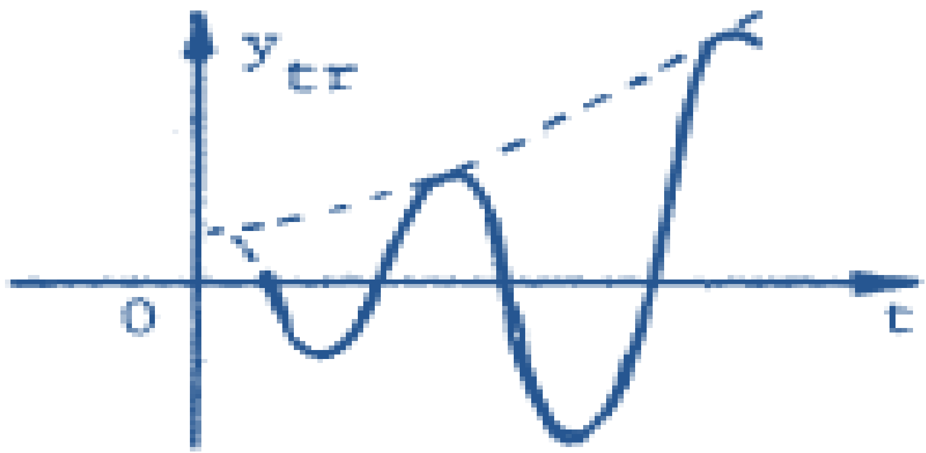
Stabilité

asymptotique

oscillatoire

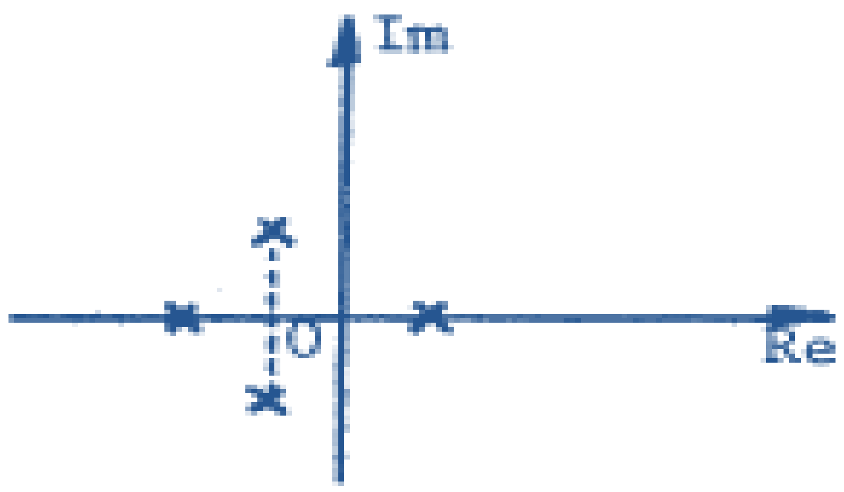
Instabilité : l'un au moins des pôles de H(p) a sa partie réelle positive (au moins l'une des exponentielles est croissante)

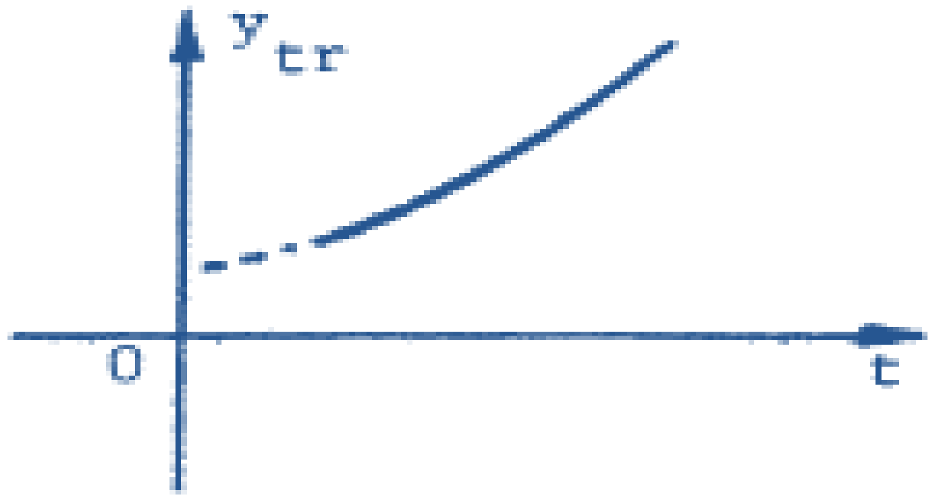




Instabilité

oscillatoire

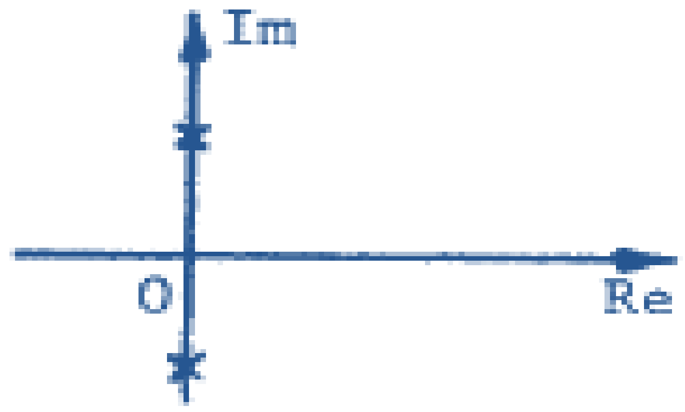


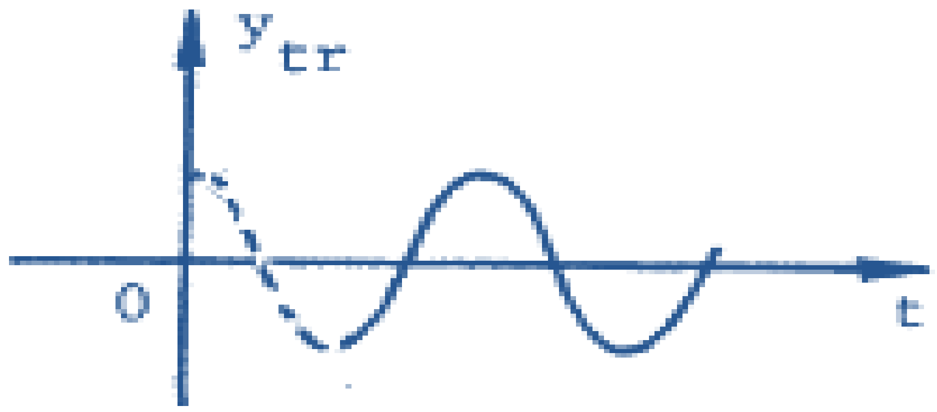


Instabilité

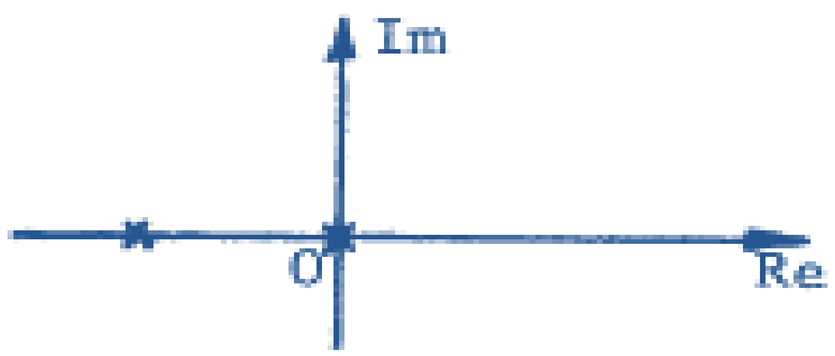
apériodique

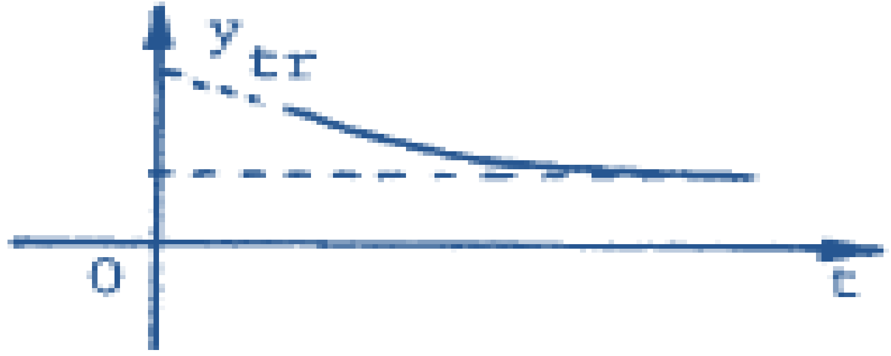
Cas-limite : au moins l'un des pôles est à partie réelle nulle.





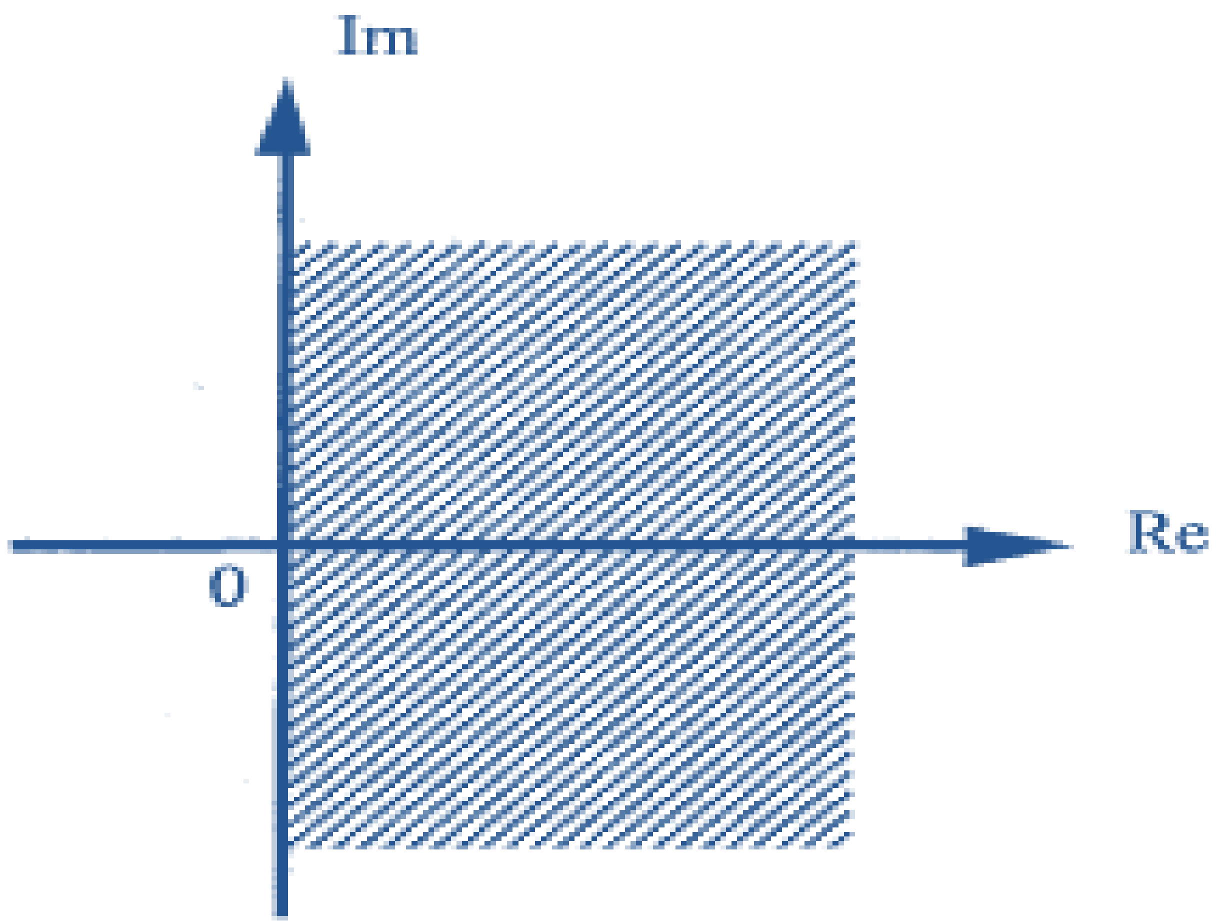
Juste oscillant

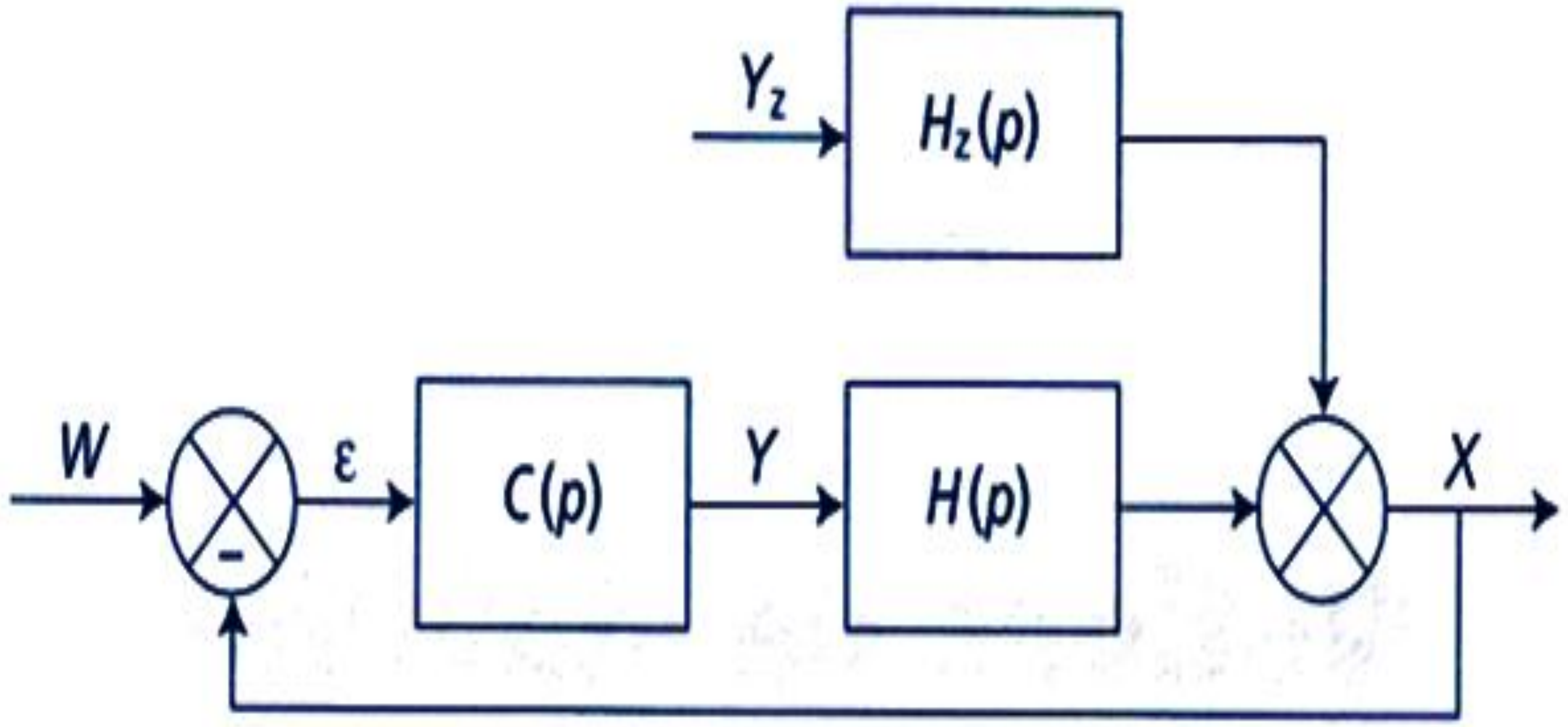




Astatique

De cette analyse, on peut tirer une règle pratique qui consiste à interdire le demi-plan droit du plan complexe aux points représentatifs des pôles de la fonction de transfert du système étudié :





On peut exprimer les fonctions de transfert en chaîne fermée réglante ;

$$F(p) = \frac{X(p)}{W(p)} = \frac{C(p)H(p)}{1 + C(p)H(p)}$$

et perturbatrice ; $F_z(p) = \dfrac{X(p)}{Y_z(p)} = \dfrac{H_z(p)}{1 + C(p)H(p)}$.

On constate que ces deux fonctions de transfert ont les mêmes dénominateurs

Lorsqu'un système asservi entre en oscillations (signal de sortie sinusoïdal) pour une entrée constante, ou même nulle, le système est en régime harmonique : il est à la limite de la stabilité. On appelle ω_c la pulsation d'oscillation. L'équation caractéristique $C(j\omega_c)H(j\omega_c)+1 = 0$ permet d'obtenir les conditions limites de stabilité :

$$|C(j\omega_c)H(j\omega_c)| = 1 \text{ et } \operatorname{Arg}(C(j\omega_c)H(j\omega_c)) = -\pi$$

Dans les courbes représentatives des fonctions de transfert, le point singulier de module 1 et d'argument $-\pi$ est appelé **point critique de stabilité.**

Remarque : ce régime est obtenu généralement pour une seule valeur du gain de boucle, noté G_c et appelé gain critique. Le gain de boucle est le produit du gain du régulateur G_r et du gain statique G_s, ou dynamique k, du système. Pour un gain de système constant la valeur du gain G_c ne dépend donc que du gain du régulateur G_r.

Critère de Routh

Ce critère permet de conclure à la stabilité, ou à l'instabilité, d'un système asservi à retour unitaire à partir des coefficients de son équation caractéristique.

➤ Énoncé du critère de Routh

Soit un système asservi de fonction de transfert $F(p) = \dfrac{\mathrm{Num}(p)}{\mathrm{Dén}(p)}$

avec : $\mathrm{Dén}(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \ldots + a_1 p + a_0$

- si l'un des coefficients a_i est nul, le système est instable.
- si tous les coefficients a_i sont différents de zéro, il suffit qu'ils ne soient pas tous de même signe pour conclure à l'instabilité.
- si tous les coefficients a_i sont de même signe, l'examen de la première colonne du tableau de Routh permet de conclure à la stabilité du système.

Pour établir le tableau de Routh :

Le système est stable si et seulement si les déterminants de tous les blocs délimités sur le tableau ci-dessous sont positifs. On ne teste évidemment que les n-1 premiers blocs pour un polynome de degré n. Les cœfficients inexistants (a_{n+i}) sont remplacés par 0 dans le tableau.

a_1	1	0	0	0	0	0
a_3	a_2	a_1	1	0	0	0
a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	1	0
a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	...
a_9	...	...	...	...	...	...

Il vient les conditions suivantes :

- pour le 1er ordre : $a_1 > 0$
- pour le 2ème ordre : $a_1 > 0$ $a_2 > 0$
- pour le 3ème ordre : $a_1 > 0$ $a_1a_2 - a_3 > 0$ $a_3 > 0$ $a_2>0$

Quelque soit l'ordre, *la positivité de tous les cœfficients a_i est une condition nécessaire* ; jusqu'à l'ordre 2, elle est suffisante.

Exemple

On souhaite statuer sur la stabilité de ces trois systèmes

$$F_1(p) = \frac{p+1}{p^3+3p+1}, F_2(p) = \frac{5p+1}{p^3+2p^2-3p+1}, F_2(p) = \frac{p+1}{p^3+2p^2+3p+1}.$$

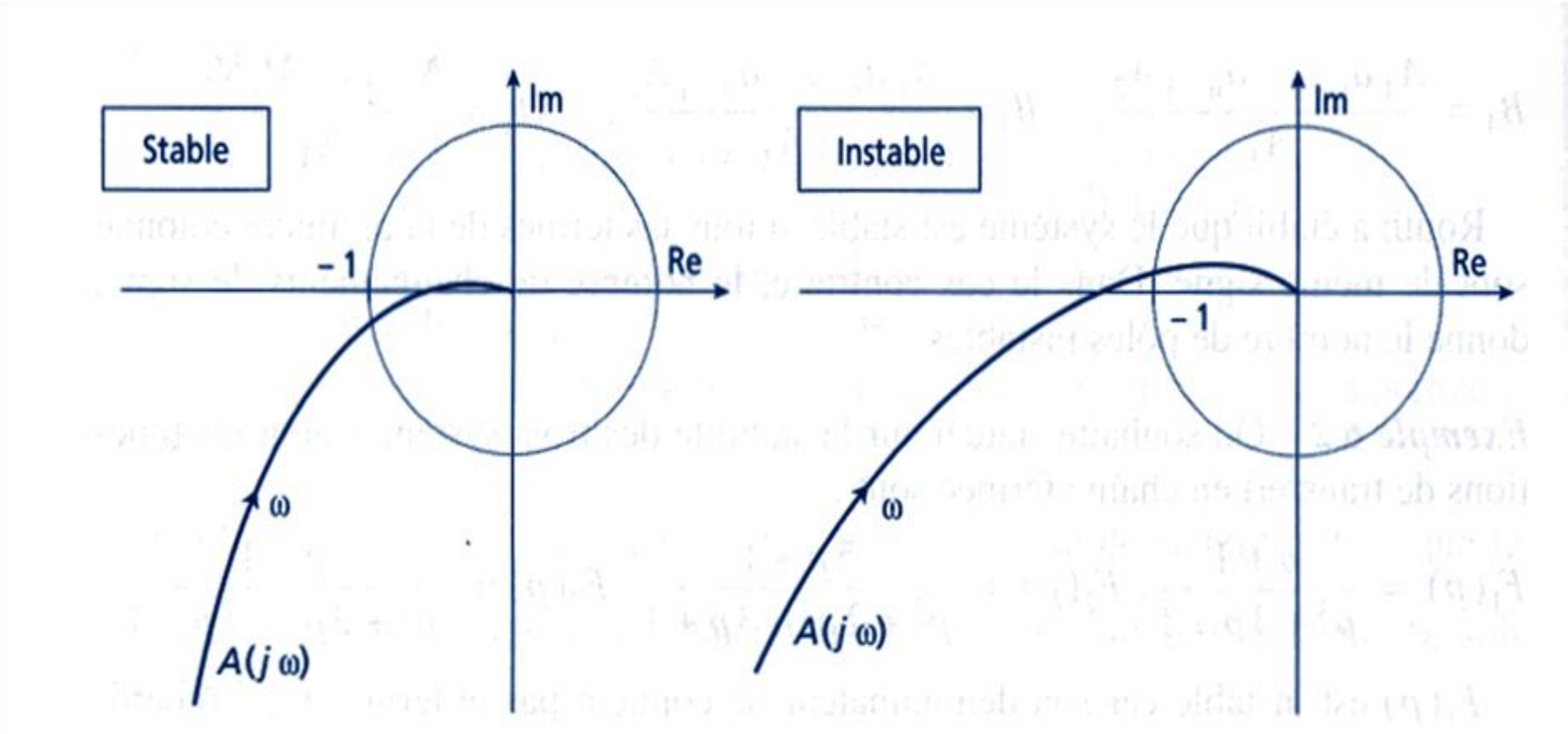
Critère graphique

Les critères algébriques ne peuvent pas être appliqués à des systèmes complexes, comme par exemple, un procédé décrit par le modèle de Broïda, puisque ce modèle n'est pas décomposable en un rapport de deux polynômes. Il est alors sage d'utiliser un critère graphique appelé règle du revers. Ce n'est pas le seul critère graphique, mais c'est le plus simple ! Celui-là permet de juger de la stabilité, ou de l'instabilité, d'un système asservi à partir de la courbe représentative de sa fonction de transfert en chaîne ouverte $C(j\omega)H(j\omega)$.

Pour alléger l'écriture on note : $A(j\omega) = C(j\omega)H(j\omega)$.

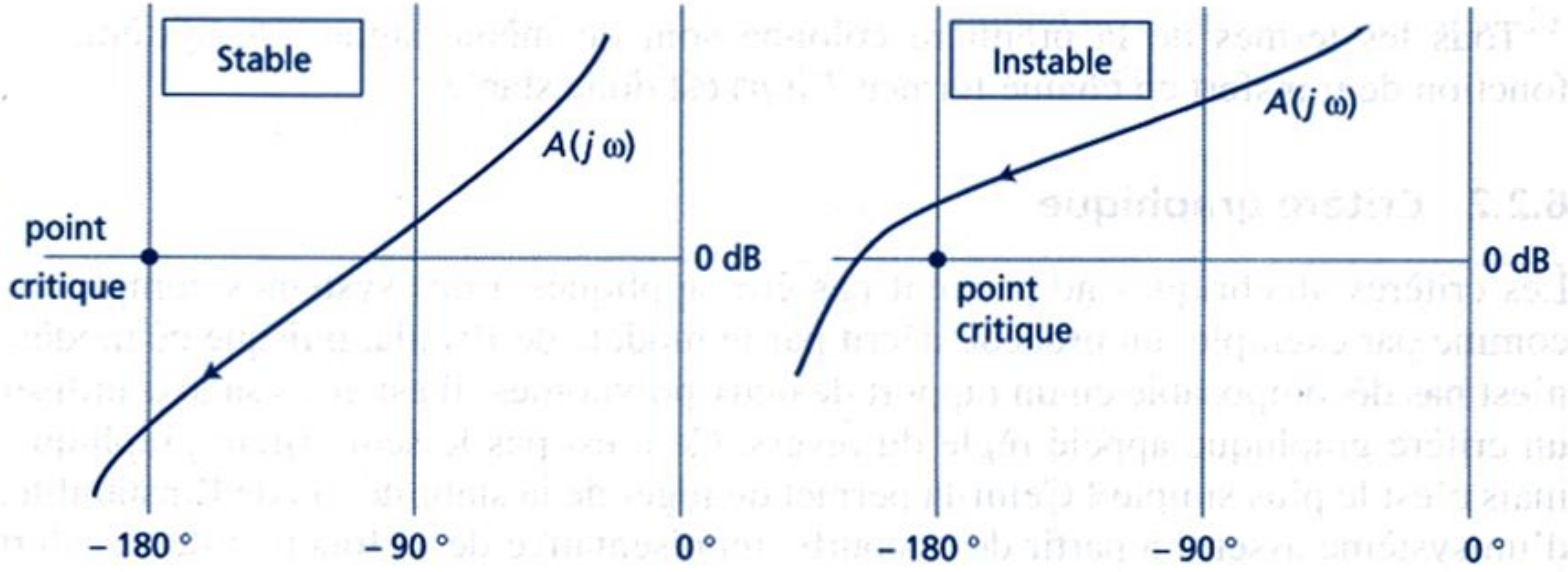
a) Règle du revers dans le plan de Nyquist

Règle : Un système asservi à retour unitaire est stable (fig. 6.2.a) si, en décrivant le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en chaîne ouverte dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique (coordonnées $(-1,0)$) à sa **gauche**. Il est instable (fig. 6.2.b) dans le cas contraire.


Stable
Im
Re
− 1
ω
A(j ω)
Instable
Im
Re
− 1
ω
A(j ω)

La représentation de la fonction de transfert dans le plan de Black est différente de celle dans le plan de Nyquist, aussi la règle du revers doit-elle être adaptée.

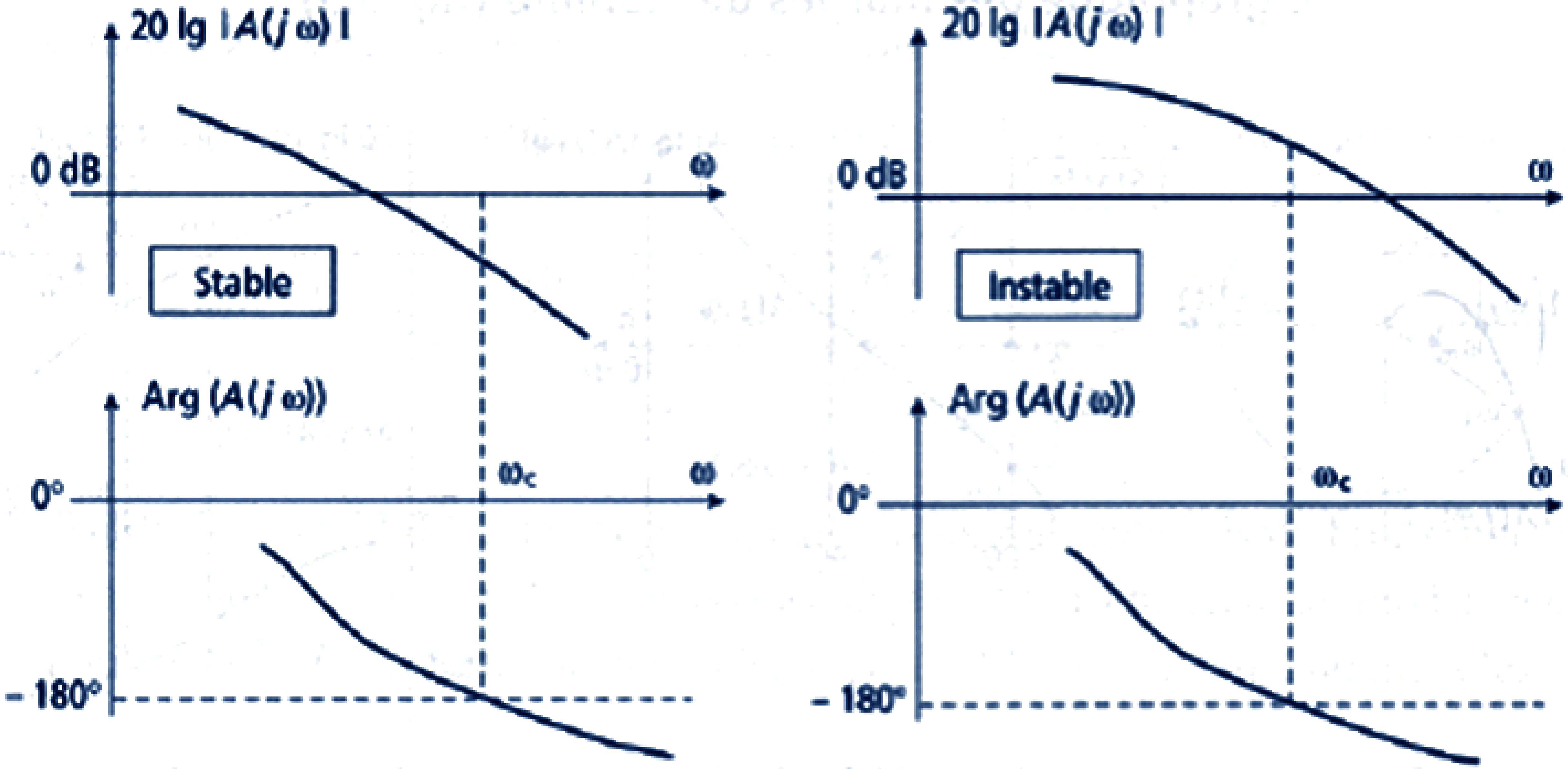
Règle : Un système asservi à retour unitaire est stable (fig. 6.3.a) si, en décrivant la courbe représentative de sa fonction de transfert en chaîne ouverte dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique (0dB, – 180°) à sa **droite**. Il est instable (fig. 6.3.b) dans le cas contraire.



c) *Règle du revers dans le diagramme de Bode*

Le diagramme de Bode demande lui aussi une adaptation de la règle du revers.

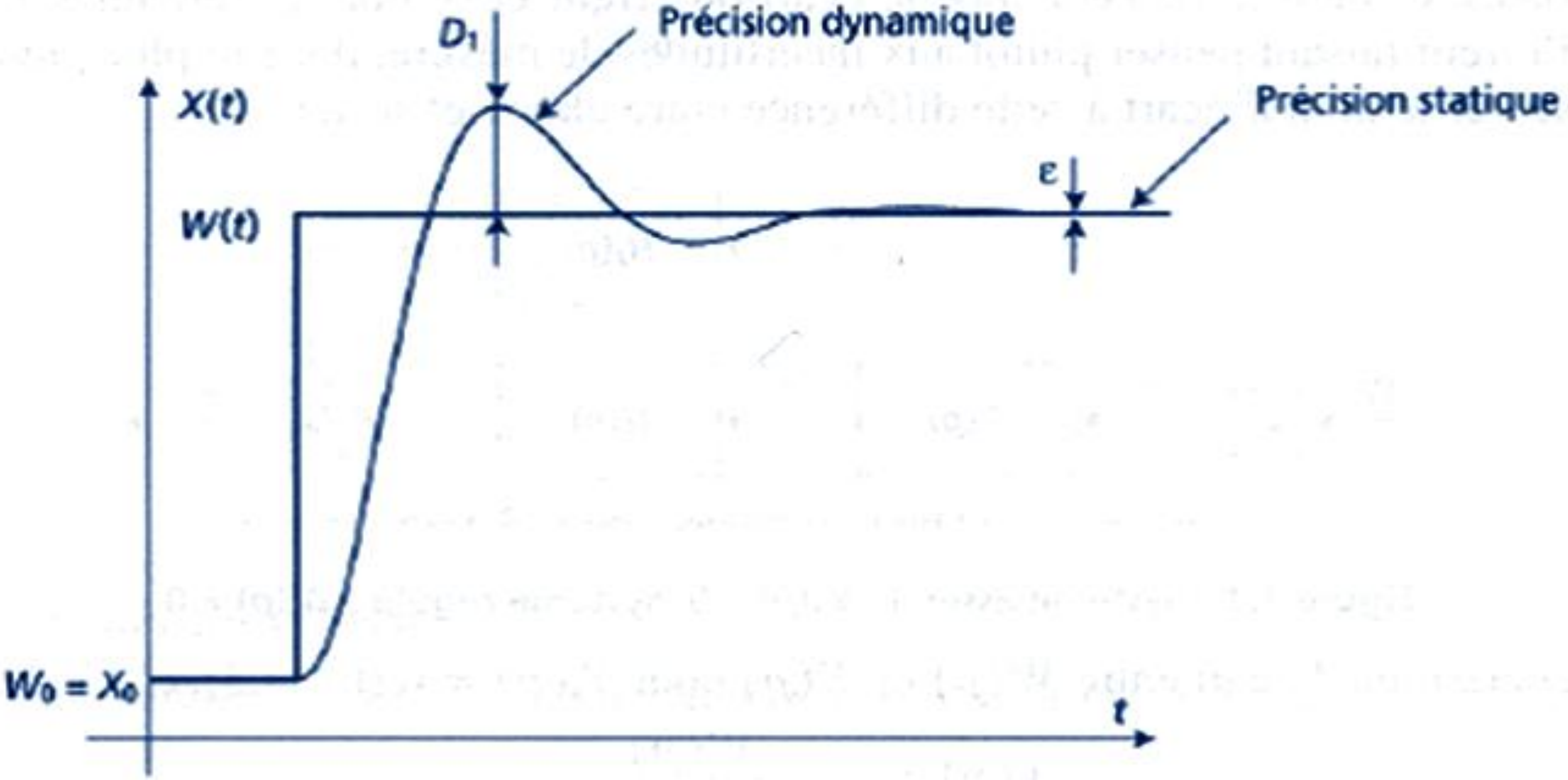
Règle : Un système asservi à retour unitaire est stable (fig. 6.4.a) si, pour la pulsation ω_c, la courbe du logarithme du module de $A(j\omega)$ passe en dessous du niveau 0 dB. Il est instable (fig. 6.4.b) dans le cas contraire.



Précision

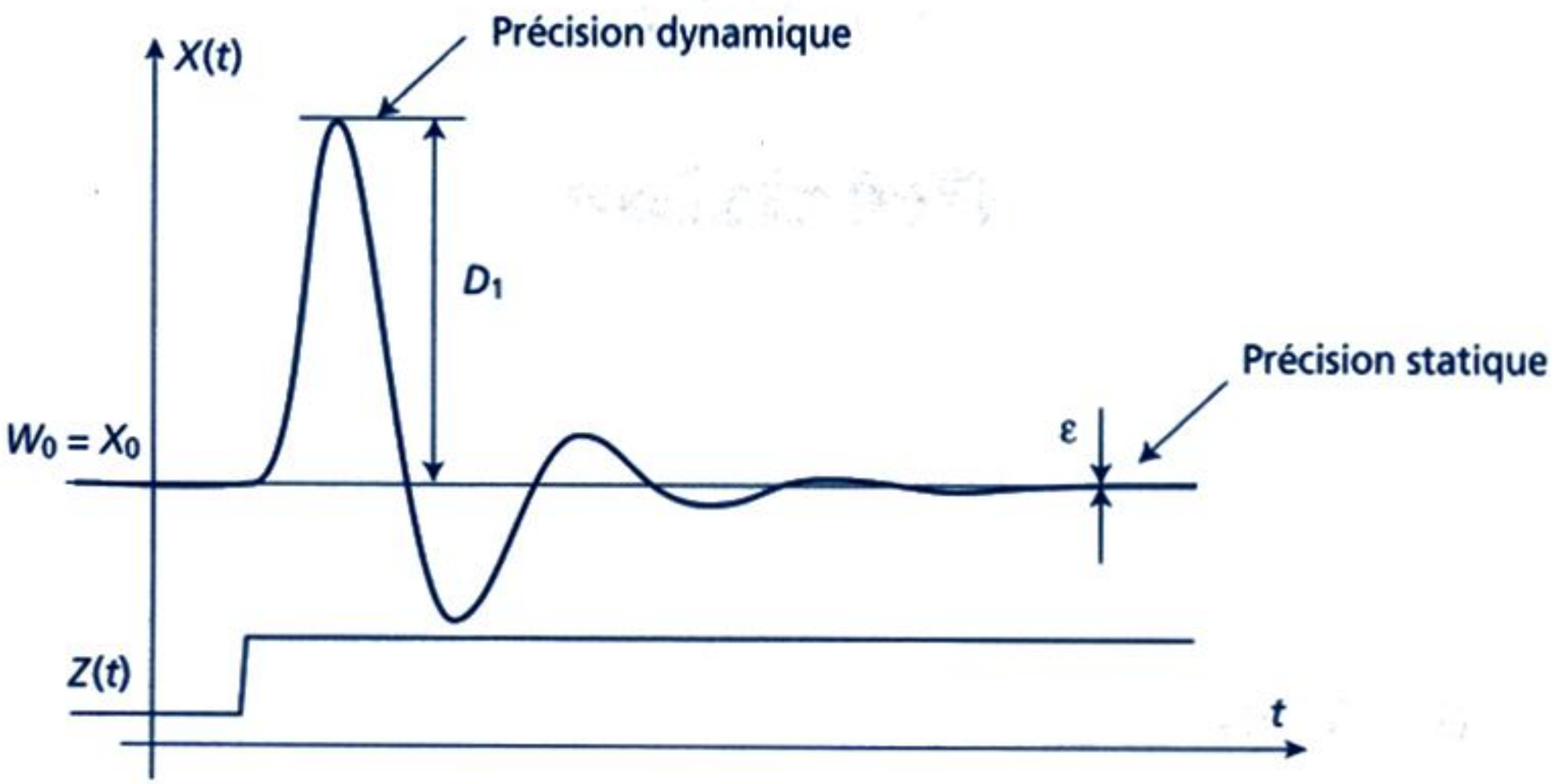
Qu'il s'agisse d'un procédé régulé ou d'un système asservi, on parle de précision statique et de précision dynamique.

L'étude de la précision statique a pour but d'évaluer l'aptitude du système à suivre différentes catégories de sollicitations d'entrée (exemples fig. 7.1 et fig. 7.2). Il est à noter que cette précision est théorique et ne tient compte ni des incertitudes des grandeurs en jeu ni de la précision des instruments utilisés dans la boucle d'asservissement. La précision statique est l'un des critères de performance d'une boucle de régulation les plus utilisés.



Précision dynamique

La précision dynamique est caractérisée pendant le régime transitoire essentiellement pour une sollicitation en échelon de position. Lorsque cette réponse indicielle peut être assimilée à celle d'un système du second ordre, c'est la valeur du premier dépassement, par rapport à la valeur finale, qui mesure le degré de précision dynamique (exemples fig. 7.1 et fig. 7.2). La précision dynamique est liée directement au degré de stabilité du système ; c'est un critère de performance qui peut être défini par les marges de gain et de phase.



Z(t) : grandeur perturbatice

Précision statistique

Pour un système asservi (fig. 7.3), la précision statique se caractérise par la différence en régime permanent entre l'entrée (la consigne fixée) et la sortie (la mesure contrôlée). Cette différence s'appelle écart ou erreur et se note généralement ε. Le mot d'erreur faisant penser plutôt aux incertitudes de mesure, il serait plus judicieux de réserver le nom d'écart à cette différence entre entrée et sortie.

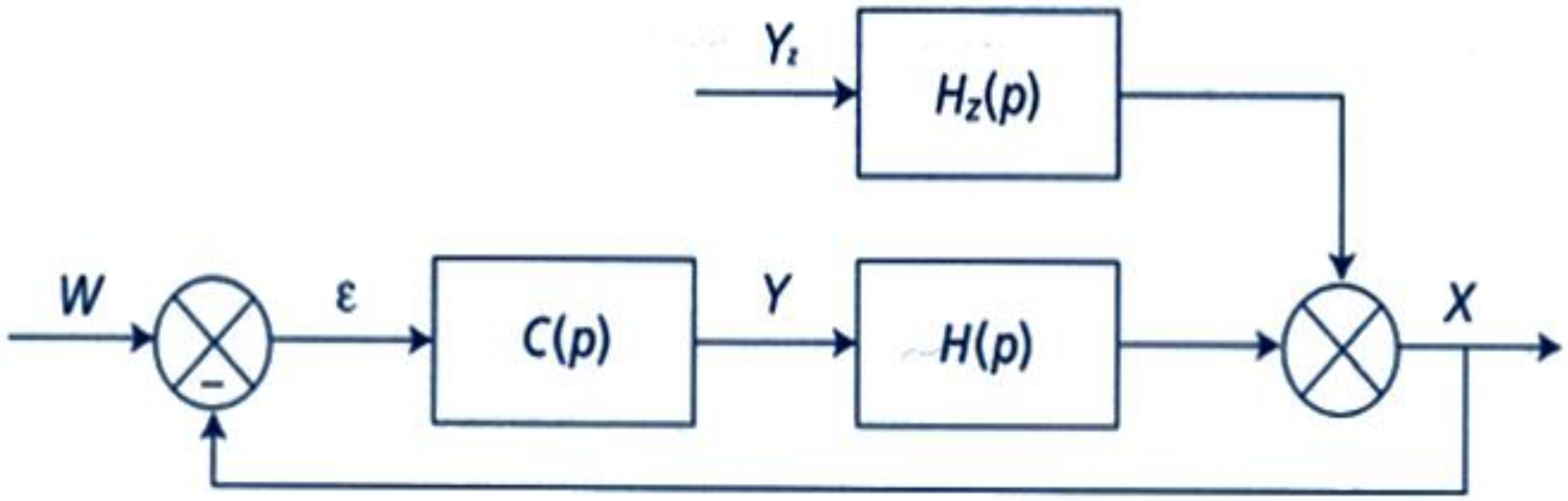


Figure 7.3 Système asservi : $Y_z(p) = 0$. Système régulé : $W(p) = 0$.

On détermine l'écart entre $W(p)$ et $X(p)$ pour $Y_z(p) = 0$ (fig. 7.3), et on obtient :

$$\varepsilon(p) = \frac{W(p)}{1 + C(p)H(p)}$$

Ecart de position

En régime permanent, la valeur de ε peut être calculée à l'aide du théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon = \lim_{t \mapsto \infty} [\varepsilon(t)] = \lim_{p \mapsto 0} [p\,\varepsilon(p)] = \lim_{p \mapsto 0} \left[p \frac{W(p)}{1 + C(p)H(p)} \right]$$

Cet écart dépend de la nature de l'excitation à l'entrée. Aux trois sortes de signaux d'entrée correspondent trois expressions de l'écart ; écart de position, de vitesse ou d'accélération.

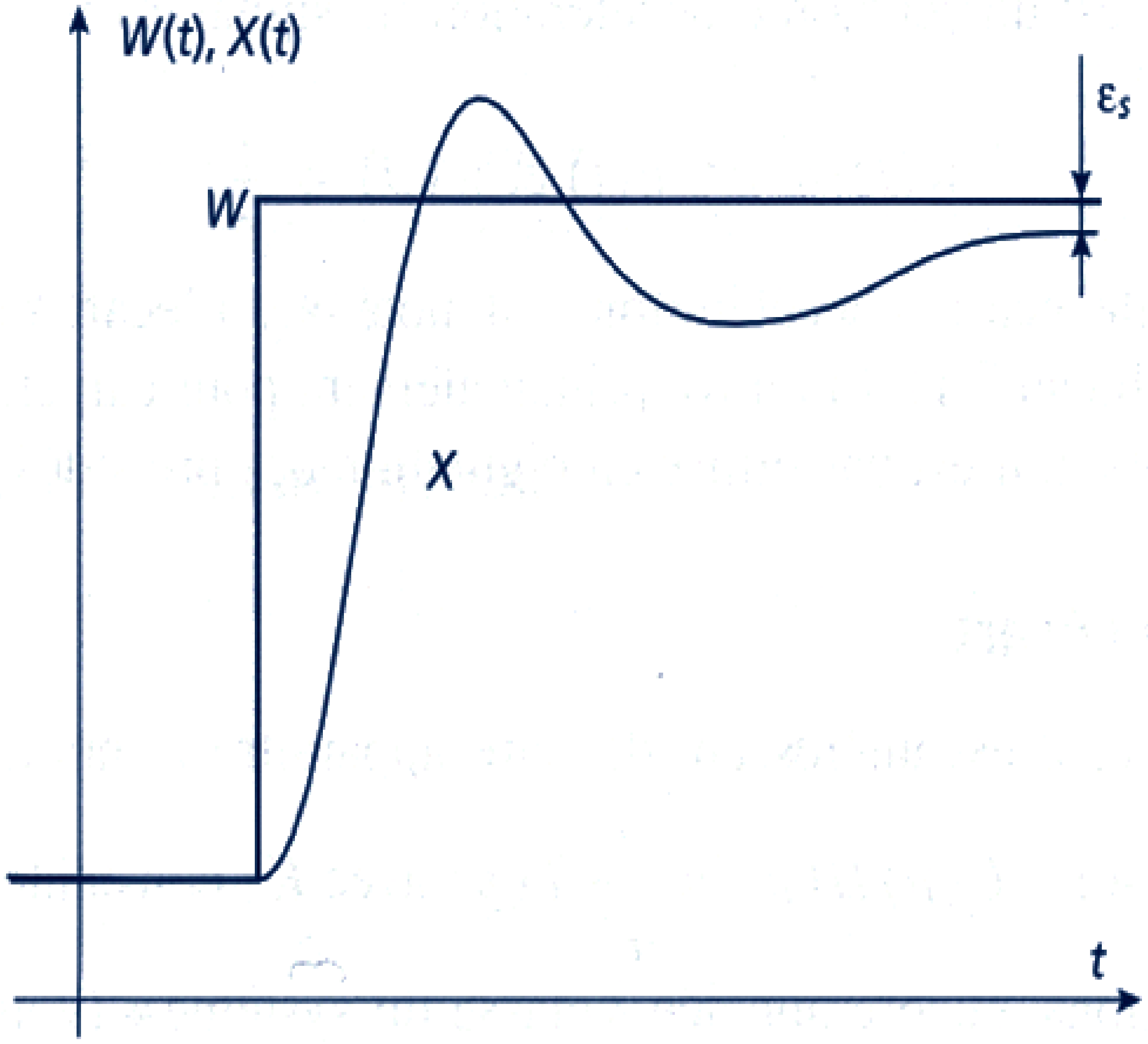
Remarque : pour **l'aspect régulation** (fig. 7.3) ; la consigne étant constante, sa variation est nulle et donc $W(p) = 0$. On détermine l'écart qu'effectue la mesure $X(p)$ par rapport à la consigne lorsqu'elle subit une perturbation $Y_z(p)$ soit : $\varepsilon(p) = \dfrac{Y_z(p)\,H_z(p)}{1 + C(p)H(p)}$. On applique ensuite le théorème de la valeur finale pour déterminer l'écart ε en régime permanent.

Le signal d'entrée est un échelon de position (variation brusque en amplitude) :

$$w(t) = A\,u(t) \text{ et } w(p) = \frac{A}{p}$$

Cet écart, appelé écart de position, écart statique ou écart de statisme, est noté ε_s (fig. 7.4). Le tableau 7.1 (§ 7.2.4) montre l'écart obtenu en fonction du système étudié.

L'écart statique est l'écart le plus couramment utilisé pour caractériser la précision en régime permanent dans les boucles de régulation.

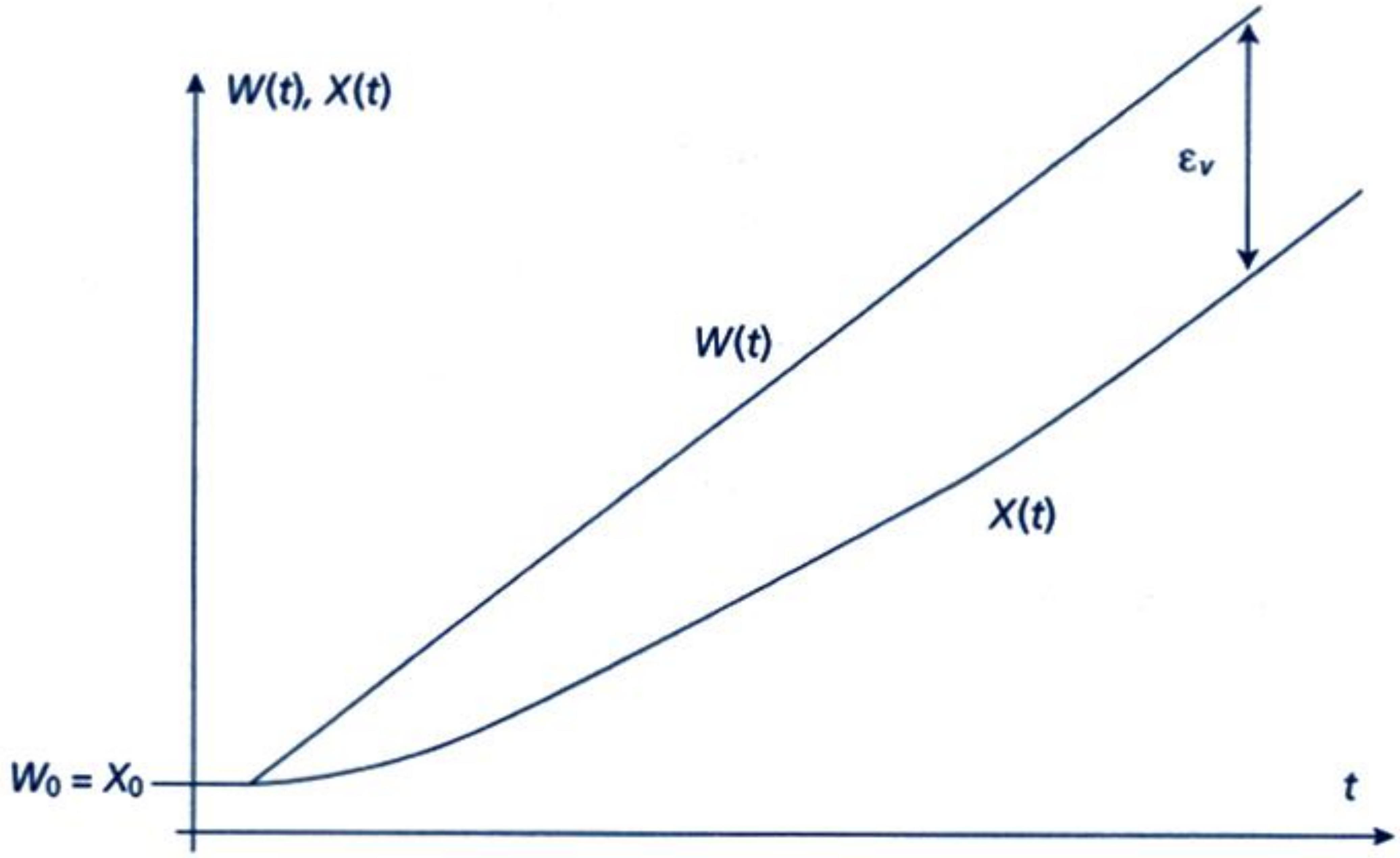


Ecart de vitesse

Le signal d'entrée est un échelon de vitesse ou rampe (variation linéaire du signal en fonction du temps) :

Cet écart, appelé écart de vitesse ou écart de traînage, est noté ε_v (fig. 7.5). Le tableau 7.1 (chapitre 7.2.4) montre l'écart obtenu en fonction du système étudié.

L'écart de vitesse est employé pour définir la précision d'une régulation lorsque la consigne doit évoluer sous la forme d'une rampe, comme une montée en température d'un four de traitement thermique ou une montée en pression d'un réservoir.



Identification des systèmes linéaires

- Un système linéaire a une fonction de transfert qui peut se calculer en établissant les équations différentielles qui relient entrée et sortie. Ces équations théoriques sont parfois difficiles à écrire car on n'a pas forcement toute la connaissance du système nécessaire : valeurs numériques, processus mis en jeu, non linéarité...

- Souvent, un modèle dont le comportement ressemble a celui du système a étudier est suffisant pour élaborer une loi de commande adaptée.

- Ce cour présente différentes méthodes pour obtenir un modèle sous forme de fonction de transfert équivalente en terme de réponse a un système dont on ne sait pas modéliser le comportement.

- Ces méthodes ne donnent donc pas la fonction de transfert du système mais en donnent une dont la réponse ressemble a celle du système.

Identification en Boucle Ouverte

- On identifie la réponse indicielle en BO du système à celle d'un modèle dont la forme est prédéfinie avec certains paramètres.

- La méthode consiste a calculer les meilleurs paramètres en fonction de la forme de la réponse réelle.

Méthode de Strejc

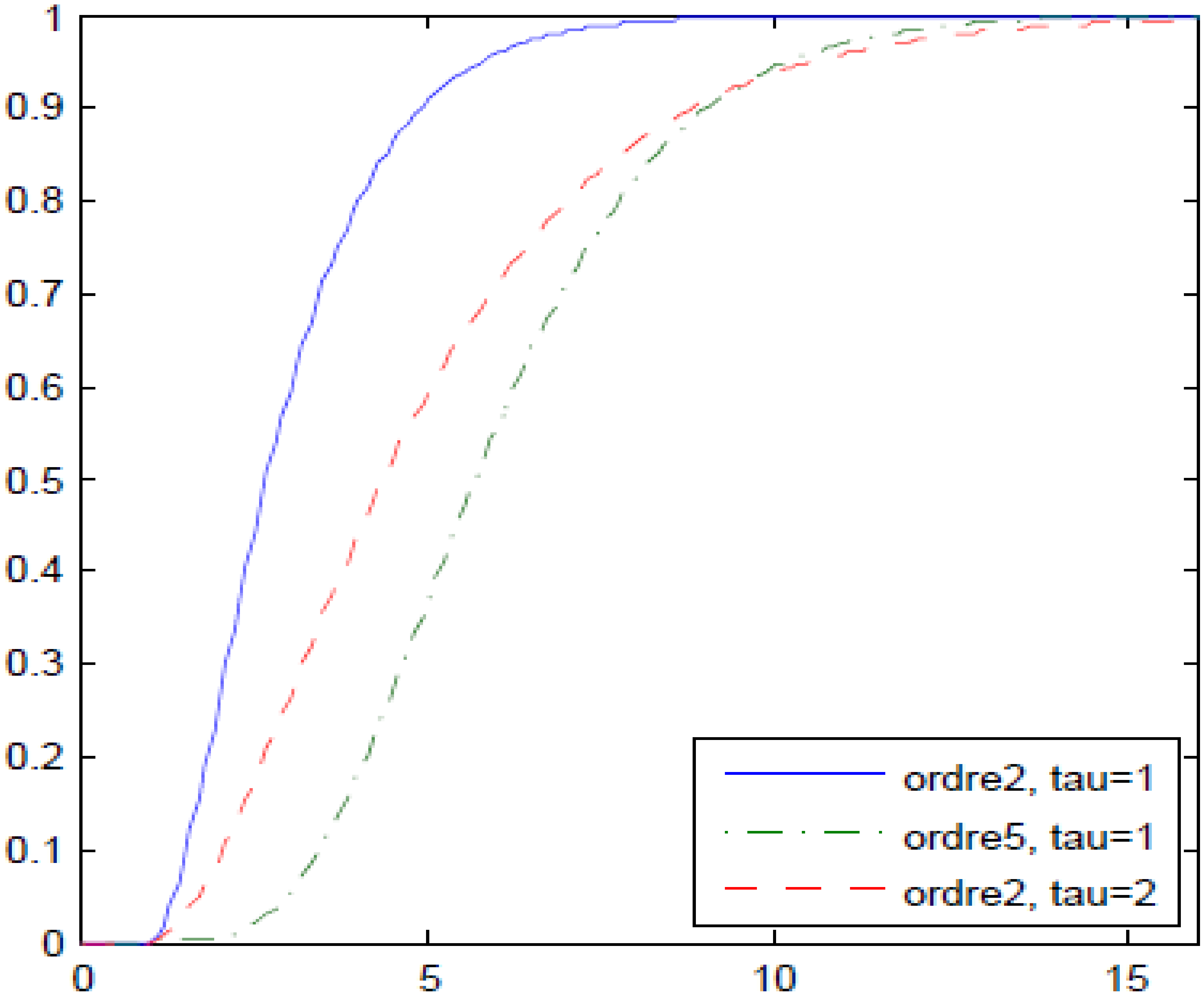
- Cette méthode peut s'appliquer aux systèmes dont la réponse indicielle ne présente pas de dépassement. On identifie a une fonction de la forme :

$$T(p) = \frac{K.e^{-r.p}}{(1 + \tau.p)^n}$$

Les paramètres a identifier sont donc :

- le gain statique K,
- le retard r,
- la constante de temps τ
- et l'ordre n.

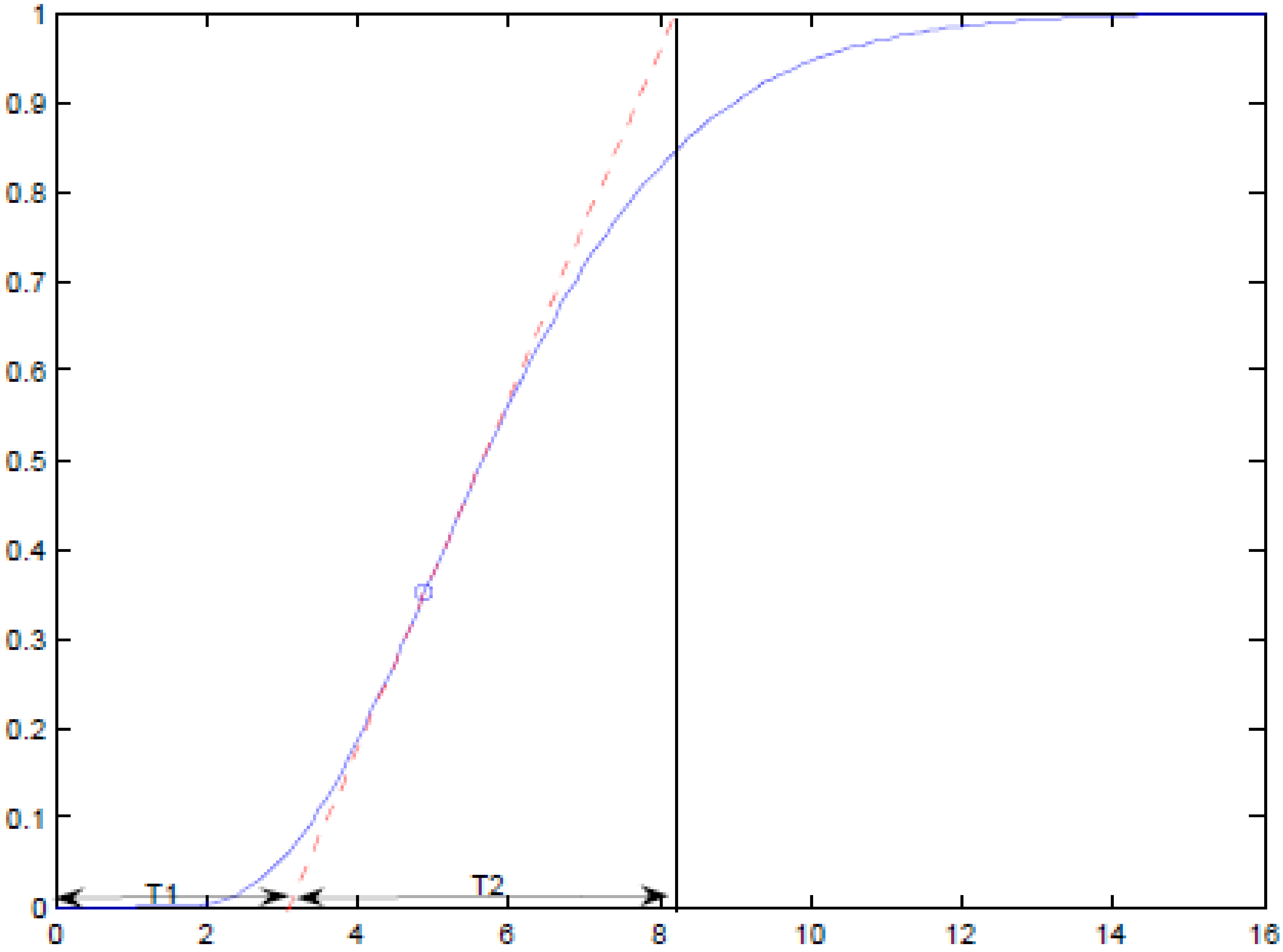
Réponses de modèles de Strejc pour K = 1, r = 1



Méthode

- Pour identifier le système, la méthode peut se décomposer en :
- Le gain statique est mesure directement par la valeur finale de la sortie. Celle-ci vaut $K.E_0$ ou E_0 est l'amplitude de l'échelon d'entrée.
- On trace la tangente au point d'inflexion I pour déterminer deux valeurs : T_1 et T_2.
- Relever T_1 et T_2 en déduire l'ordre n en utilisant le tableau suivant
- Entre deux lignes du tableau, on choisit la valeur de n la plus petite.

- Déterminer la constante de temps τ à partir de T_2/τ du tableau.
- Déterminer le retard r quand il existe a partir de la différence entre la valeur de T_1 mesurée et celle donnée par la colonne T_1/T_2 du tableau.



1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
T1
T2
0
2
4
6
8
10
12
14
16

n	$\frac{T_1}{\tau}$	$\frac{T_2}{\tau}$	$\frac{T_1}{T_2}$
1	0	1	0
2	0,28	2,72	0,1
3	0,8	3,7	0,22
4	1,42	4,46	0,32
5	2,10	5,12	0,41
6	2,81	5,70	0,49

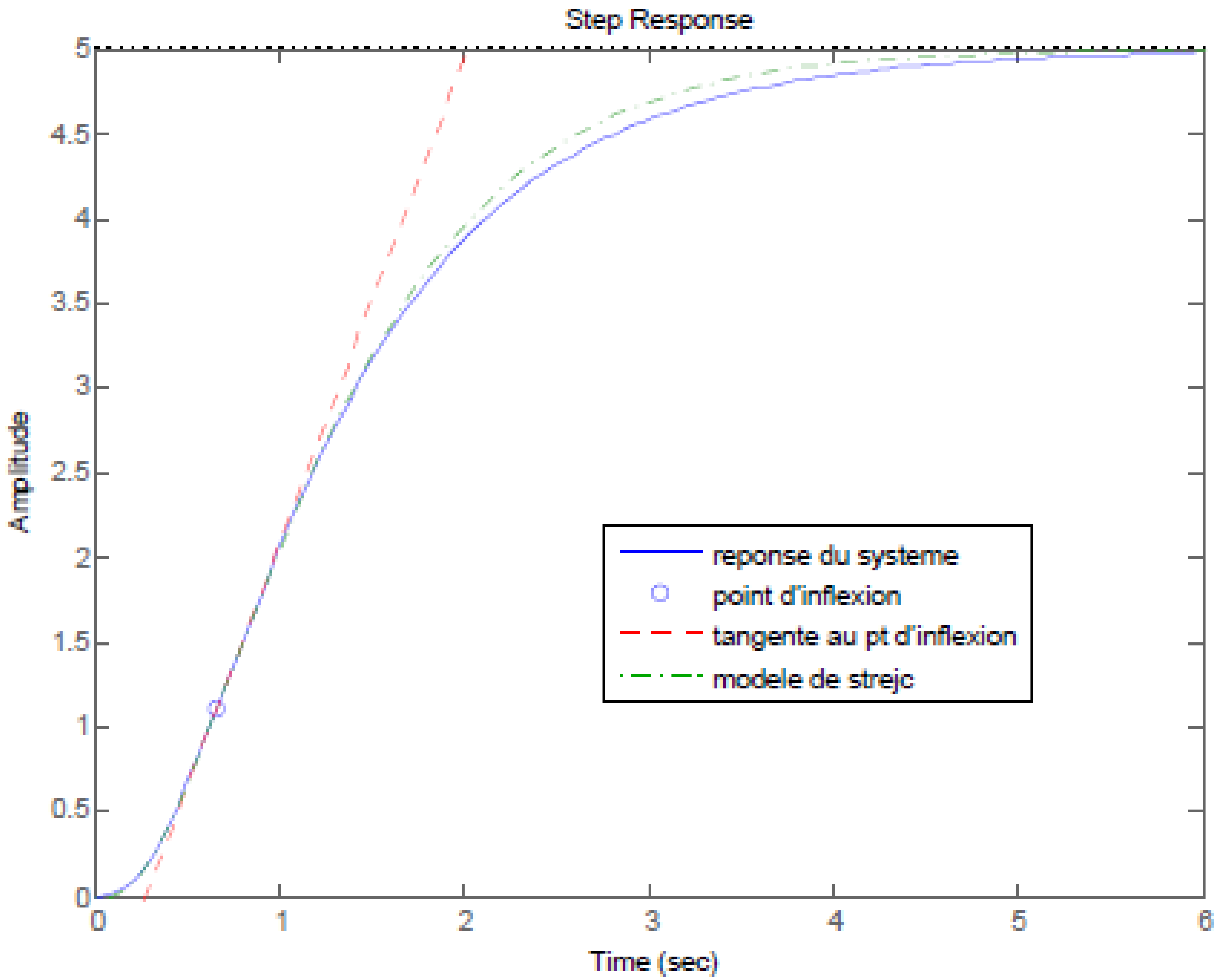
Pour tester cette méthode, nous partons d'un système dont la fonction de transfert est :

$$T(p) = \frac{100}{(p+4)(p+5)(p+1)}$$

Sa réponse indicielle est sur la figure 11.3 en trait plein.

- Le gain statique est mesuré directement par la valeur finale de la sortie : $K = 5$
- On trace la tangente au point d'inflexion I et on mesure : $T_1 = 0,27$ et $T_2 = 1,76$
- D'après le tableau, avec $\frac{T_1}{T_2} = 0,15$, un ordre $n = 2$ semble convenir.
- La constante de temps τ est évaluée à partir de $\frac{T_2}{\tau} = 2,72$ au tableau. Cela donne $\tau = 0,65$.
- D'après le tableau, $\frac{T_1}{\tau} = 0,28$, ce qui donnerait une valeur de $T_1 = 0,18$. Or on mesure $T_1 = 0,27$. On peut en déduire un retard $r = 0.09$

$$T\hat{(p)} = \frac{5.e^{-0,09p}}{(1+0,65p)^2}$$



Notion de correcteur

- La sortie du procédé que l'on commande doit évoluer pour suivre la consigne demandée. Il faut donc à tout instant (ou périodiquement en régulation numérique) appliquer, à l'entrée puissance du procédé, la commande appropriée.

- Cette commande est calculée par un ensemble de traitements d'informations, le correcteur, qui utilise des opérateurs (sommateurs, gains, intégrateurs, dérivateurs) élaborant la commande à partir du signal d'erreur et des mesures auxiliaires disponibles.

Le correcteur

- Sans mettre en jeu d'énergie appréciable, le correcteur constitue la partie « intelligente » de l'asservissement et sa détermination judicieuse confère à l'asservissement ses qualités. Aisé à modifier,

- le correcteur peut être muni d'une variation automatique de ses paramètres suivant la plage de fonctionnement du procédé, dans le cas où celle-ci évolue lentement.

But de la correction

- Le concepteur de l'asservissement rencontre deux types de situations, auxquelles il doit faire face :
  - assurer une réponse acceptable pour des signaux de consigne définis en fonction du temps (par exemple : cycle de température pour un traitement thermique) ;
  - fournir des caractéristiques fréquentielles (gain, déphasage) demandées dans une bande de fréquences (par exemple : asservissement du mouvement d'un haut-parleur dans un système haute fidélité).
- On impose les qualités de l'asservissement en termes de spécifications temporelles dans le premier cas, en spécifications fréquentielles dans le second cas.

But de la correction

- Le but de la correction est de doter l'asservissement des qualités attendues, par le calcul et l'implantation du correcteur nécessaire.
- Les opérateurs essentiels du correcteur sont réalisables à partir d'amplificateurs à courant continu et d'éléments résistances/capacités.
- La réalisation numérique peut se transposer aisément à partir d'un schéma analogique, en conservant la même organisation fonctionnelle et en associant un intégrateur numérique à chaque intégrateur électronique.

Spécifications

- Les spécifications sont formulées dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel, avec des règles simples d'équivalence entre ces deux domaines.

- Elles concernent trois aspects :
  - la précision en régime établi (erreurs de position, de vitesse) ;
  - la rapidité (temps de réponse, bande passante) ;
  - l'allure de la réponse (régime transitoire peu oscillant, courbe de réponse en fréquence plate).

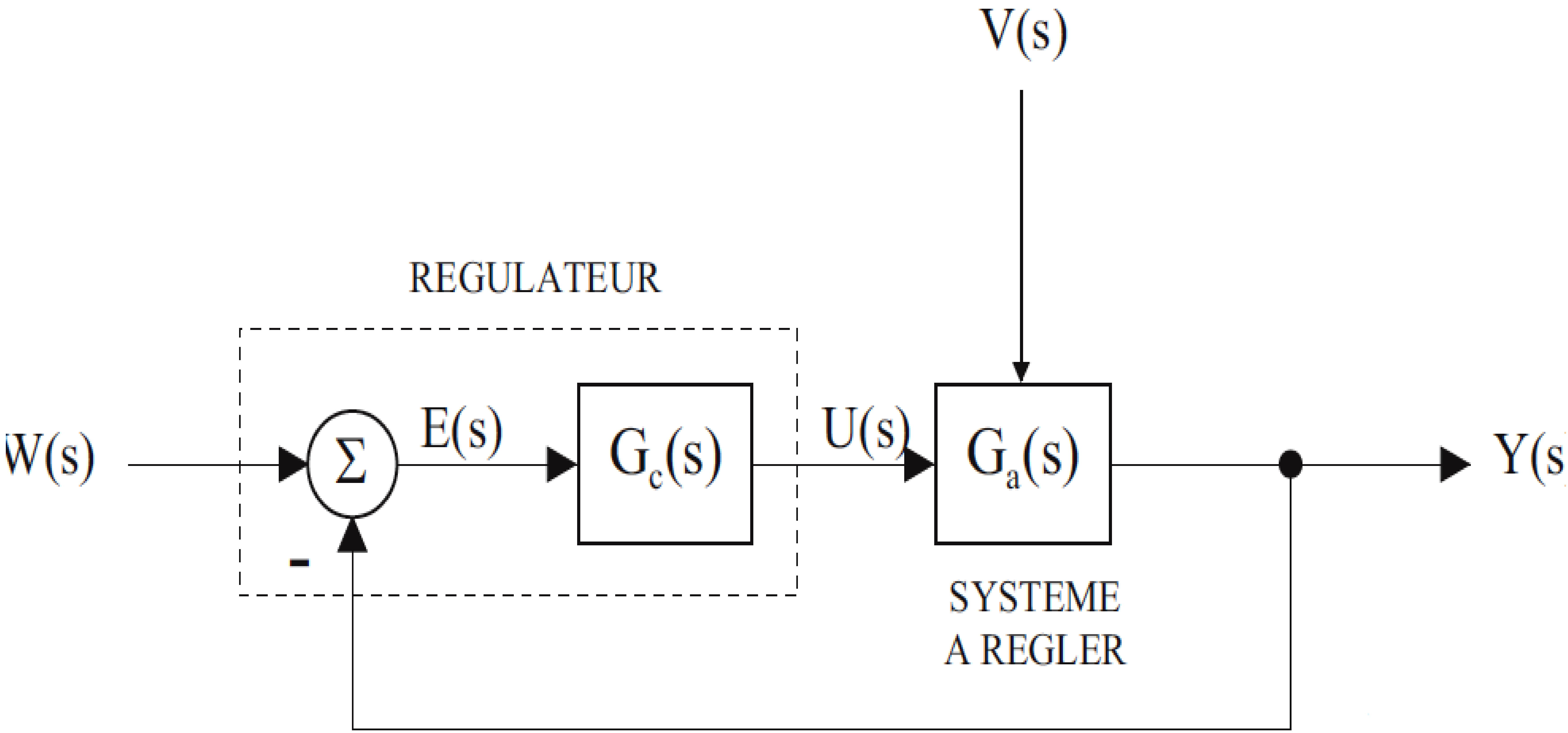
Correcteur PID

- Le correcteur standard le plus utilisé dans l'industrie est le régulateur PID (proportionnel intégral dérivé), car il permet de régler à l'aide de ses trois paramètres les performances (amortissement, temps de réponse) d'une régulation d'un processus modélisé par un deuxième ordre.
- Nombreux sont les systèmes physiques qui, même en étant complexes, ont un comportement voisin de celui d'un deuxième ordre, dans une certaine échelle de temps. Par conséquent, le régulateur PID est bien adapté à la plupart des processus de type industriel et est relativement robuste par rapport aux variations des paramètres du procédé.

- Si la dynamique dominante du système est supérieure à un deuxième ordre, ou si le système contient un retard important ou plusieurs modes oscillants, le régulateur PID n'est plus adéquat et un régulateur plus complexe (avec plus de paramètres) doit être utilisé, aux dépens de la sensibilité aux variations des paramètres du procédé.

- La réalisation d'une boucle d'asservissement par PID est un problème très important, car il influence :
  - La qualité de la régulation sur un site industriel ;
  - Le temps de mise en œuvre de la commande ; et comporte deux aspects essentiels :
    - Le réglage du régulateur PID, pour lequel la connaissance d'un modèle dynamique du procédé d'une part et les performances désirées d'autre part déterminent le choix de la méthode de synthèse ;
    - L'implantation du régulateur dans une version analogique ou numérique et dans une configuration série, parallèle ou mixte.
- De plus en plus, les régulateurs PID commercialisés offrent la possibilité d'autoréglage, qui réalise le calcul automatique des paramètres, à la demande de l'utilisateur.

Régulateur PID

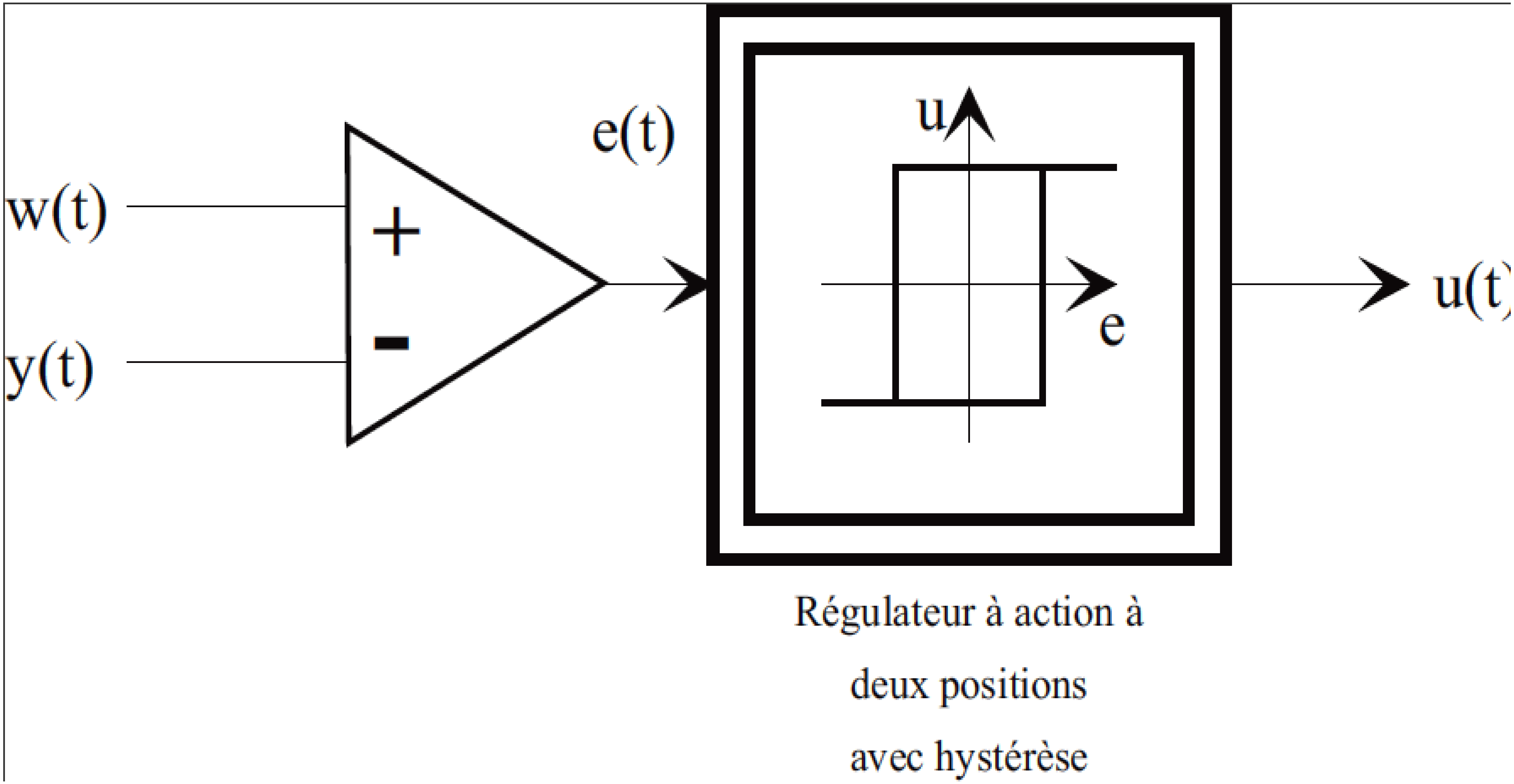


e(t) = w(t) - y(t)

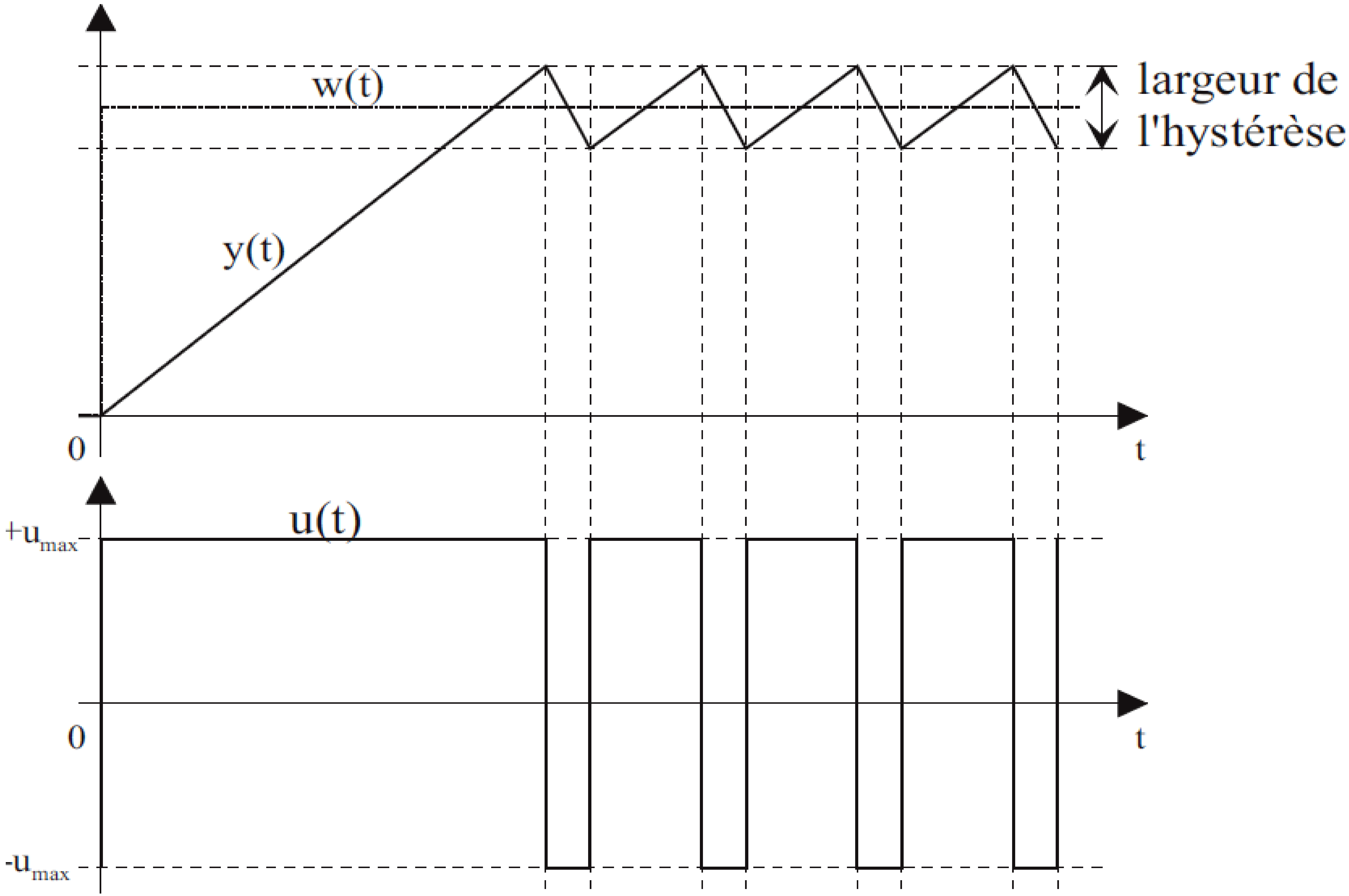
La commande u(t) est construite sur la base des signaux de consigne w(t) et de mesure y(t) de la grandeur réglée selon la loi de commande

$$u(t) = u\,(w(t), y(t))$$

Régulateur non linéaire



Régulateur à action à deux positions avec hystérèse


w(t)
largeur de
l'hystérèse
y(t)
0
t
u(t)
+umax
0
t
-umax

- la non-linéarité de ces régulateurs simples rend difficile leur synthèse sur la base d'un cahier des charges fixant les performances du système asservi. Malgré cela, ils sont fréquemment utilisés pour des applications dont l'actionneur supporte une forte sollicitation et pour lesquelles une oscillation constante de la grandeur réglée y(t) autour de la consigne w(t) est admissible.

- Un exemple d'application est la régulation du courant fournit par une alimentation à découpage

Régulateur à action proportionnelle (P)

- Le régulateur à action proportionnelle, ou régulateur P, a une action simple et naturelle, puisqu'il construit une commande u(t) proportionnelle à l'erreur e(t).

- Cette action s'apparente à un effet ressort (ressort de rappel).
- Loi de commande du régulateur P :

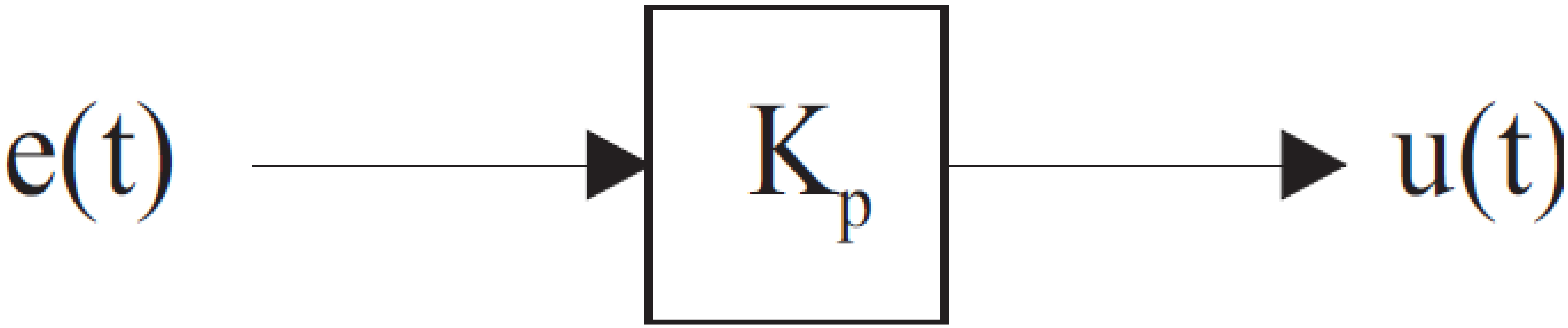
Loi de commande du régulateur P :

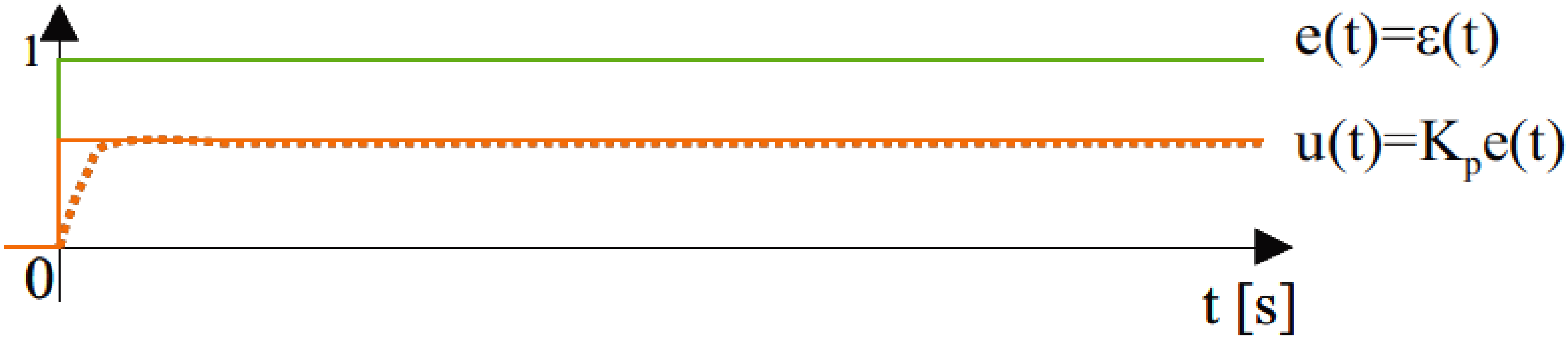
$$\boxed{u(t) = K_p \cdot e(t)}$$

Fonction de transfert du régulateur P :

$$\boxed{G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p}$$

Le Schéma fonctionnel du régulateur est le suivant





$$u(t) = K_p \cdot e(t)$$

Réponse indicielle du régulateur P (idéal). La réponse en traitillé rappelle qu'aucun système physique ne peut réagir statiquement, i.e. sans retard.

On voit que le régulateur P assure une transmission instantanée du signal d’erreur ; dans ce sens, son action est relativement dynamique : sa commande ne dépend pas du passé, ni d’une tendance, mais simplement de ce qui se passe à l’instant présent.

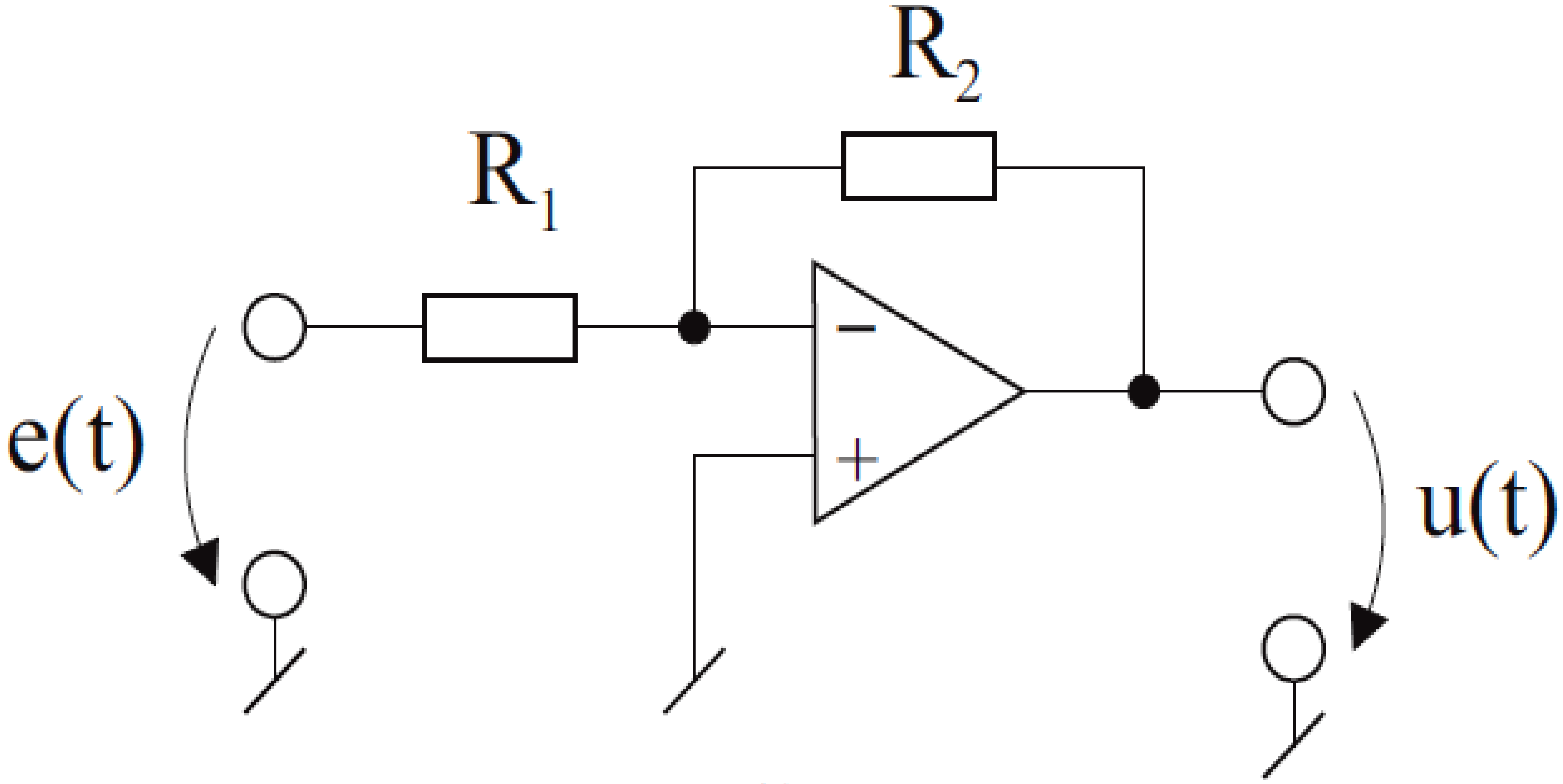
Avantages et inconvénients de l'action P

- Une limitation du régulateur P est son incapacité à annuler notamment l'erreur statique

Action proportionnelle :

précision améliorée / stabilité diminuée
temps de montée réduit et plus de dépassement
temps de réponse pas forcément diminué

Réalisation pratique d'un régulateur P

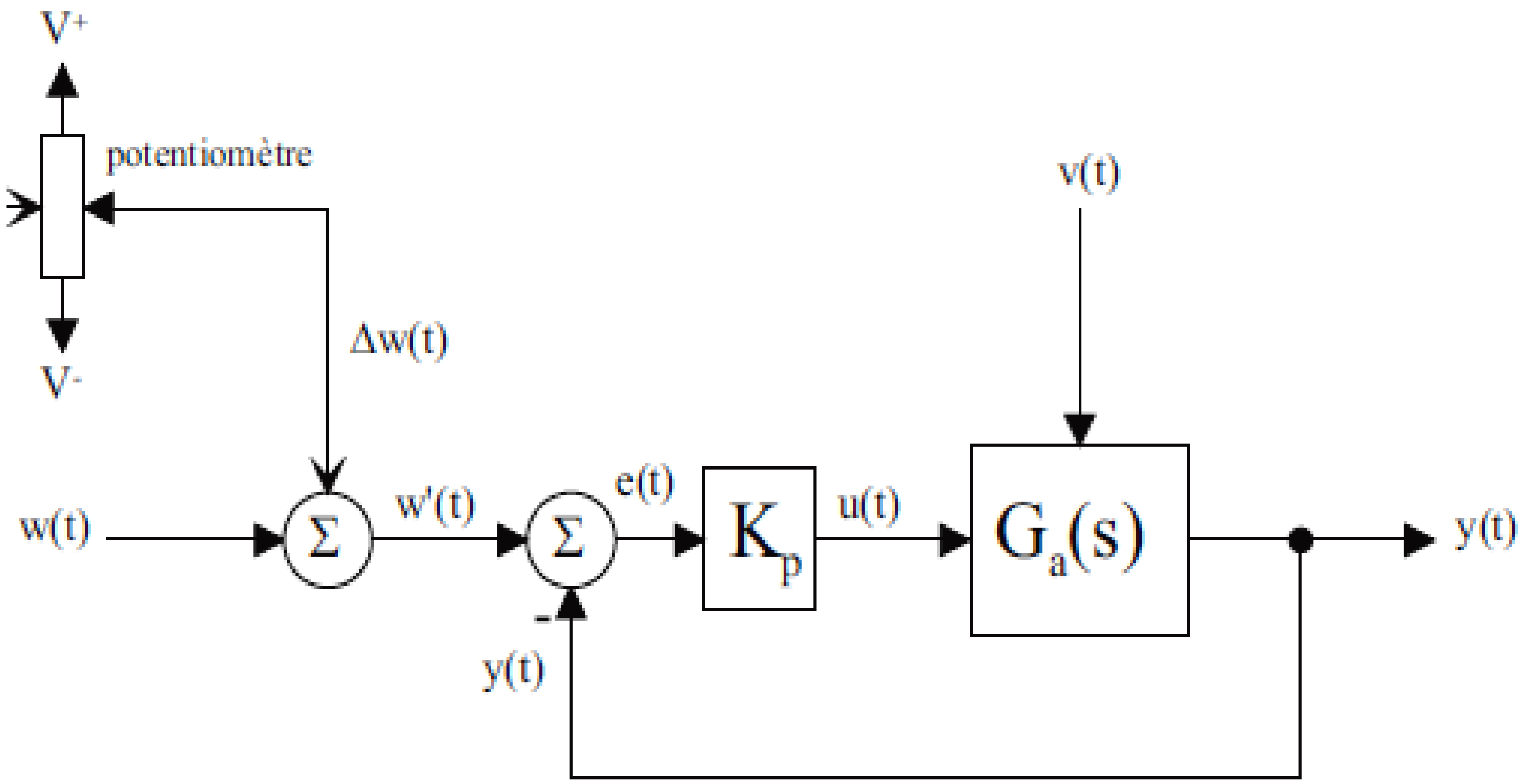


$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- Les exemples des asservissements de vitesse et de température ont montré qu'un système, même contre-réactionné par un régulateur P, pouvait présenter une erreur permanente en régime permanent constant.

- Cette erreur intervenant alors que les signaux d'entrée (consigne ou perturbation) sont constants, on la désigne par erreur statique.

- Pour remédier au problème du statisme, on pourrait dans un premier temps augmenter la consigne de la valeur de l'erreur statique constatée



Régulateur (PI)

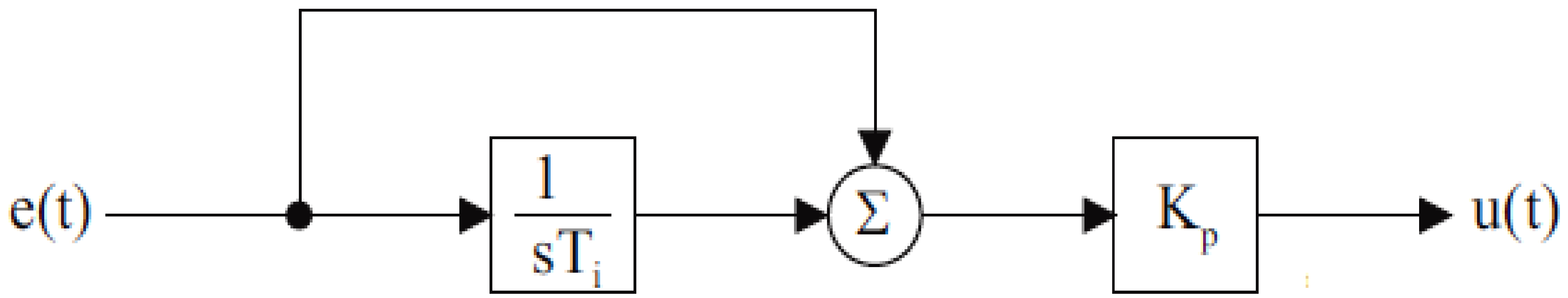
Loi de commande :

$$\boxed{u(t) = K_p \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_{-\infty}^{t} e(\tau) \cdot d\tau \right)}$$

Fonction de transfert :

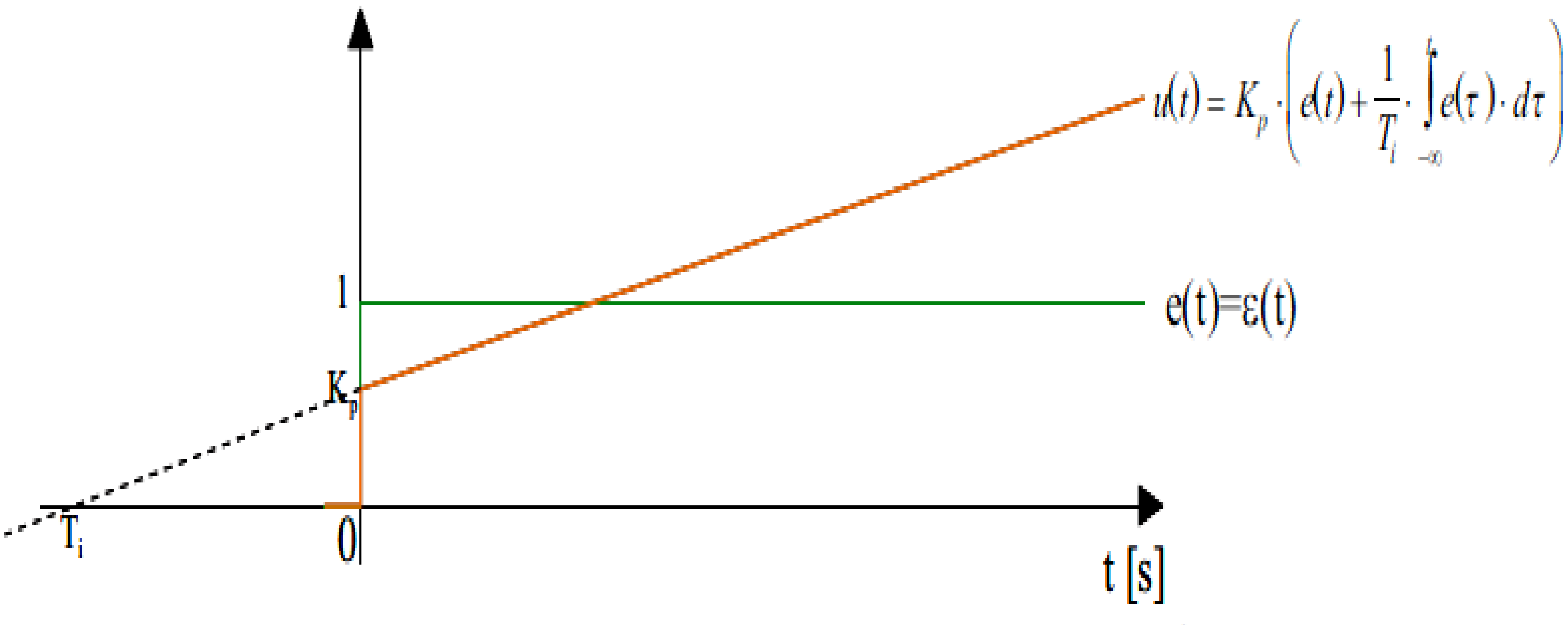
$$\boxed{G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \frac{1 + s \cdot T_i}{s \cdot T_i}}$$

Schéma fonctionnel :



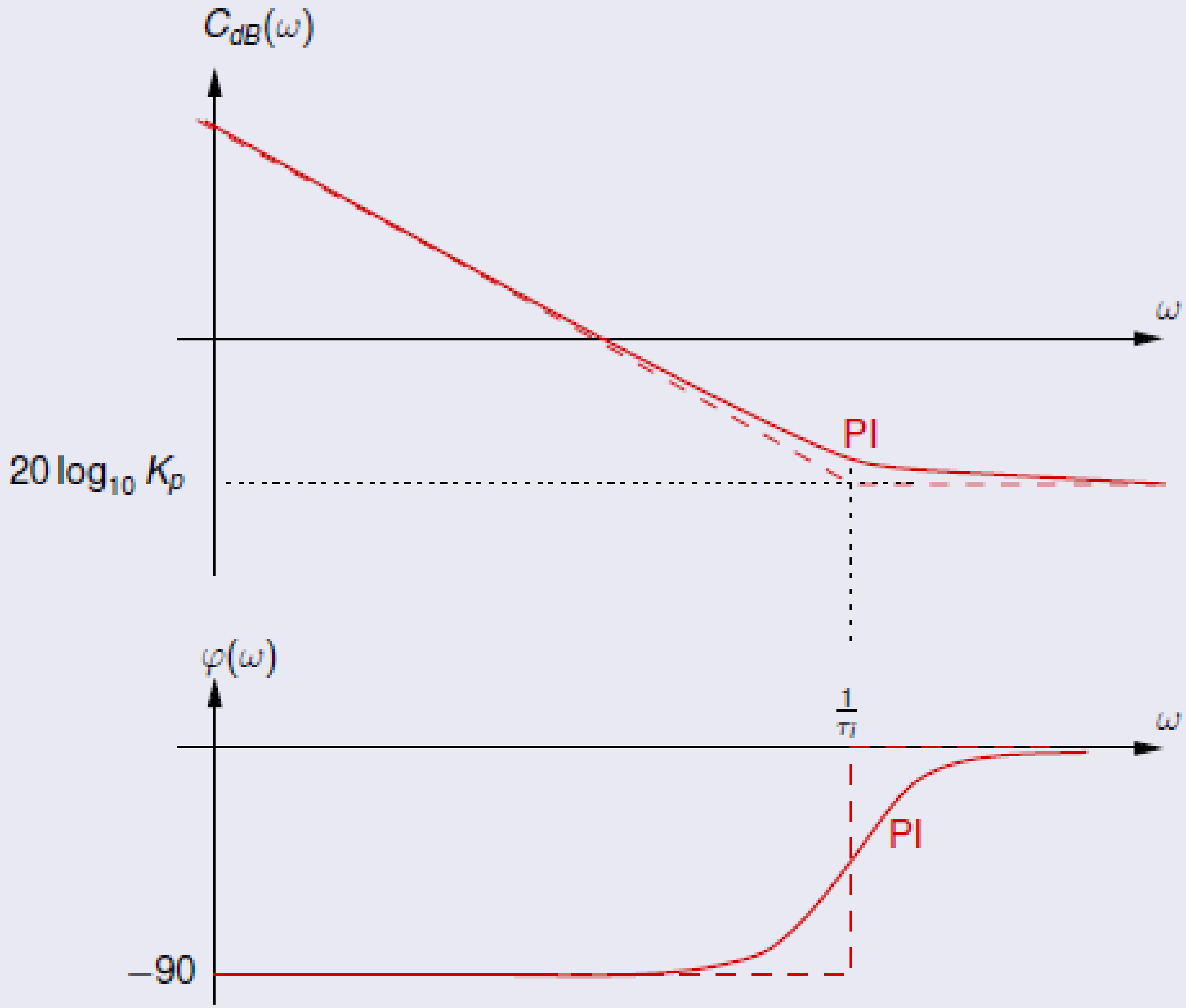
Réponse indicielle du régulateur (P.I)

Réponse indicielle :



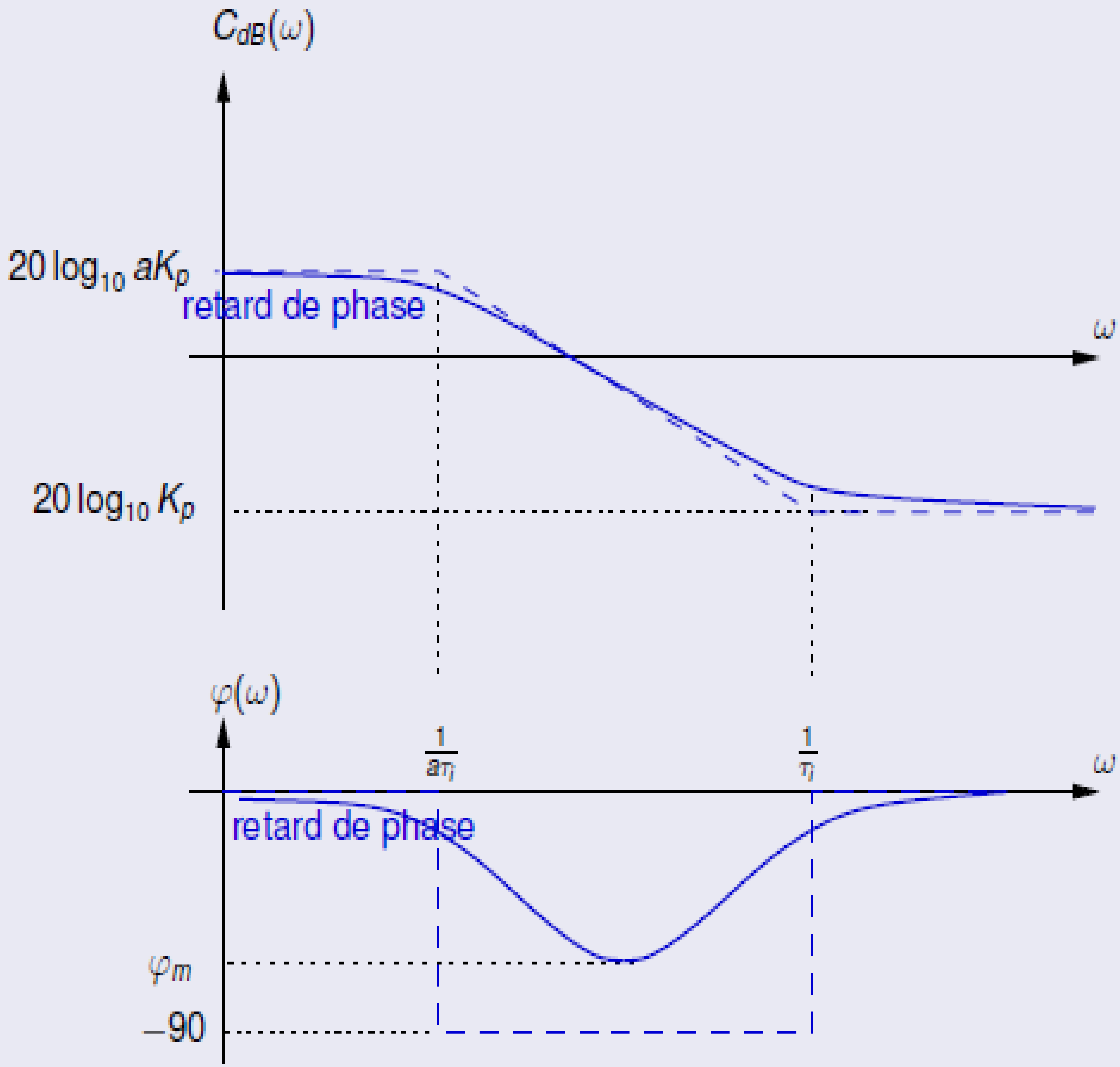
Correcteur PI

$C(s) = K_p \frac{1+\tau_i s}{\tau_i s}$

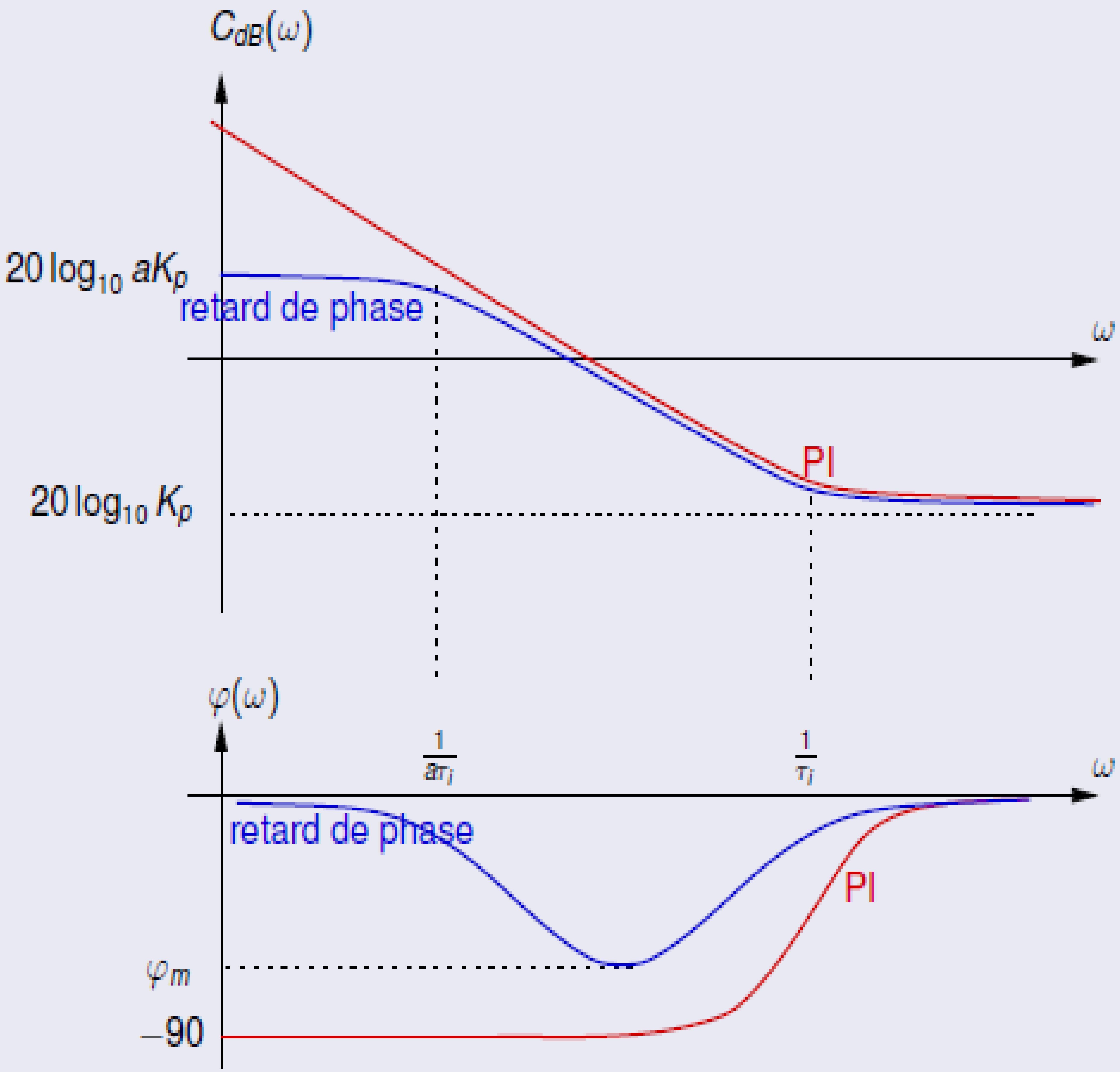


Correcteur à retard de phase

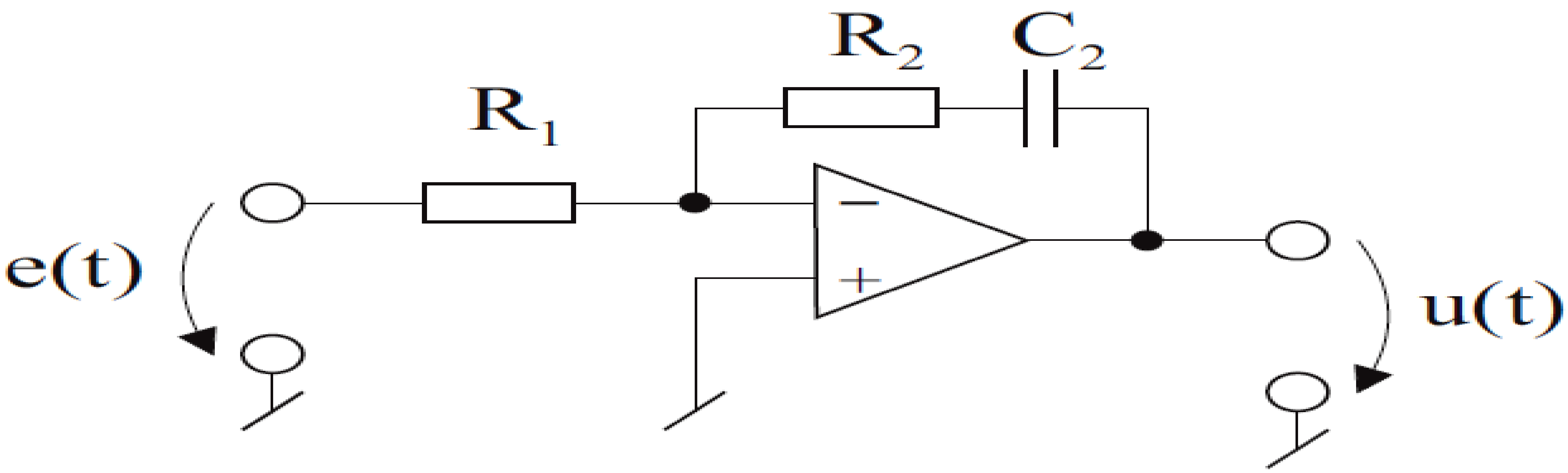
$C(s) = aK_p \frac{1+\tau_i s}{1+a\tau_i s}$, avec $a > 1$



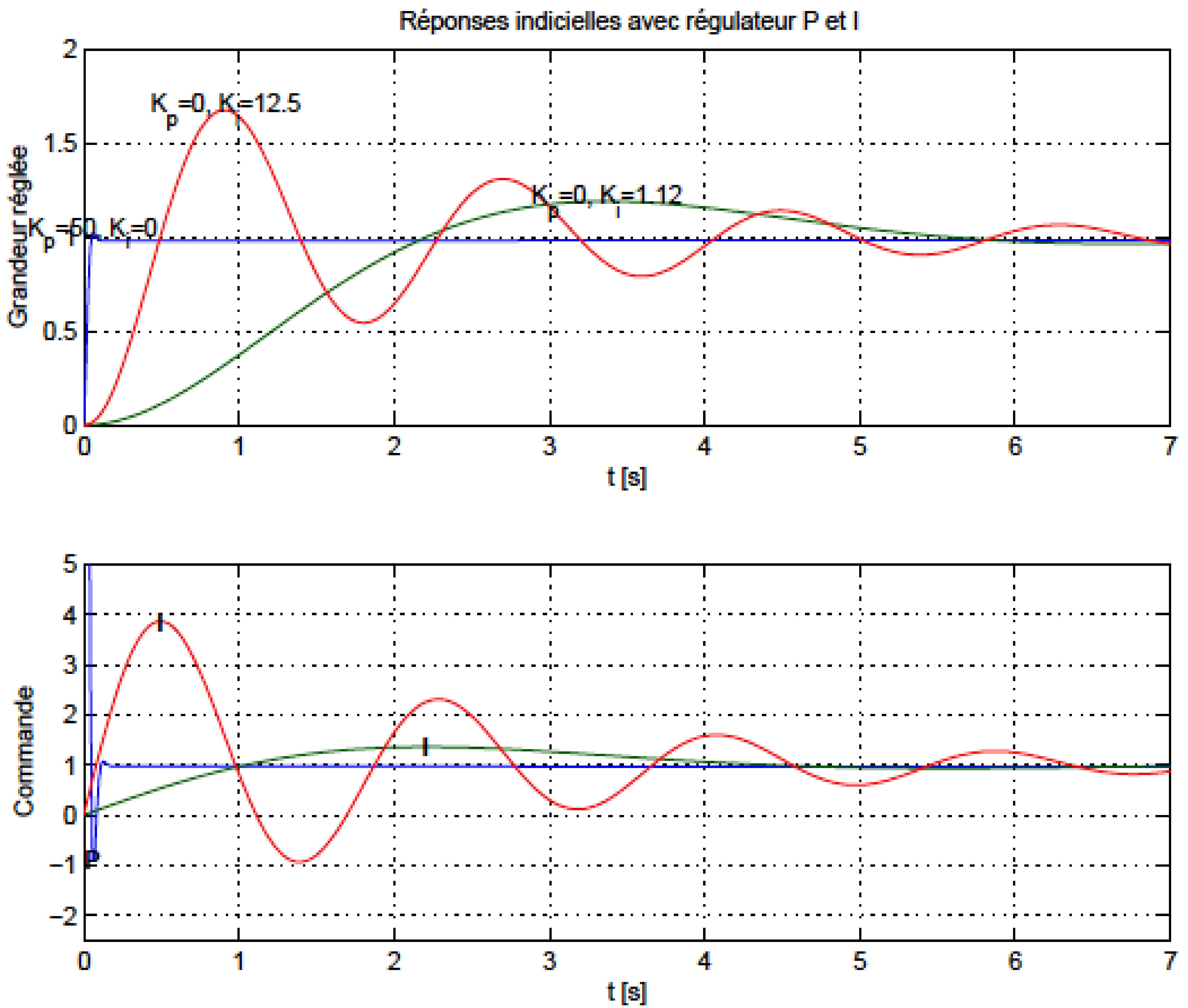
$C(s) = aK_p \frac{1+\tau_i s}{1+a\tau_i s}$, avec $a > 1 \rightarrow$ PI approché, si $a \gg 1$



Réalisation pratique



- A la mise sous tension de l'installation, il faut veiller à ce que la capacitéC_2 soit initialisée à une valeur correcte (en principe déchargée), sans quoi le
- système risque d'emblée de recevoir un saut de commande u(t).
- Un dispositif de décharge de C_2 est donc à prévoir.



Régulateur PI

- L’ajout d’un terme intégrale dans la chaîne directe augmente sa classe. Par conséquent, la précision est amélioré

- Le régulateur PI est le régulateur le plus utilisé en pratique où ses contributions à la précision mais aussi à la robustesse du système asservi sont particulièrement appréciées.

- L'action intégrale est lente et ralentit ainsi la propagation des signaux dans la boucle. Elle augmente ainsi le risque d'instabilité inhérent à tout système contre-réactionné.

- Il faut donc être sur ses gardes lorsque l'on s'apprête à mettre en œuvre un régulateur comprenant une action intégrale.

- L’ajout d’un terme intégrale dans la chaîne directe augmente sa classe. Par conséquent, la précision est amélioré

Avantages :

- intégration : convient donc bien lorsque l’on souhaite annuler l’erreur statique d’un système de classe 0
- correcteur le plus utilisé

Inconvénient :

Action intégrale : saturation éventuelle de la commande il faut l’associer à un dispositif d’anti-saturation, constitué le plus souvent d’un simple écréteur.

Régulateur PD

Loi de commande :

$$\boxed{u(t) = K_p \cdot \left(e(t) + T_d \cdot \frac{de}{dt}\right)}$$

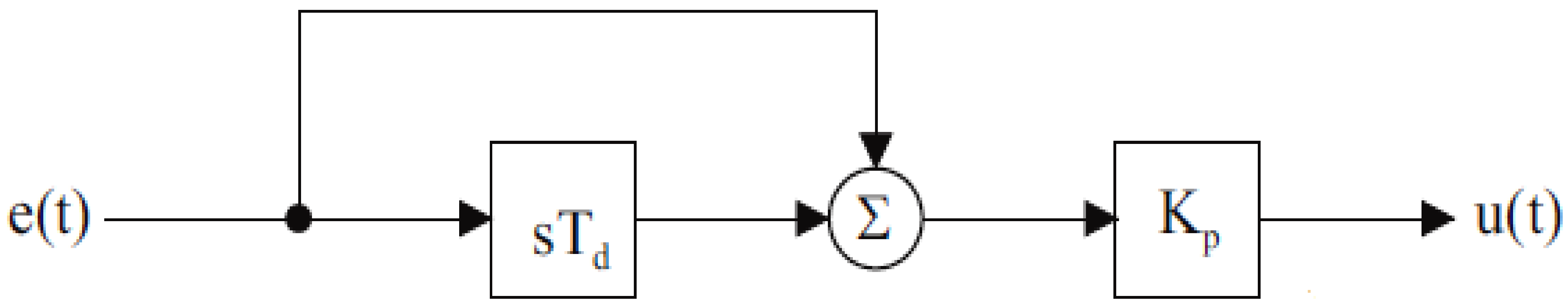
Fonction de transfert :

$$\boxed{G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + s \cdot T_d)}$$

Dans le cas d'un système de classe supérieur ou égale à 1, cette action permet d'augmenter la bande passante ou de rendre le système plus stable, à bande passante égale

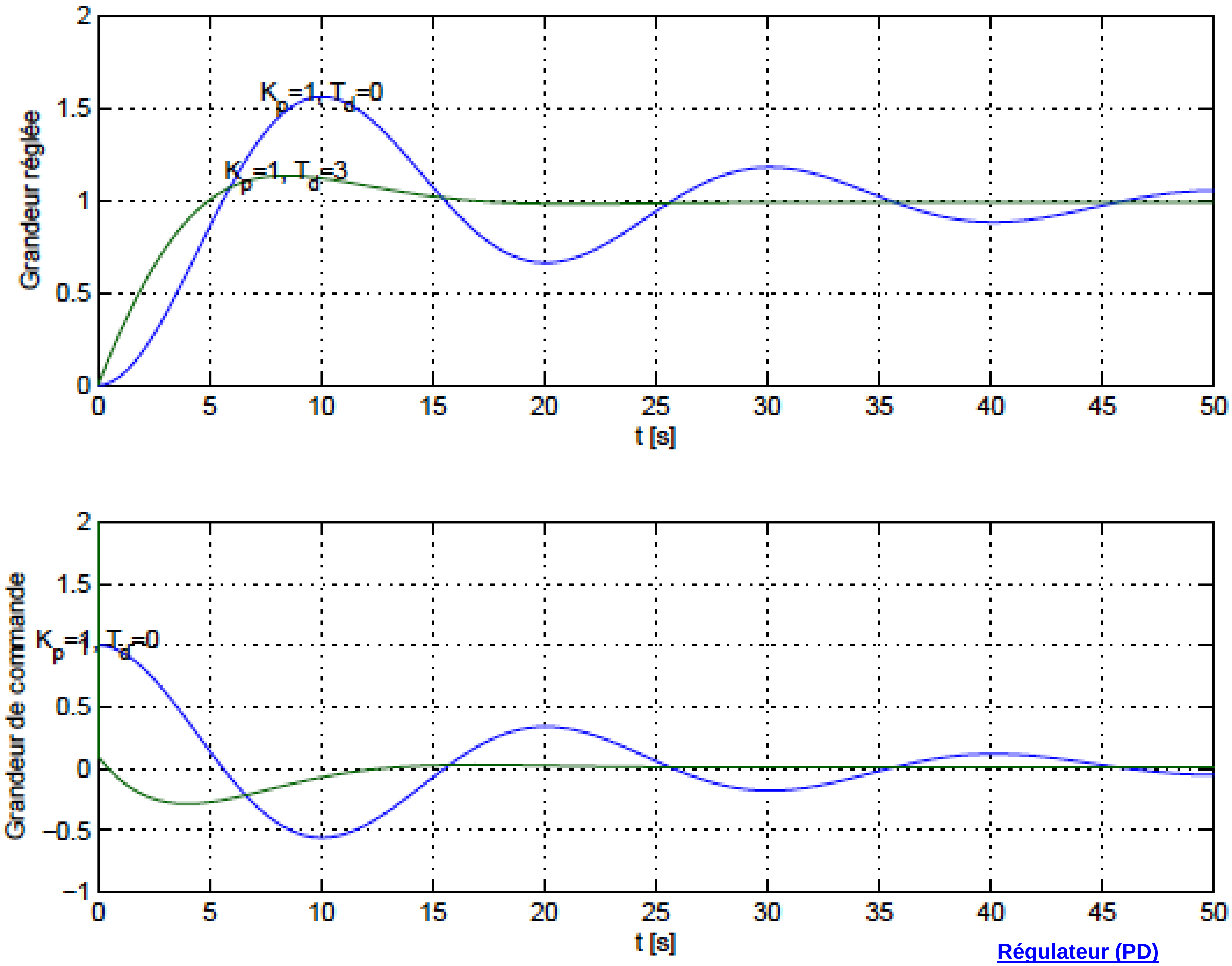
Régulateur PD idéal

Schéma fonctionnel :



Réponse indicielle :

- Un correcteur dérivé idéal n'est pas causale, donc pas physiquement réalisable. On lui substitue donc systématiquement un correcteur approché : on parle alors de filtrage du terme dérivé
- L'action D apporte une amélioration notable du comportement dynamique, accélérant la vitesse de réaction du régulateur aux moindres variations de l'erreur.
- Ainsi, un signal d'erreur, si faible que soit son amplitude, pourra générer une ré-action très énergique du régulateur si son taux de croissance de dt est élevé.



Régulateur (PD)

Correcteur à avance de phase et correcteur PD

$$C(s) = K_p \frac{1+\tau_d s}{1+a\tau_d s} \; (a < 1) \text{ et } C(s) = K_p \left(1 + \tau_d s\right)$$

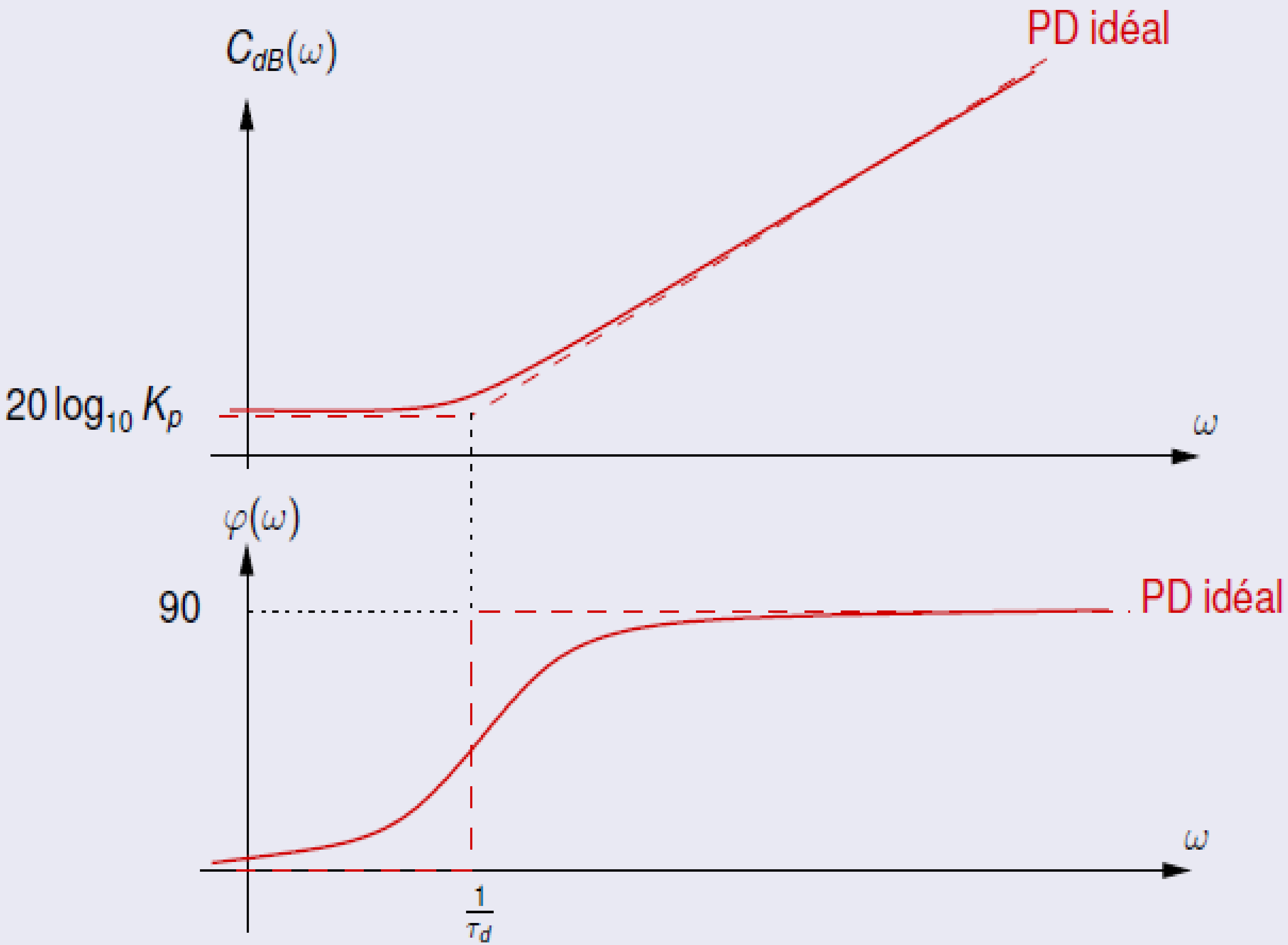
Avantages :

Augmentation de la phase dans une certaine bande de fréquence

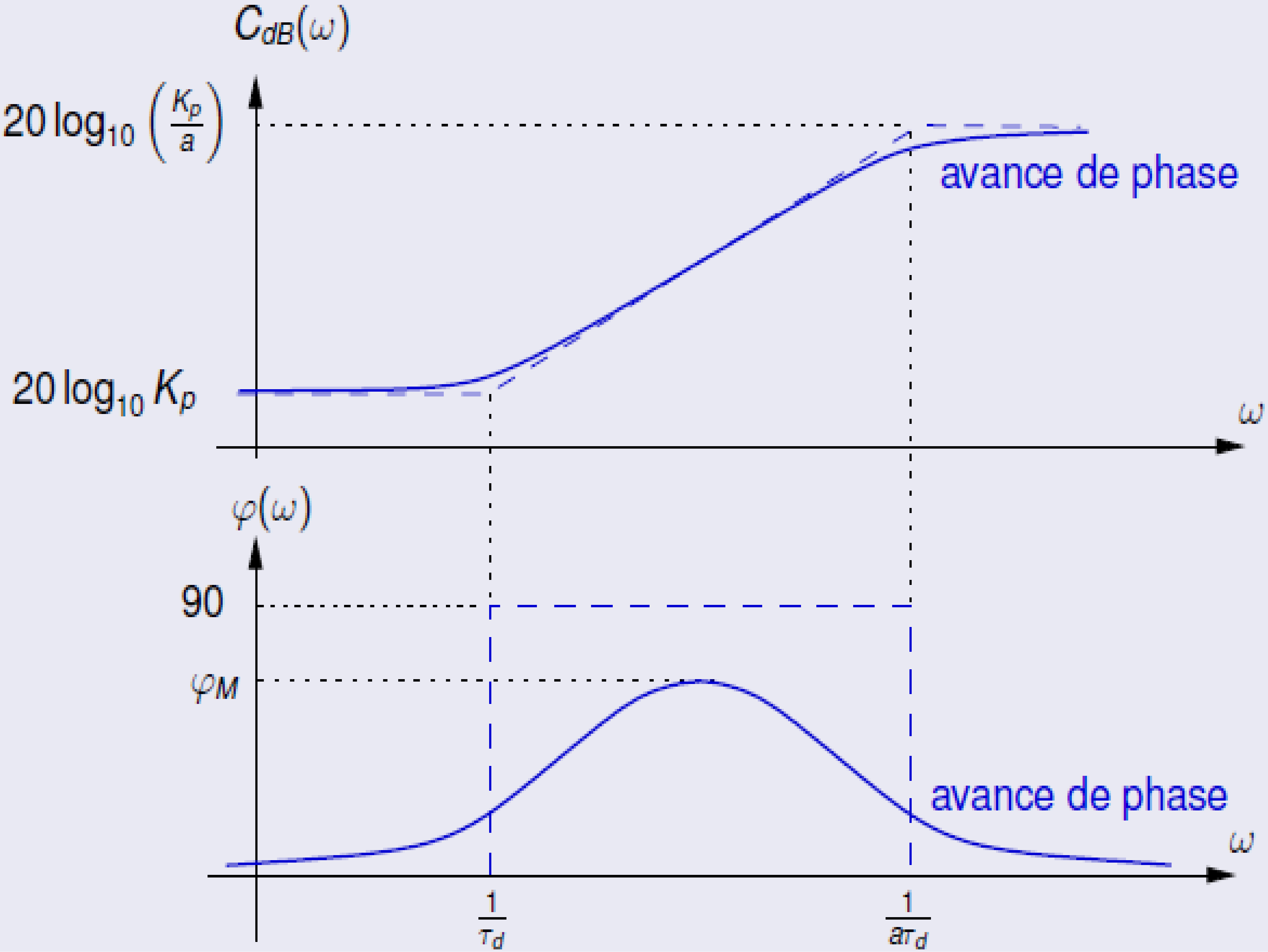
système corrigé plus stable : convient donc bien pour la correction des systèmes peu stables (systèmes de classe supérieure ou égale à un)

Correcteur PD

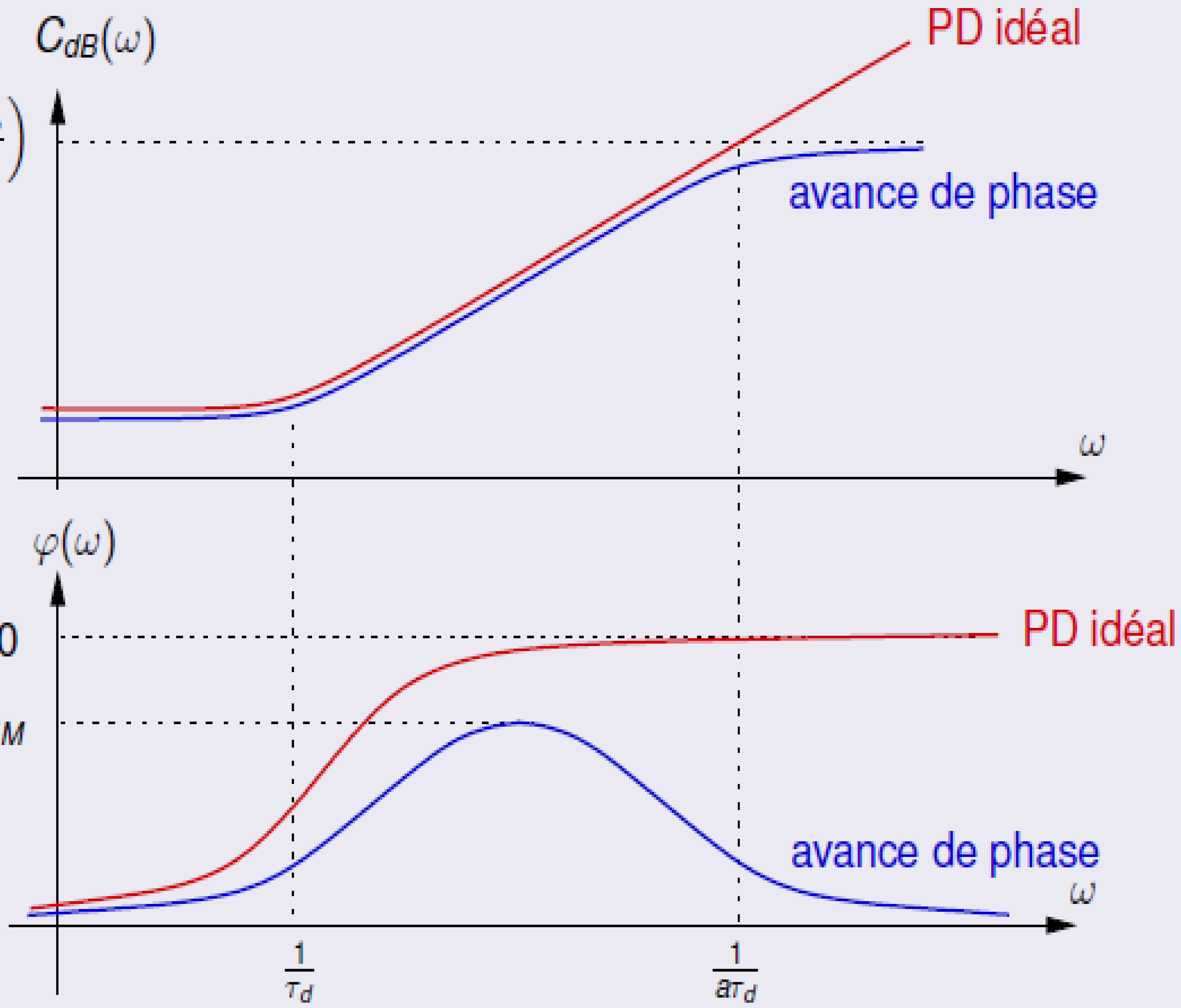
$$C(s) = K_p\,(1 + \tau_d s)$$



$C(s) = K_p \frac{1+\tau_d s}{1+a\tau_d s}$, avec $a < 1$



$C(s) = K_p \frac{1+\tau_d s}{1+a\tau_d s}$, avec $a < 1 \rightarrow$ PD approché, si $a \ll 1$



Correcteur à avance de phase : caractéristiques

Avance de phase maximale telle que :

$$\sin \varphi_M = \frac{1-a}{1+a} \text{ à } \omega_M = \frac{1}{\sqrt{a}\tau_d}.$$

Exemple : $a = 0,1 \rightarrow \varphi_M = 54,9\ deg$

Correcteur à avance de phase : réglage

Calcul de a :

$$a = \frac{1-\sin \varphi_M}{1+\sin \varphi_M}$$

Calcul de τ_d :

$$\tau_d = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_M}.$$

- L'action D anticipe donc l'évolution de la grandeur réglée y(t) et a tendance à accélérer la propagation des signaux dans la boucle, comme le conforme la réponse harmonique ci-dessus, laquelle montre que les signaux de haute fréquence subissent une avance de phase tendant asymptotiquement vers +90.
- On peut d'ores et déjà déduire de cette constatation que l'action D a un effet plutôt favorable sur la stabilité du système asservi : il est donc important de réaliser que l'action D est plutôt stabilisante et améliore la rapidité des systèmes.

Correcteur PID

Loi de commande :

$$\boxed{u(t) = K_p \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_{-\infty}^{t} e(\tau) \cdot d\tau + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right)}$$

Fonction de transfert :

$$\boxed{G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \frac{1 + s \cdot T_i + s^2 \cdot T_i \cdot T_d}{s \cdot T_i}}$$

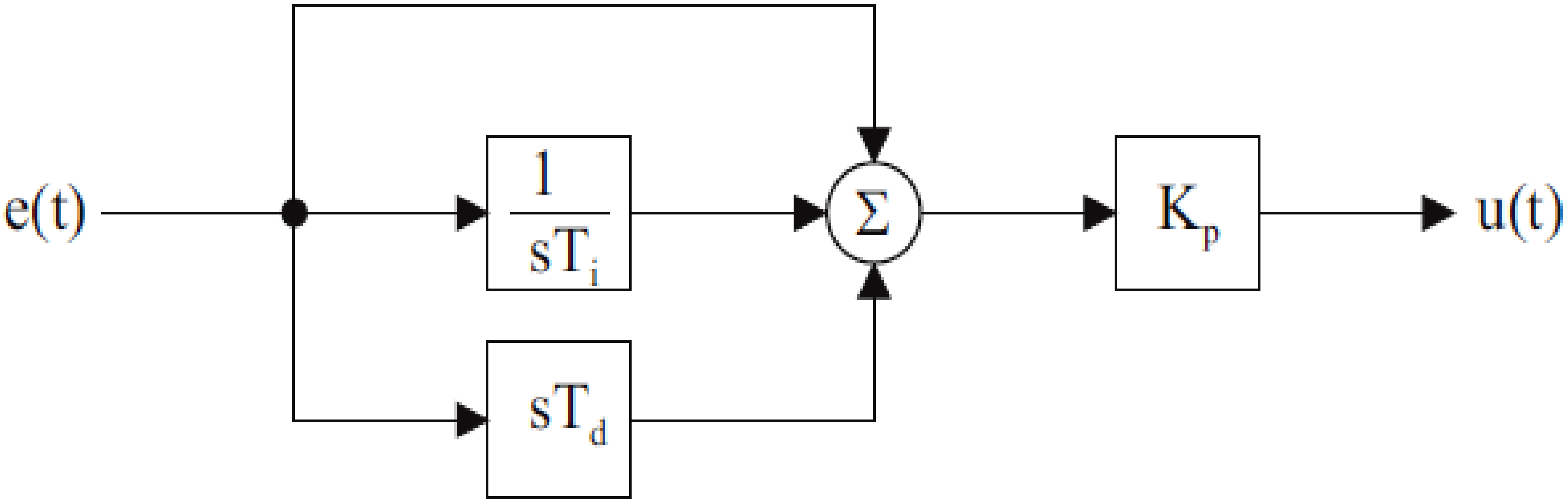
Correcteur à avance et retard de phase

$$C(s) = bK_p \frac{1+\tau_d s}{1+a\tau_d s}\frac{1+\tau_i s}{1+b\tau_i s},$$

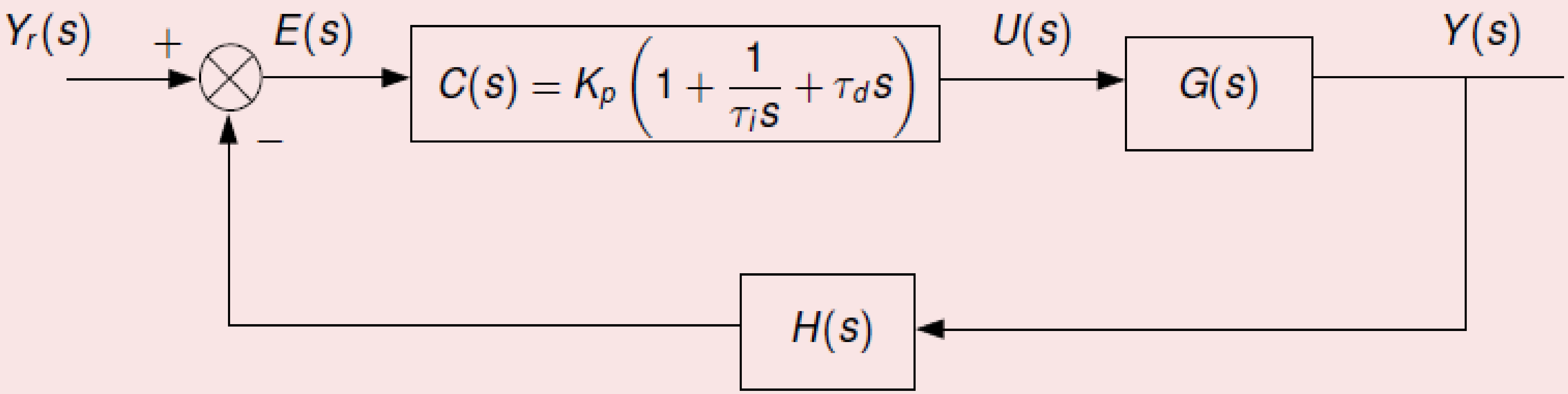
avec $a < 1$ et $b > 1$.

Ce correcteur est bien évidemment plus général que les correcteurs précédents. Il a vocation à corriger des systèmes plus délicats à régler. Il n'est cependant pas nécessaire d'utiliser ce type de correcteur si le cahier
des charges peut être rempli par un des correcteurs précédemment évoqués.

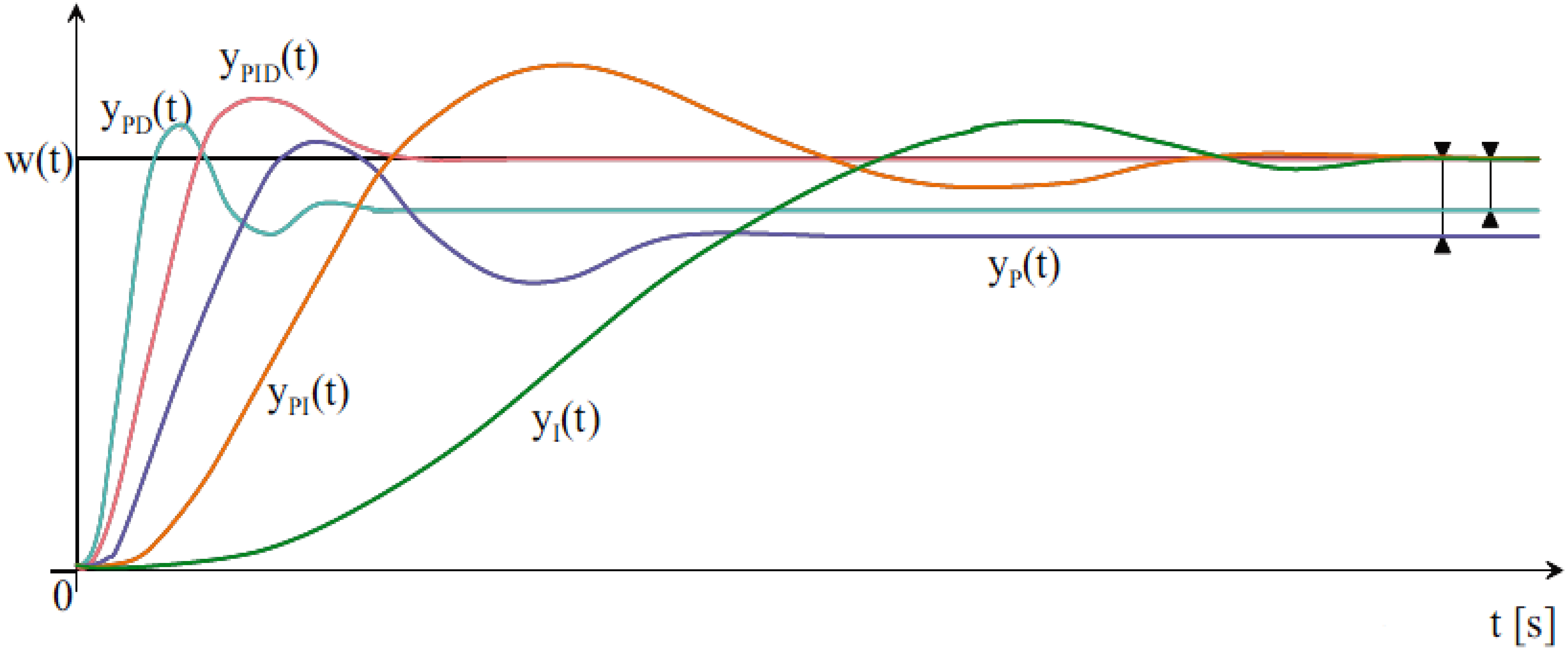
Schéma fonctionnel :



Forme idéale du PID



Comparaison PID, PD, PI, P



Correcteur PID

Action	Avantage	Désavantage
P	dynamique	ne permet pas d'annuler une erreur statique
I	annulation d'erreur statique, amélioration de la robustesse	action lente, ralentit le système (effet déstabilisant)
D	action très dynamique, améliore la rapidité (effet stabilisant)	sensibilité aux bruits, forte sollicitation de l'organe de commande

Analyse fréquentielle

- Introduction:
- Cette à pour but de fournir les outils nécessaires à l'évaluation des performances des systèmes asservis en se basant sur leur réponses fréquentielles .
- Cette partie présente donc un très grand intérêt en vue d'applications industrielles. De surcroît, les méthodes d'analyse et de synthèse fréquentielles, quelque peu délaissées durant les années 70, connaissent un très grand regain d'intérêt depuis 1980, où leur utilisation dans le domaine de la commande robuste s'est avérée très avantageuse.

- L'analyse fréquentielle des systèmes dynamiques consiste à étudier le comportement et les propriétés de ceux-ci en régime permanent sinusoïdal.
- Dans le cas des systèmes linéaires stables, l'analyse fréquentielle fournit la réponse harmonique, fonction dépendant de la fréquence et décrivant comment, en régime permanent, le système amplifie et déphase les signaux sinusoïdaux appliqués à son entrée.
- Le régime permanent sinusoïdal est obtenu lorsque les transitoires ont été amorties

- Cette méthode est envisagée lorsque le cahier des charges contient des spécifications relatives à des considérations fréquentielles : bande passante, coefficient de qualité, marge de stabilité (marge de gain ou marge de phase)…, avec éventuellement des spécifications sur la précision et les caractéristiques de la réponse transitoire.
- La stratégie consiste à ajuster K de façon à ce que $G(j\omega)$ ait une marge de phase φ_M et une marge de gain Am conformes aux valeurs recommandées

- L'insertion du régulateur dans la chaîne de commande permet de modeler le lieu de transfert en boucle ouverte $T(p) = R(p)G(p)$ conférant au système en boucle fermée un fonctionnement tel qu'il précisé dans le cahier des charges.
- On rappelle brièvement les performances attendues dans le domaine fréquentiel :
- Un gain très grand voire infini en basses fréquences de $T(p)$, ce qui assure une bonne précision en régime permanent;
- Le lieu de transfert en boucle ouverte doit passer le plus loin possible du point critique, ce qui assure des bonnes marges de stabilité ;

- La bande passante doit être la plus large possible de manière à obtenir une bonne rapidité.
- Il n'existe pas en toute rigueur une démarche systématique à suivre pour calculer les paramètres du régulateur et souvent la synthèse est guidée par le bon sens du concepteur.
- On peut utiliser indifféremment l'une des représentations graphiques pour représenter les lieux de transfert : Bode, Black ou Nyquist. En pratique, les deux premières représentations sont plus commodes d'utilisation que la représentation dans le plan de Nyquist

Correction PI

- L'inconvénient du régulateur PI peut se déduire directement de sa réponse fréquentielle, laquelle montre qu'à basse fréquence, tous les signaux sont déphasés de 90

- Réglage d'un correcteur PI en utilisant diagramme de Bode

$$C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{\tau_i s}\right) = \frac{K_p(1 + \tau_i s)}{\tau_i s}.$$

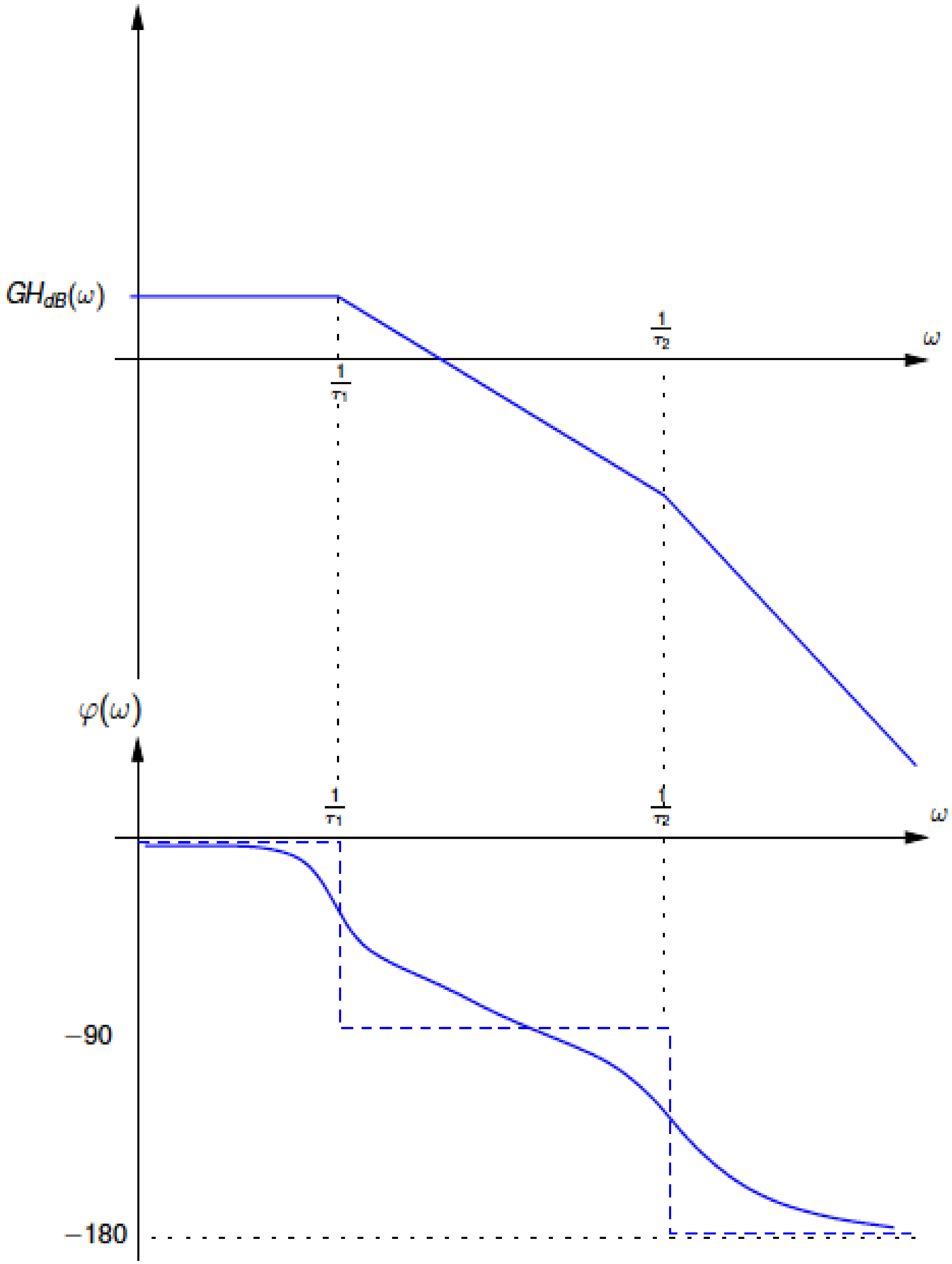
Hypothèse

Système de classe zéro avec deux pôles réels, associés aux constantes de temps τ_1 et τ_2 $\tau_1 >> \tau_2$.

C'est le type de système pour lequel la correction PI est adaptée

Algorithme

- Tracer le diagramme de Bode de Go(jω)
- On choisit de compenser le pôle dominant par le zéro du correcteur PI, soit $\tau_i = \tau_1$
- Une fois le pôle dominant compensé, il est alors intéressent de spécifier les contraintes du cahier de charge en terme de marges de phase désirée M_φ
- On repère la pulsation ω_c à laquelle le système à pour phase -180+ M_φ
- Relever le gain de boucle |Go(jω)| en cette pulsation
- Il suffit d'ajuster le gain K_p pour que le gain en dB de la boucle ouverte soit nul à la pulsation ω_c



$GH_{dB}(\omega)$
$\frac{1}{\tau_1}$
$\frac{1}{\tau_2}$
ω
$\varphi(\omega)$
$\frac{1}{\tau_1}$
$\frac{1}{\tau_2}$
ω
-90
-180