BAHAN KULIAH
RISET OPERASIONAL

Disusun oleh:

Abdullah Basuki Rahmat, S.Si,M.T

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA

FAKULTAS TEKNIK

UNIVERISTAS TRUNOJOYO MADURA

2009

SILABUS
Matakuliah :Riset Operasional (Operation Research)

Materi :

1	**PENDAHULUAN** Perkembangan Riset Operasi Arti Riset Operasi
2	**PROGRAM LINEAR** : Metode GRAFIK
3	**PROGRAM LINEAR** : Metode Simplek
4	**DUALITAS DAN ANALISA SENSITIVITAS**
5	**PERSOALAN PENUGASAN (ASSIGNMENT)**
6	**PERSOALAN TRANSPORTASI**
7	**ANALISA NETWORK**
8	**TEORI ANTRIAN**
9	**Demo Program menggunakan POM / LINDO / QM**

Buku :

1. Bambang Yuwono, **Bahan Kuliah Riset Operasi**, 2007
2. Pangestu dkk, **Dasar-Dasar Riset Operasi**, BPFE, 1983, Yogyakarta
3. Hamdy Taha, **Operation Research An Introduction**, Edisi 4, Macmillan, New York
4. Aminudin, **Prinsip-Prinsip Riset Operasi**, Erlangga, 2005

PENILAIAN :

1	UTS	
2	UAS	
3	KUIS	
4	TUGAS	

CONTOH PERMASALAHAN RISET OPERASI

SOAL 1 (MAKSIMASI)

BAYU FURNITURE memproduksi 2 jenis produk yaitu meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan finishing. Proses perakitan memiliki 60 jam kerja sedang proses finishing memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan 4 jam perakitan dan 2 jam finishing, sedangkan satu kursi membutuhkan 2 jam perakitan dan 4 jam finishing. Laba untuk tiap meja $8 dan tiap kursi $6. Sekarang kita harus menentukan kombinasi terbaik dari jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi, agar menghasilkan laba maksimal.

SOAL 2 (MAKSIMASI)

Perusahaan tas **"HANIF"** membuat 2 macam tas yaitu tas merk **DORA** dan merk **SPONGEBOB**. Untuk membuat tas tersebut perusahaan memiliki 3 mesin. Mesin 1 khusus untuk memberi logo DORA, mesin 2 khusus untuk memberi logo SPONGEBOB dan mesin 3 untuk menjahit tas dan membuat ritsleting. Setiap lusin tas merk DORA mula-mula dikerjakan di mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam. Sedang untuk tas merk SPONGEBOB tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3 jam kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk mesin 1=8 jam, mesin 2=15 jam, dan mesin 3=30 jam. Sumbangan terhadap laba untuk setiap lusin tas merk DORA $3, sedang merk SPONGEBOB $5. Masalahnya adalah menentukan berapa lusin sebaiknya tas merk DORA dan merk SPONGEBOB yang dibuat agar bisa memaksimumkan laba.

SOAL 3 (MINIMASI)

Sebuah toko **"TO MING SE"** menyediakan dua merk pupuk, yaitu Standard dan Super. Setiap jenis mengandung campuran bahan nitrogen dan fosfat dalam jumlah tertentu.

Jenis	Kandungan Bahan Kimia	
	Nitrogen (kg/sak)	Fosfat Kg/sak)
Standard	2	4
Super	4	3

Seorang petani membutuhkan paling sedikit 16 kg nitrogen dan 24 kg fosfat untuk lahan pertaniannya. Harga pupuk Standar dan Super masing-masing $3 dan $6. Petani tersebut ingin mengetahui berapa sak masing-masing jenis pupuk harus dibeli agar total harga pupuk mencapai minimum dan kebutuhan pupuk untuk lahannya terpenuhi.

SOAL 6 (MAKSIMASI)

HMJ Teknik Informatika UPN akan memproduksi dua jenis jaket, yaitu jaket Standard dan jaket super. setiap jenis jaket menggunakan sumber daya sebagai berikut :

sumber daya	jenis jaket		Kapasitas
	Standard	Super	
Bahan baku	4	6	1200
jumlah jam	4	2	800

Diperkirakan permintaan Produk standard maksimum 250 unit per bulan, sedang produk super 300 unit per bulan.

Sumbangan keuntungan untuk produk standard sebesar Rp 400 per unit sedangkan produk Super Rp 300 per unit.

Berapa kapasitas produksi optimum untuk kedua jenis produk tersebut supaya diperoleh keuntungan maksimum ?

BAB I. PENDAHULUAN

1. Pengertian Riset Operasi

Riset Operasi adalah metode untuk memformulasikan dan merumuskan permasalahan sehari-hari baik mengenai bisnis, ekonomi, sosial maupun bidang lainnya ke dalam pemodelan matematis untuk mendapatkan solusi yang optimal.

2. Pemodelan Matematis

Bagian terpenting dari Riset Operasi adalah bagaimana menerjemahkan permasalahan sehari-hari ke dalam model matematis. Faktor-faktor yang mempengaruhi pemodelan harus disederhanakan dan apabila ada data yang kurang, kekurangan tersebut dapat diasumsikan atau diisi dengan pendekatan yang bersifat rasional. Dalam Riset Operasi diperlukan ketajaman berpikir dan logika. Untuk mendapatkan solusi yang optimal dan memudahkan kita mendapatkan hasil, kita dapat menggunakan komputer. Software yang dapat digunakan antara lain: LINDO (Linear, Interactive and Discrete Optimizer) dan POM For Windows.

BAB II. PROGRAM LINEAR

Program linear adalah salah satu model matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi, yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada sejumlah variabel input.

Hal terpenting yang perlu kita lakukan adalah mencari tahu tujuan penyelesaian masalah dan apa penyebab masalah tersebut.

Dua macam fungsi Program Linear:

♦ Fungsi tujuan : mengarahkan analisa untuk mendeteksi tujuan perumusan masalah

♦ Fungsi kendala : untuk mengetahui sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut.

1. Masalah Maksimisasi

Maksimisasi dapat berupa memaksimalkan keuntungan atau hasil.

Contoh:

PT LAQUNATEKSTIL memiliki sebuah pabrik yang akan memproduksi 2 jenis produk, yaitu kain sutera dan kain wol. Untuk memproduksi kedua produk diperlukan bahan baku benang sutera, bahan baku benang wol dan tenaga kerja. Maksimum penyediaan benang sutera adalah 60 kg per hari, benang wol 30 kg per hari dan tenaga kerja 40 jam per hari. Kebutuhan setiap unit produk akan bahan baku dan jam tenaga kerja dapat dilihat dalam tabel berikut:

Jenis bahan baku dan tenaga kerja	Kg bahan baku & Jam tenaga kerja		Maksimum penyediaan
	Kain sutera	Kain wol	
Benang sutera	2	3	60 kg
Benang wol	-	2	30 kg
Tenaga kerja	2	1	40 jam

Kedua jenis produk memberikan keuntungan sebesar Rp 40 juta untuk kain sutera dan Rp 30 juta untuk kain wol. Masalahnya adalah bagaimana menentukan jumlah unit setiap jenis produk yang akan diproduksi setiap hari agar keuntungan yang diperoleh bisa maksimal.

Langkah-langkah:

1) Tentukan variabel

   X_1=kain sutera

   X_2=kain wol

2) Fungsi tujuan

   $Z_{max} = 40X_1 + 30X_2$

3) Fungsi kendala / batasan

   1. $2X_1 + 3X_2 \leq 60$ (benang sutera)
   2. $2X_2 \leq 30$ (benang wol)
   3. $2X_1 + X_2 \leq 40$ (tenaga kerja)

4) Membuat grafik

   1. $2X_1 + 3X_2 = 60$

      X_1=**0**, $X_2 = 60/3 =$ **20**

      X_2=**0**, $X_1 = 60/2 =$ **30**

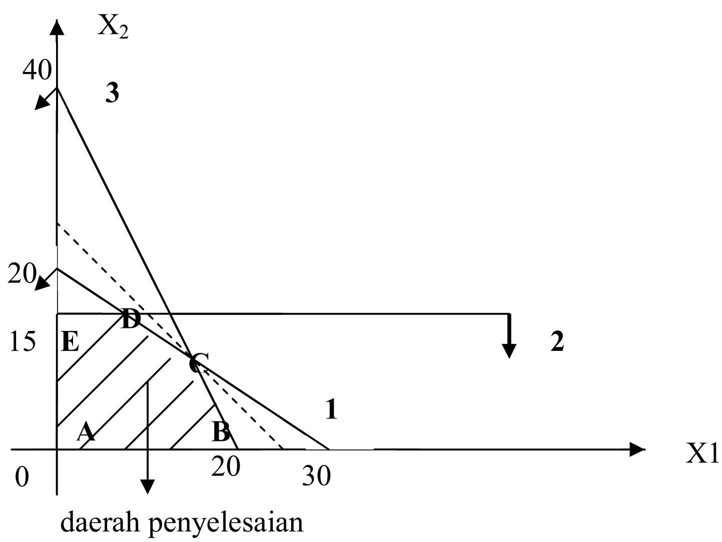
   2. $2X_2 \leq 30$

      X_2=**15**

   3. $2X1 + X2 \leq 40$

      X_1=**0**, $X_2 =$ **40**

      X_2=**0**, $X_1 = 40/2 =$ **20**



Cara mendapatkan solusi optimal:

1. Dengan mencari nilai Z setiap titik ekstrim.

Titik A

$X_1=0, X_2=0$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$Z = 40 . 0 + 30 . 0 = \mathbf{0}$

Titik B

$X_1=20, X_2=0$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$Z = 40 . 20 + 30 . 0 = \mathbf{800}$

Titik C

Mencari titik potong (**1**) dan (**3**)

$2X_1 + 3X_2 = 60$

$2X_1 + X_2 = 40$

$2X_2=20 \Leftrightarrow X_2=10$

Masukkan X_2 ke kendala (1)

$2X_1 + 3X_2 = 60$

$2X_1 + 3 . 10 = 60$

$2X_1 + 30 = 60$

$2X_1 = 30 \Leftrightarrow X_1 = 15$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$40X_1 + 30X_2 = 40 . 15 + 30 . 10 = 600 + 300 =$ **900 (optimal)**

Titik D

$2X_2 = 30$

$X_2 = 15$

masukkan X_2 ke kendala (1)

$2X_1 + 3 . 15 = 60$

$2X_1 + 45 = 60$

$2X_1 = 15 \Leftrightarrow X_1 = 7,5$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$Z = 40 . 7{,}5 + 30 . 15 = 300 + 450 = \mathbf{750}$

Titik E

$X_2 = 15$

$X_1 = 0$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$Z = 40 . 0 + 30 .15 = \mathbf{450}$

Kesimpulan :

untuk memperoleh keuntungan optimal, maka $X_1 = 15$ dan $X_2 = 10$ dengan keuntungan sebesar Rp 900 juta.

2. Dengan cara menggeser garis fungsi tujuan.

Solusi optimal akan tercapai pada saat garis fungsi tujuan menyinggung daerah feasible (daerah yang diliputi oleh semua kendala) yang **terjauh** dari titik origin. Pada gambar, solusi optimal tercapai pada titik **C** yaitu persilangan garis kendala (1) dan (3).

Titik C

Mencari titik potong (**1**) dan (**3**)

$$\begin{array}{r} 2X_1 + 3X_2 = 60 \\ 2X_1 + X_2 \;\; = 40 \\ \hline 2X_2 = 20 \\ X_2 = 10 \end{array} \; -$$

Masukkan X_2 ke kendala (1)

$2X_1 + 3X_2 = 60$

$2X_1 + 3 . 10 = 60$

$2X_1 + 30 = 60$

$2X_1 = 30 \Leftrightarrow X_1 = 15$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

$40X_1 + 30X_2 = 40 . 15 + 30 . 10 = 600 + 300 = \mathbf{900}$

2 . Masalah Minimisasi

Minimisasi dapat berupa meminimumkan biaya produksi. Solusi optimal tercapai pada saat garis fungsi tujuan menyinggung daerah fasible yang **terdekat** dengan titik origin.

Contoh :

Perusahaan makanan ROYAL merencanakan untuk membuat dua jenis makanan yaitu Royal Bee dan Royal Jelly. Kedua jenis makanan tersebut mengandung vitamin dan protein. Royal Bee paling sedikit diproduksi 2 unit dan Royal Jelly paling sedikit diproduksi 1 unit. Tabel berikut menunjukkan jumlah vitamin dan protein dalam setiap jenis makanan:

Jenis makanan	Vitamin (unit)	Protein (unit)	Biaya per unit (ribu rupiah)
Royal Bee	2	2	100
Royal Jelly	1	3	80
minimum kebutuhan	8	12	

Bagaimana menentukan kombinasi kedua jenis makanan agar meminimumkan biaya produksi.

Langkah – langkah:

1. Tentukan variabel

   X_1 = Royal Bee

   X_2 = Royal Jelly

2. Fungsi tujuan

   $Zmin = 100X_1 + 80X_2$

3. Fungsi kendala

   1) $2X_1 + X_2 \geq 8$ (vitamin)
   2) $2X_1 + 3X_2 \geq 12$ (protein)
   3) $X_1 \geq 2$
   4) $X_2 \geq 1$

4. Membuat grafik

   1) $2X_1 + X_2 = 8$

$X_1 = \mathbf{0}$, $X_2 = \mathbf{8}$

$X_2 = \mathbf{0}$, $X_1 = \mathbf{4}$

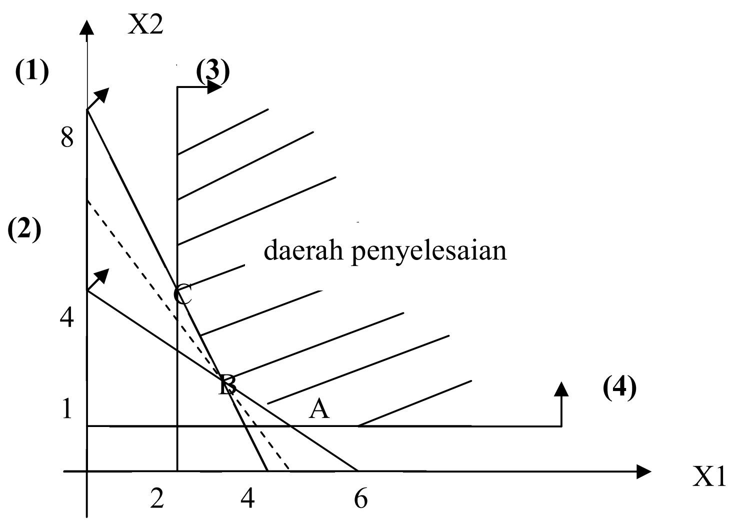
2) 2X1 + 3X2 = 12

$X_1 = \mathbf{0}$, $X_2 = \mathbf{4}$

$X_2 = \mathbf{0}$, $X_1 = \mathbf{6}$

3) $X_1 = \mathbf{2}$

4) $X_2 = \mathbf{1}$



Solusi optimal tercapai pada titik **B** (terdekat dengan titik origin), yaitu persilangan garis kendala (1) dan (2).

$2X_1 + \ \ X_2 = \ \ 8$

$2X_1 + 3X_2 = 12$

$-2X_2 = -4 \Leftrightarrow X_2 = 2$

masukkan X_2 ke kendala (1)

$2X_1 + X_2 = 8$

$2X_1 + 2 = 8$

$2\ X_1 = 6 \Leftrightarrow X_1 = 3$

masukkan nilai X_1 dan X_2 ke Z

Z min = $100X_1 + 80X_2 = 100\ .\ 3 + 80\ .\ 2 = 300 + 160 =$ **460**

Kesimpulan :

Untuk meminimumkan biaya produksi, maka $X_1 = 3$ dan $X_2 = 2$ dengan biaya produksi 460 ribu rupiah.

SOAL LATIHAN

1. Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$

   Kendala : 1) $2X_1 \leq 8$

   2) $3X_2 \leq 15$

   3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

   $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$

2. Minimumkan $Z = 5\ X_1 + 2X_2$

   Kendala: 1) $6X_1 + X_2 \geq 6$

   2) $4X_1 + 3X_2 \geq 2$

   3) $X_1 + 2X_2 \geq 4$, $X_1 \geq 0$

3. PT BAKERY memproduksi tiga jenis roti kering, yaitu pia, bolukismis dan coklatkeju dengan keuntungan tiap jenis produk masing-masing Rp 150, Rp 400 dan Rp 600. Setiap minggu ditetapkan minimum produksi roti pia 25 unit, bolukismis 130 unit dan coklatkeju 55 unit. Ketiga jenis roti memerlukan pemrosesan tiga kali yaitu penyiapan bahan, peracikan dan pengovenan seperti terlihat pada tabel berikut:

Pemrosesan	Jenis roti			Penyediaan max (jam)
	pia	bolukismis	coklatkeju	
penyiapan bahan	4	2	6	130
peracikan	3	4	9	170
pengovenan	1	2	4	52

   Bagaimana formulasi program linear masalah PT Bakery tersebut dan hitung solusi optimalnya!

BAB III. METODE SIMPLEX

Metode grafik tidak dapat menyelesaikan persoalan linear program yang memilki variabel keputusan yang cukup besar atau lebih dari dua, maka untuk menyelesaikannya digunakan Metode Simplex.

Beberapa ketentuan yang perlu diperhatikan, antara lain:

1. Nilai kanan (NK / RHS) fungsi tujuan harus nol (0).
2. Nilai kanan (RHS) fungsi kendala harus positif. Apabila negatif, nilai tersebut harus dikalikan –1.
3. Fungsi kendala dengan tanda "≤" harus diubah ke bentuk "=" dengan menambahkan variabel *slack/surplus*. Variabel *slack/surplus* disebut juga variabel dasar.
4. Fungsi kendala dengan tanda "≥" diubah ke bentuk "≤" dengan cara mengalikan dengan –1, lalu diubah ke bentuk persamaan dengan ditambahkan variabel *slack*. Kemudian karena RHS-nya negatif, dikalikan lagi dengan –1 dan ditambah *artificial var*iabel (M).
5. Fungsi kendala dengan tanda "=" harus ditambah *artificial variabel* (M).

Pembuatan Tabel Simplex

Contoh soal:

$Z = 3X_1 + 5X_2$

Kendala:

1) $2X_1 \leq 8$

2) $3X_2 \leq 15$

3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

Langkah-langkah:

1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala *(lihat beberapa ketentuan yang harus diperhatikan di atas!)*

   Fungsi tujuan

   $Z = 3X_1 + 5X_2$ => $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

Fungsi kendala

1) $2X_1 \le 8 \Rightarrow 2X_1 + \mathbf{X_3} = 8$

2) $3X_2 \le 15 \Rightarrow 3X_2 + \mathbf{X_4} = 15$

3) $6X_1 + 5X_2 \le 30 \Rightarrow 6X_1 + 5X_2 + \mathbf{X_5} = 30$

(X_3, X_4 dan X_5 adalah variabel slack)

2. Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

3. Memilih kolom kunci

Kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai pada baris Z yang bernilai negatif dengan angka terbesar.

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

4. Memilih baris kunci

$$\text{Index} = \frac{\text{Nilai kanan (NK)}}{\text{Nilai kolom kunci}}$$

Baris kunci adalah baris yang mempunyai index terkecil

Var.Dsr	Z	X_1	**X_2**	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	**-5**	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	~
X_4	0	0	**3**	0	1	0	15	**5**
X_5	0	6	5	0	0	1	30	**6**

angka kunci koef angka kolom kunci

5. Mengubah nilai-nilai baris kunci

   => dengan cara membaginya dengan angka kunci

   Baris baru kunci = baris kunci : angka kunci

   sehingga tabel menjadi seperti berikut:

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	~
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	**5**
X_5	0	6	5	0	0	1	30	**6**

6. Mengubah nilai-nilai selain baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci (selain baris kunci) = 0

Baris baru = baris lama – (koefisien angka kolom kunci x nilai baris baru kunci)

Baris Z

Baris lama		[-3	-5	0	0	0	0]
NBBK	-5	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru		-3	0	0	5/3	0	25

Baris X_3

Baris lama		[2	0	1	0	0	8]
NBBK	0	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru		2	0	1	0	0	8

Baris X_5

Baris lama		[6	5	0	0	1	30]
NBBK	5	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru		6	0	0	-5/3	1	5

Masukkan nilai di atas ke dalam tabel, sehingga tabel menjadi seperti berikut:

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	
X_5	0	6	0	0	-5/3	1	5	

7. Melanjutkan perbaikan-perbaikan (langkah 3-6) sampai baris Z tidak ada nilai negatif

Var.Dsr	Z	$\mathbf{X_1}$	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	**-3**	0	0	5/3	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	4
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	~
$\mathbf{X_5}$	0	**6**	0	0	-5/3	1	5	5/6

Z	1	0	0	0	5/6	1/2	**27**½	Zmax
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3	
$\mathbf{X_2}$	0	0	1	0	1/3	0	**5**	
$\mathbf{X_1}$	0	1	0	0	-5/18	1/6	**5/6**	

Diperoleh hasil: $X_1 = 5/6$, $X_2 = 5$, $Z_{max} = 27\ ½$

SOAL LATIHAN

1. Selesaikan linear program berikut ini dengan metode Simplex

   Maksimumkan $Z = 400X_1 + 300X_2$

   Fungsi kendala/ batasan:

   1) $4X_1 + 6X_2 \leq 1200$

   2) $4X_1 + 2X_2 \leq 800$

   3) $X_1 \leq 250$

   4) $X_2 \leq 300$

2. Selesaikan linear program berikut ini dengan metode Simplex

   Maksimumkan $Z = 2X_1 + 3X_2 + X_3$

   Dengan fungsi kendala:

   1) $X_1 + X_2 + X_3 \leq 9$

   2) $2X_1 + 3X_2 \leq 25$

   3) $X_2 + 2X_3 \leq 10$

   4) $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

PENYIMPANGAN - PENYIMPANGAN BENTUK STANDAR

1. Fungsi batasan dengan tanda sama dengan (=)

=> ditambah dengan variabel buatan

Contoh :

Fungsi kendala:

1) $2X_1 \leq 8$ => $2X_1 + X_3 = 8$

2) $3X_2 \leq 15$ => $3X_2 + X_4 = 15$

3) $\mathbf{6X_1 + 5X_2 = 30}$ **=>** $\mathbf{6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30}$

Fungsi tujuan:

$Z = 3X_1 + 5X_2$ => $Z - 3X_1 - 5X_2 + \mathbf{MX_5} = 0$

Nilai setiap variabel dasar (X5) harus sebesar 0, sehingga fungsi tujuan harus dikurangi dengan M dikalikan dengan baris batasan yang bersangkutan (3). Nilai baris Z sebagai berikut:

$$
\begin{array}{lcccccc}
 & [\,-3 & -5 & 0 & 0 & M\ , & 0\,] \\
M & [\,6 & 5 & 0 & 0 & 1\ , & 30\,] \\
\hline
 & (-6M-3) & (-5M-5) & 0 & 0 & \mathbf{0} & -30M
\end{array}
\quad -
$$

Tabel:

Var.Dsr	Z	**X_1**	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	**-6M-3**	-5M-5	0	0	0	-30M	
X_3	0	**2**	0	1	0	0	8	4
X_4	0	0	3	0	1	0	15	~
X_5	0	6	5	0	0	1	30	5

VD	Z	X_1	**X_2**	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	0	**-5M-5**	3M+3/2	0	0	-6M+12	
X_1	0	1	0	1/2	0	0	4	~
X_4	0	0	3	0	1	0	15	5
X_5	0	0	**5**	-3	0	1	6	**6/5**

Z	1	0	0	**-3/2**	0	M+1	18	
X_1	0	1	0	½	0	0	4	8
X_4	0	0	0	**9/5**	1	-3/5	19/3	5/27
X_2	0	0	1	-3/5	0	1/5	6/5	-2

Z	1	0	0	0	5/6	M+1/2	**27 ½**	max
X_1	0	1	0	0	-5/18	1/6	**5/6**	
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3	
X_2	0	0	1	0	1/3	0	**5**	

Diperoleh hasil : $X_1 = 5/6$, $X_2 = 5$ dan $Z_{max} = 27 ½$

2. Fungsi tujuan : Minimisasi

Soal minimisasi harus diubah menjadi maksimisasi dengan cara mengganti tanda positif dan negatif pada fungsi tujuan.

Contoh:

Minimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$

Fungsi batasan:
1) $2X_1 = 8$
2) $3X_2 \leq 15$
3) $6X_1 + 5X_2 \geq 30$

Penyelesaian:

Fungsi batasan:
1) $2X_1 + X_3 = 8$
2) $3X_2 + X_4 = 15$
3) $6X_1 + 5X_2 - X_5 + X_6 = 30$

Fungsi tujuan menjadi:

maksimumkan $(-Z) = -3X_1 - 5X_2 - MX_3 - MX_6$

diubah menjadi fungsi implisit => $-Z + 3X_1 + 5X_2 + MX_3 + MX_6 = 0$

Nilai – nilai variabel dasar (X3 dan X6) harus = 0, maka:

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & [\ 3 & 5 & M & 0 & 0 & M & , & 0\ ] \\
-M & [\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & , & 8\ ] \\
-M & [\ 6 & 5 & 0 & 0 & -1 & 1 & , & 30\ ] \\
\hline
 & (-8M+3) & (-5M+5) & 0 & 0 & M & 0 & , & -38M
\end{array} +$$

Tabel:

VD	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	NK	index
Z	-1	**-8M+3**	-5M+5	0	0	0	0	-38M	
X_3	0	**2**	0	1	0	0	0	8	**4**
X_4	0	0	3	0	1	0	0	15	
X_6	0	6	-5	0	0	-1	1	30	5

Z	-1	3	**-5M+5**	4M-3/2	0	M	0	-6M-12	
X_1	0	1	0	½	0	0	0	4	
X_4	0	0	3	0	1	0	0	15	5
X_6	0	0	**5**	-3	0	-1	1	6	**6/5**

Z	-1	0	0	M+3/2	0	1	M+1	**-18**	min
X_1	0	1	0	½	0	0	0	**4**	
X_4	0	0	1	9/5	1	3/5	-3/5	5 2/5	
X_2	0	0	1	-3/5	0	-1/5	1/5	**6/5**	

(karena –Z= -18, maka Z=18)

Penyelesaian optimal: $X_1 = 4$, $X_2 = 6/5$ dan $Z_{min} = 18$

SOAL LATIHAN

1. Minimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2$

   Fungsi batasan : 1) $X_1 + 2X_2 \geq 20$

   2) $3X_1 + X_2 \geq 20$, $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$

2. Maksimumkan $Z = 4X_1 + 10X_2 + 6X_3$

   Fungsi batasan: 1) $X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 6$

   2) $2X_1 - X_2 + 4X_3 = 4$

   $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

BAB III. DUALITAS

Dalam sebuah pemodelan Pemrograman Linear, terdapat dua konsep yang saling berlawanan. Konsep yang pertama kita sebut Primal dan yang kedua Dual.Bentuk Dual adalah kebalikan dari bentuk Primal. Hubungan Primal dan Dual sebagai berikut:

Masalah Primal (atau Dual)	**Masalah Dual (atau Primal)**
Koefisien fungsi tujuan ………………	Nilai kanan fungsi batasan
Maksimumkan Z (atau Y) …………...	Minimumkan Y (atau Z)
Batasan i ……………………………..	Variabel yi (atau xi)
Bentuk ≤ ……………………………..	yi ≥ 0
Bentuk = ……………………………..	yi ≥ dihilangkan
Variabel Xj …………………………..	Batasan j
Xj ≥ 0 ………………………………...	Bentuk ≥
Xj ≥ 0 dihilangkan …………………...	Bentuk =

Contoh 1:

Primal

Minimumkan Z = $\boxed{5X_1 + 2X_2 + X_3}$

Fungsi batasan:

1) $2X_1 + 3X_2 + X_3 \geq 20$
2) $6X_1 + 8X_2 + 5X_3 \geq 30$
3) $7X_1 + X_2 + 3X_3 \geq 40$

$X_1 , X_2 , X_3 \geq 0$

Dual

Maksimumkan Y= $\boxed{20\ y_1 + 30\ y_2 + 40\ y_3}$

Fungsi batasan:

1) $2y_1 + 6y_2 + 7y_3 \leq 5$
2) $3y_1 + 8y_2 + y_3 \leq 2$
3) $y_1 + 5y_2 + 3y_3 \leq 1$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$

Contoh 2 :

Primal

Minimumkan $Z = 2X_1 + X_2$

Fungsi batasan: 1) $X_1 + 5X_2 \leq 10$

2) $X_1 + 3X_2 \leq 6$

3) $2X_1 + 2X_2 \leq 8$

$X_1, X_2 \geq 0$

Dual

Maksimumkan $Y = 10\ y_1 + 6y_2 + 8y_3$

Fungsi batasan : 1) $y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 2$

2) $5y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 1$

$y_1, y_2 \geq 0$

Contoh 3:

Primal

Maksimumkan $Z = X_1 + 3X_2 - 2X_3$

Fungsi batasan: 1) $4X_1 + 8X_2 + 6X_3 = 25$

2) $7X_1 + 5X_2 + 9X_3 = 30$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Dual

Minimumkan $Y= 25y_1 + 30y_2$

Fungsi batasan: 1) $4y_1 + 7y_2 \geq 1$

2) $8y_1 + 5y_2 \geq 3$

3) $6y_1 + 9y_2 \geq -2$

SOAL LATIHAN

1. Primal

   Maksimumkan $Z = 5X_1 + 7X_2$

   Fungsi batasan: 1) $2X_1 + X_2 \leq 8$

   2) $X_1 + 2X_2 \leq 8$

   3) $6X_1 + 7X_2 \leq 42$

   $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

2. Primal

   Maksimumkan $Z = X_1 + 3X_2 - 2X_3$

   Fungsi batasan: 1) $4X_1 + 8X_2 + 6X_3 = 25$

   2) $7X_1 + 5X_2 + 9X_3 = 30$

   $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

3. Primal

   Minimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 + 3X_5$

   Fungsi batasan: 1) $2X_1 + 5X_2 + 4X_4 + X_5 \geq 6$

   2) $4X_2 - 2X_3 + 2X_4 + 3X_5 \geq 5$

   3) $X_1 - 6X_2 + 3X_3 + 7X_4 + 5X_5 \leq 7$

   $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$

4. Primal

   Minimumkan $Z = X_1 + 2X_2 + X_3$

   Fungsi batasan: 1) $X_2 + X_3 = 1$

   2) $3X_1 + X_2 + 3X_3 = 4$

   $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

BAB IV. MASALAH PENUGASAN (ASSIGNMENT PROBLEM)

Salah satu metode yang digunakan untuk Penugasan adalah Metode Hungarian. Pada Metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan. Setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas. Jadi, masalah penugasan akan mencakup sejumlah n sumber yang mempunyai n tugas, sehingga ada n! (n faktorial) kemungkinan. Masalah ini dapat dijelaskan dengan mudah dalam bentuk matriks segi empat, dimana baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber dan kolom-kolomnya menunjukkan tugas-tugas.

1. Masalah Minimisasi

Contoh:

Sebuah perusahaan kecil mempunyai 4 pekerjaan yang berbeda untuk diselesaikan oleh 4 karyawan. Biaya penugasan seorang karyawan untuk pekerjaan yang berbeda adalah berbeda karena sifat pekerjaan berbeda-beda. Setiap karyawan mempunyai tingkat ketrampilan, pengalaman kerja dan latar belakang pendidikan serta latihan yang berbeda pula. Sehingga biaya penyelesaian pekerjaan yang sama oleh para karyawan yang berlainan juga berbeda. Tabel biaya sebagai berikut:

pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV
Raihan	Rp **150**	Rp 200	Rp 180	Rp 220
Hamdan	Rp **140**	Rp 160	Rp 210	Rp 170
Hasan	Rp 250	Rp **200**	Rp 230	Rp 200
Dzakwan	Rp 170	Rp 180	Rp 180	Rp **160**

Masalahnya adalah bagaimana menugaskan keempat karyawan untuk menyelesaikan keempat pekerjaan agar total biaya pekerjaan minimum.

Langkah-langkah:

1. Menyusun tabel biaya seperti tabel di atas.
2. Melakukan pengurangan baris, dengan cara:
   a. memilih biaya terkecil setiap baris

b. kurangkan semua biaya dengan biaya terkecil setiap baris

Sehingga menghasilkan *reduced cost matrix* /matrik biaya yang telah dikurangi.

pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV
Raihan	(150-150) =0	(200-150) =50	(180-150) = 30	(220-150) = 70
Hamdan	(140-140) = 0	(160-140) = 20	(210-140) =70	(170-140) = 30
Hasan	(250-200) = 50	(200-200) = 0	(230-200) = 30	(200-200) = 0
Dzakwan	(170-160) = 10	(180-160) = 20	(180-160) = **20**	(160-160) = 0

3. Melakukan pengurangan kolom

Berdasarkan hasil tabel langkah 2, pilih biaya terkecil setiap kolom untuk mengurangi seluruh biaya dalam kolom-kolom tersebut. Pada contoh di atas hanya dilakukan pada kolom III karena semua kolom lainnya telah mempunyai elemen yang bernilai nol (0). Jika langkah kedua telah menghasilkan paling sedikit satu nilai nol pada setiap kolom, maka langkah ketiga dapat dihilangkan. Berikut matrix total opportunity cost, dimana setiap baris dan kolom terdapat paling sedikit satu nilai nol.

Tabel total opportunity cost matrix

pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV
Raihan	0	50	(30-20)=10	70
Hamdan	0	20	(70-20)=50	30
Hasan	50	0	(30-20)=10	0
Dzakwan	10	20	(20-20)=0	0

4. Membentuk penugasan optimum

Prosedur praktis untuk melakukan test optimalisasi adalah dengan menarik sejumlah minimum garis horisontal dan/ atau vertikal untuk meliputi seluruh elemen bernilai nol dalam total opportunity cost matrix. Jika jumlah garis sama dengan jumlah baris/ kolom maka penugasan telah optimal. Jika tidak maka harus direvisi.

pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV
Raihan	0	50	**10**	70
Hamdan	0	20	50	30
Hasan	**50**	0	10	0
Dzakwan	**10**	20	0	0

5. Melakukan revisi tabel
   a. Untuk merevisi total opportunity cost, pilih angka terkecil yang tidak terliput (dilewati) garis. (pada contoh di atas = 10)
   b. Kurangkan angka yang tidak dilewati garis dengan angka terkecil (10)
   c. Tambahkan angka yang terdapat pada persilangan garis dengan angka terkecil (10) yaitu (50) pada Hasan dan (10) pada Dzakwan.
   d. Kembali ke langkah 4

Revised matrix:

pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV
Raihan	0	40	0	60
Hamdan	0	10	40	20
Hasan	60	0	10	0
Dzakwan	20	20	0	0

Berikut tabel penugasannya

Penugasan	Biaya
Raihan - III	Rp 180
Hamdan - I	Rp 140
Hasan - II	Rp 200
Dzakwan - IV	Rp 160
	Rp 680

2. Jumlah Pekerjaan Tidak Sama Dengan Jumlah Karyawan

Bila jumlah pekerjaan lebih besar dari jumlah karyawan, maka harus ditambahkan karyawan semu (dummy worker). Biaya semu sama dengan nol karena tidak akan terjadi biaya bila suatu pekerjaan ditugaskan ke karyawan semu. Bila jumlah karyawan lebih banyak daripada pekerjaan, maka ditambahkan pekerjaan semu (dummy job). Sebagai contoh, bila jumlah pekerjaan lebih besar dari jumlah karyawan dapat dilihat pada tabel berikut:

pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV
Raihan	Rp 150	Rp 200	Rp 180	Rp 220
Hamdan	Rp 140	Rp 160	Rp 210	Rp 170
Hasan	Rp 250	Rp 200	Rp 230	Rp 200
Dzakwan	Rp 170	Rp 180	Rp 180	Rp 160
Dummy X	Rp 0	Rp 0	Rp 0	Rp 0

Prosedur penyelesaian sama dengan langkah-langkah sebelumnya.

3. Masalah Maksimisasi

Dalam masalah maksimisasi, elemen-elemen matriks menunjukkan tingkat keuntungan. Efektivitas pelaksanaan tugas oleh karyawan diukur dengan jumlah kontribusi keuntungan.

Contoh: Tabel keuntungan

Pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV	V
Afif	Rp 1000	Rp 1200	Rp 1000	Rp 800	**Rp 1500**
Bady	Rp 1400	Rp 1000	Rp 900	**Rp 1500**	Rp 1300
Dzaky	Rp 900	Rp 800	Rp 700	Rp 800	**Rp 1200**
Farras	Rp 1300	Rp 1500	Rp 800	**Rp 1600**	Rp 1100
Ghazy	Rp 1000	Rp 1300	Rp 1400	Rp 1100	**Rp 1700**

Langkah-langkah:

a. Seluruh elemen dalam setiap baris dikurangi dengan nilai maksimum dalam baris yang sama. Prosedur ini menghasilkan Matriks Opportunity Loss. Matriks ini sebenarnya bernilai negatif.

Pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV	V
Afif	500	300	500	700	0
Bady	**100**	500	600	0	200
Dzaky	300	400	500	400	0
Farras	300	**100**	800	0	500
Ghazy	700	400	**300**	600	0

b. Meminimumkan opportunity-loss dengan cara mengurangi seluruh elemen dalam setiap kolom (yang belum ada nol-nya) dengan elemen terkecil dari kolom tersebut.

Matriks total opportunity loss

Pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV	V
Afif	400	200	200	700	0
Bady	0	400	300	0	200
Dzaky	200	300	200	400	0
Farras	200	0	500	0	500
Ghazy	600	300	0	600	0

Dari matriks di atas dapat dilihat bahwa seluruh elemen yang bernilai nol baru dapat diliput oleh 4 garis. Jadi matriks harus direvisi.

c. Merevisi matriks

Pekerjaan / karyawan	I	II	III	IV	V
Afif	200	0	0	500	0
Bady	0	400	300	0	400
Dzaky	0	100	0	200	0
Farras	200	0	500	0	700
Ghazy	600	300	0	600	200

Schedul penugasan optimal dan keuntungan total untuk dua alternatif penyelesaian adalah:

Penugasan alternatif 1	keuntungan	Penugasan alternatif 2	keuntungan
Afif - II	Rp 1200	Afif - V	Rp 1500
Bady - I	Rp 1400	Bady - IV	Rp 1500
Dzaky - V	Rp 1200	Dzaky - I	Rp 900
Farras - IV	Rp 1600	Farras - II	Rp 1500
Ghazy - III	Rp 1400	Ghazy - III	Rp 1400
	Rp 6800		Rp 6800

SOAL LATIHAN

1. Sebuah perusahaan pengecoran logam mempunyai empat jenis mesin yang diberi nama M1, M2, M3 dan M4. Setiap mesin mempunyai kapasitas yang berbeda dalam pengoperasiannya. Dalam minggu mendatang perusahaan mendapatkan pesanan untuk menyelesaikan empat jenis pekerjaan (job) yaitu J1, J2, J3 dan J4. Biaya pengoperasian setiap pekerjaan oleh keempat mesin dapat dilihat dalam tabel berikut:

Job	Mesin			
	M1	M2	M3	M4
J1	210	150	180	130
J2	140	160	200	190
J3	150	175	220	200
J4	200	115	160	190

Masalahnya adalah bagaimana menugaskan keempat mesin untuk menyelesaikan keempat jenis pekerjaan agar total biaya pekerjaan minimum!

2. Seorang pengusaha konveksi mempunyai 4 orang karyawati yang memproduksi 4 jenis produk. Jumlah produk yang dihasilkan masing-masing karyawan tiap bulannya dapat dilihat pada tabel berikut:

Karyawati	Produk			
	Celana panjang	Rok	Hem	Baju safari
Ulfah	6	7	10	9
Salma	2	8	7	8
Rana	8	9	5	12
Nabila	7	11	12	3

Buat penugasan agar jumlah produk yang dihasilkan bisa maksimum!

BAB V. METODE TRANSPORTASI

Metode Transportasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal dengan biaya yang termurah . Alokasi produk ini harus diatur sedemikian rupa karena terdapat perbedaan biaya-biaya alokasi dari satu sumber atau beberapa sumber ke tempat tujuan yang berbeda.

Tabel awal dapat dibuat dengan dua metode, yaitu:

1. **Metode North West Corner (NWC)** => dari pojok kiri atas ke pojok kanan bawah

   Kelemahan : tidak memperhitungkan besarnya biaya sehingga kurang efisien.
2. **Metode biaya terkecil** => mencari dan memenuhi yang biayanya terkecil dulu. Lebih efisien dibanding metode NWC.

Setelah tabel awal dibuat, tabel dapat dioptimalkan lagi dengan metode:

1. **Stepping Stone** (batu loncatan)
2. **Modified Distribution Method (MODI)**

Selain metode-metode di atas masih ada satu metode yang lebih sederhana penggunaannya yaitu **metode Vogel's Approximation Method (VAM**).

Contoh masalah transportasi:

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	Rp 20	Rp 5	Rp 8	90
Pabrik H	Rp 15	Rp 20	Rp 10	60
Pabrik P	Rp 25	Rp 10	Rp 19	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Penyelesaian:

1. Metode NWC

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	20 / 50	5 / 40	8	90
Pabrik H	15	20 / 60	10	60
Pabrik P	25	10 / 10	19 / 40	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Biaya yang dikeluarkan :

(50 . 20) + (40 . 5) +(60 . 20) + (10.10) + (40.19) = 3260

2. Metode biaya terkecil

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	20	5 / 90	8	90
Pabrik H	15 / 20	20	10 / 40	60
Pabrik P	25 / 30	10 / 20	19	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Biaya yang dikeluarkan :

(90 . 5) + (20 . 15) + (40 . 10) + (30 . 25) + (20 . 10) = 2400

Mengoptimalkan tabel:

1. Metode Stepping Stone , misal tabel awal menggunakan yang NWC

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	20 50 -	5 + 40	8	90
Pabrik H	15 +	20 - 60	10	60
Pabrik P	25	10 10	19 40	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Perbaikan 1 dengan cara trial and error

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	20 ~~50~~ -	5 + ~~40~~ **90**	8	90
Pabrik H	15 **50** +	20 - ~~60~~ **10**	10	60
Pabrik P	25	10 10	19 40	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Setelah dihitung dengan trial and error, biaya yang dikeluarkan:

(50 . 15) + (90 . 5) + (10 . 20) + (10 . 10) + (40 . 19) = 2260

Perbaikan 2

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	20	~~90~~ **50** -	5	**40** +	8	90
Pabrik H	50	15	10	20	10	60
Pabrik P	25	~~10~~ **50** +	10	- ~~40~~	19	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Biaya yang dikeluarkan :

(50 . 5) + (40 . 8) + (50 . 15) + (10 . 20) + (50 . 10) = 2020

Perbaikan 3

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik W	20	~~50~~ **60** +	5	**30** - ~~40~~	8	90
Pabrik H	50	15	~~10~~ -	20	+ **10**	10	60
Pabrik P	25	50	10	19	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

Biaya yang dikeluarkan :

(60 . 5) + (30 . 8) + (50 . 15) + (10 .10) + (50 . 10) = 1890 (paling optimal)

Jika hasil belum optimal, lakukan perbaikan terus sampai mendapatkan hasil yang optimal.

2. Metode MODI

Langkah-langkah:

a. Misal tabel awal yang digunakan adalah tabel NWC

b. Buat variabel Ri dan Kj untuk masing-masing baris dan kolom.

c. Hitung sel yang berisi (nilai tiap kolom dan tiap baris) dengan rumus:

$$\underset{\text{baris}}{\underset{\downarrow}{\mathbf{Ri}}} + \underset{\text{kolom}}{\underset{\downarrow}{\mathbf{Kj}}} = \underset{\text{biaya}}{\underset{\downarrow}{\mathbf{Ci}}}$$

1. W-A = R1 + K1 = 20
2. W-B = R1 + K2 = 5
3. H-B = R2 + K2 = 20
4. P-B = R3 + K2 = 10
5. P-C = R3 + K3 =19

dari persamaan di atas, hitung K1 dan R1 dengan cara meng-nol-kan variabel R1 atau K1, misal **R1 = 0**

1. R1 + K1 = 20 => 0 + K1 = 20 , **K1 =20**
2. R1 + K2 = 5 => 0 + K2 = 5 , **K2 = 5**
3. R2 + K2 = 20 => R2 + 5 = 20 , **R2 = 15**
4. R3 + K2 = 10 => R3 + 5 = 10 , **R3 = 5**
5. R3 + K3 = 19 => 5 + K3 = 19 , **K3 = 14**

letakkan nilai tersebut pada baris / kolom yang bersangkutan

ke / dari	Gudang A K1 = 20	Gudang B K2 = 5	Gudang C K3 = 14	Kapasitas pabrik
PabrikW R1 = 0	20 50	5 40	8	90
PabrikH R2 = 15	15	20 60	10	60
PabrikP R3 = 5	25	10 10	19 40	50
Kebutuhan gudang	50	110	40	200

d. Hitung nilai/ index perbaikan setiap sel yang kosong dengan rumus:

Cij - Ri - Kj

1. H-A = 15 – 15 – 20 = **- 20**
2. P-A = 25 – 5 – 20 = **0**
3. W-C = 8 – 0 – 14 = **- 14**
4. H-C = 10 – 15 – 14 = **- 19**

(optimal jika pada sel yang kosong, indek perbaikannya ≥ 0, jika belum maka pilih yang negatifnya besar)

e. Memilih titik tolak perubahan

Pilih nilai yang negatifnya besar yaitu H-A

f. Buat jalur tertutup

Berilah tanda positif pada H-A. Pilih 1 sel terdekat yang isi dan sebaris (H-B), 1 sel yang isi terdekat dan sekolom (W-A), berilah tanda negatif pada dua sel terebut. Kemudian pilih satu sel yang sebaris atau sekolom dengan dua sel bertanda negatif tadi (W-B) dan beri tanda positif. Selanjutnya pindahkan isi dari sel bertanda negatif ke yang bertanda positif sebanyak isi terkecil dari sel yang bertanda positif (50). Jadi, H-A kemudian berisi 50, H-B berisi 60-50=10, W-B berisi 40+50=90 dan W-A tidak berisi.

ke / dari	Gudang A K1 = 20	Gudang B K2 = 5	Gudang C K3 = 14	Kap. pabrik
PabrikW R1 = 0	20 ~~50~~ -	5 + ~~40~~ **90**	8	90
PabrikH R2 = 15	15 **50** +	20 - ~~60~~ **10**	10	60
PabrikP R3 = 5	25	10 10	19 40	50
Keb.Gdg	50	110	40	200

g. Ulangi langkah-langkah c – f sampai indeks perbaikan bernilai ≥ 0

hitung sel yang berisi:

W-B = R1 + K2 = 5 => **0** + K2 = 5 , **K2 = 5**
H-A = R2 + K1 = 15 => R2 + **0** = 15, **R2 = 15**

H-B = R2 + K2 = 20 => 15 + 5 = 20 ,
P-B = R3 + K2 = 10 => R3 + 5 = 10 , **R3 = 5**

P-C = R3 + K3 = 19 => 5 + K3 = 19 , **K3 = 14**

Perbaikan indeks:

W-A = 20 – 0 – 0 = 20
W-C = 8 – 0 – 14 = - 6
H-C = 10 – 15 – 14 = **- 19**
P-A = 25 – 5 – 0 = 20

ke / dari	Gudang A K1 = 0	Gudang B K2 = 5	Gudang C K3 = 14	Kapasitas pabrik
PabrikW R1 = 0	20	5 90	8	90
PabrikH R2 = 15	15 50	20 ~~10~~ -	10 + **10**	60
PabrikP R3 = 5	25	10 **20** +	19 - ~~40~~ **30**	50
Keb. Gdg	50	110	40	200

Biaya transportasi : (90 . 5) + (50 . 15) + (10 . 10) + (20 . 10) + (30 . 19) = 2070

Hitung sel yang berisi:

W-B = R1 + K2 = 5 => **0** + K2 = 5 , **K2 = 5**
P-B = R3 + K2 = 10 => R3 + 5 = 10 , **R3 = 5**
P-C = R3 + K3 = 19 => 5 + K3 = 19 , **K3 = 14**
H-C = R2 + K3 = 10 => R2 + 14 = 10 , **R2 = - 4**
H-A = R2 + K1 = 15 => - 4 + K1 = 15 , **K1 = 19**

Perbaikan indeks (sel kosong) :

W-A = 20 – 0 – 0 = 20
W-C = 8 – 0 – 14 = **- 6**
H-B = 20 – 15 – 5 = 0
P-A = 25 – 5 – 0 = 20

ke / dari	Gudang A K1 = 19	Gudang B K2 = 5	Gudang C K3 = 14	Kapasitas pabrik
PabrikW R1 = 0	20	5 ~~90~~ **80** -	8 + **10**	90
PabrikH R2 = - 4	15 50	20	10 10	60
PabrikP R3 = 5	25	10 ~~20~~ + **30**	19 - ~~30~~ **20**	50
Keb. Gdg	50	110	40	200

Biaya transportasi :

(80 . 5) + (10 . 8) + (50 . 15) + (10 . 10) + (30 .10) + (20 . 19) = **2010**

Sel berisi:
W-B = R1 + K2 = 5 => **0** + K2 = 5 , **K2 = 5**
W-C = R1 + K3 = 8 => 0 + K3 = 8 , **K3 = 8**
H-C = R2 + K3 = 10 => R2 + 8 = 10 , **R2 = 2**
H-A = R2 + K1 = 15 => 2 + K1 = 15 , **K1 = 13**
P-B = R3 + K2 = 10 => R3 + 5 = 10 , **R3 = 5**

Indeks perbaikan:

W-A = 20 – 0 – 19 = 1
H-B = 20 – (-4) – 5 = 19
P-A = 25 – 5 – 19 = 1

Indeks perbaikan sudah positif semua, berarti **sudah optimal**.

ke / dari	Gudang A K1 = 13	Gudang B K2 = 5	Gudang C K3 = 8	Kapasitas pabrik
PabrikW R1 = 0	20	5 80	8 10	90
PabrikH R2 = 2	15 50	20	10 10	60
PabrikP R3 = 5	25	10 30	19 20	50
Keb. Gdg	50	110	40	200

3. Metode VAM

Metode VAM merupakan metode yang lebih mudah dan lebih cepat untuk mengatur alokasi dari beberapa sumber ke daerah tujuan.

Langkah metode VAM:

1. Cari perbedaan dua biaya terkecil, yaitu terkecil pertama dan kedua (kolom dan baris)
2. Pilih perbedaan terbesar antara baris dan kolom
3. Pilih biaya terendah
4. Isi sebanyak mungkin yang bisa dilakukan
5. Hilangkan baris / kolom yang terisi penuh
6. Ulangi langkah 1-5 sampai semua baris dan kolom seluruhnya teralokasikan.

	A	B	C	Kapasitas	Perbedaan baris
W H ~~P~~	20 15 ~~25~~	5 20 ~~**10**~~	8 10 ~~19~~	90 60 ~~50~~	8 – 5 = 3 15 – 10 = 5 ~~19 – 10 = **9**~~
kebutuhan	50	110	40		
Perbedaan kolom	20 –15 = 5	10-5 = 5	10-8 =2		X_{PB} = 50 Hilangkan baris P

	A	B	C	Kapasitas	Perbedaan baris
W H	20 15	**5** 20	8 10	90 60	8 – 5 = 3 15 – 10 = 5
kebutuhan	50	110-50 = 60	40		
Perbedaan kolom	20 –15 = 5	20-5 = **15**	10-8 =2		X_{WB} = 60 Hilangkan kolom B

	A	C	Kapasitas	Perbedaan baris
~~W~~ H	~~20~~ 15	~~**8**~~ 10	~~90-60 =30~~ 60	~~20 – 8 = **12**~~ 15 – 10 = 5
Kebutuhan	50	40		
Perbedaan kolom	20-15= 5	10-8=2		X_{WC}=30 Hilangkan baris W

	A	C	kapasitas
H	15	10	60
Kebutuhan	50	(40-30)=10	X_{HA}=50 X_{HC}= 10

Biaya transportasi :

(10 . 50) + (5 . 60) + (8 . 30) + (15 . 50) + (10 . 10) = **1890** (optimal)

SOAL LATIHAN

1.

ke / dari	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Kapasitas pabrik
Pabrik 1	Rp 3200	Rp 3300	Rp 3400	106
Pabrik 2	Rp 3600	Rp 4200	Rp 3800	132
Pabrik 3	Rp 3400	Rp 3700	Rp 4000	127
Kebutuhan gudang	122	152	91	365

Selesaikan dengan metode:

a. NWC

b. Biaya terkecil

c. MODI

2. Produksi pabrik A, B , C adalah sebagai berikut:

Pabrik	Kapasitas produksi tiap bulan
A	150 ton
B	40 ton
C	80 ton
jumlah	270 ton

Gudang pabrik tersebut mempunyai kapasitas sebagai berikut:

Gudang	Kebutuhan produksi tiap bulan
H	110 ton
I	70 ton
J	90 ton
jumlah	270 ton

Biaya untuk mendistribusikan barang dari pabrik ke gudang :

Dari	Biaya tiap ton (Rp)		
	Ke Gudang H	Ke Gudang I	Ke Gudang J
Pabrik A	27000	23000	31000
Pabrik B	10000	45000	40000
Pabrik C	30000	54000	35000

a. Buat tabel awal transportasi

b. Selesaikan dengan metode biaya terkecil dan optimalkan dengan metode MODI

c. Selesaikan dengan metode VAM

DAFTAR PUSTAKA

1. Hamdy Taha, **Operation Research An Introduction**, Edisi 4, Macmillan, New York
2. Richard Bronson, **Theory and Problem of Operation Research** , McGraw-Hill, Singapore.
3. Subagyo Pangestu, Marwan Asri, dan T. Hani Handoko. **Dasar-Dasar Operation Research, Yogyakarta**: PT. BPFE-Yogyakarta, 2000.
4. Aminudin, **Prinsip-Prinsip Riset Operasi**, Erlangga, 2005
5. Yulian Zamit, **Manajemen Kuantitatif**, BPFE, Yogyakarta