Brevet blanc janvier 2016

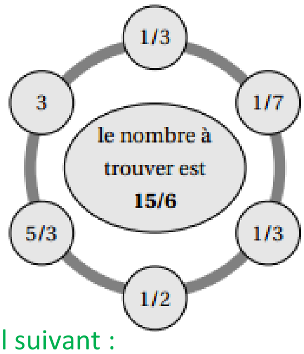
Corrigé

EXERCICE 1 : *(3 points)*

1. Avec les données de l'exemple précédent, propose des étapes de calcul pour obtenir 367.

On peut, par exemple, proposer les étapes de calcul suivant :

- $50 \times 8 = 400$
- $400 - 25 = 375$
- $375 - 10 = 365$
- $365 + 2 = 367$ (qui est la solution à trouver)



2. On donne maintenant la série de nombres suivante.

Propose des étapes de calcul permettant d'obtenir $\frac{15}{6}$.

On peut, par exemple, proposer les étapes de calcul suivant :

- $\frac{5}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$
- $3 \times \frac{5}{6} = \frac{15}{6}$ (qui est la solution à trouver)

ou • $3 - \frac{1}{2} = \frac{18}{6} - \frac{3}{6} = \frac{15}{6}$

EXERCICE 2 : *(6 points)*

On a relevé la taille en centimètres des joueurs de deux équipes de basket, les résultats sont présentés de deux façons différentes :

Équipe A :	203 ; 187 ; 185 ; 206 ; 180 ; 188 ; 198 ; 195 ; 200 ; 195 ; 218 ; 210		

Équipe B :	Effectif total : 10	Moyenne : 198	
	Minimum : 175	Etendue : 42	Médiane : 205

1. Comparer la taille moyenne des deux équipes.

Moyenne Équipe A : $m_A = (203 + 187 + 185 + 206 + 180 + 188 + 198 + 195 + 200 + 195 + 218 + 210) \div 12$

$m_A = 2\,365 \div 12$

$m_A \approx 197$ cm

Moyenne Équipe B : 198 cm

L'équipe B a une taille moyenne supérieure à l'équipe A.

2. Comparer la taille médiane des deux équipes.

Médiane Équipe A : On commence par ordonner la série :

$180 < 185 < 187 < 188 < 195 < 195 < 198 < 200 < 203 < 206 < 210 < 218$

Il y a 12 valeurs donc, on choisit entre la $6^{ème}$ et la $7^{ème}$. On peut donc choisir 196,5 cm comme médiane.

3. Dans quelle équipe trouve-t-on le plus grand joueur ? Justifie.

Le plus grand joueur de l'équipe A mesure 218 cm.

Pour l'équipe B, on utilise la valeur minimum et l'étendue : 175 + 42 = 217 cm

Le plus grand joueur se trouve dans l'équipe A.

4. Les cinq joueurs les plus grands de chaque équipe sont sur le terrain en même temps.
Dans quelle équipe se trouve le joueur le plus petit sur le terrain ? Justifie.

Les cinq joueurs les plus grands de l'équipe A ont comme taille : 200 < 203 < 206 < 210 < 218.
Dans l'équipe B, on interprète la médiane : comme il y a 10 joueurs en tout, on peut affirmer qu'il y a 5 joueurs dont la taille est supérieure ou égale à 205 cm.
Donc le joueur le plus petit sur le terrain se trouve dans l'équipe A (il mesure quand même 200 cm !).

EXERCICE 3: *(6 points)*

On propose trois programmes de calcul :

Programme Bleu	**Programme Blanc**	**Programme Rouge**
Choisir un nombre Retirer 5 Calculer le carré du résultat obtenu	Choisir un nombre Ajouter 3 Calculer le carré du résultat obtenu	Choisir un nombre Ajouter 6 Multiplier par le nombre choisi au départ Ajouter 9

1. On choisit 1 comme nombre de départ.

   a. Quel résultat obtient-on avec le programme Bleu ? Détaille tes calculs.

   $1 - 5 = -4 \rightarrow (-4)^2 = 16$

   b. Quel résultat obtient-on avec le programme Blanc ? Détaille tes calculs.

   $1 + 3 = 4 \rightarrow 4^2 = 16$

2. Peut-on en déduire que les programmes de calcul Bleu et Blanc conduisent toujours aux mêmes résultats pour un même nombre de départ ? Justifie.

Il suffit de tester les deux programmes avec une autre valeur, par exemple 2, pour constater qu'ils ne donnent pas le même résultat :

Bleu : $2 \rightarrow 2 - 5 = -3 \rightarrow (-3)^2 = 9$ Blanc : $2 \rightarrow 2 + 3 = 5 \rightarrow 5^2 = 25$

3. On a rempli la feuille de tableur suivante :

	A	B	C	D
1	nombre choisi	résultat programme Bleu	résultat programme Blanc	résultat programme Rouge
2	0	25	9	9
3	1	16	16	16
4	2	9	25	25
5	3	4	36	36
6	4	1	49	49
7	5	0	64	64
8	6	1	81	81

   a. Quelle formule a-t-on rentrée dans la cellule C2 ?

   = (A2 + 3)^2 ou = (A2 + 3)*(A2 + 3)

   b. Quelle conjecture peut-on formuler concernant les programmes Blanc et Rouge ?

Il semble qu'ils donnent le même résultat.

c. Démontre cette conjecture.

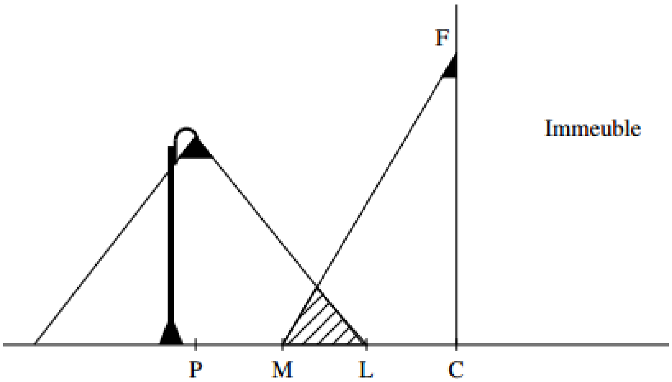
Appliquons les deux programmes à un nombre x quelconque :

Blanc : $x \rightarrow x + 3 \rightarrow (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ en appliquant la 1ère identité remarquable.

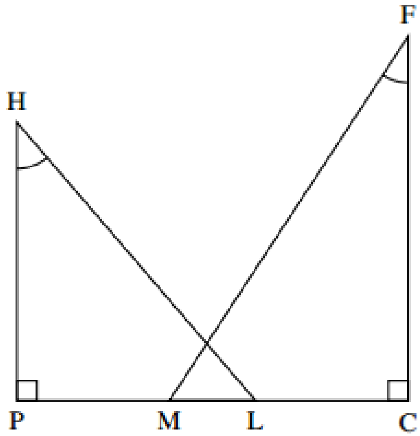
Rouge : $x \rightarrow x + 6 \rightarrow (x + 6) \times x = x^2 + 6x \rightarrow x^2 + 6x + 9$

Les deux programmes donnent donc toujours le même résultat.

EXERCICE 4 : *(6 points)*



On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue et le spot fixé en F sur la façade d'un immeuble.



Le croquis ci-contre qui n'est pas à l'échelle modélise la situation :
On dispose des données suivantes :

PC = 5,5 m ; CF = 5 m ; HP = 4 m ;

$\widehat{MFC} = 33°$; $\widehat{PHL} = 40°$.

1. Reproduis le croquis ci-contre en prenant 1 cm pour représenter 1 m. Quelle est l'échelle de ta figure ?
   1 cm sur le plan représente 1 m soit 100 cm dans la réalité. L'échelle est donc 1 : 100.

2. Justifie que l'arrondi au décimètre de la longueur PL est égal à 3,4 m.
   Dans le triangle PHL rectangle en P, on a :
   $\tan \widehat{PHL} = \frac{PL}{PH}$ soit $\tan 40° = \frac{PL}{4}$ d'où : $PL = 4 \times \tan 40° \approx 3{,}4$ m.

3. Calcule la longueur LM correspondant à la zone éclairée par les deux sources lumineuses. On arrondira la réponse au décimètre.
   Calculons d'abord MC dans le triangle FMC rectangle en C :
   $\tan \widehat{MFC} = \frac{MC}{FC}$ soit $\tan 33° = \frac{MC}{5}$ d'où : $MC = 5 \times \tan 33° \approx 3{,}2$ m.
   $PM = PC - MC = 5{,}5 - 3{,}2 = 2{,}3$ m et $ML = PL - PM = 3{,}4 - 2{,}3 = 1{,}1$ m.

4. On effectue des réglages en faisant pivoter le spot F afin que les points M et L soient confondus.
   Détermine alors la mesure de l'angle $\widehat{LFC}$. On arrondira la réponse au degré.
   $LC = PC - PL = 5{,}5 - 3{,}4 = 2{,}1$ m.
   Dans le triangle FLC rectangle en C :
   $\tan \widehat{LFC} = \frac{MC}{FC}$ soit $\tan \widehat{LFC} = \frac{2{,}1}{5}$ d'où : $\widehat{LFC} = \arctan \frac{2{,}1}{5} \approx 23°$.

EXERCICE 5 : *(4 points)*

Dans un pot au couvercle rouge, on a mis 6 bonbons à la fraise et 10 bonbons à la menthe.
Dans un pot au couvercle bleu, on a mis 8 bonbons à la fraise et 14 bonbons à la menthe.

Les bonbons sont emballés de telle façon qu'on ne peut pas les différencier au toucher.

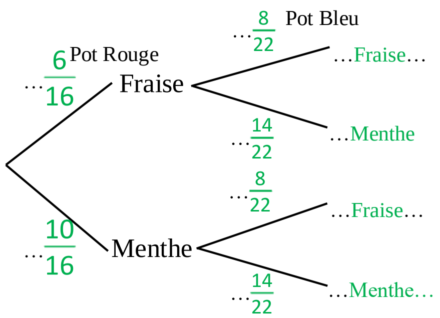
1. Antoine préfère les bonbons à la fraise.
   Dans quel pot a-t-il le plus de chance de piocher au hasard un bonbon à la fraise ? Justifie ta réponse.

   La probabilité de tirer un bonbon à la fraise dans le pot rouge est : $\frac{6}{16} = 37{,}5\ \%$

   La probabilité de tirer un bonbon à la fraise dans le pot bleu est : $\frac{8}{22} \approx 36{,}4\ \%$

   Antoine a intérêt à choisir le pot rouge.
2. Camille qui préfère elle aussi les bonbons à la fraise, pioche d'abord un bonbon dans le pot rouge puis un deuxième dans le pot bleu.

   a. Reproduis l'arbre suivant en le complétant.

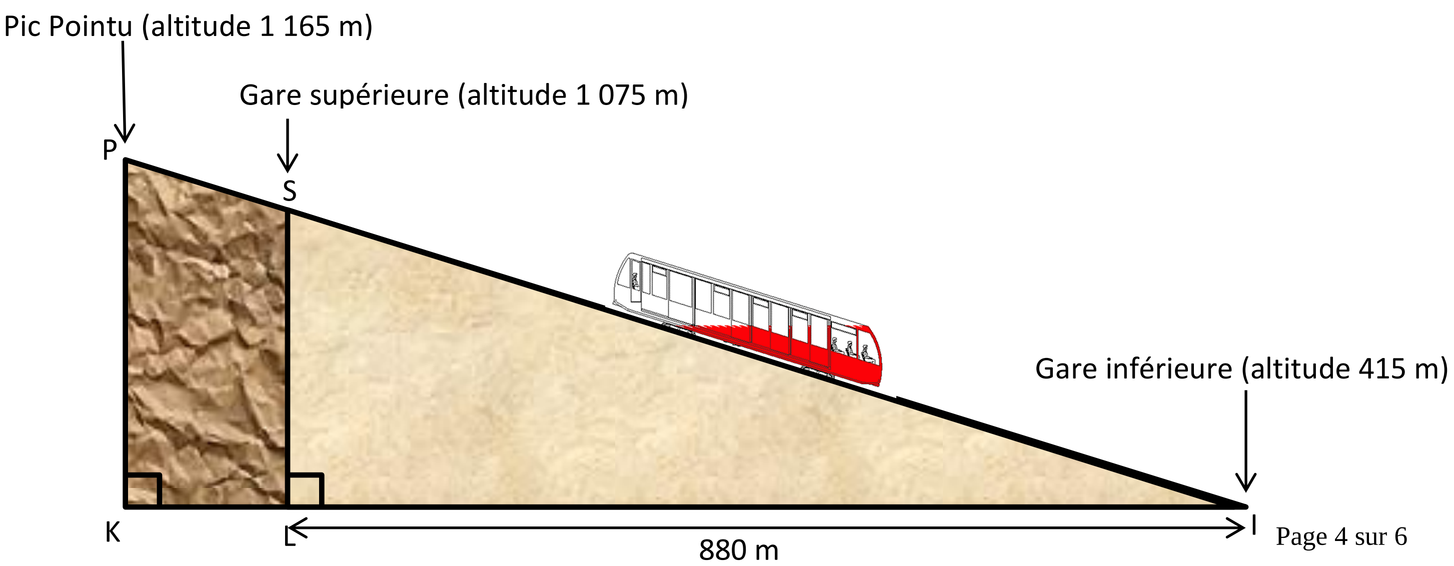


   b. Quelle probabilité a-t-elle d'avoir pioché deux bonbons à la fraise ?
   La probabilité de tirer 2 bonbons à la fraise est égale au produit des probabilités :
   $\frac{6}{16} \times \frac{8}{22} = \frac{3 \times \cancel{2} \times \cancel{8}}{\cancel{8} \times \cancel{2} \times 22} = \frac{3}{22}$

EXERCICE 6 : *(7 points)*

Akym décide de monter au Pic Pointu en prenant le funiculaire[1] entre la gare inférieure et la gare supérieure, la suite du trajet s'effectuant à pied.

(1) Un funiculaire est une remontée mécanique circulant sur des rails en pente.



Les points I, L, K sont alignés ainsi que les points I, S, P.

1. En utilisant les altitudes, montre que la longueur SL est égale à 660 m. De la même façon calcule PK.

SL = 1 075 – 415 = 660 m et PK = 1 165 – 415 = 750 m .

2. Montre que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.

Dans le triangle LIS rectangle en L, j'applique le théorème de Pythagore :

$SI^2 = SL^2 + LI^2$ donc $SI^2 = 660^2 + 880^2 = 1\,210\,000$ d'où : $SI = \sqrt{1\,210\,000} = 1\,100$m.

3. Le funiculaire se déplace à la vitesse moyenne constante de 10 km/h.
Calcule la durée du trajet aller entre les deux gares. On donnera le résultat en min et s.

On peut utiliser la formule $t = \frac{d}{v}$, soit $t = \frac{1,1}{10} = 0,11$ h = 6,6 min = 6 min 36 s.

Ou un tableau de proportionnalité :

Durée en secondes	3 600	?
Distance en m	10 000	1 100

$? = \frac{1\,100 \times 3\,600}{10\,000} = 396$ s = 6 min 36 s.

4. Entre la gare supérieure et le Pic Pointu, Akym effectue le trajet en marchant.
Quelle distance SP aura-t-il parcourue à pied ?

Dans le triangle PKI, les points I, L, K sont alignés ainsi que les points I, S, P et les droites (PK) et (SL) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{IL}{IK} = \frac{IS}{IP} = \frac{LS}{KP}$ d'où $\frac{1\,100}{IP} = \frac{660}{750}$ donc $IP = \frac{750 \times 1\,100}{660} = 1\,250$ m

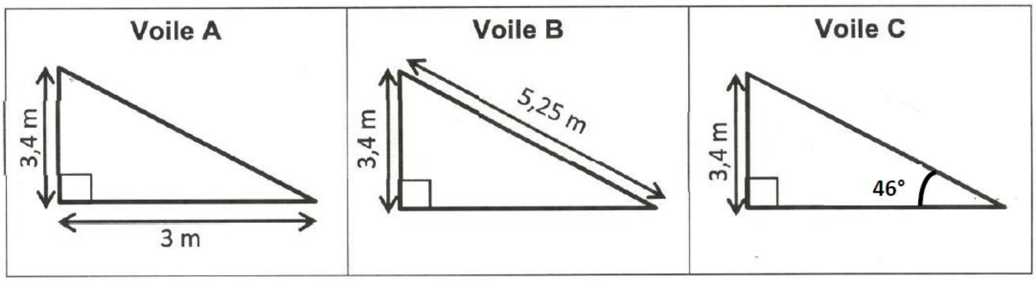
Ainsi SP = 1 250 – 1 100 = 150 m.

Il marchera 150 m pour atteindre le Pic Pointu.

<u>EXERCICE 7</u> : *(4 points)*

Pour son confort, Élise souhaite installer une voile d'ombrage triangulaire dans son jardin.
L'aire de celle-ci doit être de 6 m² au minimum.
Parmi les trois voiles suivantes, quelle est (quelles sont) celle(s) qui pourraient convenir ?

Les schémas ci-dessous ne sont pas à l'échelle.



Laissez toutes traces de vos recherches, toutes démarches (calcul, schéma, explication...) sera prise en compte même si le résultat final n'a pas été trouvé.

Aire de la voile A : $A_A = \dfrac{3{,}4 \times 3}{2} = 5{,}1$ m² : ce n'est pas suffisant.

Aire de la voile B : Il faut calculer la longueur du côté manquant dans le triangle rectangle avec le théorème de Pythagore, on trouve : $\sqrt{5{,}25^2 - 3{,}4^2} = \sqrt{16{,}0025} \approx 4$ m

D'où $A_B = \dfrac{3{,}4 \times 4}{2} = 6{,}8$ m² : cette voile peut convenir.

Aire de la voile C : Il faut calculer la longueur du côté de l'angle droit manquant dans le triangle rectangle :

On trouve $\dfrac{3{,}4}{\tan 46°} \approx 3{,}28$ m.

D'où $A_C = \dfrac{3{,}4 \times 3{,}28}{2} = 5{,}576$ m² : ce n'est pas suffisant.