Cara Mudah Memahami

STATISTIKA

EKONOMI dan BISNIS

(STATISTIKA INFERENSIA)

Nata Wirawan

Cara Mudah Memahami

STATISTIKA
EKONOMI DAN BISNIS
(BUKU 2 :STATISTIKA INFERENSIA)

EDISI KEEMPAT

Penerbit
Keraras Emas

Cara Mudah Memahami

STATISTIKA EKONOMI DAN BISNIS
(STATISTIKA INFERENSIA)

Edisi Keempat, Maret 2017

Penulis : Nata Wirawan

Penerbit : Keraras Emas
Denpasar

ISBN : 978-602-6896-09-4

Cara Mudah Memahami

STATISTIKA

EKONOMI DAN BISNIS
(STATISTIKA INFERENSIA)

Edisi Keempat

Oleh
Nata Wirawan
Universitas Udayana

Penerbit
Keraras Emas
Jl. Padma No. 107
Denpasar
(80238),Bali

Sebagai seorang manusia,

guru utamaku adalah alam di sekitarku.

dan

Sebagai seorang dosen,

guru utamaku adalah mahasiswaku.

(Nata Wirawan, 2012)

PRAKATA EDISI KEEMPAT

Seperti telah penulis sampaikan pada edisi sebelumnya bahwa buku ini ditulis sebagai buku pengantar bagi mahasiswa ekonomi dan bisnis serta pemakai lainnya. Sejak pertama kali diterbitkannya, tahun 1994, buku ini banyak diminati dan digunakan oleh para mahasiswa maupun pengajar. Saran saran, koreksi dan ulasan mereka yang konstruktif mengenai edisi-edisi sebelumnya dan edisi ini, menjadikan buku ini suatu naskah yang lebih baik.

Terkesan dari namanya yaitu Statistika Inferensia, maka materi yang dibahas dalam buku ini berfokus pada cara-cara melakukan inferensi (pendugaan dan pengujian hipotesis parameter populasi) yang didasarkan atas informasi yang diperoleh dari sampel (statistik sampel). Materi yang terkandung dalam buku ini merupakan lanjutan dan sifatnya lebih dalam dan lebih kompleks dari materi Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Deskriptif), Buku 1. Matematika – ketidakpastian – yaitu teori peluang memegang peran penting dalam statistika inferensia. Dalam statistika inferensia faktor ketidakpastian selalu diperhitungkan.

Dua aspek utama statistika inferensia yaitu pendugaan secara statistik dan pengujian hipotesis statistik, dalam buku ini disajikan dengan cara yang lebih khusus dari bab-bab yang lainnya. Dengan cara penyajian sedemikian itu, diharapkan para mahasiswa dan pemakai lainnya lebih mudah dapat memahaminya. Selain itu, penulis juga berharap buku ini dapat dipelajari secara mandiri oleh para pemakainya.

Dalam edisi ini, penulis melakukan beberapa perubahan hampir di semua bab berupa penambahan, pemutakhirkan contoh dan soal-soal latihan serta memperkaya aplikasi. Aplikasi diperkaya dalam bidang pariwisata. Walaupun terjadi perubahan, namun cara penyajiannya tetap dipertahankan. Demikian juga jumlah bab dan topik bahasan tetap seperti edisi sebelumnya 11 bab.

Jumlah contoh dan soal-soal latihan yang relatif banyak serta bervariatif sebagian besar terfokus pada masalah ekonomi dan bisnis, juga tetap dipertahankan. Penambahan aplikasi dalam bidang pariwisata dilakukan hampir dalam semua bab, namun dalam jumlah yang terbatas. Edisi buku ini diperkaya dengan 144 contoh dan 155 soal-soal latihan yang tersebar di semua bab. Contoh dan soal-soal latihan dalam edisi ini sebagian besar telah dimutakhirkan sesuai perkembangan ekonomi dan bisnis serta pariwisata dewasa ini.

Cakupan materi yang terkandung dalam buku ini tetap dipertahankan yaitu dibagi atas 11 bab. Bab1 Teori himpunan, Bab 2 Teori peluang, Bab 3 Distribusi peluang teoritis. Bab 4, Distribusi Binomial, Poisson, Hypergeometrik dan normal. Bab 5, metode penarikan sampel dan distribusi sampel. Bab 6, pendugaan secara statistik. Bab 7, Pengujian hipotesis. Bab 8, Distribusi Chi Kuadrat. Bab 9, Analisis variansi. Bab 10, regresi dan korelasi linear sederhana dan Bab 11, regresi korelasi linear berganda. Dalam dua bab terakhir bahasannya ditekankan pada masalah inferensi koefisien regresi dan korelasi.

Oleh karena materi yang terkandung dalam buku ini untuk satu semester, maka dari itu kepada kolega dosen disarankan agar Bab 1 sampai dengan Bab 5 diberikan sebagai bahan UTS (Ujian Tengah Semester) dan sisanya yaitu materi Bab 6 sampai dengan Bab 11, dilanjutkan setelah UTS dan dipertimbangkan sebagai bahan UAS (Ujian Akhir Semester).

Penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih kepada rekan sejawat – kolega dosen – yang telah memberikan berbagai saran, masukkan serta dorongan dalam penyusunan edisi-edisi sebelumnya dan naskah edisi ini, yaitu kolega dosen di :

Universitas Udayana
Trunajaya, I Gd
Jayastra, I K.
Yuliarmi, Ni Nym.
Saskara, I A. Nym.
Sudarsana Arka
Martini Dewi, Ni P.
Sudiana, I K.
Indrajaya, I G.B.
Tisnawati, Ni Md.
Suarjaya, AA Gd.
Sri Artini, L. G.
Eka Sulistyawati
Triaryarti, Nym
Artha Wibawa, I Md.
Nurcaya, I Nym.

Universitas Pendidikan Nasional
Rasmen Adi, Nym.
Sri Subawa, Nym.
Rai Mahaputra, I Dw. Md.
Taun, Nym
Pradnyani Dewi, I G.A.A
Irma Yunita, P.

Universitas Mahasaraswati
Suryani, Ni Nym.
Yusi Pramandari, P.
Lisa Ermawatiningsih, Ni P.
Suarjana, I W.
Utami Paramitha, I. A. P

Universitas Pendidikan Ganesha
Pradana Adiputra, I Md.
L.E. Tri Palupi
Ary Surya Darmawan, Nym.
Rai Suwena, Kd.
Rudy Irwansyah
Anintia Terisna Sari, Ni Md.
Trisna Herawati, Nym.
Sri Werastuti, Dsk. Nym.
Sukma Kurniawan, P.

Universitas Mataram
Karismawan, I P.
Masrun
Satarudin

Universitas Negeri Jakarta
Tuty Sariwulan, R

Universitas Warmadewa
Suyatna Yasa, I P. Ngr.
Sara, I Md.
Jamin Yasa, Md.
Sri Purnami, A. A
Darma I K.
Jayawarsa, A. A. K.
Ita Silvia Azita Azis

Universitas Hindu Indonesia
Yudhi Wijaya, I P.
Sumadi, Ni Km.
Winantra, I Nym

Politenik Negeri Bali
Wijana, I Md.
Putri Suardani, A.A
Dewinta Ayuni, Ni W.
Triyuni, Ni Nym.
Wijaya, I Ngh.
Eka Armoni, N. L.
Suja, I K..
Mas Krisna Komala Sari, I G. A.
Sadnyana Putra, I G.A.
Sumajaya, Gd.
Bagus Mataram, I G. A
Putrana, I W.
Jimmy Waciko, Kd.
Tri Tanami Sukraini

Universitas Panji Sakti
Adi Mekar Sari, Ni Ketut

STP Nusa Dua, Bali
Tuwi, I W.
Tirtawati, Ni Md.
Wirata, I Ngh.

STIKOM Bali
Putra Ratu Asmara, A.A.G.A
Putri Srinadi, N. L.

STIMI Handayani
Gunastri, Ni Md.
Oka Pradnyana, I G.G.

Universitas Tabanan
Rastana, Dewa Made
Terimajaya, I Wayan

Demikian juga, kepada para pengajar dan pemakai buku ini yang namanya belum disebutkan dalam prakata edisi ini, penulis tak lupa juga mengucapkan terima kasih.

Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Bapak Prof. Made Suyana Utama dan Prof. Made Kembar Sri Budhi atas dorongan dan sumbangan pemikirannya dalam penulisan edisi buku ini. Secara khusus pula kami berterima kasih kepada korektor buku ini dan staf Penerbit Keraras Emas Denpasar yang menjadikan buku ini lebih sempurna dari edisi sebelumnya. Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Saudara Gde Aryantha Soethama atas kepiawaiannya dalam me- *lay out* isi dan mendisain kulit buku ini.

Akhirnya penulis menyadari buku ini jauh dari sempurna, di atas langit ada langit lagi, oleh karenanya kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca dan pemakai buku ini, penulis akan terima dengan senang hati. Sementara itu, segala kekurangan dan kesalahan yang terdapat dalam buku ini sepenuhnya bersumber dan menjadi tanggung jawab penulis.

Denpasar, Awal Maret 2017

NW

PRAKATA EDISI KETIGA

Dalam edisi ketiga buku ini, penulis melakukan penyesuaian judul buku dari judul semula yaitu " Cara Mudah Memahami Statistik 2 (Statistik Inferensia), Untuk Ekonomi dan Bisnis" menjadi Cara Mudah Memahami Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Inferensia), Buku 2". Terkesan dari namanya yaitu Statistika Inferensia, maka materi yang dibahas dalam buku ini berfokus pada cara-cara melakukan inferensi (pendugaan dan pengujian hipotesis parameter populasi) yang didasarkan atas informasi yang diperoleh dari sampel (statistik sampel).

Materi yang terkandung dalam buku ini merupakan lanjutan dan sifatnya lebih dalam dan lebih kompleks dari materi Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Deskriptif), Buku 1. Matematika – ketidakpastian – yaitu teori peluang sangat berperan dalam statistika inferensia. Dalam statistika inferensia faktor ketidakpastian selalu diperhitungkan.

Seperti telah penulis sampaikan pada edisi sebelumnya, adapun alasan disusunnya buku ini adalah: **pertama**, ikut serta menambah jumlah referensi buku statistika untuk mahasiswa ekonomi dalam bahasa Indonesia; **kedua,** belum banyak buku statistika dalam bahasa Indonesia yang aplikasinya memberikan porsi yang cukup besar pada masalah ekonomi dan bisnis dewasa ini; **ketiga**, membantu dan memudahkan penulis dalam mengantarkan mata kuliah ini di Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Udayana, dan yang **keempat**, membantu mahasiswa belajar lebih mudah dan efisien. Sasaran yang ingin dicapai sudah barang tentu hasil perkuliahan yang optimal, terutama dalam mata kuliah ini. Sementara keunggulan buku ini dari buku sejenis lainnya adalah – buku ini disajikan dalam bentuk yang sederhana, ringkas, padat isi dan sistematis – serta disajikan dengan bahasa yang mudah dipahami. Selain itu, buku ini juga dilengkapi dengan 129 contoh/contoh soal dan 152 soal-soal latihan yang sebagian besar merupakan terapan dalam bidang ekonomi dan bisnis dewasa ini.

Dua aspek utama statistika inferensia yaitu pendugaan secara statistik dan pengujian hipotesis statistik, dalam buku ini disajikan dengan cara yang lebih khusus dari bab-bab yang lainnya. Dengan cara penyajian sedemikian itu, diharapkan para mahasiswa dan pemakai lainnya lebih mudah dapat memahaminya. Selain itu, kami juga berharap buku ini dapat dipelajari secara mandiri oleh para pemakainya. Walupun cara penyajiannya tetap diper-tahankan, namun pada edisi ini hampir di semua bab, terdapat pemutakhiran dan penambahan contoh dan soal-soal latihan yang relevan dengan perkembangan ekonomi dan bisnis dewasa ini.

Cakupan materi yang terkandung dalam buku ini tetap dipertahankan yaitu dibagi atas 11 bab. Bab1 Teori himpunan, Bab 2 Teori peluang, Bab 3 Distribusi peluang teoritis. Bab 4, Distribusi Binomial, Poisson, Hypergeometrik dan normal. Bab 5, metode penarikan sampel dan distribusi sampel. Bab 6, pendugaan secara statistik. Bab 7, Pengujian hipotesis. Bab 8, distribusi Kai Kuadrat. Bab 9, Analisis variansi. Bab 10 dan 11 secara terpisah dibahas mengenai regresi korelasi linear sederhana dan regresi korelasi linear berganda, yang pembahasannya ditekankan pada masalah inferensi koefisien regresi dan korelasi.

Oleh karena materi yang terkandung dalam buku ini untuk satu semester, maka dari itu kepada kolega dosen disarankan agar Bab 1 sampai dengan Bab 5 diberikan sebagai bahan UTS (Ujian Tengah Semester) dan sisanya yaitu materi Bab 6 sampai dengan Bab 11, dilanjutkan setelah UTS dan dipertimbangkan sebagai bahan UAS (Ujian Akhir Semester).

Penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih kepada rekan sejawat – kolega dosen – yang telah memberikan berbagai saran, masukkan serta dorongan dalam penyusunan edisi-edisi sebelumnya dan naskah edisi ini, yaitu kolega dosen di :

Universitas Udayana
Trunajaya, Gede
Jayastra, I Ketut
Yuliarmi, Ni Nyoman
Saskara, I A. Nyoman
Sudarsana Arka
Martini Dewi, Ni Putu
Sudiana, I Ketut.
Indrajaya, I G.B.
Tisnawati, Ni Made
Suarjaya, AA Gede
Sri Artini, Luh Gde
Eka Sulistyawati
Artha Wibawa, I Made
Nurcaya, I Nyoman
Rastini, Ni Made
Surya Negara S., I Made
Triaryarti, Nyoman

Universitas Mahasaraswati
Suryani, Ni Nyoman
Yusi Pramandari, Putu
Lisa Ermawatiningsih, Ni Putu
Suarjana, I Wayan
Utami Paramitha, I. A. P
Dian Putri Agustina, Made

Universitas Hindu Indonesia
Yudhi Wijaya, I Putu
Sumadi, Ni Komang
Winantra, I Nyoman

STIMI Handayani
Gunastri, Ni Md.
Oka Pradnyana, I G.G.

Universitas Tabanan
Rastana, Dewa Made
Terimajaya, I Wayan

Universitas Panji Sakti
Adi Mekar Sari, Ni Ketut

Universitas Pendidikan Ganesha
Pradana Adiputra, I Made.
L.E. Tri Palupi
Ary Surya Darmawan, Nyoman
Rai Suwena, Kadek
Rudy Irwansyah
Anintia Terisna Sari, Ni Made
Trisna Herawati, Nyoman
Sri Werastuti, D. Nyoman.

Universitas Mataram
Karismawan, I Putu
Masrun
Satarudin

Universitas Negeri Jakarta
R. Tuty Sariwulan

Universitas Warmadewa
Suyatna Yasa, I Putu Ngurah
Jamin Yasa, Made
Sri Purnami, A. A
Darma I Ketut
Jayawarsa, A. A. Ketut
Ita Silvia Azita Azis

STIKOM Bali
Putra Ratu Asmara, A.A.G.A
Putri Srinadi, N. L.

Politenik Negeri Bali
Wijana, I Made
Putri Suardani, A.A
Dewinta Ayuni, Ni Wayan
Triyuni, Ni Nyoman.
Wijaya, I Nengah
Eka Armoni, Ni Luh
Suja, I Ketut.
Mas Krisna Komala Sari, I G. A.
Sadnyana Putra, I G.A.
Sumajaya, Gede
Bagus Mataram, I G. A
Putrana, I Wayan.
Jimmy Waciko, Kade.
Tri Tanami Sukraini

Demikian juga, kepada para pengajar dan pemakai buku ini yang namanya belum disebutkan dalam prakata edisi ini, penulis tak lupa juga mengucapkan terima kasih.

Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Bapak Prof. Made Suyana Utama dan Prof. Made Kembar SriBudhi atas dorongan dan sumbangan pemikirannya dalam penulisan edisi buku ini. Secara khusus pula kami berterima kasih kepada korektor buku ini: Ni Luh Putu Dessy Surya Puspita Dewi, dkk., dan staf Penerbit Keraras Emas Denpasar, yang menjadikan buku ini lebih sempurna dari edisi sebelumnya. Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Saudara Gde Aryantha Soethama atas kepiawaiannya dalam me- *lay out* isi dan mendisain kulit buku ini.

Akhirnya penulis menyadari buku ini jauh dari sempurna, di atas langit ada langit lagi, oleh karenanya kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca dan pemakai buku ini, penulis akan terima dengan senang hati. Sementara segala kekurangan dan kesalahan yang terdapat dalam buku ini sepenuhnya bersumber dan menjadi tanggung jawab penulis.

Denpasar, Januari 2014

NW

DAFTAR ISI

TEORI HIMPUNAN

1.1 Pengantar

Dalam statistika inferensia, teori himpunan memegang peranan yang sangat penting dan bersifat mendasar. Berawal dari peran teori himpunan dalam menjelaskan teori peluang, terutama peluang kejadian majemuk, populasi (himpunan semesta), dan sampel (himpunan bagian). Itulah salah satu alasan kenapa teori himpunan dibahas kembali dalam bab ini, padahal di SMU telah dipelajari. Dalam bab ini akan dibahas teori himpunan, ditekankan pada operasi himpunan yang bersifat pengulangan kembali.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini para mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat memahami pengertian himpunan, menyatakan suatu himpunan dan terutama dapat mengoperasikan himpunan.

1.2 Definisi Himpunan

Himpunan adalah sekumpulan obyek, yang diberikan batasan serta dirumuskan secara tegas dan dapat dibedakan satu dengan yang lainnya. Tiap obyek, benda atau simbol yang secara kolektif membentuk suatu himpunan disebut elemen/unsur/anggota dari himpunan tersebut.

1.3 Penulisan Suatu Himpunan

Himpunan dituliskan atau dinyatakan dengan notasi { } dan anggota-anggotanya ditulis di dalam kurung kurawal tersebut. Nama suatu himpunan ditulis dengan huruf kapital

Ada dua (2) cara untuk menuliskan suatu himpunan

Pertama : Cara tabulasi (*Roster Method*)

Cara tabulasi adalah suatu cara dengan mencantumkan seluruh obyek yang menjadi anggota suatu himpunan.

Kedua : Cara pencirian (*Rule Method*)

Cara pencirian adalah suatu cara dengan menyebutkan karakteristik tertentu dari obyek yang menjadi anggota suatu himpunan.

Contoh 1 - 1

(a) A adalah himpunan semua jurusan di FEB Unud

Himpunan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut :

Pertama :

A = {EP, Manajemen, Akuntansi}

Kedua :

A = {x | x jurusan di FEB Unud}

(b) B adalah himpunan sisi sebuah koin (uang logam)

Himpunan B tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

Pertama:

B = {sisi angka, sisi gambar}

Kedua:

B = { x |x sisi sebuah koin }

(c) C adalah himpunan mata sisi sebuah dadu

Himpunan C tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

Pertama :

C = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Kedua :

C ={ x | x mata sisi sebuah dadu}

Suatu elemen yang merupakan anggota/elemen dari suatu himpunan dinyatakan dengan notasi $\in$ (baca: epsilon). Sedangkan untuk menyatakan **bukan anggota** dari suatu himpunan dinyatakan dengan notasi $\notin$.

Contoh 1- 2

(a) A = {x | mata sisi sebuah dadu}

maka,

$1 \in A$ $\qquad$ $2 \in A$

$3 \in A$ $\qquad$ $7 \notin A$

(b) B = {a, b, c, d}

maka ,

$a \in B$ $\qquad$ $b \in B$

$c \in B$ $\qquad$ $f \notin B$

1.4 Jenis Himpunan dan Diagram Venn

■ **Himpunan berhingga dan tak berhingga**

Himpunan berhingga ialah suatu himpunan yang jumlah anggotanya dapat dihitung. Sedangkan himpunan yang jumlah anggotanya tidak dapat dihitung disebut himpunan tak berhingga .

Contoh 1- 3

Himpunan berhingga,
B = { x | x Jurusan di FEB Unud }
B = {EP, Manajemen, Akuntansi}

Himpunan tak berhingga,
P = { x | x Bilangan Asli }
P = {1, 2, 3, 4 ...}

■ **Himpunan Kosong**

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.
Notasinya ϕ atau { }.

Contoh 1 - 4

A = { x | x Mahasiswa FEB Unud yang berumur 6 tahun }
B = { y | y Manusia yang berkepala tiga}

■ **Himpunan Semesta dan Himpunan Bagian**

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat semua obyek atau elemen yang menjadi perhatian kita

Notasinya : U atau S

Himpunan Bagian

Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B jika dipenuhi dua syarat yaitu :

(1) Setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B
(2) Paling tidak ada satu buah anggota himpunan B yang bukan merupakan anggota himpunan A

Notasinya : $\subset$

Contoh 1- 5

S = {x | x mahasiswa Unud}
A = {y | y mahasiswa FEB Unud}
B = {z | z mahasiswa jurusan akuntansi FEB Unud}

Di sini, himpunan S merupakan himpunan semesta, sedangkan himpunan A dan himpunan B merupakan himpunan bagian dari himpunan S. Demikian juga himpunan A merupakan himpunan semesta bagi himpunan B. Hubungan ketiga himpunan tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

$A \subset S$ $\quad$ $B \subset A$
$B \subset S$ $\quad$ $B \subset A \subset S$

Contoh 1- 6

A = {kendaraan bermotor}
B = {mobil}
C = {sepeda motor}

Di sini himpunan B dan himpunan C merupakan himpunan bagian dari himpunan A. Hubungan masing-masing antara A dan B dengan C dapat dinyatakan sebagai berikut :

$B \subset A$ $\quad\quad$ $C \subset A$

■ **Komplemen Suatu Himpunan**

Jika S himpunan semesta dan A suatu himpunan yang terkandung dalam S, maka yang dimaksud dengan komplemen dari A adalah anggota himpunan S yang bukan anggota himpunan A.

Notasi komplemen A adalah: A^C atau A'.

Contoh 1- 7

(a) A = {1, 2, 3}
S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10}

maka, A^C = { 4, 5, 6, 7, 8, 9,10}

(b) P = {1, 3, 5}
S = {1, 3, 5, 7, 9, 11}

maka, P^C = {7, 9, 11}

■ **Himpunan yang Sama**

Dua himpunan A dan B disebut sama, jika setiap anggota A adalah juga anggota B dan sebaliknya setiap anggota B juga merupakan anggota dari A. Notasinya A = B

Contoh 1- 8

(a) A = {1, 2, 3, 4} dan B = {4, 3, 2, 1}
maka, A = B

(b) P = {a, b, c} dan Q = {a, b, c, d}
maka, $P \neq Q$

(c) R = {2, 4, 6} dan P = {l, m, n}
maka, $R \neq P$

■ **Himpunan Ekivalen (Setara)**

Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B, jika jumlah anggota himpunan A sama dengan jumlah anggota himpunan B.

Notasinya : $A \sim B$, jika n(A) = n(B)

Contoh 1- 9
A = {a, b, c}
B = {kol, buncis, terung}
C = {1, 3, 5}

maka

$$\left.\begin{array}{l} n(A) = 3 \\ n(B) = 3 \\ n(C) = 3 \end{array}\right\} \text{Jadi } A \sim B \sim C$$

■ **Banyaknya Himpunan Bagian Suatu Himpunan**

Jika banyaknya anggota dari himpunan A adalah n atau n(A) = n, maka banyaknya himpunan bagian dari A adalah 2^n

Contoh 1- 10
Perhatikan himpunan A = {a, b, c} $\rightarrow$ n = 3, maka himpunan A tersebut akan memiliki himpunan bagian sebanyak $2^3 = 8$, yang dapat dirinci sebagai berikut:

(1) $\phi \in A$	(3) $\{b\} \in A$	(5) $\{a, b\} \in A$	(7) $\{b, c\} \in A$
(2) $\{a\} \in A$	(4) $\{c\} \in A$	(6) $\{a, c\} \in A$	(8) $\{a, b, c\} \in A$

Contoh 1- 11
Himpunan bagian dari himpunan B = {1, 2} dengan n(B) = 2, sebanyak $2^2 = 4$.
Yang dapat dirinci sebagai berikut :

(1) $\phi \in B$	(3) $\{2\} \in B$
(2) $\{1\} \in B$	(4) $\{1, 2\} \in B$

■ **Diagram Venn**

Diagram venn adalah diagram yang menunjukkan gambaran suatu himpunan atau gambaran himpunan dalam hubungannya dengan himpunan yang lain.

1.5 Operasi Himpunan

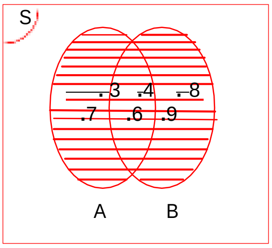
■ **Operasi Gabungan (Union)**

Gabungan dari himpunan A dan himpunan B adalah himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota A atau B

Notasinya : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$

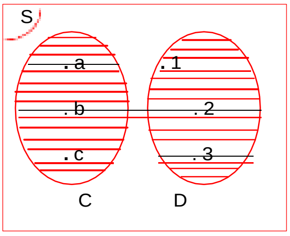
Contoh 1- 12
A = {3, 4, 6, 7}
B = {4, 6, 8, 9}
maka $A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

Diagram Venn-nya, dapat dinyatakan sebagai berikut :



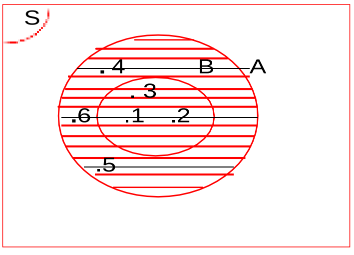
Contoh 1 - 13
C = {a, b, c}
D = {1, 2, 3}
maka C ∪ D = { 1, 2, 3, a, b, c}

Diagram Venn-nya sebagai berikut :



Contoh 1 - 14
A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
B = {1, 2, 3}
maka A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Diagram Venn-nya sebagai berikut :



■ Operasi Irisan (Interseksi)

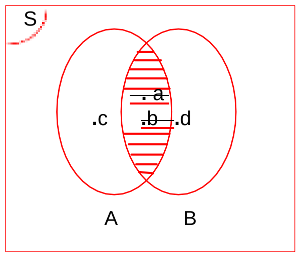
Irisan dari himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota A dan sekaligus juga anggota B. Notasinya A ∩ B = { x | x ∈ A dan x ∈ B }. Jika A ∩ B = ϕ , dikatakan A dan B saling lepas

Contoh 1- 15

A = {a, b, c}
B = {a, b, d}

maka $A \cap B = \{a, b\}$

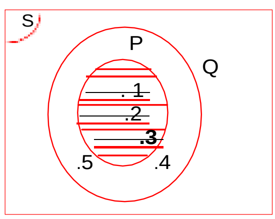
Diagram Venn-nya sebagai berikut :



Contoh 1 - 16

P = {1, 2, 3}
Q = {1, 2, 3, 4, 5}

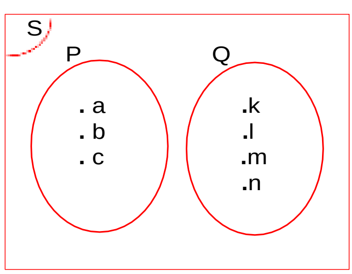
maka $P \cap Q = \{1, 2, 3\}$
Diagram Venn-nya sebagai berikut :



Contoh 1 - 17

P = {a, b, c}
Q = {k, l, m, n}
maka $P \cap Q = \phi$
$= \{ \}$

Diagram Venn-nya sebagai berikut :



■ **Operasi Selisih**

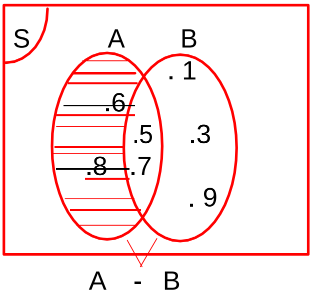
Selisih antara himpunan A dan himpunan B, adalah suatu himpunan yang anggotanya semua anggota A akan tetapi bukan anggota B.

Notasinya : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \}$

Contoh 1 - 18

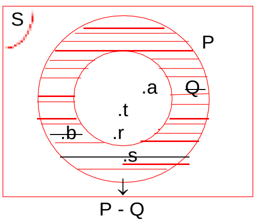
A = {5, 6, 7, 8}
B = {1, 3, 5, 7, 9}
maka, A – B = {6, 8}

Diagram Venn-nya, sebagai berikut :



Contoh 1 - 19

P = {a, b, t, r, s}
Q = {a, t, r}
maka P – Q = {b, s}
Diagram Venn-nya sebagai berikut :



■ **Operasi Tambah**

Jumlah antara himpunan A dan himpunan B adalah himpunan yang anggota-anggotanya himpunan A atau anggota himpunan B, tetapi bukan anggota irisan himpunan A atau himpunan B

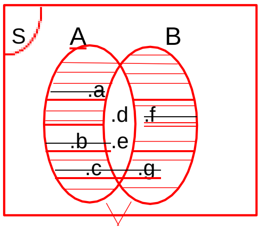
Notasinya : $A + B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B, \text{ dan } x \notin (A \cap B)\}$
$= \{ x \mid x \in (A \cup B) \text{ dan } x \notin (A \cap B)\}$

Contoh 1- 20

A = {a, b, c, d, e}
B = {d, e, f, g}

maka A + B = {a, b, c, f, g}

Diagram Venn-nya sebagai berikut :



A + B

1.6 Hukum-hukum Operasi Himpunan

(1) Hukum Komutatif
(a) $A \cup B = B \cup A$
(b) $A \cap B = B \cap A$

(2) Hukum Asosiatif
(a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
(b) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(3) Hukum Distributif
(a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$
(b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(4) Hukum De Morgan
(a) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$
(b) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

(5) Hukum Idempoten
(a) $A \cup A = A$
(b) $A \cap A = A$

(6) Hukum Kelengkapan
(a) $\phi^C = S$ (d) $A \cup A^C = S$
(b) $S^C = \phi$ (e) $A \cap A^C = \phi$
(c) $(A^C)^c = A$

(7) Sifat -sifat Lain dari Operasi Himpunan.
(a) sifat reflektif : $A \subset A$
(b) sifast transitif : $A \subset B$ dan $B \subset C \Rightarrow A \subset C$
(c) sifat anti simetris : $A \subset B$ dan $B \subset A \Rightarrow A = B$
(d) sifat penyerapan : $A \subset (A \cap B) = A$
: $A \subset (A \cup B) = A$
(e) $\phi \subset A \subset S$
$\phi \cup A = A$ dan $\phi \cap A = \phi$
$S \cup A = S$ dan $S \cap A = A$

1.7 Rumus Penjumlahan

■ **Untuk dua kejadian sembarang**

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \tag{1.1}$$

■ **Untuk tiga kejadian sembarang**

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \tag{1.2}$$

Untuk dapat lebih memahami tentang himpunan perhatikanlah beberapa contoh berikut.

Contoh 1- 21

Hasil penelitian yang dilakukan terhadap 250 KK warga suatu desa, menunjukkan 60 KK pemilik sawah dan 110 KK penggarap sawah Disamping itu ada pula 100 orang yang bukan pemilik sawah maupun penggarap sawah. Tentukanlah banyak KK sebagai pemilik sekaligus penggarap sawah.

Penyelesaian

Misalkan: S = seluruh warga desa
A = himpunan pemilik sawah
B = himpunan penggarap sawah

Maka,

$n(S) = 250$, $n(A) = 60$, $n(B) = 110$ dan $n(A \cup B)^C = 100$

$n(A \cap B) = . . . ?$

$$\begin{aligned}
n(A \cup B) &= n(S) - n(A \cup B)^C \\
&= 250 - 100 \\
&= 150 \\
n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\
150 &= 60 + 110 - n(A \cap B) \\
150 &= 170 - n(A \cap B) \\
n(A \cap B) &= 20
\end{aligned}$$

Jadi, banyaknya KK sebagai pemilik dan sekaligus penggarap sawah = 20

Contoh 1- 22

Dalam suatu kelompok group studi terdapat 10 mahasiswa suka nyontek, 12 mahasiswa suka ngerepek dan 5 mahasiswa suka nyontek sekaligus ngerepek. Berapa mahasiswa anggota group studi tersebut

Penyelesaian

Misalkan : A = himpunan mahasiswa suka nyontek
B = himpunan mahasiswa suka ngerepek

Maka, $n(A) = 10$, $n(B) = 12$ dan $n(A \cap B) = 5$
$n(A \cup B) = . . . ?$

Rumus,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$= 10 + 12 - 5$$
$$= 17$$

Jadi, jumlah anggota group studi tersebut adalah 17 mahasiswa

Soal-soal Latihan

1 - 1 $B = \{ \{x \mid x < 4, x \text{ bilangan asli} \}$
(a) Ubahlah cara penulisan himpunan B.
(b) Berapa banyak himpunan bagian dari himpunan B? Rincilah.

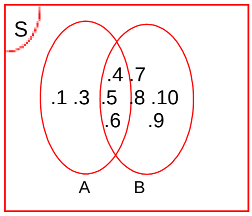
1 - 2 $P = \{1, 2, 3\}$, $Q = \{3, 4, 5, 6 \}$ dan $R = \{6, 7, 8\}$
Tentukanlah
(a) $P \cup (Q \cap R)$ (d) $(P \cap Q) \cup (P \cap R)$
(b) $(P \cup Q) \cap (P \cup R)$ (e) $(P \cap Q \cap R)$
(c) $P \cap (Q \cup R)$ (f) $(P \cup Q \cup R)$

1- 3 Hasil penelitian terhadap 50 orang ibu rumah tangga, ternyata 30 orang memilih sabun cair merek A, 34 orang memilih sabun cair merek B dan 14 orang memilih sabun cair merek A dan B.
(a) Berapa orang memilih sabun cair merek A tetapi tidak memilih merek B?
(b) Berapa orang memilih sabun cair merek B tetapi tidak memilih merek A?

1- 4 Dari sebuah agen koran tercatat 150 orang pelanggan. Seratus orang berlangganan koran *Jawa Post*, 70 orang berlangganan *Kompas* dan 40 orang berlangganan koran *Jawa Post* dan *Kompas*.
(a) Gambarlah diagram Venn-nya.
(b) Berapa orang yang tidak berlangganan koran *Jawa Post* dan *Kompas*?

1- 5 Unsur-unsur himpunan pada diagram Venn di bawah ini adalah nomor urut daftar hadir mahasiswa yang mengikuti kelompok belajar.
A adalah kelompok belajar akuntansi

B adalah kelompok belajar matematika ekonomi



(a) Berapa mahasiswa yang belajar akuntansi?
(b) Berapa mahasiswa yang belajar matematika ekonomi?
(c) Berapa mahasiswa yang belajar akuntansi tetapi tidak belajar matematika ekonomi?
(d) Berapa mahasiswa yang belajar akuntansi dan matematika ekonomi?
(e) Berapa mahasiswa yang belajar matematika ekonomi tetapi tidak belajar akuntansi?

1- 6 Tunjukkanlah diagram Venn bagi himpunan-himpunan di bawah ini

(a) $P - (Q \cap R)$ (e) $(A \cup B)^C$
(b) $(P \cup Q) \cap R$ (f) $A^C \cap B^C$
(c) $P - Q$ (g) $A^C \cup B^C$
(d) $A \cup B$ (h) $(A \cap B)^C$

1- 7 Dalam suatu survei pemakaian sabun cuci pada 500 rumah tangga, diperoleh data sebagai berikut :
275 rumah tangga memakai sabun detergen merek A
240 rumah tangga memakai sabun detergen merek B
325 rumah tangga memakai sabun detergen merek C
125 rumah tangga memakai sabun detergen merek A dan merek B
190 rumah tangga memakai sabun detergen merek A dan merek C
55 rumah tangga memakai sabun detergen merek B dan merek C
Berapa rumah tangga memakai ketiga macam sabun tersebut?

1- 8 Diketahui :
A = {1, 2, 3}, B = {2, 5, 7 } dan C = {1, 5, 7, 8}
Tentukanlah
(a) $A \cup B$
(b) $(A \cup B) \cup C$
(c) $B \cup C$
(d) $A \cup B \cup$
(e) $(A \cap B) \cup C$
(f) $(A \cup B) \cap C$

1- 9 Diketahui:
S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
A = {1, 3, 5, 7, 9}

B = {0, 2, 4, 6, 8, 10}

Tentukanlah

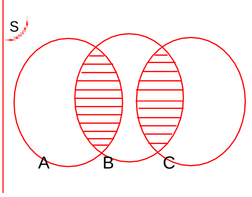
(a) $A \cup B$ (d) B^C
(b) $(A \cup B)^C$ (e) $A^C \cap B^C$
(c) A^C (f) $(A \cap B)^C$

1- 10 Suatu survei yang dilakukan terhadap 100 orang, menyatakan bahwa: terdapat 60 orang yang memiliki pesawat radio, dan 23 orang yang memiliki pesawat TV. Selanjutnya ternyata ada 30 orang yang tidak memiliki pesawat radio ataupun TV. Ada berapa orangkah yang memiliki pesawat radio dan TV?

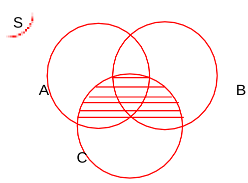
1- 11 Dari 100 orang pengikut ujian ternyata bahwa 40 orang lulus Matematika Ekonomi, 30 orang Pengantar Ekonomi Mikro dan 25 lulus dalam Matematika Ekonomi dan Pengantar Ekonomi Mikro. Berapa banyak pengikut yang gagal dalam kedua mata kuliah tersebut?

1- 12 Nyatakanlah himpunan daerah yang diarsir pada diagram Venn di bawah ini

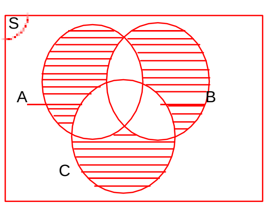
(a)



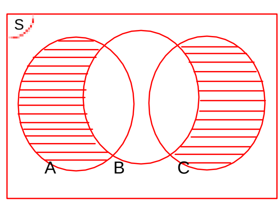
(b)



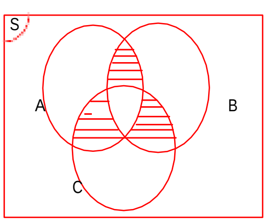
(c)



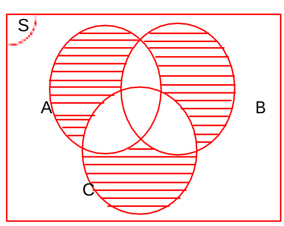
(d)



(e)



(f)



1- 13 Dari 80 manager diperoleh data mengenai hobi sebagai berikut :
42 orang gemar olah raga, 33 orang gemar musik, 35 orang gemar melukis, 12 orang gemar olah raga dan musik, 17 orang gemar olah raga dan melukis, 10 orang gemar musik dan melukis, dan 7orang gemar ketiga-tiganya

Pertanyaan

(a) Berapa orang yang hanya gemar olah raga?
(b) Berapa orang yang gemar olah raga dan melukis tapi tidak gemar musik?
(c) Berapa orang yang tidak gemar sama sekali dari ke tiga kegiatan tersebut?
(d) Berapa orang yang gemar olah raga, tetapi tidak gemar melukis?

TEORI PELUANG

2.1 Pengantar

Teori peluang–matematika ketidakpastian – merupakan landasan dari statistika inferensia. Oleh karena itu agar dapat memahami dengan baik statistika inferensia, pengetahuan tentang teori peluang sepatutnya dikuasai dengan baik. Pemahaman tentang teori peluang, terutama peluang suatu kejadian mejemuk, akan menjadi lebih sempurna bila didukung dengan pengetahuan teori himpunan yang memadai.

Dalam bab ini akan dibahas mengenai dasar-dasar teori peluang, antara lain: Pengertian dan konsep peluang suatu kejadian, percobaan, ruang sampel, titik sampel, serta permutasi dan kombinasi

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat memahami dengan baik dasar-dasar teori peluang percobaan, ruang sampel, titik sampel dan peluang suatu kejadian. Baik itu kejadian sederhana maupun kejadian majemuk serta permutasi dan kombinasi. Selain itu mahasiswa diharapkan dapat memahami dengan baik Teori atau Kaedah Bayes

2.2 Pengertian dan Konsep Peluang

Dalam kehidupan sehari-hari setiap orang selalu berhadapan dengan masalah-masalah ketidakpastian. Sering tidak diketahui dengan pasti kejadian apa yang akan terjadi di masa yang akan datang. Bila sebuah uang logam (koin) dilantunkan sekali, sulit ditebak sisi mana yang akan muncul di atas, sisi gambar (G) ataukah sisi angka (A). Demikian juga halnya bila sebuah dadu dilantunkan sekali, sulit ditebak atau tidak dapat diketahui dengan pasti, sisi mana yang akan muncul di atas, sisi mata satu atau sisi mata dua atau salah satu sisi mata lainnya. Seorang pengusaha akan dihadapkan pada masalah berhasil atau tidaknya dalam usaha yang dilakukan. Seorang petani dihadapkan pada masalah berhasil atau tidaknya panen yang akan datang. Seorang tentara dihadapkan pada masalah hidup atau mati dalam medan perang. Banyak lagi masalah ketidakpastian lainnya yang kita hadapi dalam kehidupan sehari-hari.

Kejadian semacam itu, yaitu kejadian yang sebelumnya tidak diketahui dengan pasti, apakah kejadian itu akan terjadi atau tidak, disebut kejadian acak (*random event*). Demikian pula, suatu proses (percobaan) disebut acak kalau hasil proses (hasil percobaan) tidak dapat ditentukan sebelumnya dengan pasti. Untuk mengukur derajat ketidakpastian dari suatu kejadian acak ini, dipakai suatu konsep peluang (kemungkinan atau kebolehjadian atau probabilitas). Jadi, peluang suatu kejadian adalah suatu ukuran tentang kemungkinan terjadinya suatu kejadian dimasa yang akan datang. Nilai peluang suatu kejadian berkisar antara nol (nol persen) sampai dengan satu (100 persen). Misalnya, untuk kejadian A berlaku,

$$(0 \leq P(A) \leq 1)$$

P(A) = 1, artinya kejadian A pasti akan terjadi, dan P(A) = 0, artinya kejadian A mustahil akan terjadi atau tidak akan pernah terjadi.

Misalnya,

B = kejadian setiap orang akan mati, maka P(B) = 1.
C = kejadian darah tetap mengalir dalam tubuh orang mati, maka P(C)= 0
D = kejadian matahari terbit di timur, maka P(D) = 1
E = kejadian setiap orang tidak akan mati, maka P(E) = 0
F = kejadian benda akan jatuh ke bawah, maka P(F) = 1
G = kejadian seorang tentara mati di medan perang, maka 0 < P(G) < 1
H = kejadian panen tahun depan berhasil, maka 0 < P(H) < 1
K = kejadian seorang petinju K.O di ronde ke empat, maka 0 < P(K) < 1
L = kejadian bahwa besok hari akan hujan, maka 0 < P(L) < 1
M = kejadian bahwa besok hari saya sakit, maka 0 < P(M) < 1
N = kejadian bahwa besok hari saya sehat, maka 0 < P(N) < 1
Q = kejadian bahwa besok hari semua dagangannya laku, maka 0 < P(Q) < 1
R = kejadian bahwa lagi dua hari pesanannya akan datang, maka 0 < P(R)< 1

2.3 Pendekatan Peluang Suatu Kejadian

Menurut Berenson dan Levine (1996) terdapat tiga metode atau pendekatan untuk menjelaskan peluang suatu kejadian, yaitu pendekatan klasik, pendekatan empirik dan pendekatan subyektif. Sementara Lind, Marchal dan Wathen (2008) metode pendekatan peluang suatu kejadian digolongkan atas dua saja yaitu pendekatan obyektif dan pendektan subyektif. Menurut mereka pendekatan klasik dan empirik digolongkan ke dalam pendekatan obyektif.

1 Pendekatan klasik atau matematika

Ide timbulnya teori peluang ini diilhami oleh dunia perjudian pada saat itu (abad ke 19) di Perancis, sehingga untuk menjelaskan teori peluang ini banyak dipakai alat-alat judi seperti dadu, kartu bridge, dan uang logam (koin)

Koin

Sebuah uang logam (koin) memiliki dua sisi (dua permukaan) yaitu sisi gambar (G) dan sisi angka (A) .

D a d u

Dadu adalah suatu kubus yang homogen yang permukaan/sisinya diberi tanda bintik sebagai berikut:

selanjutnya dalam buku ini, sisi dadu dengan tanda satu bintik disebut sisi mata satu, sisi dadu dengan tanda dua bintik disebut sisi mata dua, . . , sisi dadu dengan tanda enam bintik disebut sisi mata enam.

Kartu Bridge

Satu set kartu bridge, berisi 52 kartu. Kelima puluh dua kartu bridge tersebut terbagi dalam empat (4) jenis kartu yaitu jenis skop (13 kartu), jenis cengkeh (13 kartu), jenis intan (13 kartu) dan jenis jantung (13 kartu). Warna dari jenis kartu tersebut adalah: Jenis intan dan jenis jantung berwarna *merah*. Jenis skop dan jenis cengkeh berwarna *hitam*. Untuk lebih jelasnya perhatikan Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Jenis dan Nilai Masing-masing Kartu Bridge

Jenis dan nama / Nilai	♠ skop	♣ cengkeh	♦ intan	♥ jantung
As	x	x	x	x
K (ing)	x	x	x	x
Q (ueen)	x	x	x	x
J (ack)	x	x	x	x
10	x	x	x	x
9	x	x	x	x
8	x	x	x	x
7	x	x	x	x
6	x	x	x	x
5	x	x	x	x
4	x	x	x	x
3	x	x	x	x
2	x	x	x	x

Menurut pendekatan klasik, bahwa peluang terjadinya suatu kejadian (P) adalah perbandingan dari kejadian yang menguntungkan/diharapkan terhadap seluruh kejadian yang mungkin, apabila setiap kejadian mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi. Yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P = \frac{\textit{Banyaknya kejadian yang menguntungkan}}{\textit{Banyaknya seluruh kejadian yang mungkin}} \qquad (2.1)$$

Contoh 2-1 Bila sebuah koin dilantunkan sekali, maka salah satu dari dua kejadian, dapat terjadi. Kejadian pertama, muncul sisi gambar. Kejadian kedua, muncul sisi bukan gambar atau sisi angka. Ini berarti, banyaknya (seluruh) kejadian yang mungkin terjadi = 2 kejadian. Selanjutnya bila A = kejadian yang menguntung yaitu kejadian munculnya sisi angka, maka banyaknya kejadian yang menguntungkan = 1 kejadian
Sehingga, peluang terjadinya kejadian A,

$$P(A) = \frac{\textit{Banyaknya kejadian yang menguntungkan}}{\textit{Banyaknya seluruh kejadian yang mungkin}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Contoh 2- 2 Bila sebuah dadu dilantunkan sekali, maka salah satu dari 6 kejadian berikut ini dapat terjadi.

1 Sisi mata 1 di atas	4 Sisi mata 4 di atas
2 Sisi mata 2 di atas	5 Sisi mata 5 di atas
3 Sisi mata 3 di atas	6 Sisi mata 6 di atas

Selanjutnya,
Bila, A = kejadian yang menguntungkan yaitu kejadian sisi mata 2 muncul di atas, maka

$$P(A) = \frac{\textit{Banyaknya kejadian yang menguntungkan}}{\textit{Banyaknya seluruh kejadian yang mungkin}}$$

$$= \frac{1}{6}$$

Bila, B = kejadian yang menguntungkan yaitu kejadian sisi dengan nilai genap di atas, maka

$$P(B) = \frac{\textit{Banyaknya kejadian yang menguntungkan}}{\textit{Banyaknya seluruh kejadian yang mungkin}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Contoh 2-3 Bila sebuah kartu ditarik dari satu set kartu bridge, maka salah satu dari 52 kejadian berikut dapat terjadi :

1 tertarik kartu As skop	4 tertarik kartu As jantung
2 tertarik kartu As cengkeh	5 tertarik kartu king skop.
3 tertarik kartu As intan	:
	.
	52 tertarik kartu king intan

Bila, A = kejadian yang menguntungkan yaitu kejadian terambilnya kartu As skop.
maka, P(A) = $\frac{1}{52}$ (Ingat, banyak kartu As skop adalah 1)

Bila, B = kejadian yang menguntungkan yaitu kejadian terambilnya kartu As
maka, P(B) = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
(Ingat, banyak kartu As adalah 4, yaitu As skop, As intan, As cengkeh, dan As jantung).

Bila, C = kejadian terambilnya kartu As berwarna merah
maka, P(C) = $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$
(Ingat, banyak kartu As berwarna merah yaitu 2, (As intan dan As jantung).

Dari Contoh 2-1, 2-2 dan 2-3, dapat disimpulkan bahwa perhitungan peluang suatu kejadian yang didasarkan atas pendekatan klasik, dapat dilakukan, dengan terlebih dahulu mengetahui keseluruhan kejadian yang mungkin terjadi. Oleh karena itu, pendekatan ini juga disebut pendekatan *apiori*.

Sebuah koin yang bersisi dua bila dilantunkan, maka banyaknya keseluruhan kejadian yang mungkin adalah 2 kejadian. Sebuah dadu bersisi enam bila dilantunkan, maka banyaknya keseluruhan kejadian yang mungkin adalah 6 kejadian. Sebuah kartu ditarik dari satu set kartu bridge yang berisi 52 kartu, maka banyaknya keseluruhan kejadian yang mungkin adalah 52 kejadian.

2 Pendekatan Empiris

Pendekatan empiris juga disebut pendekatan frekuensi. Disebut pendekatan empiris karena perhitungannya didasarkan pada pengalaman empiris, dan disebut juga pendekatan frekuensi karena perhitungannya didasarkan atas frekuensi relatif. Menurut pendekatan ini peluang suatu kejadian dalam jangka panjang (percobaan dilakukan berulang-ulang) ditentukan dengan cara mengamati beberapa bagian dari total pengamatan.

Apabila percobaan yang dilakukan cukup banyak (berulang-ulang) maka frekuensi relatif akan mendekati suatu bilangan tertentu, bilangan tertentu inilah yang merupakan besarnya peluang dari sebuah kejadian. Dengan kata lain **peluang suatu kejadian merupakan limit dari frekuensi relatifnya.** Peluang suatu kejadian berdasarkan pendekatan empiris dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n} \qquad (2.2)$$

P(A) = peluang kejadian A , m = banyaknya kejadian A
n = banyaknya percobaan

Dalam prakteknya, suatu percobaan berulang-ulang yang sifatnya tidak berhingga sulit dilakukan, maka dari itu, banyaknya percobaan dibatasi dengan mengambil sampel berukuran besar, dan **fekuensi relatif** itu sendiri, digunakan untuk memperkirakan nilai peluang kejadiannya. Sehingga peluang suatu kejadian menurut pendekatan empiris atau frekuensi hanya dinyatakan dengan,

$$P(A) = \frac{m}{n} \qquad (2.3)$$

Contoh 2-4 Misalkan menurut catatan bagian produksi sebuah perusahaan, dalam satu kali produksi menghasilkan 5.000 unit barang. Setelah diperiksa ternyata terdapat 50 unit barang yang cacat. Bila m = barang yang cacat dan $\overline{m}$ = barang yang tidak cacat atau baik, dan A = kejadian terambilnya barang yang cacat

maka ,

n = 5000, m = 50 dan $\overline{m}$ = 5.000 – 50 = 4.950,

sehingga,

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{50}{5000} = 0{,}01$$

dan

$$P(\overline{A}) = \frac{\overline{m}}{n} = \frac{4950}{5000} = 0{,}9$$

3 Pendekatan Subyektif

Pendekatan peluang secara subyektif adalah pendekatan yang menggunakan intuisi, keyakinan diri dan informasi tidak langsung lainnya. Peluang subyektif ini sifatnya amat pribadi, setiap orang memiliki informasi yang berbeda mengenai suatu kejadian dan cara mereka mengartikan informasi tersebut juga berbeda, sehingga peluang dari suatu kejadian yang mereka simpulkan akhirnya juga berbeda-beda.

2.4 Percobaan dan Ruang Sampel

Percobaan. Percobaan adalah suatu proses pengamatan (observasi) atau pengukuran dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan suatu data. Setiap percobaan dapat menghasilkan satu atau lebih kemungkinan hasil, dan hasil ini disebut kejadian (peristiwa) acak, yang selanjutnya disebut kejadian saja. Bila kejadian tersebut dapat dinyatakan sebagai sebuah himpunan yang hanya terdiri dari satu titik sampel, disebut kejadian sederhana, dan apabila kejadian tersebut dapat dinyatakan sebagai gabungan beberapa kejadian sederhana disebut kejadian majemuk.

Ruang sampel. Ruang sampel adalah himpunan dari seluruh hasil yang mungkin terjadi dari suatu percobaan. Kejadian-kejadian atau unsur-unsur yang menbentuk ruang sampel disebut titik sampel. Ruang sampel memiliki dua syarat yaitu : Pertama, dua hasil atau lebih tidak dapat terjadi bersamaan; kedua, harus terbagi habis (*exhaustive*), maksudnya, ruang sampel harus memuat seluruh kemungkinan hasil yang akan terjadi, tidak ada yang terlewatkan. Dengan kata lain, **kejadian** adalah bagian dari hasil percobaan yang dipilih atau yang menjadi perhatian kita; atau himpunan bagian dari ruang sampel yang ada. Sedangkan **titik sampel** adalah unsur-unsur yang membentuk ruang sampel

Contoh 2-5 Bila sebuah uang logam dilantunkan sekali. Tentukanlah ruang sampel dan titik sampelnya.

Penyelesaian

Tindakan (aktivitas) melantunkan uang logam satu kali dan mengamati (mencatat) sisi apa yang muncul di atas disebut percobaan. Bila sebuah uang logam atau koin dilantunkan sekali, maka hasil yang mungkin terjadi adalah muncul sisi gambar (G) atau muncul sisi angka (A). Maka **ruang sampel** dari tindakan melantunkan uang logam satu kali tersebut adalah S = {G, A}, dan titik sampelnya adalah G dan A.

Contoh 2-6 Bila sebuah dadu dilantunkan sekali. Tentukanlah ruang sampel dan titik sampel dari percobaan tersebut. Bila A = kejadian muncul sisi mata dua di atas, tentukanlah kejadian A. Bila B = kejadian muncul sisi mata genap di atas, tentukanlah kejadian B.

Penyelesaian

Bila sebuah dadu dilantunkan sekali, maka salah satu dari 6 sisi mata dadu akan muncul di atas. Mungkin sisi mata 1, 2, 3, 4, 5, atau sisi mata 6.

Ruang sampelnya adalah S = {1, 2, 3, 4, 5 , 6}, dan **titik sampelnya** adalah sisi mata 1, 2, 3, 4, 5 dan 6

Kejadian A adalah, A = {2}

Kejadian B adalah, B = {2, 4, 6}

Catatan : Kejadian semacam kejadian A, yaitu kejadian yang hanya terdiri dari satu titik sampel disebut **kejadian sederhana** (= kejadian elementer), sedangkan kejadian semacam kejadian B, yaitu kejadian yang terdiri dari gabungan beberapa titik sampel disebut **kejadian majemuk**.

Contoh 2-7 Bila dua keping uang logam dilantunkan sekaligus. Tentukanlah ruang sampel dan titik sampelnya. Bila A = kejadian sisi uang logam yang berbeda muncul di atas. Tentukanlah kejadian A tersebut.

Penyelesaian
Bila dua koin (uang logam) dilantunkan sekaligus, ada empat (4) kejadian yang mungkin terjadi, seperti yang tertera pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Kejadian-kejadian Sederhana Untuk Lantunan 2 Keping Uang Logam

Kejadian	Koin 1	Koin 2	Titik sampel
1	G	G	GG
2	G	A	GA
3	A	G	AG
4	A	A	AA

Ruang sampel dari percobaan tersebut adalah S = {GG, GA, AG, AA}
Titik sampelnya adalah GG, GA, AG, AA
Kejadian A adalah A = {GA, AG}

2.5 Menghitung Peluang Suatu Kejadian

Telah dikemukakan sebelumnya bahwa kejadian yang dihasilkan oleh suatu percobaan ada dua, yaitu **kejadian sedehana** dan **kejadian majemuk.** Dalam prateknya, untuk menghitung atau menaksir peluang suatu kejadian, umumnya dipakai peluang berdasarkan pendekatan frekuensi relatif/empiris yaitu rumus (2.3). Rumus (2.3) ditulis kembali,

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

P(A) = peluang kejadian A, m = banyaknya kejadian A
n = banyaknya hasil percobaan yang mungkin.

Rumus (2.3), dengan notasi himpunan dapat dinyatakan, sebagai berikut :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \qquad (2.4)$$

n(A) = banyaknya anggota kejadian A
n(S) = banyaknya anggota ruang sampel/populasi
P(A) = peluang kejadian A

Kaitan antara peluang **kejadian A** dengan **kejadian bukan A,** ditunjukkan oleh aturan komplemen sebagai berikut :

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \qquad (2.5)$$

P(A) = peluang kejadian A
P($\bar{A}$) = peluang kejadian bukan A
P(A) = peluang kejadian A, m = banyaknya kejadian A
n = banyaknya hasil percobaan yang mungkin.

2.5.1 Peluang Kejadian Sederhana

Untuk menghitung peluang suatu kejadian sederhana dapat digunakan rumus (2.3) atau rumus (2.4)

Contoh 2-8 Bila sebuah koin dilantunkan sekali. Hitunglah peluang munculnya sisi angka.

Penyelesaian
Misalkan, A = kejadian munculnya sisi angka. Bila sebuah koin dilantunkan sekali maka salah satu dari dua kejadian dapat terjadi yaitu muncul sisi gambar (G) atau muncul sisi angka (A).
Maka :

Ruang sampel, S = {G, A}
Banyaknya anggota ruang sampel, n(S) = 2
Kejadian A adalah A = {A}
Banyaknya anggota kejadian A, n(A) = 1

Jadi, peluang munculnya sisi angka,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

Contoh 2-9 Bila dua buah koin dilantunkan sekaligus, hitunglah peluang munculnya kedua sisi angka (AA).

Penyelesaian
Bila dua buah koin dilantunkan sekaligus, ada empat kejadian yang mungkin terjadi seperti yang tertera pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Kejadian-Kejadian Sederhana untuk Lantunan 2 Buah Koin

Kejadian	Koin 1	Koin 2	Titik sampel
1	G	G	GG
2	G	A	GA
3	A	G	AG
4	A	A	AA

Dari Tabel 2.3, dapat diketahui bahwa:
Ruang sampel adalah S = {GG, GA, AG, AA}
Banyaknya anggota ruang sampel, n(S) = 4
Kejadian A (muncul kedua sisi anggka) adalah A = {AA}
Banyaknya anggota kejadian A, n(A) = 1

Jadi, peluang kejadian A (muncul keduanya sisi angka)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

Contoh 2-10 Baru-baru ini, 200 wisman asal Australia berkunjung ke salah satu obyek wisata. Sepuluh orang diantaranya adalah perempuan. Bila salah satu wisman tersebut dipilih secara acak, hitunglah peluang terpilihnya wisman perempuan?

Penyelesaian
Misalkan A = kejadian terpilihnya wisman perempuan
Kuantitas/jumlah wisman perempuan 10 orang, maka n(A) = 10
Jumlah keseluruhan wisman adalah 200 orang, maka n(S) = 200

Jadi, peluang kejadian A (terpilihnya wisman perempuan)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{10}{200} = 0{,}05$$

2.5.2 Peluang Kejadian Majemuk

Seperti terkesan dari namanya, kejadian majemuk ini, dibentuk atau disusun oleh dua kejadian atau lebih, baik secara gabungan (*union*) atau perpotongan (interseksi) atau paduan dari keduanya. Peluang suatu kejadian majemuk selain dapat dihitung melalui pendekatan frekuensi relatif (rumus 2.3 atau rumus 2.4), dapat juga dihitung dengan metode lain, yaitu suatu metode yang didasarkan atas klasifikasi sifat hubungan dan hukum-hukum (aturan-aturan) peluang suatu kejadian.

1) Sifat Hubungan Dalam Kejadian Majemuk
(1.1) Kejadian yang saling lepas *(mutually exclusive event)*

Dua kejadian dikatakan saling lepas/saling meniadakan, jika terjadinya kejadian yang satu meniadakan kejadian yang lainnya atau kejadian yang satu dan kejadian lainnya tidak dapat terjadi secara serempak dalam waktu yang sama. Munculnya sisi gambar pada pelantunan sebuah uang logam, meniadakan munculnya sisi angka. Dengan kata lain, munculnya sisi gambar tidak dapat bersamaan dengan munculnya sisi angka. Kejadian seperti itu adalah salah satu contoh kejadian yang saling meniadakan. Contoh lainnya, misalkan dalam sebuah wadah terdapat sejumlah produk (tercampur antara produk yang baik dan yang cacat). Bila sebuah produk diambil, terambilnya produk yang cacat otomatis menutup terambilnya produk yang baik (tidak cacat).

(1.2) Kejadian yang Independen (*Independen Event*)

Dua kejadian dikatakan independen atau bebas, apabila terjadi-tidaknya kejadian yang satu tidak mempengaruhi terjadinya kejadian yang lain. Bila sebuah dadu dan sebuah uang logam (koin) dilantunkan sekali secara bersamaan, maka munculnya (di atas) salah satu sisi dadu (misalkan, sisi dadu dengan mata 3), tidak mempengaruhi munculnya (di atas) salah satu sisi koin (misalkan sisi gambar), dan sebaliknya. Lahirnya seorang anak laki-laki sebagai anak pertama dari seorang ibu, tidak mempengaruhi peluang lahirnya seorang anak laki-laki atau perempuan sebagai anak kedua dari ibu tersebut. Kedua kejadian tersebut merupakan contoh dari kejadian independen.

(1.3) Kejadian Bersyarat (*Conditional Event*)

Dua kejadian dikatakan bersyarat atau dependen apabila terjadinya salah satu kejadian akan mempengaruhi terjadinya kejadian lainnya atau kejadian yang satu mendahului terjadinya kejadian yang lain.

Seseorang diterima menjadi mahasiswa, bila ia lulus tes masuk perguruan tinggi. Bola lampu akan menyala (hidup), bila bola lampu dialiri arus listrik. Seseorang membeli kaos kaki setelah ia membeli sepatu. Seseorang menjadi sarjana setelah ia menjadi mahasiswa. Keempat kejadian tersebut merupakan contoh dari kejadian bersyarat.

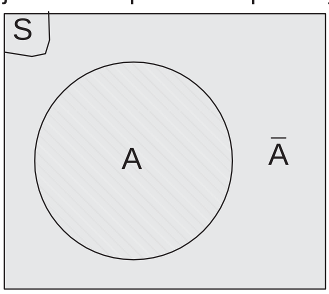
2) Aturan-aturan Peluang Suatu Kejadian
(2.1) Aturan Komplementer

Bila A dan $\bar{A}$ adalah dua kejadian yang satu merupakan komplemen lainnya. Rumus (2-5) ditulis kembali,

$$\boxed{P(A) + P(\bar{A}) = 1}$$

P(A) = peluang terjadinya kejadian A
P($\bar{A}$) = peluang terjadinya kejadian bukan A

Dengan diagram Venn, kejadian komplemen dapat dinyatakan sebagai berikut:



Gambar 2.1 Kejadian Komplementer

Contoh 2-11 Peluang lakunya sejenis barang adalah 70%. Berapa peluang barang itu tidak laku.

Penyelesaian

Misalkan, A = kejadian barang laku

$\overline{A}$ = kejadian barang tidak laku

Maka, P(A) = 70% = 0,70

$P(\overline{A}) = \ldots ?$

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

$= 1 - 0{,}7 = 0{,}30$

Jadi, peluang barang tidak laku = 0,30 = 30%

(2.2) Aturan Penjumlahan

■ Aturan Umum Penjumlahan

Bila A dan B merupakan dua kejadian sembarang (*non-mutually exclusive)*, maka peluang terjadinya kejadian A atau kejadian B, adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \qquad (2.6)$$

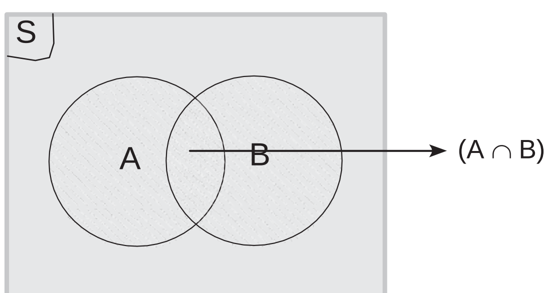
$P(A \cup B)$ = P(A atau B) = peluang terjadinya kejadian A atau kejadian B

$P(A \cap B)$ = P(A dan B) = peluang terjadinya kejadian A dan kejadian B secara serempak

P(A) = peluang terjadinya kejadian A

P(B) = peluang terjadinya kejadian B

Dengan diagram Venn, gabungan (*union*) dari *dua kejadian sembarang* (*non- mutually exclusive*) dapat dinyatakan seperti Gambar 2.2.



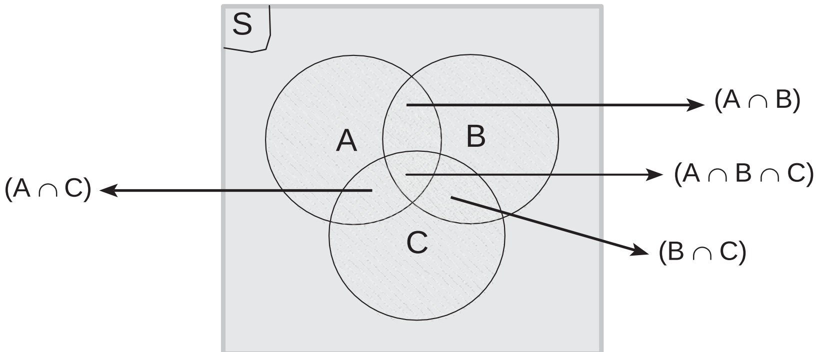
Gambar 2.2 Gabungan Dua Kejadian Sembarang

Untuk *tiga kejadian sembarang* (*non- mutually exclusive*), berlaku :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

(2.7)

Dengan diagram Venn gabungan (*union*) tiga kejadian sembarang (*non-mutually exclusive*) dapat dinyatakan seperti Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Gabungan Tiga Kejadian Sembarang

Contoh 2-12 Sebuah survei yang dilakukan terhadap para eksekutif puncak setelah diangket mengenai kegemaran membaca Majalah Tempo dan Majalah Gatra, ternyata hasilnya: 50% senang membaca majalah Tempo, 40% senang membaca Majalah Gatra, dan 30% dari mereka senang membaca keduanya. Jika seorang dari para eksekutif itu dipilih secara acak.

(a) Berapa peluang eksekutif tersebut senang membaca paling sedikit satu dari kedua majalah tersebut.

(b) Berapa peluang eksekutif tersebut tidak senang membaca majalah Tempo atau Gatra.

Penyelesaian

Misalkan A = kejadian eksekutif senang membaca majalah Tempo

B = kejadian eksekutif senang membaca majalah Gatra

Maka, $P(A) = 50\% = 0{,}5$

$P(B) = 40\% = 0{,}4$

$P(A \cap B) = P(A \text{ dan } B) = 30\% = 0{,}3$

(a) $P(A \cup B) = P(A \text{ atau } B) = \,.\,.\,.\,?$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}3$

$= 0{,}6$

Jadi, peluang bahwa seorang eksekutif puncak tersebut senang membaca paling sedikit satu dari kedua majalah tersebut adalah 0,6

(b) $P(\overline{A \cup B}) = \,.\,.\,.\,?$

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}6$

$= 0{,}4$

Jadi, peluang bahwa eksekutif tersebut tidak senang membaca majalah Tempo atau Gatra adalah 0,4

Contoh 2-13 Dalam suatu survei mengenai pemakaian sabun cuci pada 1000 rumah tangga, diperoleh data sebagai berikut :

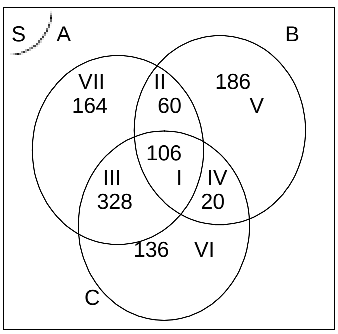
658 rumah tangga memakai sabun cuci merk A
372 rumah tangga memakai sabun cuci merk B
590 rumah tangga memakai sabun cuci merk C
166 rumah tangga memakai sabun cuci merk A dan merk B
434 rumah tangga memakai sabun cucin merk A dan merk C
126 rumah tangga memakai sabun cuci merk B dan merk C
106 rumah tangga memakai sabun cuci merk A, B dan merk C

Bila satu rumah tangga dipilih secara acak dari 1000 rumah tangga tersebut, berapakah peluang bahwa,

(a) Rumah tangga tersebut memakai ketiga jenis sabun cuci tersebut?
(b) Rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A tetapi tidak memakai sabun cuci merk C?
(c) Rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A atau merk C tetapi tidak memakai merk B ?
(d) Rumah tangga tersebut hanya memakai sabun cuci merk A saja?
(e) Rumah tangga tersebut hanya memakai sabun cuci merk C saja?

Penyelesaian

Perhatikan diagram Venn berikut ini:



Gambar 2.4 Gabungan dan Irisan Himpunan A, B dan C

n(S) = 1000

(a) Misalkan, Q = kejadian bahwa rumah tangga tersebut memakai ketiga jenis sabun cuci tersebut

Maka, n(Q) = 106 (Lihat daerah I)

Sehingga, $P(Q) = \dfrac{n(Q)}{n(S)}$

$= \dfrac{106}{1000} = 0{,}106$

Jadi, peluang bahwa rumah tangga tersebut memakai ketiga jenis sabun cuci tersebut adalah 0,106 (= 10,60%)

(b) Misalkan, R = kejadian bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A tetapi tidak memakai merk C

Maka, n(R) = 60 + 164
= 224 (Lihat daerah II dan VII)

Sehingga, $P(R) = \dfrac{n(R)}{n(S)}$

$= \dfrac{224}{1000} = 0{,}224$

Jadi, peluang bahwa rumah tangga tersebut, memakai sabun cuci merk A, tetapi tidak memakai merk C adalah 0,224 (= 22,4%)

(c) Misalkan, W = kejadian bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A atau merk C tetapi tidak memakai merk B

Maka, n(W) = 164 + 328 + 136
= 628 (Lihat daerah VII , III , dan VI)

Sehingga, $P(W) = \dfrac{n(W)}{n(S)}$

$= \dfrac{628}{1000} = 0{,}628$

Jadi, peluang bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A atau C tetapi tidak memakai merk B adalah 0,628 (= 62,8%)

(d) Misalkan, T = kejadian bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A saja

Maka, n(T) = 164 (Lihat daerah VII)

Sehingga, $P(T) = \dfrac{n(T)}{n(S)}$

$= \dfrac{164}{1000} = 0{,}164$

Jadi, peluang bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk A saja adalah 0,164 (= 16,4%

(e) Misalkan, Z = kejadian bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk C saja

Maka, n(Z) = 136 (lihat daerah VI)

Sehingga, $P(Z) = \dfrac{n(Z)}{n(S)}$

$= \dfrac{136}{1000} = 0{,}136$

Jadi, peluang bahwa rumah tangga tersebut memakai sabun cuci merk C saja adalah 0,136 (= 13,6%)

■ **Aturan Penjumlahan Khusus**

Bila A dan B dua kejadian yang **saling lepas/saling asing**, maka peluang terjadinya kejadian A atau B adalah :

$$P(A \ast B) = P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) \qquad (2.8)$$

Rumus (2.8) ini didapat dari rumus (2.6) dengan memasukkan nilai $P(A \cap B) = 0$

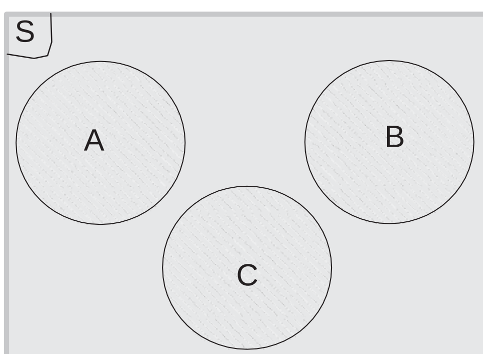
Perluasan

Bila A, B, C . . . dan Z adalah kejadian-kejadian **saling lepas**, berlaku

$$P(A \ast B \ast C) \ldots \ast Z) = P(A) + P(B) + P(C) \ldots + P(Z) \qquad (2.9)$$

Kejadian-kejadian yang saling lepas, tidak memiliki daerah yang tumpang tindih (interseksi). Dengan diagram Venn kejadian-kejadian saling lepas dapat dinyatakan seperti Gambar 2.5.

Gambar 2.5 Dua Kejadian Saling Lepas



Gambar 2.6 Tiga Kejadian Saling Lepas

Contoh 2-14 Menurut bagian produksi sebuah perusahaan, bahwa barang yang diproduksinya diklasifiksikan atas kulitasnya yaitu barang kualitas satu, barang kualitas dua dan barang kualitas tiga. Dengan peluang masing-masing sebesar 70%, 20% dan 10%. Bila sebuah barang diambil,

(a) Berapa peluang bahwa barang tersebut kualitas satu atau kualitas dua?
(b) Berapa peluang bahwa barang tersebut kualitas dua atau kualitas tiga?
(c) Berapa peluang bahwa barang tersebut kualitas satu atau kualitas dua atau kualitas tiga?

Penyelesaian

Misalkan, P(A) = peluang barang yang diambil kualitas satu
P(B) = peluang barang yang diambil kualitas dua
P(C) = peluang barang yang diambil kualitas tiga

Diketahui $P(A) = 70\% = 0,7$
$P(B) = 20\% = 0,2$
$P(C) = 10\% = 0,1$

(a) $P(A \cup B) = . . . ?$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$= 0,7 + 0,2 = 0,9$
Jadi, peluang bahwa barang yang diambil tersebut barang kualitas satu atau kualitas dua adalah 0,9 (=90%)

(b) $P(B \cup C) = . . . ?$
$P(B \cup C) = P(B) + P(C)$
$= 0,2 + 0,1$
$= 0,3$

Jadi, peluang bahwa barang yang diambil tersebut barang kualitas dua atau kualitas tiga adalah 0,3 (=30%)

(c) $P(A \cup B \cup C) = . . . ?$
$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$
$= 0,7 + 0,2 + 0,1$
$= 1$

Jadi, peluang bahwa barang yang diambil tersebut barang kualitas satu atau kualitas dua atau kualitas tiga adalah 1 (=100%)

(2.3) Aturan Perkalian

Aturan perkalian digunakan untuk menghitung peluang kejadian gabungan (dua atau lebih kejadian yang terjadi secara serempak atau dua kejadian atau lebih yang terjadi secara berurutan).

■ **Aturan Umum Perkalian**

Bila dalam percobaan kejadian A dan B dapat terjadi sekaligus (secara serempak), maka:

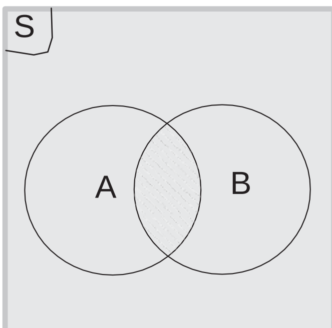
$$P(A\ )\ B) = P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B|A)$$

atau (2.10)

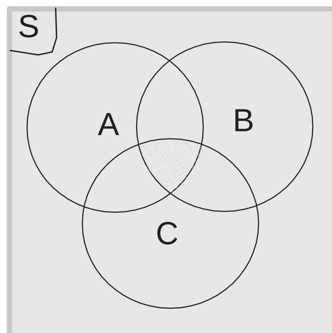
$$P(A\ )\ B) = P(A \text{ dan } B) = (B) \times P(A|B)$$

P(A) = peluang kejadian A
P(B) = peluang kejadian B
P(B|A) = peluang kejadian B dengan syarat kejadian A telah terjadi
P(A|B) = peluang kejadian A dengan syarat kejadian B telah terjadi
P(A ∩ B) = peluang kejadian A dan B secara bersamaan atau secara serempak

Kejadian secara bersamaan, memiliki titik-titik persekutuan atau daerah yang tumpang tindih (interseksi), dengan diagram Venn dapat dinyatakan seperti Gambar 2.7 dan Gambar 2.8.



Gambar 2.7 Irisan Dua Kejadian Bersama



Gambar 2.8 Irisan Tiga Kejadian Bersama

Contoh 2-15 Sebuah kotak berisi 20 sekering, lima diantaranya rusak. Bila 2 sekering diambil secara acak, satu per satu (tanpa pemulihan), berapa peluang sekering yang terambil itu keduanya rusak?

Penyelesaian

Misalkan, A = kejadian terambilnya sekering yang pertama rusak
B|A = kejadian terambilnya sekering yang kedua rusak, setelah terambil sekering pertama rusak

Maka, $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ (karena 5 buah rusak dari 20 buah)

$P(B|A) = \frac{4}{19}$ (karena setelah yang pertama rusak, yang masih tinggal 19 buah. 4 buah diantaranya rusak)

$P(A \cap B) = . . . ?$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{19} = \frac{1}{19}$

Jadi, peluang bahwa sekering terambil itu keduanya (sekering pertama dan kedua) rusak adalah 1/19 (= 5,26 %)

Contoh 2-16 Sebuah toko telah menerima 100 buah televisi portabel dari sebuah pabrik. Tanpa diketahui oleh manajemen toko tersebut, 10 dari 100 televisi mengalami kerusakan. Jika dua televisi dipilih secara acak (satu per satu tanpa pemulihan) dari 100 televisi, kemudian dilakukan pemeriksaan mutu secara seksama, berapakah peluang bahwa kedua televisi (televisi pertama dan kedua) yang dipilih rusak?

Penyelesaian

Misalkan, A = kejadian bahwa terpilihnya televisi pertama rusak

B/A = kejadian bahwa terpilihnya televisi kedua rusak, setelah televisi pertama juga rusak.

Maka, $P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (karena 10 buah yang rusak dari 100 buah)

$P(B|A) = \frac{9}{99}$ (karena setelah yang pertama terpilih rusak, yang masih tinggal 99 buah, dan sembilan (9) buah diantaranya rusak)

$P(A \cap B)$ = . . . ?

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

$= \frac{1}{10} \times \frac{9}{99}$

$= 1/110$

Jadi, peluang bahwa kedua televisi (televisi pertama dan kedua) yang terpilih tersebut rusak adalah 1/110 (= 0,90 %)

■ **Aturan Perkalian Khusus**

Bila A dan B kejadian independen, maka peluang terjadinya kejadian A dan kejadian B secara serempak (bersamaan) adalah :

$$P(A \cap B) = P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B) \qquad (2.11)$$

$P(A \cap B)$ = peluang kejadian A dan B secara serempak. Rumus (2.11) ini didapat dari rumus (2.10) dengan mensubstitusikan P(B/A) = P(B) dan P(A/B) = P(A)

Contoh 2-17 Tiga buah koin dilantunkan sekaligus, berapa peluang ketiga sisi gambar muncul?

Penyelesaian

Misalkan, G_1 = kejadian muncul sisi gambar koin pertama

G_2 = kejadian muncul sisi gambar koin kedua
G_3 = kejadian muncul sisi gambar koin ketiga

Maka, $P(G_1) = ½, P(G_2) = ½, P(G_3) = ½$
$P(G_1 \cap G_2 \cap G_3) = . . . ?$
$P(G_1 \cap G_2 \cap G_3) = P(G_1) \times P(G_2) \times P(G_3)$
$= ½ \times ½ \times ½ = \frac{1}{8}$

Jadi, peluang muncul ketiga sisi gambar adalah $\frac{1}{8}$ (=12,5%)

Contoh 2-18 Peluang bahwa seorang suami masih hidup 20 tahun mendatang adalah 0,3, sementara istrinya 0,4.

(a) Berapa peluang bahwa suami-istri tersebut masih hidup 20 tahun mendatang.

(b) Berapa peluang bahwa suami-istri tersebut meninggal 20 tahun mendatang.

Penyelesaian

Misalkan, A = kejadian suami masih hidup 20 tahun mendatang
B = kejadian istri masih hidup 20 tahun mendatang

Maka, $P(A) = 0,3$ $P(\overline{A}) = 0,7$
$P(B) = 0,4$ $P(\overline{B}) = 0,6$

(a) $P(A \cap B) = . . . ?$
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
$= 0,3 \times 0,4$
$= 0,12$

Jadi, peluang suami-istri (suami dan istri) tersebut masih hidup 20 tahun mendatang adalah 0,12 (= 12 %)

(b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = . . . ?$
$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \times P(\overline{B})$
$= 0,7 \times 0,6$
$= 0,42$

Jadi, peluang bahwa suami- istri (suami dan istri) tersebut meninggal 20 tahun mendatang adalah 0,42 (= 42%)

• Aturan Kejadian Bersyarat

Bila A dan B dua kejadian bersyarat (tidak independen), maka peluang terjadinya kejadian A dan kejadian B secara serempak adalah:

P(A dan B) = P(A) x P(B|A)
atau
P(A dan B) = P(B) x P(A|B) (2.12)

Keterangan rumus (2.12) ini, lihat keterangan rumus (2.10)

Contoh 2-19 Seorang wisman asal Jepang memiliki peluang mendapat bonus dari tempatnya bekerja 0,8. Jika ia mendapat bonus, peluang ia berwisata ke Bali adalah 0,7. Berapa peluang wisman asal Jepang tersebut mendapat bonus dan berwisata ke Bali?

Penyelesaian

Misalkan, A = kejadian ia mendapat bonus

B|A = kejadian ia berwisata ke Bali setelah mendapat bonus

Maka, $P(A) = 0{,}8$

$P(B|A) = 0{,}7$

$P(A \cap B) = . . . ?$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = 0{,}8 \times 0{,}7 = 0{,}56$$

Jadi, peluang wisman asal Jepang tersebut mendapat bonus dan berwisata ke Bali adalah 0,56 (= 56%)

Contoh 2-20 Peluang seorang konsumen yang masuk ke sebuah toko elektronik akan membeli tv adalah 0,3. Jika ia membeli tv, peluang bahwa ia akan membeli *dvd player* adalah 0,7. Berapa peluang bahwa konsumen itu akan membeli tv dan dvd?

Penyelesaian

Misalkan, A = Kejadian konsumen membeli tv

B|A = kejadian konsumen membeli dvd setelah ia membeli tv

Maka, $P(A) = 0{,}3$

$P(B|A) = 0{,}7$

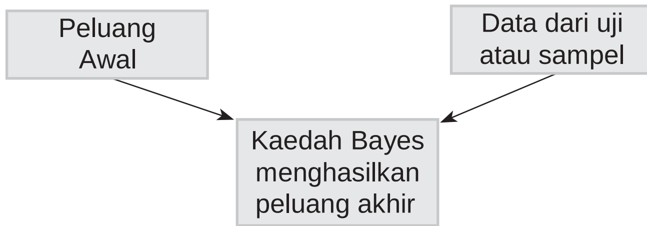
$P(A \cap B) = . . . ?$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = 0{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}21$$

Jadi, peluang bahwa konsumen tersebut akan membeli tv dan *dvd player* adalah 0,21 (= 21%)

2.6 Kaedah Bayes

Teori Bayes yang lebih dikenal dengan nama Kaedah Bayes dapat dikembangkan dari peluang bersyarat. Kaedah Bayes memainkan peranan penting untuk menentukan peluang akhir (peluang yang relevan untuk mengambil putusan) setelah adanya peluang awal ditambah informasi tertentu seperti hasil uji atau sampel. Secara skematis Kaedah Bayes dapat dinyatakan oleh Gambar 2.9 (Wonnacott dan Wonnacott, 1990).



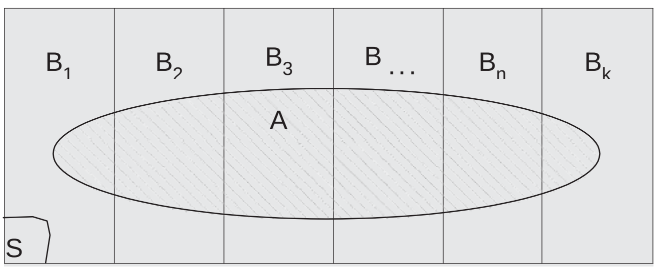
Gambar 2.9 Logika Kaidah Bayes

2.6.1 Aturan Peluang Total

Bila B_i (i = 1, 2, 3, . . .k) merupakan sekatan-sekatan dari ruang sampel S dan setiap peristiwa B_i bersifat *mutually exclusive* dengan $P(B_i) \neq 0$, maka untuk sembarang kejadian A yang merupakan himpunan bagian dari S, berlaku (Walpole, 1982; Aczel dan Jayavel Sounderpandian, 2002)

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \ldots P(B_k) \times P(A|B_k) \quad (2.13)$$

Untuk lebih jelasnya perhatikan Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Penyekatan Ruang Sampel S

Dalam hal ini kejadian A dapat dipandang sebagai paduan kejadian-kejadian $B_1 \cap A$, $B_2 \cap A$, . . . $B_k \cap A$ yang saling terpisah satu sama lain; dengan kata lain,

$A = (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \ldots \cup (B_k \cap A)$

$P(A) = P\{(B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \ldots \cup (B_k \cap A)\}$, atau

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \ldots + P(B_k) \times P(A|B_k) \quad (2.14)$$

2.6.2 Kaedah Bayes

Bila B_i (i = 1, 2, 3, ...k) merupakan sekatan- sekatan dari ruang sampel S dan setiap kejadian B_i bersifat *mutually Exclusive* dengan $P(B_i) \neq 0$, dan B_n merupakan sekatan tertentu dari B_i $(1 \leq n \leq k)$ dan $P(B_n) \neq 0$, maka peluang terjadinya kejadian A pada sekatan B_n (Walpole, 1982; Aczel dan Jayavel Sounderpandian, 2002) adalah:

$$P(B_n | A) = \frac{P(B_n) x P(A | B_n)}{P(B_1) x P(A | B_1) + P(B_2) x P(A | B_2) + L + P(B_k) x P(A | B_k)}$$

atau

$$P(B_n | A) = \frac{P(B_n) x P(A | B_n)}{P(A)}$$

(2.15)

Contoh 2-21 Sebuah produk yang masih dalam tahap promosi kulitasnya berpeluang untuk ditingkatkan sebesar 0,80. Jika kualitasnya berhasil ditingkatkan, produk ini berpeluang laris terjual sebesar 0,90. Jika produk ini kulitasnya tidak dapat ditingkatkan, peluang laris terjual hanya 20%. Berapa peluang produk tersebut akan laris terjual?

Penyelesaian

Misalkan, B = kejadian kulitas produk itu dapat ditingkatkan

L = kejadian produk tersebut laris terjual

Maka, $P(B) = 0{,}80 \rightarrow P(\overline{B}) = 0{,}20$

$P(L/B) = 0{,}90$ dan $P(L/\overline{B}) = 0{,}2$

$P(L) = .\ .\ .\ .\ .\ ?$

$P(L) = P(B) \times P(L/B) + P() \times P(L/\overline{B})$

$= 0{,}80 \times 0{,}90 + 0{,}20 \times 0{,}20$

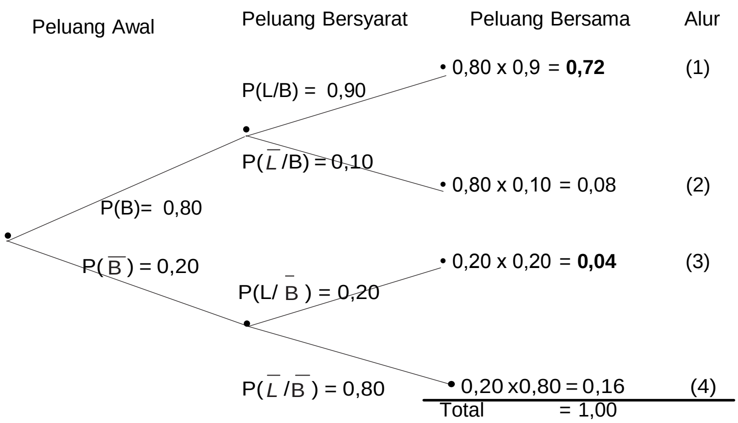
$= 0{,}72 + 0{,}04 = 0{,}76$

Jadi, peluang bahwa produk tersebut akan laris terjual adalah 0,76 (= 76%)

•Diagram Pohon, Suatu Cara Lain

Diagram pohon sangat membantu untuk menggambarkan dan memecahkan persoalan peluang bersyarat dan peluang bersama.Diagram pohon sangat berguna untuk menganalisis putusan-putusan ekonomi dan bisnis yang memiliki tahap-tahap persoalan.

Bila **Contoh 2-21**, dipecahkan dengan diagram pohon, tahapannya sebagai berikut:



Gambar 2-11 Digram Pohon Pemecahan Persoalan Contoh 2-21.

Jadi, peluang produk itu laris terjual (Lihat alur 1 dan 3) = **0,72** + **0,04** = 0,76

Contoh 2-22 Suatu pabrik menggunakan tiga buah mesin untuk menghasilkan sejenis barang. Produksi harian dari mesin pertama, kedua dan ketiga masing-masing sebesar 500, 300 dan 200 unit. Informasi lainnya bahwa persentase cacat produk mesin pertama, kedua dan ketiga masing-masing adalah dua persen (2%), tiga persen (3%) dan satu persen (1%).

Pertanyaan
(a) Jika sebuah produk dari pabrik tersebut diambil secara acak, berapa peluang produk tersebut cacat?
(b) Jika sebuah produk diambil dan setelah diperiksa ternyata cacat, berapa peluang bahwa produk tersebut berasal dari: (i) Mesin pertama?; (ii) Mesin kedua?

Penyelesaian
(a) Misalkan, A = kejadian terambilnya produk yang cacat
P(A) = …?

$n(M_1)$ = 500 (jumlah produk mesin pertama)
$n(M_2)$ = 300 (jumlah produk mesin kedua)
$n(M_3)$ = 200 (jumlah produk mesin ketiga)
$n(S) = n(M_1) + n(M_2) + n(M_3)$
$= 500 + 300 + 200$
$= 1000$ (Jumlah produk seluruhnya/populasi)

$P(M_1) = \frac{n(M_1)}{n(S)} = \frac{500}{1000} = 0{,}5$ (peluang terambilnya produk mesin pertama)

$P(M_2) = \frac{n(M_2)}{n(S)} = \frac{300}{1000} = 0{,}3$ (peluang terambilnya produk mesin kedua)

$P(M_3) = \frac{n(M_3)}{n(S)} = \frac{200}{1000} = 0{,}2$ (peluang terambilnya produk mesin ketiga)

$P(A \mid M_1) = 2\%$
$= 0{,}02$ (peluang produk cacat dari mesin pertama)
$P(A \mid M_2) = 3\%$
$= 0{,}03$ (peluang produk cacat dari mesin kedua)
$P(A \mid M_3) = 1\%$
$= 0{,}01$ (peluang produk cacat dari mesin ketiga)

Maka,

$$P(A) = P(M_1) \times P(A \mid M_1) + P(M_2) \times P(A \mid M_2) + P(M_3) \times P(A \mid M_3)$$
$$P(A) = 0{,}5 \times 0{,}02 + 0{,}3 \times 0{,}03 + 0{,}2 \times 0{,}01$$
$$= 0{,}01 + 0{,}009 + 0{,}002$$
$$= 0{,}021$$

Jadi, peluang bahwa produk yang terambil tersebut cacat adalah 0,021 (=2,1%)

(b) (i) $P(M_1 I A) = \ ...\ ?$

$$P(M_1 I A) = \frac{P(M_1) x P(A I M_1)}{P(A)}$$

$$= \frac{0{,}5 \times 0{,}02}{0{,}021} = 0{,}476$$

Jadi, peluang bahwa produk cacat yang terambil, merupakan hasil mesin pertama adalah 0,476 (= 47,6%)

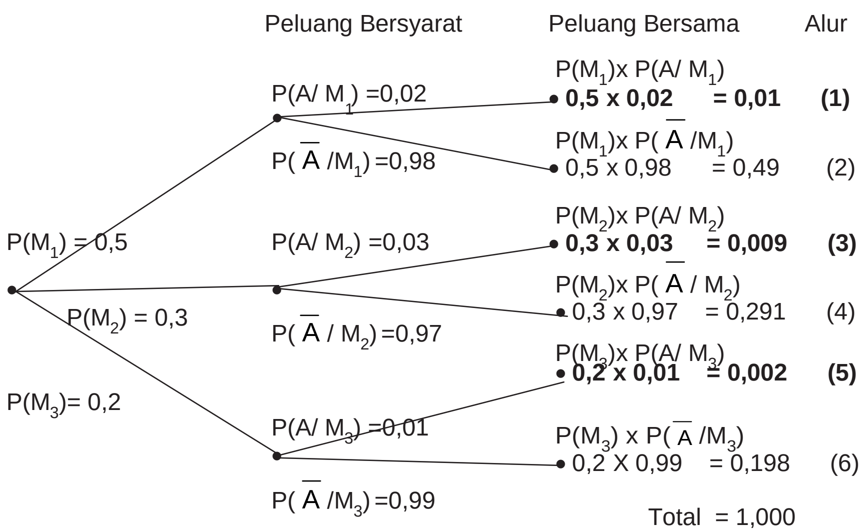
(ii) $P(M_2 I A) = \ ...\ ?$

$$P(M_2 I A) = \frac{P(M_2) x P(A I M_2)}{P(A)}$$

$$= \frac{0{,}3 \times 0{,}03}{0{,}021} = 0{,}428$$

Jadi, peluang bahwa produk cacat yang terambil, merupakan hasil mesin kedua adalah 0,428 (= 42,8%)

Bila **Contoh 2-22**, dipecahkan dengan diagram pohon, tahapannya sebagai berikut:



Gambar 2-12 Diagram Pohon Pemecahan Persoalan Contoh 2-22.

(a) Peluang bahwa produk yang terambil cacat (Lihat alur 1, 3 dan 5) = **0,01** + **0,009** + **0,002** = 0,021

(b) (i) Peluang produk cacat yang terambil, merupakan hasil mesin pertama =

$$\frac{0{,}01}{0{,}021} = 0{,}476$$

(ii) Peluang produk cacat yang terambil, merupakan hasil mesin kedua = $\frac{0{,}009}{0{,}021} = 0{,}428$

Contoh 2-23 Dari seribu wisman yang menginap di sebauh hotel bintang lima tiga bulan terkahir, diketahui bahwa 50 % wisman asal Australia, 30% wisman asal Eropa dan sisanya wisman asal Amerika. Diketahui pula, 40% dari wisman asal Australia, 30 % wisman asal Eropa dan 70% wisman asal Amerika menginap kurang dari 5 hari.

Pertanyaan

(a) Jika seorang wisman dipilih secara acak, berapa peluang wisman yang terpilih menginap kurang dari 5 hari?

(b) Jika wisman yang terpilih menginap kurang dari 5 hari, berapa peluang bahwa wisman tersebut berasal dari: (i) Australia; (ii) Eropa?

Penyelesaian

(a) Misalkan, A = kejadian terpilih wisman yang menginap kurang dari 5 hari

Maka P(A) = …?

$P(M_1)$ = 50% = 0,5 (peluang terpilih wisman asal Australia)
$P(M_2)$ = 30% = 0,3 (peluang terpilih wisman asal Eropa)
$P(M_3)$ = 20% = 0,2 (peluang terpilih wisman asal Amerika)
$P(A \mid M_1)$ = 40%
= 0,4 (peluang terpilih wisman menginap kurang dari 5 hari, asal Australia)
$P(A \mid M_2)$ = 30%
= 0,3 (peluang terpilih wisman menginap kurang dari 5 hari, asal Eropa
$P(A \mid M_3)$ = 70%
= 0,7 (peluang terpilih wisman menginap kurang dari 5 hari, asal Amerika

Maka,

$$P(A) = P(M_1) \times P(A \mid M_1) + P(M_2) \times P(A \mid M_2) + P(M_3) \times P(A \mid M_3)$$
$$P(A) = (0{,}5 \times 0{,}4) + (0{,}3 \times 0{,}3) + (0{,}2 \times 0{,}7)$$
$$= 0{,}20 + 0{,}09 + 0{,}14$$
$$= 0{,}43$$

Jadi, peluang bahwa wisman yang terpilih tersebut menginap kurang dari 5 hari adalah 0,43 atau 43%.

(b) (i) $P(M_1 \mid A)$ = . . . ?
$P(M_1 \mid A)$ =

$$P(M_1 \mid A) = \frac{P(M_1) \times P(A \mid M_1)}{P(A)}$$

$$= \frac{0{,}5 \times 0{,}4}{0{,}43} = 0{,}4651$$

Jadi, peluang terpilih wisman asal Australia yang telah menginap kurang dari 5 hari adalah 0,4651 (= 46,51%)

(ii) $P(M_2 I A) = \ . \ . \ . \ ?$

$$P(M_2 I A) = \frac{P(M_2)xP(A I M_2)}{P(A)}$$

$= (0,3 \times 0,3)/0,43 = 0,2093$

Jadi, peluang terpilih wisman asal Eropa yang yang telah menginap kurang dari 5 hari adalah adalah 0,2093 (= 20,93%)

Soal-soal Latihan

2- 1 Hasil survei terhadap 100 eksekutif puncak, menunjukkan bahwa 54 orang secara teratur membaca Majalah Tempo, 69 orang secara teratur membaca Majalah Gatra, dan 35 orang secara teratur membaca keduanya. Bila seorang dari mereka dipilih secara acak, hitunglah peluang bahwa,

(a) Eksekutif tersebut secara teratur membaca Tempo atau Gatra.
(b) Eksekutif tersebut tidak membaca kedua majalah itu.
(c) Eksekutif tersebut secara teratur membaca Tempo tetapi tidak membaca Gatra.

2- 2 Peluang bahwa sebuah hotel milik orang Jakarta akan dibangun di Denpasar adalah 0,7, peluang bahwa hotel itu dibangun di Mataram adalah 0,4 dan peluang bahwa hotel itu dibangun di Denpasar atau di Mataram adalah 0,8.

Berapa peluang bahwa hotel itu dibangun

(a) Di kedua kota (di kota Denpasar dan di kota Mataram)?
(b) Tidak di kedua kota tersebut

2- 3 Sebuah toko telah menerima 100 buah kamera digital dari sebuah pabrik. Tanpa diketahui oleh manajemen toko, 6 dari 100 kamera mengalami kerusakan. Jika 2 kamera dipilih secara acak (satu per satu tanpa pemulihan) dari 100 kamera tersebut, kemudian dilakukan suatu pemeriksaan mutu secara sungguh-sungguh, berapakah peluang bahwa kedua-keduanya rusak?

2- 4 Perhatikan tabel kontingensi di bawah ini, yang berisikan peluang bivariat.

Managemen	Jenis Kelamin		Total
	Laki-laki	Perempuan	
Manager	0,40	0,20	0,60
Bukan Manager	0,25	0,15	0,40
Total	0,65	0,35	1,00

Bila salah satu dari mereka dipilih secara acak,
(a) Berapa peluang ia adalah laki-laki?
(b) Berapa peluang ia bukan manager?
(c) Berapa peluang ia manager atau bukan manager?
(d) Berapa peluang ia manager laki-laki (manager dan laki-laki)?
(e) Ternyata ia adalah seorang menager, berapa peluang ia adalah laki-laki?
(f) Ternyata ia bukan menager, berapa peluang ia adalah perempuan?

2- 5 Seseorang telah mengiklankan barangnya di sebuah media cetak. Dia memperkirakan bahwa peluang iklannya dibaca oleh calon pembeli adalah 0,3. Jika iklan itu dibaca maka peluang seseorang akan membeli barang 0,01. Berapa peluang bahwa seorang calon pembeli membaca iklan dan membeli barang tersebut?

2- 6 Suatu perusahaan yang telah banyak memproduksi sejenis barang menggunakan tiga (3) buah mesin yaitu mesin A, B, dan C. Seluruh hasil produksi perusahaan itu, 30 persen dihasilkan oleh mesin A, 25 persen oleh mesin B, dan 45 persen oleh mesin C. Data lain menunjukkan bahwa satu (1) persen hasil produksi mesin A, dua (2) persen produksi mesin B, dan satu setengah (1,5) persen produksi mesin C dinyatakan cacat. Pada suatu hari ketiga mesin itu memproduksi 5.000 unit barang. Bagian penjaminan mutu perusahaan mengambil sebuah produk produksi perusahaan, setelah diperiksa ternyata cacat. Tentukanlah peluang bahwa produk yang diambil itu adalah hasil produksi : (a) mesin A, (b) mesin B, dan (c) mesin C

2- 7 Direktur keuangan sebuah hotel melaporkan bahwa 20 persen dari seluruh tamu membayar (kamar) hotel secara tunai, 30 persen membayar dengan cek, dan sisanya lagi 50 persen membayar menggunakan kartu kredit. Tiga puluh persen dari pembayar tunai, 80 persen dari pembayar dengan cek dan 60 persen dari pembayar dengan kartu kredit adalah pengusaha. Bila salah satu dari tamu itu dipilih secara acak,
(a) Berapa peluang tamu yang terpilih itu adalah pengusaha?
(b) Bila tamu yang terpilih itu adalah pengusaha, berapa peluang ia membayar (kamar) hotel secara tunai.

2- 8 Enam puluh persen dari seluruh manager puncak BUMN adalah laki-laki, dan sisanya adalah perempuan. Tiga puluh persen dari manager laki-laki dan dua puluh persen dari manager perempuan penghasilan per tahunnya lebih dari Rp 200 juta rupiah. Bila salah satu dari mereka dipilih secara acak,

(a) Berapa peluang penghasilan per tahunnya lebih dari Rp 200 juta?

(b) Bila yang terpilih tersebut penghasilan per tahunnya lebih dari Rp 200 juta, berapa peluang bahwa ia perempuan?

(c) Bila yang terpilih tersebut penghasilan per tahunnya lebih dari Rp 200 juta, berapa peluang bahwa ia laki-laki?

2- 9 Tiga buah bola lampu yang sudah putus secara tidak sengaja tercampur dengan 30 buah bola lampu yang masih baik. Bila dua buah bola lampu diambil secara acak, berapakah peluang bahwa kedua bola lampu diambil itu masih baik?

2- 10 Sebuah survei terhadap 200 perusahaan (grosir) menunjukkan bahwa penerimaan setelah dipotong pajak adalah sebagai berikut:

Penerimaan setelah pajak (Miliar Rupiah)	Banyak perusahaan (unit)
< 0,5	100
0,5 – 1,5	60
> 1,5	40

(a) Berapa peluang sebuah grosir yang dipilih secara acak penerimaannya setelah pajak kurang dari 0,5 miliar rupiah?

(b) Berapa peluang sebuah grosir yang dipilih secara acak penerimaannya setelah pajak antara 0,5 miliar–1,5 miliar rupiah atau lebih?

2- 11 Sebuah supermarket melakukan cuci gudang. Untuk itu supermarket akan mengadakan obral terhadap jenis barang tertentu. Untuk satu, dua atau tiga hari. Peluang bahwa diadakan obral selama satu hari adalah 0,2, untuk dua hari adalah 0,3 dan untuk tiga hari adalah 0,5. Peluang terjualnya semua barang (dalam persediaan) jika obral diadakan satu, dua atau tiga hari adalah 0,1 ; 0,7 atau 0,9. Pada waktu tertentu, toko itu melakukan obral, berapakah peluang bahwa semua barang persediaan akan terjual selama obral?

2- 12 Sebuah perusahaan asuransi jiwa menaksir bahwa peluang seorang suami masih hidup 25 tahun mendatang adalah 0,45 sementara istrinya 0,30

(a) Berapa peluang bahwa suami-istri itu masih hidup 25 tahun mendatang ?

(b) Berapa peluang bahwa suami-istri tersebut meninggal 25 tahun mendatang.

2- 13 Sebuah perusahaan mainan anak-anak dipasok baterai dari dua pemasok. Tujuh puluh persen (70%) dari pemasok A, dan tiga puluh persen (30%) dari pemasok B. Produk kedua pemasok itu mempunyai persentase cacat yang berbeda; produksi A, 5% cacat. Sementara produksi B hanya 3% cacat. Bila sebuah baterai diambil secara acak, berapa peluang bahwa baterai itu berasal dari pemasok A?

(a) Bila tidak ada hal lain yang diketahui.
(b) Bila hasil tes menunjukkan bahwa baterai itu cacat.
(c) Bila hasil tes menunjukkan bahwa baterai itu tidak cacat.

(**Petunjuk**: Untuk menjawab butir b dan c sebaiknya dengan diagram pohon)

2- 14 Berikut ini adalah data mengenai kuantitas hotel bintang 5, 4, dan 3 yang terdapat/berlokasi di Kabupaten Badung, Gianyar dan Kota Denpasar.:

Lokasi Hotel	Kelas Hotel		
	B.5	B.4	B.3
Badung	40	46	37
Gianyar	6	7	3
Denpasar	50	58	47

Bila sebuah hotel dipilih secara acak,

(a) Berapa peluang terpilih hotel bintang 4?
(b) Berapa peluang terpilih hotel bintang 5 yang berlokasi di Badung?
(c) Berapa peluang hotel bintang 4 yang berlokasi di Badung atau di Gianyar atau di Denpasar?

2- 15 Peluang seorang konsumen yang masuk ke sebuah toko ponsel akan membeli ponsel adalah 0,2. Jika ia membeli ponsel, peluang bahwa ia akan membeli *memori ekternal* adalah 0,8. Berapa peluang bahwa konsumen itu akan membeli ponsel dan memori ekternal?

2.7 Permutasi dan Kombinasi

Kadang kala dalam kasus-kasus tertentu, yaitu dalam menghitung ruang sampel untuk kejadian yang relatif kompleks tidaklah mudah. Namun, diperlukan suatu metode yang tepat untuk itu. Untuk menghitung atau menentukan seluruh kejadian yang mungkin (ruang sampel) dari suatu kejadian yang relatif kompeks, metode permutasi dan kombinasi akan memainkan perang penting.

Sebelum dibahas permutasi dan kombinasi akan dibahas terlebih dahulu pengertian mengenai faktorial, kaedah penggandaan dan kaedah penjumlahan.

2.7.1 Faktorial = Fakultet

n! (dibaca: n faktorial) adalah perkalian n buah bilangan asli yang berurut. Yang dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n \tag{2.16}$$

dengan 1! = 1 dan 0! = 1

Contoh 2-24

(a) $3! = \ldots ?$ (dibaca : tiga faktorial)
$= 1 \times 2 \times 3$
$= 6$

(b) $10! = \ldots ?$ (dibaca : sepuluh faktorial)
$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$
$= 3.628.800$

(c) $(10 - 6)! = \ldots ?$
$= 4!$
$= 1 \times 2 \times 3 \times 4$
$= 24$

(d) $\frac{5!}{3!} = \cdots ?$

$$= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 20$$

(e) $\frac{(5-2)!(10-5)!}{(6-4)!} = \cdots ?$

$$= \frac{(3!)(5!)}{(2!)}$$

$$= \frac{(1 \times 2 \times 3)(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5)}{(1 \times 2)} = 360$$

2.7.2 Kaedah Penggandaan

Bila suatu operasi atau pemilihan dapat dilakukan dalam n_1 cara, dan bila untuk setiap cara tersebut operasi atau pemilihan kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, maka kedua operasi atau pemilihan itu (operasi pertama dan kedua) secara bersama-sama (serempak) dapat dilakukan dalam $n_1 \times n_2$ cara yang berbeda (Wolpe, 1982), atau

■ Kaidah Penggandaan yang Diperluas

Bila suatu operasi atau pemilihan dapat dilakukan dalam n_1 cara, dan bila untuk setiap cara tersebut operasi atau pemilihan kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, bila untuk setiap pasangan dua cara yang pertama, operasi atau pemilihan ketiga dapat dilakukan dalam n_3 cara, dan demikian seterusnya, maka k operasi atau pemilihan dalam urutan tersebut dapat dilakukan dalam $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots\ldots \times n_k$ cara yang berbeda.

Contoh 2-25 Seorang pengemudi bus dapat mengambil dua rute jalan untuk pergi dari Kota A ke Kota B, tiga rute dari Kota B ke Kota C, dan dua rute dari Kota C ke D. Jika dalam bepergian dari A ke D, ia harus melakukan perjalanan dari A ke B ke C ke D, berapa banyak kemungkinan rute jalan yang dapat diambil dari Kota A ke Kota D?

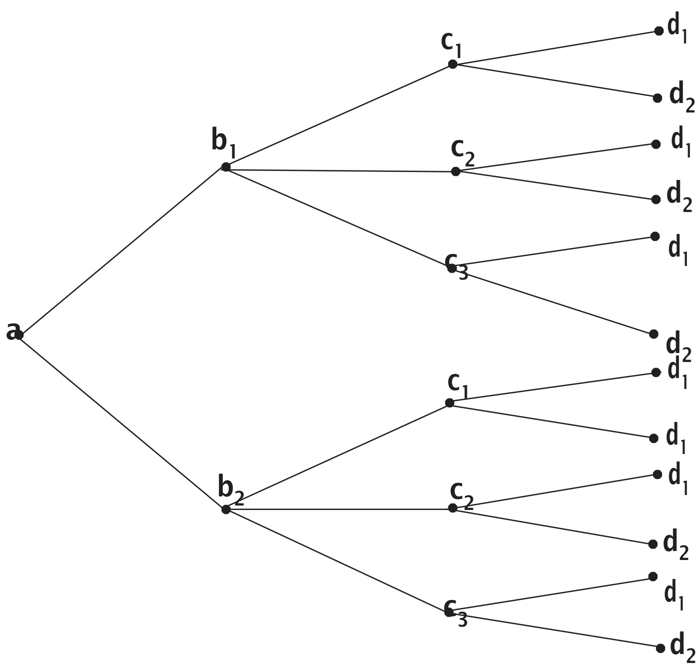
Penyelesaian

Misalkan, n_1 = banyaknya rute dari A ke B
n_2 = banyaknya rute dari B ke C
n_3 = banyaknya rute dari C ke D

Maka , $n_1 = 2$, $n_2 = 3$, $n_3 = 2$

Jadi, alternatif banyaknya rute perjalanan yang dapat diambil dari Kota A ke Kota D $= n_1 \times n_2 \times n_3$
$= 2 \times 3 \times 2 = 12$ cara

Untuk lebih jelasnya keduabelas rute-rute alternatif yang dapat diambil oleh pengemudi bus tersebut dari Kota A ke Kota D, melalui kota B dan C, dapat dirinci secara sistematis melalui diagram pohon (Gambar 2.13).



Gambar 2.13 Diagram pohon dari rute-rute perjalanan

Dari diagram pohon (Gambar 2.13), dapat diketahui bahwa banyaknya rute-rute alternatif yang dapat dipilih oleh pengemudi adalah sebagai berikut:

(1) rute $a - b_1 - c_1 - d_1$
(2) rute $a - b_1 - c_1 - d_2$
(3) rute $a - b_1 - c_2 - d_1$
(4) rute $a - b_1 - c_2 - d_2$
(5) rute $a - b_1 - c_3 - d_2$
(6) rute $a - b_1 - c_3 - d_1$
(7) rute $a - b_2 - c_1 - d_1$
(8) rute $a - b_2 - c_1 - d_2$
(9) rute $a - b_2 - c_2 - d_1$
(10) rute $a - b_2 - c_2 - d_2$
(11) rute $a - b_2 - c_3 - d_1$
(12) rute $a - b_2 - c_3 - d_2$

2.7.3 Kaedah Penjumlahan

Bila suatu operasi atau pemilihan dapat dilakukan dalam n_1 cara dan bila untuk setiap cara tersebut operasi atau pemilihan kedua dapat dilakukan dalam

n_2 cara, maka pelaksanaan operasi atau pemilihan pertama atau operasi atau pemilihan kedua dan bukan secara bersama-sama, dapat dilakukan dalam $n_1 + n_2$ cara yang berbeda (Wolpe, 1982), atau

■ **Kaedah Penjumlahan yang Diperluas**

Bila suatu operasi atau pemilihan dapat dilakukan dalam n_1 cara dan bila untuk setiap cara tersebut operasi atau pemilihan kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, bila untuk setiap pasangan dua cara yang pertama operasi atau pemilihan ketiga dapat dilakukan dalam n_3 cara, dan demikian seterusnya, hingga operasi atau pemilihan ke - k dapat dilakukan dalam n_k cara, maka pelaksanaan operasi atau pemilihan pertama **atau** pemilihan kedua **atau** pemilihan ke - k dan bukan semuanya bersama-sama, dapat dilaksanakan dalam $n_1 + n_2 \ldots + n_k$ cara yang berbeda.

Contoh 2-26 Hidangan pagi di rumah makan Hongkong terdiri dari semacam jajan atau semacam minuman. Bila terdapat 3 macam jajan (roti coklat, lemper dan bakpao) dan 2 macam minuman (kopi dan susu). Berapa pilihan suguhan pagi yang diperoleh?.

Penyelesaian

Pilihlah suguhan pagi yang terdiri dari semacam jajan atau semacam minuman yang diperoleh adalah 3 + 2 = 5 macam, yaitu roti coklat saja atau lemper saja atau bakpao saja atau kopi saja atau susu saja.

2.7.4 Permutasi

Permutasi adalah banyaknya cara untuk menyusun keseluruhan atau sebagian dari sekumpulan obyek (unsur) yang berbeda dengan memperhatikan **urutannya**. Jadi dalam permutasi, urutan letak obyek (unsur) sangatlah penting. Jika obyek-obyek tersebut tidak dapat dibedakan satu sama lainnya (dengan kata lain obyeknya sama) maka obyek tersebut tidak dapat dipermutasikan. Dalam permutasi, ABC tidak sama dengan BCA dan juga tidak sama CBA.

1 Permutasi sebagian dari seluruh obyek. Permutasi r obyek yang diambil sekaligus dari sekelompok n obyek yang berbeda, tanpa pemulihan (dinyatakan dengan ${}_nP_r$, $r \leq n$) adalah

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2.17}$$

n = banyaknya seluruh obyek
r = banyaknya obyek yang dipermutasikan

2 Permutasi atas keseluruhan obyek. Permutasi n obyek yang diambil sekaligus dari sekelompok n obyek yang berbeda, tanpa pemulihan (dinyatakan dengan ${}_nP_n$) adalah

$${}_nP_n = n! \tag{2.18}$$

n = banyaknya seluruh obyek

Contoh 2-27 Berapa banyak kata yang memiliki 2 huruf dapat disusun dari tiga huruf berlainan A, B dan C?. Tentukanlah rincian kata-kata tersebut.

Penyelesaian

n = 3, dan r = 2

${}_3P_2 = . . . ?$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}_3P_2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$$

Jadi, banyak kata yang terdiri dari dua huruf, yang dapat disusun dari huruf A, B dan C adalah 6 kata dengan rincian sebagai berikut :

AB	BC	CA
AC	BA	CB

Contoh 2-28 Berapa banyak kata yang dapat disusun dari tiga huruf A, B, dan C? Rincilah kata-kata tersebut.

Penyelesaian

n = 3, dan r = n = 3

${}_3P_3 = ... ?$

${}_nP_n = n!$

${}_3P_3 = 3!$

$= 1 \times 2 \times 3$

$= 6$

Jadi, banyaknya kata yang dapat disusun oleh ketiga huruf tersebut adalah 6 kata dengan rincian sebagai berikut :

ABC	BAC	CAB
ACB	BCA	CBA

Contoh 2-29 Sebuah perusahaan ingin merekrut presiden direktur, wakil presiden direktur, sekretaris dan bendahara. Calon yang ada untuk mengisi posisi tersebut sebanyak sepuluh orang. Tentukanlah banyaknya cara mengisi posisi tersebut.

Penyelesaian

n = 10, dan r = 4

${}_{10}P_4 = ... ?$

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_{10}P_4 = \frac{10!}{(10-4)!}$$

$$= \frac{10!}{6!} = 5040$$

Jadi, banyaknya cara untuk mengisi posisi tersebut adalah 5040 cara

Contoh 2-30 Dari 10 orang pria dan 5 orang wanita hendak disusun kepengurusan yang terdiri dari 3 pria dan 2 orang wanita. Berapa banyak formasi kepengurusan tersebut dapat dilakukan?

Penyelesaian

Banyak formasi untuk pria adalah :

$$_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!}$$
$$= 720$$

Banyak formasi untuk wanita adalah:

$$_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!}$$
$$= 20$$

Oleh karena, setiap formasi pria dapat dipasangkan dengan setiap formasi wanita (ingat kaedah penggandaan), maka banyaknya formasi kepengurusan yang dapat dibentuk adalah

$$({}_{10}P_3)x({}_5P_2) = 720 \text{ x } 20$$
$$= 14400 \text{ formasi}$$

2.7.5 Kombinasi

Kombinasi adalah banyaknya cara untuk menyusun keseluruhan atau sebagian dari sekumpulan obyek (unsur) yang berbeda tanpa memperhatikan urutannya. Jadi dalam kombinasi, ABC sama dengan BCA , dan CBA, oleh karena ketiga suku kata tersebut sama-sama terdiri dari huruf yang sama yaitu huruf A, B dan C, dan tanpa memperhatikan urutannya.

1 Kombinasi sebagian dari seluruh obyek. Kombinasi r obyek yang diambil sekaligus dari sekelompok n obyek berbeda, **tanpa pemulihan** dinyatakan dengan $_nC_r$ atau $\binom{n}{r}$ dengan r < n adalah

$$_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad (2.19)$$

n = banyaknya seluruh obyek
r = banyaknya obyek yang dikombinasikan

2 Kombinasi atas seluruh obyek
Kombinasi n obyek yang diambil sekaligus dari sekelompok n obyek berbeda, **tanpa pemulihan** dinyatakan dengan ${}_nC_n$ atau $\binom{n}{n}$ adalah

$$ {}_nC_n = \binom{n}{n} = 1 \qquad (2.20)$$

Contoh 2-31 Sebuah sepeda motor dapat dibeli dari empat toko penyalur. Dengan berapa cara dapat dipilih tiga toko dari empat yang ada?

Penyelesaian

r = 3, dan n = 4

${}_4C_3$ = ... ?

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$$

Jadi, banyaknya cara memilih tiga toko penyalur dari empat toko yang ada adalah 4 cara.

Contoh 2-32 Tentukanlah banyaknya cara yang dapat dilakukan untuk memilih dua barang dari lima barang yang ada.

Penyelesaian

r = 2, n = 5

${}_5C_2$ = ... ?

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!(3)!} = 10$$

Jadi, banyaknya cara yang dapat dilakukan untuk memilih dua barang dari 5 barang yang ada adalah 10 cara.

Contoh 2-33 Direktur personalia sebuah perusahaan telah mengindentifikasi 10 (sepuluh) individu sebagai calon yang terampil untuk tiga kedudukan managerial traning yang ingin diisi oleh perusahaan. Tentukanlah banyaknya cara untuk mengisi kedudukan tersebut.

Penyelesaian

r = 3, dan n = 10

${}_{10}C_3$ = ... ?

$$ {}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

$$ = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!.7!} = 120 $$

Jadi, banyaknya cara untuk mengisi kedudukan tersebut adalah 120 cara

Contoh 2-34 Dari 6 pelamar pria dan 5 pelamar wanita akan diterima hanya 4 pelamar. Dari 4 pelamar yang akan diterima tersebut 1 orang wanita. Dengan berapa cara penerimaan pelamar dapat dilakukan?

Penyelesaian
4 pelamar yang akan diterima terdiri dari 1 orang wanita, berarti sisanya yaitu 3 orang adalah pria.
Banyaknya cara penerimaan pelamar pria, merupakan kombinasi 3 dari 6,

$$ {}_6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{1x2x3x4x5x6}{(1x2x3)(1x2x3)} = 20 $$

Banyaknya cara penerimaan pelamar wanita, merupakan kombinasi 1 dari 5

$$ 5C_1 = \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{1x2x3x4x5}{(1)(1x2x3x4)} = 5 $$

Oleh karena, setiap cara penerimaan untuk pelamar pria dapat dipasangkan dengan setiap cara penerimaan untuk pelamar wanita (ingat kaedah penggandaan), maka banyaknya cara penerimaan pelamar tersebut adalah

$$ {}_6C_3 \times {}_5C_1 = 20 \times 5 = 100 \text{ cara} $$

2.7.6 Perbedaan Permutasi dan Kombinasi

Dalam permutasi, urutan diperhatikan
Dalam kombinasi, urutan tidak diperhatikan

Banyaknya permutasi ${}_4P_3$ dan kombinasi ${}_4C_3$ dari empat huruf A, B, C, dan D seperti tercantum pada Tabel 2-4.

Tabel 2-4 ${}_4P_3$ dan ${}_4C_3$ dari Empat Huruf A, B, C, dan D

Kombinasi	Permutasi
A B C	ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA
A B D	ABD, ADB, BAD, BDA, DAB, DBA
A C D	ACD, ADC, CAD, CDA, DAC, DCA
B C D	BCD, BDC, CBD, CDB, DBC, DCB

Contoh 2-35 Hitunglah peluang dua barang terpilih dari lima barang yang ada, pada Contoh 2-31.

Penyelesaian
Peluang dua barang terpilih dari lima barang yang ada adalah 1/10 (= 10%).

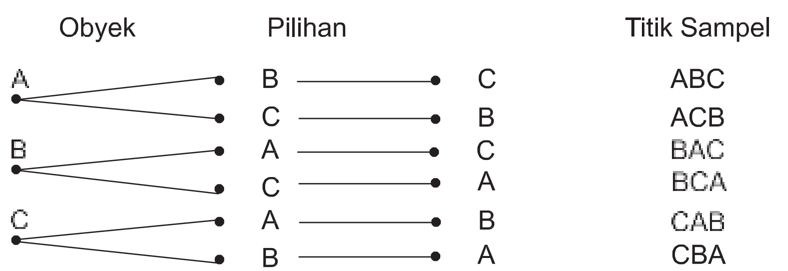
Contoh 2-36 Hitunglah peluang 4 orang dari 10 calon yang ada untuk mengisi posisi yang dimaksud, pada Contoh 2-28.

Penyelesaian
Peluang 4 orang dari 10 calon yang ada untuk mengisi posisi tersebut adalah 1/5040 (= 0,02%).

Contoh 2-37 Seorang pencicip teh diharapkan menentukan urutan (ranking) kualitas tiga jenis teh A, B, dan C sesuai dengan preferensi si pencicip. Oleh karena lidahnya bermasalah (sakit), si pencicip tidak mampu lagi membedakan rasa yang berlainan diantara ketiga kualitas teh tersebut.
(a) Berapa peluang bahwa pencicip itu akan menempatkan teh jenis A, sebagai teh yang paling disukai?
(b) Berapa peluang bahwa pencicip itu akan menempatkan teh jenis A, sebagai teh yang paling kurang disukai?

Penyelesaian
Oleh karena urutan letak unsur dipentingkan, maka persoalan ini berkaitan dengan permutasi, yaitu permutasi dari seluruh unsur. Oleh karena menyangkut kualitas yang paling disukai dan paling kurang disukai, sebaiknya semua kejadian yang mungkin, didaftar dengan bantuan diagram pohon.

Dalam persoalan ini n = 3. Banyaknya susunan yang mungkin (ruang sampel), adalah ${}_3P_3$ = 3! = 1 x 2 x 3 = 6. Bila dibuat diagram pohonnya sebagai berikut:



(a) Misalkan, Q = kejadian pencicip menempatkan teh jenis A, yang paling disukai
Maka,
Kejadian Q, Q = {ABC, ACB}. Jumlah anggota kejadian Q, n(Q) = 2
Ruang sampel S, S = {ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA} dan jumlah

anggota ruang sampel, n(S) = 6

Sehingga, $P(Q) = \frac{n(Q)}{n(S)}$

$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$

Jadi, peluang pencicip itu menempatkan teh jenis A yang paling disukai adalah 33,33%

(b) Misalkan, R = kejadian pencicip menempatkan teh jenis A yang paling tidak disukai

Maka,
Kejadian R, R = {BCA, CBA}. Jumlah anggota kejadian R, n(R) = 2

Sehingga, $P(R) = \frac{n(R)}{n(S)}$

$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$

Jadi, peluang pencicip itu menempatkan teh jenis A paling tidak disukai adalah 33,33 %

2 -16 Tentukanlah nilai dari

(a) $5!$

(f) ${}_7P_3$

(b) $(4 - 3)!$

(g) ${}_7C_3$

(c) $3! \times 5!$

(h) ${}_5P_3$

(d) $\frac{5!}{(3-1)!}$

(i) $\frac{(5-2)!}{3!}$

(e) $({}_5C_2)({}_3C_2)$

(y) $({}_7P_3)({}_5P_3)$

2 -17 Bila ada tiga jalan dari Kota A ke Kota B, dan empat jalan dari Kota B ke Kota C, dalam berapa carakah seseorang dapat bepergian dari Kota A ke Kota C lewat Kota B?

2 -18 Dari lima orang staf direksi sebuah perusahaan (K, L, M, N, O) akan dipilih dua orang untuk menduduki jabatan direktur utama dan direktur umum. Berapa banyaknya cara pemilihan tersebut dapat dilakukan?

2 -19 Sebuah toko eceran memerlukan karyawan tiga (3) orang dari 10 orang yang melamar untuk pekerjaan itu. Dalam berapa carakah ia dapat memilih?

2 -20 Seorang penilai pencicip kopi, diharuskan mencicipi dan menentukan urutan tiga jenis kualitas kopi A, B dan C sesuai dengan preferensi si pencicip. Oleh karena suatu hal, pencicip itu tidak mampu lagi membedakan rasa berlainan di antara ketiga kualitas kopi tersebut, berapa banyaknya cara untuk memperingkat ketiga jenis kopi tersebut?

2- 21 Sebuah radio dapat dibeli dari lima toko penyalur. Dengan berapa cara dapat dipilih dua toko penyalur dari lima yang ada ?

2- 22 Dari empat unit barang A dan tiga unit barang B dibuat parcel. Hitunglah banyaknya parcel yang terdiri atas 3 unit barang yang berisikan 2 unit barang A dan satu unit barang B

2- 23 Empat orang laki-laki dan tiga wanita telah melamar untuk dua lowongan disebuah kantor cabang BNI. Berapa banyak cara dapat dipilih dari para pelamar untuk mengisi lowongan tersebut?

2- 24 Tiga kupon lotere ditarik dari 10 kupon untuk menentukan penerimaan hadiah pertama, kedua dan ketiga. Berapa banyaknya cara untuk menentukan penerimaan hadiah tersebut?

2- 25 Suatu kelompok diskusi akan dibentuk dengan jumlah anggota 5 orang. Berapa cara pembentukan kelompok diskusi tersebut dapat dilakukan kalau calon anggota terdiri dari 4 orang pria dan 3 orang wanita, dan kelompok diskusi tersebut
(a) Terdiri dari 3 pria dan 2 wanita
(b) Terdiri dari 2 pria dan 3 wanita

DISTRIBUSI PELUANG TEORITIS

3.1 Pengantar

Distribusi frekuensi telah dipelajari dalam Buku 1, Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Deskriptif). Dalam statistika deskriptif dipelajari cara menyusun dan menentukan atau menghitung karateristik yang dimiliki oleh distribusi frekuensi, seperti rata-rata hitung, simpangan baku dan variansinya. Dalam bab ini akan dipelajari distribusi peluang teoritis, menyusun dan menentukan atau menghitung rata-ratanya yang disebut rata-rata harapan (nilai harapan), menghitung simpangan baku dan variansinya.

Untuk dapat memahami mengenai distribusi peluang teoritis, diperlukan pemahaman yang memadai mengenai teori peluang, kombinasi dan fungsi matematis. Dalam bab ini akan dibahas mengenai variabel acak, distribusi peluang teoritis, distribusi peluang variabel acak diskrit dan kontinu, serta harapan matematis.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat memahami lebih jelas mengenai variabel acak, baik yang diskrit maupun yang kontinu, distribusi peluang teoritis, untuk variabel acak diskrit maupun untuk vareiabel acak kontinu, dan harapan matematis.

3.2 Distribusi Peluang Teoritis

Variabel acak. Variabel acak adalah suatu variabel yang nilainya merupakan bilangan yang ditentukan oleh hasil suatu percobaan. Untuk melambangkan variabel acak, umumnya dipakai huruf **kapital**, misalnya X, dan untuk menyatakan salah satu diantara nilai-nilainya dilambangkan dengan huruf **kecil,** x. Variabel acak ini dibedakan atas dua macam yaitu variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu

■ **Variabel acak diskrit**

Variabel acak diskrit adalah variabel yang dapat memiliki sejumlah nilai yang dapat dihitung atau sejumlah nilai yang terbatas jumlahnya. Maksudnya, variabel diskrit tersebut nilai-nilainya dapat dinyatakan dengan bilangan bulat positif 0, 1, 2, 3, 4 **. . . .** Dalam prakteknya, nilai-nilai variabel diskrit umumnya terdiri dari hasil perhitungan sederhana (hasil pencacahan) dari sejumlah unsur yang memiliki ciri tertentu yang ingin diketahui. Jadi variabel acak diskrit ini digunakan untuk data yang berupa cacahan. Misalnnya,

1 Kuantitas produk yang cacat dalam satu kali proses produksi.
2 Jumlah mahasiswa yang D.O pada tahun tertentu.
3 Kuantitas mobil yang terjual setiap bulan.
4 Kuantitas tabrakan di suatu perempatan jalan dalam satu minggu.
5 Jumlah hotel yang dibangun dalam kawasan tertentu dalam satu tahun.
6 Kuantitas perguruan tinggi yang ada di suatu wilayah tertentu.

■ **Variabel acak kontinu**

Variabel acak kontinu adalah variabel yang dapat memiliki nilai yang tak berhingga yang berkaitan dengan titik-titik dalam suatu interval garis. Dalam prakteknya, nilai-nilai dari variabel kontinu ini terdiri dari hasil pengukuran karakteristik suatu unsur populasi atas dasar skala yang kontinu. Hasil pengukuran tersebut dapat berupa bilangan pecahan atau desimal. Jadi, variabel ini digunakan untuk data yang merupakan hasil pengukuran. Misalnya,

1 *Lama waktu* untuk melengkapi suatu operasi perakitan dalam suatu pabrik
2 *Volume* minyak yang dipompa setiap jam dari sebuah sumur minyak
3 *Jarak* antara penyalur dengan pembeli
4 *Berat* tanah yang dipindahkan dari satu tempat ke tempat yang lain dalam satu hari
5 Tinggi s*uhu udara* pada suatu hari tertentu
6 *Volume* air yang bocor dari pipa saluran air minum tiap jam

Perbedaan antara variabel acak yang diskrit dengan yang kontinu penting diketahui, oleh karena kedua macam variabel tersebut memerlukan model peluang yang berbeda. Peluang yang dikaitkan dengan setiap nilai variabel acak yang diskrit dapat ditetapkan sedemikian rupa sehingga jumlah peluangnya adalah satu. Hal ini tidak mungkin terjadi atas variabel acak kontinu. Distribusi peluang untuk variabel acak diskrit dan kontinu akan dibahas pada bab berikutnya

■ **Distribusi Peluang Teoritis**

Distribusi peluang dari suatu kejadian adalah suatu daftar atau rumus yang mencantumkan semua kemungkinan nilai suatu variabel acak beserta peluangnya. Bila frekuensinya diturunkan secara matematis maka distribusi peluangnya disebut **distribusi peluang teoritis**, dan bila frekuensinya diperoleh berdasarkan hasil-hasil percobaan atau hasil observasi maka distribusi peluangnya disebut **distribusi peluang frekuensi**. Berdasarkan jenis variabel acaknya, maka distribusi peluang suatu kejadian dibedakan atas dua macam yaitu distribusi peluang diskri*t* dan distribusi peluang kontinu.

3.3 Distribusi Peluang Diskrit

Distribusi peluang diskrit adalah sebuah tabel atau rumus yang memuat semua kemungkinan nilai suatu variabel acak diskrit beserta peluangnya. Agar lebih jelas mengenai distribusi peluang diskrit, perhatikan Contoh 3-1.

Contoh 3-1 Sebuah percobaan, tiga keping uang logam dilantunkan sekaligus. Bila munculnya sisi gambar (G) yang diharapkan, tentukanlah variabel acaknya. Buatlah distribusi peluang serta grafik distribusi peluangnya.

Penyelesaian

Tabel 3.1 Titik Sampel dan Peluang Hasil Pelantunan Tiga Uang Logam

Titik Sampel	Banyak Sisi Gambar	Peluang
GGG	3	1/8
GGA	2	1/8
GAG	2	1/8
AGG	2	1/8
GAA	1	1/8
AGA	1	1/8
AAG	1	1/8
AAA	0	1/8

Variabel acak

Bilangan-bilangan 0, 1, 2 dan 3 yang mungkin muncul dari hasil per-cobaan itu (pada kolom 2, Tabel 3.1) disebut variabel acak diskrit.

Distribusi Peluangnya

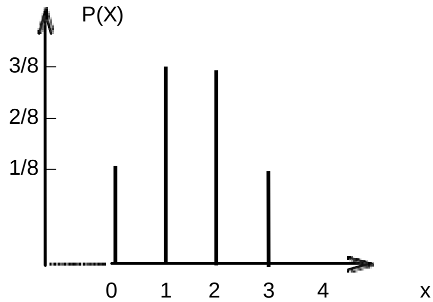
Berdasarkan Tabel 3.1 bila dibuat distribusi peluangnya, bentuknya sebagai berikut :

Tabel 3.2 Distribusi Peluang Sisi Gambar Hasil Pelantunan Tiga Keping Uang Logam (Koin)

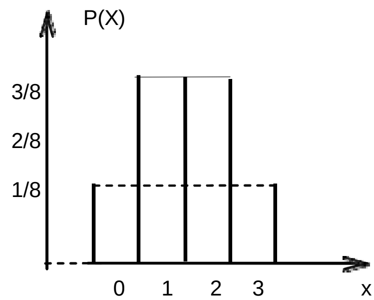
Banyak Sisi Gambar (X)	0	1	2	3
Peluang P(X=x)	1/8	3/8	3/8	1/8

Keterangan Tabel 3- 2. Peluang tepat dua sisi gambar (x = 2) diperoleh dengan menjumlahkan peluang GGA, GAG, AGG yaitu 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8. Demikian pula peluang tepat 1 sisi gambar (x =1) diperoleh dengan menjumlahkan peluang GAA, AGA, AAG yaitu 1/8+1/8+1/8=3/8.

Berdasarkan Tabel 3.2, bila dibuat grafiknya bentuknya seperti Gambar 3.1 atau Gambar 3.2.



Gambar 3. 1
Grafik Distribusi Peluang Sisi Gambar Pelantunan Tiga Koin



Gambar 3. 2
Grafik Distribusi Peluang Komulatif Sisi Gambar Pelantunan Tiga koin

3.3.1 Fungsi Peluang Diskrit

Fungsi peluang dari variabel acak X adalah fungsi f yang harganya bagi setiap bilangan riil diberikan oleh:

$$f(x) = P(X = x)$$

$$\text{Dengan } f(x) \geq 0 \text{ dan } \sum f(x) = 1 \qquad (3.1)$$

Dari percobaan pelantunan 3 uang logam pada Contoh 3.1, diperoleh nilai f(x) = P(X = x) sebagai berikut ,

$$f(0) = P(X = 0) = \frac{1}{8}$$

$$f(1) = P(X = 1) = \frac{3}{8}$$

$$f(2) = P(X = 2) = \frac{3}{8}$$

$$f(3) = P(X = 3) = \frac{1}{8}$$

$$\sum f(x) = \sum f(X = x) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

3.3.2 Rata-rata Hitung, Variansi dan Simpangan Baku

■ **Rata-rata Hitung**

Rata-rata hitung dari distribusi peluangnya disebut juga nilai harapan matematik (*mathematical expectation*), yang merupakan ukuran nilai rata-rata jangka panjang dari variabel acak. Nilai ini adalah nilai rata-rata hitung tertimbang. Penimbangnya adalah besar peluang masing-masing kejadian. Jadi, harapan matematis adalah harapan untuk memperoleh nilai tertentu yang berkaitan dengan besar peluangnya. Rata-rata hitung variabel diskrit dapat dihitung per rumus 3.2.

$$E(X) = \mu_x = \sum_{i=1}^{n} X_i . P(X_i)$$
$$= x_1 . P(x_1) + x_2 . P(x_2) + \ldots + x_n . P(x_n) \qquad (3.2)$$

X_i	= nilai variabel diskrit X yang ke-i
$P(X_i)$	= peluang variabel diskrit X yang ke-i
$E(X)$	= μ_X = rata-rata hitung/nilai harapan

■ **Variansi**

Variansi (σ^2) dari suatu distribusi peluang diskrit dapat dihitung dengan rumus 3.3.

$$\sigma^2 = E\{x_i - E(x_i)\}^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 . P(x_i) \qquad (3.3)$$

■ **Simpangan Baku (σ)**

Simpangan baku suatu distribusi peluang diskrit adalah akar pangkat dua dari variansinya

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \qquad (3.4)$$

Contoh 3-2 Berdasarkan pengalaman distributor mobil merk tertentu, banyaknya mobil yang dapat dijual (X) beserta peluangnya P(X) selama seminggu, dicatat sebagai berikut :

X	1	2	4	5	6	8
P(X)	0,06	0,20	0,10	0,30	0,21	0,13

(a) Berapa banyaknya mobil diharapkan dapat dijual selama satu minggu.
(b) Hitunglah variansi dan simpangan baku dari banyaknya mobil yang diharapkan dapat dijual.

Penyelesaian

(a) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$, $x_4 = 5$, $x_5 = 6$, $x_6 = 8$

$P(x_1) = 0{,}06$, $P(x_2) = 0{,}20$, $P(x_3) = 0{,}10$, $P(x_4) = 0{,}30$,
$P(x_5) = 0{,}21$, $P(x_6) = 0{,}13$

$$E(X) = \mu_x = \sum_{i=1}^{n} X_i . P(X_i)$$
$= (1 \times 0{,}06) + (2 \times 0{,}20) + (4 \times 0{,}10) + (5 \times 0{,}30) + (6 \times 0{,}21) + (8 \times 0{,}13)$
$= 4{,}66$

Jadi, banyaknya mobil yang diharapkan dapat dijual selama seminggu $4{,}66 \approx 5$ unit (dibulatkan)

(b) Variansinya

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 . P(x_i)$$

$= (1 - 5)^2(0,06) + (2 - 5)^2(0,20) + (4- 5)^2 (0,10) + (5- 5)^2 (0,30) + (6- 5)^2 (0,21) + (8 - 5)^2 (0,13)$

$= 4,24$

Simpangan baku

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$= \sqrt{4,24} = 2,06$

Jadi, variansi dan simpangan baku dari banyaknya mobil yang diharapkan dapat dijual selama satu minggu masing-masing sebesar 4,24 unit dan 2,06 unit

Contoh 3-3 Seorang pengusaha perhotelan bermaksud membuka hotel baru disalah satu kota yaitu Kota Denpasar atau Kota Makassar. Dengan membuka hotel di Denpasar ia akan memperoleh untung Rp 3 miliar per tahun dan Rp 2 miliar per tahun untuk Kota Makassar. Tetapi jika usaha hotel ini gagal ia akan menderita rugi setiap tahunnya Rp 400 juta untuk Kota Denpasar dan Rp 200 juta untuk Kota Makassar, jika hotel tersebut berjalan dengan baik peluang untuk memperoleh keuntungan untuk Kota Denpasar dan Kota Makassar masing-masing sebesar 0,6 dan 0,7. Dimana sebaiknya hotel tersebut dibangun/dibuka?

Penyelesaian

Misalkan, x_1 = untung
x_2 = rugi

Untuk Kota Denpasar, berlaku:

x_1 = Rp 3 M $P(x_1) = 0,6$
x_2 = - Rp 0,4 M $P(x_2) = 1 - 0,6 = 0,4$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i . P(X_i)$$

$E(X) = x_1.P(x_1) - x_2.P(x_2)$
$= 3(0,6 - 0,4(0,4)$
$= 1,8 - 0,16 = 1,74$ M

Untuk Kota Makasar, berlaku:

x_1 = Rp 2 M $P(x_1) = 0,7$
x_2 = - Rp 0,2 M $P(x_2) = 1 - 0,7 = 0,3$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i.P(X_i)$$

$$\begin{aligned} E(X) &= x_1.P(x_1) - x_2.P(x_2) \\ &= 2(0,7) - 0,2(0,3) \\ &= 1,4 - 0,0\,6 = 1,34 \text{ M} \end{aligned}$$

Oleh karena E(X) di Kota Denpasar lebih besar dari E(X) di Kota Makassar, maka sebaiknya hotel tersebut dibangun/ dibuka di Kota Denpasar.

Contoh 3- 4 Menurut pengalaman seorang pedagang bawang putih dan berdasarkan catatannya selama bertahun-tahun, ia akan mendapat keuntungan paling banyak Rp 400 ribu atau akan rugi paling banyak Rp 100 ribu per kwintal dengan peluang sebagai berikut :

Keuntungan (Ribu Rp/kw)	400	240	200	150	0	- 40	- 100
Peluang P(x)	0,05	0,10	0,15	0,30	0,10	0,20	0,10

Pada saat ini ia memiliki 2 ton bawang putih.
Tentukanlah ekspektasi keuntungan (keuntungan yang dapat diharapkan)
(a) Untuk tiap kwintal bawang putih.
(b) Seluruhnya (penjualan seluruh bawang putihnya).

Penyelesaian
(a) Ekspektasi keuntungan per kwintal bawang putih

$p(x_1) = 0,05$ $x_1 = 400$
$p(x_2) = 0,10$ $x_2 = 240$
$p(x_3) = 0,15$ $x_3 = 200$
$p(x_4) = 0,30$ $x_4 = 150$
$p(x_5) = 0,10$ $x_5 = 0$
$p(x_6) = 0,20$ $x_6 = -40$ (rugi)
$p(x_7) = 0,10$ $x_7 = -100$(rugi)

$$\begin{aligned} E(X) = \mu_x &= x_1.p(x_1) + x_2.p(x_2) + x_3.p(x_3) + \ldots + x_7.p(x_7) \\ &= (400)(0,05)+(240)(0,10)+(200)(0,15)+(150)(0,30)+ \\ &\quad (0)(0,10) - (40)(0,20) -(100)(0,10) = 101.000 \end{aligned}$$

Jadi, keuntungan per kwintal bawang putih yang dapat diharapkan adalah sebesar Rp 101.000,00

(b) Ekspektasi keuntungan seluruhnya
2 ton = 20 kwintal
Jadi, ekspektasi keuntungan seluruhnya = 20 x Rp 101.000,00
= Rp 2.020.000,00

■ Termasuk distribusi peluang diskrit antara lain adalah:
1 Distribusi Binomial
2 Distribusi Poisson
3 Distribusi Hypergeometris
ketiga distribusi ini akan dibahas dalam Bab 4.

3.4 Distribusi Peluang Kontinu

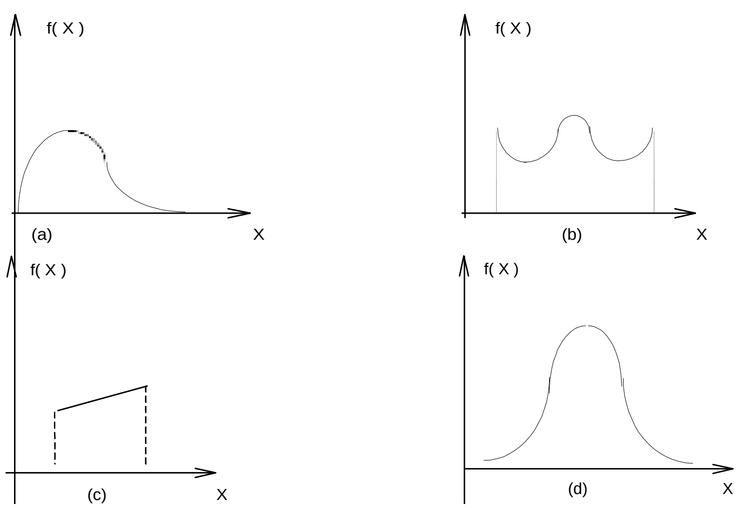
Distribusi peluang variabel acak kontinu tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel, melainkan dapat dinyatakan dalam bentuk rumus. Rumus itu merupakan fungsi nilai-nilai variabel acak kontinu X, sehingga dapat digambarkan sebagai suatu kurva kontinu. Fungsi peluang yang digambarkan oleh kurva ini disebut **fungsi kepekatan peluang**. Peluang variabel kontinu merupakan peluang variabel pada suatu selang (interval) tertentu dari nilai-nilainya. Sehingga peluang *tepat* untuk salah satu dari nilai variabelnya (peluang nilai tunggal dari suatu titik) adalah nol (ingat kalkulus integral tertentu).

3.4.1 Fungsi Kepekatan Peluang

Fungsi kepekatan peluang variabel kontinu dirumuskan sebagai berikut :

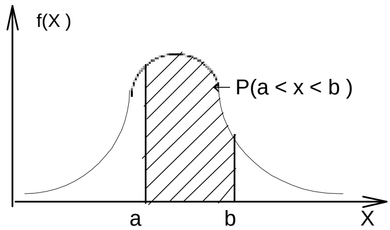
$$f(x) = P(a < x < b) = \int_a^b f(x)\,dx \qquad \text{untuk} \quad -\infty < x < \infty \tag{3.5}$$

Fungsi per rumus (3.5), grafiknya, dapat mengambil bentuk salah satu dari gambar yang ditunjukkan pada Gambar 3. 3 atau bentuk lainnya.



Gambar 3.3 Beberapa Bentuk Fungsi Kepekatan Peluang Variabel Kontinu

Fungsi kepekatan peluang dibuat sedemikian, sehingga luas daerah di-bawah kurva dan di atas sumbu X sama dengan satu bagian luas. Bila suatu fungsi kepekatan peluang kontinu dinyatakan oleh kurva dalam Gambar 3.4,



Gambar 3.4

maka luas daerah di bawah lengkungan kurva dan di atas sumbu X, dengan batas bawah x = a dan batas atas x = b (Lihat daerah yang diarsir pada Gambar 3.4) menunjukkan nilai peluang variabel kontinu pada interval x = a dan x = b. Peluang variabel acak kontinu X dengan batas bawah x = a dan batas atas x = b dinyatakan dengan **P(a < X < b)** atau **P(a $\leq$ X $\leq$ b).**

Contoh 3-5 Sebuah variabel X mengambil nilai antara x = 2,4 dan x = 3,5. Mumpunyai fungsi kepekatan peluang , f(x) = $\frac{x+1}{8}$. Tentukanlah nilai peluangnya.

Penyelesaian

$$P(2{,}4 < X < 3{,}5) = \int_{2,4}^{3,5} \left(\frac{x+1}{8}\right) dx$$

$$= \int_{2,4}^{3,5} \left(\frac{1}{8}x + \frac{1}{8}\right) dx$$

$$= \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}x \Big]_{2,4}^{3,5}$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}x^2 \Big]_{3}^{4}$$

$$= \left(\frac{1}{16}.(3{,}5)^2 + \frac{1}{8}.(3{,}5)\right) - \left(\frac{1}{16}.(2{,}4)^2 + \frac{1}{8}.(2{,}4)\right)$$

$$= 0{,}54$$

Contoh 3- 6 Sebuah variabel kontinu X, mengambil nilai x = 5, memiliki fungsi kepekatan peluang , f(x) = $\frac{4x+3}{2}$. Hitunglah nilai peluangnya.

Penyelesaian

$$P(X = 5) = P(5 < X < 5) = \int_{5}^{5} \left(\frac{4x+3}{2}\right) dx = \int_{5}^{5} \left(2x + \frac{3}{2}\right) dx$$

$$= x^2 + \frac{3}{2}x \Big]_{5}^{5}$$

$$= \left\{ \left(5^2 + \frac{3}{2}.5\right) - \left(5^2 + \frac{3}{2}.5\right) \right\}$$
$$= 0$$

Jadi, peluang tepat salah satu nilai (nilai tunggal) variabel kontinu X adalah nol

Contoh 3- 7 Variabel acak kontinu X memiliki fungsi kepekatan peluang sebagai berikut:

$f(x) = 0$; $X \leq 3$

$f(x) = \frac{3 + 2x}{12}$; $3 < X < 5$

$f(x) = 0$; $X \geq 5$

Berapakah $P(3 < X < 4)$?

Penyelesaian

$$P(3 < X < 4) = \int_3^4 \left(\frac{3 + 2x}{12}\right) dx$$
$$= \int_3^4 \left(\frac{3}{12} + \frac{2}{12}x\right) dx$$
$$= \int_3^4 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}x\right) dx$$
$$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}.\frac{1}{2}x^2 \Big]_3^4$$
$$= \left[\frac{1}{4}.4 + \frac{1}{12}.4^2\right] - \left[\frac{1}{4}.3 + \frac{1}{12}.3^2\right]$$
$$= \frac{10}{12} = 0{,}83$$

■ Termasuk distribusi peluang kontinu antara lain adalah: distribusi normal, distribusi t, distribusi Kai Kuadrat dan distribusi F. Distribusi Kai Kuadrat dan distribusi F masing-masing dibahas dalam Bab 8 dan Bab 9. Sementara distribusi normal dibahas dalam Bab 4.

3- 1 Data dalam pernyataan dibawah ini merupakan variabel dikrit atau variabel kontinu?

(a) Dari 1000 unit mobil yang diproduksi oleh sebuah perusahaan tahun lalu ternyata 25 unit diantaranya cacat.

(b) Dalam dua minggu terakhir rata-rata air PAM yang bocor di sebuah kota sebanyak 105,5 meter kubik per hari.

(c) Hasil suvei baru-baru ini menunjukkan bahwa 6 dari 10 penduduk Bali, memilih sepeda motor merk tertentu.

(d) Keuntungan yang diperoleh tiga perusahaan dalam dua tahun terakhir masing-masing sebesar 2,57; 1,25; dan 4,35 miliar rupiah.

3- 2 Sebuah variabel X, memiliki sebaran peluang sebagai berikut :

X	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{9}{27}$	$\frac{3}{27}$

(a) Tentukanlah nilai tengah X.

(b) Tentukanlah variansinya.

3- 3 Banyaknya mobil (X), yang dicuci di suatu tempat penyucian mobil antara pukul 15.00 dan 16.00 pada setiap Hari Sabtu yang cerah mempunyai sebaran peluang sebagai berikut:

X	4	5	6	7	8	9	10
P(X = x)	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$

Berapa banyaknya mobil yang diharapkan dapat dicuci di tempat itu, pada hari Sabtu antara pukul 15.00 dan pukul 16.00?

3- 4 Sebuah variabel kontinu X, mengambil nilai antara x = 2 dan x = 5, mempunyai fungsi kepekatan $f(x) = \frac{2 + 2x}{27}$

(a) Hitunglah P(2<X< 5).

(b) Hitunglah P (4<X<4,5)

3- 5 Hitunglah rata-rata hitung dan variansi distribusi peluang diskrit berikut:

X	P(X)
0	0,30
1	0,10
2	0,40
3	0,20

3- 6 Sebuah perusahaan agen TV merek tertentu, berdasarkan catatan selama beberapa tahun pengalamannya dapat menjual TV sebanyak X dengan peluang sebesar P(X) selama seminggu. Data yang dimiliki sebagai berikut :

Jumlah unit TV yang terjual , X	20	30	40	50	60	70	80
Peluang terjual, P(X)	0,10	0,20	0,15	0,23	0,06	0,09	0,17

Berapa unit TV yang dapat diharapkan terjual oleh agen TV tersebut selama seminggu?

3- 7 Sebuah toko minuman telah menjual sejumlah minuman ringan dalam tiga ukuran – kecil, sedang dan besar – yang dijual per botol dengan harga berturut-turut Rp 1000,00; Rp 1.500,00 dan Rp 2.500,00. Dari seluruh minuman ringan yang telah terjual, tiga puluh lima persen berukuran kecil, 40 persen berukuran sedang dan sisanya 25 persen minuman berukuran besar.

(a) Susunlah distribusi peluangnya.
(b) Hitunglah harga rata-rata per botol minuman ringan tersebut.
(c) Berapa variansi harga yang dikenakan per botol minuman ringan tersebut. Berapa simpangan bakunya?

3- 8 Seorang investor asing bermaksud menanamkan modalnya di sektor pariwisata disalah satu kota yaitu Kota Denpasar atau Kota Jakarta. Dengan menanamkan modalnya di Denpasar ia akan memperoleh untung 3 miliar rupiah per tahun dan 4 miliar rupiah per tahun untuk Kota Jakarta. Tetapi jika usaha yang dibangunnya tidak berjalan dengan baik atau gagal ia akan menderita rugi setiap tahunnya 600 juta untuk Kota Denpasar dan 800 juta untuk Kota Jakarta. Jika usaha yang dibangunnya berjalan dengan baik peluang untuk memperoleh keuntungan untuk Kota Denpasar dan Kota Jakarta masing-masing sebesar 0,6 dan 0,7. Dimana sebaiknya investor tersebut menanamkan modalnya?

3-9 Sebuah hotel bintang 5 memiliki 400 kamar. Dua puluh persennya merupakan standard room, 25 persennya superior room, 30 persennya delux room, 15 persennya studio room dan sisanya (10%) suite room. Sementara itu, harga/tarif per hari masing kamar adalah sebagai berikut : Rp 0,800 juta untuk standar room, Rp 1,250 juta untuk superior room, Rp 1,800 juta untuk delux room, Rp 2,500 untuk studio room dan Rp 5,4 juta untuk suite room. Jika semua kamar terjual, berapa harga rata-rata tiap kamar yang dibayar oleh para tamu?

3- 10 Seorang pemborong menyiapkan penawaran atas sebuah proyek yang akan memberikan hasil 6,5 miliar rupiah, jika menang. Biaya untuk menyiapkan penawaran proyek tersebut sebesar 1,2 miliar rupiah. Peluang pemborong memenangkan kontrak adalah 0,40. Bila hasil yang diperkirakan/diharapkan melebihi 1,5 miliar rupiah, maka pemborong akan mengajukan penawaran atas proyek tersebut. Apakah ia harus mengajukan penawaran atas proyek tersebut?

DISTRIBUSI BINOMIAL, POISSON, HYPERGEOMETRIK DAN DISTRIBUSI NORMAL

4.1 Pengantar

Dalam Bab 2, telah dipelajari dasar-dasar teori peluang seperti: faktorial, kaedah penggandaan, kaedah penjumlahan, permutasi dan kombinasi. Dalam Bab 4 ini, akan dibahas empat distribusi peluang teoritis yang banyak diterapkan dalam bidang ekonomi dan bisnis, serta di bidang lainnya. Tiga distribusi peluang diskrit yaitu distribusi binomial, poisson dan distribusi hypergeometrik, dan satu distribusi peluang kontinu, yaitu distribusi normal. Teori himpunan dan perhitungan kombinasi merupakan landasan bagi distribusi binomial maupun distribusi poisson.

Tujuan dari bab ini. Setelah mempelajari bab ini mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat memahami tentang distribusi binomial, distribusi poisson dan distribusi normal. Selain itu mahasiswa diharapkan dapat menerapkannya dalam ekonomi dan bisnis.

4.2 Distribusi Binomial

Distribusi binomial merupakan salah satu model distribusi peluang untuk variabel acak diskrit. Koefisien Binomial menunjukkan peluang kejadian yang diharapkan (kejadian sukses) dari sejumlah n percobaan. Distribusi binomial juga disebut sebagai percobaan atau proses dari Bernoulli, karena James Bernoulli seorang ahli matematika Swiss (1645 - 1705) sangat berjasa bagi pengembangan penggunaan distribusi binomial.

4.2.1 Ciri-ciri Percobaan Binomial

Suatu percobaan binomial adalah suatu percobaan yang memiliki ciri-ciri sebagai berikut (Mendenhall dan Reinmuth, 1982; Mc Clave, *et.al.,* 2008).

1 Percobaan terdiri atas n percobaan yang identik
2 Setiap percobaan hanya memiliki dua hasil yang mungkin yaitu “sukses” dan “ gagal “.
3 Peluang keberhasilan (sukses) percobaan tunggal sama dengan p, dan tetap sama untuk setiap percobaan. Peluang kegagalan (q) yaitu q = 1- p
4 Percobaan - percobaan bersifat independen
5. Si pencoba ingin menyelidiki x, yaitu jumlah keberhasilan (sukses) yang diamati selama n percobaan.

4.2.2 Peluang Kejadian Distribusi Binomial

Peluang kejadian sukses (yang diharapkan) sebanyak x kali dari n percobaan, menurut Bernoulli dirumuskan sebagai berikut :

$$P(X) = \binom{n}{x} p^{x} (1 - p)^{n - x}$$

$$P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!} . p^{x} (1 - p)^{n - x} \qquad (4.1)$$

P(X) = peluang kejadian x sukses (kejadian yang diharapkan)
X = banyaknya kejadian sukses (kejadian yang diharapkan)
n = banyaknya percobaan/banyaknya seluruh kejadian
$\binom{n}{x}$ = koefisien binomial, menunjukkan x kali sukses dari n percobaan

4.2.2 Rata-rata Hitung, Variansi dan Simpangan Baku Distribusi Binomial

Rata-rata hitung, variansii dan simpangan baku suatu variabel acak distribusi peluang binomial, berturut-turut dapat dihitung dengan rumus-rumus berikut:

- **Rata-rata Hitung**

$$\mu = E(X) = np \qquad (4.2)$$

- **Variansi**

$$\sigma^2 = np(1 - p) \qquad (4.3)$$

- **Simpangan Baku**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \qquad (4.3a)$$

Contoh 4- 1 Sebuah mata uang logam (koin) dilantunkan sebanyak 5 kali

Pertanyaan
(a) Berapa peluang munculnya tiga sisi gambar?
(b) Berapa rata-rata muncul sisi gambarnya?
(c) Berapa variansi dan simpangan bakunya?

Penyelesaian

Misalkan x = kejadian munculnya sisi gambar
n = 5
p = 0,5

(a) Munculnya tiga sisi gambar, ini berarti x = 3

P(3) = . . . ?

$$P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!}.p^x(1-p)^{n-x}$$

$$P(3) = \frac{5!}{3!(5-3)!}.(0,5)^3(1-0,5)^{5-3}$$

$$= \frac{5!}{3!\,2!}(0,5)^3(0,5)^2$$

$$= \frac{120}{(6)(2)}.(0,5)^3(0,5)^2 = 0,3125$$

Jadi, peluang munculnya tiga (3) sisi gambar adalah 0,3125 atau 31,25%

(b) μ = . . . ?
μ = n p
= 5(0,5) = 2,5

Jadi, rata - rata muncul sisi gambarnya = 2,5 kali

(c) σ = . . . ?

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

$$= \sqrt{5(0,5)(1-0,5)}$$

$$= \sqrt{1,25}$$

= 1,118

Jadi, simpangan baku muncul sisi gambarnya = 1,118 kali

Contoh 4- 2 Sejumlah partai besar suatu produk yang masuk di sebuah pabrik diteliti cacatnya secara cermat. Sepuluh (10) unit barang diperiksa dan partai barang akan ditolak jika 2 unit barang atau lebih ditemukan cacat. Jika suatu partai barang setelah diperiksa secara cermat ternyata berisi 5% barang yang cacat, berapakah peluang bahwa partai barang tersebut diterima? Ditolak? (Asumsikan pengambilan yang berurutan dari partai barang tersebut bersifat independen).

Penyelesaian

n = 10 dan p = 5% = 0,05

Misalkan, x = jumlah barang cacat,

Partai barang diterima, bila x < 2 yaitu x = 0 atau x = 1

P(x < 2) = . . . ?

P(x < 2)= P(x =0) + P(x = 1)

$$P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \cdot p^x (1-p)^{n-x}$$

$$P(0) = \frac{10!}{0!(10-0)!} (0,05)^0 (1 - 0,05)^{10-0}$$

$$= \frac{10!}{0!.10!} .(0,05)^0 (0,95)^{10}$$

$$= 1(0,05)^0 (0,95)^{10} = 0,5987$$

$$P(1) = \frac{10!}{1!(10-1)!} (0,05)^1 (1 - 0,05)^{10-1}$$

$$= \frac{10!}{1!.9!} .(0,05)^1 (0,95)^9 = 10(0,05)^1 (0,95)^9 = 0,3151$$

P(x< 2) = P(0) + P(1)

= 0,5987 + 0,3151 = 0,9138

Jadi, peluang partai barang tersebut diterima adalah 0,9138 atau 91,38 %

Partai barang ditolak, bila x ≥ 2 , atau jumlah barang cacat adalah x = 2, atau 3, atau 4, ... atau 10.

P(x ≥ 2) = ...?

= P(2) + P(3) + P(4) + ... + P(10)

= 1 – P(x<2)

= 1 – 0,9138

= 0,0862

Jadi, peluang partai barang tersebut ditolak adalah 0,0862 atau 8,62%

Contoh 4-3 Dari sejumlah *red wine* (minuman beralkohol) buatan Perancis yang diterima oleh divisi F&B (Food & Bevarage), setelah diperiksa ternyata 5% kadar alkoholnya diatas 20%. Dua puluh (20) botol *red wine* diambil secara acak. Berapa peluang dari 20 botol *red wine* yang diambil tersebut,

(a) Tidak terdapat *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%?

(b) Terdapat satu botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%?

(c) Terdapat 5 botol red wine yang kadar alkoholnya diatas 20%?
(d) Paling sedikit satu botol red wine yang kadar alkoholnya diatas 20%?
(e) Paling banyak satu botol red wine yang kadar alkoholnya diatas 20%?

Penyelesaian
n = 20, p = 5% = 0,05
Misalkan x = kuantitas *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%

(a) Tidak terdapat *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%, ini berarti x = 0

$$P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!}.p^x(1-p)^{n-x}$$

$$P(0) = ...?$$

$$P(0) = \frac{20!}{0!(20-0)!}p^0(1-p)^{20-0}$$

$$= \frac{20!}{0!(20-0)!}.(0{,}05)^0(1-0{,}05)^{20-0}$$

$$= \frac{20!}{20!}.(0{,}5)^0(0{,}95)^{20} = 1.1.\ (0{,}95)^{20} = 0{,}3585 \text{ atau } 35{,}85\%$$

Jadi, peluang tidak terdapat red wine yang kadar alkoholnya di atas 20% adalah 35,85%

(b) Terdapat satu botol red wine yang kadar alkoholnya di atas 20%, ini berarti x = 1

$$P(1) = ...?$$

$$= \frac{20!}{1!(20-1)!}(0{,}05)^1(1-0{,}05)^{20-1}$$

$$= \frac{20!}{1!.19!}.(0{,}05)^1(1-0{,}05)^{19}$$

$$= \frac{20!}{19!}.(0{,}05)\ (0{,}95)^{19}$$

$$= 20.(0{,}05)\ (0{,}95)^{19} = 0{,}3773 \text{ atau } 37{,}73\%$$

Jadi, peluang terdapat satu *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20% adalah 37,73%

(c) Terdapat 5 botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%, ini berarti x = 5

$$P(5) = ...?$$

$$= \frac{20!}{5!(20-5)!}(0{,}05)^5(1-0{,}05)^{20-5}$$

$$= \frac{20!}{5!.15!}.(0{,}05)^5(1-0{,}05)^{15}$$

$$= \frac{20!}{5!(15!)}.(0{,}05)^5(0{,}95)^{15}$$

$= 1504 . (3125.10^{-10})(0,4633)$

$= 0,0002$ atau 0,02 %

Jadi, peluang 5 botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20% dari 20 botol yang diambil adalah 0,02%.

(d) Paling sedikit satu botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%, ini berarti $x \geq 1$, atau kuantitas *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20% adalah $x = 1$ atau 2 atau 3, ... atau 20.

$P(X \geq 1) = . . . ?$
$= P(1) + P(2) + P(3) + . . . + P(20)$
$= 1 - P(0)$
$= 1 - 0,3585$
$= 0,6415$ atau 64,15%

Jadi, peluang paling sedikit satu botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20% dari 20 botol yang diambil adalah 64,15%.

(e) Paling banyak satu botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20%, ini berarti $x \leq 1$. Dengan kata lain, tidak ada *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20% atau satu botol red wine yang kadar alkoholnya di atas 20% adalah $x = 0$ atau $x = 1$

$P(X \leq 1) = . . . ?$
$= P(0) + P(1)$
$= 0,3585 + 0,3773$
$= 0,7358$ atau 73,58%

Jadi, peluang paling banyak satu botol *red wine* yang kadar alkoholnya di atas 20% dari 20 botol yang diambil adalah 73,58%..

4.3 Distribusi Poisson

Distribusi poisson sering muncul dalam literatur ekonomi dan bisnis, oleh karena banyak diterapkan dalam bidang ini, misalnya saja; kuantitas panggilan telepon yang diterima oleh operator telepon selama suatu periode waktu pendek tertentu, jumlah klaim terhadap sebuah perusahaan asuransi selama satu minggu tertentu, banyaknya kecelakaan di perempatan jalan pada periode waktu tertentu. Kejadian sejenis itu, yaitu kejadian **yang jarang** diamati (terjadi) dalam **satuan waktu yang singkat** atau **ruang atau luas yang kecil** dapat dipertimbangkan sebagai variabel acak poisson (Walpole, 1982; Mendenhall dan Reinmuth, 1982). Untuk menghitung peluang kejadian sedemikian itu dapat dipakai model atau rumus untuk distribusi poisson. Dengan kata lain distribusi poisson digunakan untuk menghitung peluang suatu kejadian yang jarang tertjadi dalam interval waktu yang singkat dan dalam luas (area) atau ruang yang kecil.

4.3.1 Ciri-ciri/karakteristik dari Percobaan Poisson

Percobaan poisson memiliki beberapa karakteristik (Walpole,1982) antara lain:

1. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau suatu daerah tertentu tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah.
2. Peluang terjadinya satu hasil percobaan selama suatu selang yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut.
3. Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah yang kecil tersebut, dapat diabaikan.

4.3.2 Peluang Kejadian Distribusi Poisson

Peluang kejadian x sukses dalam selang waktu yang singkat atau dalam suatu daerah yang kecil, dirumuskan sebagai berikut :

$$P(X = x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \tag{4.4}$$

P(x)	=	peluang terjadinya x kejadian sukses
x	=	jumlah kejadian yang diharapkan sukses
μ	=	rata-rata hitung
e	=	bilangan Napier atau bilangan Euler (e = 2,71828)

Contoh 4-4 Kebangkrutan bank di suatu negara yang disebabkan oleh kesulitan keuangan terjadi rata-rata 4 bank setiap tahun. Berapa peluang paling sedikit 3 bank bangkrut pada suatu tahun tertentu?

Penyelesaian

Petunjuk: Untuk mempermudah perhitungan nilai dari $e^{-\mu}$, dapat dilihat pada Lampiran II di bagian belakang buku ini. Misalnya, e^{-2} = 0,1353; $e^{-2,1}$ = 0,1225; $e^{-2,14}$ = 0,1177; e^{-3} = 0,0498; e^{-4} = 0,0183

Misalkan x = kejadian jumlah bank yang bangkrut

$\mu = 4 \rightarrow e^{-4} = 0,0183$

Paling sedikit 3 bank bangkrut, berarti $x \geq 3$

$P(X \geq 3) = \ldots ?$

$P(X \geq 3) = 1 - P(0) - P(1) - P(2)$

$$P(x) = \frac{\mu^x . e^{-\mu}}{x!}$$

$$P(0) = \frac{4^0.e^{-4}}{0!} = \frac{4^0(0{,}0183)}{0!} = \frac{1(0{,}0183)}{1} = 0{,}0183$$

$$P(1) = \frac{4^1.e^{-4}}{1!} = \frac{4.(0{,}0183)}{1} = 0{,}0732$$

$$P(2) = \frac{4^2.e^{-4}}{2!} = \frac{16.(0{,}0183)}{1x2} = 0{,}1464$$

Maka,

$P(X \geq 3)$ = 1 - 0,0183 - 0,0732 - 0,1464
= 0,7621

Jadi, peluang bahwa paling sedikit 3 bank bangkrut pada suatu tahun tertentu adalah 0,07621 atau 76,21 %

Contoh 4- 5 Suatu mesin cetak diturunkan untuk diperbaiki rata-rata 2 kali dalam setahun. Penurunan mesin lebih dari 3 kali menyebabkan rencana produksi tak tercapai.

Pertanyaan
(a) Berapa peluang rencana produksi akan tercapai?
(b) Berapa peluang rencana produksi tak tercapai?

Penyelesaian

Misalkan x = frekuensi mesin diturunkan

$$\mu = 2 \rightarrow e^{-2} = 0{,}1353$$

(a) Rencana produksi akan tercapai, bila mesin diturunkan maksimum 3 kali, ini berarti $x \leq 3$

$P(X \leq 3)$ = . . . ?
= P(0) + P(1) + P(2) + P(3)

dengan,

$$P(0) = = \frac{1(0{,}1353)}{1} = 0{,}1353$$

$$P(1) = = \frac{2(0{,}1353)}{1} = 0{,}2706$$

$$P(2) = = \frac{4(0{,}1353)}{2} = 0{,}2706$$

$$P(3) = = \frac{8(0{,}1353)}{6} = 0{,}1804$$

Maka,

$P(X \leq 3)$ = 0,1353 + 0,2706 + 0,2706 + 0,1804
= 0,8569 atau 85,69%

Jadi, peluang bahwa rencana produksi tercapai adalah 85,69%

(b) Rencana produksi tidak tercapai, bila mesin diturunkan lebih dari 3 kali, ini berarti $x > 3$

$P(X > 3) = . . . ?$
$= 1 - P(X \leq 3)$
$= 1- 0,8569 = 0,1431$

Jadi, peluang bahwa rencana produksi tidak tercapai adalah 0,1431 atau 14,31%

4.4 Pendekatan Poisson Terhadap Distribusi Binomial

Dalam keadaan tertentu, sebaran poisson dapat juga dipakai sebagai pendekatan sebaran binomial. Kapan sebaran poisson dapat digunakan untuk menghampiri sebaran binomial? Para statistikawan belum ada kata sepakat mengenai hal ini. Black (2011) menyatakan bahwa bila $n > 20$ dan $np \leq 7$, sebaran poisson dapat digunakan untuk menghampiri sebaran binomial. Sementara itu, Berenson dan Levine (1996), mengemukakan suatu ukuran yang lebih tegas yaitu sebaran poisson dapat digunakan sebagai pendekatan sebaran binomial bila $n \geq 20$ dan $p \leq 0,05$. Selanjutnya dalam buku ini yang diacu adalah pendapat Berenson dan Levine.

Berkaitan dengan distribusi Poisson sebagai pendekatan dari distribusi Binomial, maka rata-ratanya dihitung per rumus 4.5. Sementara variansi dan simpangan baku dari suatu variabel acak distribusi peluang Poisson, besarnya masing-masing dihitung dengan rumus 4.6 dan rumus 4.7.

- **Rata-rata Hitung**

$$\mu = E(x) = np \tag{4.5}$$

- **Variansi**

$$\sigma^2 = np \tag{4.6}$$

- **Simpangan baku**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\mu} \tag{4.7}$$

Contoh 4-6 Sebuah hotel diiklankan disebuah koran terbitan lokal untuk dijual. Pembaca koran tersebut ditaksir 100.000 orang dan peluang seorang pembaca akan memperhatikan iklan tadi 0,00003.

Pertanyaan

(a) Berapa pembaca diharapkan akan memperhatikan iklan tersebut?
(b) Berapa peluang hanya seorang pembaca yang memperhatikan iklan tersebut?
(c) Berapa peluang bahwa yang memperhatikan iklan tersebut tidak kurang dari 5 tapi tidak lebih dari 7 orang pembaca?

Penyelesaian
n = 100.000 dan p = 0,00003
Misalkan x = banyak orang yang membaca iklan tersebut

Sesungguhnya ini merupakan percobaan binom, oleh karena n besar (n = 100.000>20) dan p sangat kecil (p = 0,00003<0,05), maka digunakan distribusi Poisson sebagai pendekatan distribusi Binomial.

(a) μ = E(X) = . . . ?
μ = E(X) = np = 100.000 (0,00003) = 3

Jadi, banyaknya orang yang diharapkan akan membaca iklan tersebut adalah 3 orang

(b) Hanya seorang pembaca, ini berarti x = 1, dan P(1) = . . . ?

$$P(1) = \frac{3^1.e^{-3}}{1!} = \frac{3(0{,}0498)}{1} = 0{,}14936 \text{ atau } 14{,}94\%$$

Jadi, peluang bahwa hanya satu orang pembaca akan memperhatikan iklan tersebut adalah 14,94%

(c) Jumlah orang yang membaca iklan tersebut tidak kurang dari 5 orang tapi tidak lebih dari 7 orang, ini artinya ($5 \leq X \leq 7$)

$P(5 \leq X \leq 7)$ = . . . ?
= P(5) + P(6) + P(7)

$$P(5) = \frac{3^5.e^{-3}}{5!} = \frac{(243)(0{,}0498)}{120} = 0{,}1008$$

$$P(6) = \frac{3^6.e^{-3}}{6!} = \frac{(729)(0{,}0498)}{720} = 0{,}0504$$

$$P(7) = \frac{3^7.e^{-3}}{7!} = \frac{(2187)(0{,}0498)}{5040} = 0{,}0216$$

$P(5 \leq X \leq 7)$ = P(5) + P(6) + P(7)
= 0,1008 + 0,0504 + 0,0216 = 0,1728 atau 17,28 %

Jadi, peluang bahwa yang membaca iklan tersebut tidak kurang dari 5 orang tapi tidak lebih dari 7 orang adalah 0,1728 atau 17,28%.

4.5 Distribusi Hypergeometrik

Pada distribusi binomial, peluang kejadian sukses adalah tetap (sama besar) dari percobaan satu ke percobaan lainnya, yang juga berarti bahwa kejadian satu dan kejadian lainnya yang berurutan bersifat independen. Hal itu dapat terjadi: 1) bila ukuran populasinya relatif besar terhadap ukuran sampelnya (n/N < 5%) atau dengan kata lain sampelnya diambil dari populasi tak terbatas. 2) Bila populasinya terbatas, maka sampel yang diambil harus dikembalikan ke dalam populasinya.

Bagaimana kalau ukuran populasi relafif kecil terhadap ukuran sampel, atau ukuran populasi kecil dan sampel tidak dikembalikan lagi ke dalam populasinya? Bila ukuran populasinya kecil dan sampel yang diambil tidak dikembalikan lagi ke dalam populasinya, maka jumlah kejadian sukses untuk fenomena sedemikian itu akan mengikuti distribusi probabilitas hypergeometrik (Medenhall dan Reinmuth, 1982; Lind, Marchal dan Wathen, 2008). Menurut Walpole (1982), bahwa percobaan hipergeometrik bercirikan dua sifat berikut: (1) Suatu sampel acak berukuran n diambil dari populasi yang berukuran N. (2) sebanyak k dari N diklasifikasikan atas ”sukses” dan sebanyak N-k diklasifikasikan atas ”gagal”.

4.5.1 Peluang Distribusi Hipergeometrik

Besarnya peluang variabel acak hipergeomeris adalah

$$P(x) = \frac{\left({}_{k}C_{x}\right)\left({}_{N-k}C_{n-x}\right)}{{}_{N}C_{n}} \qquad (4.8)$$

N = ukuran populasi (terbatas dan relatif kecil)
k = sub populasi sukses
N - k= sub populasi gagal
x = kuantitas kejadian sukses
n = ukuran sampel

4.5.2 Rata-rata Hitung dan Variansi Sebaran Hipergeometrik

■ **Rata-rata Hitung**

$$\mu = E(X) = n\left(\frac{k}{N}\right) \qquad (4.9)$$

■ **Variansi**

$$\sigma^2 = \frac{(N-n)}{N-1}.n.\frac{k}{n}\left(1-\frac{k}{N}\right) \qquad (4.10)$$

Contoh 4-7 Di sebuah provinsi terdapat 10 rumah sakit, 3 di antaranya rumah

sakit swasta. Bila empat (4) rumah sakit dipilih sebagai sampel acak. Tentukanlah :
(a) Peluang dua (2) rumah sakit swasta terpilih
(b) Rata-rata, variansi dan simpangan baku terpilih rumah sakit swasta.

Penyelesaian
Informasi yang tersedia, N = 10, k = 3, N – k = 7, dan n = 4
Misalkan x = kuantitas rumah sakit swasta yang terpilih

(a) Dua rumah sakit swasta terpilih, berarti x = 2, maka P(2) = ...?

$$P(x) = \frac{\left({}_kC_x\right)\left({}_{N-k}C_{n-x}\right)}{{}_NC_n}$$

$$P(2) = \frac{\left({}_3C_2\right)\left({}_7C_{4-2}\right)}{{}_{10}C_4} = \frac{\left({}_3C_2\right)\left({}_7C_2\right)}{{}_{10}C_4} = \frac{(3)(21)}{210} = 0,3$$

Jadi peluang dua rumah sakit swasta terpilih = 0,3

(b) $\mu = E(x) = ...?$

$$\mu = n\left(\frac{k}{N}\right) = 4\left(\frac{3}{10}\right) = 1,2$$

$\sigma^2 = ...\quad \sigma = ...?$

$$\sigma^2 = \frac{(N-n)}{N-1}.n.\frac{k}{n}\left(1-\frac{k}{N}\right)$$

$$\sigma^2 = \frac{(10-4)}{10-1}.4.\frac{3}{4}\left(1-\frac{3}{10}\right) = 1,4$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,4} = 1,18$$

Jadi, rata-rata, variansi dan simpangan bakunya masing-masing adalah 1,2; 1,4 dan 1,18

4.6 Distribusi Normal

Distribusi peluang kontinu yang paling penting dalam bidang statistik adalah distribusi peluang normal atau yang disingkat dengan “distribusi normal” saja. Banyak ahli matematika berusaha untuk mengembangkannya. Diantaranya Carl F. Gauss (1777-1885), seorang ahli matematika, fisika dan astronomi berkebangsaan Jerman, sehingga sebagai penghargaan terhadap Gauss, distribusi normal juga disebut distribusi Gauss.

4.6.1 Fungsi Kepekatan Distribusi Normal

Distribusi peluang normal memiliki fungsi kepekatan sebagai berikut:

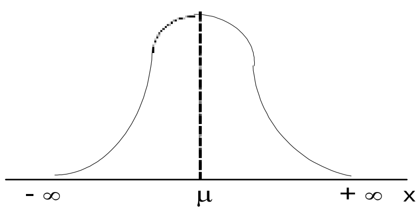
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} . e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (4.11)$$

untuk $-\infty < X < \infty$

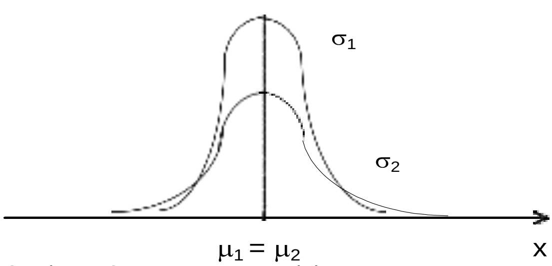
π = bilangan konstan (π = 3,14159)
e = bilangan Euler (e = 2,71828)
μ = rata-rata hitung
σ = simpangan baku/standar deviasi
X = variabel acak kontinu

4.6.2 Kurva Distribusi Normal = Kurva Normal

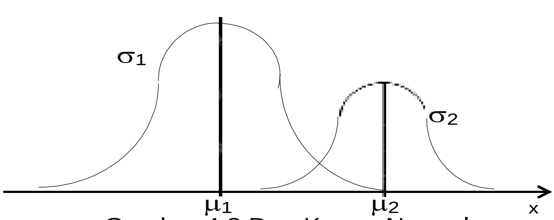
Kurva dari fungsi kepekatan distribusi normal akan berbentuk genta atau lonceng gereja dan simetris terhadap rata-rata, μ (Lihat Gambar 4.1). Bentuk kurva normal sangat dipengaruhi oleh besar kecilnya rata-rata (μ) dan simpangan baku (σ), makin kecil σ bentuk kurva semakin runcing dan sebagian besar nilai-nilai variabel acak kontinu X, mengumpul mendekati rata-rata μ, dan sebaliknya bila σ makin besar bentuk kurva semakin tumpul dan nilai - nilai X letaknya makin jauh dari rata-rata μ , (Lihat Gambar 4.2 dan Gambar 4.3)



Gambar 4.1 Kurva Normal



Gambar 4.2 Dua Kurva Normal dengan $\mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$



Gambar 4.3 Dua Kurva Normal dengan $\mu_1 \neq \mu_2$ dan $\sigma_1 < \sigma_2$

4.6.3 Ciri-ciri Distribusi Normal

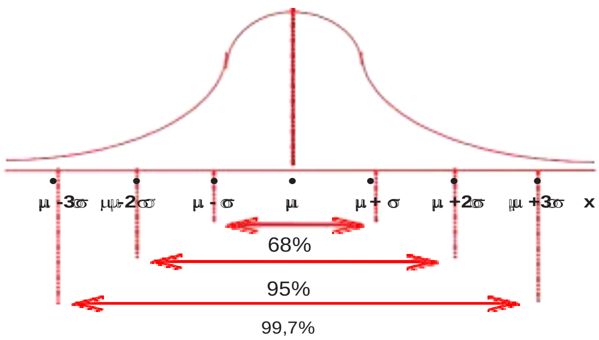
Suatu distribusi normal (populasi) memiliki ciri–ciri sebagai berikut :

(1) Grafiknya selalu di atas sumbu X. Grafiknya merupakan garis lengkung yang halus, dan bentuknya seperti genta.
(2) Grafiknya simetris terhadap, $x = \mu$.
(3) Mempunyai satu modus yaitu nilai terbesar untuk f(X) di $x = \mu$.
(4) Grafiknya mendekati sumbu datar X, mulai pada $x = \mu + 3\sigma$ dan $x = \mu - 3\sigma$.
(5) Luas daerah di bawah lengkung kurva (dan di atas sumbu X) dari $-\infty$ sampai $+\infty$ sama dengan 1 bagian luas daerah.

4.6.4 Interpretasi dari Kurva Normal

Pada sebaran pengamatan (populasi atau sampel) yang berbentuk normal (genta) maka kira-kira (Wolpe, 1982; Mason dan Lind , 1996),

(1) 68% dari seluruh pengamatan terletak dalam $\pm$ satu (1) simpangan baku dari nilai tengahnya.
(2) 95% dari seluruh pengamatan terletak dalam $\pm$ dua (2) simpangan baku dari nilai tengahnya.
(3) 99,7% seluruh pengamatan terletak dalam $\pm$ tiga (3) simpangan baku dari nilai tengahnya.



Gambar 4.4 Proporsi Sebaran Populasi Atas Kurva Normal.

4.6.5 Hubungan Luas Daerah dengan Peluang Suatu Kejadian

Luas daerah di bawah lengkungan kurva normal dengan batas-batas nilai X tertentu, menunjukkan besarnya peluang bagi variabel acak kontinu X, pada batas-batas tertentu tersebut. Untuk menghitung luas daerah di bawah lengkungan kurva dengan batas-batas nilai X tertentu dapat dipakai rumus integral tertentu. Maka dari itu, berdasarkan fungsi kepekatan sebaran normal, peluang variabel acak kontinu X, dengan batas-batas x = a (batas bawah) dan x = b (batas atas) dapat dihitung dengan rumus :

$$P(a < X < b) = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} . e^{\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \qquad (4.12)$$

Dengan rumus 4.12 ini, tentu saja perhitungan peluang distribusi normal akan menjadi rumit. Untuk mempermudah perhitungannya, maka distribusi normal diubah terlebih dahulu menjadi **distribusi normal baku.**

4.7 Distribusi Normal Baku

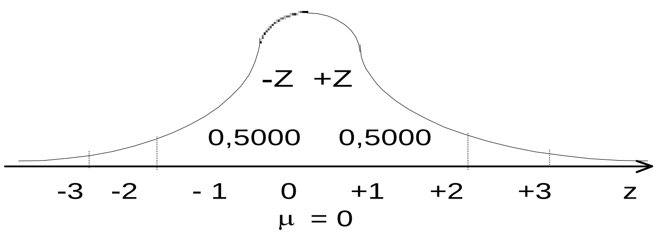
Distribusi normal baku adalah distribusi normal dengan nilai rata-rata sama dengan nol (μ = 0) dan simpangan baku sama dengan satu (σ = 1)

4.7.1 Fungsi Kepekatan dan Kurva Distribusi Normal Baku

Distribusi normal baku memiliki fungsi kepekatan sebagai berikut :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} . e^{-\frac{1}{2}z^2} \qquad (4.13)$$

dan bentuk kurvanya, seperti Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Kurva Normal baku

4.7.2 Membakukan Distribusi Normal

Distribusi normal/sebaran normal yang memakai skala X dapat dibakukan/ dirubah ke dalam bentuk distribusi normal baku (menggunakan sekala Z) dengan jalan merubah variabel acak X menjadi variabel acak Z, dengan rumus 4.14.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \qquad (4.14)$$

dengan,

X = variabel acak kontinu tertentu (yang dipilih)
μ = rata-rata distribusi variabel acak kontinu
σ = simpangan baku distribusi variabel acak kontinu
Z = variabel acak baku yang merupakan padanan dari variabel acak X kontinu yang dipilih

Nilai Z. Berdasarkan rumus 4.14, nilai z adalah jarak antara nilai variabel kontinu X tertentu, terhadap rata-rata hitung populasi μ, dibagi oleh simpangan baku/standar deviasi populasi, σ. Dengan kata lain, nilai z mengukur jarak antara nilai X tertentu terhadap rata-ratanya yang dinyatakan dalam satuan simpangan bakunya.

4.7.3 Menghitung Luas Daerah di Bawah Kurva Normal Baku

Untuk menghitung luas daerah ini, dapat dibantu dengan tabel luas kurva normal standar (baku) yang telah tersedia (lihat Lampiran 3), pada bagian belakang buku ini. Luas daerah yang diarsir pada kurva normal, Lampiran 3, di akhir buku ini, menyatakan besar peluang dari suatu interval. Luas seluruh wilayah (daerah) di bawah kurva dan di atas sumbu Z, sama dengan satu (100%). Karena kurva simetris, maka luas wilayah di sebelah kiri garis tegak lurus pertengahan kurva (di atas $\mu = 0$) sama dengan 0,5000 dan sebelah kanannya juga sama dengan 0,5000 (lihat Gambar 4.5)

Sebagian dari Lampiran 3, diulang pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Luas wilayah di bawah kurva normal baku dari 0 ke z

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	…
.	.	.	.	.	
0,8	0,4493	0,4449	0,4404	0,4360	…
0,9	0,4066	0,4025	0,3985	0,3946	…
1,0	0,3679	0,3642	0,3606	0,3570	…
1,1	0,3329	0,3296	0,3263	0,3230	…
1,2	0,3012	0,2982	0,2952	0,2923	…

Untuk lebih jelasnya, bagaimana menggunakan Tabel 4.1, ikutilah secara seksama beberapa contoh berikut.

Contoh 4- 8

Carilah luas daerah di bawah kurva normal baku antara 0 ke z

(a) z = 1,12

(b) z = 0,93

Penyelesaian

(a) z = 1,12 dapat ditulis 1,1 + 0,02. Selanjutnya lihat Tabel 4.1, pada kolom z, bergerak ke bawah cari bilangan 1,1. Selanjutnya dari bilangan 1,1 ini bergerak secara mendatar ke kanan dan berhenti pada kolom berlabel 0,02. Pada sel ini terdapat bilangan senilai 0,3263. Bilangan inilah yang menunjukkan luas daerah di bawah kurva normal baku antara z = 0 dan z = 1,12. Bilangan tersebut, sekaligus menunjukkan peluang bahwa Z terletak antara 0 dan 1,12. Yang dilambangkan $P(0<Z< 1,12) = 0,3263$

(b) z = 0,93 dapat ditulis 0,9 + 0,03. Selanjutnya lihat Tabel 4.1, pada kolom z, bergerak ke bawah cari bilangan 0,9. Selanjutnya, dari bilangan 0,9 ini bergerak secara mendatar ke kanan dan berhenti pada kolom berlabel 0,03. Pada sel ini terdapat bilangan senilai 0,3946. Bilangan inilah yang menunjukkan luas daerah di bawah kurva normal baku antara z = 0 dan z = 0,93. Bilangan tersebut, sekaligus menunjukkan peluang bahwa Z terletak antara 0 dan 0,93. Yang dilambangkan $P(0<Z< 0,93) = 0,3946$

Cara lain: cari z berlabel 0,9. Cari kolom berlabel 0,03. Perpotongan antara baris ”0,9” dengan kolom berlabel “0,03” pada tabel normal adalah bilangan 0,3946.

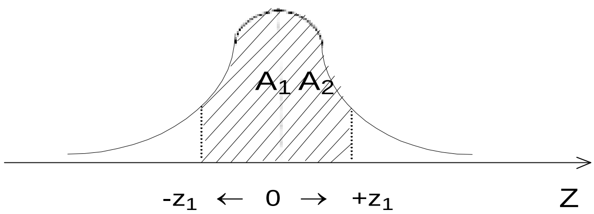
Catatan:

1 Bila X berada di antara X = x_1 dan X = x_2 , maka variabel acak Z akan berada di antara nilai-nilai padanannya sebagai berikut :

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \quad \text{dan} \quad z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

maka peluang variabel kontinu X dengan batas-batas X = x_1 dan X = x_2, adalah $P(x_1 < X < x_2)$ sama dengan ata sepadan dengan $P(z_1 < Z < z_2)$.

2 Luas daerah, nilainya selalu positif. Dengan demikian luas daerah Z yang dibatasi oleh $(0 < Z < z_1)$ sama dengan luas daerah Z yang dibatasi oleh $(-z_1 < Z < 0)$. Untuk lebih jelasnya lihat Gambar 4.6



Gambar 4.6

A_1 = luas daerah yang dibatasi oleh z = 0 dan z = - z_1
A_2 = luas daerah yang dibatasi oleh z = 0 dan z = + z_1

Oleh karena $A_1 = A_2$

Maka berlaku sifat,

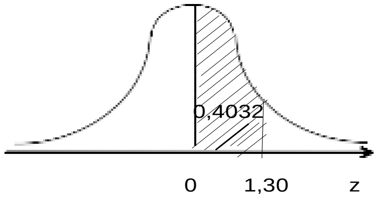
$$P(-z_1 < Z < 0) = P(0 < Z < z_1)$$

Contoh 4- 9 Dengan memakai tabel normal baku (Lampiran 3), hitunglah
(a) $P(0 < Z < 1{,}30)$
(b) $P(-1{,}40 < Z < 0)$
(c) $P(0{,}44 < Z < 1{,}14)$
(d) $P(Z < 0{,}86)$
(e) $P(Z > -0{,}87)$
(f) $P(-0{,}50 < Z < 0{,}82)$
(g) $P(Z > 2{,}53)$

Penyelesaian

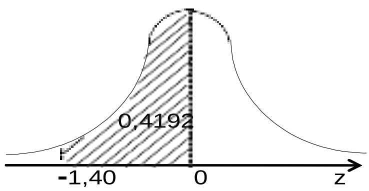
Untuk menghitung peluangnya, sebaiknya masing-masing persoalan digambar kurvanya terlebih dahulu, sehingga jelas daerah mana yang akan dihitung luasnya. Luas ini secara langsung menunjukkan besar peluangnya.

(a) P(0<Z<1,30)=...?



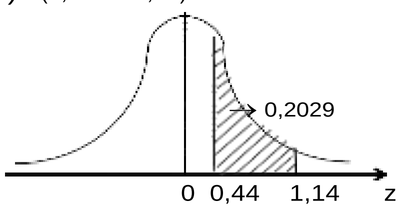
Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas dari 0 sampai 1,30 dihitung sebagai berikut;
1,30 ditulis 1,3 + 0,00. Perpotongan antara baris yang berlabel 1,3 dengan kolom yang berlabel 0,00 pada tabel normal adalah 0,4032. Jadi, P(0 < Z < 1,30) = 0,4032

(b) P(-1,40<Z<0)= ...?



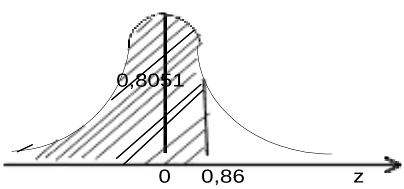
Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas dari -1,4 sampai 0 sama saja dengan luas dari 0 sampai 1,4. Luas dari 0 sampai 1,4 dihitung sebagai berikut: 1,4 ditulis 1,4 + 0,00. Perpotongan antara baris yang berlabel 1,4 dengan kolom yang berlabel 0,00 adalah 0,4192. Jadi, P(-1,4<Z<0) = P(0 <Z <1,4) = 0,4192

(c) P(0,44<Z<1,14)= ...?



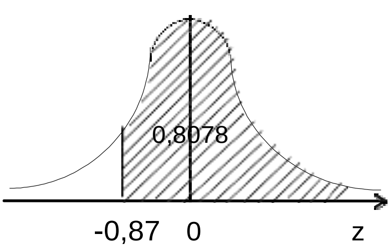
Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas dari 0,44 sampai 1,14 sama dengan luas dari 0 sampai 1,14. dikurangi luas dari 0 sampai 0,44. Luas dari 0 sampai 0,44 adalah 0,1700. Luas daerah dari 0 sampai 1,14 adalah 0,3729. Jadi luas daerah dari 0,44 sampai 1,44 adalah 0,3729 - 0,1700 = 0,2029. Yang dapat dinyatakan sebagai P(0,44 < Z < 1,14) = P (0 < Z < 1,14) - P(0 < Z < 0,44) = 0,2029

(d) P(Z<0,86) = ...?



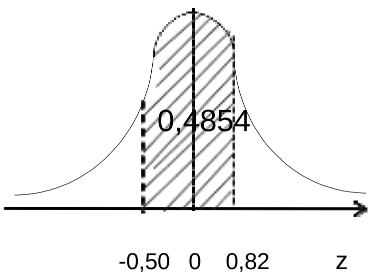
Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas daerah di sebelah kiri 0,86 sama dengan luas daerah dari 0 ke kiri yaitu 0,5000 ditambah luas dari 0 sampai 0,86. Luas daerah dari 0 sampai 0,86 adalah 0,3051. Jadi, luas daerah disebelah kiri 0,86 adalah 0,5000 + 0,3051 = 0,8051. Yang dapat dinyatakan sebagai P(Z < 0,86) = P(Z<0) + P(0 < Z < 0,86) = 0,8051

(e) P(Z>- 0,87) = ...?



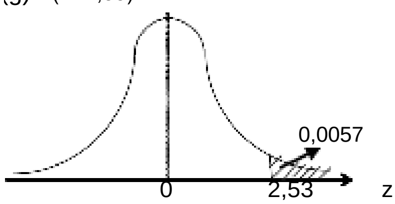
Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas daerah di sebelah kanan -0,87 sama dengan 0,5000 ditambah luas dari - 0,87 sampai 0. Luas dari - 0,87 sampai 0, sama dengan luas dari 0 sampai dengan 0,87. Luas dari 0 sampai 0,87 adalah 0,3070. Jadi, luas daerah di sebelah kanan – 0,87 adalah 0,3070 + 0,5000 = 0,8078. Yang dapat dinyatakan P(Z > -0,87) = P(Z > 0) + P(0 < Z < 0,87) = 0,8078

(f) $P(-0,50<Z<0,82) = \ldots ?$



Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas daerah dari -0,50 sampai 0,82 sama dengan luas daerah dari - 0,50 sampai 0 ditambah luas dari 0 sampai 0,82. Luas daerah dari –0,5 sampai 0 sama dengan luas daerah dari 0 sampai 0,5 yaitu 0,1915. Luas daerah dari 0 sampai 0,82 adalah 0,2939. Jadi luas daerah yang diarsir (luas daerah dari –0,5 sampai 0,82) adalah 0,1915 + 0,2939 = 0,4854. Yang dapat dinyatakan sebagai $P(-0,50<Z< 0,82) = P(0<Z< 0,50) + P(0 < Z < 0,82) = 0,4854$

(g) $P(Z>2,53) = \ldots ?$



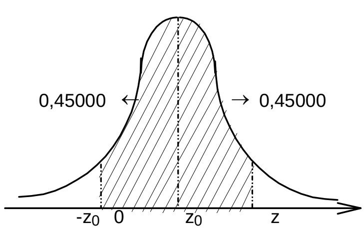
Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas daerah di sebelah kanan 2,53 sama dengan luas daerah di sebelah kanan 0 yaitu 0,5000 dikurangi dengan luas daerah dari 0 sampai 2,53. Luas daerah dari 0 sampai 2,53 adalah 0,4943. Jadi, luas daerah di sebelah kanan 2,53 sama dengan 0,5000-0,4943=0,0057. Yang dapat dinyatakan sebagai $P(Z >2,53) = P(Z>0) - P(0 <Z< 2,53) = 0,0057$

Contoh 4-10 Hitunglah nilai z_o, bila
(a) $P(0 < Z < z_o) = 0,4834$
(b) $P(0 < Z < z_o) = 0,4864$
(c) $P(-z_o< Z < z_o) = 0,9000$

Penyelesaian

Contoh 4-10 ini, merupakan kebalikan dari Contoh 4-9. Dalam Contoh 4-9, yang diketahui adalah nilai Z-nya (z_o) dan yang dihitung/dicari adalah peluangnya. Sedangkan dalam Contoh 4-10, yang diketahui adalah nilai peluangnya, yang dihitung/dicari adalah nilai Z-nya (z_o). Caranya adalah sebagai berikut. Periksa atau cari nilai peluang/luas daerah di dalam badan/sel tabel, kemudian tarik horizontal ke kiri akan didapat nilai baris, tarik vertikal ke atas didapat nilai kolom. Jumlahkan nilai baris dan nilai kolom maka didapat nilai Z -nya (z_o).

(a) Nilai peluang 0,4834 (lihat Lampiran 3) terdapat pada baris berlabel 2,1 dan kolom berlabel 0,03. Nilai Z - nya adalah $z_o = 2,1 + 0,03 = 2,13$.
(b) Nilai peluang 0,4864 (lihat Lampiran 3) terdapat pada baris berlabel 2,2 dan kolom berlabel 0,01. Nilai Z- nya adalah $z_o = 2,2 + 0,01 = 2,21$
(c) $P(-z_o<Z<z_o) = 0,9000$, $z_0 = . . . ?$



Gambar 4.15

Luas daerah dari $-z_o$ sampai 0 sama dengan luas daerah dari 0 sampai z_o (Lihat Gambar 4.15) yaitu 0,45000.
Nilai peluang 0,45000, diambil nilai terdekat yaitu 0,4495 (lihat lampiran 3), nilai ini terdapat pada baris berlabel 1,6 dan kolom berlabel 0,04. Jadi, nilai Z-nya adalah $z_o = 1,6 + 0,04 = 1,64$

Contoh 4-11 Umur pakai aki merk tertentu dianggap berdistribusi normal, dengan rata-rata 2.000 jam dan simpangan baku 250 jam. Jika sebuah aki diambil secara acak, berapa peluang bahwa aki yang terambil itu,

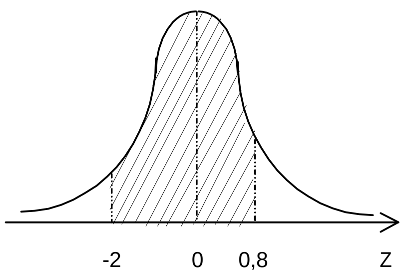
(a) Umur pakainya antara 1.500 jam sampai 2.200 jam
(b) Umur pakainya lebih dari 1.750 jam

Penyelesaian

μ = 2 000 jam
σ = 250 jam

Misalkan, X = umur pakai aki tersebut

(a) $P(1\,500 < X < 2\,200) = \ldots ?$



Gambar 4.16

$Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

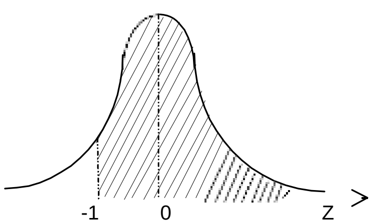
Untuk $x_1 = 1\,500 \rightarrow z_1 = \dfrac{1500-2000}{250}$
$= -2$

Untuk $x_2 = 2\,200 \rightarrow z_2 = \dfrac{2200-2000}{250}$
$= 0{,}8$

$P(1\,500 < X < 2\,200) = P(-2 < Z < 0{,}8) = P(0 < Z < 2) + P(0 < Z < 0{,}8)$
$= 0{,}4772 + 0{,}2881$
$= 0{,}7653$

Jadi, peluang bahwa aki yang terambil tersebut memiliki umur pakai antara 1 500 jam sampai 2 200 jam adalah 0,7653 atau 76,53 %

(b) $P(X > 1750) = \ldots ?$



Gambar 4.17

Untuk $x = 1750 \rightarrow z = \dfrac{1750-2000}{250}$
$= -1$

$P(X>1750) = P(Z>-1)$
$= P(Z>0) + P(0<Z<1)$
$= 0{,}5000 + 0{,}3413$
$= 0{,}8413$

Jadi, peluang bahwa aki yang terambil umur pakainya lebih dari 1750 jam adalah 0,8413 atau 84,13%

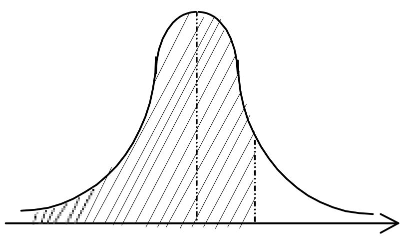
Contoh 4-12 Sebuah perusahaan kontraktor bangunan meminta sub kontraktornya untuk menyelesaikan pemasangan pipa-pipa air dan kabel-kabel listriknya dalam waktu 28 hari. Menurut penjelasan sub kontraktor, pekerjaan

tersebut kemungkinan dapat diselesaikan dalam waktu kurang lebih 20 hari (μ = 20), akan tetapi oleh karena hal-hal yang tidak tertuga, ia mungkin memerlukan 5 hari lebih lama, mungkin juga 5 hari lebih cepat (σ = 5). Sub kontraktor tersebut akan dikenakan denda bila pekerjaan pemasangan pipa-pipa air dan kabel-kabel listrik selesai lebih dari 28 hari. Bila waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut dianggap menyebar normal,
(a) Berapa peluang sub kontraktor tersebut tidak kena denda?
(b) Berapa peluang sub kontraktor tersebut kena denda?

Penyelesaian
μ = 20 dan σ = 5

Misalkan, X = waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan pemasangan pipa air dan kabel listrik.

(a) P(X < 28) = ... ? (Peluang tidak kena denda)



Gambar 4.18

Untuk x = 28, maka

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{28-20}{5} = 1{,}6$$

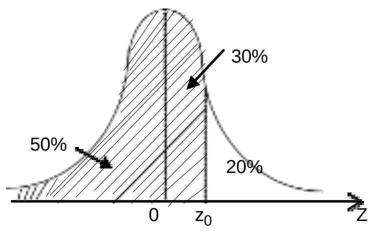
P(X < 28) = P(Z < 1,6)
= 0,5000 + p(0 < Z < 1,6)
= 0,5000 + 0,4452
= 0,9452

Jadi, peluang bahwa sub kontraktor tersebut tidak kena denda adalah 0,9452 atau 94,52%

(c) P(X > 28) = . . . ? (Peluang kena denda)
P(X > 28) = 1- P(X < 28)
= 1 - 0,9452
= 0,0548
Jadi, peluang bahwa sub kontraktor tersebut kena denda adalah 0,0548 atau 5,48 %

Contoh 4- 13 Sebuah hotel secara periodik menerima kiriman satu partai besar cairan pembersih lantai dari sebuah distributor. Berdasarkan pengalaman hotel tersebut, dicatat bahwa masa pakai satu partai besar cairan pencuci lantai tersebut rata-rata 28 hari dengan simpangan baku 4 hari. Pihak hotel, menghendaki agar dikirimi oleh distributor setiap jangka waktu tertentu. Berapa harikah jangka waktu pengiriman agar dari setiap pengiriman (satu partai besar) yang diterima hotel diharapkan habis dipakai delapan puluh persen (80%) atau persediaan masih 20%?

Penyelesaian
μ = 30, σ = 6
Misalkan, x = jangka waktu pengiriman, maka x = . . . ?



Gambar 4.19

Perhatikan Gambar 4.19.
Luas daerah dari 0 sampai z_o adalah 30% = 0,30 atau $P(0 < Z < z_o) = 0,3$. Ambil angka yang paling dekat dengan 0,3 yaitu 0,2996. Nilai z dari 0,2996 = 0,84 (lihat Lampiran 3). Nilai z_o = z = 0,84. Selanjutnya nilai x dihitung sebagai berikut :

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow x = z.\sigma + \mu$$

$$= 0,84(4) + 28$$

$$= 3,36 + 28 = 31,36$$

Jadi, jangka waktu pengiriman agar setiap pengiriman yang diterima hotel habis terpakai 80% adalah 31,36 hari.

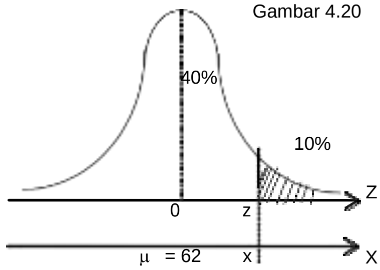
Contoh 4-14 Hasil survei penghasilan bulanan para eksekutif wanita di sebuah kota metropolitan, menunjukkan bahwa 10 persen berpenghasilan yang dikatagorikan tinggi dan 15% berpenghasilan dikatagorikan rendah. Bila rata-rata penghasilan bulanan para eksekutif wanita tersebut 62 juta rupiah dan simpangan bakunya 15 juta rupiah. Tentukanlah :

(a) Penghasilan terendah bagi para eksekutif yang berpenghasilan dikatagorikan tinggi.
(b) Penghasilan tertinggi bagi para eksekutif yang berpenghasilan yang dikatagorikan rendah.

Penyelesaian

(a) Misalkan, x = penghasilan terendah bagi para ekskutif yang berpenghasilan yang dikategorikan tinggi. Maka x = …?

Gambar 4.20



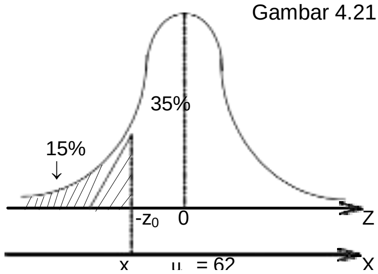
Luas daerah dari 0 sampai z sama dengan 0,5000 - 0,1000 = 0,4000. Dalam badan/sel tabel normal baku diambil 0,3997 (karena nilai ini paling mendekati 0,4000). Nilai z (dari 0,3997) = 1,28 (lihat Lampiran 3). Dari soal diketahui σ = 15 dan μ = 62 ,selanjutnya nilai x dihitung sebagai berikut :

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow x = z.\sigma + \mu$$

x = (1,28)(15) + 62 = 81,2

Jadi, penghasilan terendah bagi para eksekutif wanita yang penghasilannya dikatagorikan tinggi adalah 81,2 juta rupiah per bulan.

(b) Misalkan, x = penghasilan tertinggi bagi para ekskutif wanita yang berpenghasilan yang dikategorikan rendah. Maka x = …?



Gambar 4.21

Luas daerah dari - z_0 (minus z_0) sampai 0 sama dengan 0,5000 - 0,1500=0,3500. Dalam badan/ sel tabel normal baku diambil 0,3508 (karena nilai ini paling mendekati 0,3500). Nilai z (dari 0,3508) = 1,04. Oleh karena letaknya disebelah kiri dari 0 (nol), maka z diberi tanda minus (-), sehingga nilai z = -1,40. Selanjutnya nilai x, dihitung sebagai berikut :

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow x = z\,\sigma + \mu$$

$$x = (-1{,}04)\ (15) + 62 = 46{,}4$$

Jadi, penghasilan tertinggi bagi para eksekutif wanita yang penghasilannya dikatagorikan rendah adalah 46,4 juta rupiah per bulan.

4.8 Pedekatan Distribusi Normal Terhadap Binomial

Variabel-variabel distribusi binomial adalah variabel diskrit sedangkan variabel-variabel distribusi normal adalah variabel kontinu. Distribusi normal dapat digunakan untuk mendekati distribusi binomial. Untuk n yang cukup besar sangat beralasan distribusi normal dapat digunakan untuk mendekati distribusi binomial, karena semakin besar n, maka distribusi binomial mendekati distribusi normal. Secara umum, pendekatan distribusi normal untuk distribusi binomial akan memberikan hasil yang cukup baik, bila np> 5 dan n(1-p)>5 (Lind, Marchal dan Wathen, 2008; Berenson dan Levine, 1996; Wolpe, 1982).

Untuk dapat mendekati distribusi binomial dengan distribusi normal, perlu terlebih dahulu dilakukan koreksi untuk kontinuitas. Caranya? Batas bawah atau nilai kiri dari variabel diskrit yang akan dihitung peluangnya dikurangi 0,5 dan batas atas atau nilai kanannya ditambah 0,5. Bilangan 0,5 ini disebut **faktor kereksi kontinuitas** (Berenson dan Levine, 1996). Dengan melakukan koreksi kontinuitas, berarti memperpanjang nilai kontinu dari X setengah unit ke kiri dan setengah unit ke kanan. Penyesuaian ini harus dilakukan bila distribusi kontinu (distribusi normal) digunakan untuk mendekati distribusi diskrit (distribusi binomial).

Contoh 4-15 Dari sejenis produk yang dihasilkan oleh sebuah mesin ternyata 10% rusak. Diambil 200 produk mesin tersebut secara acak. Berapa peluang produk yang diambil tersebut,
(a) 30 unit rusak ?
(b) Antara 10 dan 25 unit yang rusak?

Penyelesaian
Dalam persoalan ini akan digunakan pendekatan distribusi normal untuk distribusi binomial. Perhatikan terlebih dahulu, np = 200x 0,1 = 20 dan n(1-p) = 200(1 - 0,1) = 18. Oleh karena nilai np = 20 dan nilai n(1 - p) = 18, keduanya lebih besar dari 5, maka koreksi kontinuitas perlu dilakukan.

p = 10% = 0,1

n = 20

μ = np

= 200(0,1) = 20

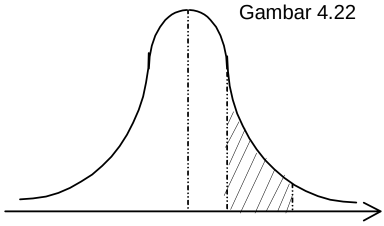
$\sigma = \sqrt{n.p(1-p)} = \sqrt{200.\ 0,1\,(0,9)}$

$= \sqrt{18}$

= 4,24

(a) P(X = 30) = . . . ?

Gambar 4.22



x = 30 dibuat kontinu menjadi,

Batas kiri

x_1 = 30 - 0,5 = 29,5 dan

Batas kanan

x_2 = 30 + 0,5

= 30,5

Untuk x_1 = 29,5 $\rightarrow$ $z_1 = \dfrac{x_1 - \mu}{\sigma}$

$= \dfrac{29,5 - 20}{4.24} = 2,24$

Untuk x_2 = 30,5 $\rightarrow$ $z_2 = \dfrac{x_2 - \mu}{\sigma}$

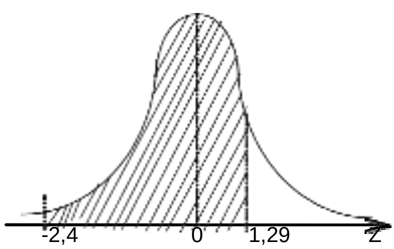
$= \dfrac{30,5 - 20}{4,24} = 2,47$

P(X = 30) = P(2,24 < Z < 2,47) = P(0 < Z < 2,47) - P(0 < Z < 2,24)

= 0,4932 - 0,4875 = 0,0057

Jadi, peluang 30 unit produk rusak dari 200 unit barang yang diambil adalah 0,0057 atau 0,57%

(b) P(10<X<25) = . . . ?



Batas kiri,

x = 10 $\rightarrow$ x_1 = 10 - 0,5 = 9,5

Batas kanan

x = 25 $\rightarrow$ x_2 = 25 + 0,5 = 25,5

Untuk x_1 = 9,5 $\rightarrow$ $z_1 = \dfrac{9,5 - 20}{4,24}$

= - 2,47

Untuk x_2 = 25,5 $\rightarrow$ $z_2 = \dfrac{25,5 - 20}{4,24}$

= 1,29

P(10<X< 25) = P(-2,4<Z<1,29)

= P(0<Z<1,29 + P(0<Z< 2,47) = 0,4015 + 0,4932

= 0,8947

Jadi, peluang produk rusak antara 10 dan 25 unit dari 200 produk yang diambil adalah 0,8947 atau 89,47%

Soal-soal Latihan

4- 1 Dengan memakai tabel normal baku, hitunglah

(a) $P(0 \leq Z \leq 1{,}71)$ (d) $P(-1{,}62 \leq Z \leq 2{,}15)$
(b) $P(-2{,}12 \leq Z \leq 1{,}90)$ (e) $P(Z \geq 2{,}52)$
(c) $P(-1{,}64 \leq Z \leq 1{,}64)$ (f) $P(Z \leq -2{,}52)$

4- 2 Dengan memakai tabel normal baku, hitunglah z_o, bila:

(a) $P(0 \leq Z \leq z_o) = 0{,}4207$ (d) $P(-z_o \leq Z) = 0{,}05$
(b) $P(-z_o \leq Z \leq z_o) = 0{,}7016$ (e) $P(Z \leq z_o) = 0{,}01$
(c) $P(-z_o \leq Z \leq 0) = 0{,}4946$

4- 3 Kalau variabel acak kontinu X mengikuti fungsi normal dengan rata-rata μ dan simpangan baku/ deviasi standar σ, dinotasikan sebagai $X = N(\mu, \sigma)$. Bila $X = N(9, 5)$,

(a) Tentukanlah $P(5 \leq X \leq 7)$
(b) Tentukanlah x_o sehingga $P(X \geq x_o) = 0{,}2500$

4- 4 Berdasarkan pengalaman masa lalu dari seratus laporan keuangan terdapat 2 laporan yang neracanya salah. Jika 15 buah laporan keuangan diambil secara acak, tentukan peluang bahwa :

(a) Tidak ada neraca salah
(b) Satu neraca salah
(c) Paling sedikit dua neraca salah
(d) Paling banyak empat neraca salah

4- 5 Sejumlah mobil yang melewati sebuah simpang empat tertentu per hari diperkirakan rata-rata 3 buah mobil. Tentukanlah peluang bahwa kurang dari 2 mobil yang melewati simpang empat tersebut dalam satu hari tertentu.

4- 6 Sebuah distributor barang tertentu telah mencatat bahwa pesanan barang yang ia terima setiap hari rata-rata 3,5. Berapakah peluang pada suatu hari akan menerima,

(a) Tepat 5 buah pesanan.
(b) Tidak ada pesanan.
(c) Paling banyak 3 buah pesanan.
(d) Dua hingga empat pesanan.

4- 7 Lama hidup dari sejenis mesin cuci otomatis merk tertentu dianggap berdistribusi normal, dengan rata-rata 3,2 tahun dan simpangan baku 1,2 tahun. Jika jenis mesin cuci ini diberi garansi satu tahun, berapa % dari penjualan semula akan memerlukan penggantian?

4- 8 Umur pakai lampu pijar merk A dianggap berdistribusi normal dengan rata-rata 3000 jam serta simpangan bakunya 200 jam. Bila sebuah lampu pijar merk A diambil secara acak, hitunglah peluang bahwa

lampu pijar tersebut memiliki umur pakai
(a) Antara 2.900 jam hingga 3.200 jam
(b) Paling lama 2.800 jam
(c) Paling sedikit 2.500 jam
(d) Tepat 3.100 jam

4- 9 Waktu yang diperlukan oleh pegawai baru untuk menyesuaikan diri dalam pekerjaannya dianggap berdistribusi normal dengan rata-rata 90 hari dan simpangan baku 10 hari. Seorang pegawai baru dipilih sebagai sampel acak, berapa peluang pegawai baru itu memiliki,
(a) Waktu penyesuaiannya kurang dari 70 hari?
(b) Waktu penyesuaiannya antara 40 hari hingga 60 hari?
(c) Waktu penyesuaian lebih dari 80 hari?

4-10 Seorang manager sebuah hotel telah mencatat bahwa 5% tamu yang menginap tahun lalu, menyatakan tidak puas atas layanan hotel yang mereka dapatkan. Bila ada 200 tamu yang menginap di hotel tersebut, berapakah peluang bahwa
(a) paling sedikit 15 tamu yang tidak puas atas layanan hotel?
(b) paling sedikit 5 dan paling banyak 25 tamu yang tidak puas atas layanan hotel?

4-11 Akan dipilih (secara acak) tiga orang dari 10 karyawan yang memenuhi syarat untuk menduduki posisi direktur keuangan. Empat dari karyawan yang memenuhi syarat itu adalah perempuan. Tentukanlah peluang bahwa dua dari tiga karyawan yang dipilih tersebut adalah perempuan.

4-12 Lama menginap tamu di suatu daerah wisata dianggap berdistribusi normal dengan rata-rata 3,4 hari dan simpangan baku 0,5 hari. Bila seorang tamu dipilih secara acak, hitunglah peluang bahwa lama menginap tamu tersebut
(a) Antara 2,5 hari hingga 3,2 hari
(b) Paling sedikit 2,4 hari
(b) Paling lama 3,5 hari

4- 13 Dari delapan pemasok pasar swalayan untuk jenis barang tertentu, lima diantaranya telah berpengalaman lima tahun atau lebih. Jika empat pemasok dipanggil secara acak dari delapan pemasok tersebut, berapa peluang bahwa tiga pemasok telah berpengalaman selama lima tahun atau lebih?

4-14 Sejenis ban merek tertentu memiliki rata-rata umur pakai 25.000 km dengan simpangan baku 1.500 km. Produsen akan mengganti dengan yang baru semua ban-ban yang rusak (gundul, pecah-pecah, retak) selama masa garansi. Bila produsen hanya bersedia mengganti tidak lebih dari 4% ban-ban yang rusak selama masa garansi, berapa jarak pakai (dalam km) garansi harus diberikan atau diumumkan? Anggaplah umur pakai ban-ban tersebut berdistribusi normal.

4-15 Sebuah pasar swalayan meminta kepada pemasok sejenis produk, untuk menyelesaikan pesanannya dalam waktu paling lambat 30 hari, setelah pesanan diterima. Menurut penjelasan pemasok tersebut, pesanan tersebut dapat diselesaikan dalam waktu kurang lebih 24 hari (μ = 24), akan tetapi oleh karena hal-hal yang tidak terduga, ia mungkin memerlukan 3 hari lebih lama, mungkin juga 3 hari lebih cepat ($\sigma = 3$). Pemasok tersebut akan dikenakan denda bila pesanan tersebut selesai lebih dari 30 hari. Bila waktu yang di-perlukan untuk menyelesaikan pesanan tersebut dianggap menyebar normal,
(a) Berapa peluang pemasok tersebut tidak kena denda?
(b) Berapa peluang pemasok tersebut kena denda?

4-16 Hasil survei menunjukkan bahwa 40 persen dari seluruh kabupaten yang ada disebuah provinsi dikatagorikan kabupaten dengan kepadatan penduduk jarang. Tiga puluh lima persen kepadatan penduduknya sedang. Sisanya termasuk kabupaten-kabupaten yang kepadatan penduduknya tinggi. Bila rata-rata kepadatan penduduk per kabupaten 210 jiwa/km^2 dengan simpangan baku 40 jiwa/km^2 (Anggaplah kepadatan penduduk kabupaten-kabupaten tersebut berdistribusi normal)
(a) Tentukanlah batas tertinggi bagi kabupaten-kabupaten yang kepadatan penduduknya dikatagorikan jarang.
(b) Tentukanlah batas terendah bagi kabupaten-kabupaten yang kepadatan penduduknya dikatagorikan tinggi.

4-17 Pada saat *peak season* hanya 4% hotel bintang 4 di suatu daerah wisata yang tingkat huniannya di bawah delapan puluh persen. Bila 25 hotel bintang 4 di daerah tersebut diambil secara acak,
(a) Berapa peluang satu hotel yang tingkat huniannya di bawah delapan puluh persen?
(b) Berapa peluang kurang dari tiga hotel yang tingkat huniannya di bawah delapan puluh persen?
(c) Berapa peluang paling sedikit tiga hotel yang tingkat huniannya di bawah delapan puluh persen?

4-18 Suatu penelitian baru-baru ini menunjukkan bahwa 10 persen dari para periset mengabaikan atau tidak mengindahkan etika riset guna memenuhi keinginan pihak sponsor. Sebuah sampel yang terdiri dari 60 periset yang diambil secara acak,
(a) Berapa persen 5 periset yang tidak mengindahkan etika riset?
(b) Berapa persen 3 hingga 5 periset yang tidak mengindahkan etika riset?

4- 19 Berdasarkan pengalaman selama bertahun-tahun bagian kredit sebuah bank memperkirakan bahwa peluang kredit macet (peminjam tidak mampu melunasi pinjaman) adalah 0,02. Bulan lalu dikeluarkan 60 pinjaman,
(a) Berapa peluang 4 kredit akan macet?

(b) Berapa peluang paling banyak 3 kredit akan macet?
(c) Berapa peluang tidak ada kredit yang macet?

4-20 Menurut beberapa sumber, 40 persen dari semua pinjaman yang diberikan oleh lembaga perkreditan konsumen dilakukan untuk tujuan mengkonsolidasikan rekening-rekening pinjaman yang ada. Berapa peluang bahwa tepat 45 dari 100 rekening pinjaman yang dipilih secara acak dari daftar arsip (file) sebuah lembaga pinjaman konsumen, diberikan untuk tujuan konsolidasi hutang?

4-21 Sebuah produsen mesin cuci telah mencatat bahwa 10 persen dari produksinya akan rusak sebelum masa jaminan berakhir. Bila produsen mesin cuci tersebut telah menjual 200 buah mesin cuci, berapakah peluang bahwa ia
(a) Akan mengganti paling sedikit 15 buah
(b) Akan mengganti paling sedikit 5 buah dan paling banyak 25 buah
(c) Paling banyak 15 buah

REGRESI DAN KORELASI LINEAR BERGANDA

11.1 Pengantar

Dalam Bab 10, telah diuraikan model regresi dua variabel, yaitu model regresi yang mempersoalkan hubungan antara variabel terikat Y, dengan hanya satu variabel bebas X. Dalam prakteknya hubungan sedemikian itu sering tidak mencukupi atau kurang realistis. Dalam contoh konsumsi - pendapatan misalnya, konsumsi diasumsikan hanya dipengaruhi oleh pendapatan, padahal menurut teori ekonomi tidaklah demikian,ada variabel lain yang juga mempengaruhi pengeluaran konsumsi, antara lain kekayaan dan umur konsumen.

Untuk itu, dalam Bab 11 ini, pembahasan diperluas mengenai model regresi berganda (majemuk) yaitu model regresi yang melibatkan lebih dari dua variabel yaitu satu variabel terikat Y, dengan dua atau lebih variabel bebas ($X_1, X_{2, \ldots,} X_k$). Model regresi berganda yang paling sederhana adalah model regresi tiga variabel atau model regresi dengan dua variabel bebas, yaitu model regresi dengan satu variabel terikat Y, dan dua variabel bebas (X_1, X_2). Model regresi inilah yang menjadi fokus bahasan dalam Bab 11.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat memahami dan menganalisis dengan regresi dan korelasi berganda, dapat melakukan inferensi dan prediksi, serta dapat memberikan interpretasi terhadap koefisien regresi dan koefisien korelasi.

11.2 Model Regresi Linear Berganda

Sebelum ke fokus bahasan yaitu membahas tentang model regresi dua variabel bebas atau regresi tiga variabel, akan diperkenalkan terlebih dahulu bentuk umum model regresi berganda dengan k variabel bebas.

Bentuk umum model regresi populasi **k variabel bebas** dapat dinyatakan sebagai:

$$Y_i = E(Y/X_i) + \mu_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_{3i} X_{3i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + \mu_i \qquad (11.1)$$

Y adalah variabel terikat, X_j (j =1, 2, 3, …,k) adalah variabel bebas, Koefisien β_j (j =1, 2, 3, …, k) adalah koefisien regresi parsial. μ adalah faktor gangguan yang stokastik atau residual. Indeks i menyatakan observasi (pengamatan) yang ke- i. Y_i berarti observasi ke-i atas variabel Y. X_{ji} berarti observasi ke- i atas variabel X_j. X_{2i} berarti observasi ke- i atas variabel X_2. β_0 adalah intersep, menunjukkan pengaruh (efek) rata-rata semua variabel yang tidak dimasukkan ke dalam model terhadap Y.

Persamaan (11.1) dinyatakan dalam bentuk yang lebih sederhana dengan menanggalkan indeks atau tik-alas i, sebagai berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \ldots + \beta_k X_k + \mu \qquad (11.2)$$

Sementara bidang regresi sampelnya (model regresi sampelnya), sebagai penduga dari bidang regresi populasinya (model regresi populasinya), dinyatakan sebagai :

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \ldots + b_k X_k + e \qquad (11.3)$$

Atau

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \ldots + b_k X_k \qquad (11.4)$$

11. 3 Model Regresi Dua Variabel Bebas

Bentuk umum model regresi populasi dua variabel bebas atau model regresi **tiga variabel** dapat dinyatakan sebagai:

$$Y = E(Y/X_i) + \mu = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \mu \qquad (11.5)$$

Sementara bidang regresi sampelnya (model regresi sampelnya), sebagai penduga dari bidang regresi populasi (model regresi populasinya), dinyatakan sebagai :

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + e \qquad (11.6)$$

atau

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 \qquad (11.7)$$

Keterangan: $\hat{Y}$ merupakan penduga $E(Y/X_i)$, b_o merupakan penduga β_0, b_1 merupakan penduga β_1, b_2 merupakan penduga β_2, e merupakan penduga μ

Seperti telah dijelaskan dalam Bab 10, untuk mendapatkan model regresi sehingga penduga (koefisien regresi sampel) sedekat mungkin dengan yang diduga (koefisien regresi populasi) dapat digunakan **metode kuadrat terkecil**. Dengan sampel acak yang berukuran n , diperoleh tiga persamaan normal yaitu persamaan (11.8), (11.9) dan (11.10).

$$\sum Y = nb_0 + b_1\sum X_1 + b_2\sum X_2 \qquad (11.8)$$

$$\sum X_1Y = b_0\sum X_1 + b_1\sum X_1^2 + b_2\sum X_1X_2 \qquad (11.9)$$

$$\sum X_2Y = b_0\sum X_2 + b_1\sum X_1X_2 + b_2\sum X_2^2 \qquad (11.10)$$

Dengan menyelesaikan ketiga persamaan tersebut secara simultan akan diperoleh nilai b_1 dan b_2 sebagai penduga β_1 dan β_2. Selanjutnya Nilai b_0 sebagai penduga β_0 dapat dihitung per rumus 11.11.

$$b_0 = Y - b_1X_1 - b_2X_2 \qquad (11.11)$$

Bila deviasi X_i dan $\bar{X}$ dinyatakan sebagai $x_i = X_i - \bar{X}$ dan deviasi Y_i dan $\bar{Y}_i$ dinyatakan sebagai $y_i = Y_i - \bar{Y}_i$ maka dari ketiga persamaan 11.8, 11.9 dan 11.10 akan diperoleh persamaan normal dalam bentuk deviasi sebagai berikut:

$$\sum x_1y_i = b_1\sum x_1^2 + b_2\sum x_1x_2 \qquad (11.12)$$

$$\sum x_2y_i = b_1\sum x_{1i}x_{2i} + b_2\sum x_2^2 \qquad (11.13)$$

dengan menggabungkan (11.12) dan (11.13) dapat juga diperoleh b_1 dan b_2 sebagai berikut:

$$b_1 = \frac{(\sum x_1y)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)(\sum x_2y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1.x_2)^2} \qquad (11.14)$$

$$b_2 = \frac{(\sum x_2y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1x_2)(\sum x_1y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2} \qquad (11.15)$$

11.4 Interpretasi Terhadap Koefisien Regresi Parsial

Misalkan persamaan regresi sampel tiga variabel sebagai penduga persamaan regresi populasi seperti berikut ini:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

Interpretasi terhadap nilai b_0, b_1 dan b_2 adalah

b_0 menyatakan nilai rata-rata variabel Y atau $E(Y/X_i)$, bila $X_1 = 0$ dan $X_2 = 0$.

b_1 menyatakan perubahan nilai rata-rata variabel terikat Y, akibat perubahan 1 unit X_1, ,jika X_2 tetap.

b_2 menyatakan perubahan nilai rata-rata variabel terikat Y, akibat perubahan 1 unit X_2, jika X_1 tetap.

11.5 Variansi dan Kesalahan Baku Pendugaan

Setelah diperoleh b_0, b_1 dan b_2 sebagai penduga β_0, β_1 dan β_2, selanjutnya variansi dan kesalahan baku pendugaan atau simpangan baku penduga b_0, b_1 dan b_2 yaitu s_{b0} , s_{b1} dan s_{b2} dapat dihitung. Dengan metode kuadrat terkecil diperoleh rumus-rumus sebagai berikut.

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_1^2 \sum x_2^2 + \bar{X}_2^2 \sum x_1^2 - 2\bar{X}_1\bar{X}_2 \sum x_1 x_2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - \left(\sum x_1 x_2\right)^2}\right] s^2_{Y.12} \quad (11.16)$$

$$s_{b_0} = \sqrt{\text{Var}(b_0)} \quad (11.17)$$

$$\text{Var}(b_1) = \frac{\sum x_2^2}{\left(\sum x_1^2\right)\left(\sum x_2^2\right) - \left(\sum x_1 x_2\right)^2} . s^2_{Y.12} \quad (11.18)$$

$$s_{b_1} = \sqrt{\text{Var}(b_1)} \quad (11.19)$$

$$\text{Var}(b_2) = \frac{\sum x_1^2}{\left(\sum x_1^2\right)\left(\sum x_2^2\right) - \left(\sum x_1 x_2\right)^2} . s^2_{Y.12} \quad (11.20)$$

$$s_{b_2} = \sqrt{\text{Var}(b_2)} \quad (11.21)$$

Sementara $s_{Y.12}$ (simpangan baku residual) sebagai penduga σ_μ, dapat dihitung dengan rumus.

$$s_{Y\cdot 12} = s_e = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-(k+1)}} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-3}} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - b_1 \sum yx_1 - b_2 \sum yx_2}{n-3}} \qquad (11.22)$$

n = banyaknya pasangan data/ukuran sampel
k = menunjukkan banyaknya variabel bebas dalam model regresi (dalam hal ini k = 2)

s_{b_0}, s_{b_1} dan s_{b_2} merupakan kesalahan standar/baku dari penduga b_0, b_1 dan b_2. Makin kecil kesalahan standar penduga, maka makin baik (makin teliti) penduga tersebut. Metode kuadrat terkecil akan memberikan kesalahan standar yang terkecil bagi setiap penduga. Artinya metode lain tidak akan memberikan kesalahan baku yang lebih kecil dari yang dapat diberikan oleh metode kuadrat terkecil.

Mengetahui kesalahan standar/baku pendugaan, sangat diperlukan di dalam penyusunan pendugaan interval dan pengujian hipotesis koefisien regresi ataupun koefisien korelasi.

Contoh 11-1 Lima rumah tangga petani dari suatu daerah pertanian tertentu dipilih sebagai sampel acak, untuk diteliti tentang pengaruh pendapatan dan jumlah anggota keluarga terhadap pengeluaran konsumsinya. Dari penelitian yang dilakukan, diperoleh hasil sebagai berikut. (Anggaplah sebaran populasinya normal).

X_1	8	12	9	6	6
X_2	6	3	3	2	6
Y	7	9	8	5	6

X_1 = pendapatan per tahun (juta rupiah)
X_2 = jumlah anggota keluarga (orang)
Y = konsumsi per tahun (juta rupiah)

(a) Dugalah model regresi populasinya.
(b) Hitunglah nilai s_{b_0}, s_{b_1} dan s_{b_2}
(c) Berikanlah interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.

Penyelesaian

(a) Menyusun model regresi sampel (penduga model regresi populasi).

Tabel 11.1 Perhitungan Unsur-unsur Model Regresi Sampel

Y	X_1	X_2	$x_1 = X_1 - \bar{X}_1$	$x_2 = X_2 - \bar{X}_2$	$y = Y - \bar{Y}$	y^2	$x_1 y$	$x_2 y$	x_1^2	x_2^2	$x_1 x_2$
7	8	6	- 0,2	2	0	0	0	0	0,04	4	-0,4
9	12	3	3,8	-1	2	4	7,6	-2	14,44	1	-3,8
8	9	3	0,8	-1	1	1	0,8	-1	0,64	1	-0,8
5	6	2	-2,2	-2	-2	4	4,4	4	4,84	4	4,4
6	6	6	-2,2	2	-1	1	2,2	-2	4,84	4	-4,4
35	41	20				10	15	-1	24,8	14	-5

Dari Tabel 11.1 dapat diketahui bahwa,

n = 5

$$\sum Y = 35 \rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{35}{5} = 7$$

$$\sum X_1 = 41 \rightarrow \bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{41}{5} = 8{,}2$$

$$\sum X_2 = 20 \rightarrow \bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

Dari baris terakhir Tabel 11.1 diketahui bahwa :

$$\sum x_1 y = 15 \qquad \sum x_2 y = -1 \qquad \sum x_1^2 = 24{,}8$$

$$\sum x_2^2 = 14 \qquad \sum x_1 x_2 = -5 \qquad \sum y^2 = 10$$

Per rumus (11.14), dapat dihitung nilai b_1,

$$b_1 = \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$= \frac{(15)(14) - (-5)(-1)}{(24{,}8)(14) - (-5)^2} = \frac{205}{322{,}2} = 0{,}6363$$

Per rumus (11.15) dapat dihitung nilai b_2,

$$b_2 = \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$= \frac{(-1)(24{,}8)) - (-5)(15)}{(24{,}8)(14) - (-5)^2} = \frac{50{,}2}{322{,}2} = 0{,}1558$$

Selanjutnya per rumus (11. 11), b_0 dapat dihitung,

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}_1 - b_2\bar{X}_2$$

$= 7 - 0{,}6363(8{,}2) - 0{,}1558(4)$

$= 1{,}1591$

Akhirnya bidang regresi (bukan garis regresi) sampel/model regresi sampel, yang merupakan penduga bagi bidang regresi populasi/model regresi populasi dapat disusun sebagai berikut.

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

$$\hat{Y} = 1{,}1591 + 0{,}6363X_1 + 0{,}1558X_2$$

(b) Menghitung s_{b_0}, s_{b_1} dan s_{b_2}

Melalui rumus (11.22), nilai $s_{Y.12}$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$s_{Y.12} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - b_1\sum yx_1 - b_2\sum yx_2}{n-3}}$$

$$s_{Y.12} = \sqrt{\frac{10 - 0{,}6363(15) - 0{,}1558(-1)}{5-3}} = \sqrt{0{,}3056}$$

$s^2_{Y.12} = 0{,}3056$

Selanjutnya s_{b_0}, s_{b_1} dan s_{b_2} masing-masing dihitung melalui tahapan berikut:

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_1^2\sum x_2^2 + \bar{X}_2^2\sum x_1^2 - 2\bar{X}_1\bar{X}_2\sum x_1x_2}{\sum x_1^2\sum x_2^2 - \left(\sum x_1x_2\right)^2}\right]s^2_{Y.12}$$

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{5} + \frac{(8{,}2)^2(14) + (4)^2(24{,}8) - 2(8{,}2)(4)(-5)}{(24{,}8)(14) - (-5)^2}\right](0{,}3056)$$

$= 1{,}6414$

$$s_{b_0} = \sqrt{Var\,(b_0)}$$
$$= \sqrt{1{,}6414}$$
$$= 1{,}2811$$

$$s_{b_1} = \sqrt{\text{Var}(b_1)} = \sqrt{\frac{(\sum x_2^2)(s^2_{Y.12})}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(14)(0{,}3056)}{(24{,}8)(14) - (-5)^2}} = \sqrt{\frac{4{,}2784}{322{,}2}}$$

$= 0{,}1152$

$$s_{b_2} = \sqrt{\text{Var}(b_2)} = \sqrt{\frac{(\sum x_1^2)(s^2_{Y.12})}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(24{,}8)(0{,}3056)}{(24{,}8)(14) - (-5)^2}} = \sqrt{\frac{7{,}5789}{322{,}2}}$$

$= 0{,}1534$

(c) **Interpretasi terhadap nilai b_0, b_1, dan b_2**

- Nilai $b_0 = 1{,}1591$ memiliki arti bahwa pengeluaran konsumsi rata-rata per rumah tangga petani per tahun sebesar 1,1591 juta rupiah, bila pendapatan nol ($X_1 = 0$) dan jumlah anggota keluarga ($X_2 = 0$).
- Nilai $b_1 = 0{,}6363$, memiliki arti bahwa bila pendapatan rumah tangga

(X_1) petani tersebut naik satu juta rupiah, maka pengeluaran konsumsi rata-rata per rumah tangga petani akan naik sebesar 0,6363 juta rupiah jika jumlah anggota keluarga (X_2) tetap.

- Nilai b_2 = 0,1558, memiliki arti bahwa bila anggota keluarga rumah tangga (X_2) petani tersebut bertambah satu orang, maka pengeluaran konsumsi rata-rata per rumah tangga petani akan naik sebesar 0,1558 juta rupiah, jika pendapatannya (X_1) tetap.

11.6 Koefisien Determinasi dan Koefisien Korelasi Parsial

11.6.1 Koefisien Determinasi (R^2)

Dalam regresi dua variabel, r^2 merupakan ukuran kesuaian atau ketepatan garis regresi terhadap sebaran datanya, atau menunjukkan proporsi total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebas yang tunggal. Dalam regresi tiga variabel kesesuaian atau ketepatan bidang regresi terhadap sebaran datanya diukur atau ditunjukkan oleh koefisien determinasi berganda (R^2). Jadi, koefisien determinasi berghanda adalah ukuran yang menunjukkan proporsi total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebasnya secara serempak. Untuk menghitung nilai koefisien determinasi regresi berganda dua variabel bebas dipakai rumus berikut :

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{b_1\sum yx_1 + b_2\sum yx_2}{\sum y^2} \qquad (11.23)$$

Seperti r^2, nilai R^2 juga terletak antara 0 dan 1. Jika $R^2 = 1$, berarti 100% total variasi variabel terikat dijelaskan oleh variabel bebasnya, dan menunjukkan ketepatan terbaik. Bila $R^2 = 0$ berarti tak ada total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebasnya.

Koefisien Korelasi Berganda (R)

Dalam analisis regresi dua variabel, tingkat keeratan hubungan antara variabel terikat dan variabel bebasnya diukur oleh **koefisien korelasi, r.** Sedangkan dalam analisis regresi tiga variabel tingkat keeratan hubungan antara variabel terikat dengan semua variabel bebasnya secara serempak diukur oleh **koefisien korelasi berganda, R.** Meskipun r dapat bernilai positif atau negatif, namun R selalu bernilai positif. Dalam praktek, R kurang penting, yang lebih penting adalah R^2. Dan nilai R dapat dihitung dengan rumus :

$$R = \sqrt{R^2} \qquad (11.24)$$

11.6.2 Koefisien Korelasi Parsial

Dalam model regresi tiga variabel terdapat tiga koefisien korelasi, yaitu : r_{y1} (korelasi antara Y dengan X_1), r_{y2} (korelasi antara Y dengan X_2). Koefisien itu dinamakan koefisien korelasi sederhana atau koefisien korelasi tingkat nol. Disamping itu, ada juga koefisien korelasi antara dua variabel (variabel lainnya dianggap tetap), yang dinamakan **Koefisien Korelasi Parsial**, yaitu

$r_{y1.2}$, $r_{y2.1}$ dan $r_{12.y}$, yang nilai-nilainya dapat diperoleh melalui rumus-rumus berikut :

$$r_{y1.2} = \frac{r_{y1} - r_{y2}.r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{y2}^2)(1 - r_{12}^2)}} \qquad (11.25)$$

$$r_{y2.1} = \frac{r_{y2} - r_{y1}.r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{y1}^2)(1 - r_{12}^2)}} \qquad (11.26)$$

$$r_{12.y} = \frac{r_{12} - r_{y1}.r_{y2}}{\sqrt{(1 - r_{y1}^2)(1 - r_{y2}^2)}} \qquad (11.27)$$

$r_{y1.2}$ = koefisien korelasi parsial antara y dan x_1, jika x_2 tetap
$r_{y2.1}$ = koefisien korelasi parsial antara y dan x_2, jika x_1 tetap
$r_{12.y}$ = koefisien korelasi parsial antara x_1 dan x_2, jika y tetap

Sementara nilai-nilai r_{y1}, r_{y2} dan r_{12} dicari berdasarkan rumus-rumus berikut:

$$r_{y1} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_1^2 \sum y^2}} \qquad (11.28)$$

$$r_{y2} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_2^2 \sum y^2}} \qquad (11.29)$$

$$r_{12} = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{\sum x_1^2 \sum x_2^2}} \qquad (11.30)$$

r_{y1} = koefisien korelasi sederhana antara y dan x_1
r_{y2} = koefisien korelasi sederhana antara y dan x_2
r_{12} = koefisien korelasi sederhana antara x_1 dan x_2

Contoh 11- 2 Berdasarkan Contoh 11.1, hitunglah R^2, $r^2_{y1.2}$, $r^2_{y2.1}$ dan berikanlah interpretasi.

Penyelesaian
Dari baris terakhir pada Tabel 11.1 (Contoh 11.1) dapat dipetik nilai-nilai,

$\sum yx_1$ = 15, $\sum yx_2$ = -1 , $\sum y^2$ = 10, dan $\sum x_1 x_2$ = -5, juga telah dihitung b_1 = 0,6363 dan b_2 = 0,1558.

Selanjutnya, per rumus (11.23) dapat dihitung R^2 dan diperoleh

$$R^2 = \frac{b_1 \sum yx_1 + b_2 \sum yx_2}{\sum y^2}$$

$$= \frac{0{,}6363(15) + 0{,}1558(-1)}{10} = 0{,}9389$$

Untuk memperoleh nilai $r^2_{y1.2}$, $r^2_{y2.1}$ terlebih dahulu dihitung nilai r_{y1}, r_{y2}, dan r_{12} dengan rumus-rumus (11.28), (11.29) dan (11.30), dan diperoleh

$$r_{y1} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_1^2 \sum y^2}} = \frac{15}{\sqrt{(24{,}8)(10)}} = \frac{15}{15{,}7480} = 0{,}9525$$

$$r_{y2} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\left(\sum x_2^2\right)\left(\sum y^2\right)}} = \frac{-1}{\sqrt{(14)(10)}} = \frac{-1}{4{,}9899} = -0{,}2004$$

$$r_{12} = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{\left(\sum x_1^2\right)\left(\sum x_2^2\right)}} = \frac{-5}{\sqrt{(24{,}8)(14)}} = \frac{-5}{18{,}6333} = -0{,}2684$$

Selanjutnya, per rumus (11.25) dan (11.26) dihitung nilai $r^2_{12.3}$ dan $r^2_{13.2}$ dan diperoleh

$$r_{y1.2} = \frac{r_{y1} - r_{y2}.r_{12}}{(\sqrt{1 - r^2_{y2}})(\sqrt{1 - r^2_{12}})}$$

$$= \frac{0{,}9525 - (-0{,}2004)(-0{,}2684)}{\sqrt{1 - (-0{,}2004)^2}\sqrt{1 - (-0{,}2684)^2}}$$

$$= \frac{0{,}8987}{\sqrt{1{,}0402}\sqrt{1{,}7204}} = \frac{0{,}8987}{(1{,}0199)(1{,}3116)} = 0{,}6718$$

$$r^2_{y1.2} = 0{,}4513$$

$$r_{y2.1} = \frac{r_{y2} - r_{y1}.r_{12}}{(\sqrt{1 - r^2_{y1}})(\sqrt{1 - r^2_{12}})}$$

$$= \frac{(-0{,}2004) - (0{,}9525)(-0{,}2684)}{\sqrt{1 - (0{,}9525)^2}\sqrt{1 - (-0{,}2684)^2}}$$

$$= \frac{0{,}0553}{\sqrt{0{,}0927}\sqrt{0{,}9279}} = \frac{0{,}0553}{(0{,}3045)(0{,}9633)} = 0{,}1885$$

$$r^2_{y2.1} = 0{,}0355$$

Interpretasi

- Nilai R^2 = 0,9389 **,** memiliki makna bahwa 93,89% dari total variasi (naik--turunnya) pengeluaran konsumsi (Y) dapat dijelaskan/dipengaruhi secara serempak oleh pendapatan (X_1) dan jumlah anggota keluarga (X_2) dan sisanya lagi 6,11% dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang tidak dimasukkan dalam model. Atau konstribusi total variasi (naik-turunnya) pendapatan (X_1) dan jumlah anggota keluarga (X_2) secara serempak terhadap (naik-turunnya) pengeluaran konsumsi sebesar 93,89%. Sisanya merupakan konstribusi faktor-faktor lain, yang tidak dimasukkan dalam model.
- Nilai $r^2_{y1.2}$ = 0,4513, memiliki makna bahwa jika jumlah anggota keluarga (X_2) tetap, maka konstribusi variasi (naik-turunnya) pendapatan (X_1) terhadap variasi (naik-turunnya) pengeluaran konsumsi sebesar 45,13%
- Nilai $r^2_{y2.1}$ = 0,0355 memiliki makna bahwa jika pendapatan (X_1) tetap, maka konstribusi variasi (naik-turunnya) jumlah anggota keluarga (X_2) terhadap variasi (naik-turunnya) pengeluaran konsumsi sebesar 3,55%

11.7 Asumsi Model Regresi Berganda

Menurut Gujarati (2006) dalam model regresi berganda klasik (yang menggunakan metode kuadrat terkecil untuk menaksir koefisien-koefisienya) berlaku beberapa asumsi berikut:

(1) Asumsi 1
Model regresi memiliki parameter-parameter yang bersifat linear dan model ditentukan secara tepat

(2) Asumsi 2
Tidak ada variabel bebas yang berkorelasi dengan residual μ_i.

(3) Asumsi 3
Nilai harapan (*expected value*) atau rata-rata dari residual μ_i adalah nol, E(μ_i) = 0

(4) Asumsi 4
Variansi dari residual μ_i adalah sama, Var (μ_i) = σ^2

(5) Asumsi 5
Tidak ada otokorelasi antara variabel μ_i.

(6) Asumsi 6
Tidak ada kolinearitas nyata antara variabel bebasnya.

(7) Asumsi 7
Untuk pengujian hipotesis, variabel gannguan μ berdistribusi normal dengan rata-rata sebesar nol dan variansi σ^2.

11.8 Inferensi Koefisien Regresi Parsial

Dalam melakukan inferensi bagi koefisien regresi yaitu menyusun interval keyakinan dan melakukan pengujian hipotesis diperlukan adanya asumsi normalitas, yaitu variabel gangguan μ berdistibusi normal dengan rata-rata nol dan varian σ^2. Dalam hal ini, $\mu_i \approx N(0, \sigma^2)$.

11.8-1 Pengujian Koefisien Regresi Populasi

Dalam model regresi berganda dapat dilakukan dua macam uji parameter populasi (koefisien regresi populasi), yaitu uji signifikansi parameter secara serempak/simultan/global dan uji signifikansi parameter secara individual/ parsial.

(1) Uji Signifikansi Koefisien Regresi Secara Serempak

Untuk menguji apakah koefisien regresi secara serempak berbeda secara signifikan dari nol, dengan kata lain apakah variabel bebas X_1 dan X_2 secara serempak berpengaruh signifikan terhadap variabel terikat Y, digunakan uji F.

■ **Untuk model regresi k variabel bebas** berlaku rumus 11.31

$$F_o = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/[n-(k+1)]} \tag{11.31}$$

■ Untuk model regresi dengan **dua variabel bebas** berlaku rumus 11.32.

$$F_o = \frac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)} \tag{11.32}$$

k = banyaknya variable bebas dalam model regresi
n = ukuran sampel/banyaknya pengamatan

■ **Rumusan Hipotesis**

- Rumusan hipotesisnya untuk model regresi **k variabel bebas** adalah
  H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \cdots \beta_k = 0$
  H_1 : paling sedikit salah satu dari $\beta_j \neq 0$ (j = 1, 2, 3, …, k)

  Daerah kritis untuk pengujian ini adalah F > $F_\alpha(v_1, v_2)$.
  df = (v_1, v_2), dengan v_1 = k dan v_2 = n – (k+1).

- Rumusan hipotesis untuk model regresi **dua variabel bebas** adalah:
  H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = 0$
  H_1 : paling sedikit salah satu dari $\beta_j \neq 0$ (j = 1, 2)

  Daerah kritis untuk pengujian ini adalah F > $F_\alpha(v_1, v_2) = F_\alpha[k,(n-3)]$

(2) Uji Signifikansi Koefisien Regresi Secara Parsial

Untuk menguji apakah koefisien regresi parsial berbeda secara signifikan (nyata) dari nol atau apakah suatu variabel bebas secara individu/parsial berpengaruh nyata terhadap variabel terikatnya, digunakan uji t. Dengan rumus sebagai berikut:

$$t_j = \frac{b_j - \beta_{j0}}{s_{b_i}}$$
$$j = 1, 2, 3, ..., k \tag{11.33 }$$

b_j = koefisien regresi parsial yang ke – j dari regresi sampel
β_{j0} = koefisien parsial regresi populasi/parameter yang ke-j berdasarkan hipotesis (Nilai β_j pada H_0). β_{j0} (dibaca : beta je nol)
s_{b_j} = kesalahan standar (standar error) koefisien regresi sampel/ yang ke-j

■ **Rumusan Hipotesisnya**

$H_0 : \beta_j = \beta_{j0}$

$H_1 : \beta_j \neq \beta_{j0}$ atau $\beta_j > \beta_{j0}$ atau $\beta_j < \beta_{j0}$

Nilai kritis untuk pengujian ini adalah $t_{(\alpha,df)}$, dengan df = v = [n-(k+1)].

■ **Putusan pengujian**.

Terima H_o dan tolak H_1, bila statistik uji jatuh pada daerah penerimaan H_o. Tolak H_o dan terima H_1, bila statistik uji jatuh pada daerah penolakan Ho. Sementara tahapan pengujian hipotesisnya sesuai dengan prosedur dasar pada sub-bab 7.4.

Contoh 11- 3 Berdasarkan Contoh 11.1, dengan taraf nyata 5%,

(a) Ujilah hipotesis nol, yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa pendapatan dan jumlah anggota keluarga petani secara serempak berpengaruh nyata terhadap pengeluaran konsumsinya.
(b) Ujilah hipotesis nol, yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa pendapatan rumah tangga petani berpengaruh positif dan nyata terhadap pengeluaran konsumsinya.
(c) Ujilah hipotesis nol, yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa jumlah anggota keluarga petani berpengaruh positif dan nyata terhadap pengeluaran konsumsinya.
(d) Taksirlah besarnya konsumsi dari seorang petani yang pendapatan per tahunnya sebesar Rp 10 juta dengan jumlah anggota keluarga 4 orang.

Penyelesaian

Dari hasil perhitungan Contoh 11-1, diperoleh b_1 = 0,6363, b_2 = 0,1558, s_{b1} = 0,1152 dan s_{b2} = 0,1534. Hasil perhitungan Contoh 11.2 diperoleh R^2 = 0,9689

(a) Uji pengaruh serempak pendapatan rumah tangga dan jumlah anggota keluarga terhadap kosumsinya

1 Rumusan Hipotesis

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ (Pendapatan dan jumlah anggota keluarga petani secara serempak tidak berpengaruhi terhadap konsumsinya)

H_1 : paling sedikit salah satu $\beta_j \neq 0$ (j = 1, 2). Paling sedikit salah satu dari pendapatan dan jumlah keluarga berpengaruh nyata terhadap konsumsinya)

2 Taraf nyata, α = 5%

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $F_o = \dfrac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritisnya adalah $F_{\alpha\,(v1,v2)} = F_{0,05(2,2)}$ = 19,0. Maka daerah kirtisnya adalah $F > F_{0,05(2,2)}$ = 19,0

4 Menghitung nilai statistik uji
n = 5, R^2 = 0,9689.

$$F_o = \frac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)} = \frac{(0{,}9689)/2}{(1-0{,}9689)/2}$$

$$= \frac{0{,}4844}{0{,}0156} = 31{,}051$$

5 Simpulan
Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan H_o atau F_O = 31,051> $F_{0,05(2,2)}$ =19,0 maka H_o ditolak. Sebaliknya H_1 diterima. Ini berarti bahwa pendapatan dan jumlah anggota keluarga petani secara serempak berpengaruh nyata terhadap pengeluaran konsumsinya

(b) Uji pengaruh pendapatan rumah tangga petani secara parsial terhadap konsumsinya.

Dalam persoalan ini β_{10} (dibaca beta satu nol) = 0

1 Rumusan Hipotesis
H_o : $\beta_1 = 0$ (Pendapatan tidak berpengaruh terhadap konsumsinya)
H_1 : $\beta_1 > 0$ (Pendapatan berpengaruh positif dan nyata terhadap konsumsinya)

2 Taraf nyata, α = 5%

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji, $t_1 = \dfrac{b_1 - \beta_{10}}{s_{b_i}}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritisnya adalah $t_{(\alpha;\,df)} = t_{(0,05\,;\,2)}$ = 2,920
Daerak kirtisnya adalah t > 2,920 (Ingat uji sisi kanan).

4 Menghitung nilai statistik uji, t_1

b_1= 0,6363, β_{10} = 0 (ambil β_1 pada Ho), s_{b_1} = 0,1152

$$t_1 = \frac{b_1 - \beta_{10}}{s_{b_i}}$$

$$= \frac{0,6363 - 0}{0,1152} = 5,523$$

5 Simpulan/Putusan

Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan H_o atau t_1 = 5,523 > $t_{(0,05\ ;\ 2)}$ = 2,920, maka H_o ditolak atau H_1 diterima. Ini berarti bahwa pendapatan rumah tangga petani berpengaruh positif dan nyata terhadap pengeluaran konsumsinya

(c) Uji pengaruh jumlah anggota keluarga petani secara parsial terhadap konsumsinya

Dalam persoalan ini β_{20} (dibaca beta dua nol)

1 Rumusan Hipotesis

H_o : $\beta_2 = 0$ (Jumlah anggota keluarga tidak berpengaruh terhadap konsumsinya)

H_1 : $\beta_2 > 0$ (Jumlah anggota keluarga berpengaruh positif dan nyata terhadap konsumsinya)

2 Taraf nyata, α = 5%

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $t_2 = \dfrac{b_2 - \beta_{20}}{s_{b_2}}$

Daerah kritis. Nilai/titik kritisnya adalah $t_{(\alpha\ ;\ n-3)} = t_{(0,05\ ;\ 2)}$ = 2,920

Maka daerah kritisnya adalah t > 2,920 (ingat uji sisi kanan)

4 Menghitung nilai statistik uji, t_2

b_2 = 0,1558, $\beta_{20} = 0$ (ambil β_2 pada H_0), s_{b_2} = 0,1534

$$t_2 = \frac{b_2 - \beta_{20}}{s_{b_2}}$$

$$= \frac{0,1558 - 0}{0,1534}$$

$$= 1,0156$$

5 Simpulan/Putusan

Oleh karena t_2 = 1,0156 < $t_{(0,05\ ;\ 2)}$ = 2,920 atau statistik uji jatuh pada daerah penerimaan Ho, maka H_o diterima. Ini berarti bahwa jumlah anggota keluarga petani tidak berpengaruh terhadap pengeluaran konsumsinya.

(d) Menghitung taksiran konsumsi (Y), bila X_1 = 10 dan X_2 = 4.

Substitusikan X_1 = 10 dan X_2 = 4 ke persamaan (lihat jawaban contoh 11.1 butir (a).

$$\hat{Y} = 1{,}1591 + 0{,}6363X_1 + 0{,}1558X_2 \text{, akan didapat}$$
$$\hat{Y} = 1{,}1591 + 0{,}6363(10) + 0(4)$$
$$= 7{,}5221$$

Jadi, konsumsi seorang petani yang penghasilan per tahunnya Rp 10 juta dengan jumlah keluarga sebanyak 4 orang ditaksir sebesar Rp 7,5221 juta. **Catatan** : bila hasil uji koefisien regresi tidak signifikan, maka koefisien regresi sampel yang bersesuain dianggap nol (ganti dengan nol).

11.8.2 Pendugaan Koefisien Regresi Populasi

Interval keyakinan parameter koefisien regresi populasi β_1 dan β_2 berdasarkan penduga b_1 dan b_2 disusun sesuai rumus berikut:

$$P(b_j - t_{(\alpha/2\,;\,df)} s_{b_i} < \beta_j < b_j + t_{(\alpha/2\,;\,df)} s_{b_i}) = (1 - \alpha) \qquad (11.\ 31)$$

Contoh 11- 4 Berdasarkan Contoh 11-1, dengan tingkat keyakinan 95%,
(a) Buatlah interval keyakinan bagi β_1.
(b) Buatlah interval keyakinan bagi β_2.

Penyelesaian
Dari hasil perhitungan Contoh 11-1, diperoleh nilai $b_1 = 0{,}6363$, $b_2 = 0{,}1558$, $s_{b_1} = 0{,}1152$ dan $s_{b_2} = 0{,}1534$

(a) Interval keyakinan 95% bagi β_1

$(1 - \alpha) = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$, $\alpha / 2 = 2{,}5\% = 0{,}025$

$v = df = n - (k + 1) = n - 3 = 5 - 3 = 2$

$t_{(\alpha/2\,;\,df)} = t_{(0{,}025\,;2)} = 4{,}303$

$P(b_1 - t_{(0{,}025\,;\,2)} s_{b_1} < \beta_1 < b_1 + t_{(0{,}025\,;\,2)} s_{b_1}) = (1 - \alpha)$

$P\{0{,}6363 - (4{,}303)(0{,}1152) < \beta_1 < 0{,}6363 + (4{,}303)(0{,}1152)\} = 0{,}95$

$P(0{,}1406 < \beta_1 < 1{,}1320) = 0{,}95$

Jadi, besarnya koefisien regresi parsial populasi β_1, berkisar antara 0,1406 hingga 1,1320, dengan tingkat keyakinan 95%

(b) Interval Keyakinan 95% bagi β_2

$(1 - \alpha) = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$, $\alpha / 2 = 2{,}5\% = 0{,}025$

$v = df = n - (k + 1) = n - 3 = 5 - 3 = 2$

$t_{(\alpha/2\,;\,df)} = t_{(0{,}025\,;2)} = 4{,}303$

$P(b_2 - t_{(\alpha/2\,;\,v)} s_{b2} < \beta_2 < b_2 + t_{(\alpha/2\,;\,v)} s_{b2}) = (1 - \alpha)$

$P(0{,}1558 - (4{,}303)(0{,}1534) < \beta_2 < 0{,}1558 + (4{,}303)(0{,}1534)) = 0{,}95$

$P(-0{,}5043 < \beta_2 < 0{,}8159) = 0{,}95$

Jadi, besarnya koefisien regresi parsial populasi β_2, berkisar antara -0,5043 hingga 0,8159 dengan tingkat keyakinan 95%

11.9 Pelaporan Hasil-hasil Analisis Regresi

Dalam praktek hasil–hasil analisis regresi yang dilaporkan adalah koefisien-koefisien regresi disertai kesalahan standarnya/simpangan bakunya, dan koefisien determinasi (R^2). Simpangan baku ditempatkan (dalam kurung) di bawah koefisien regresinya masing-masing, sementara R^2 ditempatkan di sebelah kanan persamaan regresinya. Hasil-hasil regresi Contoh 11.1 dapat dilaporkan sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = 1{,}1591 + 0{,}6363\,X_1 + 0{,}1558\,X_2 \qquad R^2 = 0{,}9389$$
$$s_{bj} = (1{,}2811) \quad (0{,}1152) \qquad (0{,}1534)$$

Sejalan dengan pesatnya perkembangan program lunak pengolah data statistik, dalam pelaporan hasil analisis regresi selain pelaporannya seperti di atas, ada juga pelaporan yang dilengkapi dengan hasil t hitung dan F hitung beserta peluang signifikansinya *(p value)* masing-masing. Jika data soal pada Contoh 11.1 diolah dengan bantuan SPSS (lihat Lampiran 8) dan hasilnya dilaporkan dalam bentuk ringkas, formatnya sebagai berikut.

$$\hat{Y} = 1{,}160 + 0{,}636\,X_1 + 0{,}156\,X_2 \qquad R^2 = 0{,}939$$
$$s_{bj} = 1{,}282) \quad (0{,}115) \qquad (0{,}153)$$
$$t_i = 0{,}904 \qquad 5{,}518 \qquad 1{,}015$$
$$\text{nilai p} = 0{,}461 \qquad 0{,}031 \qquad 0{,}417$$
$$F = 15{,}339 \qquad \text{nilai p} = 0{,}061$$

Contoh 11- 5 Sebuah penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh pendapatan konsumen dan harga per botol terhadap kuantitas permintaan sejenis minuman suplemen dilakukan di beberapa provinsi di Indonesia. Dipilih 10 perusahaan sejenis sebagai sampel acak, data yang diperoleh diolah dengan bantuan komputer dengan menggunakan program lunak SPSS, hasil yang didapat dilaporkan dalam bentuk ringkas sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 16{,}773 + 0{,}421\,X_1 - 0{,}514\,X_2 \qquad R^2 = 0{,}893$$
$$s_{bj} \quad (0{,}879) \quad (0{,}118) \qquad (0{,}102)$$
$$tj \quad (19{,}080) \quad (5{,}575) \qquad (-5{,}059)$$
$$\text{nilai p} \quad (0{,}000) \quad (0{,}001) \qquad (0{,}009)$$
$$F = 29{,}177 \qquad \text{nilai p} = 0{,}000$$

Y = kuantitas permintaan (dalam ratus botol), X_1 = pendapatan konsumen (dalam juta rupiah) dan X_2 = harga per botol minuman (dalam ribu rupiah)

Dengan menggunakan taraf nyata 5%, ujilah
(a) Pengaruh pendapatan dan harga per botol minuman secara serempak/ global terhadap kuantitas permintaan minuman.

(c) Pengaruh pendapatan dan harga per botol secara parsial/individual terhadap kuantitas permintaan minuman.
(d) Berikan interpretasi terhadap koefisien-koefisien regresi parsialnya, dan terhadap koefisien determinasinya.

Penyelesaian
Dari laporan ringkas hasill regresi di atas dapat diketahui bahwa,

b_1 = 0,0542, b_2 = - 0,1627, s_{b1}= 0,0245, $s_{b\,2}$ = 0,0521 dan R^2 = 0,9565

(a) Pengujian pengaruh pendapatan dan harga per botol minuman secara serempak terhadap jumlah jumlah permintaan

1 Rumusan Hipotesis

H_o : $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (Pendapatan dan harga per botol secara serempak tidak berpengaruh terhadap jumlah permintaan)

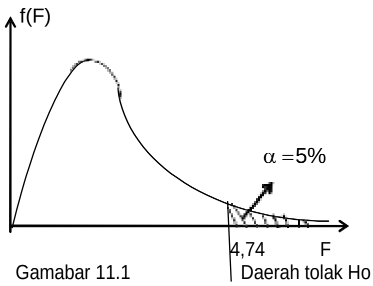
H_1 : paling sedikit salah satu dari $\beta_j \neq 0$ (j = 1, 2)
(Salah satu dari pendapatan dan harga per botol atau keduanya berpengaruh nyata terhadap kuantitas permintaan minuman)

2 Taraf nyata, α = 5%= 0,05

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $F_o = \dfrac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritis adalah $F_{0,05(2,7)}$= 4,74. Maka daerah kritisnya adalah F > $F_{0,05(2,7}$ = 4,74 (lihat Gambar 11.1).



Gamabar 11.1

4 Menghitung nilai statistik uji
Nilai statistik uji telah dihitungkan oleh SPSS yaitu F = 29,177.

5 Simpulan/putusan
Cara 1 Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan Ho (Fo = 29,177> = 4,74) maka Ho ditolak sebaliknya H_1 diterima. **Cara 2** Oleh karena nilai-p (dari uji F) = 0,000 lebih kecil dari α = 0,05, maka nilai salah satu dari dan atau keduanya signifikan. Dengan kata lain bahwa Ho ditolak sebaliknya H_1 diterima. Ini berarti bahwa pendapatan konsumen dan harga per botol secara serempak berpengaruh nyata terhadap kuantitas permintaan minuman pada tingkat signifikansi 5%.

(b) Pengujian pengaruh pendapatan dan harga per botol secara parsial terhadap kuantitas permintaan

(b.1) Pengujian pengaruh pendapatan terhadap kuantitas permintaan minuman

1 Rumusan hipotesis

H_o: $\beta_1 = 0$ (pendapatan tidak berpengaruh terhadap kuantitas permintaan minuman)

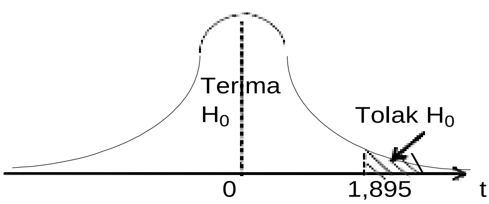
H_1: $\beta_1 > 0$ (pendapatan berpengaruh positif dan nyata terhadap kuantitas permintaan minuman)

2 Taraf nyata, $\alpha = 0{,}05$

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $t_1 = \dfrac{b_1 - \beta_{10}}{s_{b_1}}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritisnya adalah $t_{(\alpha;\, n-3)} = t_{(0{,}05;7)} = 1{,}895$ (Uji satu sisi, sisi kanan, lihat rumusan H_1). Maka daerah kritisnya adalah $t > t_{(0{,}05;7)} = 1{,}895$ (lihat Gambar 11.2).



Gambar 11.2

4 Menghitung nilai statistik uji,

Nilai statistik uji t telah dihitungkan oleh SPSS yaitu $t_1 = 3{,}575$

5 Simpulan/ putusan

Cara 1. Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan H_o ($t_1 = 3{,}575 > 1{,}895$), maka Ho ditolak dan H1 diterima. **Cara 2.** Oleh karena nilai-p (dari uji t untuk β_1) yaitu nilai-p = 0,009 lebih kecil dari $\alpha = 0{,}05$, maka nilai β_1 signifikan. Dengan kata lain H_o ditolak sebaliknya H_1 diterima. Ini berarti, bahwa pendapatan konsumen secara parsial berpengaruh positif dan nyata terhadap kuantitas permintaan minuman pada tingkat signifikansi 5%. **Catatan** : Cara 1 dan cara 2, simpulannya sama. Nilai statistik uji positif sesuai dengan arah pengujiannya (ke kanan) lihat arah H_1.

(b.2) Pengujian pengaruh harga per botol terhadap kuantitas permintaan

1 Rumusan hipotesis

H_o: $\beta_2 = 0$ (harga per botol tidak berpengaruh terhadap kuantitas permintaan minuman)

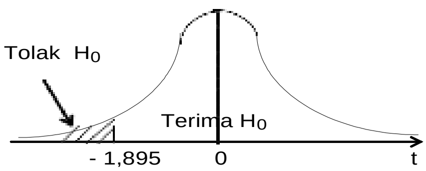
H_1: $\beta_2 < 0$ (harga per botol berpengaruh negatif dan nyata terhadap kuantitas permintaan minuman)

2 Taraf nyata, $\alpha = 0{,}05$

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $t_2 = \dfrac{b_2 - \beta_{20}}{s_{b_2}}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritisnya adalah $t_{(\alpha;\, n-3)} = t_{(0{,}05\,;7)} = 1{,}895$ (Uji satu sisi, sisi kiri, lihat rumusan H_1). Maka daerah kritisnya adalah $t < -t_{(0{,}05\,;7)} = -1{,}895$ (lihat Gambar 11.3).



Gambar 11.3

4 Menghitung statistik uji,
Nilai statistik uji t telah dihitungkan oleh SPSS yaitu $t_2 = -5{,}059$

5 Simpulan/ putusan

Cara 1. Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan H_o ($t_2 = -5{,}059 < -1{,}895$) , maka H_o ditolak dan sebaliknya H_1 diterima. **Cara 2.** Oleh karena nilai-p (dari uji t untuk β_2) yaitu nilai-p = 0,001 lebih kecil dari α = 0,05, maka nilai β_2 signifikan. Dengan kata lain H_o ditolak sebaliknya H_1 diterima. Ini berarti, harga per unit produk secara individual berpengaruh negatif dan nyata terhadap kuantitas permintaan minuman, pada tingkat signifikansi 5%. **Catatan** : Cara 1 dan cara 2, simpulannya sama. Nilai statistik uji negatif sesuai dengan arah pengujiannya (ke kiri) lihat arah H_1

(c) Interpretasi terhadap b_1 dan b_2 dan R^2

Setelah dilakukan pengujian hipotesis, umumnya hanya variabel bebas yang berpengaruh nyata (signifikan) terhadap variabel terikatnya, koefisien regresinya diinterpretasikan. Atau dengan kata lain hanya kofisien regresi parsial yang signifikan pada α yang ditetapkan pada pengujian diinterpretasikan. Uji koefisien regresi secara serempak sama artinya uji terhadap R^2. Maka uji koefisien regresi secara serempak yang signifikan, R^2 nya diinterpretasikan. Sedangkan kofisien regresi parsial yang tidak signifikan pada α yang ditetapkan/digunakan, umumnya tidak di interpretasikan, karena perubahan (naik atau turun) variabel bebasnya tidak berpengaruh nyata terhadap variabel terikatnya atau besarnya perubahan (naik atau turun) yang terjadi pada variabel terikatnya secara statistik dianggap nol atau tidak berarti secara statistik).

Hasil pengujian menunjukkan bahwa β_1 danβ_2 secara parsial signifikan, serta uji β_1 danβ_2 secara serempak signifikan atau uji R^2 signifikan, maka b_1 dan b_2 serta R^2 diinterpretasikan.

b_1 = 0,421 artinya bila pendapatan konsumen naik satu juta rupiah, maka kuantitas permintaan minuman secara rata-rata naik sebesar 0,421 ratus botol (42,1 botol), jika harga per botolnya tetap.

b_2 = - 0,514, artinya bila harga per botol minuman **naik** seribu rupiah, maka kuantitas permintaan minuman secara rata-rata **turun** sebesar 0,514 ratus botol (51,4 botol), jika pendapatan tetap.

R^2 = 0,893 artinya 89,3% total variasi (turun naik) kuantitas permintaan minuman dijelaskan/dipengaruhi secara serempak oleh pendapatan dan harga per botolnya, dan sisanya lagi 10,7% dijelaskan/dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang tidak dimasukkan dalam model.

Contoh 11- 6 Baru-baru ini, telah dilakukan sebuah penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh harga/tarif kamar hotel dan penghasilan per tahun para tamu terhadap tingkat penghunian kamar hotel. Dipilih 12 hotel sebagai sampel acak, data yang didapat berkaitan denga varaibel yang diteilti setelah diolah program SPSS disajikan dalam bentuk laporan ringkas sebagai beriku :

$\hat{Y}$ =	10,762 +	0,703 X_1 +	0,700 X_2	R^2 = 0,587
s_{bj}	(2,221)	(0,227))	(0,258)	
t_j	(4,845)	(3,104)	(2,717)	
nilai-p	(0,001)	(0,013)	(0,024)	
F =	6,394		nilai p = 0,019	

Y = Tingkat penghunian kamar hotel (dalam persen), X_1 = penghasilan per tahun par tamu (juta rupiah) dan X_2 = harga/tarif hotel per hari (dalam juta rupiah).

Dengan menggunakan taraf nyata 5%, ujilah
(a) Pengaruh penghasilan para tamu dan harga/tarif kamar hotel secara global/serempak terhadap tingkat penghunian kamar hotel.
(b) Hipotesis yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa penghasilan para tamu berpengaruh terhadap tingkat penghunian kamar hotel.
(c) Hipotesis yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa harga/tarif kamar hotel berpengaruh negatif tingkat penghunian kamar hotel
(d) Berikan interpretasi terhadap koefisien–koefisien regresi parsialnya, dan terhadap koefisien determinasinya.

Penyelesaian
(a) Pengaruh penghasilan para tamu dan harga/tarif kamar hotel secara global/serempak terhadap tingkat penghunian kamar hotel.

1 Rumusan Hipotesisnya

H_o : $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (penghasilan para tamu dan harga kamar hotel secara serempak tidak berpengaruh terhadap tingkat penghunian kamar hotel).

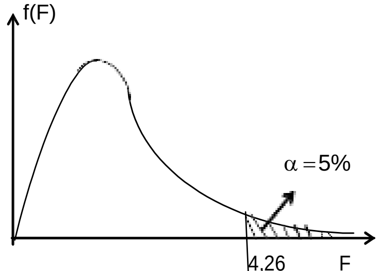
H_1 : paling sedikit salah satu dari $\beta_j \neq 0$ (j = 1, 2)
(Salah satu atau keduanya dari penghasilan para tamu dan harga kamar hotel secara serempak berpengaruh nyata terhadap tingkat penghunian kamar hotel)

2 Taraf nyata, α = 5% = 0,05

3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $F_o = \dfrac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritis adalah $F_{0,05\,(2,9)}$= 4,26. Maka daerah kritisnya adalah F > $F_{0,05\,(2,9}$ = 4,26 (Lihat Gambar 11.4)



Gamabar 11.4

Daerah tolak Ho

4 Menghitung nilai statistik uji
Nilai statistik uji telah dihitungkan oleh SPSS yaitu F = 6,394.

5 Simpulan/putusan

Cara 1 Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan Ho (F_o = 6,394 > $F_{0,05\ (2,9)}$= 4,26) maka H_o ditolak sebaliknya H_1 diterima.
Cara 2 Oleh karena nilai-p (dari uji F) = 0,019 lebih kecil dari α = 0,05, maka nilai salah satu dari β_1 dan β_2 atau keduanya signifikan. Dengan kata lain H_o ditolak sebaliknya H_1 diterima. Ini berarti bahwa penghasilan para tamu dan harga/tarif kamar hotel secara serempak berpengaruh terhadap tingkat penghunian kamar hotel pada tingkat keyakinan 95%. (**Catatan** : Simpulan cara 1 dan 2 sama).

(b) Pengujian pengaruh penghasilan tamu terhadap tingkat penghunian kamar hotel

1. Rumusan hipotesis

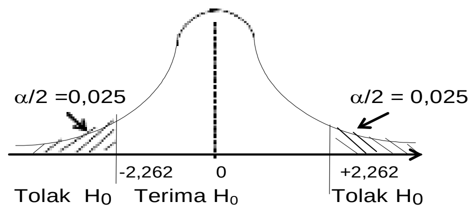
H_o: $\beta_1 = 0$ (penghasilan tidak berpengaruh terhadap kuantitas tingkat penghunian kamar hotel)

H_1: $\beta_1 \neq 0$ (penghasilan berpengaruh nyata terhadap tingkat penghunian kamar hotel)

2 Taraf nyata, α = 0,05
3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $t_1 = \dfrac{b_1 - \beta_{10}}{s_{b_1}}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritisnya adalah $t_{\alpha/2(n-3)} = t_{(0,025;9)}$ = 2,262, (Uji dua sisi), lihat rumusan H_1). Maka daerah kritisnya adalah
t < - $t_{(0,025;9)}$ = - 2,262 dan t > $t_{(0,025;9)}$ = 2,262 (lihat Gambar 11.5).



Gambar 11.5

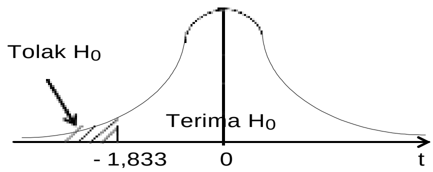
4 Menghitung nilai statistik uji,
Nilai statistik uji t telah dihitungkan oleh SPSS yaitu t_1 = 3,104

5 Simpulan/ putusan
Cara 1. Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penolakan Ho (t_1 = 3,104 > 2,262, maka H_o ditolak dan H_1 diterima. **Cara 2**. Oleh karena nilai-p (dari uji t untuk β_1) yaitu nilai-p = 0,013 lebih kecil dari $\alpha/2$ = 0,025 (lihat Gambar 11.5) atau 2x nilai-p (2x 0,013 = 0,026) lebih kecil α = 0,05, maka nilai β_1 signifikan. Dengan kata lain H_o ditolak sebaliknya H_1 diterima. Ini berarti, bahwa penghasilan para tamu berpengaruh nyata terhadap tingkat penghunian kamar hotel pada tingkat keyakinan 95%. **Catatan** : Simpulan diambil tanpa memperhatikan nilai statistik ujinya/ statistik hitungnya positif atau negatif (karena uji dua sisi)

(c) Pengujian pengaruh harga/tarif kamar hotel terhadap tingkat penghunian kamar hotel
1 Rumusan hipotesis
Ho: $\beta_2 = 0$ (harga kamar hotel tidak berpengaruh terhadap tingkat penghunian kamarnya)
H_1: $\beta_2 < 0$ (harga harga kamar hotel berpengaruh negatif dan nyata terhadap tingkat penghunian kamarnya)
2 Taraf nyata, α = 0,05
3 Statistik uji dan daerah kritis

Statistik uji : $t_2 = \dfrac{b_2 - \beta_{20}}{s_{b_2}}$

Daerah kritis. Titik/nilai kritisnya adalah $t_{\alpha(n-3)} = t_{(0,05\ ;9\ )} = 1{,}833$, (Uji satu sisi, sisi kiri, lihat rumusan H_1). Maka daerah kritisnya adalah $t < - t_{(0,05\ ;9\ )} = -1{,}833$ (lihat Gambar 11.6).



Gambar 11.6

4 Menghitung nilai statistik uji,
Nilai statistik uji t telah dihitungkan oleh SPSS yaitu $t_2 = 2{,}717$

5 Simpulan/putusan
Perhatikan nilai statistik uji ($t_2 = 2{,}717$) adalah positif sedangkan arah pengujiannya ke kiri (lihat arah H_1). Jadi nilai statistik uji (positif) tidak sesuai dengan arah pengujiannya (ke kiri). Oleh karena itu hati-hti mengambil simpulan dengan cara "cepat/pintas". Berikut ini, hipotesis akan diuji dengan cara 1 dan cara 2 (cara cepat) bagaimana hasilnya?

Cara 1. Oleh karena statistik uji jatuh pada daerah penerimaan H_o ($t_2 = 2{,}717 > - 1{,}833$) , maka β_2 tidak signifikan atau **H_o diterima**, artinya secara parsial harga kamar tidak berpengaruh terhadap tingkat penghunian kamar pada tingkat keyakinan 95%.

Cara 2. Oleh karena nilai-p (dari uji t untuk β_2) yaitu nilai-p = 0,013 lebih kecil dari $\alpha = 0{,}05$, maka nilai β_2 signifikan. Oleh karena nialai b_2 positif yaitu $b_2 = 0{,}700$ yang merupakan representasi dari β_2 maka disimpulkan bahwa harga/tarif kamar hotel **berpengaruh positif dan nyata** terhadap tingkat penghunian kamar hotel. Kalau itu simpulan dari pengujian itu, tentu saja kurang tepat. Kenapa demikian? Oleh karena, tidak ada hipotesis yang dibangun/disusun untuk diuji seperti itu (hipotesis yang menyatakan bahwa tarif/harga kamar hotel berpengaruh positif dan nyata terhadap tingkat penghuniannya. Hipotesis yang dibangun untuk diuji rumusannya sebagai berikut: Ho : tarif/harga kamar hotel tidak berpengaruh terhadap tingkat penghunian kamarnya dan H_1 : tarif/harga kamar hotel berpengaruh negatif dan nyata terhadap tingkat penghuniannya. Sebagai simpulannya tentu saja salah satu dari Ho dan H_1 tersebut dan bukan diluar itu. Menolak Ho sama artinya menerima H_1.

Agar tidak tersesat dalam mengambil simpulan pengujian suatu hipotesis dengan cara 2, sebaiknya diperiksa dengan cara 1 (cara klasik). Dengan memperhatikan simpulan yang didapat dengan cara 1 dan 2, tidak sejalan (berlawanan), maka disarankan cara 2 tidak dugunakan.

(c) Interpretasi terhadap b_1 dan b_2 dan R^2
Hasil pengujian menunjukkan bahwa β_1 secara parsial signifikan, β_2 secara parsial tidak signifikan, serta uji β_1 dan β_2 secara serempak signifikan atau uji R^2 signifikan, maka b_1 dan b_2 serta R^2 dapat diinterpretasikan sebagai berikut:

b_1 = 0,703 artinya bila pendapatan para tamu **naik** satu juta rupiah, maka tingkat pengghunian kamar hotel rata-rata akan **naik** sebesar 0,703% jika harga/tarif kamar hotel tetap pada tingkat signifikansi 5%.

b_2 = 0,700, karena β_2 tidak signifikan**,** maka β_2 dianggap sama dengan nol, sehingga b_2 = 0,700 sebagai penduga dari β_2 juga dianggap nol, b_2 = 0. Jadi b_2 =0 artinya perubahan (naik/turun) harga/tarif kamar hotel tidak mempengaruhi tingkat hunian hotel, jika penghasilan para tamu tetap pada pada tingkat signifikansi 5%.

R^2 = 0,587 artinya 58,7% total variasi (turun naiknya) tingkat penghunian kamar hotel dijelaskan/dipengaruhi secara serempak oleh pendapatan para tamu dan harga/tarif kamar hotel, dan sisanya lagi 41,3% dijelaskan/ dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang tidak dimasukkan dalam model, pada tingkat sinifikansi 5%.

11-1 Untuk mengetahui pengaruh harga per kg barang A dan pendapatan konsumen terhadap kuantitas barang A yang diminta, dipilih 10 konsumen sebagai sampel acak untuk diteliti. Dari hasil penelitian tersebut diperoleh data sebagai berikut (Anggaplah populasinya berdistribusi normal) :

X_1	3,00	4,00	2,00	6,00	4,00	3.00
X_2	4,00	5,00	3,00	7,00	6,00	5,00
Y	10,13	9,93	10,25	9,20	10,27	10,40

X_1 = harga per kg barang A (ribu rupiah)
X_2 = pendapatan konsumen per bulan (juta rupiah)
Y = kuantitas barang A yang diminta (kg)

(a) Buat laporan ringkas hasil analisis regresinya.
(b) Pada taraf nyata 5%, ujilah pengaruh harga per kg barang A dan pendapatan konsumen secara serempak terhadap kuantitas barang A yang diminta.
(c) Pada taraf 5%, ujilah pengaruh harga dan pendapatan konsumen secara parsial terhadap kuantitas barang A yang diminta.
(d) Berikanlah interpretasi untuk nilai b_1 dan b_2 dari model regresi estimasinya.
(e) Buatlah pendugaan interval 95%, bagi β_1 dan bagi β_2.

10- 2 Data yang tersaji di bawah ini adalah data mengenai biaya promosi dan insentif yang dikeluarkan serta nilai penjualan dari 8 perusahaan fabrikasi di bidang farmasi, yang terpilih sebagai sampel acak (dari populasi yang sebarannya normal).

X_1	4,00	5,00	6,00	7,00	3,00	5,00	6,00	5,00
X_2	8,00	10,00	9,00	4,00	8,00	7,00	2,00	4,00
Y	35,40	39,50	40,00	37,05	35,35	40,00	34,15	33,00

X_1 = biaya promosi per tahun (ratus juta rupiah)
X_2 = insentif per tahun (ratus juta rupiah)
Y = nilai penjualan (miliar rupiah)

Berdasarkan data di atas,
(a) Dugalah model regresi populasinya
(b) Ujilah hipotesis yang menyatakan bahwa biaya promosi dan besarnya insentif yang dikeluarkan, secara serempak berpengaruh terhadap nilai penjualan. Gunakan α = 5%.
(c) Ujilah hipotesis yang menyatakan bahwa biaya promosi tidak berpengaruh terhadap nilai penjualan. Gunakan α = 5%
(d) Ujilah hipotesis yang menyatakan bahwa besarnya insentif tidak berpengaruh terhadap nilai penjualan. Gunakan α = 5%
(e) Dugalah nilai penjualan bila biaya promosi dan insentif yang dikeluarkan X_1 = 4,5 dan X_2 = 0,75 ratus juta rupiah.
(f) Susunlah interval keyakinan 95%, bagi β_1 dan β_2.

11-3 Diberikan data seperti berikut (anggap populasinya tersebar normal):

X_1	3,00	5,00	4,00	5,00	6,00
X_2	5,00	2,00	7,00	2,00	10,00
Y	16,50	16,35	16,75	16,35	17,57

X_1 = pupuk yang digunakan (puluh kg per ha),
X_2 = curah hujan (cm per minggu)
Y = hasil produksi padi (kwintal per ha)
Berdasarkan data di atas
(a) Buatlah laporan ringkas hasil analisis regresinya.

(b) Ujilah apakah X_1 dan X_2 secara serempak berpengaruh terhadap Y. Gunakan α = 5%.
(c) Ujilah bagaimana pengaruh X_1 dan X_2 secara parsial terhadap Y. Gunakan α = 5%.
(d) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsial dan koefisien determinasinya.

11-4 Sebuah penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh ekspor dan investasi terhadap PDRB kabupaten di suatu negara, diambil 50 kabupaten sebagi sampel acak, untuk diteliti. Data yang diperoleh diolah dengan bantuan komputer, piranti lunak SPSS. Hasil yang diproleh dilaporkan dalam format ringkas sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 15{,}3450 + 2{,}7254\,X_1 + 1{,}5467\,X_2 \qquad R^2 = 0{,}9685$$

$$s_{bj} = (0{,}0321) \qquad (1{,}2064) \qquad (0{,}5315)$$

Y = PDRB (miliar rupiah) X_1 = ekspor (miliar rupiah) dan X_2 = investasi (miliar rupiah)
(a) Pada taraf nyata 5%, ujilah pengaruh ekspor dan investasi secara serempak terhadap PDRB
(b) Pada taraf nayat 5%, ujilah pengaruh ekspor dan investasi secara parsial terhadap PDRB
(c) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.
(d) Berikan interpretasi terhadap koefisien determinasinya.

11-5 Sebuah penelitian yang bertujuan untuk mengetahui pengaruh modal dan tenaga kerja terhadap produksi perusahaan minuman ringan di sebuah provinsi dilakukan. Dengan mengambil 15 perusahaan minuman ringan sebagai sampel acak untuk diteliti. Anggaplah populasinya berdistribusi normal. Data yang diperoleh diolah dengan bantuan komputer, piranti lunak SPSS. Hasil yang diproleh dilaporkan dalam format ringkas sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 36{,}899 + 15{,}410\,X_1 + 0{,}450\,X_2 \qquad R^2 = 0{,}945$$

s_{bj}	=	(25,611)	(1,087)	(0,114)
t_i	=	(1,441)	(14,17)	(3,974)
nilai p	=	(0,175)	(0,004)	(0,000)
F	=	121,878	nilai p = 0,000	

Y = produksi (ribu botol), X_1 = modal (miliar rupiah) dan X_2 = tenaga kerja (ribu jam).
Pada taraf signifikansi 5% dan 1%,
(a) Ujilah pengaruh modal dan tenaga kerja secara serempak global terhadap produksinya.
(b) Ujilah pengaruh modal dan tenaga kerja secara individual parsial terhadap produksinya.
(c) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.
(d) Berikan interpretasi terhadap koefisien determinasinya.

11-6 Riset yang bertujuan untuk mengetahui apakah jarak asal kota wisdom (wisatawan domestik) ke daerah tujuan wisata dan harga kamar hotel berpengaruh atau tidak terhadap jumlah kamar yang terjual. Diberikan data berikut.

Y	26,5	28,0	27,2	29,3	28,0
X_1	2,0	4,0	3,0	8,0	5,0
X_2	3,0	5,0	6,0	3,0	2,0

X_1 = jarak kota asal wisdom ke daerah tujuan wisata (ribu km)
X_2 = Harga kamar hotel per hari di daerah tujuan wisata (juta rupiah)
Y = Jumlah kamar yang terjual di daerah tujuan wisata (puluh unit)

(a) Pada tingkat signifikansi 5%, ujilah hipotesis yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa jarak asal kota wisdom ke daerah tujuan wisata berpengaruh nyata terhadap jumlah kamar yang terjual.
(b) Pada tingkat signifikansi 5%, ujilah hipotesis yang hipotesis alternatifnya menyatakan bahwa harga kamar per hari berpengaruh negatif terhadap jumlah kamar yang terjual.
(c) Pada tingkat signifikansi/taraf nyata 5%, ujilah pengaruh jarak kota asal wisdom ke daerah tujuan wisata dan harga kamar per hari secara global/serempak terhadap jumlah kamar yang terjual
(d) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.
(e) Hitunglah koefisien determinasinya dan berikan interpretasi.
(f) Untuk butir (a) coba saudara lakukan uji hipotesis dengan menggunakan interval keyakinan 95%, apakah simpulannya sama?

DAFTAR PUSTAKA

Aczel, Amir d., dan Jayavel Sounderpandian. *Complete Business Statitistics*. Ed. ke-5. New York : Mc Graw-Hill, 2002.

Anto Dayan. *Pengantar Metode Statistik*. Jilid II. Jakarta : LP3ES, 1974.

Barrow, M. *Statistic for Economics, Accounting and Bussiness Studies.* Ed. ke-2. London: Addison Wesley Longman Limited, 1996.

Berenson, Markl., dan David M. Levine. *Basic Business Statistics*: *Concepts and Applications.* Ed.ke- 6. New Jersey : Prentice Hall Inc.,1996.

Black, Ken. *Applied Business Statistics: Making Better Business Decisions*. Ed. ke-6. New York : John Wiley, 2011.

Dixon, W. J., dan F.J. Massey, Jr. *Introduction to Statisdtical Analysis*. Ed. Ke-4. New York : Mc Graw-Hill, 1984.

Elifson, K. W., R. P. Runyon dan A. Haber. *Fundamental of Social Statistics.* Ed. Ke-2. SIngapore : McGraw-Hill, 1990.

Greene, W. H. *Econometric Analysis*. Ed. ke-7. New York : Pearson Education Limited, 2012.

Guilford J.P., dan Benyamin Fruchter. *Fundamental Statistics in Psychology and Education*. Ed. ke-5. New York : McGraw - Hill, 1978.

Gujarati, Damodar. *Basic Econometrics*. Ed. ke-3. New York : McGraw - Hill, 1995.

___________. *Essentials of Econometrics*. Ed. ke-3.. New York : McGraw - Hill, 2006.

Gupta, S.P., dan M.P. Gupta. *Business Statistics*. Ed. ke-4. New Dehli: Sultan Chand & Son, 1983.

Levin, R. *Statistics for Management.* Ed. ke-2. New Jersey : Prentice Hall Inc., 1981.

Kuncoro, M. *Metode Riset untuk Bisnis dan Ekonomi*. Jakarta: Penerbit Erlangga, 2003.

Hoel, P.G ., dan Raymond, J.J. *Basic Statistics for Business* and *Economics*. Ed.ke- 3. New York : John Wiley & Sons, 1982.

Hines, William W., dan D.C. Montgonery. *Probability and Statistics in Engneering and Management Science.* New York : John Wiley & Sons, 1972.

Lind, Marchal dan Wathen. *Statistical Techniques in Business & Economics in Global Data Sets*. Ed. ke-13. New York: McGraw-Hill, 2008.

Manddala, G.S. *Econometrics*. Ed. International. New York : McGraw-Hill, 1977.

Mason, R. D., dan Douglas A. Lind. *Statistical Techniques in Business & Economics.* Ed. Ke-9. New York: Richard D. Irwin, Inc., 1996.

McClave, J.T., dan P. G. Benson. *Statistics for Business and Economics*. Ed. ke-3. San Francisco: Dellen Publishing Company, 1985.

McClave, J.T., P. G. Benson., dan T. Sincich. *Statistics for Business and Economics*. Ed. ke-10. New Jersey : Pearson Perentice Hall, 2008.

Mendenhall, W., dan J. E. Reinmuth. *Statistics for Management and Economics.* Ed. ke-4. California: Wadsworth Publishing Company Inc., 1982.

Mosteller, F., Rouke, R.E.K., dan Thomas, G.B, Jr. *Probability with Statistical Aplication*. Ed. ke-2. New York : Addison-Wesley Publishing Company, 1970.

Nasoetion, A. H., dan Barizi. *Metode Statistika*. Jakarta : P.T. Gramedia,1975.

Sekaran, Uma. *Research Methods for Business*. Ed. ke-4. John Wiley & Sons, 2003.

Spiegel, Murray R. *Theory and Problem of Statistics*. Ed.SI Matrik. New York: McGraw - Hill, 1972.

Walpole, R.E. *Introduction to Statistics*. Ed. ke-3. New York : MacMillan Publishing Company, 1982.

Walpole, R.E., dan R. H. Myers. *Probability and Stattistics for Engineers and Scientists*. Ed. ke-4. New York : MacMillan Publishing Company, 1972.

Wonnacott, T.H., dan R. J. Wonnacott. *Introductory* Statistics *for Business and Economics*. Ed. ke-4. New York : John Wiley & Sons, 1990.

Lampiran-lampiran

Lampiran 1
Beberapa nilai koefisien binomial

Lampiran 2
Beberapa nilai $e^{-\mu}$

Lampiran 3
Luas di bawah kurva normal baku

Lampiran 4
Distribusi t

Lampiran 5
Distribusi F; α = 0,01

Lampiran 6
Distribusi F; α = 0,05

Lampiran 7
Distribusi Chi Kuadrat

Lampiran 8
Print Out SPSS

Lampiran 1

Beberapa Nilai Koefisien Binomial

	$\binom{N}{0}$	$\binom{N}{1}$	$\binom{N}{2}$	$\binom{N}{3}$	$\binom{N}{4}$	$\binom{N}{5}$
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1
6	1	6	15	20	15	6
7	1	7	21	35	35	21
8	1	8	28	56	70	56
9	1	9	36	84	126	126
10	1	10	45	120	210	252
11	1	11	55	165	330	462
12	1	12	66	220	495	792
13	1	13	78	286	715	1287
14	1	14	91	364	1001	2002
15	1	15	105	455	1365	3003
16	1	16	120	560	1820	4368
17	1	17	136	680	2380	6188
18	1	18	153	816	3060	8568
19	1	19	171	969	3876	11628
20	1	20	190	1140	4845	15504
21	1	21	210	1330	5985	20349
22	1	22	231	1540	7315	26334
23	1	23	253	1771	8855	33649
24	1	24	270	2024	10026	42504
25	1	25	300	2300	12650	53130
26	1	26	325	2600	14950	65780
27	1	27	351	2925	17550	80730
28	1	28	378	3276	20475	98280
29	1	29	406	3654	23751	118755
30	1	30	435	4060	27405	142506

Sumber : Gupta dan Gupta, 1982

Lampiran 2

Beberapa Nilai $e^{-\mu}$

(e = 2,7183)

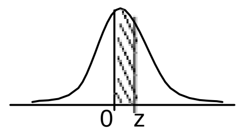
μ	0	1	2	3	4
0,0	1,0000	0,9901	0,9802	0,9704	0,9608
0,1	0,9048	0,8958	0,8869	0,8781	0,8694
0,2	0,8187	0,8106	0,8025	0,7945	0,7866
0,3	0,7408	0,7334	0,7261	0,7189	0,7118
0,4	0,6703	0,6637	0,6570	0,6505	0,6440
0,5	0,6065	0,6005	0,5945	0,5886	0,5827
0,6	0,5488	0,5434	0,5379	0,5326	0,5273
0,7	0,4966	0,4916	0,4868	0,4819	0,4771
0,8	0,4493	0,4449	0,4404	0,4360	0,4317
0,9	0,4066	0,4025	0,3985	0,3946	0,3906
1,0	0,3679	0,3642	0,3606	0,3570	0,3535
1,1	0,3329	0,3296	0,3263	0,3230	0,3198
1,2	0,3012	0,2982	0,2952	0,2923	0,2894
1,3	0,2725	0,2698	0,2671	0,2645	0,2618
1,4	0,2466	0,2441	0,2417	0,2393	0,2369
1,5	0,2231	0,2209	0,2187	0,2165	0,2144
1,6	0,2019	0,1999	0,1979	0,1959	0,1940
1,7	0,1827	0,1809	0,1791	0,1773	0,1755
1,8	0,1653	0,1637	0,1620	0,1604	0,1588
1,9	0,1496	0,1481	0,1466	0,1451	0,1473
2,0	0,1353	0,1340	0,1327	0,1313	0,1300
2,1	0,1225	0,1212	0,1200	0,1188	0,1177
2,2	0,1108	0,1097	0,1086	0,1075	0,1065
2,3	0,1003	0,0993	0,0983	0,0973	0,0963
2,4	0,0907	0,0898	0,0889	0,0880	0,0872
2,5	0,0821	0,0813	0,0805	0,0797	0,0789
2,6	0,0743	0,0735	0,0728	0,0721	0,0714
2,7	0,0672	0,0665	0,0659	0,0652	0,0646
2,8	0,0608	0,0602	0,0596	0,0590	0,0584
2,9	0,0550	0,0545	0,0539	0,0534	0,0529
3,0	0,0498	0,0493	0,0488	0,0483	0,0478
3,1	0,0450	0,0446	0,0442	0,0437	0,0433
3,2	0,0408	0,0404	0,0400	0,0396	0,0392
3,3	0,0369	0,0365	0,0362	0,0358	0,0354
3,4	0,0334	0,0330	0,0327	0,0324	0,0321
3,5	0,0302	0,0299	0,0296	0,0293	0,0290
3,6	0,0273	0,0271	0,0268	0,0265	0,0263
3,7	0,0247	0,0245	0,0242	0,0240	0,0238
3,8	0,0224	0,0221	0,0219	0,0217	0,0215
3,9	0,0202	0,0200	0,0198	0,0196	0,0194
4,0	0,0183	0,0181	0,0180	0,0178	0,0176
4,1	0,0166	0,0164	0,0162	0,0161	0,0159
4,2	0,0150	0,0148	0,0147	0,0146	0,0144
4,3	0,0136	0,0134	0,0133	0,0132	0,0130
4,4	0,0123	0,0122	0,0120	0,0119	0,0118
4,5	0,0111	0,0110	0,0109	0,0108	0,0107
4,6	0,0101	0,0100	0,0099	0,0098	0,0097
4,7	0,0091	0,0090	0,0089	0,0088	0,0087
4,8	0,0082	0,0081	0,0081	0,0080	0,0079
4,9	0,0074	0,0074	0,0073	0,0072	0,0072
5,0	0,0067	0,0067	0,0066	0,0065	0,0065

Lampiran 2

Beberapa Nilai $e^{-\mu}$ (lanjutan)

	5	6	7	8	9
0,0	0,9512	0,9418	0,9324	0,9231	0,9139
0,1	0,8607	0,8521	0,8437	0,8353	0,8270
0,2	0,7788	0,7711	0,7634	0,7558	0,7483
0,3	0,7047	0,6977	0,6907	0,6839	0,6771
0,4	0,6376	0,6313	0,6250	0,6188	0,6126
0,5	0,5770	0,5712	0,5855	0,5599	0,5543
0,6	0,5220	0,5169	0,5117	0,5066	0,5016
0,7	0,4724	0,4677	0,4630	0,4584	0,4538
0,8	0,4274	0,4232	0,4190	0,4149	0,4107
0,9	0,3867	0,3829	0,3791	0,3753	0,3716
1,0	0,3499	0,3465	0,3430	0,3396	0,3362
1,1	0,3166	0,3135	0,3104	0,3073	0,3042
1,2	0,2865	0,2837	0,2808	0,2780	0,2753
1,3	0,2592	0,2567	0,2541	0,2516	0,2491
1,4	0,2346	0,2322	0,2299	0,2276	0,2254
1,5	0,2122	0,2101	0,2080	0,2060	0,2039
1,6	0,1921	0,1901	0,1882	0,1864	0,1845
1,7	0,1738	0,1720	0,1703	0,1686	0,1670
1,8	0,1572	0,1557	0,1541	0,1526	0,1511
1,9	0,1423	0,1409	0,1395	0,1381	0,1367
2,0	0,1287	0,1275	0,1262	0,1249	0,1237
2,1	0,1165	0,1153	0,1142	0,1130	0,1119
2,2	0,1054	0,1044	0,1033	0,1023	0,1013
2,3	0,0954	0,0944	0,0935	0,0926	0,0916
2,4	0,0863	0,0854	0,0846	0,0837	0,0829
2,5	0,0781	0,0773	0,0765	0,0758	0,0750
2,6	0,0707	0,0699	0,0693	0,0686	0,0679
2,7	0,0639	0,0633	0,0627	0,0620	0,0614
2,8	0,0578	0,0573	0,0567	0,0561	0,0556
2,9	0,0523	0,0518	0,0513	0,0508	0,0503
3,0	0,0474	0,0469	0,0464	0,0460	0,0455
3,1	0,0429	0,0424	0,0420	0,0416	0,0412
3,2	0,0388	0,0384	0,0380	0,0376	0,0373
3,3	0,0351	0,0347	0,0344	0,0340	0,0337
3,4	0,0317	0,0314	0,0311	0,0308	0,0305
3,5	0,0287	0,0284	0,0282	0,0279	0,0276
3,6	0,0260	0,0257	0,0255	0,0252	0,0250
3,7	0,0235	0,0233	0,0231	0,0228	0,0226
3,8	0,0213	0,0211	0,0209	0,0207	0,0204
3,9	0,0193	0,0191	0,0188	0,0187	0,0185
4,0	0,0174	0,0172	0,0171	0,0169	0,0167
4,1	0,0158	0,0156	0,0155	0,0153	0,0151
4,2	0,0143	0,0141	0,0140	0,0138	0,0137
4,3	0,0129	0,0128	0,0127	0,0125	0,0124
4,4	0,0117	0,0116	0,0114	0,0113	0,0112
4,5	0,0106	0,0105	0,0104	0,0103	0,0102
4,6	0,0096	0,0095	0,0094	0,0093	0,0092
4,7	0,0087	0,0086	0,0085	0,0084	0,0083
4,8	0,0078	0,0078	0,0077	0,0076	0,0075
4,9	0,0071	0,0070	0,0069	0,0069	0,0068
5,0	0,0064	0,0063	0,0063	0,0062	0,0062

Lampiran 3



Luas di bawah kurva normal standar dari 0 ke z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0657
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054
0,6	0,2258	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389
0,7	0,2580	0,2612	0,2642	0,2673	0,2704
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2996
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251
1,5	0,4332	0,4346	0,4357	0,4370	0,4382
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999

Sumber : Berenson dan Levine,1996.

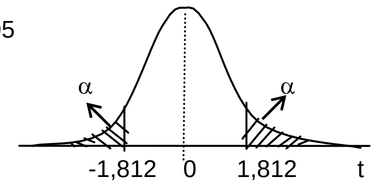
Lampiran 3

Luas di bawah kurva normal standar dari 0 ke z (Lanjutan)

z	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0754
0,2	0,0987	0,1026	0,1024	0,1103	0,1141
0,3	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2422	0,2454	0,2486	0,2518	0,2549
0,7	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Lampiran 4

Distribusi t Studen't, bagi df = v = 10
P(t > 1,812) = 0,05
P(t < -1,812) = 0,05



df=v	0,25	0,20	0,15			0,025	0,01	0,005
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,812	63,657
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,812	4,541	5,841
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,705	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	0,875	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	0,855	1,057	1,414	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,081	2,467	2,763
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Sumber : Berenson dan Levine, 1996.

Lampiran 5

Distribusi F; α =0,01

V_2	V_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,982	6,023
2	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4
3	43,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98
7	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35
10	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,07	4,89	4,74	4,63	4,60
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,70	4,46	4,28	4,14	4,03
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60
19	8,19	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	381	3,64	3,51	3,40
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,37	3,50	3,36	3,26
25	7,77	5,57	4,8	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,22
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41

Sumber : Gupta dan Gupta, 1982

Lampiran 5

Distribusi F; α = 0,01 (Lanjutan)

v_2	10	12	15	20			40	60	120	∞
1	6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,287	6,313	6,339	3,366
2	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,4
3	27,2	27,1	26,9	26,7	26,6	26,5	26,4	26,3	26,2	26,1
4	14,5	14,4	14,2	14,0	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5
5	10,1	9,89	9,72	9,55	9,47	9,38	9,29	9,20	9,11	9,02
6	7,87	7,72	7,56	7,40	7,31	7,23	7,14	7,06	6,97	6,88
7	6,62	6,47	6,31	6,16	6,07	5,99	5,91	5,82	5,74	5,65
8	5,81	5,67	5,52	5,36	5,28	5,20	5,12	5,03	4,95	4,86
9	5,26	5,11	4,96	4,81	4,73	4,65	4,57	4,48	4,40	4,31
10	4,85	4,71	4,56	4,41	4,33	4,25	4,17	4,08	4,00	3,91
11	4,54	4,40	4,25	4,10	4,02	3,94	3,86	3,78	3,69	3,60
12	4,30	4,16	4,01	3,86	3,78	3,70	3,62	3,54	3,45	3,36
13	4,10	3,96	3,82	3,66	3,59	3,51	3,43	3,34	3,25	3,17
14	3,94	3,80	3,66	3,51	3,43	3,35	3,27	3,18	3,09	3,00
15	3,80	3,67	3,52	3,37	3,29	3,21	3,13	3,05	2,96	2,87
16	3,69	3,55	3,41	3,26	3,18	3,10	3,02	2,93	2,84	2,75
17	3,59	3,46	3,31	3,16	3,08	3,00	2,92	2,83	2,75	2,65
18	3,51	3,37	3,23	3,08	3,00	2,92	2,84	2,75	2,66	2,57
19	3,43	3,30	3,15	3,00	2,92	2,84	2,76	2,67	2,58	2,49
20	3,37	3,23	3,09	2,94	2,86	2,78	2,69	2,61	2,52	2,42
21	3,31	3,17	3,03	2,88	2,80	2,72	2,64	2,55	2,46	2,38
22	3,26	3,12	2,98	2,83	2,75	2,67	2,58	2,50	2,40	2,31
23	3,21	3,07	2,93	2,78	2,70	2,62	2,54	2,45	2,35	2,26
24	3,17	3,03	2,89	2,74	2,66	2,58	2,49	2,40	2,31	2,21
25	3,13	2,99	2,85	2,70	2,62	2,53	2,45	2,36	2,27	2,17
30	2,98	2,84	2,70	2,55	2,47	2,39	2,30	2,21	2,11	2,01
40	2,80	2,66	2,52	2,37	2,29	2,20	2,11	2,02	1,92	1,80
60	2,63	2,50	2,35	2,20	2,12	2,03	1,94	1,84	1,73	1,60
120	2,47	2,34	2,19	2,03	1,95	1,86	1,76	1,66	1,53	1,38
∞	2,32	2,18	2,04	1,88	1,79	1,70	1,59	1,47	1,32	1,00

Lampiran 6

Distribusi F; α =0,05

V_2	V_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3.09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,06	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2.01	1,94	1,88

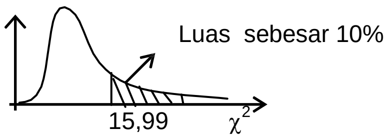
Sumber :Gupta dan Gupta, 1982.

Lampiran 6

Distribusi F; α = 0,05 (Lanjutan)

v_2	v_1									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,08	3,01	2,97	2,93
9	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,88	2,83	2,79	2,75	2,71
10	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,10	2,06	2,02	1,97	1,92
19	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
30	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Lampiran 7



Contoh : Jika v = df = 10
$p(\chi^2 > 15{,}79) = 0{,}10$

Distribusi Chi Kuadrat

df=v	α						
	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,75	0,50
1	$0{,}0^4993$	$0{,}0^3157$	$0{,}0^3982$	$0{,}0^23$	0,0158	0,102	0,455
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	0,575	1,386
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	1,215	2,37
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	1,932	3,36
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	2,67	4,35
6	0,676	0,872	1,257	1,635	2,20	3,45	5,35
7	0,989	1,239	1,690	2,17	2,83	4,25	6,35
8	1,344	1,846	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34
9	1,735	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	10,34
12	3,07	3,57	4,40	5,25	6,30	8,44	11,34
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7.04	9,30	12,34
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,17	13,34
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,04	14,34
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,91	15,34
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	12,79	16,34
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,36	13,68	17,34
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	14,56	18,34
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	15,45	19,34
21	8,30	8,90	10,28	11,59	13,24	16,24	20,3
22	8,64	9,54	10,98	12,43	14,04	17,24	21,3
23	9,26	10,20	11,69	13,34	14,85	18,14	22,3
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	19,04	23,3
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	19,94	24,3
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	20,8	25,3
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	21,7	26,3
28	12,16	13,56	15,31	16,93	18,94	22,7	27,3
29	13,12	14,26	16,05	17,17	19,77	23,6	28,3
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,6	24,5	29,3
40.	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	33,7	39,3
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	42,7	49,3
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	52,3	59,3
70	43,3	45,5	48,8	51,7	55,3	61,7	69,3
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,4	71,1	79,5
90	59,2	61,8	65,6	69,1	75,7	80,6	89,5
100	67,5	70,1	74,4	77,9	82,4	90,1	99,3

Sumber : Mc Clave, Benson dan Sincich, 2008.

Lampiran 7

Distribusi Chi Kuadrat (Lanjutan)

df=v	0,25	0,10			0,01	0,005
1	1,323	2,71	3,84	5,02	6,65	7,88
2	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	4,11	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,53
7	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,3
8	10,22	13,36	15,51	17,35	20,1	22,0
9	11,39	14,68	16,92	19,02	21,7	23,6
10	12,55	15,99	18,31	20,5	23,2	25,2
11	13,70	17,28	19,68	21,9	24,7	26,8
12	14,83	18,55	21,0	23,3	26,2	28,3
13	15,98	19,81	22,4	24,7	27,7	29,8
14	17,12	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	18,25	22,3	25,0	27,5	30,6	32,6
16	19,37	23,5	26,3	28,8	32,0	33,.4
17	20,5	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18	21,6	26,0	28,9	31,3	34,8	37,2
19	22,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	23,8	28,4	31,4	34,2	37,6	4,00
21	24,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	26,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	27,1	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	28,2	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	29,3	34,4	37,7	40,6	44,5	46,9
26	30,4	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	31,5	36,7	40,1	43,2	475	49,6
28	32,6	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	33,7	39,1	42,5	45,7	49,6	52,3
30	34,8	40,3	43,8	47,0	50,9	55,7
40.	45,6	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	56,3	65,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	67,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	77,6	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	88,1	96,6	101,9	106,6	112,3	116,5
90	92,6	1076	115,1	118,1	124,1	128,3
100	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Lampiran 8

Regression

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	jumlah anngota, pendapatan[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: konsumsi

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.969[a]	.939	.878	.553192

a. Predictors: (Constant), jumlah anngota, pendapatan

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	9.388	2	4.694	15.339	.061[a]
	Residual	.612	2	.306		
	Total	10.000	4			

a. Predictors: (Constant), jumlah anngota, pendapatan

b. Dependent Variable: konsumsi

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	1.160	1.282		.904	.461
	pendapatan	.636	.115	1.002	5.518	.031
	jumlah anngota	.156	.153	.184	1.015	.417

a. Dependent Variable: konsumsi

ABJAD YUNANI

Huruf Kecil	Huruf Besar	Nama
α	Α	Alpha
β	Β	Beta
γ	Γ	Gamma
δ	Δ	Delta
ε	Ε	Epsilon
ζ	Ζ	Zeta
η	Η	Eta
θ	Θ	Theta
ι	Ι	Iota
κ	Κ	Kappa
λ	Λ	Lambda
μ	Μ	Mu
ν	Ν	Nu
ξ	Ξ	Xi
ο	Ο	Omicron
π	Π	Pi
ρ	Ρ	Rho
σ	Σ	Sigma
τ	Τ	Tau
υ	ϒ	Upsilon
ϕ	Φ	Phi
χ	Χ	Chi
ψ	Ψ	Psi
ω	Ω	Omega

Sesungguhnya pengetahuan itu luas tanpa batas, tak bertepi,
tak berujung dan tak terukur.
Kemampuan dan pengetahuan kita sangatlah terbatas,
bak sebutir debu dalam padang pasir nan luas.

(Nata Wirawan, 2001)
(Nata Wirawan, 2001)

p

Sesungguhnya apa pun itu, materi, pengetahuan
atau ilmu yang berlebihan
merupakan pupuk perangsang bagi pertumbuhan
kesombongan, kecongkakan dan keegoisan.

(Nata Wirawan, 2010)
(Nata Wirawan, 2010)