

Cara Mudah Memahami

STATISTIKA

EKONOMI dan BISNIS
(STATISTIKA DESKRIPTIF)

Cara Mudah Memahami
STATISTIKA EKONOMI dan BISNIS
(STATISTIKA DESKRIPTIF)
© Nata Wirawan
Edisi Keempat

Penulis : Nata Wirawan

Penerbit : Keraras Emas
Denpasar

Cetakan pertama, Februari 2016

ISBN : 979-99456-2-3

Dilarang memproduksi sebagian atau
seluruh isi buku ini, tanpa ijin tertulis dari penulis

Nata Wirawan

Cara Mudah Memahami

STATISTIKA

EKONOMI dan BISNIS

(STATISTIKA DESKRIPTIF)

Buku 1

Edisi Keempat

Penerbit
Keraras Emas

Kutipan Pasal 44
Sanksi Pelanggaran Undang-undang Hak Cipta

- 1 Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak mengumumkan atau memperbanyak suatu ciptaan atau memberi izin untuk itu, dipidana dengan pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan /atau denda paling banyak Rp 100.000.000,00 (seratus juta rupiah)
- 2 Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 50.000.000,00 (lima puluh juta rupiah).

Cara Mudah Memahami

STATISTIKA

EKONOMI dan BISNIS

(STATISTIKA DESKRIPTIF)

Buku Satu

Edisi Keempat

Oleh

Nata Wirawan

Universitas Udayana

Penerbit

Keraras Emas

Jl. Padma No.107 Denpasar (80238),Bali



Sebagai seorang manusia,
guru utamaku adalah alam di sekitarku.

dan

Sebagai seorang dosen,
guru utamaku adalah mahasiswaku.

(Nata Wirawan, 2012)



Prakata Edisi Keempat

Seperti telah penulis sampaikan pada edisi sebelumnya bahwa buku ini ditulis sebagai buku pengantar bagi mahasiswa ekonomi dan bisnis serta pemakai lainnya. Sejak pertama kali diterbitkannya, tahun 1994, buku ini banyak diminati dan digunakan oleh para mahasiswa maupun pengajar. Saran, koreksi dan ulasan mereka yang konstruktif mengenai edisi-edisi sebelumnya dan edisi ini, menjadikan buku ini suatu naskah yang lebih baik.

Dalam edisi ini, penulis melakukan beberapa perubahan yang berarti berupa penambahan bab, penambahan contoh dan soal-soal latihan. Selain itu penulis juga melakukan pemutakhiran contoh dan soal-soal latihan serta memperkaya aplikasi. Aplikasi diperkaya dalam bidang pariwisata. Aplikasi dalam bidang pariwisata dilakukan dalam semua bab. Walaupun terjadi perubahan yang berarti, namun cara penyajian materi dalam buku ini tetap dipertahankan. Disajikan secara sistematis, mudah dipahami, padat isi, contoh dan soal latihan relatif banyak dan bervariasi. Jumlah bab dalam edisi sebelumnya 10 bab, dalam edisi ini ditambah lagi satu bab sehingga menjadi 11 bab.

Edisi ini dimulai dari Bab 1, Pendahuluan. Selanjutnya Bab 2, Penjumlahan dan Pembulatan; Bab 3, Distribusi frekuensi; Bab 4, Ukuran Nilai Sentral; Bab 5, Ukuran Letak; Bab 6, Ukuran Penyebaran; Bab 7, Ukuran Kemencengan dan Keruncingan Suatu Distribusi; Bab 8, Analisis Deret Waktu; Bab 9, Analisis Regresi dan Korelasi Sederhana, Bab 10 Analisis Regresi dan Korelasi Berganda. Bab terakhir yaitu Bab 11, adalah Angka Indeks.

Jumlah contoh yang bervariasi dan soal-soal latihan yang relatif banyak dan terfokus pada masalah ekonomi dan bisnis, juga tetap dipertahankan. Penambahan contoh dan soal aplikasi dalam bidang pariwisata yang dilakukan dalam semua bab dengan jumlahnya yang memadai menjadikan buku ini lebih sempurna dari edisi sebelumnya. Edisi buku ini diperkaya dengan 132 contoh dan 140 soal-soal latihan yang tersebar di semua bab. Contoh dan soal-soal latihan dalam edisi ini sebagian besar telah dimutakhirkan sesuai perkembangan ekonomi dan bisnis serta pariwisata dewasa ini.

Oleh karena materi yang terkandung dalam buku ini untuk satu semester, maka dari itu kepada kolega dosen disarankan agar Bab 1 sampai dengan Bab 6 diberikan sebagai bahan UTS (Ujian Tengah Semester) dan sisanya yaitu materi Bab 7 sampai dengan Bab 11, dipertimbangkan sebagai bahan UAS (Ujian Akhir Semester).

Penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih kepada rekan sejawat – kolega dosen – yang telah memberikan berbagai saran, masukkan serta dorongan dalam penyusunan edisi-edisi sebelumnya dan naskah edisi ini, yaitu kolega dosen di :

Universitas Udayana

Trunajaya, I Gd
Yuliarmi, Ni Nym.
Saskara, I A. Nym.
Sudarsana Arka
Jember, I Md.
Martini Dewi, Ni P.
Sudiana, I Kt.
Indrajaya, I G.B.
Tisnawati, Ni Md.
Suarjaya, AA Gd.
Sri Artini, L. G.
Eka Sulistyawati
Artha Wibawa, Md.
Nurcaya, Nym.
Rastini, Ni Md.
Triaryarti, Nym.
Sukadana, I Wy.
Paramitha Purwanti, P. A.
Santi Suryantini, Ni P.
Meydianawati, L. G.
Ayu Desi Indrawati
Wiwin Setyari, Ni P.

Universitas Negeri Jakarta

R. Tuty Sariwulan

Universitas Mahasaraswati

Suryani, Ni Nym.
Yusi Pramandari, P.
Lisa Ermawatiningsih, Ni P.
Suarjana, I Wy.
Utami Paramitha, I. A. P

Universitas Hindu Indonesia

Yudhi Wijaya, P.
Sumadi, Ni Km.
Winantra, I Nym.
Dian Putri Agustina, Md.

STP Nusa Dua, Bali

Tuwi, I Wyn.
Tirtawati, Ni Md.
Wirata, I Ngh

STIMI Handayani

Gunastri, Ni Md.
Oka Pradnyana, I G.G.

Universitas Pendidikan Ganesha

Pradana Adiputra, I Md.
Ary Surya Darmawan, Nym.
Rai Suwena, Kd.
Rudy Irwansyah
Anintia Terisna Sari, Ni Md.
Trisna Herawati, Nym.
Sri Werastuti, Desak Nym.
Sukma Kurniawan, P.
Aristia Prayudi, Md.

Universitas Mataram

Karismawan, I P.
Masrun
Satarudin

Universitas Warmadewa

Suyatna Yasa, Putu Ngrh.
Jamin Yasa, I Md.
Sri Purnami, A.A.
Darma I Kt.
Jayawarsa, A. A.Kt.
Ita Sivia Asita Azis

Universitas Pendidikan Nasional

Rasmen Adi, Nym
Sri Subawa, Nym
Rai Mahaputra, I D.Md.
Taun, Nym
Pradnyani Dewi, I G.A.A
Irma Yunita, P.

Politenik Negeri Bali

Wijana, I Md.
Putri Suardani, A.A
Dewinta Ayuni, Ni Wy.
Triyuni, Ni Nym.
Wijaya, I Ngh
Eka Armoni, Ni L.
Suja, I Kt.
Mas Krisna Komala Sari, I G. A.
Sadnyana Putra, I G.A.
Sumajaya, Gd.
Bagus Mataram, I G.A
Putrana, I Wy.
Jemmy Waciko, Kd
Tri Tanami Sukraini

Universitas Tabanan

Rastana, D.M.
Terimajaya, I Wy.

STIKOM Bali

Putra Ratu Asmara, A.A.G.A
Putri Srinadi, N. L.

Universitas Panji Sakti

Adi Mekar Sari, Ni K.

Demikian juga, kepada para pengajar dan pemakai buku ini yang namanya belum disebutkan dalam prakata edisi ini, penulis tak lupa juga mengucapkan terima kasih.

Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Bapak Prof. Made Suyana Utama dan Prof. Made Kembar Sri Budhi atas dorongan yang begitu kuat dan sumbangan pemikirannya dalam penulisan edisi buku ini. Secara khusus pula kami berterima kasih kepada korektor buku ini dan staf Penerbit Keraras Emas Denpasar yang menjadikan buku ini lebih sempurna dari edisi sebelumnya. Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Saudara Gde Aryantha Soethama atas kepiawaiannya dalam *me- layout* isi dan mendisain kulit buku ini.

Akhirnya penulis menyadari buku ini jauh dari sempurna, di atas langit ada langit lagi, oleh karenanya kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca dan pemakai buku ini, penulis akan terima dengan senang hati. Sementara segala kekurangan dan kesalahan yang terdapat dalam buku ini sepenuhnya bersumber dan menjadi tanggung jawab penulis.

Denpasar, Februari 2016

NW

Prakata Edisi Ketiga

(Cetakan ke-2)

Dalam edisi ketiga buku ini, penulis melakukan penyesuaian judul buku dari judul semula yaitu “Cara Mudah Memahami Statistik 1 (Statistik Deskriptif), untuk Ekonomi dan Bisnis “ menjadi “Cara Mudah Memahami Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Deskriptif), Buku 1”. Seperti telah penulis sampaikan pada edisi sebelumnya bahwa buku ini ditulis sebagai buku pengantar bagi mahasiswa ekonomi dan pemakai lainnya. Sejak pertama kali diterbitkannya, tahun 1994, buku ini banyak diminati dan digunakan oleh para mahasiswa ekonomi maupun pengajar. Saran saran, koreksi dan ulasan mereka yang konstruktif mengenai edisi-edisi sebelumnya dan edisi ini, menjadikan buku ini suatu naskah yang lebih baik.

Dalam edisi ini, jumlah bab dan cara penyajiannya tetap dipertahankan namun di sejumlah bab terdapat pengurangan dan penambahan sub bab. Jumlah bab tetap 10 bab. Bab 1, Pendahuluan; Bab 2, Penjumlahan dan Pembulatan; Bab 3, Distribusi frekuensi; Bab 4, Ukuran Nilai Sentral; Bab 5, Ukuran Letak; Bab 6, Ukuran Penyebaran; Bab 7, Ukuran Kemencengan dan Keruncingan Suatu Distribusi; Bab 8, Analisis Deret Waktu; Bab 9, Analisis Regresi dan Korelasi Sederhana, dan Bab 10, Angka Indeks.

Dalam Bab 8, sub bab, merubah persamaan tren, tidak dibahas lagi mengingat periode waktu kejadian ekonomi dan bisnis dewasa ini sudah tercatat lebih detail; bukan tahunan, semesteran, kuartalan, triwulanan, bulanan lagi, bahkan telah tercatat dalam periode waktu yang jauh lebih kecil yaitu menitan atau detikan. Dalam Bab 10 ditambahkan sub bahasan merangkai angka indeks, yang sangat berguna di dalam membandingkan dua angka indeks atau lebih (yang berasal dari dua atau lebih rangkaian angka indeks) yang masing-masing tahun dasarnya berbeda.

Jumlah contoh soal yang bervariasi dan soal-soal latihan yang relatif banyak dan yang terfokus pada masalah ekonomi dan bisnis, juga tetap dipertahankan. Edisi buku ini diperkaya dengan 115 contoh dan 111 soal-soal latihan yang tersebar di semua bab. Contoh dan soal-soal latihan dalam edisi ini sebagian besar telah dimutakhirkan sesuai perkembangan ekonomi dan bisnis dewasa ini.

Oleh karena materi yang terkandung dalam buku ini untuk satu semester, maka dari itu kepada kolega dosen disarankan agar Bab 1 sampai dengan Bab 6 diberikan sebagai bahan UTS (Ujian Tengah Semester) dan sisanya yaitu materi Bab 7 sampai dengan Bab 10, dipertimbangkan sebagai bahan UAS (Ujian Akhir Semester).

Penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih kepada rekan sejawat – kolega dosen – yang telah memberikan berbagai saran, masukkan serta dorongan dalam penyusunan edisi-edisi sebelumnya dan naskah edisi ini, yaitu kolega dosen di :

Universitas Udayana

Trunajaya, I Gede
Yuliarmi, Ni Nyoman
Saskara, I A. Nyoman
Sudarsana Arka
Jember, I Made
Martini Dewi, Ni Putu
Sudiana, I Ketut
Indrajaya, I G.B.
Tisnawati, Ni Made
Suarjaya, AA Gede
Sri Artini, L. Gde
Eka Sulistyawati
Agoes Ganesha, R.
Artha Wibawa, I Made
Nurcaya, I Nyoman
Rastini, Ni Made
Triaryarti, Nyoman
Sukadana, I Wayan
Paramitha Purwanti, P. A.
Santi Suryantini, Ni Putu
Meydianawati, L. Gde
Ayu Desi Indrawati
Wiwin Setyari, Ni Putu

Universitas Mahasaraswati

Suryani, Ni Nyoman
Yusi Pramandari, Putu
Lisa Ermawatiningsih, Ni Putu
Suarjana, I Wayan
Utami Paramitha, I. A. P
Dian Putri Agustina, Made

Universitas Hindu Indonesia

Yudhi Wijaya, I Putu
Sumadi, Ni Komang.
Winantra, I Nyoman

STIMI Handayani

Gunastri, Ni Made
Oka Pradnyana, I G.G.

Universitas Tabanan

Rastana, Dewa Made
Terimajaya, I Wayan

Universitas Panji Sakti

Adi Mekar Sari, Ni K.

Universitas Pendidikan Ganesha

Pradana Adiputra, I Made
Ary Surya Darmawan, Nyoman
Rai Suwena, Kadek
Rudy Irwansyah
Anintia Terisna Sari, Ni Made
Trisna Herawati, Nyoman
Sri Werastuti, Desak Nyoman
Sukma Kurniawan, Putu.
Aristia Prayudi, Made

Universitas Mataram

Karismawan, I Putu
Masrun
Satarudin

Universitas Negeri Jakarta

R. Tuty Sariwulan

Universitas Warmadewa

Suyatna Yasa, I Putu Ngurah
Jamin Yasa, I Made
Sri Purnami, A.A.
Darma I Ketut
Jayawarsa, A. A.Ketut
Ita Sivia Asita Azis

Politenik Negeri Bali

Wijana, I Made
Putri Suardani, A.A
Dewinta Ayuni, Ni Wayan
Triyuni, Ni Nyoman
Wijaya, I Ngh
Eka Armoni, Ni Luh
Suja, I Ketut
Mas Krisna Komala Sari, I G. A.
Sadnyana Putra, I G.A.
Sumajaya, Gede
Bagus Mataram, I G. A
Putrana, I Wayan
Jimmy Waciko, Kade
Tri Tanami Sukraini

STIKOM Bali

Putra Ratu Asmara, A.A.G.A
Putri Srinadi, N. L.

Demikian juga, kepada para pengajar dan pemakai buku ini yang namanya belum disebutkan dalam prakata edisi ini, penulis tak lupa juga mengucapkan terima kasih.

Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Bapak Prof. Made Suyana Utama dan Prof. Made Kembar Sri Budhi atas dorongan dan sumbangan pemikirannya dalam penulisan edisi buku ini. Secara khusus pula kami berterima kasih kepada korektor buku ini dan staf Penerbit Keraras Emas Denpasar yang menjadikan buku ini lebih sempurna dari edisi sebelumnya. Terima kasih yang tulus dan khusus disampaikan kepada Saudara Gde Aryantha Soethama atas kepiawaiannya dalam *me-lay out* isi dan mendisain kulit buku ini.

Akhirnya penulis menyadari buku ini jauh dari sempurna, di atas langit ada langit lagi, oleh karenanya kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca dan pemakai buku ini, penulis akan terima dengan senang hati. Sementara segala kekurangan dan kesalahan yang terdapat dalam buku ini sepenuhnya bersumber dan menjadi tanggung jawab penulis.

Denpasar, Agustus 2014

NW

DAFTAR ISI

Prakata Edisi Ketiga viii

Prakata Edisi Keempat xi

BAB 1	PENDAHULUAN	1
1.1	Pengantar	1
1.2	Pengertian Statistik	1
1.3	Tahapan Kegiatan Metode Statistik	2
1.4	Statistika Deskriptif dan Statistika Inferensia	4
1.5	Fungsi dan Kegunaan Statistika	4
1.6	Data, Populasi dan Sampel	5
1.7	Statistik Sampel dan Parameter Populasi	6
1.8	Penggolongan Data Statistik	6
1.9	Variabel	10
1.10	Penyajian Data Statistik	10
	Soal-soal Latihan	17
BAB 2	PENJUMLAHAN DAN PEMBULATAN	22
2.1	Pengantar	22
2.2	Penjumlahan dengan Notasi S	22
2.3	Pembulatan Bilangan	26
	Soal-soal Latihan	27
BAB 3	DISTRIBUSI FREKUENSI	30
3.1	Pengantar	30
3.2	Penyusunan Data Secara Sistematis	31
3.3	Distribusi Frekuensi	32
3.4	Penyusunan Distribusi Frekuensi Numerikal	34
3.5	Bagian-bagian Tabel Frekuensi	38
3.6	Syarat-Syarat Tabel Frekuensi yang Baik	41
3.7	Penyusunan Tabel Frekuensi Kategorikal	43
3.8	Distribusi Frekuensi Relatif	44
3.9	Distribusi Frekuensi Kumulatif	45
3.10	Grafik Distribusi Frekuensi	48
3.11	Kurva Frekuensi	49
	Soal-soal Latihan	51
BAB 4	UKURAN NILAI SENTRAL	56
4.1	Pengantar	56
4.2	Batasan dan Macam Nilai Sentral	57
4.3	Rata-rata Hitung	57
4.3.1	Rata-rata Hitung Sederhana	57
4.3.2	Rata-rata Hitung Tertimbang	69

4.4	Rata-rata Hitung Gabungan	74
4.5	Median	77
4.6	Modus	84
4.7	Kebaikan dan Kelemahan Mean, Median, dan Modus	88
4.8	Hubungan Mean, Median dan Modus	88
4.9	Ukuran Nilai Sentral Lainnya	95
4.9.1	Rata-rata Ukur	95
4.9.2	Rata-rata Harmonis	98
	Soal-soal Latihan	102
BAB 5	UKURAN LETAK	112
5.1	Pengantar	112
5.2	Batasan Ukuran Letak	112
5.3	Kuartil	113
5.4	Desil	118
5.5	Persentil	122
5.6	Ukuran Letak Data Belum Dikelompokkan dengan Letak Bukan Bilangan Bulat	129
	Soal-soal Latihan	131
BAB 6	UKURAN PENYEBARAN	136
6.1	Pengantar	136
6.2	Pengertian dan Batasan Ukuran Penyebaran	137
6.3	Ukuran Penyebaran Absolut	137
6.3.1	Range	137
6.3.2	Deviasi kuartil	139
6.3.3	Deviasi Rata-rata	140
6.3.4	<i>Variansi</i> dan Deviasi standar	142
6.4	Ukuran Penyebaran Relatif	152
6.4.1	Koefisien Variasi	152
6.4.2	Ukuran Penyebaran Relatif Lainnya	155
6.5	Dalil Chebyshev	155
6.6	Kaidah Empirik	157
6.7	Angka Baku	158
6.7.1	Menentukan Peringkat Relatif	159
6.7.2	Mendeteksi Data Ekstrem (<i>Outlier</i>)	160
	Soal-soal Latihan	162
BAB 7	UKURAN KEMENCENGAN DAN KERUNCINGAN SUATU DISTRIBUSI	166
7.1	Pengantar	166
7.2	Ukuran Kemencengan	167
7.2.1	Koefisien Skewness	167
7.2.2	Koefisien Momen Ketiga	172
7.3	Ukuran Keruncingan	173
	Soal-soal Latihan	176

BAB 8	ANALISIS DERET WAKTU	179
8.1	Pengantar	179
8.2	Pengertian Data dan Analisis Deret Waktu	179
8.3	Komponen Deret Waktu	181
8.4	Tren Linear	184
8.4.1	Persamaan Tren Linear	185
8.4.2	Metode Penentuan Tren Linear	185
8.5	Metode Kuadrat Terkecil	196
8.6	Tren Tan - Linear	202
8.6.1	Tren Parabola	202
8.6.2	Tren Eksponensial	205
8.7	Pedoman Memilih Tren	208
8.8	Variasi Musim	209
8.9	Metode Perhitungan Indeks Musim	211
8.9.1	Metode Rata-rata Sederhana	212
8.9.2	Metode Relatif Berantai	213
8.9.3	Metode Rasio Terhadap Rata-rata Bergerak	216
	Soal-soal Latihan	219
BAB 9	ANALISIS REGRESI DAN KORELASI SEDERHANA	224
9.1	Pengantar	224
9.2	Pengertian Regresi	224
9.3	Regresi Linear Sederhana : Metode Kuadrat Terkecil	227
9.4	Interpretasi Terhadap Nilai Koefisien Regresi	228
9.5	Menaksir Nilai Variabel Terikat Y	229
9.6	Kesalahan Baku dari Dugaan	232
9.7	Koefisien Determinasi	235
9.8	Analisis Korelasi	238
9.8.1	Koefisien Korelasi Melalui Analisis Regresi	238
9.8.2	Koefisien Korelasi Tanpa Analisis Regresi	239
9.9	Interpretasi Terhadap Nilai Koefisien Korelasi	240
9.10	Korelasi Peringkat	247
	Soal-soal Latihan	251
BAB 10	REGRESI DAN KORELASI LINEAR BERGANDA	257
10.1	Pengantar	257
10.2	Model Regresi Dua Variabel Bebas	257
10.3	Interpretasi Terhadap Nilai b_0 , b_1 dan b_2	258
10.4	Kesalahan Baku Pendugaan	259
10.5	Koefisien Determinasi dan Koefisien Korelasi	263
10.6	Menaksir Variabel Terikat Y	264
10.7	Pelaporan Hasil-hasil Analisis Regresi	265
	Soal-soal Latihan	270
BAB 11	ANGKA INDEKS	272
11.1	Pengantar	272
11.2	Pengertian Angka Indeks	272

11.3	Jenis-jenis Angka Indeks	274
11.4	Masalah Pokok dalam Penyusunan Angka Indeks	275
11.5	Metode Perhitungan Angka Indeks	277
11.6	Angka Indeks Tidak Tertimbang	278
11.6.1	Angka Indeks Gabungan Sederhana	278
	■ Angka indeks harga	278
	■ Angka Indeks Kuantitas	281
11.6.2	Angka Indeks Relatif	284
	■ Angka indeks harga	284
	■ Angka indeks kuantitas	286
11.6.3	Angka Indeks Rata-rata Relatif	286
	■ Angka indeks harga	286
	■ Angka indeks kuantitas	288
	■ Angka indeks nilai	288
11.7	Angka Indeks Tertimbang	288
11.7.1	Angka Indeks Harga Gabungan	288
	■ Angka indeks harga Laspeyres	288
	■ Angka indeks harga Paasche	289
	■ Angka indeks harga Irving Fisher	289
	■ Angka indeks Drobisch	289
	■ Angka indeks harga Marshall-Edgeworth	289
11.7.2	Angka Indeks Harga Rata-rata Tertimbang Relatif	292
11.8	Angka Indeks Berantai	294
11.8.1	Indeks Harga Relatif Berantai	294
11.8.2	Angka Indeks Tertimbang Berantai	295
11.9	Peggeseran Tahun Dasar	296
11.10	Merangkai Angka Indeks	298
11.11	Angka Indeks Untuk Proses Deflasi	300
	Soal-soal Latihan	304

DAFTAR PUSTAKA 308

1 PENDAHULUAN

1.1 Pengantar

Dalam bab ini akan diuraikan tentang pengetahuan dasar statistik. Pengetahuan dasar statistik yang akan diuraikan dalam bab ini yaitu tentang pengertian statistik (statistik dalam artian data dan statistik dalam artian metode atau statistika), tahapan kegiatan metode statistik, statistika deskriptif dan statistika Inferensia, fungsi dan kegunaan statistik, data-populasi-sampel, statistik sampel dan parameter populasi, penggolongan data dan penyajian data. Selain itu, juga diuraikan mengenai variabel.

Tujuan bab ini Setelah mempelajari bab ini diharapkan peserta didik (mahasiswa) mempunyai pengetahuan dasar statistik dan mampu menyajikan data dalam bentuk tabel, grafik atau diagram.

1.2 Pengertian Statistik

Kata “statistik” berasal dari kata *status* (bahasa latin) yang memiliki persamaan arti dengan kata *state* (bahasa Inggris). Kedua kata tersebut dalam bahasa Indonesia diterjemahkan dengan **negara**. Pada awalnya kata “**statistik**” diartikan sebagai kumpulan keterangan baik yang berbentuk angka-angka maupun kumpulan keterangan yang tidak berbentuk angka-angka yang memiliki arti penting dan kegunaan besar bagi suatu negara.

Namun pada perkembangan selanjutnya “**statistik**” diartikan sebagai kumpulan keterangan yang berbentuk angka saja (data kuantitatif) yang da-

pat memberikan gambaran mengenai keadaan, peristiwa atau gejala tertentu. Misalnya statistik penduduk, statistik perdagangan, statistik pendidikan, statistik tenaga kerja, statistik hasil pertanian dan yang lainnya. Statistik penduduk yaitu kumpulan keterangan berbentuk angka yang berkaitan dengan kegiatan di bidang kependudukan, misalnya seperti: jumlah penduduk, rata-rata umur penduduk, angka kelahiran, angka kematian dan yang lainnya. Statistik pendidikan yaitu kumpulan keterangan yang berbentuk angka yang berkaitan dengan kegiatan di bidang pendidikan, misalnya seperti: jumlah peserta didik, jumlah tenaga pengajar, jumlah lulusan, jumlah gedung sekolah, jumlah perguruan tinggi dan yang lainnya.

Kumpulan keterangan yang berbentuk angka seperti yang dijelaskan di atas disebut **(data) statistik**. Pengertian statistik sebagai data statistik merupakan pengertian statistik dalam arti sempit. Dalam arti luas statistik diartikan sebagai berikut: **Statistik** adalah cabang ilmu pengetahuan yang mempelajari cara-cara atau metode pengumpulan, penyajian, analisis, interpretasi dan pengambilan kesimpulan dari suatu data, sehingga data tersebut dapat memberikan pengertian atau makna tertentu. Statistik dalam arti luas disebut juga metode statistik (statistika). Jadi statistik memiliki dua arti yaitu statistik dalam arti sempit (data statistik atau statistik saja) dan statistik dalam arti luas (metode statistik atau statistika).

1.3 Tahapan Kegiatan Metode Statistik

Tahapan kegiatan statistik sebagai metode, dibagi menjadi lima tahapan yaitu: (1) pengumpulan data (*collection of data*), (2) penyusunan data (*organization of data*), (3) pengumuman data (*presentation of data*), (4) analisis data (*analysis of data*), dan (5) interpretasi data (*Interpretation of data*).

■ Pengumpulan data

Pengumpulan data, merupakan tahap awal dari kegiatan statistik. Data dapat dikumpulkan melalui dua cara, yaitu: (1) cara sensus dan (2) cara sampel.

Cara sensus. Cara sensus adalah cara mengumpulkan data dengan jalan meneliti seluruh anggota yang menjadi obyek penelitian. Dengan kata lain, cara sensus adalah pencatatan data secara menyeluruh terhadap anggota yang menjadi obyek penelitian, tanpa kecuali. Seluruh anggota yang menjadi obyek penelitian disebut **populasi**. Oleh karena seluruh anggota yang menjadi obyek penelitian harus diteliti, terutama bagi populasi yang berukuran besar, pengumpulan data dengan cara sensus sudah barang tentu memerlukan banyak waktu, tenaga dan biaya. Disamping itu, dalam pengujian (penelitian) yang sifatnya merusak, cara sensus tidak mungkin dilakukan. Inilah beberapa kelemahan dari cara sensus. Sedangkan kebaikan dari cara sensus yaitu hasil yang diperoleh merupakan data (nilai karakteristik) yang sebenarnya (*true value*).

Cara sampel (sampling). Cara sampel adalah cara pengumpulan data dengan jalan meneliti sebagian kecil dari seluruh anggota yang menjadi obyek penelitian. Dengan kata lain, sampling adalah cara mengumpulkan data dengan mencatat atau memilih sampelnya saja. Hasil yang diperoleh dari cara

sampel ini merupakan data perkiraan (*estimate value*), dan berdasarkan data perkiraan dari sampel ini, dapat ditaksir (diperkirakan) karakteristik atau sifat-sifat sesungguhnya dari populasi yang sedang diteliti. Untuk memperoleh nilai perkiraan yang baik, sampel tersebut harus bersifat representatif (mencerminkan atau mewakili populasi). Untuk memperoleh sampel yang representatif, ada suatu metode atau tata cara untuk itu, yang disebut metode penarikan sampel (metode sampling), perihal ini akan dibahas pada buku 2 (statistika inferensia).

Oleh karena pengambilan anggota obyek penelitian hanya sebagian saja, maka pengumpulan data dengan cara sampel ini, lebih hemat dibandingkan dengan cara sensus, baik dari segi waktu, biaya dan tenaga. Inilah salah satu kebaikan cara sampel. Sedangkan kelemahannya yaitu bila sampel tersebut tidak representatif, maka kesimpulan yang dikenakan terhadap populasi akan tidak sesuai dengan kenyataan yang terdapat pada populasi alias bias. Walaupun pengumpulan data dengan cara sampel lebih hemat dari cara sensus, akan tetapi adakalanya pengumpulan data dengan cara sensus tidak dapat dihindari. Misalnya, untuk mengetahui jumlah penduduk suatu negara atau suatu daerah pada tahun tertentu, tidak mungkin dengan cara sampel akan tetapi dengan cara sensus.

■ Penyusunan data

Data yang telah dikumpulkan, selanjutnya disusun teratur agar dapat dengan mudah dibaca dan dilihat secara visual. Kegiatan penyusunan data ini melalui tiga (3) tahapan, yaitu: (1) mengedit, (2) mengklasifikasi dan (3) tabulasi data.

Mengedit data adalah memeriksa kembali daftar pertanyaan yang telah diisi, untuk mengetahui apakah daftar pertanyaan itu telah diisi dengan benar atau sudah sesuai dengan yang dimaksud dalam penelitian itu.

Mengklasifikasi data adalah memisah-misahkan data yang telah diedit atas dasar sifat-sifat yang dimiliki oleh data.

Tabulasi adalah mengelompokkan data sesuai dengan sifat-sifat data yang telah ditentukan dalam susunan kolom dan baris (matriks), sehingga data tersebut mudah ditarik kesimpulannya.

■ Pengumuman data

Pengumuman data dimaksudkan agar data yang telah disusun dapat disebar luaskan dan mudah dilihat secara visual. Agar data tersebut dapat mudah dibaca dan dilihat secara visual, maka data tersebut dapat disajikan dalam bentuk tabel, grafik dan diagram.

■ Analisis data

Data yang telah dikumpulkan dan disusun, selanjutnya dianalisis, dari hasil analisis ini akan diperoleh gambaran keseluruhan dari data yang telah dikumpulkan

■ Interpretasi data

Gambaran keseluruhan dari data yang telah dikumpulkan perlu di

interpretasi dengan baik, agar diperoleh suatu kesimpulan yang benar

1.4 Statistika Deskriptif dan Statistika Inferensia

Berdasarkan tingkat pekerjaannya (tahapan kegiatan statistik), statistik sebagai ilmu pengetahuan atau metode dapat dibedakan menjadi dua bagian, yaitu: (1) Statistika deskriptif, dan (2) Statistika inferensia

■ Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif atau statistika deduktif adalah statistika yang tingkat pekerjaannya mencakup cara-cara pengumpulan, menyusun atau mengatur, mengolah, menyajikan dan menganalisis data angka, agar dapat memberikan gambaran yang teratur, ringkas dan jelas, mengenai keadaan, peristiwa atau gejala tertentu sehingga dapat ditarik pengertian atau makna tertentu. Dengan kata lain, statistika deskriptif ini hanya menggambarkan atau mendeskripsikan karakteristik atau sifat-sifat yang dimiliki oleh sekelompok atau serangkaian data (baik itu data sampel maupun data populasi), tanpa melakukan generalisasi (yaitu menarik suatu kesimpulan umum berdasarkan informasi data sampel yang dikenakan kepada populasi induknya).

■ Statistika Inferensia

Statistika inferensia atau statistika induktif adalah statistika yang menyediakan aturan atau metode yang dapat digunakan untuk membuat ramalan, membuat taksiran dan mengambil simpulan yang bersifat umum dari sekumpulan data (data sampel) yang dipilih secara acak dari seluruh data yang menjadi subyek kajian (populasi). Dua tujuan utama dari statistika inferensia yaitu pendugaan parameter populasi dan pengujian hipotesis tentang parameter populasi. Teori peluang memegang peranan penting dalam statistika Inferensia. Statistika inferensia sifatnya lebih mendalam dan merupakan tindak lanjut dari statistika deskriptif. Statistika deskriptif merupakan dasar dari ilmu statistik secara keseluruhan. Oleh karena itu untuk dapat mempelajari atau memahami statistika inferensia, seseorang harus terlebih dahulu mempelajari statistika deskriptif.

1.5 Fungsi dan Kegunaan Statistika

Dalam dunia ekonomi dan bisnis, statistik memiliki fungsi sebagai alat bantu, terutama bagi pelaku ekonomi dan bisnis, dan bagi pembuat keputusan. Sebagai alat bantu, statistik membantu pelaku dan pembuat keputusan untuk mengumpulkan, mengolah, menganalisis dan menyimpulkan hasil yang telah dicapai dalam kegiatan tertentu, khususnya di bidang ekonomi dan bisnis.

Bagi pelaku ekonomi dan bisnis terutama bagi pembuat keputusan, statistika juga memiliki kegunaan yang cukup besar. Dengan menggunakan statistika sebagai alat bantu, maka berdasarkan pada data yang diperoleh itu,

- 1 Pelaku ekonomi dan bisnis/pembuat keputusan akan memperoleh gambaran tentang kejadian, gejala atau keadaan dunia ekonomi dan bisnis baik gambaran secara khusus maupun gambaran secara umum.
- 2 Pelaku ekonomi dan bisnis/pembuat keputusan akan dapat mengikuti perkembangan mengenai kejadian, gejala atau keadaan dunia ekono-

- mi dan bisnis dari waktu ke waktu.
- 3 Pelaku ekonomi dan bisnis/pembuat keputusan akan dapat menyusun laporan yang berupa data kuantitatif dengan teratur, ringkas dan jelas
 - 4 Pelaku ekonomi dan bisnis/pembuat keputusan dapat mengetahui, apakah gejala ekonomi dan bisnis yang satu ada hubungannya dengan gejala yang lainnya.
 - 5 Pelaku ekonomi dan bisnis/pembuat keputusan akan dapat melakukan pengujian, menarik kesimpulan dan mengambil keputusan terhadap suatu gejala ekonomi dan bisnis, serta dapat menaksirkan atau meramalkan hal-hal yang bakal terjadi di masa mendatang, yang dapat dipertanggung jawabkan secara ilmiah.

1.6 Data, Populasi dan Sampel

Data. Dimuka telah diuraikan bahwa yang dimaksudkan dengan data adalah kumpulan keterangan mengenai keadaan, kejadian atau gejala tertentu, baik yang berbentuk angka maupun yang tidak berbentuk angka. Yang dimaksudkan dengan “data” dalam buku ini selanjutnya adalah **data statistik**. Data statistik adalah kumpulan keterangan mengenai keadaan, kejadian atau gejala tertentu yang berupa angka saja. Dengan kata lain, data statistik adalah data berupa angka (data kuantitatif). Sedangkan kumpulan keterangan mengenai keadaan, kejadian atau gejala tertentu yang tidak berupa angka (yang disebut data kualitatif) akan menjadi data statistik (data kuantitatif) setelah dilakukan kuantifikasi yaitu dengan cara memberi kode atau label.

Apakah setiap angka atau bilangan dapat disebut data statistik? Secara singkat jawabannya tentu saja: tidak. Sebuah angka (bilangan) dapat disebut data statistik, bila angka tersebut memenuhi persyaratan tertentu, yaitu bahwa angka yang dimaksud haruslah *menunjukkan suatu ciri dari suatu penelitian yang bersifat agregatif serta mencerminkan suatu kegiatan dalam bidang atau lapangan tertentu*. Yang dimaksud disini dengan penelitian agregatif adalah (1) bahwa penelitian itu boleh hanya mengenai satu individu saja, akan tetapi penelitian terhadap karakteristik tertentu dari individu tersebut harus dilakukan lebih dari satu kali (berulang-ulang), dan (2) bahwa penelitian terhadap karakteristik tertentu dari individu tersebut hanya dilakukan satu kali saja, akan tetapi yang diteliti harus lebih dari satu individu.

Populasi. Populasi adalah kumpulan dari seluruh elemen (unit atau individu) sejenis yang dapat dibedakan yang menjadi obyek penyelidikan atau penelitian. Unit (individu) yang menjadi obyek penyelidikan dan yang karakteristiknya ingin diketahui disebut satuan penelitian atau unit elementer. Sebagai elemen atau obyek penelitian dapat berupa orang, lembaga atau organisasi, barang, besaran dan yang lainnya. Sedangkan yang dimaksudkan dengan karakteristik dari elemen/obyek penelitian tersebut adalah ciri-ciri, sifat-sifat atau hal-hal yang dimiliki oleh elemen (obyek) penelitian tersebut. Keterangan-keterangan yang berkaitan dengan karakteristik yang dikumpulkan dari obyek penelitian itu akan membentuk data statistik. Dalam suatu penelitian, populasi sepenuhnya ditentukan oleh si peneliti. Populasi harus diberikan batasan yang tegas. Ukuran populasi mengikuti luas daerah penelitian. Semakin luas daerah penelitian maka ukuran populasi akan menjadi semakin besar.

Sampel. Sampel adalah bagian (sebagian kecil) dari populasi yang karakteristiknya hendak diselidiki.

1.7 Statistik Sampel dan Parameter Populasi

Berkaitan dengan statistika inferensia yaitu pengujian hipotesis dan pendugaan parameter populasi, terdapat dua istilah penting yang berkaitan yaitu: statistik dan parameter. Statistik dalam hal ini adalah ukuran-ukuran yang menyatakan karakteristik atau sifat-sifat dari suatu sampel, seperti antara lain: rata-rata sampel (\bar{x}), simpangan baku sampel (s), koefisien korelasi sampel (r), koefisien model regresi sampel (b), proporsi sampel (\hat{p}), beda dua rata-rata sampel ($x_1 - x_2$), dan beda dua proporsi sampel ($\hat{p}_1 - \hat{p}_2$).

Parameter adalah ukuran-ukuran yang menyatakan karakteristik atau sifat-sifat dari suatu populasi, seperti antara lain: rata-rata populasi (μ), simpangan baku populasi (σ), koefisien korelasi populasi (ρ), koefisien model regresi populasi (β), proporsi populasi (P), beda dua rata-rata populasi ($\mu_1 - \mu_2$), dan beda dua proporsi populasi ($P_1 - P_2$).

1.8 Penggolongan Data Statistik

Sebagai kumpulan keterangan yang berbentuk angka (bilangan), data statistik dapat dibedakan dalam beberapa golongan, tergantung dari sudut pandang pembedaan itu dilakukan.

1 Berdasarkan cara memperolehnya

Ditinjau dari segi cara memperolehnya, data statistik dapat dibedakan menjadi dua golongan yaitu: data primer dan data sekunder.

Data primer. Data primer adalah data yang dikumpulkan dan diolah sendiri oleh suatu badan atau individu secara langsung dari obyeknya.

Contohnya, seorang periset ingin mengetahui pendapat siswa SMA di sebuah sekolah pada periode waktu tertentu, terhadap rencana diberikan pendidikan seks di sekolah tersebut. Untuk memperoleh data mengenai hal itu, periset harus mengadakan penelitian secara langsung terhadap sebagian atau seluruh siswa SMA yang dimaksud. Sebagai salah satu alat pengumpulan data, periset dapat menggunakan daftar pertanyaan. Informasi yang dijarah melalui daftar pertanyaan ini dikumpulkan dan diolah untuk menghasilkan data sesuai dengan tujuan penelitiannya. Misalnya, hasilnya menunjukkan bahwa dari sampel acak 200 siswa SMA, 60 persen dari mereka menyatakan setuju dan sisanya lagi 40 persen menyatakan tidak setuju.

Contoh lainnya, Anda ingin mengetahui bagaimana penilaian pelanggan PLN terhadap layanan pihak PLN di sebuah kota, pada periode waktu tertentu. Untuk memperoleh data mengenai hal itu (bila pihak lain belum pernah melakukan penelitian mengenai hal itu, di kota tersebut pada periode waktu yang dimaksud), Anda harus melakukan penelitian secara langsung terhadap sebagian atau seluruh konsumen pengguna jasa/ pelanggan PLN yang ada di kota tersebut. Misalnya, dari 300 sampel acak pelanggan PLN ternyata 90 pelanggan (30 persen) menyatakan sangat memuaskan, 120 pelanggan (40 persen) menyatakan puas, 60 pelanggan (20 persen) menyatakan cukup puas, dan 30 pelanggan (10 persen) menyatakan kurang puas.

Data sekunder. Data sekunder adalah data yang diperoleh dalam bentuk sudah jadi, sudah dikumpulkan dan diolah oleh pihak lain atau telah dipublikasikan oleh pihak lain. Contohnya, data mengenai penduduk Indonesia. Penduduk Indonesia pada tahun 1990 sebanyak 178,5 juta, Tahun 2000 sebanyak 205,1 juta dan pada tahun 2010 sebanyak 237,6 juta jiwa. Data tersebut dapat diperoleh dari Badan Pusat Statistik Jakarta. Data tersebut telah dikumpulkan dan telah dipublikasikan oleh pihak BPS (Biro Pusat Statistik). Contoh lainnya, adalah data mengenai jumlah mahasiswa yang di terima per jurusan di sebuah fakultas ekonomi tahun akademis 2010/2011, misalnya Jurusan Ekonomi Pembangunan 70 orang, Jurusan Manajemen 150 orang dan Jurusan Akuntansi 200 orang. Data ini dapat diperoleh di bagian akademis fakultas/universitas. Pihak fakultas/universitas telah mencatatnya.

2 Berdasarkan waktu pengumpulannya

Ditinjau dari segi waktu pengumpulannya, data statistik dapat dibedakan menjadi dua golongan, yaitu: (1) **data seketika** dan (2) **data berkala**.

Data seketika (*cross section data*). Data seketika atau data silang tempat adalah data yang dikumpulkan pada waktu tertentu yang dapat menggambarkan keadaan/karakteristik obyek penelitian pada waktu penelitian itu dilakukan.

Contohnya: 1) Pendapatan per kapita penduduk Indonesia Tahun 2010 (atas dasar harga konstan) sebesar 9,723 juta rupiah. 2) Indeks harga perdagangan bahan bangunan pada Tahun 2007 dan 2010 masing-masing sebesar 232 dan 191. 3) Pengeluaran rata-rata per kapita sebulan penduduk Indonesia Tahun 2010 sebesar 627.043 rupiah.

Data berkala (*time series data*). Data berkala adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu yang dapat menggambarkan tentang perkembangan suatu kegiatan/kejadian.

Contohnya: 1) Data mengenai perkembangan nilai ekspor Indonesia kurun waktu 2000-2010 (lihat Tabel 3.1). 2) Data mengenai perkembangan impor barang modal (juta US \$) Indonesia periode 2006-2010 yaitu: 9.155, 9; 11.449,6; 21.400,9; 20.438,5; dan 26.916,6. 3) Data mengenai perkembangan pertumbuhan ekonomi Indonesia periode 2008-2011 yaitu: 6,01; 4,58; 6,10 dan 6,48 persen.

3 Berdasarkan Sifatnya

Ditinjau dari segi sifat angkanya, data statistik dapat dibedakan menjadi dua golongan, yaitu: (1) data diskrit, dan (2) data kontinu.

Data diskrit. Data diskrit adalah data yang satuannya merupakan bilangan bulat dan tidak berbentuk pecahan. Data diskrit pada dasarnya diperoleh dari hasil pencacahan.

Contohnya: 1) data mengenai jumlah mahasiswa per jurusan di sebuah fakultas ekonomi yaitu 200 orang mahasiswa akuntansi, 150 orang mahasiswa manajemen dan 100 orang mahasiswa ekonomi pembangunan. 2) Data mengenai jumlah pegawai sebuah perusahaan didasarkan atas pendidikannya yaitu: 10 orang SMP, 20 orang SMA, dan 30 orang perguruan tinggi/universitas. 3) Data mengenai jumlah sepeda motor dari berbagai merk yang

laku pada sebuah dealer, seminggu terakhir. Misalnya, 10 unit sepeda motor merk Honda, 15 unit sepeda motor merk Yamaha, 12 unit sepeda motor merk Suzuki, dan 15 unit sepeda motor merk yang lainnya.

Data kontinu. Data kontinu adalah data yang satuannya merupakan bilangan pecahan. Data kontinu pada dasarnya diperoleh dari hasil pengukuran.

Contohnya: 1) pengeluaran rata-rata per kapita sebulan penduduk pedesaan Indonesia pada Tahun 2010 sebesar 385.399 ribu rupiah. 2) Rata-rata indeks kumulatif seorang mahasiswa ekonomi pada semester genap 2010/2011 yaitu sebesar 3,75. 3) Berat beras yang rusak di gudang A, gudang B dan gudang C pada tahun lalu masing-masing seberat 100,75 ton; 50,34 ton dan 255,67 ton.

4 Berdasarkan Sumbernya

Ditinjau dari segi sumber data, bagi suatu lembaga atau badan, data statistik dapat dibedakan menjadi dua golongan, yaitu: (1) data intern, dan (2) data ekstern.

Data intern. Data intern adalah data yang menggambarkan keadaan atau kegiatan dalam suatu lembaga atau badan

Contohnya: 1) data jumlah pegawai dalam dua tahun terakhir (pada Tahun 2010 sebanyak 80 orang, dan pada Tahun 2011 sebanyak 100 orang); 2) data jenis peralatan (peralatan jenis A sebanyak 2 unit, jenis B sebanyak 1 unit, dan jenis C sebanyak 4 unit); 3) data kekayaan tiga tahun terakhir, 2009-2011 (kekayaan pada Tahun 2009 senilai 2 miliar rupiah, kekayaan pada Tahun 2010 senilai 3 miliar rupiah, dan pada Tahun 2011 senilai 4 miliar rupiah); 4) data mengenai produksi bulanan (produksi bulan Januari, 200 unit; Februari, 250 unit; Maret, 275 unit, ..., dan pada bulan Desember, 300 unit).

Data ekstern. Data ekstern adalah data yang menggambarkan keadaan atau kegiatan diluar suatu lembaga atau badan

Contohnya: 1) pendapatan per kapita masyarakat Rp 23,5 juta per tahun; 2) data mengenai perkembangan harga-harga (inflasi bulan Januari 4,5 persen, inflasi bulan Februari 5,2 persen, dan seterusnya); 3) konsumsi per kapita masyarakat sekitarnya sebesar 25,34 juta per tahun. 4) Jumlah penduduk wilayah sekitarnya 400.000 jiwa.

5 Berdasarkan pengukurannya

Ditinjau dari segi skala pengukurannya (cara menyusun angkanya), data statistik dapat dibedakan menjadi empat macam yaitu: (1) data nominal, (2) data ordinal (3) data interval, dan (4) data rasio

Data nominal. Data nominal (data hasil pengukuran skala nominal) adalah data statistik yang cara menyusun angkanya didasarkan atas beberapa kategori (kelompok) tanpa memperhatikan urutan tertentu. Dengan kata lain, kedudukan satu kategori dengan kategori yang lainnya adalah setara atau sama. Label, kode, simbol yang diberikan kepada kategori hanya untuk membedakan antara kategori satu dengan kategori lainnya, dan tidak memiliki makna matematis. Dengan demikian operasi aritmatika tidak berlaku atas data nominal. Misalnya jenis kelamin laki-laki di beri kode 1, dan jenis kelamin perempuan diberi kode 0, atau sebaliknya jenis kelamin perempuan di kode 1 dan jenis kelamin laki-laki diberi kode 0.

Contohnya antara lain: 1) Data mengenai jumlah penduduk Bali pada Tahun 2010, ditinjau dari jenis kelaminnya (laki dan perempuan) yaitu laki-laki sebanyak 1.760.556 jiwa dan perempuan sebanyak 1.761.819 jiwa. 2) Data mengenai jumlah penduduk sebuah kota **yang setuju** dan **yang tidak setuju** terhadap rencana pembangunan stasiun kereta api di kotanya. Misalnya dari seluruh penduduk di kota tersebut yang menyatakan **setuju** 60 persen dan yang menyatakan **tidak setuju** 40 persen. 3) Data mengenai jumlah barang **yang cacat** dan **tidak cacat (baik)** hasil produksi suatu mesin dalam satu kali proses produksi. Misalnya dalam satu kali proses produksi menghasilkan 100 unit barang. Setelah diteliti/diperiksa ternyata 30 unit barang cacat dan 70 unit tidak cacat.

Data ordinal. Data ordinal (data hasil pengukuran skala ordinal) adalah data statistik yang cara menyusun angkanya didasarkan atas beberapa kategori dengan memperhatikan urutan tertentu/kedudukan (ranking). Dalam data ordinal kedudukan kategori tidak setara, melainkan sesuai dengan labelnya. Label, kode atau simbol yang diberikan kepada masing-masing kategori menunjukkan peringkat. Peringkat menunjukkan suatu urutan penilaian. Data ordinal juga memiliki sifat dari data nominal. Dalam data ordinal operasi aritmatika juga tidak berlaku.

Contohnya: Sampel acak 40 nasabah sebuah bank umum diminta penilaiannya terhadap layanan bank tersebut. Pertanyaan yang diajukan adalah, "Menurut Anda bagaimana layanan bank umum tersebut?" Dengan 4 opsi jawaban yaitu: Sangat baik (diberi label 1), baik (diberi label 2), cukup baik (diberi label 3), dan kurang baik (diberi label 4). Nah, misalkan jawaban yang didapat sebagai berikut: sebanyak 20 nasabah menyatakan sangat baik, 10 nasabah menyatakan baik, 8 nasabah menyatakan cukup baik, dan 2 nasabah menyatakan kurang baik

Data interval. Data interval (data hasil pengukuran skala interval) adalah data statistik yang angkanya disusun dengan jarak sama antara golongan/kategori yang satu dengan golongan/kategori yang lainnya. Data interval memiliki sifat data nominal dan ordinal serta ditambah satu sifat yaitu memiliki jarak yang tetap (sama) antara satu kategori dengan kategori lainnya. Operasi aritmatika tertentu berlaku pada data interval.

Contohnya: 1) Data mengenai nilai ujian akhir semester mata kuliah statistik ekonomi (lihat Tabel 1.8). 2) Salah satu pertanyaan, dalam sebuah riset adalah "Berapa kali Anda bolos kuliah dalam seminggu?" Diberikan kepada sampel acak 40 orang mahasiswa yang suka bolos pada saat kuliah berlangsung. Opsi jawaban adalah 2 kali, 4 kali, dan 6 kali. Misalnya didapat hasil sebagai berikut: sebanyak 20 orang menjawab 2 kali, 15 orang menjawab 4 kali dan 5 orang menjawab 6 kali.

Data ratio. Data rasio (data hasil pengukuran skala rasio) adalah data statistik yang angkanya diperoleh dengan membandingkan nilai variabel yang satu dengan nilai absolut variabel yang lainnya (variabel pembanding). Data rasio memiliki ketiga sifat tiga jenis data sebelumnya (nominal, ordinal, dan interval) ditambah satu sifat lagi yaitu memiliki nilai nol yang memiliki arti (nol artinya tidak ada atau ketiadaan). Penghasilannya nol, artinya memang tidak menghasilkan sepeser pun. Semuanya hadir artinya yang absen nol.

Contohnya: 1) rata-rata berat barang A adalah 100 kg dan rata-rata berat

barang B adalah 50 kg. Dari keterangan ini dapat disimpulkan bahwa rata-rata berat barang A dua kali rata-rata berat barang B. 2) Umur Si A 60 tahun dan umur Si B 20 tahun, maka umur Si A tiga kali umur Si B. Pada data rasio operasi aritmatika dapat dilakukan.

1.9 Variabel

Variabel adalah suatu besaran yang nilainya bervariasi atau sesuatu yang sifat-sifatnya atau cirri-cirinya bervariasi. Terdapat dua variabel dasar yaitu variabel kuantitatif dan variabel kualitatif. Variabel kuantitatif perhatiannya pada data bilangan/numerik atau nilai yang bervariasi, sedangkan variabel kualitatif perhatiannya pada sifat-sifat atau ciri-ciri yang bervariasi atau pada kategori (data bukan bilangan). Jika data bersifat kategorik/bukan numerik, bisanya yang ingin diketahui adalah berapa banyak anggota setiap kategori atau berapa besar proporsi tiap kategori.

Variabel kuantitatif dibedakan menjadi dua yaitu variabel kontinu dan variabel diskrit. Variabel kontinu didapat dari hasil pengukuran (ada alat ukur), oleh karena itu satuannya berupa bilangan pecahan atau desimal. Contohnya: (1) Tinggi badan. Misalnya : tinggi badan Gatot 175,55 cm, tinggi badan Made 165,44 cm dan tinggi badan Alexander 162,75 cm); (2) Rata-rata lama tinggal wisman tiap kunjungan ke Indonesia. Rata-rata lama tinggal wisman tiap kunjungannya ke Indonesia tahun 2011, 2012, dan 2013 adalah 7,84 hari, 7,70 hari dan 7,65 hari (BPS Indonesia, 2014); (3) Deposito. Nilai deposito Akmad, Sari dan Maria di sebuah bank umum masing-masing Rp 75,65 juta, Rp 245,54 juta dan Rp 80,05 juta.

Variabel deskrit merupakan hasil pencacahan atau perhitungan sederhana, oleh karena itu satuannya merupakan bilangan bulat positif dan nol. Contohnya: (1) Jumlah pegawai. Misalnya : Jumlah pegawai PT. Perkasa sebanyak 40 orang, Jumlah pegawai CV. Karunia sebanyak 25 orang dan jumlah pegawai UD. Sinar Sakti sebanyak 10 orang); (2) Jumlah mobil yang laku. Misalnya jumlah mobil yang laku pada sebuah dealer dalam 3 bulan terakhir yaitu 5 unit, 12 unit dan 10 unit; (3) Jumlah kamar hotel. Misalnya jumlah kamar hotel di Indonesia pada tahun 2011, 2012 dan 2013 adalah 142.789 unit, 155.740 dan 171.432 unit (BPS Indonesia, 2014)

Variabel kualitatif : Contohnya : (1) warna. Misalnya, dari 10 unit sepeda motor honda yang laku, terdapat 5 unit (50%) berwarna biru, 3 unit (30%) berwarna hitam dan 2 unit (20%) berwarna putih; (2) Jenis kelamin. Misalnya, dari 20 peserta tes perekrutan pegawai baru hari ini terdapat 11 orang (55%) laki-laki dan 9 (45%) perempuan; (3) Kawasan. Misalnya, dari keseluruhan wisman yang berkunjung ke Indonesia tahun 2013: 81,78% wisman asal Asia Pasifik, 3,43% wisman asal Amerika, 12,63 % wisman asal Eropa dan 2,16% asal Timur Tengah dan Afrika (BPS Indonesia, 2014).

1.10 Penyajian Data Statistik

Data yang telah dikumpulkan perlu disajikan dalam bentuk yang mudah dibaca atau dimengerti oleh pelaku ekonomi dan bisnis atau oleh pembuat keputusan sebagai dasar membuat perencanaan atau mengambil keputusan. Data yang telah terkumpul tersebut dapat disajikan dalam bentuk tabel, grafik atau diagram,

tergantung dengan jenis data dan keperluannya.

Tabel merupakan kumpulan angka-angka yang disusun sedemikian rupa menurut kategori-kategori tertentu, sehingga kumpulan angka-angka tersebut (data) mudah untuk dianalisis. **Grafik (diagram)** merupakan gambar yang menunjukkan secara visual data berupa angka, yang biasanya juga berasal dari tabel-tabel yang telah dibuat.

■ Penyajian data dalam bentuk tabel

Data yang telah terkumpul dapat disajikan ke dalam salah satu bentuk tabel di bawah ini yaitu:

- (1) Tabel klasifikasi tunggal.
- (2) Tabel klasifikasi ganda.
- (3) Tabel kontingensi.
- (4) Tabel frekuensi/distribusi frekuensi.

Agar lebih jelas, di bawah ini diberikan masing-masing dua contoh bentuk tabel.

Contoh 1-1

Tabel klasifikasi tunggal

Tabel 1.1 Banyak Wisman yang Datang Langsung ke Bali Menurut Kawasan Tahun 2010.

Kawasan	Banyaknya Wisman
Asean	298.478
Asia Non Asean	781.336
Amerika	110.314
Eropa	599.392
Oseania	667.470
Afrika	16.743
Cew Armada	102.409
Total	2.576.142

Sumber: BPS-Provinsi Bali, 2011

Tabel 1.2 Banyak Pegawai Perusahaan A Dirinci Menurut Pendidikan Tahun 2010

Pendidkan	Banyaknya (Uni)
SD	50
SMP	40
SMA	20
Perguruan Tinggi	10
Total	120

Sumber: Data Hipotetis

Contoh 1 - 2

Tabel klasifikasi ganda

Tabel 1.3 Banyak Pegawai Perusahaan "XYZ" Menurut Jenis Kelamin dan Pendidikan Pada Tahun 2011

Jenis Kelamin	Pendidikan			Jumlah
	SMP	SMA	PT	
Laki-laki	10	30	20	60
Perempuan	5	20	15	40
Total	15	50	35	100

Sumber: Data Hipotetis

Tabel 1.4 Banyaknya Pegawai Negeri Sipil Menurut Jabatan dan Jenis Kelamin Pada Tahun 2010

Jabatan	Jenis Kelamin		Jumlah
	Laki-laki	Perempuan	
Fungsional Tertentu	927.360	1.172.288	2.099.648
Fungsional Umum	1.363.838	915.585	2.279.423
Struktural	169.085	49.944	219.029
Total	2.460.283	2.137.817	4.598.100

Sumber: BPS-Jakarta, 2011

Contoh 1 - 3

Tabel kontingensi

Tabel 1.5 Hubungan Tingkat Pendidikan dan Kebiasaan Merokok 35 Pegawai Usaha Bisnis Tour dan Travel Pada Tahun 2011

Pendidikan	Kebiasaan Merokok			Jumlah
	Tidak pernah	Jarang	Sering	
SD	2	1	2	5
SMP	5	4	2	11
SMA	1	2	3	6
Perguruan Tinggi	4	5	4	13
Total	12	12	11	35

Sumber: Data Hipotetis

Tabel 1.6 Hubungan Tingkat Pendapatan Keluarga dan Jenis Angkutan Umum yang Digunakan Bepergian

Tingkat Pendapatan	Jenis Angkutan Umum			Jumlah
	Kereta Api	Bus	Taksi	
Rendah	60	50	10	120
Menengah	50	30	20	100
Tinggi	30	20	30	80
Total	140	100	60	300

Sumber: Data Hipotetis

Contoh 1 - 4

Tabel frekuensi/Distribusi frekuensi

Tabel 1.7 Besar Gaji Bulanan Pegawai Perusahaan Gajah Perkasa Pada Tahun 2014.

Gaji Bulanan (Juta Rupiah)	Frekuensi (f)
1,0 - 1,4	1
1,5 - 1,9	2
2,0 - 2,4	8
2,5 - 2,9	14
3,0 - 3,4	15
3,5 - 3,9	6
Total	46

Sumber: Data Hipotetis

Tabel 1.8 Nilai UAS Statistik Ekonomi 70 orang Mahasiswa FEB-Unud Semester Ganjil Tahun 2014/2015.

Nilai Statistik Ekonomi	Banyak Mahasiswa (f)
20 – 29	2
30 – 39	4
40 – 49	7
50 – 59	12
60 – 69	30
70 – 79	10
80 – 89	5
Total	70

Sumber: Data Hipotetis

■ Penyajian Data dalam Bentuk Diagram/Grafik

Data yang telah terkumpul, disamping dapat disajikan dalam bentuk tabel, dapat juga disajikan dalam salah satu bentuk diagram atau grafik berikut ini:

(1) Diagram Batang (*Bar Char*)

- (2) Diagram Lambang (*Pictograph*)
- (3) Diagram Lingkaran (*Pie Chart*)
- (4) Diagram Garis (*Line Chart*)

Contoh 1-5
Contoh Diagram Batang

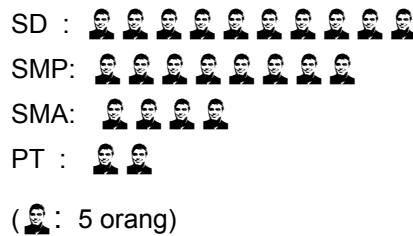
Bila data yang terdapat dalam Tabel 2.1 disajikan dalam bentuk diagram batang maka bentuknya seperti Diagram 1.1.



Contoh 1-6
Contoh Diagram Lambang

Bila data yang terdapat dalam Tabel 2.1 disajikan dalam bentuk diagram lambang, maka bentuknya seperti Diagram 1.2.

Diagram 1.2
 Banyaknya Pegawai Perusahaan A
 Dirinci Menurut Pendidikan, Tahun 2011



Contoh 1-7
Contoh Diagram Lingkaran

Bila data yang terdapat dalam Tabel 1.2, maka bentuknya seperti Diagram 1.3. Terlebih dahulu dilakukan perhitungan sebagai berikut:

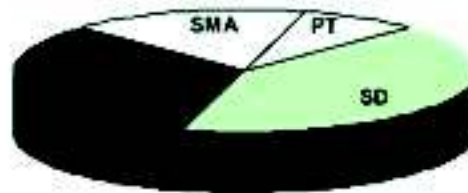
$$SD = \frac{50}{120} \times 360^\circ = 150^\circ$$

$$SMP = \frac{40}{120} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$SMA = \frac{20}{120} \times 360^\circ = 60^\circ$$

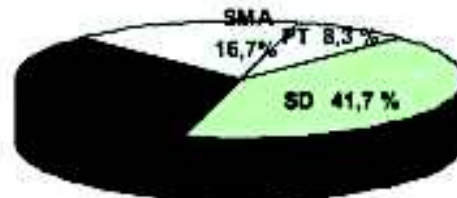
$$PT = \frac{10}{120} \times 360^\circ = 30^\circ$$

Diagram 1.3
Komposisi Banyaknya Pegawai
Perusahaan A Dirinci Menurut Pendidikan



atau data pada Tabel 1.2, dapat juga dinyatakan dalam bentuk Diagram Lingkaran 1.3a.

Diagram 1.3a
Komposisi Banyaknya Pegawai
Perusahaan A Dirinci Menurut Pendidikan



Contoh 1-8 Contoh diagram garis

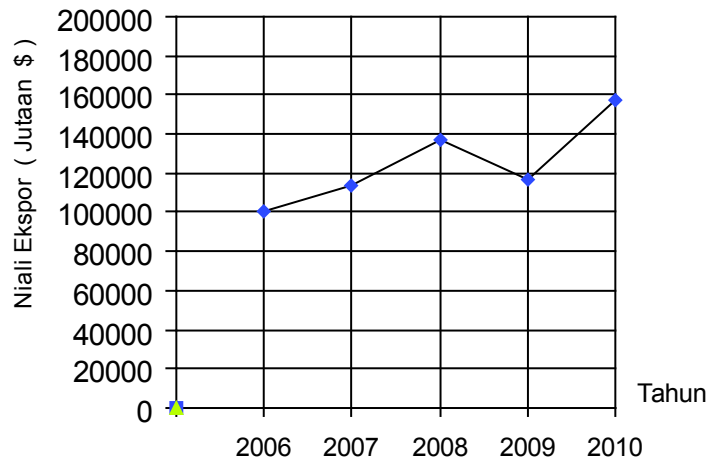
Tabel 1.9 Nilai Ekspor Indonesia Kurun Waktu 2006-2010 (Juta US \$)

Tahun	Nilai Ekspor
2006	100.798,6
2007	114.100,9
2008	137.020,4
2009	116.510,0
2010	157.779,1

Sumber: BPS –Jakarta, 2011

Bila data yang terdapat dalam Tabel 1.9, disajikan dalam bentuk diagram garis, bentuknya seperti Diagram 1.4.

Diagram 1.4
Nilai Ekspor Indonesia
Kurun Waktu 2006 - 2010



■ Kartogram (Diagram Peta)

Kartogram adalah menggambarkan data statistik dengan menggunakan bantuan peta. Untuk keperluan ini pada peta diberikan tanda garis atau titik-titik atau gambar tertentu dan semua tanda atau gambar tersebut memiliki arti tertentu. Misalnya dalam suatu peta terdapat gambar gunung, danau, hotel, sendok dan garpu, tempat ibadah dan gambar orang berselancar. Gambar gunung, danau dan hotel menunjukkan bahwa di daerah/wilayah tersebut terdapat gunung, danau dan hotel. Gambar sendok dan garpu, menunjukkan bahwa di daerah/wilayah tersebut terdapat restoran/rumah makan. Gambar orang berselancar menunjukkan di daerah/wilayah tersebut (pantai) ada kegiatan berselancar.

Soal-soal Latihan

- 1 - 1 Berikanlah batasan atau definisi dari statistik.
- 1 - 2 Apakah yang dimaksudkan dengan statistika deskriptif dan statistika inferensia?
- 1 - 3 Lembaga manakah di Indonesia yang banyak menerbitkan data statistik?
- 1 - 4 Apakah yang dimaksudkan dengan (data) statistik? Sebutkan penggolongan (data) statistik.
- 1 - 5 Nyatakan apakah pernyataan-pernyataan berikut ini merupakan data statistik:
- Rata-rata konsumsi kalori dan protein per kapita penduduk Indonesia pada tahun 2010 adalah 55,01 grm (BPS-Jakarta, 2011).
 - Pengeluaran rata-rata per kapita per bulan penduduk Indonesia pada Tahun 2010 sebesar Rp 494.845,00 (BPS-Jakarta, 2011)
 - Konsumsi susu Si A pada Tahun 2011 sebanyak 15 kg.
 - Kebanyakan sepeda motor yang lewat di suatu tempat pada Pk. 08.00, bermerk Honda.
 - Nilai statistik kelas A lebih seragam dari pada kelas B
 - Biaya iklan yang dikeluarkan oleh suatu perusahaan berkorelasi positif dengan hasil penjualannya.
 - Konsumsi beras sebuah rumah tangga pada Tahun 2011 sebanyak 400 kg.
 - Produksi kendaraan bermotor dalam negeri Indonesia pada Tahun 2008, 2009, dan 2010 masing-masing sebanyak 6.864.893 unit, 6.348.837 unit dan 8.069.154 unit (BPS-Jakarta, 2011).
 - Pengeluaran rumah tangga si B tahun lalu Rp 40 juta.
- 1 - 6 Tiga buah penelitian seperti di bawah ini dilakukan. Tunjukkanlah sampel dan populasinya dalam masing-masing penelitian.
- Untuk mengetahui apakah seorang pasien menderita penyakit malaria atau tidak, seorang dokter mengambil 1 cc darah pasien untuk diteliti (diperiksa). Hasil penyelidikan (pemeriksaan) menunjukkan bahwa pasien tersebut menderita penyakit malaria.
 - Seorang ibu telah membuat satu panci gulai kambing. Untuk mengetahui rasa gulai kambing hasil olahannya itu, setelah diaduk sampai homogen, satu sendok makan gulai tersebut dicicipi, ternyata rasanya enak.
 - Seorang pedagang jeruk dipinggir jalan, selalu menawarkan sebuah jeruk untuk dicicipi para pembelinya.
- 1 - 7 Apakah yang dimaksudkan dengan:
- Data primer

- (b) Data skunder
 - (c) Data intern
 - (d) Data ekstern
 - (e) Data diskrit
 - (f) Data kontinu
 - (g) Data mentah
 - (h) Data deret waktu
- dan berikan masing-masing dua contoh.

1 - 8 Apakah yang dimaksudkan dengan

- (a) Data nominal
- (b) Data ordinal
- (c) Data interval
- (d) Data rasio
- (e) Statistik (sampel)
- (f) Parameter (populasi)

Berikanlah masing-masing dua contoh.

1 - 9 Nyatakan apakah pernyataan-pernyataan berikut ini termasuk statistika deskriptif atau statistika inferensia.

- (a) Seorang ibu mencicipi sebuah jeruk dari sekeranjang jeruk yang ditawarkan oleh pedagang musiman di pinggir jalan. Ternyata jeruk yang dicicipi rasanya manis. Lalu si ibu menyimpulkan bahwa jeruk-jeruk yang ada di keranjang rasanya juga manis.
- (b) Sekurang-kurangnya 2% dari semua kecelakaan kerja yang dilaporkan tahun lalu di sebuah kota tertentu diakibatkan oleh kecelakaan pekerja sendiri.
- (c) Kebanyakan mahasiswa sebuah perguruan tinggi di Jakarta, ke kampus mengendarai sepeda motor merk Honda.
- (d) Seorang periset mengambil beberapa ml air danau (sebagai sampel) untuk diteliti tingkat pencemarannya. Setelah diperiksa dan dinilai berdasarkan kandungan zat pencemar dalam air, ternyata hasil sampel ini menunjukkan terjadi pencemaran ringan. Lalu berdasarkan hasil tersebut periset menyimpulkan bahwa air danau tercemar dalam kategori ringan.
- (e) Survei omzet penjualan terhadap sepuluh toko (sampel acak) dari 100 toko dalam sebuah kompleks pertokoan, di dapat hasil bahwa rata-rata omzet penjualan per bulannya adalah Rp 20,5 juta.
- (f) Hasil riset terhadap sebagian mahasiswa yang diambil secara acak menyatakan bahwa sebagian besar uang saku mingguannya dibelanjakan untuk beli pulsa.
- (g) Seratus bola lampu pijar dari ribuan lampu pijar yang telah diproduksi oleh sebuah perusahaan dicoba umur pakainya, ternyata rata-rata umur pakainya 10.000 jam. Berdasarkan hasil tersebut pihak perusahaan menyimpulkan bahwa rata-rata umur pakai lampu pijar seluruh produksinya adalah 10.000 jam.

- 1 - 10** Sebuah koran yang terbit di Kota Denpasar melakukan jajak pendapat untuk mengetahui tanggapan masyarakat terhadap perlu tidaknya angkutan umum (seperti bus kota) yang bertarif murah beroperasi di Bali. Salah satu pertanyaan yang diajukan adalah “Apakah di Bali perlu angkutan umum seperti bus kota yang bertarif murah?”. Dengan 3 butir pilihan alternatif yaitu: (a) perlu, (b) tidak perlu, dan (c) tidak tahu. Dari 500 responden (pemilik telpon) di Bali didapat hasil sebagai berikut:

Katagori Jawaban	Banyak Responden
Perlu	350
Tidak Perlu	130
Tidak Tahu	20

Pertanyaan:

Jenis data apa (data nominal, ordinal, interval atau data rasio) yang Anda dapat jaring dari pertanyaan di atas?

- 1 - 11** Tanggapan 100 nasabah terhadap pelayanan sebuah bank umum yang berlokasi di Denpasar dapat dikategorikan sebagai berikut:

Sangat memuaskan	20
Memuaskan	50
Kurang memuaskan	17
Jelek	13

Berdasarkan informasi tersebut, jenis data apa (ordinal, nominal, interval atau rasio) yang Anda dapatkan?

- 1 - 12** Lima besar realisasi penanaman modal asing provinsi di Indonesia pada tahun 2010 dapat disajikan sebagai berikut:

Provinsi	Nilai Investasi (juta US \$)
DKI Jakarta	6.429,3
Jawa Timur	1.769,2
Jawa Barat	1.692,0
Banten	1.544,2
Kalimantan Timur	1.092,2

Sumber: BPS-Jakarta, 2011. Diambil sebagian

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1 - 13** Berdasarkan publikasi BPS, bahwa jumlah anggota DPR RI yang berjenis kelamin laki-laki dan perempuan hasil Pemilu legislatif 2009 adalah sebagai berikut:

Laki-laki	Perempuan	Jumlah
460	100	560

Sumber: BPS-Jakarta, 2011. Diambil sebagian

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1 - 14** Berdasarkan publikasi BPS, bahwa TKI menurut kawasan/negara penempatan dapat disajikan sebagai berikut:

Kawasan Penempatan	Jumlah TKI (orang)
Asia Pasifik dan Amerika Timur Tengah dan Afrika	267.955
Eropa	307.582
	266

Sumber: BPS-Jakarta, 2011

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1 - 15** Upah harian dari 120 karyawan lepas sebuah restoran, disajikan dalam tabel berikut:

Upah Harian (Ribu Rupiah)	Banyak Karyawan (orang)
40 – 49	5
50 – 59	15
60 – 69	70
70 – 79	10
80 – 89	12
90 – 99	8
Total	120

Sumber: Data Hipotetis

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1 - 16** Data di bawah ini adalah ukuran baju kaos dalam pria yang laku bulan lalu pada sebuah minimarket:

Ukuran Baju	Banyak yang laku
32	40
34	20
36	15
38	16
40	4
42	10

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1-17** Data di bawah ini adalah lima besar investasi asing di lima negara Asia pada tahun 2014.

Negara	Investasi Asing (Miliar USD)
Cina	128,0
Hongkong	103,3
Singapura	67,5
Indonesia	22,6
Thailand	12,6

Sumber : Jawa Pos, 7 Juli 2015, h.5

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1-18** Negara Yunani, sejak 5 tahun lalu mengalami krisis keuangan karena dibelit utang. Data di bawah ini adalah enam (6) nilai pinjaman terbesar yang diberikan kepada negara Yunani oleh enam negara/lembaga keuangan dunia.

Pemberi Pinjaman	Nilai Pinjaman (Miliar Euro)
Jerman	68,2
Perancis	43,8
Italia	38,4
Spanyol	25
IMF	21,4
ECB	18,1

Sumber : Kompas, 5 Juli 2015, h.5

Data tersebut merupakan data apa (nominal, ordinal, interval atau rasio)?

- 1-19** Besaran di bawah ini termasuk variabel kontinu atau deskript?.

- | | |
|-----------------------------|----------------------|
| (a) Modal usaha | (e) Deposito |
| (b) Jumlah karyawan | (f) Penabung |
| (c) Laba bersih | (g) Investasi |
| (d) Jumlah laporan keuangan | (h) Jumlah akomodasi |

- 1-20** Besaran di bawah ini termasuk variabel kuantitatif atau kualitatif?.

- | | |
|-----------------|---------------------|
| (a) Modal usaha | (e) Deposito |
| (b) Warna kulit | (f) Keyakinan/agama |
| (c) Laba bersih | (g) Investasi |
| (d) Etnis | (h) Jenis kelamin |

2 PENJUMLAHAN DAN PEMBULATAN

2.1 Pengantar

Dalam bab ini akan dibahas kembali mengenai penjumlahan dengan notasi jumlah Σ (baca: sigma) dan beberapa aturan operasinya, walaupun di SMU telah dipelajari. Alasannya? Oleh karena penjumlahan dengan notasi Σ ini banyak digunakan dalam perhitungan statistik. Disamping membahas mengenai penjumlahan dengan notasi Σ , dalam bab ini juga dibahas mengenai pembulatan bilangan.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini peserta didik (baca: mahasiswa) diharapkan dapat memahami dan mengoperasikan penjumlahan dengan notasi Σ . Selain itu juga, mahasiswa diharapkan mampu membulatkan bilangan sesuai dengan yang dikehendaki.

2.2 Penjumlahan dengan Notasi Σ

Dalam statistik sering dilakukan penjumlahan bilangan yang banyak serta nilainya besar. Untuk menjumlahkan bilangan yang sedemikian itu, dipakai rumus:

$$T = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$= x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

(2.1)

T = Total = jumlah, X = Variabel, dan X_i = Variabel yang ke- i, $\sum_{i=1}^n X_i$ dibaca sigma X_i untuk $i = 1$ sampai dengan $i = n$, yaitu penjumlahan dari nilai X yang pertama (x_1) sampai dengan nilai X yang ke-n, (x_n). Dengan kata lain, tanda di bawah Σ , yaitu $i = 1$ menunjukkan variabel permulaan dan tanda di atas Σ yaitu n , menunjukkan variabel yang terakhir yang dijumlahkan.

Beberapa Aturan Penjumlahan dengan Notasi Σ

- 1 Penjumlahan dari suatu bilangan tetap (konstanta) sebanyak n kali adalah sama dengan n kali bilangan itu sendiri.

$$\sum_{i=1}^n k_i = \underbrace{k + k + \dots + k}_{n} = nk$$

- 2 Penjumlahan dari perkalian suatu bilangan tetap (konstanta) dengan suatu variabel adalah sama dengan perkalian antara bilangan tetap itu dengan jumlah nilai-nilai variabel tersebut.

$$\sum_{i=1}^n k X_i = k \sum_{i=1}^n X_i = k (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)$$

- 3 Penjumlahan dari jumlah atau selisih beberapa variabel adalah sama dengan jumlah atau selisih dari penjumlahan masing-masing variabel

$$\sum_{i=1}^n (X_i \pm Y_i) = \sum_{i=1}^n X_i \pm \sum_{i=1}^n Y_i$$

k = bilangan tetap (konstanta)

Agar lebih jelas mengenai operasi penjumlahan dengan tanda Σ ini perhatikanlah beberapa contoh berikut ini

Contoh 2-1

Bila diketahui, $x_1 = 6$, $x_2 = 3$, $x_3 = 2$, $x_4 = 5$ dan $x_5 = 1$ dan $k = 8$
Hitunglah nilai:

(a) $\sum_{i=1}^5 X_i$

(d) $\left(\sum_{i=1}^5 X_i\right)^2$

(b) $\sum_{i=1}^3 X_i$

(e) $\sum_{i=2}^4 k X_i$

(c) $\sum_{i=1}^5 X_i^2$

(f) $\sum_{i=1}^5 (X_i - k)$

Penyelesaian

$$(a) \sum_{i=1}^5 X_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\ = 6 + 3 + 2 + 5 + 1 = 17$$

$$(b) \sum_{i=1}^3 X_i = x_1 + x_2 + x_3 \\ = 6 + 3 + 2 \\ = 11$$

$$(c) \sum_{i=1}^5 X_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \\ = 6^2 + 3^2 + 2^2 + 5^2 + 1^2 \\ = 36 + 9 + 4 + 25 + 1 \\ = 75$$

$$(d) \left(\sum_{i=1}^5 X_i \right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2 \\ = (6 + 3 + 2 + 5 + 1)^2 = 289$$

$$(e) \sum_{i=2}^4 k X_i = kx_2 + kx_3 + kx_4 = k(x_2 + x_3 + x_4) \\ = 8.3 + 8.2 + 8.5 = 8(3 + 2 + 5) = 80$$

$$(f) \sum_{i=1}^5 (X_i - k) = (x_1 - k) + (x_2 - k) + (x_3 - k) + (x_4 - k) + (x_5 - k) \\ = (6 - 8) + (3 - 8) + (2 - 8) + (5 - 8) + (1 - 8) \\ = -2 - 5 - 6 - 3 - 7 \\ = -23$$

Contoh 2-2

Bila diketahui, $x_1 = 5, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 6, x_5 = 1$
 $y_1 = 2, y_2 = 3, y_3 = 5, y_4 = 1, y_5 = 10$ dan $k = 2$

Hitunglah nilai

$$(a) \sum_{i=1}^5 X_i Y_i \quad (c) \sum_{i=1}^5 (X_i - Y_i)^2$$

$$(b) \sum_{i=1}^5 X_i \sum_{i=1}^5 Y_i \quad (d) \sum_{i=2}^4 k Y_i^2$$

Penyelesaian

$$(a) \sum_{i=1}^5 X_i Y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + x_5 y_5 \\ = 5.2 + 2.3 + 3.5 + 6.1 + 1.10 \\ = 10 + 6 + 15 + 6 + 10 = 47$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \sum_{i=1}^5 X_i \sum_{i=1}^5 Y_i &= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \\
 &= (5 + 2 + 3 + 6 + 1) (2 + 3 + 5 + 1 + 10) \\
 &= (17) (21) = 357
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad \sum_{i=1}^5 (X_i - Y_i)^2 &= (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 + (x_4 - y_4)^2 \\
 &\quad + (x_5 - y_5)^2 \\
 &= (5 - 2)^2 + (2 - 3)^2 + (3 - 5)^2 + (6 - 1)^2 + (5 - 10)^2 \\
 &= 3^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (5)^2 + (-5)^2 \\
 &= 9 + 1 + 4 + 25 + 25 \\
 &= 64
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(d)} \quad \sum_{i=2}^4 k Y_i^2 &= kY_2^2 + kY_3^2 + kY_4^2 = k(Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2) \\
 &= 2(3^2 + 5^2 + 1^2) \\
 &= 2(9 + 25 + 1) \\
 &= 70
 \end{aligned}$$

Contoh 2 - 3

Diketahui nilai variabel X dan Y seperti yang tercantum pada tabel di bawah ini. Lengkapilah tabel tersebut dengan cara mengisi titik-titik yang terdapat dalam sel.

No. Urut	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$	$(X_i - Y_i)$	$(X_i - Y_i)^2$
1	6	2
2	5	3
3	4	1
4	2	3
5	1	5
Total

Setelah tabel di atas dilengkapi, tentukanlah nilai

$$\text{(a)} \quad \sum_{i=1}^5 X_i \qquad \text{(b)} \quad \sum_{i=1}^5 X_i Y_i \qquad \text{(c)} \quad \sum_{i=1}^5 X_i^2 \qquad \text{(d)} \quad \sum_{i=1}^5 (X_i - Y_i)^2$$

Penyelesaian

No. Urut	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$	$(X_i - Y_i)$	$(X_i - Y_i)^2$
1	6	2	36	4	12	4	16
2	5	3	25	9	15	2	4
3	4	1	16	1	4	3	9
4	2	3	4	9	6	-1	1
5	1	5	1	25	5	-4	16
Total	18	14	82	48	42	4	46

Jadi,

$$(a) \sum_{i=1}^5 X_i = 18 \quad (b) \sum_{i=1}^5 X_i Y_i = 42 \quad (c) \sum_{i=1}^5 X_i^2 = 82 \quad (d) \sum_{i=1}^5 (X_i - Y_i)^2 = 46$$

Selanjutnya, pada bab-bab berikutnya dalam buku ini, untuk menyatakan jumlah semua/keseluruhan data yang ada yaitu $\sum_{i=1}^n x_i$, hanya dinyatakan dengan $\sum x_i$ saja

2.3 Pembulatan Bilangan

Pembulatan bilangan dalam statistik diperlukan dengan tujuan antara lain (1) untuk memudahkan atau menyederhanakan perhitungan, dan (2) untuk menyederhanakan pencatatan atau penyajian data (data kuantitatif) dalam bentuk laporan. Untuk keperluan itu, data kuantitatif dibulatkan sampai satuan tertentu dengan cara menghilangkan angka-angka yang tidak diperlukan.

Guna pembulatan bilangan ini, aturan-aturan yang umum dipakai adalah:

Aturan 1

Jika angka-angka ter kiri dari yang akan dihapus kurang dari lima, maka angka terkanan dari yang mendahuluinya tidak berubah.

Aturan 2

Jika angka ter kiri dari yang akan dihapus lebih besar atau lima diikuti angka-angka yang tidak semuanya nol, maka angka terkanan dari yang mendahuluinya dinaikkan satu.

Aturan 3

Jika angka ter kiri dari yang harus dihapus adalah lima, dan diikuti angka-angka nol saja, maka angka terkanan yang mendahuluinya dinaikkan satu bila angka tersebut ganjil, dan tetap bila angka tersebut genap.

Untuk lebih jelasnya mengenai pembulatan bilangan ini, perhatikan contoh di bawah ini.

Contoh 2 - 4

Bulatkanlah bilangan di bawah ini, menjadi empat angka

- (a) 542,723
- (b) 723,681
- (c) 672,551
- (d) 872,450

Penyelesaian

- (a) 542,7 (aturan 1)
- (b) 723,7 (aturan 2)
- (c) 672,6 (aturan 2)
- (d) 872,4 (aturan 3)

Soal-soal Latihan

2 - 1 Bila diketahui:

$x_1 = 5, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 1$
 $y_1 = 7, y_2 = 5, y_3 = 2, y_4 = 3, \text{ dan } k = 10$

Hitunglah:

- (a) $\sum_{i=1}^4 x_i y_i$
- (b) $\sum_{i=1}^4 x_i \sum_{i=1}^4 y_i$
- (c) $\sum_{i=1}^4 x_i^2 \sum_{i=1}^4 y_i$
- (d) $\left(\sum_{i=1}^4 x_i\right)^2 \sum_{i=1}^4 y_i$
- (e) $\sum_{i=1}^4 (k - x_i)^2$

2 - 2 Diketahui nilai variabel X dan Y seperti tabel di bawah ini

No. Urut	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$(X_i Y_i)$	$(X_i - Y_i)^2$
1	10	4
2	9	5
3	8	6
4	7	7
5	6	10
6	5	9
7	6	8
8	4	1
9	3	2
10	1	3
Total

Setelah saudara lengkapi tabel di atas, kemudian hitunglah nilai

- (a) $\sum X_i$ (b) $\sum Y_i$ (c) $\sum X_i^2$ (d) $\sum Y_i^2$
 (e) $\sum (X_i - Y_i)^2$ (f) $\sum X_i Y_i$

2 - 3 Diketahui nilai variabel X dan Y seperti tabel di bawah ini.

No. Urut	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$	$X_i^2 - Y_i$	$Y_i^2 - X_i$
1	2	3
2	3	8
3	5	2
4	4	9
Total

Setelah saudara lengkapi tabel di atas, kemudian hitunglah nilai:

- (a) $\sum_{i=1}^4 X_i$ (d) $\sum_{i=1}^4 Y_i^2$
 (b) $\sum_{i=1}^4 Y_i$ (e) $\sum_{i=1}^4 X_i Y_i$
 (c) $\sum_{i=1}^4 X_i^2 Y_i$ (f) $\sum_{i=1}^4 X_i^2$

2 - 4 Bila diketahui 6 pasangan data (X_i, Y_i) seperti berikut ini:

No. Urut	X_i	Y_i
1	10	3
2	50	4
3	45	3
4	30	5
5	20	1
6	35	2

Tentukanlah nilai:

- (a) $\sum X_i$ $\sum Y_i$ (b) $\frac{\sum X_i}{n}$ (c) $\frac{\sum Y_i}{n}$ (d) $\frac{\sum (X_i - Y_i)}{n}$
 (e) $\sum X_i Y_i$ (f) $\sum X_i^2$

2 - 5 Bulatkanlah bilangan-bilangan di bawah ini menjadi lima angka

- (a) 6565,080 (d) 9109,135
 (b) 7734,643 (e) 6479,703
 (c) 8154,707

2 - 6 Bulatkanlah bilangan-bilangan di bawah ini menjadi tiga angka

- | | |
|-----------|-----------|
| (a) 1,237 | (d) 5,271 |
| (b) 2,467 | (e) 6,438 |
| (c) 4,760 | (f) 2,523 |

2 - 7 Bulatkanlah bilangan-bilangan di bawah ini menjadi empat angka

- | | |
|------------|------------|
| (a) 2,0375 | (d) 4,2718 |
| (b) 5,7372 | (e) 2,5382 |
| (c) 3,4607 | (f) 7,5035 |

3 DISTRIBUSI FREKUENSI

3.1 Pengantar

Data yang diperoleh melalui kegiatan pengumpulan data statistik, pada umumnya masih berupa data mentah, keadaannya kurang tersusun dan teratur. Bila jumlah data yang ada hanya sedikit, tidak sulit untuk mengetahui ciri-ciri atau sifat-sifat yang dimiliki oleh data tersebut. Akan tetapi, bila jumlah datanya banyak, akan sulit untuk mengetahui ciri-ciri atau sifat-sifat yang dimiliki oleh data tersebut.

Oleh karena itu, agar dengan mudah dapat diketahui ciri-ciri atau sifat-sifat yang dimiliki oleh suatu data, atau agar data yang telah berhasil dikumpulkan itu dapat memberikan informasi yang berarti dan berguna, sejalan dengan maksud dan tujuan pengumpulannya, maka data itu perlu disajikan dalam bentuk yang mudah dipahami dan dimengerti. Data yang telah dikumpulkan tersebut perlu disusun secara sistematis dalam bentuk tabel frekuensi (distribusi frekuensi), grafik atau diagram. Dalam Bab 3 ini, akan dibahas mengenai klasifikasi data, distribusi frekuensi, grafik distribusi frekuensi dan kurva frekuensi.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini, peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami dan mampu menyusun distribusi frekuensi dari sekelompok data. Selain itu mahasiswa diharapkan mampu juga, membuat grafik dan kurva distribusi frekuensinya

3.2 Penyusunan Data Secara Sistematis

Dengan cara ini, data disusun sebagai berikut: data dikelompokkan ke dalam kelompok-kelompok dan sub-sub kelompok menurut sifat-sifat atau ciri-ciri yang dimiliki oleh data, maupun menurut bilangan (nilai yang dimiliki oleh data).

Penyusunan data secara sistematis, dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu antara lain: (1) Berdasarkan waktu, (2) Berdasarkan wilayah, dan (3) Berdasarkan keadaan

1 Berdasarkan waktu (*Time series*)

Menyusun data dengan cara ini, waktu menjadi dasar utama penyusunannya

Contoh 3-1

Nilai ekspor Indonesia kurun waktu 2002 – 2014

Tabel 3.1 Nilai Ekspor Indonesia Kurun Waktu 2002-2014 (Juta USD)

Tahun	Nilai Ekspor
2002	57.158,8
2003	61.058,2
2004	71.584,6
2005	85.660,0
2006	100.798,6
2007	114.100,9
2008	137.020,4
2009	116.510,0
2010	157.779,1
2011	203.496,6
2012	190.020,3
2013	182.551,8
2014	176.292,5

Sumber: BPS -Jakarta, 2011, 2014.
Kementerian Perdagangan, 2015

2 Berdasarkan Wilayah

Menyusun data dengan cara ini, wilayah atau daerah menjadi dasar utama penyusunannya.

Contoh 3 - 2

Nilai ekspor gas Indonesia menurut negara tujuan utama pada Tahun 2010 dapat disusun seperti Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Nilai Ekspor Gas Indonesia Menurut Negara Tujuan Utama pada Tahun 2010 (Juta US \$)

Negara Tujuan Utama	Nilai Ekspor
1 Jepang	5.892,0
2 Korea Selatan	2.877,3
3 Cina	339,5
4 Thailand	67,3
5 Filipina	2,9
6 Malaysia	320,3
8 Lainnya	4.170,2

Sumber: BPS-Jakarta, 2011

3 Berdasarkan Keadaan/Frekuensi

Menyusun data dengan cara ini, kondisi fisik atau banyaknya kejadian pada suatu tempat dalam waktu tertentu, menjadi dasar utama penyusunannya.

Contoh 3 - 3

Tabel 3.3 Omzet Penjualan Bulanan dari 42 BPW di Kabupaten Badung, Tahun 2014

Omzet (Juta rupiah)	Banyak BPW
0 - 15	6
15 - 30	2
30 - 45	12
45 - 60	8
60 - 75	7
75 - 90	7
Total	42

Sumber: Data Hipotetis

3.3 Distribusi Frekuensi

Klasifikasi data

Langkah awal dari analisis data adalah mengklasifikasikan data, yaitu memisah-misahkan data berdasarkan sifat-sifat yang dimilikinya, yaitu dari data yang sifatnya heterogen ke dalam kelompok-kelompok data yang memiliki sifat lebih homogen, sehingga data dengan sifat-sifat tertentu yang menjadi perhatian atau yang dipelajari dapat dilihat dengan segera. Klasifikasi data, pada garis besarnya disusun berdasarkan dua cara, yaitu: (1) Klasifikasi berdasarkan sifat-sifatnya, dan (2) Klasifikasi berdasarkan bilangan.

1 Klasifikasi Berdasarkan Sifat-Sifat

Klasifikasi berdasarkan sifat-sifat atau ciri-ciri tertentu yang dimiliki oleh serangkaian data adalah klasifikasi data secara kualitatif. Misalnya penduduk yang bekerja dan penduduk yang tidak bekerja, penduduk yang berpendidikan dan penduduk yang tak berpendidikan, kelompok orang yang setuju dan yang tak setuju terhadap suatu kebijakan yang akan diambil. Klasifikasi berdasarkan sifat-sifat (*attribute*) ini disebut juga klasifikasi berdasarkan katagorik.

2 Klasifikasi Berdasarkan Bilangan

Klasifikasi berdasarkan pada bilangan adalah klasifikasi secara kuantitatif yang juga disebut klasifikasi berdasarkan kelas interval. Misalnya, gaji karyawan, volume ekspor, harga barang dan yang lainnya, yang diklasifikasikan ke dalam batas-batas nilai tertentu.

Distribusi Frekuensi

Distribusi frekuensi atau tabel frekuensi adalah suatu daftar atau tabel yang mendistribusikan data yang ada ke dalam beberapa kelas. Dengan kata lain, distribusi frekuensi merupakan tabel yang menunjukkan sebaran distribusi data yang ada, yang tersusun atas frekuensi tiap-tiap kelas atau kategori. Frekuensi tiap kelas atau kategori menunjukkan banyak pengamatan dalam kelas atau katagori yang bersangkutan.

Data yang perlu disusun ke dalam distribusi frekuensi, pada umumnya adalah data yang jumlahnya besar dan tidak teratur atau bervariasi.

Ada dua macam distribusi frekuensi, yaitu: **(1) Distribusi frekuensi numerikal** dan **(2) Distribusi frekuensi kategorikal**.

1. Distribusi frekuensi numerikal

Distribusi frekuensi numerikal adalah distribusi frekuensi yang pembagian kelasnya dinyatakan dalam bentuk angka-angka atau secara kuantitatif.

Contoh 3 - 4

Tabel 3.4 Upah Harian 40 Karyawan Lepas PT. ARIES di Denpasar, Tahun 2010

Upah Harian (Ribu Rupiah)	Banyak Karyawan (Orang)
30,00 - 39,99	5
40,00 - 49,99	4
50,00 - 59,99	5
60,00 - 69,99	7
70,00 - 79,99	12
80,00 - 89,99	2
90,00 - 99,99	5
Total	40

Sumber: Data Hipotetis

2 Distribusi frekuensi kategorikal

Distribusi frekuensi kategorikal adalah distribusi yang pembagian kelasnya didasarkan atas jenis data atau golongan data yang dilakukan secara kualitatif.

Contoh 3 - 5

Tabel 3.5 Banyaknya Pegawai PT. ARIES di Denpasar Dirinci Menurut Asal Kabupaten/ Kota, Tahun 2010.

Kabupaten/Kota	Banyak Karyawan (Orang)
Denpasar	10
Tabanan	7
Badung	8
Buleleng	4
Gianyar	5
Lainnya	6
Total	40

Sumber: Data hipotetis

Contoh 3 - 6

Tabel 3.6 Banyaknya Pegawai Negeri Sipil Pemerintah Indonesia Menurut Jenis Kelamin Tahun 2010.

Jenis Kelamin	Banyaknya
Laki-laki	2.460.283
Perempuan	2.137.817
Total	4.778.100

Sumber: BPS-Jakarta, 2011

3.4 Penyusunan Distribusi Frekuensi Numerikal

Penyusunan distribusi frekuensi atau tabel frekuensi berdasarkan bilangan (*numerical*) bagi sekelompok atau sekumpulan data yang jumlahnya besar dapat dilakukan melalui beberapa tahapan sebagai berikut:

Tahapan 1. Menentukan banyaknya kelas

Penentuan banyaknya kelas dipergunakan untuk mengelompokkan data yang ada. Banyak kelas dalam suatu distribusi frekuensi sebenarnya dapat ditentukan oleh penyusun distribusi frekuensi itu sendiri, disesuaikan dengan kebutuhan. Jadi, bersifat sangat subyektif. Dalam menentukan jumlah kelas boleh jumlah kelasnya sedikit, boleh juga jumlah kelasnya banyak, yang penting semua data dapat masuk ke dalam kelas-kelas tersebut. (Data dengan

nilai terkecil masuk pada kelas pertama dan data dengan nilai terbesar masuk pada kelas terakhir). Namun demikian, dalam menentukan banyak kelas dari distribusi frekuensi yang akan disusun (agar banyaknya kelas tidak terlalu banyak atau pun tidak terlalu sedikit), **Sturges (1926)** menyarankan untuk menggunakan rumus (3.1) sebagai pedoman.

$$k = 1 + 3,3 \log n \quad (3.1)$$

k = banyak kelas

n = banyak data

Tahapan 2. Menentukan Panjang Kelas/Interval Kelas

Setelah banyaknya kelas ditentukan, langkah selanjutnya adalah menentukan panjang kelas. Panjang kelas dapat ditentukan dengan rumus:

$$c = \frac{R}{k} = \frac{X_n - X_1}{k} \quad (3.2)$$

c = Interval kelas

X_n = Nilai data terbesar

X_1 = Nilai data terendah/ terkecil

R = Range

k = banyak kelas.

Tahapan 3. Menentukan batas kelas

Setelah banyaknya kelas dan interval kelas ditentukan, langkah selanjutnya ialah menentukan batas kelas bawah dari masing-masing kelas. Batas kelas bawah ini ditentukan sedemikian rupa sehingga nilai terkecil dari data tersebut dapat masuk dalam kelas pertama dan nilai terbesar dari data dapat masuk pada kelas terakhir.

Tahapan 4. Memasukkan masing-masing data dan menjumlahkannya

Langkah atau tahap terakhir dalam penyusunan tabel frekuensi ialah memasukkan (mendistribusikan) masing-masing data ke dalam kelas-kelas yang sesuai dan menjumlahkannya. Untuk mengecek frekuensinya dalam masing-masing kelas yang telah disusun dapat digunakan dua cara yaitu cara turus atau jari-jari (*tally form*) dan cara entry (*entry form*).

Agar lebih jelas bagaimana suatu tabel frekuensi dapat disusun, perhatikan Contoh 3-7.

Contoh 3 - 7

Hasil survei penghasilan per bulan (juta rupiah) dari 70 usaha rental kendaraan roda empat yang diambil secara acak dari seluruh usaha rental kendaraan roda empat di Kabupaten Badung pada tahun 2010, diperoleh hasil sebagai berikut:

88	41	68	62	63	44	69	53	68	69
33	78	53	55	72	62	82	73	48	84
49	64	57	79	69	55	67	75	66	79
69	31	64	58	75	78	76	64	38	81
55	67	75	64	72	56	48	49	74	68
68	63	68	69	54	58	35	56	56	85
54	72	76	65	46	74	73	66	25	65

Susunlah distribusi frekuensi data mentah (*raw data*) tersebut

Penyelesaian

Tahapan penyusunan distribusi frekuensi adalah sebagai berikut:

(1) Menentukan banyak kelas.

$$\begin{aligned}
 n &= 70 \\
 k &= 1 + 3,3 \log n \\
 &= 1 + 3,3 \log 70 \\
 &= 1 + 3,3 (1,8451) \\
 &= 1 + 6,08 \\
 &= 7,08 \rightarrow \text{dibulatkan menjadi } 7
 \end{aligned}$$

(2) Menentukan interval kelas

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{R}{k} \\
 &= \frac{88 - 25}{7} \\
 &= 9 \text{ (sebaiknya diambil } 10)
 \end{aligned}$$

(3) Menentukan batas kelas

Oleh karena nilai data terkecil 25, maka batas bawah kelas I (pertama), dapat dimulai dengan nilai 20, dengan demikian batas bawah kelas II (kedua) dan III (ketiga) berturut-turut $20 + 10 = 30$ dan $30 + 10 = 40$ dan seterusnya, seperti di bawah ini.

No. Kelas	Penghasilan Per Bulan (Juta Rupiah)
I	20 - 29
II	30 - 39
III	40 - 49
IV	50 - 59
V	60 - 69
VI	70 - 79
VII	80 - 99

(4) Memasukkan masing-masing data satu persatu mulai dari data yang pertama hingga data yang terakhir ke dalam kelasnya yang sesuai, dengan memberi tanda tally atau tanda turus (/) dan menjumlahkannya, seperti Tabel 3.7.

Tabel 3.7 Tabulasi Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010.

Kelas	Frekuensi (Cara Turus)	Frekuensi
20 - 29	/	1
30 - 39	////	4
40 - 49	//// //	7
50 - 59	//// //// ///	13
60 - 69	//// //// //// //// ////	25
70 - 79	//// //// ////	15
80 - 89	////	5

Setelah keseluruhan data dimasukkan ke dalam kelas-kelas yang sesuai (terdistribusi sampai habis) dan dijumlahkan, maka akhirnya diperoleh tabel frekuensi atau distribusi frekuensi seperti Tabel 3.8.

Tabel 3.8 Distribusi Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010

Penghasilan per Bulan (Juta Rupiah)	Banyak Usaha (Unit)
20 - 29	1
30 - 39	4
40 - 49	7
50 - 59	13
60 - 69	25
70 - 79	15
80 - 89	5
Total	70

Dengan tersusunnya tabel frekuensi, maka pola sebaran data dapat diketahui. Secara kasar, data dengan mudah dapat dideskripsikan. Namun, kekurangannya adalah beberapa informasi yang lebih rinci dari beberapa data akan hilang.

Dari Tabel 3.8 dapat diketahui (secara kasar) bahwa:

- (1) Penghasilan bulanan usaha rental kendaraan roda empat bervariasi dari 20 juta rupiah sampai 89 juta rupiah
- (2) Sebagian besar penghasilan bulanan terpusat di antara 50 juta rupiah dan 79 juta rupiah, yaitu sebanyak 53 unit, atau 75,71 persen dari seluruh sampel.
- (3) Konsentrasi terbesar atau frekuensi tertinggi terdapat pada kelas ke-5 (kelas 60 - 69), dengan nilai tengah sebesar 64,5. Nilai ini (64,5) dapat dianggap mewakili keseluruhan data. Jadi, penghasilan rata-rata usaha rental kendaraan roda empat di Kabupaten Badung sebesar 64,5 juta per bulan.

3.5 Bagian-bagian Tabel Frekuensi

Bagian-bagian dari tabel frekuensi yang perlu di ketahui (Hoel dan Jesen, 1982; Gupta dan Gupta, 1983) antara lain adalah:

1 Kelas

Tiap-tiap kelompok nilai variabel disebut kelas.

Data yang disajikan pada Tabel 3.8 terdiri atas 7 kelas atau 7 kelompok data

2 Batas-batas kelas (*class Limits*)

Nilai-nilai yang membatasi kelas yang satu dengan kelas yang lainnya disebut batas kelas. Dalam satu kelas ada dua batas kelas yaitu: batas bawah kelas (*lower class limits*) dan batas atas kelas (*upper class limits*). Perhatikan data yang disajikan pada Tabel 3.8. Kelas ke-3 dibatasi oleh dua bilangan yaitu 40 dan 49. Bilangan 40 merupakan batas bawah dari kelas ke-3 dan bilangan 49 merupakan batas atasnya.

3 Tepi-tepi kelas (*class boundaries, true class limits*)

Batas-batas kelas yang tampak pada Tabel 7.8, bukanlah batas kelas yang sebenarnya. Kenapa? Perhatikan kelas ke-3. Secara teoritis, kelas ke-3 sebetulnya meliputi semua nilai antara 39,5 dan 49,5. Kedua nilai ini disebut tepi-tepi kelas (*class boundaries*), atau juga disebut batas kelas teoritis atau *true limits*. Bilangan 39,5 disebut **tepi bawah** kelas dan 49,5 disebut **tepi atas** kelas dari kelas yang ke-3.

Tepi bawah kelas diperoleh dengan mengurangkan setengah kali *satuan terkecil* terhadap batas bawah kelas, dan **tepi atas** kelas diperoleh dengan menambahkan setengah kali satuan terkecil terhadap batas atas kelasnya. Perhatikan kelas ke-3 pada Tabel 3.8. Satuan terkecil dari data yang tersusun dalam tabel frekuensi adalah 1 satuan (1 satuan = sejuta rupiah). Batas bawah (tampak) dari kelas ke-3 adalah 40 dan batas atas (tampak) kelas ke-3 adalah 49. Maka **tepi bawah** kelas ke-3 adalah $40 - 0,5(1) = 40 - 0,5 = 39,5$; sedangkan **tepi atas** kelas ke-3 adalah $49 + 0,5(1) = 49 + 0,5 = 49,5$. Contoh lainnya, misalnya suatu kelas dari sebuah tabel frekuensi dinyatakan dalam (40,00 - 49,99), maksudnya suatu kelas dengan batas bawah (tampak) 40,00 dan batas atasnya (tampak) 49,99. Ini berarti satuan terkecil dari data yang tersusun dalam tabel frekuensi itu adalah 0,01 (se-perseratus) satuan. Maka **tepi bawah** kelas adalah $40,00 - 0,5(0,01) = 39,995$. Sedangkan **tepi atas** kelas adalah $49,99 + 0,5(0,01) = 49,995$.

4 Luas kelas/kelas Interval

Luas kelas/panjang kelas atau interval kelas adalah selisih antara **tepi atas** kelas (batas atas nyata kelas) dengan **tepi bawah** kelas (batas bawah nyata kelas) dari kelas yang bersangkutan. Jika interval kelas ditambahkan pada batas bawah suatu kelas akan diperoleh batas bawah kelas berikutnya. Pada tabel frekuensi yang luas kelasnya sama, maka interval kelas, sama dengan jarak antara kelas yang satu dengan kelas yang lainnya yang berurutan atau selisih dari batas bawah kelas yang satu dengan batas bawah kelas yang lainnya yang berdekatan/berurutan.

Interval kelas dari data yang tersaji pada Tabel 3.8 adalah 10. Didapat dari 49,5 dikurangi 39,5 atau 89,5 dikurangi 79,5 atau 40 dikurangi 30, atau 50 dikurangi 40.

5 Nilai tengah kelas (*class mark, class mid point*)

Nilai tengah (*class mid point*) juga disebut tanda kelas (*class mark*) adalah rata-rata antara batas atas dengan batas bawah suatu kelas, atau batas atas + batas bawah suatu kelas dibagi dua. Perhatikan Tabel 3.8. Nilai tengah kelas ke-2 = $(30 + 39)/2 = 34,5$. Nilai tengah kelas ke-3 = $(40 + 49)/2 = 44,5$. Dengan cara yang sama dapat dihitung nilai tengah kelas yang lainnya. Nilai tengah ini merupakan nilai pendekatan dari nilai rata-rata yang terdapat pada suatu kelas. Nilai tengah ini dapat dianggap mewakili nilai data-data yang ada pada satu kelas. Ini merupakan konsekuensi dari data yang disusun berdasarkan tabel frekuensi. Sehingga beberapa informasi secara rinci dari data yang disusun (data asli) tidak dapat diketahui atau hilang.

Perhatikan kelas ke-3 dalam Tabel 3.8, frekuensinya 7, itu menunjukkan banyak pengamatan 7. Dari 7 data yang diamati tersebut berapa banyak data yang bernilai 41, atau yang bernilai 46? Informasi untuk itu, tidak dapat diketahui, dengan kata lain informasi detailnya hilang.

Batas-batas kelas, tepi-tepi kelas dan nilai tengah kelas tabel atau distribusi frekuensi data dalam Tabel 3.8, dapat disajikan sebagai berikut:

Batas-batas kelas	Tepi-tepi kelas	Nilai tengah kelas
20 - 29	19,5 - 29,5	24,5
30 - 39	29,5 - 39,5	34,5
40 - 49	39,5 - 49,5	44,5
50 - 59	49,5 - 59,5	54,5
60 - 69	59,5 - 69,5	64,5
70 - 79	69,5 - 79,5	74,5
80 - 89	79,5 - 89,5	84,5

Sumber: Tabel 3.8

Contoh 3 - 8

Ditentukan tabel frekuensi di bawah ini.

Tabel 3.9 Uang Saku Bulanan 60 Mahasiswa FEB-Unud, Tahun 2010

Uang Saku (Puluh Ribu Rupiah)	Banyak Mahasiswa (Orang)
40 – 44,9	2
45 – 49,9	5
50 – 54,9	8
55 – 59,9	11
60 – 64,9	26
65 – 69,9	8
Total	60

Sumber: Data hipotetis

Dari tabel frekuensi (Tabel 3.9) tentukanlah:

- Banyak kelas.
- Batas-batas kelas dari kelas yang ketiga.
- Frekuensi untuk kelas kedua dan kelas kelima.
- Tepi atas kelas kedua atau tepi bawah kelas ketiga.
- Kelas mark (nilai tengah kelas) dari kelas ketiga.
- Kelas intervalnya.
- Batas kelas bawah dan batas kelas atas dari kelas-kelas tabel frekuensi tersebut.
- Tepi bawah kelas kedua.

Jawab

- Banyaknya kelas = 6
- Batas bawah kelas ketiga ialah 50 dan batas atasnya ialah 54,9.
- Frekuensi untuk kelas kedua ialah 5 dan frekuensi kelas kelima ialah 26
- Tepi atas kelas kedua atau tepi bawah kelas ketiga adalah:
 $49,9 + 0,5(0,1) = 49,95$ atau $50 - 0,5(0,1) = 49,95$
- Kelas mark dari kelas ketiga = $(50 + 54,9)/2 = 52,45$
- Kelas intervalnya = 5
- Batas kelas bawah dari kelas-kelas tabel frekuensi tersebut adalah:
40, 45, 50, 55, 60 dan 65
 Batas kelas atas dari kelas-kelas tabel frekuensi tersebut adalah:
44,9; 49,9; 54,9; 59,9; 64,9; dan 69,9.
- Tepi bawah kelas kedua = $45 - 0,5(0,1) = 44,95$

Contoh 3 - 9

Diketahui tabel frekuensi modal usaha 60 pedagang pada sebuah pasar tradisional seperti dalam Tabel 3.10.

Tabel 3.10 Modal Usaha 60 Pedagang di Sebuah Pasar Tradisional Pada Tahun 2015

Modal (Juta rupiah)	Banyak Pedagang (Orang)
4 – 4,9	4
5 – 5,9	6
6 – 6,9	12
7 – 7,9	20
8 – 8,9	10
9 – 9,9	8
Total	60

Sumber: Data Hipotetis

Berdasarkan Tabel 3.10, tentukanlah:

- Banyak pedagang kaki lima yang modal usahanya antara Rp 7 juta hingga Rp 7,9 juta.
- Banyak pedagang kaki lima yang modal usahanya lebih kecil dari Rp 8 juta.
- Besar modal usaha yang dimiliki paling banyak oleh pedagang kaki lima - pedangan kaki lima tersebut?

Jawab

- 20 pedagang (lihat frekuensi kelas keempat).
- 42 pedagang (jumlahkan frekuensi yang terdapat pada kelas pertama, kedua, ketiga dan keempat yaitu $4 + 6 + 12 + 20 = 42$).
- Berkisar antara 7 juta rupiah hingga 7,9 juta rupiah (ada sebanyak 20 pedagang).

3.6 Syarat-Syarat Tabel Frekuensi yang Baik

Beberapa persyaratan suatu tabel frekuensi (distribusi numerikal) yang baik adalah sebagai berikut:

- Suatu tabel frekuensi hendaknya mempunyai nomor tabel, judul tabel dan satuan.
- Banyak kelas dianjurkan ditentukan berdasarkan atas pedoman **Sturges** dan sebaiknya dihindari penggunaan banyaknya kelas yang melebihi 20 kelas. Dianjurkan paling sedikit 5 dan paling banyak 20 kelas.
- Hindari adanya kelas yang terbuka, karena kelas yang terbuka tidak ada batasnya. Sehingga sulit menentukan nilai tengah kelas. Kelas terbuka ini kadang kala tidak dapat dihindari, terutama bila terdapat sebagian kecil data memiliki nilai ekstrem, nilai terlalu kecil atau terlalu besar dibandingkan sebagian besar nilai-nilai data yang lainnya.

Contoh 3 -10

Tabel frekuensi dengan kelas terbuka

Tabel 3.11 Uang Saku Mingguan 100 Mahasiswa FEB–Unud, Tahun 2015

Uang Saku (Puluh Ribu Rupiah)	Banyak (Mahasiswa Orang)
30 - 39	25
40 - 49	20
50 - 59	25
60 - 69	15
70 - 79	13
80 atau lebih	2
Total	100

4. Hindari adanya interval kelas yang tidak sama. Perihal ini dapat terjadi, bila ada kelas yang frekuensinya nol. Akibatnya dua kelas dapat digabung menjadi satu kelas.

Contoh 3-11

Tabel frekuensi dengan interval kelas tidak sama

Tabel 3.12 Uang Saku Mingguan 80 Mahasiswa FE – Unud, Tahun 2010

Uang Saku (Puluh Ribu Rupiah)	Banyak Mahasiswa (orang)
30 - 39	25
40 - 49	20
50 - 69	25
70 - 79	8
80 - 89	2
Total	80

5. Hindari adanya batas kelas yang sama (batas kelas berulang). Hal ini dimaksudkan untuk menghindari sebuah data dimasukkan secara berulang (lebih dari satu kali).

Contoh 3-12

Tabel frekuensi dengan batas kelas yang sama

Tabel 3.13 Uang Saku Mingguan 80 Mahasiswa FEB – Unud, Tahun 2015

Uang Saku (Puluh Ribu Rupiah)	Banyak Mahasiswa
30 - 40	25
40 - 50	20
50 - 60	15
60 - 70	10
70 - 80	8
80 - 90	2
Total	80

Bila terdapat data dengan nilai 50, di kelas mana dimasukkan? Di kelas kedua atau di kelas ketiga? Demikian juga, bila ada data dengan nilai 60, di kelas mana dimasukkan? Oleh karena itu, untuk menghindari keraguan semacam itu atau menghindari sebuah data masuk di dua kelas, penyusunan tabel frekuensi dengan batas kelas yang sama tidak disarankan.

6. Sumber data hendaknya disebutkan
Hal ini sangat perlu, untuk mengecek jika ada keragu-raguan terhadap data

3.7 Penyusunan Tabel Frekuensi Kategorikal

Dalam menyusun tabel frekuensi berdasarkan katagori tidak dijumpai masalah penentuan banyaknya kelas, penentuan batas kelas, interval kelas dan yang lainnya. Dalam hal ini, hanya menentukan katagori yang mana akan dipergunakan. Dalam menentukan katagori yang akan digunakan, sangat subyektif sifatnya, disesuaikan dengan kebutuhan penyusun tabel frekuensi itu sendiri. Akan tetapi, disarankan untuk memilih katagori yang telah lazim digunakan.

Pada umumnya dipilih kategori yang secara resmi digunakan oleh pemerintah. Misalnya, pemerintah membagi tingkat pendapatan menjadi tiga kategori yaitu tingkat pendapatan rendah, menengah dan tinggi. Demikian juga kategori industri yaitu: industri kecil, menengah dan besar. Kepadatan penduduk suatu daerah dikategorikan atas: penduduk jarang, sedang dan tinggi. Setelah kategori ditentukan, tinggal memasukkan data ke masing-masing katagori ini dan menjumlahkannya.

Contoh 3-13

Di bawah ini adalah data mengenai kepadatan penduduk per km² di 16 provinsi dari 32 provinsi di Indonesia, berdasarkan hasil pencacahan lengkap sensus penduduk tahun 2010.

No.	Provinsi	Kepadatan Penduduk per - Km ²
1	Daerah Istimewa Aceh	78
2	Sumatera Utara	178
3	Sumatera Barat	115
4	Riau	64
5	Jambi	62
6	Kepulauan Riau	205
7	Sumatera Selatan	81
8	Bengkulu	86
9	Lampung	220
10	DKI Jakarta	14.469
11	Jawa Barat	1.217
12	Jawa Tengah	987
13	D.I Yogyakarta	1.104
14	Jawa Timur	784
15	Bali	673
16	Nusa Tenggara Barat	242

Sumber: BPS- Jakarta, 2011. Diambil sebagian.

Berdasarkan data di atas, buatlah tabel frekuensi yang disusun berdasarkan kategori kepadatan penduduk, yang mengacu kepada kriteria yang ditetapkan oleh Direktorat Pembangunan Dasar, yaitu penduduk jarang (kepadatan kurang dari 200 jiwa / Km², penduduk sedang (kepadatan antara 200 - 300 jiwa

/ Km²) dan penduduk tinggi (kepadatan penduduk lebih dari 300 jiwa / Km²).
Penyelesaian

Tabel 3.14 Kepadatan Penduduk 16 Provinsi dari 32 Provinsi di Indonesia, Tahun 2010

Kepadatan penduduk	Banyak Provinsi
Penduduk Jarang	7
Penduduk Sedang	3
Penduduk Tinggi	6
Total	16

3.8 Distribusi Frekuensi Relatif

Ada kalanya, analisis statistik ingin mengetahui secara cepat proporsi atau persentase dari data yang memiliki sifat-sifat atau ciri-ciri tertentu. Untuk keperluan itu distribusi frekuensi perlu dinyatakan dalam bentuk persentasi atau fraksi. Tabel frekuensi sedemikian itu disebut tabel frekuensi relatif. **Frekuensi relatif** (f_r) adalah frekuensi yang dinyatakan dalam angka relatif (persentase). Frekuensi relatif tiap kelas dapat dihitung dengan rumus:

$$f_r = \frac{\text{Frekuensi absolut tiap kelas}}{\text{Seluruh frekuensi}} \times 100\% \quad (3.3)$$

Contoh 3 - 14

Tabel 3.15 Tabel Frekuensi Relatif Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010

Penghasilan per Bulan (Juta Rupiah)	Banyak Usaha Rental (f)	Persentase (f_r)
20 - 29	1	1,43
30 - 39	4	5,71
40 - 49	7	10,00
50 - 59	13	18,57
60 - 69	25	35,72
70 - 79	15	21,43
80 - 89	5	7,14
Total	70	100

Informasi apa yang dapat diperoleh dari Tabel 3.15? Informasi yang dapat diperoleh dengan cepat dari Tabel 3.15, antara lain adalah:

- (1) Usaha rental kendaraan roda empat yang penghasilan per bulannya berkisar antara 20 juta rupiah hingga 29 juta rupiah, sebanyak 1 (unit) usaha atau 1,43 % ($= \frac{1}{70} \times 100\%$)

- (2) Usaha rental kendaraan roda empat yang penghasilannya per bulannya berkisar antara 70 juta rupiah hingga 79 juta rupiah, sebanyak 15 (unit) usaha, atau 21,43% ($= \frac{15}{70} \times 100\%$)
- (3) Hanya 7,14% ($= \frac{5}{70} \times 100\%$) dari ke 70 Usaha rental kendaraan roda empat tersebut, penghasilannya per bulannya berkisar antara 80 juta rupiah hingga 89 juta rupiah.
- (4) Usaha rental kendaraan roda empat tersebut 35,72% penghasilannya per bulannya berkisar antara 60 juta rupiah hingga 69 juta rupiah.
- (5) Secara kasar, dapat dinyatakan bahwa rata-rata penghasilan usaha rental kendaraan roda empat tersebut adalah sekitar 64,5 juta per bulan (diwakili oleh nilai tengah kelas dengan frekuensi tertinggi).

Banyak informasi lainnya yang dengan cepat dapat diperoleh dari tabel frekuensi relatif semacam itu.

3.9 Distribusi Frekuensi Kumulatif

Seringkali orang tertarik untuk mengetahui dengan cepat banyaknya pengamatan (data) yang memiliki nilai di atas atau di bawah nilai tertentu. Untuk keperluan itu, harus disusun tabel frekuensi kumulatif.

Frekuensi Kumulatif (F_c) dari suatu tabel frekuensi adalah frekuensi yang dapat menunjukkan jumlah frekuensi yang terletak **di atas** atau **di bawah** suatu nilai tertentu dalam suatu interval kelas.

Ada dua macam frekuensi kumulatif yaitu: (1) frekuensi kumulatif “kurang dari”, dan (2) frekuensi kumulatif “lebih dari”. Tabel frekuensi yang frekuensinya tiap kelasnya disusun berdasarkan frekuensi kumulatif disebut **distribusi frekuensi kumulatif**.

Untuk menyusun tabel frekuensi kumulatif dari sekelompok data, penggolongan datanya dapat digunakan **batas kelas** (lihat Tabel 3.16 dan Tabel 3.18) dan dapat juga digunakan **tepi kelas** (lihat Tabel 3.17 dan Tabel 3.19).

1 Distribusi frekuensi kumulatif “kurang dari”

Frekuensi kumulatif “kurang dari” (*less than*) adalah frekuensi yang dapat menunjukkan jumlah frekuensi yang kurang dari nilai tertentu. Frekuensi kumulatif “kurang dari” dapat ditentukan dengan menjumlahkan frekuensi pada kelas-kelas sebelumnya.

Di bawah ini diberikan dua contoh distribusi frekuensi kumulatif “kurang dari”, yang penggolongan datanya menggunakan batas kelas (Tabel 3.16) dan tepi kelas (Tabel 3.17).

Tabel 3.16 Distribusi Kumulatif “Kurang dari” Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010

Penghasilan per Bulan (juta Rp)	Banyak Usaha (f_c)	Persentase (%)
Kurang dari 20	0	0,00
Kurang dari 30	0+1	1,43
Kurang dari 40	0+1+4	7,14
Kurang dari 50	0+1+4+7	17,14
Kurang dari 60	0+1+4+7+13	35,71
Kurang dari 70	0+1+4+7+13+25	71,43
Kurang dari 80	0+1+4+7+13+25+15	92,86
Kurang dari 90	0+1+4+7+13+25+15+5	100,00

Sumber: Tabel 3.8

Dari Tabel 3.16, dapat dengan cepat diketahui, misalnya jumlah usaha rental yang penghasilan per bulannya kurang dari 60 juta rupiah sebanyak 25 unit usaha atau 35,71%. Jumlah usaha rental yang penghasilan per bulannya kurang dari 80 juta rupiah sebanyak 65 unit usaha atau 92,86%.

Bila penggolongan datanya dilakukan dengan menggunakan **tepi kelas**, distribusi kumulatif “kurang dari” akan berbentuk sebagai berikut:

Tabel 3.17 Distribusi Kumulatif “Kurang dari” Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010

Penghasilan per Bulan (Juta Rp)	Banyak Usaha (f_c)	Persentase (%)
Kurang dari 19,5	0	0,00
Kurang dari 29,5	1	1,43
Kurang dari 39,5	5	7,14
Kurang dari 49,5	12	17,14
Kurang dari 59,5	25	35,71
Kurang dari 69,5	50	71,43
Kurang dari 79,5	65	92,86
Kurang dari 89,5	70	100,00

Sumber: Tabel 3.8

2 Distribusi frekuensi kumulatif "lebih dari"

Frekuensi kumulatif “lebih dari” (*more than*) adalah frekuensi yang dapat menunjukkan jumlah frekuensi yang lebih dari nilai tertentu. Frekuensi kumulatif “lebih dari” dapat ditentukan dengan menjumlahkan frekuensi pada kelas-kelas sesudahnya sampai kelas itu sendiri. Dalam menyusun tabel frekuensi ko-

umulatif “lebih dari”, yang dipergunakan sebagai batas bawahnya adalah **batas bawah kelas** atau **tepi bawah kelas** dari masing-masing kelas.

Seperti telah dijelaskan di muka, bahwa untuk mengetahui dengan cepat berapa banyak pengamatan (data) yang nilainya di atas nilai tertentu, dapat dilihat melalui tabel frekuensi kumulatif “lebih dari”, seperti Contoh 3-15.

Contoh 3 - 15

Tabel 3.18 Distribusi Kumulatif “Lebih Dari” Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010.

Penghasilan per Bulan (Juta Rp)	Banyak Usaha (f_c)	Persentase (%)
20 atau lebih	5+15+25+13+7+4+1	70
30 atau lebih	5+15+25+13+7+4	69
40 atau lebih	5+15+25+13+7	65
50 atau lebih	5+15+25+13	58
60 atau lebih	5+15+25	45
70 atau lebih	5+15	20
80 atau lebih	5	5
90 atau lebih	0	0

Sumber: Tabel 3.8

Dari Tabel 3.18, dapat diketahui dengan cepat, misalnya jumlah usaha rental yang penghasilannya per bulannya lebih besar atau sama dengan 50 juta rupiah sebanyak 58 unit usaha atau 82,86%. Jumlah usaha rental yang penghasilannya per bulannya lebih besar atau sama dengan 80 juta rupiah sebanyak 5 unit usaha (7,14%). Jumlah usaha rental yang penghasilannya per bulannya pada kisaran 50 juta rupiah hingga 80 juta rupiah sebanyak $(58 - 5) = 53$ unit usaha (75,72%)

Distribusi frekuensi kumulatif “lebih dari” Tabel 3.18, pengelompokan datanya menggunakan **batas kelas**. Bila pengelompokan datanya digunakan **tepi kelas** bentuknya sebagai berikut:

Tabel 3.19 Distribusi Kumulatif “Lebih Dari” Penghasilan per bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010.

Penghasilan per Bulan (Juta Rupiah)	Banyak Usaha (f_c)	Persentase (%)
lebih dari 19,5	70	100,00
lebih dari 29,5	69	98,57
lebih dari 39,5	65	92,86
lebih dari 49,5	58	82,86
lebih dari 59,5	45	64,29
lebih dari 69,5	20	28,57
lebih dari 79,5	5	7,14
lebih dari 89,5	0	0,00

Sumber: Tabel 3.8

3.10 Grafik Distribusi Frekuensi

Untuk menggambarkan grafik atau diagram dari distribusi frekuensi sebagian telah diuraikan secara sepintas dalam Bab 1. Pada bagian ini akan dibahas tiga macam grafik, yaitu (1) Histogram, (2) Polygon, dan (3) Ogive

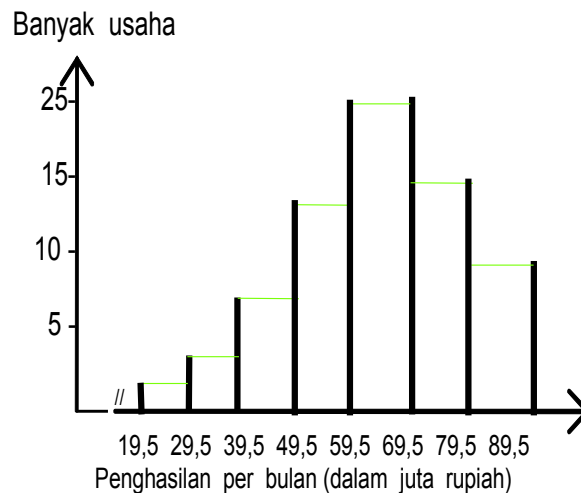
1 Histogram

Histogram adalah gambaran mengenai suatu distribusi frekuensi, untuk setiap kelas dari tabel frekuensi yang dinyatakan dalam segi empat. Sumbu horizontal menunjukkan nilai-nilai data yang dinyatakan dalam kelas-kelas data dan sumbu vertikal menunjukkan frekuensi data. Skala horizontal boleh memakai tepi-tepi kelas (*class boundaries*), batas-batas kelas (*class limits*) atau dapat pula memakai angka yang mudah dan relatif bulat yang mendekati.

Penyajian data dalam bentuk histogram ini akan memudahkan bagi siapa saja, dengan cepat dapat mengetahui secara umum sifat-sifat yang dimiliki oleh data. Oleh karena itu, histogram adalah salah satu bentuk diagram yang digunakan secara luas dalam berbagai bidang ilmu, untuk menyampaikan pesan/informasi yang secara cepat dapat dipahami.

Berikut ini disajikan grafik histogram dari Tabel 3.8.

Digram 3.1 Histogram Frekuensi Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Bandung, Tahun 2010

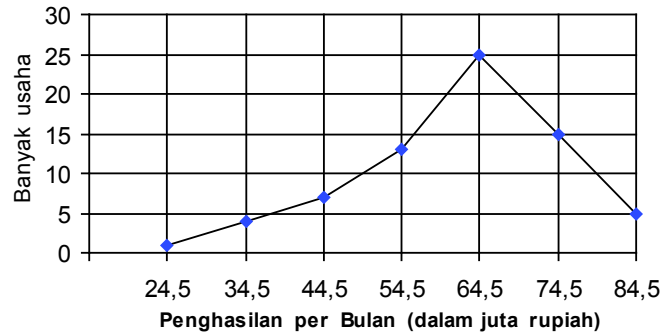


Gambar 3.1

2 Poligon Frekuensi

Poligon frekuensi adalah garis yang menghubungkan titik-titik yang dibentuk oleh titik tengah-titik tengah kelas dan frekuensi kelasnya dari suatu distribusi frekuensi atau dari suatu histogram. Di bawah ini disajikan grafik poligon dari Tabel 3.15.

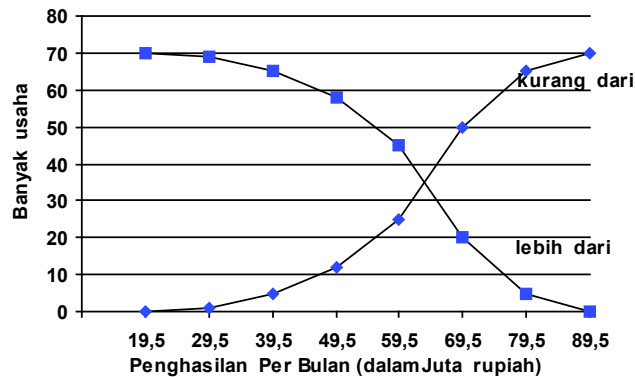
Diagram 3.2 Poligon Frekuensi Penghasilan per Bulan Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010



3 Poligon Frekuensi Kumulatif

Poligon frekuensi kumulatif atau sering disebut **Ogive** adalah diagram bentuk garis dari distribusi frekuensi kumulatif. Sumbu vertikal menyatakan frekuensi kumulatif, dan sumbu horizontal menyatakan **tepi kelas** (kelas *boundaries*). Ogive untuk data yang tersaji pada Tabel 3.17 dan Tabel 3.19 bentuknya sebagai berikut:

Diagram 3.3 Ogive Frekuensi Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Roda Empat di Kabupaten Badung, Tahun 2010



3.11 Kurva Frekuensi

Kurva yang diperoleh dari suatu tabel frekuensi disebut kurva frekuensi, dan sering kali bentuknya mendekati suatu fungsi tertentu. Pada umumnya kurva frekuensi dibedakan menjadi dua kelompok yaitu: (1) Kurva frekuensi yang simetris, dan (2) Kurva frekuensi yang asimetris.

Di bawah ini disajikan beberapa bentuk kurva yang simetris dan asimetris

Diagram 3.4 Kurva Simetris

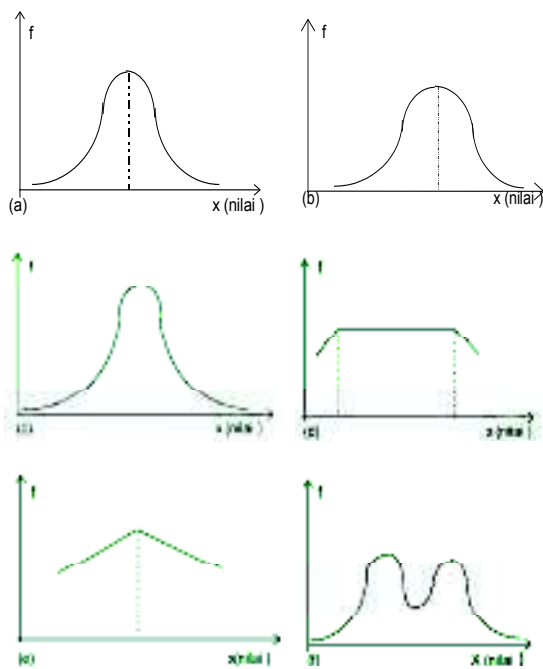
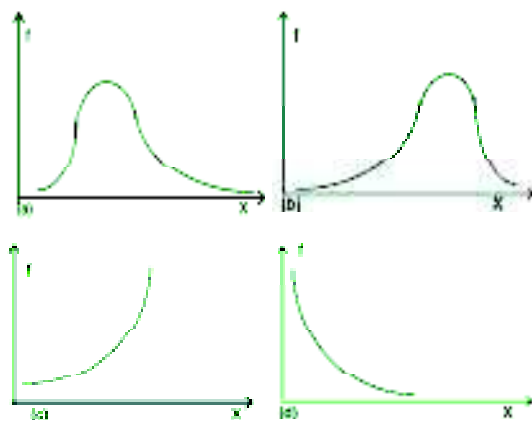


Diagram 3.5 Kurva Asimetris



Gambar 3. 4

Soal-soal Latihan

- 3 - 1 Hasil survei terhadap laba bersih harian (juta rupiah) 80 sampel minimarket di sebuah kota (data hipotetis), adalah sebagai berikut:

13	23	22	24	15	16	10	18
17	35	23	28	17	18	12	25
11	22	11	27	14	21	35	36
20	17	14	24	15	22	9	37
16	16	36	26	18	23	19	15
35	12	22	30	19	24	21	23
14	15	11	24	20	31	22	15
13	14	15	18	22	32	23	12
17	25	16	14	10	22	16	16
8	24	12	26	8	21	19	9

Pertanyaan

- Buatlah *array* data tersebut (susunan data dari nilai data terkecil sampai dengan nilai data terbesar atau sebaliknya).
 - Susunlah tabel frekuensi dari data mentah di atas dengan klasifikasi 5 - 9, 10 - 14, 15 - 19 dan seterusnya.
 - Berapa banyak minimarket yang laba bersih hariannya berkisar antara 30 hingga 34 juta rupiah?
 - Berapa % minimarket tersebut yang laba bersih hariannya pada kisaran 30 hingga 34 juta rupiah?
 - Secara kasar, berapa rata-rata laba bersih per hari mini market (sampel) tersebut?
 - Buatlah histogram dan polygon dari tabel frekuensi data tersebut
 - Susunlah tabel frekuensi kumulatif "kurang dari" dan tabel frekuensi "lebih dari" data tersebut, dan buatlah ogivenya.
- 3 - 2 Upah mingguan dari 80 karyawan lepas PT.Gajah Mada di Denpasar pada Tahun 2010, dikelompokkan sebagai berikut (data hipotetis):

Upah Mingguan (Ribu Rupiah)	Banyak Karyawan (Orang)
250 – 259,9	2
260 – 269,9	7
270 – 279,9	9
280 – 289,9	14
290 – 299,9	25
300 – 309,9	12
310 – 319,9	8
320 – 329,9	3
Total	80

Pertanyaan:

- Tentukan besarnya nilai batas bawah untuk kelas kedua, ketiga, dan kelima.
- Tentukan besarnya nilai batas atas untuk kelas kedua, ketiga, dan kelima
- Tentukan nilai tengah kelas ketiga, kelas keempat, dan apa artinya nilai-nilai tersebut?
- Tentukan nilai tepi bawah kelas ketiga, dan tepi bawah kelas keempat.
- Tentukan nilai tepi atas kelas ketiga dan tepi atas kelas keempat
- Tentukan banyaknya karyawan yang upah mingguannya kurang dari Rp 270.000,00.
- Tentukan banyaknya karyawan yang upah mingguannya kurang dari Rp 310.000,00.
- Tentukan banyaknya karyawan yang upah mingguannya sama atau lebih dari Rp 270.000,00.
- Berapa % jumlah pegawai yang upah mingguannya lebih dari Rp 299.950,00.
- Tentukanlah kelas intervalnya.
- Gambarkanlah kurva frekuensinya, dan berikan komentar.
- Buatlah histogram dan poligon frekuensinya.
- Buatlah ogive” lebih dari” dan “kurang dari”.

- 3 - 3** Penelitian tentang modal (juta rupiah) dari 82 usaha butik yang dipilih sebagai sampel di sebuah kota pada tahun 2010, menunjukkan hasil sebagai berikut:

Besar Modal (Juta Rupiah)	Banyak Usaha
20 - 29,9	2
30 - 39,9	3
40 - 49,9	7
50 - 59,9	4
60 - 69,9	16
70 - 79,9	34
80 - 89,9	9
90 - 99,9	7
Total	82

Sumber: Data Hipotetis

- Buatlah histogram, poligon dan ogive dari tabel frekuensi di atas.
- Berilah sedikit komentar tentang bentuk distribusi di atas.
- Berapa % jumlah perusahaan yang memiliki modal 30 juta atau lebih?
- Berapa unit usaha yang modalnya lebih kecil dari Rp 69,95 juta?
- Berapa unit usaha yang memiliki modal paling sedikit Rp 30 juta tetapi kurang dari Rp 50 juta?
- Berapa unit usaha yang memiliki modal lebih dari Rp 39,95 juta?

- 3 - 4 Di bawah ini disajikan titik tengah sampel penjualan mingguan (dalam juta rupiah) dari 90 salesman sebuah perusahaan di Kota Makassar, (data hipotetis).

Titik Tengah	Frekuensi
24, 95	2
34, 95	6
44, 95	15
54, 95	18
64, 95	15
74, 95	34
Total	90

- (a) Susunlah distribusi frekuensi asalnya.
 (b) Buatlah histogram, poligon frekuensi dan kurva ogivenya.
 (c) Gambarlah kurva frekuensinya.
 (d) Hanya dengan melihat kurva frekuensinya, lakukan penilaian secara kasar terhadap kurva frekuensinya, simetris atau tidak. Jika tidak, menceng kanan atau menceng kiri?
- 3 - 5 Nilai akhir ujian mata kuliah statistik ekonomi dari 60 mahasiswa Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi (STIE) di sebuah kota di catat dalam tabel berikut:

73	69	63	74	83	76	95	65	60	97
64	76	81	73	92	75	67	72	66	58
69	81	77	58	93	73	59	87	76	94
77	71	86	71	58	91	69	57	73	83
72	85	73	63	58	70	61	76	93	60
91	74	86	60	88	66	80	73	82	62

Dengan melihat data mentah tersebut:

- (a) Tentukanlah nilai tertinggi.
 (b) Tentukanlah nilai terendah.
 (c) Carilah range/jangkauannya.
 (d) Tentukanlah lima nilai tertinggi.
 (e) Tentukanlah sepuluh nilai terendah.
 (f) Tentukanlah interval kelasnya, gunakan rumus **Sturges**.
 (g) Susunlah tabel frekuensinya.
 (h) Dengan melihat tabel frekuensi yg disusun, coba jelaskan pola nilai ujian mata kuliah statistik ekonomi tersebut.

- 3 - 6** Data di bawah ini, adalah usia 40 peserta kursus dan pelatihan teknisi komputer pada sebuah lembaga kursus di Denpasar:

16	24	29	22	33
26	26	31	28	22
21	17	28	33	20
20	26	19	24	16
19	27	23	16	28
22	19	18	39	31
25	36	21	35	18
22	34	19	18	17

Berdasarkan data tersebut di atas

- (a) Susunlah distribusi frekuensi dan distribusi frekuensi relatifnya.
 (b) Buatlah histogram, polygon dan ogivenya.
- 3 - 7** Harga per lembar saham (ribu rupiah) 50 perusahaan di Bursa Efek Jakarta pada akhir tahun 2010 disajikan sebagai berikut (data hipotetis):

1,0	5,1	3,7	6,5	4,1	4,6	4,7	5,5	6,4	5,5
3,2	5,5	5,8	5,2	2,5	3,5	6,6	4,2	4,7	5,3
6,2	3,8	5,9	2,4	5,4	5,7	2,5	4,2	7,5	4,4
3,9	4,4	3,3	5,3	5,5	7,2	5,8	3,6	2,1	4,5
4,8	2,3	4,7	3,1	5,3	3,3	5,2	3,1	4,3	4,6

- (a) Susunlah distribusi frekuensi dan distribusi frekuensi meningkatnya (komulatif) berdasarkan tepi kelas-tepi kelasnya.
 (b) Gambarkan histogram, poligon frekuensi dan ogivenya.
- 3 - 8** Data di bawah ini adalah data (sampel acak) mengenai tingkat hunian kamar (dalam persen) dari 60 unit akomodasi (hotel berbintang, hotel melati dan pondok wisata) di suatu kawasan parawisata pada tahun lalu.

41	51	37	65	42	46	54	56	64	56
42	55	68	54	48	45	66	70	63	53
62	67	59	45	54	67	72	44	75	72
49	64	43	65	55	76	58	66	45	64
48	43	71	51	72	73	64	70	65	72
49	64	43	65	55	72	58	66	45	64

- (a) Susunlah distribusi frekuensi dan distribusi frekuensi meningkatnya (komulatif) berdasarkan tepi kelas-tepi kelasnya.
 (b) Gambarkan histogram, poligon frekuensi dan ogivenya.
- 3 - 9** Berikut ini adalah data mengenai harga/tarif kamar (kelas standar)

per malam (ratus ribu rupiah) dari 50 unit hotel berbintang di suatu kawasan pariwisata.

6,0	6,0	6,0	8,0	10	7,0	6,2	6,2	7,5	8,0
8,0	5,5	6,8	5,4	4,8	4,5	6,6	7,0	6,3	5,3
5,0	6,4	4,5	6,5	6,0	7,0	6,2	6,5	4,7	6,4
7,3	5,1	7,0	4,3	4,8	7,2	7,3	6,4	7,0	6,5
6,4	4,5	6,4	5,5	7,1	5,8	6,6	4,5	6,4	5,0

- Susunlah distribusi frekuensi dan distribusi frekuensi meningkatnya (komulatif) berdasarkan tepi kelas-tepi kelasnya.
- Gambarkan histogram, poligon frekuensi dan ogivenya.

3 - 10 Data di bawah ini merupakan hasil survei pengeluaran per wisatawan asal China (ratus ribu rupiah) tiap kunjungan ke Bali. Dari 40 orang yang disurvei didapat hasil sebagai berikut :

48	52	30	72	41	66	40	34	45	79
56	78	59	50	76	62	61	68	65	63
64	67	82	65	69	42	67	70	54	87
73	51	58	77	78	81	62	85	74	54

- Susunlah distribusi frekuensi dan distribusi frekuensi meningkatnya (komulatif) berdasarkan tepi kelas-tepi kelasnya.
- Gambarkan histogram, poligon frekuensi dan ogivenya.

4 UKURAN NILAI SENTRAL

4.1 Pengantar

Dalam Bab 3, sudah dipelajari mengenai cara mendeskripsikan data melalui tabel frekuensi, gambar dan grafik. Tujuan utamanya adalah agar data yang disajikan tersebut lebih mudah dapat dipahami dan dimengerti. Akan tetapi penyajian data seperti itu bagi sebagian orang, seperti pelaku bisnis dan ekonomi, dan pengambil keputusan belumlah cukup. Untuk keperluan analisis misalnya, mereka perlu mengetahui lebih jauh. Mereka ingin mengetahui sebuah nilai yang dapat mewakili sekelompok atau serangkaian data statistik yang disebut **nilai sentral** atau nilai pusat data

Dalam bab ini akan dibahas mengenai ukuran nilai sentral, antara lain: rata-rata hitung, median, dan modus. Selain ukuran nilai sentral utama tersebut juga akan dibahas ukuran nilai sentral lainnya yaitu rata-rata ukur dan rata-rata harmonis.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini, peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami ukuran nilai sentral, mampu menghitung dan memberikan interpretasi terhadap nilai ukuran sentral utama tersebut. Selain itu, mahasiswa diharapkan pula dapat memahami nilai rata-rata ukur dan rata-rata harmonis, serta mampu menghitung dan memberikan interpretasi.

4.2 Batasan dan Macam Nilai Sentral

Nilai sentral atau nilai rata-rata atau juga disebut nilai tengah dari sekumpulan data statistik adalah suatu nilai dalam kumpulan atau rangkaian data yang dapat mewakili kumpulan atau rangkaian data tersebut. Nilai rata-rata dari sekumpulan data statistik pada umumnya cenderung berada disekitar titik pusat penyebaran data. Oleh karena itu nilai rata-rata dikenal dengan nama ukuran tendensi pusat (*measure of central tendency*). Nilai rata-rata juga dikenal dengan nama ukuran nilai pusat (*measure of central value*), sebab nilai rata-rata itu umumnya merupakan nilai pertengahan (pusat) dari nilai-nilai yang ada. Nilai rata-rata tersebut merupakan cerminan atau gambaran secara umum atau nilai yang dianggap mewakili nilai-nilai sekelompok atau serangkaian data.

Dalam statistik, ukuran rata-rata ada beberapa bentuk atau beberapa macam antara lain (1) rata-rata hitung (*mean*), (2) modus, (3) median, (4) rata-rata ukur, dan (5) rata-rata harmonis. Berkaitan dengan itu, apabila dalam menganalisis data statistik, digunakan istilah nilai tengah/nilai pusat, maka nilai tengah yang dimaksud tersebut harus tegas dan jelas

4.3 Rata-rata Hitung

Rata-rata hitung atau *arithmetic mean* atau sering disingkat *mean* saja, merupakan ukuran nilai sentral yang paling sering digunakan, baik dalam penelitian ilmiah maupun dalam kehidupan sehari-hari. Disadari atau tidak ukuran nilai sentral, *mean* ini, dalam kehidupan sehari-hari telah umum digunakan sebagai salah satu ukuran. **Rata-rata hitung** dari sekelompok atau serangkaian data adalah jumlah dari seluruh nilai data dibagi dengan banyak data. Dalam menghitung *mean* dari sekelompok atau serangkaian data, *mean* dibedakan atas dua yaitu: (1) **rata-rata hitung sederhana**, dan (2) **rata-rata hitung tertimbang**.

4.3.1 Rata-rata Hitung Sederhana

4.3.1-1 Rata-rata hitung data yang belum dikelompokkan

Untuk data mentah yang belum dikelompokkan (*ungrouped data*) baik itu data berupa sampel maupun data berupa populasi, rata-ratanya masing-masing dapat dihitung dengan rumus berikut:

■ Rata-rata sampel

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (4.1)$$

(i = 1, 2, 3, ..., n)

■ Rata-rata populasi

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} \quad (4.2)$$

(i = 1, 2, 3, ..., N)

\bar{x}	= rata-rata sampel
n	= ukuran sampel (banyak anggota sampel)
μ	= rata-rata populasi
N	= ukuran populasi (banyak anggota populasi)
X_i	= data yang ke-i / pengamatan yang ke-i

Ukuran sampel adalah banyaknya pengamatan atau anggota sampel, dan **ukuran populasi** adalah banyaknya pengamatan atau anggota populasi.

Contoh 4-1

Seorang staf produksi dari sebuah pabrik yang menghasilkan produk daging dalam kaleng, memeriksa sebuah sampel acak 8 kaleng daging sapi untuk diperiksa berat nettoanya. Data yang diperoleh (dalam gram) adalah:

251 245 255 253 254 247 252 253

Hitunglah rata-rata (hitung) berat sampel tersebut

Penyelesaian

$n = 8$

$x_1 = 251, x_2 = 245, x_3 = 255, \dots, \text{ dan } x_8 = 253$

$\bar{x} = \dots ?$

Per rumus (4.1) didapat,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8} \\ &= \frac{251 + 245 + 255 + 253 + 254 + 247 + 252 + 253}{8} \\ &= 251,25 \end{aligned}$$

Jadi, berat rata-rata sampel produk daging dalam kaleng tersebut adalah 251,25 gram.

Contoh 4-2

Lama penerbangan langsung dari kota asal tujuh wisdom (wisatawan domestik) asal Jakarta, Bandung, Yogyakarta, Manado, Kupang, Palembang, dan Semarang ke Bali adalah sebagai berikut (dalam menit)

170 160 60 145 105 140 95

Hitunglah rata-rata lama penerbangan dari kota asal langsung ke Bali ke tujuh wisdom tersebut.

Penyelesaian

$x_1 = 170, x_2 = 160, x_3 = 60, x_4 = 145, x_5 = 105, x_6 = 140 \text{ dan } x_7 = 95.$

$n = 7$

$$\bar{x} = \dots ?$$

Per rumus (4.1) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}{n} \\ &= \frac{170 + 160 + 60 + 145 + 105 + 140 + 95}{7} \\ &= \frac{875}{7} \\ &= 125 \text{ menit}\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata lama penerbangan langsung dari kota asal wisdom ke Bali adalah 125 menit.

Contoh 4-3

Jumlah seluruh penduduk Bali, dirinci per kabupaten/kota pada tahun 2010 yang merupakan hasil sensus penduduk 2010 adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Jumlah Penduduk Per Kabupaten/Kota di Bali Pada Tahun 2010

Kabupaten/Kota	Jumlah penduduk (Jiwa)
Jembrana	261618
Tabanan	420370
Badung	543681
Gianyar	470380
Klungkung	170559
Bangli	215404
Karangasem	396892
Buleleng	624079
Denpasar	788445

Sumber: BPS- Jakarta, 2011.

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 4.1, hitunglah rata-rata (hitung) penduduk bagi sembilan kabupaten/kota tersebut.

Penyelesaian

$N = 9$ (ukuran populasi)

$x_1 = 261618$, $x_2 = 420370$, $x_3 = 543681$, \dots , dan $x_9 = 788445$

Per rumus (4.2) didapat:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sum x_i}{N} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9}{N} \\ &= \frac{261618 + 420370 + 543681 + 470380 + 170559 + 215404 + 396892 + 624079 + 788445}{9} \\ &= \frac{3891428}{9} \\ &= 432.380,888 \approx 432.381(\text{dibulatkan})\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (hitung) penduduk per Kabupaten/kota di Bali pada tahun 2010 adalah 432.381 jiwa.

Contoh 4-4

Cadangan devisa Indonesia periode 2006 – 2010, seperti yang tercantum dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Cadangan Devisa Indonesia Periode 2006-2010
(Dalam Juta US \$)

Tahun	Cadangan Devisa
2006	42.586
2007	56.920
2008	51.639
2009	66.105
2010	96.207

Sumber: BPS- Jakarta, 2011

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 4.2, hitunglah rata-rata (hitung) cadangan devisa per tahun, selama periode tersebut.

Penyelesaian

$$n = 5$$

$$x_1 = 42.586, x_2 = 56.920, x_3 = 51.639, x_4 = 66.105 \text{ dan } x_5 = 96.207$$

Per rumus (4.1) didapat,

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} \\
 &= \frac{313457}{5} \\
 &= 62.691,4
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (hitung) cadangan devisa Indonesia per tahun Indonesia periode 2006 hingga 2010 adalah 62691,4 juta US dolar

Contoh 4 – 5

Jumlah wisman (wisatawan mancanegara) yang datang langsung ke Bali periode Januari hingga Juni 2013, tercantum dalam Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Jumlah Wisman yang Datang Langsung ke Bali Januari- Juli 2013

Bulan	Jumlah Wisman (Orang)
Januari	232.935
Februari	241.868
Maret	252.210
April	242.369
Mei	247.972
Juni	275.667

Sumber : Dinas Pariwisata Provinsi Bali, 2013.

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 4.3, hitunglah rata-rata (hitung) jumlah wisman per bulan yang langsung datang ke Bali.

Penyelesaian

$$n = 6$$

$$x_1 = 232.935, \quad x_2 = 241.868, \quad x_3 = 252.210, \quad x_4 = 242.369, \quad x_5 = 247.972, \quad \text{dan} \quad x_6 = 275.667$$

Per rumus (4.1) didapat,

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\
 &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} \\
 &= \frac{232.935 + 241.868 + 252.210 + 242.369 + 247.972 + 275.667}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1.493.021}{6} \\
 &= 248.836,833 = 248.837 \text{ orang (dibulatkan)}
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata jumlah wisman yang langsung datang ke Bali periode Januari-Juni 2013 adalah 248.837 orang per bulan.

Menghitung rata-rata hitung per rumus (4.1) untuk sampel dan rumus (4.2) untuk populasi, hanya cocok bila jumlah datanya kecil atau tidak terlalu banyak. Akan tetapi bila jumlah datanya relatif banyak, menghitung dengan rata-rata hitung dengan cara itu, kurang praktis. Untuk menghitung rata-rata hitung dari suatu data yang jumlahnya banyak, misalnya data yang jumlahnya 100 atau lebih, akan lebih praktis bila data tersebut dikelompokkan terlebih dahulu atau disusun terlebih dahulu tabel frekuensinya, setelah itu baru dihitung rata-ratanya dengan menggunakan rumus (4.3) untuk sampel dan rumus (4.4) untuk populasi, perihal ini akan diuraikan dan dijelaskan berikut ini.

Menghitung rata-rata hitung (*mean*) serangkaian data sampel dengan rumus (4.1) hasilnya mungkin berbeda (tidak persis sama) dengan hasil perhitungan rumus (4.3). Kenapa? Oleh karena rata-rata nilai data yang terdapat pada kelas-kelas suatu tabel frekuensi diwakili oleh nilai tengah masing-masing kelas, dan hal ini tidak sepenuhnya benar. Oleh karena itu rata-rata hasil perhitungan per rumus (4.3) disebut juga rata-rata dugaan dari rata-rata hasil perhitungan rumus (4.1), demikian juga rata-rata hasil perhitungan per rumus (4.4) merupakan rata-rata dugaan dari rata-rata hasil perhitungan rumus (4.2). Dengan kata lain, bahwa rata-rata hitung data yang dikelompokkan hanya sebagai dugaan bagi rata-rata hitung data yang belum dikelompokkan (data mentah).

4.3.2-2 Rata-rata hitung data yang telah dikelompokkan

Sering kali sejumlah data telah dikelompokkan dan ditampilkan dalam bentuk tabel/distribusi frekuensi. Bila datanya telah dikelompokkan dalam bentuk tabel frekuensi, rata-rata hitung dari sebuah sampel dengan ukuran tertentu (n), maupun rata-rata hitung sebuah populasi dengan ukuran tertentu (N), dapat dihitung dengan dua cara yaitu: (1) **cara panjang**, dan (2) **cara pendek**, yang akan dibahas berikut ini

■ Cara Panjang

Rata-rata hitung dari data yang telah dikelompokkan dengan cara panjang, dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

■ Rata-rata sampel

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{n} \quad (4.3)$$

($i = 1, 2, 3, \dots, n$)

■ Rata-rata populasi

$$\mu = \frac{\sum f_i m_i}{N} \quad (4.4)$$

(i = 1, 2, 3, ..., N)

- \bar{x} = rata-rata hitung sampel
- n = ukuran (banyak anggota) sampel
- μ = rata-rata hitung populasi
- N = ukuran (banyak anggota) populasi
- m_i = nilai tengah kelas yang ke-i
- f_i = frekuensi kelas yang ke-i

Contoh 4 - 6

Pengeluaran per bulan 50 orang karyawan lepas (sampel acak) perusahaan manufaktur di Surabaya, ditabelkan sebagai berikut:

Tabel 4.4 Distribusi Pengeluaran per Bulan 50 Orang Karyawan Lepas Perusahaan Manufaktur di Surabaya.

Pengeluaran Per Bulan (Ribu Rupiah)	Banyak Karyawan (Orang)
500 - 599	4
600 - 699	6
700 - 799	12
800 - 899	15
900 - 999	10
1000 - 1099	3
Total	50

Sumber: Data hipotetis

Hitunglah mean pengeluaran per bulan 50 orang karyawan lepas tersebut.

Penyelesaian

Tabel 4.4a Cara Menghitung Rata-rata Pengeluaran per Bulan 50 Orang Karyawan Lepas Perusahaan Manufaktur di Surabaya.

Pengeluaran per Bulan (Ribu Rupiah)	Banyak Karyawan (f_i)	Nilai Tengah Kelas (m_i)	$f_i m_i$
500 - 599	4	549,5	2.198
600 - 699	6	649,5	3.897
700 - 799	12	749,5	8.994
800 - 899	15	849,5	12.742,5
900 - 999	10	949,5	9.495
1000 - 1099	3	1049,5	3.148,5
Total	50		40.475

Dari Tabel 4.4a dapat diketahui $n = 50$, dan $\sum f_i m_i = 40.475$

Per rumus (4.3) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum f_i m_i}{n} \\ &= \frac{40.475}{50} \\ &= 809,5\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (hitung) pengeluaran per orang tiap bulan karyawan lepas perusahaan manufaktur tersebut adalah 809,5 ribu rupiah (= Rp 809.500, 00)

Contoh 4 – 7

Hasil penelitian tahun lalu, tentang lama menginap sampel acak 80 orang wisman yang berkunjung ke Bali, seperti tercantum dalam Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Distribusi Lama Menginap 80 Orang Wisman yang Berkunjung Ke Bali

Lama Menginap (Hari)	Banyak Wisman (Orang)
1 - 1,99	4
2 - 2,99	6
3 - 3,99	35
4 - 4,99	25
5 - 5,99	10
Total	80

Sumber : Data hipotetis

Hitunglah rata-rata (hitung) lama menginap 80 orang wisman tersebut.

Penyelesaian

Tabel 4.5a Perhitungan Rata - rata Lama menginap 80 Orang Wisman

Lama Menginap (Hari)	Banyak Wisman (f_i)	Nilai Tengah Kelas (m_i)	$f_i m_i$
1 - 1,99	4	1,495	5,98
2 - 2,99	6	2,495	14,97
3 - 3,99	12	3,495	41,94
4 - 4,99	15	4,495	67,425
5 - 5,99	10	5,495	54,945
Total	80		185,260

Dari Tabel 4.5a dapat diketahui bahwa $n = 80$, dan $\sum f_i m_i = 54,945$

Per rumus (4.3) didapat,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum f_i m_i}{n} \\ &= \frac{185,26}{80} \\ &= 2,315 = 2,3 \text{ (dibulatkan)} \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata lama menginap 80 orang wisman (sampel) yang berkunjung ke Bali adalah 2,3 hari.

Contoh 4 - 8

Berdasarkan data yang disajikan pada Tabel 3.8, akan dihitung rata-rata (hitung) penghasilan per bulan 70 usaha rental kendaraan roda empat di Kabupaten Badung.

Penyelesaian

Tabel 4.6 Cara Menghitung Rata-rata Hitung Penghasilan per Bulan 70 Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung

Penghasilan Per Bulan (Juta Rupiah)	Banyak Usaha (f_i)	Nilai Tengah Kelas (m_i)	$f_i m_i$
20 - 29	1	24,5	24,5
30 - 39	4	34,5	138,0
40 - 49	7	44,5	311,5
50 - 59	13	54,5	708,5
60 - 69	25	64,5	1612,5
70 - 79	15	74,5	1117,5
80 - 89	5	84,5	422,5
Total	70		4335

Sumber: Tabel 3.8

Dari Tabel 4.6 diketahui $\sum f_i = n = 70$, dan $\sum f_i m_i = 4335$

Per rumus (4.3) didapat,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum f_i m_i}{n} \\ &= \frac{4335}{70} = 61,93 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (hitung) penghasilan per bulan 70 usaha rental kendaraan roda empat tersebut adalah Rp 61,93 juta rupiah.

Menghitung rata-rata hitung dengan cara panjang, akan membosankan terutama bila nilai tengah kelasnya (m_i) berupa bilangan yang besar atau bilangan dengan beberapa angka dibelakang koma. Untuk menyederhanakan perhitungan, dapat digunakan cara lain, yaitu **cara pendek** seperti yang akan di bahas berikut ini.

■ Cara pendek

Menghitung rata-rata hitung dari data yang telah dikelompokkan (tabel frekuensi), dengan cara ini, adalah sebagai berikut: terlebih dahulu sekala m_i diubah kedalam sekala d_i . Nilai d_i ini merupakan bilangan bulat kecil, misalnya ; ..., - 4, - 3, - 2, - 1, 0, + 1, + 2, + 3, + 4,... Penetapan harga (nilai rata-rata anggapan atau **assumed mean**), yaitu nilai tengah kelas yang sekala d_i nya nol, hendaknya diusahakan sedemikian rupa, sehingga hasil kali $f_i d_i$ merupakan bilangan yang sederhana. Pada umumnya, nilai d_i sama dengan nol ($d_i = 0$), ditentukan pada kelas interval yang memiliki frekuensi (absolut) terbesar. Pilihan sedemikian itu dapat menyederhanakan perhitungan.

Rata-rata hitung sekelompok data yang telah disusun dalam bentuk distribusi (tabel) frekuensi, dengan cara pendek (singkat) dapat dihitung dengan rumus berikut.

■ Rata-rata sampel

$$\bar{x} = x_o + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c \quad (4.5)$$

■ Rata-rata populasi

$$\mu = x_o + \frac{\sum f_i d_i}{N} \times c \quad (4.6)$$

- \bar{x} = rata-rata hitung sampel
- n = ukuran sampel (banyaknya anggota sampel)
- μ = rata-rata hitung populasi
- N = ukuran populasi (banyaknya anggota populasi)
- x_o = rata-rata anggapan (*Asummed mean*)
- f_i = frekuensi kelas yang ke-i
- d_i = deviasi kelas yang ke-i, dalam satuan interval kelas
- c = interval kelas

Agar lebih jelas, tahapan perhitungan rata-rata (hitung) sekelompok data yang telah disajikan dalam bentuk tabel frekuensi, dengan cara pendek (cara koding) adalah sebagai berikut:

- 1 Hitung nilai tengah masing-masing kelas (m_i)
- 2 Pilih salah satu nilai tengah (nilai tengah kelas yang frekuensi absolutnya terbesar) sebagai rata-rata anggapan (x_0). Pada nilai tengah ini diberi tanda deviasi dalam satuan interval kelas, $d_i = 0$
- 3 Pada nilai-nilai tengah yang lebih kecil dari x_0 , deviasinya negatif, sedangkan pada nilai-nilai tengah yang lebih besar dari x_0 , deviasinya positif.
- 4 Masing-masing deviasi d_i dikalikan dengan frekuensinya f_i , dan dijumlahkan
- 5 Kemudian dibagi dengan jumlah frekuensi (= n), hasil pembagian ini dikalikan interval kelas (c)
- 6 Akhirnya hasil pada tahap 5, dijumlahkan dengan x_0

Contoh 4 - 9

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 4.4 (Contoh 4-6), hitunglah rata-rata (hitung) pengeluaran per bulan bagi 50 orang karyawan lepas perusahaan manufaktur di Kota Surabaya tersebut, dengan **cara pendek**.

Penyelesaian

Tabel 4.7 Cara Menghitung Rata-rata Pengeluaran per Bulan 50 Karyawan Lepas Perusahaan Manufaktur di Kota Surabaya.

Pengeluaran Per Bulan (Ribuan Rupiah)	Banyak Karyawan (f_i)	Nilai Tengah Kelas (m_i)	Sekala d (d_i)	$f_i d_i$
500 - 599	4	549,5	-3	-12
600 - 699	6	649,5	-2	-12
700 - 799	12	749,5	-1	-12
800 - 899	15	849,5 = x_0	0	0
900 - 999	10	949,5	+1	+10
1000 - 1099	3	1049,5	+2	+6
Total	50			-20

Sumber: Tabel 4.3

Dari Tabel 4.7 dapat diketahui $n = 50$, $\sum f_i d_i = -20$, $c = 100$ dan $x_0 = 849,5$

Per rumus (4.5) di dapat,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_0 + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c \\ &= 849,5 + \left(\frac{-20}{50} \times 100 \right) \\ &= 849,5 - 40 \\ &= 809,5 \end{aligned}$$

Ternyata hasil yang diperoleh dengan metode pendek (rumus 4.5) yaitu $\bar{x} = 809,5$ sama dengan nilai yang diperoleh bila dihitung dengan metode panjang (rumus 4.3)

Contoh 4 - 10

Nilai kredit macet (juta rupiah) 75 nasabah dari 200 nasabah yang bermasalah dari sebuah bank kecil di Kota Jakarta disajikan dalam Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Nilai Kredit Macet 75 Nasabah Sebuah Bank di Kota Jakarta

Nilai Kredit Macet (Juta Rupiah)	Banyak Nasabah (f)
9 - 13,99	2
14 - 18,99	5
19 - 24,99	7
24 - 29,99	13
29 - 33,99	26
34 - 38,99	15
39 - 43,99	7
Total	75

Sumber: Data Hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 4.8, hitunglah rata-rata (hitung) kredit macet.

Penyelesaian

Tabel 4.8a Cara Menghitung Rata-rata (Hitung) Nilai Kredit Macet 75 Nasabah Bank Kecil yang Dimaksud.

Nilai Kredit Macet (Juta Rp)	Banyak Nasabah (f_i)	Nilai Tengah (m_i)	Sekala d (d_i)	$f_i d_i$
9 - 13,99	2	11,495	-4	-8
14 - 18,99	5	16,495	-3	-15
19 - 24,99	7	21,495	-2	-14
24 - 29,99	13	26,495	-1	-13
29 - 33,99	26	31,495= x_0	0	0
34 - 38,99	15	36,495	+1	+15
39 - 43,99	7	41,495	+2	+14
Total	75			-21

Dari Tabel 4.8a dapat diketahui $n = 75$, $c = 10$, $\sum f_i d_i = -21$, dan $x_0 = 31,495$. Per rumus (4.5) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x} &= x_0 + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c \\ &= 31,495 + \left(\frac{-21}{75}\right) \times 5 \\ &= 31,495 - 1,4 \\ &= 30,095\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata kredit macet dari 75 nasabah bank sebesar Rp 30,095 juta.

4.3.2 Rata-rata Hitung Tertimbang

Menghitung rata-rata hitung dengan cara sederhana, seperti yang dibahas dimuka pemberian faktor penimbang untuk masing-masing data adalah sama yaitu satu. Sedangkan bagian ini, akan dibahas rata-rata hitung tertimbang, yaitu rata-rata hitung dengan memperhatikan **arti penting** yang dimiliki oleh setiap barang. Barang yang lebih penting diberikan faktor penimbang yang lebih besar dibandingkan barang lainnya yang kurang penting. Misalnya, antara beras dan garam, maka beras memiliki arti penting yang lebih besar bagi kita dibandingkan dengan garam. Oleh karena itu beras diberikan faktor penimbang (w) yang lebih besar dibandingkan faktor penimbang yang diberikan kepada garam. Rata-rata hitung tertimbang dari sekelompok/serangkaian data, baik yang belum dikelompokkan maupun yang sudah dikelompokkan (dalam bentuk tabel frekuensi), dapat dihitung dengan rumus 4.7.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} \quad (4.7)$$

- \bar{x}_w = rata-rata hitung tertimbang sampel
- x_i = data/pengamatan yang ke- i
- w_i = timbangan untuk data/pengamatan yang ke- i

Cara pemberian faktor penimbang terhadap suatu barang ada dua (2) cara, yaitu: (1) **secara subyektif**, dan (2) **secara obyektif**.

4.3.2-1 Rata-rata hitung Tertimbang Secara Subyektif

Menurut cara ini, pemberian faktor penimbang terhadap suatu barang didasarkan pada pandangan masing-masing orang. Sehingga untuk barang yang sama, bagi orang yang berbeda, pemberian faktor penimbangnnya dapat berbeda. Terkesan dari namanya, jadi sifatnya subyektif

Contoh 4 - 11

Harga eceran per kg 4 jenis barang kebutuhan pokok di Kabupaten Badung pada bulan Desember 2010, tercantum pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Harga Eceran 4 Jenis Barang Kebutuhan Pokok di Kabupaten Badung, 2010

Jenis barang	Harga Eceran (Rp/ kg)
Beras	7.500,00
Gula pasir	11.313,00
Daging Ayam Ras	26.458,00
Minyak goreng	12.398,69

Sumber: BPS – Bali, 2010

Hitunglah rata-rata (hitung) tertimbang harga per kg, untuk 4 barang kebutuhan pokok tersebut.

Penyelesaian

Seperti telah diuraikan sebelumnya, besarnya bobot/timbangan untuk masing-masing barang, nilainya boleh ditentukan sembarang menurut pandangan masing-masing orang. Misalkan nilai timbangan yang diberikan untuk masing-masing barang sebagai berikut:

Tabel 4.9a Cara Menghitung Rata-rata Hitung (Tertimbang) Harga per Kg 4 Jenis Barang Kebutuhan Pokok di Kabupaten Badung Pada Bulan Desember, 2010

Jenis barang	Harga (Rp/kg) (x_i)	Timbangan (w_i)	$x_i w_i$
Beras	7.500,00	20	150.000,00
Gula pasir	11.313,00	3	33.939,00
Daging Ayam Ras	26.458,00	1	26.458,00
Minyak goreng	12.398,69	2	24.797,38
Total		26	235.194,00

Dari Tabel 4.9a dapat diketahui $\sum w_i = 26$, dan $\sum x_i w_i = 235.194,00$

Per rumus (4.7) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x}_w &= \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{235.194,00}{26} = 9.045,92\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata hitung (tertimbang) harga per kg untuk 4 barang kebutuhan pokok tersebut adalah Rp 9.045,92. Harga ini, mendekati harga per kg beras yaitu barang yang paling penting.

4.3.2-2 Rata-rata hitung Tertimbang Secara Obyektif

Menurut cara ini, bobot timbangan yang diberikan kepada suatu barang tergantung dari banyak sedikitnya barang yang dibutuhkan (dikonsumsi, diproduksi, diimpor atau diekspor). Barang yang dikonsumsi atau diproduksi lebih banyak, diberikan bobot timbangan lebih besar, dibanding dengan barang yang dikonsumsi atau diproduksi dalam jumlah yang lebih sedikit. Jadi, arti penting suatu barang dilihat dari banyak-sedikitnya (kuantitas) barang yang dikonsumsi atau diproduksi.

Contoh 4 - 12

Seorang konsumen pada bulan Desember 2010, membeli 4 jenis barang kebutuhan pokok di Kabupaten Badung, kuantitas dan harga per kg masing-masing barang seperti yang tercantum (data hipotetis) pada Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Kuantitas dan Harga Per Kg 4 Jenis Barang yang Dibeli Seorang Konsumen di Kabupaten Badung, 2010

Jenis barang	Harga/kg (Rupiah)	Kuantitas (kg)
Beras	7.500,00	50
Gula pasir	11.313,00	4
Telur Ayam Ras	14.500,00	1
Minyak goreng	11.500,00	3

Hitunglah rata-rata hitung (tertimbang) harga per kg dari 4 jenis barang kebutuhan pokok tersebut

Penyelesaian

Tabel 4.10a Cara Menghitung Rata-rata Hitung Tertimbang Harga per Kg 4 Jenis Barang Kebutuhan Pokok

Jenis Barang	Harga/kg (x_i)	Timbangan (w_i)	$x_i \cdot w_i$
Beras	7.500,00	50	375.000,00
Gula Pasir	11.313,00	4	45.252,00
Telur Ayam Ras	14.500,00	1	14.500,00
Minyak goreng	11.500,00	3	34.500,00
Total		58	469.252,00

Dari Tabel 4.10a, dapat diketahui $\sum w_i = 58$ dan $\sum x_i w_i = 469.252,00$

Per rumus (4.7) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x}_w &= \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{469.252,00}{58} = 8.090,55\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata hitung tertimbang harga per kg untuk 4 jenis barang kebutuhan pokok tersebut adalah Rp 8.090,55. Harga ini, paling dekat ke harga per kg beras. Kenapa? Oleh karena beras yang paling banyak dikonsumsi (50 kg).

Contoh 4-13

Nilai ujian dari tujuh mata kuliah seorang mahasiswa FEB Unud yang ditempuh pada semester ganjil 2012/2013, beserta bobot (timbangan) masing-masing mata kuliah dalam SKS, tercantum pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Nilai Tujuh Mata Kuliah Berserta Bobot Mata Kuliah Masing-masing

Mata Kuliah	Nilai (x_i)	Timbangan (w_i)
1 Pancasila	90	2
2 Bahasa Inggris	75	3
3 Matematika Ekonomi	90	3
4 Pengantar Bisnis	80	3
5 Pengantar Akuntansi	80	4
6 Statistik Ekonomi	90	2
7 Pengantar Ek. Mikro	70	3

Sumber: FEB Unud, 2013.

Berdasarkan data yang terdapat pada Tabel 4.11, hitunglah rata-rata hitung tertimbang nilai semester ganjil 2012/2013 bagi mahasiswa tersebut.

Penyelesaian

Tabel 4.11a Cara Menghitung Rata-rata Tertimbang Nilai Semester Ganjil Tahun 2010/2011 Mahasiswa FEB Unud.

Mata Kuliah	Nilai (x_i)	Timbangan (w_i)	$x_i w_i$
1 Pancasila	90	2	180
2 Bahasa Inggris	75	3	225
3 Matematika Ekonomi	90	3	270
4 Pengantar Bisnis	80	3	240
5 Pengantar Akuntansi	80	4	320
6 Statistik Ekonomi	90	2	180
7 Pengantar.Ek. Mikro	70	3	210
Total		20	1.625

Dari Tabel 4.11a dapat diketahui $\sum w_i = 20$, dan $\sum x_i w_i = 1.625$

Per rumus (4.7) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x}_w &= \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{1625}{20} \\ &= 81,25\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata hitung tertimbang nilai semester ganjil 2010/2011 mahasiswa FEB Unud tersebut 81,25

Contoh Soal 4-14

Sebuah hotel bintang 5 memiliki 300 kamar, yang terbagi atas 100 *Standard room*, 80 *superior room*, 60 *deluxe room*, 40 *Studio Room* dan 20 *suite room*. Tarif per hari untuk masing –masing kamar seperti berikut.

Type Kamar	Harga Kamar/hari (Ribu Rupiah)
<i>Standar room</i>	600,00
<i>Superior room</i>	800,00
<i>Deluxe room</i>	1.200,00
<i>Studio room</i>	2.000,00
<i>Suite room</i>	2.500,00

Bila semua kamar itu terjual, berapa rata-rata harga jual kamar per hari yang dibayar oleh para tamu?

Penyelesaian

Tabel 4- 12 Perhitungan Rata-rata Harga Jual kamar

Type Kamar	Harga Kamar (x_i)	Kuantitas Kamar (w_i)	$x_i w_i$
<i>Standar room</i>	600,00	100	60.000,00
<i>Superior room</i>	800,00	80	64.000,00
<i>Deluxe room</i>	1.200,00	60	72.000,00
<i>Studio room</i>	2.000,00	40	80.000,00
<i>Suite room</i>	2.500,00	20	50.000,00
Total		300	326.000,00

Dari Tabel 4.12, dapat diketahui $\sum w_i = 300$ dan $\sum x_i w_i = 326.000$

Per rumus (4.7) didapat,

$$\begin{aligned} \bar{x}_w &= \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{326.000}{300} \\ &= 1.086,666 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata harga jual kamar per malam adalah 1.086,666 ribu rupiah atau Rp 1.086.666,00

■ **Rata-rata Hitung Tertimbang Data Berkelompok.**

Untuk data yang telah dikelompokkan (dalam bentuk tabel frekuensi) faktor penimbangannya adalah frekuensi absolut masing-masing kelas ($f_i = w_i$),

oleh karena itu rumus (4.8), merupakan bentuk lain dari rumus (4.3) dapat digunakan untuk menghitungnya.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum m_i w_i}{\sum w_i} \quad (4.8)$$

Contoh 4 - 15

Berdasarkan data pada Tabel 4.7 (Contoh 4-9) akan dihitung rata-rata hitung tertimbang, sebagai berikut:

Tabel 4.13 Cara Menghitung Rata-rata Hitung Tertimbang Pengeluaran per Bulan 50 Karyawan Lepas Perusahaan Manufaktur di Surabaya

Pengeluaran per Bulan (Ribuan rupiah)	$f_i = w_i$	m_i	$m_i w_i$
500 - 599	4	549,5	2.198
600 - 699	6	649,5	3.897
700 - 799	12	749,5	8.994
800 - 899	15	849,5	12.742,5
900 - 999	10	949,5	9.495
1000 - 1099	3	1049,5	3.48,5
Total	50		40.475

Dari Tabel 4.13 dapat diketahui $\sum w_i = 50$, dan $\sum m_i w_i = 40.475$

Per rumus (4.8) didapat,

$$\begin{aligned} \bar{x}_w &= \frac{\sum m_i w_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{40475}{50} = 809,5 \end{aligned}$$

4.4 Rata-rata Hitung Gabungan

Bila terdapat k buah sampel dengan ukuran masing-masing n_i ($i = 1, 2, 3, \dots, k$) serta rata-rata hitung masing-masing sampel adalah \bar{x}_i ($i = 1, 2, 3, \dots, k$), maka rata-rata hitung gabungan k buah sampel tersebut, dapat dihitung dengan rumus (Wolpe, 1983; Wonnacott dan Wonnacott, 1990)

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i \bar{x}_i}{\sum n_i} \quad (4.9)$$

- \bar{x} = rata-rata hitung sampel
- n_i = ukuran sampel yang ke-i
- x_i = rata-rata hitung sampel yang ke-i

Dengan memperhatikan rumus 4.9, rata-rata hitung gabungan sedemikian ini, merupakan rata-rata hitung tertimbang. Sebagai faktor penimbangnya (w_i) adalah ukuran masing masing sampel (n_i)

Contoh 4 - 16

Hasil penelitian terhadap 70 desa sampel mengenai hasil produksi palawija per hektar (kwintal) di 6 daerah penelitian, disajikan pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14 Hasil Produksi Rata-rata Palawija per Hektar dalam Kwintal di 6 Daerah Penelitian, Tahun 2010

Daerah Penelitian	Banyak Desa Sampel	Hasil Produksi Rata-rata (kw/Ha)
1	15	80,24
2	10	75,01
3	20	42,43
4	5	65,43
5	8	84,36
6	12	91,43
Total	70	

Berdasarkan data yang tercantum dalam Tabel 4.14, hitunglah rata-rata (hitung) hasil produksi palawija per hektar di daerah tersebut.

Penyelesaian

Tabel 4.14a Cara Menghitung Rata-rata Hitung Hasil Produksi Palawija per Hektar di 6 Daerah Penelitian.

Daerah Penelitian	Banyak Desa (n_i)	Hasil Produksi Rata-rata (\bar{x}_i)	$n_i \bar{x}_i$
1	15	80,24	1203,60
2	10	75,01	750,10
3	20	42,43	848,60
4	5	65,52	327,70
5	8	84,36	674,88
6	12	91,43	1097,16
Total	70		4902,04

Dari Tabel 4.17 dapat diketahui $\sum n_i = 70$ dan $\sum n_i \bar{x}_i = 4902,04$ Maka per rumus (4.9) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x}_i &= \frac{\sum n_i \bar{x}_i}{\sum n_i} \\ &= \frac{4902,04}{70} = 70,03\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (hitung) hasil produksi palawija per hektar di 70 desa sampel adalah 70,03 kwintal

Contoh 4 – 17

Data di bawah ini adalah data hasil survei tentang lama menginap para wisatawan berdasarkan type akomodasinya di suatu kawasan wisata. Data didapat dari 60 unit akomodasi pariwisata (25 unit hotel berbintang, 20 unit hotel melati dan 15 unit pondok wisata) yang diambil sebagai sampel acak.

Tabel 4.15 Rata-rata Lama menginap Wisatawan Berdasarkan Type Akomodasinya.

Type Akomodasi	Banyak Sampel (unit)	Rata-rata Lama Menginap (hari)
Hotel Berbintang	25	3,24
Hotel Melati	20	2,72
Pondok Wisata	15	3,37
Total	60	

Berdasarkan data yang tercantum dalam Tabel 4.15, hitunglah rata-rata lama menginap para wisatawan tersebut.

Penyelesaian

Tabel 4.15a Cara Menghitung Rata-rata Lama Menginap

Type Akomodasi	Banyak Unit Sampel (n_i)	Rata-rata Lama Menginap (\bar{x}_i)	$n_i \cdot \bar{x}_i$
Hotel Berbintang	25	3,24	48,6
Hotel Melati	20	2,75	55
Pondok Wisata	15	2,40	36
Total	60		139,6

Dari Tabel 4.15a dapat diketahui $\sum n_i = 60$ dan $\sum n_i \bar{x}_i = 139,6$

Per rumus (4.9) didapat,

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i \bar{x}_i}{\sum n_i}$$

$$= \frac{139,6}{60} = 2,32$$

Jadi, rata-rata lama menginap para wisatawan pada masing-masing akomodasi adalah 2,38 hari.

4.5 Median

Median dari sekelompok/serangkaian data adalah nilai yang letaknya tepat di tengah-tengah bila banyaknya data ganjil, atau rata-rata dari dua nilai yang berada di tengah bila banyaknya data genap, setelah data itu diurut dari yang terkecil sampai terbesar atau sebaliknya diurut dari yang terbesar sampai yang terkecil.

Dengan kata lain, bahwa median tersebut membagi serangkaian data (pengamatan) atau suatu distribusi menjadi dua bagian yang sama, yaitu 50% dari keseluruhan data (pengamatan) nilainya terletak di bawah (nilai) median, dan 50% lagi nilainya lebih besar dari (nilai) median. Untuk serangkaian data yang memuat nilai ekstrem yaitu ada data dengan nilai ekstrem besar atau ada data dengan nilai ekstrem kecil, maka median lebih mewakili dibandingkan dengan ukuran nilai sentral lainnya.

Ukuran nilai sentral ini, yaitu median, juga disebut **nilai posisi** tengah atau nilai rata-rata pertengahan (*positional average*). Berikut ini, akan dipelajari cara menghitung median suatu data yang belum dikelompokkan dan data yang telah dikelompokkan.

4.5.1 Median data yang belum dikelompokkan

Tahapan perhitungan sebagai berikut :

(1) Susunlah data tersebut dari yang nilai terkecil sampai yang nilai terbesar atau sebaliknya.

(2) Tentukanlah letak mediannya (L_{Md})

- Bila jumlah data ganjil (n ganjil)

$$L_{Md} = \frac{n + 1}{2}$$

- Bila jumlah data genap (n genap)

$$L_{Md} \text{ antara data yang ke } \frac{n}{2} \text{ dan } \frac{n + 2}{2}$$

(3) Menghitung nilai median, Md

- Bila jumlah datanya ganjil (n ganjil)

$$Md = \text{nilai data yang ke } \frac{n + 1}{2}$$

- Bila jumlah datanya genap (n genap)

$$Md = \text{nilai data yang ke } \left(\frac{n}{2} + \frac{n + 2}{2} \right) \text{ dibagi dua}$$

Contoh 4 - 18

Sebuah sampel acak yang terdiri dari gaji bulanan (juta rupiah) lima karyawan tetap sebuah perusahaan yang bergerak di bidang perbankan disajikan sebagai berikut: 3 9 2 5 4
Tentukanlah mediannya

Penyelesaian

(1) Data tersebut disusun terlebih dahulu (dari nilai yang terkecil sampai terbesar atau sebaliknya) sebagai berikut:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	3	4	5	9

(2) Letak median, untuk $n = 5$ (n ganjil)

$$L_{Md} = \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

Letak mediannya pada data urutan ketiga

(3) Nilai **mediannya**

Nilai mediannya sama dengan nilai data urutan ketiga ($x_3 = 4$)

Jadi, $Md = 4$

Jadi, median dari gaji bulanan kelima karyawan adalah Rp 4 juta.

Contoh 4 - 19

Sepuluh depositan sebuah bank umum diambil sebagai sampel acak. Setelah diperiksa nilai depositonya (dalam juta rupiah), diperoleh data sebagai berikut:

9 6 2 25 7 3 12 10 8 11

Hitunglah mediannya

Penyelesaian

(1) Urutan data dari nilai terkecil sampai nilai terbesar

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
2	3	6	7	8	9	10	11	12	25

(2) **Letak Median**, untuk $n = 10$ (genap)

L_{Md} antara data yang ke $\frac{10}{2}$ dan $\frac{10+2}{2}$ yaitu antara data urutan yang ke-5 dan ke-6

(3) **Nilai Mediannya**

$Md =$ nilai data urutan ke-5 ditambah ke-6 dibagi 2

$$= \text{nilai data } \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{8 + 9}{2} = 8,5$$

Jadi, Median nilai deposito sepuluh depositan tersebut adalah Rp 8,5 juta.

Contoh 4 - 20

Seperti yang diwartakan oleh surat kabar Media Indonesia (24 Juli 2015, h.13), suku bunga kredit per tahun lima negara Asia (dalam %) yaitu Cina, Singapura, Malaysia, Hongkong dan Korea Selatan sebagai berikut.

4,85; 5,35; 4,61; 5 dan 3,56

Hitunglah mediannya

Penyelesaian

(1) Urutan data dari nilai terkecil sampai nilai terbesar

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
3,56	4,61	4,85	5	5,35

(2) Letak median, untuk $n = 5$ ($n =$ ganjil)

$$L_{Md} = \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

Letak mediannya pada urutan data yang ketiga

(3) Nilai median

Nilai mediannya sama dengan nilai data dengan urutan yang ketiga (nilai x_3) tersebut yaitu $Md = 4,85$.

Jadi, median dari suku bunga kredit kelima negara adalah 4,85 persen per tahun.

Contoh 4 – 21

Seperti yang diwartakan oleh Majalah The Politic, 10 negara yang memiliki cadangan devisa terbesar di awal 2015, tercantum dalam tabel berikut.

No.	Nama Negara	Nilai Cadangan Devisa (miliar USD)
1	Cina	3.840,00
2	Jepang	1.190,00
3	Arab Saudi	718,92
4	Swiss	498,96
5	Taiwan	417,83
6	Brasil	369,81
7	Korea Selatan	362,37
8	Rusia	339,37
9	Hongkong	332,50
10	India	312,32

Sumber : The Politic, Ed.16/Th IV/26 Juni-09 Juli 2015. h.21.

Berdasarkan data tersebut, hitunglah mediannya.

Penyelesaian

(1) Datanya telah diurut dari yang terbesar sampai yang terkecil (terbesar adalah 3,84 triliun USD dan terkecil adalah 0,312 triliun USD).

(2) Letak mediannya , $n = 10$ (ganjil)

$$L_{Md} \text{ antara data urutan ke } \frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ dan } \frac{n+2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

(3) Nilai median

$$\text{Nilai mediannya} = \text{nilai data urutan ke } \frac{(5+6)}{2} = \frac{(417,83 + 369,81)}{2} = 393,82$$

Jadi, median dari 10 cadangan devisa terbesar 10 negara di dunia adalah 393,82 miliar USD.

4.5.2 Median data yang telah dikelompokkan

Bila datanya telah dikelompokkan atau telah disusun dalam distribusi frekuensi atau tabel frekuensi maka median sekelompok data tersebut dapat dihitung melalui tahapan berikut ini.

(1) **Menentukan letak median** (L_{Md})

Letak median kelompok data tersebut ditentukan dengan rumus:

$$L_{Md} = \frac{n}{2} \quad (4.10)$$

(2) **Menghitung nilai median** (Md)

Nilai median kelompok data tersebut dihitung dengan rumus:

$$Md = L + c \left(\frac{J}{f_m} \right) = L + \left(\frac{L_{Md} - f_c}{f_m} \right) \times c \quad (4.11)$$

Md = median

L = tepi bawah kelas dari kelas yang mengandung median

J = selisih antara letak median (L_{Md}) dengan frekuensi kumulatif pada kelas sebelum kelas terdapatnya median

f_m = frekuensi (absolut) dari kelas terdapatnya median

n = banyaknya data atau pengamatan/total frekuensi

f_c = frekuensi kumulatif pada kelas sebelum kelas median

c = kelas interval

Contoh 4 - 22

Pada Tabel 4.16 disajikan sebuah sampel acak berupa laba bersih yang diraup oleh 60 rumah kecantikan SPA di Kota Denpasar

Tabel 4.16 Laba Bersih dari 60 Rumah Kecantikan SPA di Kota Denpasar

Laba Bersih (Juta Rupiah)	Banyak SPA (unit)
5 - 9	4
10 - 14	7
15 - 19	13
20 - 24	22
25 - 29	8
30 - 34	6
Total	60

Sumber: Data hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 4.16, hitunglah mediannya dan berikan interpretasi

Penyelesaian

Tabel 4.16a Cara Menghitung Median Laba Bersih per Bulan 60 Rumah Kecantikan SPA di Kota Denpasar

Laba Bersih (Juta Rupiah)	Banyak SPA (f)	Tepi Kelas	f_c
5 - 9	4	4, 5	0
10 - 14	7	9, 5	4
15 - 19	13	14, 5	11
20 - 24	22	19, 5	24
25 - 29	8	24, 5	46
30 - 34	6	29, 5	54
Total	60	34, 5	

$L_{Md} = 30$ ←

Dari Tabel 4.16a, dapat diketahui: $n = 60$, $c = 5$

$L_{Md} = \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$, yaitu terletak antara frekuensi kumulatif 24 dan 46

Kelas mediannya adalah kelas ke-4 (lihat tanda panah pada Tabel 4.16a), dengan kelas nyatanya : 19,5 - 24,5. Jadi, $L = 19,5$, $f_c = 24$ dan $f_m = 22$.

Per rumus (4.11) didapat,

$$\begin{aligned} Md &= L + \frac{\left(\frac{n}{2} - f_c\right)}{f_m} \times c \\ &= 19,5 + \frac{(30-24)}{22} \times 5 \\ &= 19,5 + \left(\frac{6}{22}\right) \times 5 \\ &= 19,5 + 1,36 = 20,86 \end{aligned}$$

Jadi, median dari laba bersih per bulan bagi 60 rumah kecantikan SPA di Kota Denpasar adalah Rp 20,86 juta. Nilai Mediannya = Rp 20,86 juta, memiliki arti bahwa 50% dari rumah kecantikan SPA (sampel) di Kota Denpasar, laba bersih per bulannya lebih kecil dari Rp 20,86 juta, dan 50% nya lagi lebih besar dari Rp 20,86 juta.

Contoh 4 - 23

Banyaknya/frekuensi transaksi (yang bernilai antara seratus juta hingga satu miliar rupiah) di bulan Maret tahun lalu yang dilakukan oleh 80 bank yang beroperasi di Provinsi Bali, setelah dikelompokkan adalah sebagai berikut (data hipotetis)

Frekuensi Transaksi	Banyak Bank (f)
20 - 29	2
30 - 39	4
40 - 49	6
50 - 59	13
60 - 69	25
70 - 79	21
80 - 89	9
Total	80

Berdasarkan data tersebut, hitunglah mediannya dan berikan interpretasi terhadap nilainya.

Penyelesaian

Tabel 4.17 Cara Menghitung Median Frekuensi Transaksi yang Dilakukan Oleh 80 Bank

Frekuensi Transaksi	Banyak Bank (f)	Tepi Kelas	f _c
		19,5	0
20 - 29	2	29,5	2
30 - 39	4	39,5	6
40 - 49	6	49,5	12
50 - 59	13	59,5	25
60 - 69	25	69,5	50
70 - 79	21	79,5	71
80 - 89	9	89,5	80
Total	80		

← L_{Md} = 40

Dari Tabel 4.17, dapat diketahui: n = 80, c = 10.

$L_{Md} = \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$, yaitu terletak antara frekuensi kumulatif 25 dan 50.

Kelas mediannya adalah kelas ke- 5 (lihat tanda panah pada Tabel 4.17), dengan kelas nyatanya : 59,5 - 69,5. Jadi L = 59,5, f_c = 25 dan f_m = 25.

Per rumus (4.11) didapat,

$$\begin{aligned}
 Md &= L + \frac{(\frac{n}{2} - f_c)}{f_m} \times c \\
 &= 59,5 + \frac{(40 - 25)}{25} \times 10 \\
 &= 59,5 + \frac{150}{25} \\
 &= 59,5 + 6 \\
 &= 65,5 \approx 66
 \end{aligned}$$

Jadi, median frekuensi transaksi (dengan nilai transaksi antara seratus juta hingga 1 miliar rupiah) yang dilakukan oleh 80 bank yang dimaksud adalah 66 kali. Nilai Md = 66, ini berarti 50% dari 80 bank tersebut (kurang lebih 40

bank) melakukan transaksi kurang dari 66 kali, dan 50% nya lagi melakukan transaksi lebih dari 66 kali

4.6 Modus

Modus dari serangkaian data adalah nilai (atau sifat) yang paling banyak terjadi, atau sifat/keadaan yang frekuensinya terbesar. Untuk data kuantitatif modus menunjukkan nilai yang paling banyak muncul dan untuk data kualitatif modus menunjukkan sifat atau keadaan yang paling banyak terjadi. Dengan demikian serangkaian data, mungkin tidak mempunyai modus, satu modus, dua modus atau lebih.

4.6.1 Modus Data yang Belum Dikelompokkan

Bila sekumpulan data belum disusun dalam distribusi frekuensi, maka cara menghitung/menentukan modusnya adalah sebagai berikut:

- (1) Hitung frekuensi masing-masing data atau sifat atau keadaan
- (2) Menentukan modusnya. Data yang frekuensinya terbesar (untuk data kuantitatif) atau sifat/keadaan yang paling sering terjadi (untuk data kualitatif) merupakan **modusnya**

Contoh 4 - 24

Nilai tabungan (juta rupiah) sebuah sampel acak yang berukuran 15, berasal dari deposan sebuah bank disajikan sebagai berikut:

50	60	100	250	75	100	300	80
100	75	50	100	300	100	250	

Hitunglah modusnya dan berikan interpretasi

Penyelesaian

Tabel 4.18 Cara Menghitung Modus Nilai Tabungan 15 Deposawn Bank yang Dimaksud

Nilai Tabungan (x_i)	Banyak/Frekuensi (f)
50	2
60	1
75	2
80	1
100	5
250	2
300	2
Total	15

Dari Tabel 4.18, dapat diketahui bahwa frekuensi terbesar adalah 5.

Data (x_i) dengan urut 5 ($x_5 = 100$) memiliki frekuensi terbesar yaitu 5 ($f = 5$). Jadi, modusnya adalah tabungan dengan nilai 100 juta rupiah. Modus = 100 juta rupiah, memiliki arti bahwa nilai tabungan deposito yang paling banyak ada (untuk sampel terpilih) yaitu tabungan yang bernilai 100 juta rupiah.

Contoh 4-25

U.D Sumber Makmur, dealer sepeda motor dari berbagai merk, telah mencatat jumlah sepeda motor yang laku satu bulan yang lalu, seperti tercantum berikut.

Merk Sepeda Motor (x_i)	Jumlah Laku (Unit) (f_i)
Honda	100
Kawasaki	20
Suzuki	40
Yamaha	30

Sumber: Data hipotetis

Hitunglah modus hasil penjualan sepeda motor tersebut. Berikanlah makna, modus yang diperoleh.

Penyelesaian

Frekuensi yang terbesar adalah 100. Data (x_i) dengan frekuensi terbesar adalah data dengan nomor urut satu (x_1), yaitu sepeda motor dengan merk Honda. Modusnya adalah sepeda motor merk Honda. Artinya bahwa, sepeda motor yang paling banyak laku bulan lalu adalah sepeda motor merk Honda.

4.6.2 Modus Data yang Telah Dikelompokkan

Bila datanya telah disusun dalam tabel frekuensi, maka modusnya dapat ditentukan/dihitung melalui dua tahapan sebagai berikut:

- (1) Menentukan letak modus (L_{Mod}). Modus terletak pada kelas dengan frekuensi terbesar
- (2) Menghitung modus

Modus data berkelompok dapat dihitung dengan rumus:

$$Mod = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c \tag{4.12}$$

- Mod = modus
- L = tepi bawah kelas dari kelas terdapatnya modus
- d_1 = selisih antara frekuensi kelas terdapatnya modus dengan frekuensi kelas sebelumnya
- d_2 = selisih antara frekuensi kelas terdapatnya modus dengan frekuensi kelas sesudahnya
- c = interval kelas

Contoh 4 - 26

Sebuah sampel nilai penjualan mingguan (juta rupiah) dari 60 penyalur barang antik di Kota Surabaya disajikan sebagai berikut:

Nilai Penjualan (Juta Rupiah)	Banyak Penyalur (f)
10 - 14	4
15 - 19	5
20 - 24	8
25 - 29	13
30 - 34	20
35 - 39	10
Total	60

Berdasarkan data tersebut, hitunglah modusnya dan berikan interpretasi.

Penyelesaian

Tabel 4.19 Cara Perhitungan Modus Nilai Penjualan Mingguan 60 Penyalur Barang Antik

Nilai Penjualan (Juta Rupiah)	Banyaknya Penyalur (f)	Tepi Kelas
10 - 14	4	9,5
15 - 19	5	14,5
20 - 24	8	19,5
25 - 29	13	24,5
30 - 34	20	29,5
35 - 39	10	34,5
Total	60	39,5

) d_1

) d_2

L_{Mod}

Dari Tabel 4.19, dapat diketahui bahwa frekuensi modusnya = 20, maka letak modus (L_{Mod}) pada kelas ke-5 (lihat tanda panah pada Tabel 4,19). Kelas nyatanya adalah 29,5 - 34,5.. Jadi. $d_1 = 20 - 13 = 7$, dan $d_2 = 20 - 10 = 10$ dan $L = 29,5$ serta $c = 5$.

Maka per rumus (4.12) didapat,

$$M_{od} = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c$$

$$\begin{aligned}
 &= 29,5 + \frac{7}{7+10} \times 5 \\
 &= 29,5 + 0,41(5) \\
 &= 29,5 + 2,05 = 31,55
 \end{aligned}$$

Jadi, modus dari nilai penjualan mingguan 60 penyalur barang antik di Kota Surabaya adalah Rp 31,55 juta. Ini menunjukkan bahwa nilai penjualan mingguan dari 60 penyalur barang antik tersebut yang paling banyak adalah nilai penjualan disekitar Rp 31,55 juta.

Contoh 4-27

Berdasarkan data dalam Tabel 4.16 (Contoh 4-22), hitunglah modus laba bersih yang diraup per bulan bagi 60 rumah kecantikan SPA di Kota Denpasar.

Penyelesaian

Tabel 4.20 Cara Menghitung Modus Laba Bersih per Bulan 60 Rumah Kecantikan SPA di Kota Denpasar

Labas Bersih (Juta Rupiah)	Banyak SPA (f)	Tepi Kelas
5 - 9	4	4,5
10 - 14	7	9,5
15 - 19	13	14,5
20 - 24	22	19,5
25 - 29	8	24,5
30 - 34	6	29,5
Total	60	34,5

) d₁ ← L_{Mod}
) d₂

Dari Tabel 4.20, dapat diketahui bahwa frekuensi modusnya = 22, maka letak modus (L_{Mod}) pada kelas ke-4 (lihat tanda panah pada Tabel 4.20). Kelas nyatanya adalah 19,5 - 24,5. Jadi. d₁ = 22 - 13 = 9, dan d₂ = 22 - 8 = 14 dan L = 19,5 serta c = 5.

Per rumus (4.12) di didapat,

$$M_{od} = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c$$

$$\begin{aligned}
&= 19,5 + \frac{9}{9 + 14} \times 5 \\
&= 19,5 + \frac{45}{23} \\
&= 19,5 + 1,96 \\
&= 21,46
\end{aligned}$$

Jadi, modus dari laba bersih per bulan bagi 60 rumah kecantikan SPA di Kota Denpasar adalah Rp 21,46 juta. Modus = 21,46 memiliki arti bahwa laba bersih yang diraup oleh 60 rumah kecantikan SPA yang nilainya paling banyak adalah berkisar Rp 21,46 juta.

4.7 Keباikan dan Kelemahan Mean, Median, dan Modus

Setelah ketiga ukuran nilai sentral yang terpenting dibahas, selanjutnya pada bagian ini akan ditinjau kebaikan dan kelemahan masing-masing ukuran nilai sentral tersebut. Menurut Gupta dan Gupta (1983), Ott, R.L., dan M. Longnecker (2010) bahwa kebaikan dan kelemahan *mean*, median dan modus adalah sebagai berikut.

Mean

Kebaikan mean sebagai ukuran nilai sentral/nilai tengah adalah: (1) Mean telah dikenal secara umum, (2) Mean mudah dihitung, dan (3) Mean merupakan nilai rata-rata yang stabil. Sedangkan kelemahannya yaitu mean mudah dipengaruhi oleh nilai ekstrem.

Median

Kebaikan median sebagai ukuran nilai sentral/nilai tengah antara lain adalah (1) Median sangat mudah dihitung bila data (pengamatan) tidak terlalu banyak/relatif kecil, (2) Median tidak dipengaruhi oleh nilai ekstrem. Sedangkan kelemahannya antara lain (1) median sebagai ukuran nilai sentral sifatnya kurang teliti, dan (2) Median sebagai ukuran nilai sentral kurang dikenal dibandingkan dengan mean.

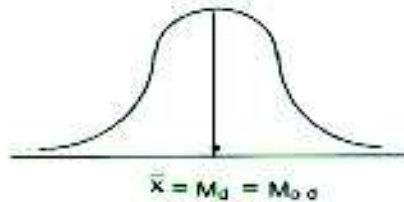
Modus

Kebaikan modus sebagai ukuran nilai sentral antara lain adalah (1) untuk data atau pengamatan yang jumlahnya relatif kecil, modus mudah diketahui dan tidak perlu perhitungan, (2) Modus tidak dipengaruhi oleh nilai ekstrem, dan (3) modus dapat digunakan sebagai ukuran nilai sentral baik untuk data kuantitatif maupun untuk data kualitatif. Sedangkan kelemahannya antara lain adalah: Modus sebagai ukuran nilai sentral kurang teliti, sebab suatu distribusi frekuensi kadang-kadang ada dua modus, tiga modus atau bahkan tidak ada modus.

4.8 Hubungan Mean, Median dan Modus

Hubungan antara mean, median dan modus dari suatu distribusi frekuensi adalah sebagai berikut (Levin, 1981; Gupta dan Gupta, 1983; Lind, *et al.*, 2008):

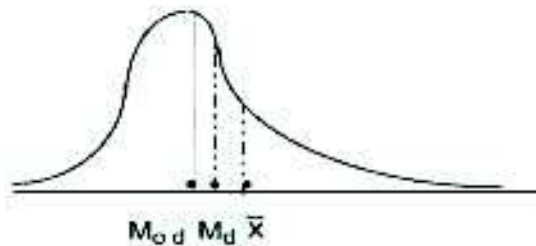
- (1) Bila distribusi frekuensi tersebut simetris, maka nilai mean, nilai median dan nilai modus sama besar (mean = median = modus), atau dengan kata lain mean, median dan modus terletak pada satu titik dan kurva dari distribusi frekuensi tersebut simetris atau berbentuk normal (Gambar 4.1)



Gambar 4. 1

Hubungan mean, median dan modus pada distribusi frekuensi yang simetris.

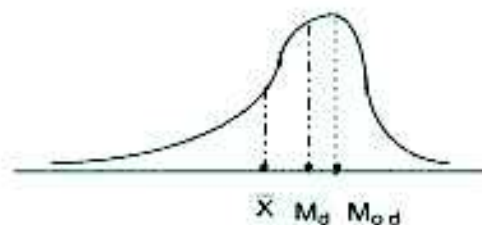
- (2) Bila distribusi frekuensi tersebut menceng ke kanan atau condong ke kiri, maka nilai mean > median > modus, atau dengan kata lain letak mean paling kanan ditengah median dan paling kiri adalah modus (Gambar 4.2)



Gambar 4.2

Hubungan mean, median dan modus pada distribusi menceng ke kanan.

- (3) Bila distribusi frekuensi tersebut menceng ke kiri atau condong ke kanan, maka nilai mean < median < modus, atau dengan kata lain letak mean paling kiri, disusul median dan modus letaknya paling kanan (Gambar 4.3)



Gambar 4.3

Hubungan mean, median dan modus pada distribusi menceng kekiri

Pada distribusi frekuensi yang menceng, nilai median selalu terletak di tengah, artinya nilai median tidak dipengaruhi oleh nilai ekstrem. Jadi median merupakan nilai sentral yang dianggap paling mewakili pada distribusi yang menceng, alternatif berikutnya baru modus dan terakhir mean.

Untuk lebih jelasnya di bawah ini disajikan 2 macam distribusi hipotetis yang berbentuk simetris dan asimetris.

Tabel 4.21 Distribusi Frekuensi yang Simetris

Kelas Interval	f_i	m_i	Tepi kelas	d_i	$f_i d_i$	f_c
			19,5			0
20 - 29	4	24,5	29,5	-2	-8	4
30 - 39	8	34,5	39,5	-1	-16	12
40 - 49	16	44,5	49,5	0	0	28
50 - 59	8	54,5	59,5	+1	+16	36
60 - 69	4	64,5	69,5	+2	+8	40
Total	$\sum f_i = 40$				$\sum f_i d_i = 0$	

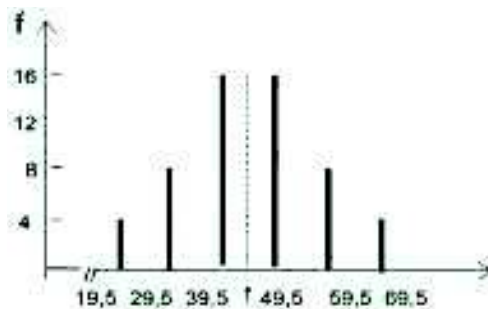
$$\bar{x} = 44,5 + \left(\frac{0}{40}\right)10 = 44,5$$

$$\text{Mod} = 39,5 + \left(\frac{8}{8+8}\right)10 = 44,5$$

$$\text{Md} = 39,5 + \left(\frac{8}{16}\right)10 = 44,5$$

Distribusi frekuensi pada Tabel 4.21, jika dibuat digramnya seperti Diagram 4.1.

Diagram 4.1 Letak Mean, Median dan Modus Pada Distribusi Simetris



Tabel 4.22 Distribusi Frekuensi Asimetris (Menceng Kanan)

Kelas Interval	f_i	m_i	Tepi kelas	d_i	$f_i d_i$	f_c
20 - 29	4	24,5	19,5	-1	- 4	0
30 - 39	16	34,5= x_0	29,5	0	0	4
40 - 49	12		39,5	+ 1	+ 12	20
50 - 59	6	54,5	49,5	+ 2	+ 12	32
60 - 69	2	64,5	59,5	+3	+ 6	38
Total	$\sum f_i = 40$		69,5		$\sum f_i d_i = 26$	40

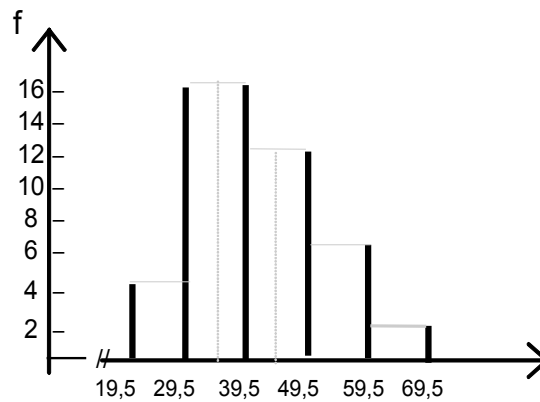
$$\bar{X} = 34,5 + \left(\frac{-26}{40}\right) 10 = 41$$

$$Md = 29,5 + \left(\frac{16}{16}\right) 10 = 39,5$$

$$Mod = 29,5 + \left(\frac{12}{12+4}\right) 10 = 37$$

Diagram distribusi frekuensi dari Tabel 4.22, seperti Diagram 4.2.

Diagram 4.2 Letak Mean,Median dan Modus Pada Distribusi Frekuensi Menceng Kanan



$$Mod < Md < \bar{x}$$

$$(37) \quad (39,5) \quad (41)$$

Tabel 4.23 Distribusi Frekuensi Asimetris (Menceng Kiri)

Kelas Interval	f_i	m_i	Tepi kelas	d_i	$f_i d_i$	f_c
			19,5			0
20 - 29	2	24,5	29,5	- 3	- 6	2
30 - 39	6	34,5	39,5	- 2	- 12	8
40 - 49	12	44,5	49,5	- 1	- 12	20
50 - 59	16	54,5 = x_0	59,5	0	0	36
60 - 69	4	64,5	69,5	+ 1	+ 4	40
Total	$\sum f_i = 40$				$\sum f_i d_i = -26$	

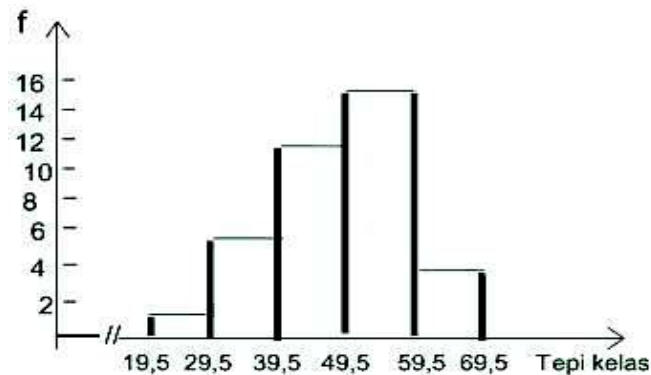
$$\bar{x} = 54,5 + \left(\frac{-26}{40}\right) 10 = 48$$

$$Md = 39,5 + \left(\frac{12}{12}\right) 10 = 49,5$$

$$Mod = 49,5 + \left(\frac{4}{4+12}\right) 10 = 52$$

Distribusi frekuensi dari Tabel 4.23, jika disajikan dalam diagram, bentuknya seperti Diagram 4.3:

Diagram 4.3 Letak Nilai Mean, Median dan Modus pada Distribusi Frekuensi Asimetris (Menceng Kiri)



$$\bar{x} < Md < Mod$$

$$(48) (49,5) (52)$$

Contoh 4 – 28

Hasil survei sampel acak 80 hotel berbintang mengenai tingkat huniannya didapat hasil sebagai berikut.

Tingkat Hunian (%)	Banyak Hotel (fi)
55 - 59	2
60 - 64	7
65 - 69	10
70 - 74	24
75 - 79	32
80 - 84	5
Total	80

Berdasarkan data tersebut, hitunglah:

- rata-rata hitungnya, dan berikan interpretasi.
- Mediannya, dan berikan interpretasi.
- Modusnya, dan berikan interpretasi.
- Tentukanlah pola sebaran data tersebut (simetris, menceng kanan atau menceng kiri).

Penyelesaian

Tabel 4.24 Cara menghitung mean, median dan modus

Tingkat Hunian (Persen)	Banyak Hotel (fi)	(mi)	fi mi	Tepi Kelas	fc
55 - 59	2	57	114	54,5	0
60 - 64	7	62	342	59,5	2
65 - 69	10	67	670	64,5	9
70 - 74	24	72	1728	69,5	19
75 - 79	32	77	2464	74,5	43
80 - 84	5	82	410	79,5	75
				84,5	80
Total	80		5.728		

(a) Menghitung rata-rata hitung (*mean*)

Dari Tabel 4.24, dapat diketahui bahwa $n = \sum f_i = 80$ dan $\sum f_i m_i = 5.728$.

Selanjutnya per rumus 4.3 rata-rata hitungnya dapat dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{5.728}{80} \\ &= \frac{5.728}{80} = 71,6\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata tingkat hunian hotel berbintang tersebut adalah 71,44 %.

(b) Menghitung mediannya

Dari Tabel 4.24, dapat diketahui $n = 80$ dan $c = 5$

$L_{Md} = n/2 = 80/2 = 40$, yaitu terletak antara frekuensi kumulatif 19 dan 43, yaitu pada kelas ke-4 (lihat tanda panah dalam Tabel 4.24). Kelas mediannya (kelas nyata) adalah 69,5 - 74,5. Jadi, $L = 69,5$, $f_c = 19$ dan $f_m = 24$

Per rumus (4.11) didapat,

$$\begin{aligned}Md &= L + \frac{\left(\frac{n}{2} - f_c\right)}{f_m} \times c \\ &= 69,5 + \frac{(40 - 19)}{24} \times 5 \\ &= 69,5 + \left(\frac{21}{24}\right) \times 5 \\ &= 69,5 + 4,375 = 73,86\end{aligned}$$

Jadi, $Md = 73,86$ %. Interpretasi, $Md = 72\%$ artinya 50% dari 80 hotel berbintang tersebut (sampel) tingkat huniannya kurang dari 72% (paling tinggi 72%) dan 50% lagi tingkat huniannya lebih dari 73,86 % (paling rendah 73,86%)

(c) Menghitung modusnya

Dari Tabel 4.24, dapat diketahui bahwa frekuensi modusnya (frekuensi terbesar) = 32, maka kelas modus adalah kelas ke-5 (lihat tanda panah dalam tabel). Kelas nyatanya adalah 74,5 – 79,5, maka $L = 74,5$, $d_1 = 32 - 24 = 8$, $d_2 = 32 - 5 = 27$ serta $c = 5$.

Selanjutnya per rumus (4.12) didapat,

$$\begin{aligned}\text{Mod} &= L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c \\ &= 74,5 + \left(\frac{8}{35}\right) \times 5 \\ &= 74,5 + 1,142 = 75,64\end{aligned}$$

Jadi, modusnya adalah 75,64%. Modus = 75,64% artinya bahwa tingkat hunian dari 80 hotel berbintang tersebut yang paling banyak pada kisaran 75,64%.

- (d) Oleh karena nilai Mean = 71,6% < Median = 73,86% < Modus = 75,64%. Maka sebaran data/distribusi frekuensi tersebut menceng ke kiri atau condong ke kanan.

Catatan : Tanda panah dalam tabel dibubuhkan setelah Anda menghitung letak masing-masing ukuran letak. Pada Contoh 5-2, hitung terlebih dahulu letak K_1 yaitu (L_{K_1}) dan letak K_3 yaitu L_{K_3} . Setelah itu tanda panah baru Anda bubuhkan ke dalam tabel.

4.9 Ukuran Nilai Sentral Lainnya

Dalam Sub bahasan 4.3, 4.4 dan 4.5 telah dibahas tiga ukuran nilai sentral terpenting yaitu mean, median dan modus. Pada sub bahasan ini, akan dibahas ukuran nilai sentral lainnya yaitu (1) rata-rata ukur, dan (2) rata-rata harmonis

4.9.1 Rata-rata Ukur

Rata-rata ukur (GM) serangkaian n data adalah akar pangkat n dari hasil kali nilai - nilai seluruh data tersebut. Dengan catatan salah satu nilai - nilai data tersebut tidak negatif atau nol.

Rata-rata ukur (*Geometric Mean*), terutama digunakan untuk: (1) menghitung rata-rata data rasio, seperti rata-rata persen, rata-rata nilai indeks dan rata-rata nilai relatif, dan (2) untuk menghitung rata-rata laju perubahan. Seperti rata-rata pertumbuhan penduduk, rata-rata pertumbuhan ekonomi, rata-rata perubahan indeks ekonomi, rata-rata kenaikan penjualan, rata-rata kenaikan produksi dari satu periode ke periode waktu lain. Jadi, rata-rata ukur (GM) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$GM = \sqrt[n]{(x_1)(x_2)(x_3)\dots(x_n)} \quad (4.13)$$

- GM = rata-rata ukur
- x_1 = nilai data yang pertama,
- x_n = nilai data yang ke- n
- n = banyaknya data/banyak pengamatan

Contoh 4-29

Tingkat bunga deposito 5 tahun terakhir sebesar 10, 12, 15, 17 dan 18 persen per tahun. Hitunglah rata-rata ukur tingkat bunga deposito tersebut.

Penyelesaian

$$x_1 = 10, x_2 = 12, x_3 = 15, x_4 = 17 \text{ dan } x_5 = 18$$

Per rumus (4.13) didapat,

$$\begin{aligned} \text{GM} &= \sqrt[5]{(x_1)(x_2)(x_3)(x_4)(x_5)} \\ &= \sqrt[5]{(10)(12)(15)(17)(18)} \\ &= 14,06 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (ukur) tingkat bunga deposito tersebut 14,06% per tahun.

Contoh 4-30

Indeks harga penjualan beras 4 tahun terakhir adalah:

100, 125, 150, dan 200

Hitunglah rata-rata indeks harga penjualan beras tersebut.

Penyelesaian

$$x_1 = 100, x_2 = 125, x_3 = 150, \text{ dan } x_4 = 200$$

Per rumus (4.13) didapat,

$$\begin{aligned} \text{GM} &= \sqrt[4]{(x_1)(x_2)(x_3)(x_4)} \\ &= \sqrt[4]{(100)(125)(150)(200)} \\ &= 139,15 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata indeks harga penjualan beras tersebut 139,15.

Untuk menghitung rata-rata perubahan/pertumbuhan aktivitas ekonomi dan bisnis dalam selang waktu tertentu, rumus (4.13) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{GM} &= n-1 \sqrt{\left(\frac{x_1}{x_0}\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\left(\frac{x_3}{x_2}\right)\dots\left(\frac{x_n}{x_{n-1}}\right)} - 1 \\ &= n-1 \sqrt{\frac{x_n}{x_0}} - 1 \end{aligned} \quad (4.14)$$

n = selang waktu, x_0 = nilai data pada awal periode

x_n = nilai data pada periode ke- n /akhir periode

Contoh 4 - 31

Perkembangan nilai ekspor Indonesia selama 5 tahun, kurun waktu 2006 - 2010, seperti tercantum pada Tabel 4.25.

Tabel 4.25 Perkembangan Nilai Ekspor Indonesia Kurun Waktu 2006-2010 (Juta US \$)

Tahun	Nilai Ekspor
2006	100.798,6
2007	114.100,9
2008	137.020,4
2009	116.510,0
2010	157.779,1

Sumber: BPS- Jakarta, 2011. Data diolah

Berdasarkan data pada Tabel 4.25, hitunglah rata-rata pertumbuhan nilai ekspor Indonesia kurun waktu 2006-2010

Penyelesaian

Tabel 4.25a Cara Menghitung Rata-rata Pertumbuhan Ekspor Indonesia Kurun Waktu 2006 - 2010

Tahun	Nilai Ekspor (x_n)	Rasio $\frac{x_n}{x_{n-1}}$
2006	100.798, 6	-
2007	114.100, 9	1,1319
2008	137.020, 4	1,2008
2009	116.510, 0	0,8503
2010	157.779, 1	1,3542

Selang waktunya (dari 2006 sampai dengan 2010) adalah 5 tahun, meliputi tahun 2006, 2007, 2008, 2009, dan 2010. Jadi $n = 5$. Dalam selang waktu 5 tahun tersebut terdapat 4 ($n - 1 = 5 - 1$) rasio perubahan nilai ekspor yaitu:

$$\frac{x_1}{x_0} = 1,1319, \quad \frac{x_2}{x_1} = 1,2008, \quad \frac{x_3}{x_2} = 0,8503, \quad \text{dan} \quad \frac{x_4}{x_3} = 1,3542$$

Per rumus (4.14) didapat,

$$\begin{aligned} GM &= \sqrt[n-1]{\left(\frac{x_1}{x_0}\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\left(\frac{x_3}{x_2}\right)\dots\left(\frac{x_n}{x_{n-1}}\right)} - 1 \\ &= \sqrt[5-1]{\left(\frac{x_1}{x_0}\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\left(\frac{x_3}{x_2}\right)\left(\frac{x_4}{x_3}\right)} - 1 \\ &= \sqrt[4]{(1,1319)(1,2008)(0,8503)(1,3542)} - 1 \\ &= (1,1185) - 1 \\ &= 0,1185 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata pertumbuhan nilai ekspor Indonesia kurun waktu 2006 - 2010

sebesar 11,85% (= 0,1185 x 100%) per tahun

Hasil yang sama dapat juga diperoleh per rumus (4.14), yaitu dengan mengambil nilai awal $x_0=100.798,6$ dan nilai akhir $x_n= 157.779,1$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{GM} &= \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_0}} - 1 \\ &= \sqrt[4]{\frac{157.779,1}{100.798,6}} - 1 = 1,1185 - 1 \\ &= 0,1185 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata pertumbuhan nilai ekspor Indonesia kurun waktu 2006 - 2010 sebesar 11,85% (= 0,1185 x 100%) per tahun.

Contoh 4 – 32

Pada tahun 2010 penduduk suatu kabupaten adalah 2,502170 juta jiwa, dan pada tahun 2014 sebanyak 2,618369 juta jiwa. Berapa persen rata-rata pertumbuhan penduduk kabupaten tersebut?

Penyelesaian

Selang waktu dari 2010 sampai dengan 2014 adalah 5 tahun, meliputi tahun 2010, 2011, 2012, 2013 dan 2014. Jadi $n = 5$.

$$x_n = 2,618369; x_0 = 2,502170$$

Per rumus (4.14) didapat

$$\begin{aligned} \text{GM} &= \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_0}} - 1 \\ &= \sqrt[4]{\frac{2,618369}{2,502170}} - 1 = 1,0114 - 1 \\ &= 0,0114 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata pertumbuhan penduduk kabupaten per tahun kurun waktu 2010-2014 adalah sebesar 1,14% (= 0,0114 x 100%)

4.9.2 Rata-rata Harmonis

Rata-rata harmonis (*Harmonic Mean*) adalah banyaknya data atau pengamatan (n) dibagi dengan jumlah kebalikan nilai datanya. Dalam prakteknya rata-rata harmonis banyak digunakan untuk mencari rata-rata nilai data yang berbeda untuk sejumlah pengamatan yang sama. Misalnya menghitung kecepatan rata-rata, untuk jarak yang sama dengan kecepatan yang berbeda, menghitung harga rata-rata per unit dalam beberapa kali pembelian dengan sejumlah uang yang sama (tetap) yang harga per unitnya berbeda dalam setiap pembelian.

4.9.2-1 Rata-rata Harmonis Data Tidak Berkelompok

Rata-rata harmonisnya dapat dihitung dengan rumus:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} \quad (4.15)$$

H = rata-rata harmonis,
 n = banyaknya data / pengamatan
 x_i = nilai data yang ke-i

Contoh 4 - 33

Seorang pedagang menyediakan anggaran sebesar Rp 600.000,00 tiap bulannya dalam jangka waktu 6 bulan untuk pembelian daging sapi. Jika harga per kg daging sapi mulai bulan pertama sampai dengan bulan yang ke enam sebagai berikut: Rp 20.000,00; Rp 25.000,00; Rp 30.000,00; Rp 40.000,00; Rp 50.000,00; Rp 60.000,00. Tentukanlah harga rata-rata tiap kg daging sapi tersebut

Penyelesaian

Disini banyak pengamatan (frekuensi pembelian) adalah 6 kali, jadi $n = 6$. Nilai pengamatan yaitu: $x_1 = 20.000$, $x_2 = 25.000$, $x_3 = 30.000$, $x_4 = 40.000$, $x_5 = 50.000$, dan $x_6 = 60.000$.

Per rumus (4.15) didapat,

$$\begin{aligned} H &= \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} \\ H &= \frac{6}{\frac{1}{20.000} + \frac{1}{25.000} + \frac{1}{30.000} + \frac{1}{40.000} + \frac{1}{50.000} + \frac{1}{60.000}} \\ &= \frac{6}{\frac{30}{600.000} + \frac{24}{600.000} + \frac{20}{600.000} + \frac{15}{600.000} + \frac{12}{600.000} + \frac{10}{600.000}} \\ &= \frac{6}{\frac{111}{600.000}} \\ &= 32.432,40 \end{aligned}$$

Jadi, harga rata-rata (harmonis) per kg daging sapi tersebut adalah Rp 32.432, 40

Contoh 4 - 34

Sebuah keluarga dalam acara liburan menempuh jarak 120 km pulang pergi. Kecepatan rata-rata waktu berangkat 80 km per jam dan kecepatan rata-rata waktu balik 60 km per jam. Hitunglah kecepatan rata-rata keluarga tersebut selama perjalanan (pulang-pergi).

Penyelesaian

Dalam hal ini banyaknya (frekuensi) pengamatan adalah 2, yaitu kecepatan rata-rata waktu berangkat dan kecepatan rata-rata waktu balik. Jadi $n = 2$. Nilai pengamatan masing-masing adalah: $x_1 = 80$, $x_2 = 60$.

Per rumus (4.15) rata-rata (harmonis) nya dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} H &= \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{80} + \frac{1}{60}} = \frac{2}{\frac{15}{120} + \frac{2}{120}} \\ &= 68,57 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata kecepatan keluarga tersebut selama perjalanan adalah 68,57 km per jam

4.9.2-2 Rata-rata Harmonis Data yang Telah Dikelompokkan

Untuk data yang telah dikelompokkan, rata-rata harmonisnya dapat dihitung dengan rumus:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{m_i}} \quad (4.16)$$

- H = rata-rata harmonis
- n = banyaknya data
- m_i = nilai tengah kelas yang ke-i
- f_i = frekuensi kelas yang ke-i

Contoh 4 - 35

Berdasarkan data pada Tabel 3.8 hitunglah rata-rata harmonisnya

Penyelesaian

Tabel 4. 26 Cara Menghitung Rata-rata Harmonis Penghasilan per Bulan Usaha Rental Kendaraan Roda Empat di Kabupaten Badung.

Penghasilan per Bulan (Juta Rp)	Banyak Usaha (f_i)	Titik Tengah (m_i)	f_i / m_i
20 - 29	1	24,5	0,04081
30 - 39	4	34,5	0,11594
40 - 49	7	44,5	0,15730
50 - 59	13	54,5	0,23853
60 - 69	25	64,5	0,38759
70 - 79	15	74,5	0,20134
80 - 89	5	84,5	0,05917
Total	$\sum f_i = n = 70$		1, 20068

Sumber: Tabel 3.8

Dari Tabel 4.26, dapat diketahui $n = 70$, $\sum \frac{f_i}{m_i} = 1, 20068$

Maka per rumus (4.16) didapat,

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{n}{\sum \frac{f_i}{m_i}} \\
 &= \frac{70}{1,20068} \\
 &= 58,30
 \end{aligned}$$

Jadi, rata-rata (harmonis) penghasilan per bulan 70 usaha rental kendaraan roda empat di Kabupaten Badung adalah Rp 58,30 juta.

Soal-soal Latihan

- 4 - 1** Sebutkan ukuran nilai sentral/tengah (rata-rata hitung, median, modus) yang paling tepat untuk pernyataan-pernyataan di bawah ini:
- Lima puluh persen penduduk sebuah desa berumur 70 tahun atau lebih.
 - Pendapatan per kapita penduduk sebuah kecamatan di Bali adalah Rp 750.000,00 per bulan.
 - Pada saat pelelangan suatu barang nilai yang paling banyak adalah penawaran yang bernilai Rp 20.000.000,00.

- 4 - 2** Tentukanlah ukuran nilai sentral yang sesuai bagi masing-masing rangkaian/gugusan data di bawah ini. Selanjutnya hitunglah nilai sentral menurut ukuran yang paling sesuai tersebut
- 2 20 35 50 60 90 150 1500
 - 50 75 100 100 100 100 150 300
 - 10 15 20 24 30 36 40 45

- 4 - 3** Sumber-sumber penerimaan pajak Negara Indonesia pada tahun 2011, yang telah diwartakan oleh harian bisnis & investasi Kontan pada Senin, 9 April 2012 adalah sebagai berikut:

Sumber Penerimaan Pajak	Nilai Pajak (Miliar Rupiah)
1 Pajak Penghasilan (PPh)	431.977,0
2 Pajak Pertambahan Nilai (PPN)	298.441,4
3 Cukai	68.075,3
4 Pajak Bumi dan Bangunan (PBB)	29.075,3
5 Pajak Lainnya	4.199,8

Hitunglah mean, median dan modusnya

- 4 - 4** Produksi traktor tahunan dari suatu perusahaan alat-alat pertanian multinasional di 8 negara adalah sebagai berikut (ribu unit).
6 9 12 15 15 20 26 32
- Hitunglah rata-rata hitungnya.
 - Hitunglah mediannya.
 - Hitunglah modusnya.
- 4 - 5** Sampel acak berupa sepuluh sabun mandi merk tertentu, diperiksa berat nettoanya (dalam gram) diperoleh hasil sebagai berikut:
125 135 130 132 128 134 126 127 133 130
Hitunglah rata-rata hitungnya, median dan modusnya.
- 4 - 6** Sebuah gedung bioskop memiliki 500 tempat duduk, yang terdiri atas: kelas istimewa 100 tempat duduk, kelas satu 200 tempat duduk, kelas dua 150 tempat duduk, dan kelas tiga 50 tempat duduk. Sedangkan

harga tiket per tempat duduk untuk kelas istimewa, kelas satu, kelas dua dan kelas tiga berturut-turut sebesar Rp 30.000,00, Rp 25.000,00, Rp 20.000,00, dan Rp 15.000,00. Jika semua tempat duduk terjual, berapa harga rata-rata tiap tiket yang dibayar penonton?

- 4 - 7 Nilai impor Indonesia selama 5 tahun (2006-2010) dapat disajikan sebagai berikut:

Tahun	Nilai Impor (Juta US \$)
2006	61.065,5
2007	74.473,4
2008	129.197,3
2009	96.829,2
2010	135.663,3

Sumber: BPS – Jakarta, 2011

Hitunglah:

- Rata-rata tingkat pertumbuhan impor tersebut.
- Mediannya.
- Rata-rata hitungnya.

- 4 - 8 Perdagangan senjata global. Sepuluh negara importer dan eksporter senjata terbanyak, di tahun 2009, yang dimuat oleh surat kabar terbitan Ibu Kota, *Kompas* adalah sebagai berikut:

Importer		Eksporter	
Negara	Nilai (juta Us \$)	Negara	Nilai (juta Us \$)
Arab Saudi	2.700	AS	14.383
China	1.500	Rusia	3.700
Korea Selatan	1.400	Jerman	2.800
Mesir	1.300	Inggris	2.200
India	1.200	China	1.800
Israel	1.200	Prancis	1.200
Pakistan	1.000	Swedia	1.200
Venesuela	900	Kanada	1.200
Aljazair	900	Austria	700
Irak	800	Israel	600

Sumber: *Kompas*, 12 April 2011, h. 22

- Hitunglah median dan modus nilai senjata yang diimpor oleh negara-negara importer, dan berikanlah interpretasi.
- Hitunglah median dan modus nilai senjata yang diekspor oleh negara-negara eksporter, dan berikanlah interpretasi.
- Menurut saudara ukuran nilai sentral mana yang paling sesuai untuk menghitung nilai tengah dari nilai senjata yang diekspor oleh negara-negara eksporter?

- 4 - 9** Modal awal dari 125 perusahaan biro perjalanan wisata (BPW) nasional ditunjukkan dalam tabel frekuensi berikut:

Modal (Ratus Juta Rp.)	Banyak Biro Perjalanan (unit)
10 - 10,9	8
11 - 11,9	12
12 - 12,9	15
13 - 13,9	32
14 - 14,9	48
15 - 15,9	10
Total	125

Pertanyaan

- Hitunglah *mean*, median dan modusnya.
- Tunjukkan letak *mean*, median dan modus dalam histogram.

- 4 - 10** Hasil survei tentang laba bersih per bulan yang diperoleh oleh 350 *minimarket* (sampel acak) di sebuah provinsi sebagai berikut:

Laba bersih (Juta Rupiah)	Banyak Minimarket (Unit)
30 - 39,99	10
40 - 49,99	15
50 - 59,99	36
60 - 69,99	70
70 - 79,99	130
80 - 89,99	58
90 - 99,99	31
Total	350

Pertanyaan

- Hitunglah mean laba bersih *minimarket-minimarket* tersebut dan berikan interpretasi.
- Hitunglah median laba bersih *minimarket-minimarket* tersebut dan berikan interpretasi.
- Hitunglah modusnya dan berikan interpretasi.

- 4 - 11** Seorang ibu rumah tangga membeli bawang merah di tiga lokasi. Uang yang dibelanjakan sebanyak Rp 150.000,00; Dengan rincian Rp 50.000,00 dibelikan bawang merah di lokasi pertama dengan harga Rp 2500,00 per kg; Rp 50.000,00 dibelikan bawang merah di lokasi kedua dengan harga Rp 3000,00 per kilogram. Sisanya lagi sebesar Rp 50.000,00, dibelikan bawang merah di lokasi ketiga dengan harga Rp 2000,00 per kg. Berapa rata-rata harga per kg bawang merah tersebut?

- 4 - 12** Dua bulan yang lalu seorang pedagang membeli 5 kerat minuman ringan dengan harga Rp25.000,00 per keratnya. Sebulan lalu untuk memperoleh 5 kerat minuman yang sama ia mengeluarkan uang sebanyak Rp30.000,00. Tetapi kini untuk mendapatkan barang itu (5 kerat minuman yang sama) harus membayar Rp35.000,00. Berapa harga rata-rata per kerat minuman ringan yang dibayar oleh pedagang tersebut?
- 4 - 13** Hasil penelitian terhadap 40 pasar tradisional (sampel) mengenai harga per kilogram bawang merah di lima (5) daerah penelitian, seperti tercantum pada tabel berikut :

Daerah Penelitian	Banyak Pasar Tradisional	Harga Rata-rata per Kg (Rp)
1	2	15.000
2	10	14.500
3	15	13.750
4	9	13.000
5	4	15.250

Sumber : Data hipotetis

Berdasarkan data di atas, hitunglah rata-rata harga per kg bawang merah di daerah penelitian.

- 4 - 14** Jumlah penduduk suatu wilayah pada tahun 2010 adalah 80,234 juta jiwa dan pada tahun 2015 adalah 122,250 juta jiwa. Hitunglah rata-rata pertumbuhan penduduknya.
- 4 - 15** Pada hari minggu yang cerah seorang pedagang telah berhasil menjual 200 botol minuman ringan ukuran kecil, 100 botol ukuran sedang dan 150 botol ukuran besar. Harga per botol minuman ukuran kecil Rp 5.000,00, ukuran sedang Rp 8.000,00 dan dan ukuran besar Rp 15.000,00. Berapa harga rata-rata per botol minuman ringan yang telah terjual tersebut.
- 4 - 16** Data berikut ini adalah data mengenai upah rata-rata per jam untuk setiap orang dari 5 kelompok pekerja sesuai dengan bidang keahliannya.

Kelompok Pekerja	Banyak Orang	Upah Rata-rata per jam
Tukang Rias	8	Rp 50.000,00
Tukang las listrik	6	Rp 75.000,00
Teknisi automotif	10	Rp 80.000,00
Teknisi komputer	5	Rp 40.000,00
Presenter	4	Rp 100.000,00

Berapa rata-rata upah per jam yang diterima oleh masing-masing pekerja?

4 - 17 Perkembangan kunjungan wisman ke daerah tujuan wisata dalam lima tahun terakhir (ribu orang) adalah : 4 8 16 33 70
Hitunglah rata-rata ukurnya.

4 - 18 Di bawah ini adalah data mengenai tingkat hunian kamar hotel berbintang di Bali dari Bulan Januari – Desember 2013

Bulan	Tingkat Hunian (%)
Januari	43,95
Februari	47,94
Maret	47,43
April	47,13
Mei	52,88
Juni	58,63
Juli	63,05
Agustus	70,32
September	65,53
Oktober	60,82
Nopember	53,01
Desember	62,53

Sumber : Dinas Pariwisata Provinsi Bali, 2013.

Berdasarkan data di atas, hitunglah *mean* dan mediannya

4 - 19 Ekonomi global. Proyeksi pertumbuhan ekonomi beberapa negara di dunia versi IMF pada tahun 2011 dan 2012, disajikan sebagai berikut:

Nama Negara	Pertumbuhan Ekonomi (persen)	
	2011	2012
Amerika Serikat	2,8	2,6
Jepang	1,4	2,1
Inggris	1,7	2,3
Kanada	2,8	2,6
Jerman	2,5	2,1
Rusia	4,8	4,5
China	9,6	9,5
India	8,2	7,8
Brasil	4,5	4,1
Meksiko	4,0	4,0
Spanyol	0,8	1,6

Sumber: Media Indonesia, 13 April 2011, h. 19. Diambil sebagian

Pertanyaan

- Menurut saudara ukuran nilai sentral (mean, median, modus) yang mana paling sesuai untuk mewakili masing-masing kelompok data tersebut
- Berdasarkan jawaban pada butir (a), hitunglah nilai tengahnya

4 - 20 Jumlah penduduk Indonesia pada tahun 2000 adalah 205,1 juta jiwa dan pada tahun 2010 adalah 237,6 juta jiwa. Hitunglah rata-rata pertumbuhan penduduk Indonesia selama periode 2000-2010

4 - 21 Berikut ini adalah data mengenai waktu lamanya menunggu/antre (dalam menit) untuk 120 pemegang kartu ATM di salah satu mesin ATM di sebuah pusat pembelanjaan

Waktu (menit)	Banyak (orang)
15	8
18	5
20	12
12	10
10	7
28	6
25	20
26	10
28	8
30	12
32	5
35	17
Total	120

Hitunglah rata-rata hitung tertimbang lamanya menunggu pemegang kartu ATM tersebut.

4 - 22 Data berikut ini adalah data mengenai nilai subsidi listrik negara oleh pemerintah Indonesia, periode 2007 sampai dengan 2011.

Tahun	2007	2008	2009	2010	2011
Nilai (Triliun Rp)	33,1	83,9	49,5	55,1	66,3

Sumber: Jawa Pos, 20 Maret 2012, h. 5. Diambil sebagian.

Hitunglah mean, median dan modus nilai subsidi listrik tersebut.

4 - 23 Hasil survei tentang hasil penjualan 100 divisi F & B (*Food & Beverage*) per minggu dari 100 hotel berbintang 4, ditabelkan sebagai berikut:

Penjualan (Juta Rupiah)	Jumlah Divisi F & B
35,00 - 42,49	8
42,50 - 49,99	37
50,00 - 57,49	20
57,50 - 64,99	15
65,00 - 72,49	8
72,50 - 79,99	2
80,00 - 87,49	10
Total	100

- (a) Hitunglah rata-rata hitungnya.
- (b) Hitunglah mediannya dan berikan interpretasi.
- (c) Hitunglah modusnya dan berikan interpretasi.
- (d) Tentukanlah pola sebaran data tersebut

4 - 24 Data yang didapat dari survei sampel dengan mengambil 30 kamar hotel berbintang, 50 kamar hotel melati dan 20 kamar pondok wisata sebagai sampel acak, didapat hasil sebagai berikut.

Type Akomodasi	Kuantitas Kamar (unit)	Harga rata-rata/kamar/hari (Seribu Rp.)
Hotel Berbintang	30	2.000
Hotel Melati	50	350
Pondok Wisata	20	200

Bila keseratus kamar tersebut terjual, berapa harga rata-rata per kamar per hari yang dibayar oleh para tamu?

4 - 25 Sebuah perusahaan yang bergerak dalam bidang transportasi pariwisata mengoperasikan 150 kendaraan roda empat yang terdiri atas 20 bus, 200 sedan dan 30 jeep. Dengan sewa per hari masing-masing sebagai berikut:

Jenis Kendaraan	Kuantitas Kendaraan (unit)	Sewa/unit/hari (Ribu Rp)
Bus	20	800
Sedan	100	400
Jeep	30	350

Bila semua kendaraan disewa orang, berapa sewa rata-rata per kendaraan per harinya yang dibayar oleh penyewa?

4 - 26 Data di bawah ini adalah data mengenai Type dan kuantitas usaha pariwisata di Bali tahun 2013

No.	Jenis Usaha	Kuantitas (unit)
1	Akomodasi	2.572
2	Restoran/Rumah makan	1.069
3	Travelagent	338
4	Cabang Travelagent	21
5	MICE	9
6	Bar	595
7	Olah raga air	223

Sumber : Dinas Pariwisata Provinsi Bali, 2013

Menurut saudara ukuran nilai sentral mana yang paling tepat untuk menghitung nilai tengahnya? Selanjutnya hitunglah nilai tengahnya.

- 4 - 27 Negara Yunani mengalami krisis keuangan dalam 5 tahun terakhir. Data di bawah ini adalah data 12 negara/lembaga keuangan dunia pemberi pinjaman terbesar, dalam upaya menolong Negara Yunani terlepas dari “kebangkrutan”.

No.	Negara /Lembaga Pemberi Pinjaman	Nilai Pinjaman (Miliar Euro)
1	Jerman	68,2
2	Perancis	43,8
3	Italia	38,4
4	Spanyol	25
5	IMF	21,4
6	ECB	18,1
7	Belanda	13,4
8	AS	11,3
9	Inggris	10,8
10	Belgia	7,5
11	Austria	5,9
12	Finlandia	3,7

Sumber : Kompas, 5 Juli 2015. h.5.

Hitunglah nilai rata-rata (hitung) dan mediannya.

- 4 - 28 Seperti yang diwartakan oleh Majalah The Politic, 10 negara yang memiliki cadangan devisa terbesar di awal 2015, tercantum dalam tabel berikut.

No.	Nama Negara	Nilai Cadangan Devisa (miliar US\$)
1	Cina	3.840,00
2	Jepang	1.190,00
3	Arab Saudi	718,92
4	Swiss	498,96
5	Taiwan	417,83
6	Brasil	369,81
7	Korea Selatan	362,37
8	Rusia	339,37
9	Hongkong	332,50
10	India	312,32

Sumber : The Politic, Ed.16/Th IV/26 Juni-09 Juli 2015. h.21.

Menurut saudara ukuran nilai sentral mana (mean, median dan modus)

yang paling tepat untuk menghitung nilai tengahnya. Hitunglah nilai tengahnya.

- 4 – 29** Krisis ekonomi global berdampak penurunan ekonomi dunia, tidak terkecuali berdampak juga terhadap ekonomi Indonesia. Periode 2011 – 2014 pertumbuhan ekonomi Indonesia sebagai berikut:

Tahun	2011	2012	2013	2014
Pertumbuhan (%)	6,5	6,2	5,8	5,02

Sumber : Warta Ekonomi, Vol.XXVII, No.11, Th.2015

Hitunglah rata-rata (ukur) pertumbuhan ekonomi Indonesia kurun waktu 2011 – 2014.

- 4 - 30** Hasil Penjualan paket wisata yang diperoleh 100 Biro Perjalanan Wisata (BPW), ditabelkan sebagai berikut:

Hasil Penjualan (Juta Rupiah)	Jumlah Biro Perjalanan Wisata
40 - 49,9	8
50 - 59,9	42
60 - 69,9	25
70 - 79,9	15
80 - 89,9	8
90 - 99,9	2
Total	100

- Hitunglah rata-rata hitungnya.
- Hitunglah mediannya dan berikan interpretasi.
- Hitunglah modusnya dan berikan interpretasi.
- Tentukanlah pola sebaran data tersebut.

- 4 – 31** Terdapat lima kebun binatang yang ada di sebuah negara. Biaya operasional per tahun (miliar rupiah) masing- masing kebun binatang tersebut adalah sebagai berikut:

3 2 5 4 3

Hitunglah rata-rata (hitung) biaya operasionalnya

- 4 - 32** Data berikut ini adalah hasil observasi pada awal September 2015 di Kota Denpasar mengenai penjualan ponsel. Jumlah ponsel yang laku terjual dan harga per unitnya di salah satu toko ponsel ditabelkan sebagai berikut:.

Merk Ponsel	Harga/Unit (Juta Rp)	Jumlah Laku (unit)
1 Sony X peria 23	6,8	2
2 Samsung Galaxy S5	6,0	5
3 LG G4	6,7	3
4 BlackBerry Classic Q20	4,6	4
5 iPhone 5S	7,0	6
6 Lenopo P90	3,5	7
7 Oppo R5	5,5	3

Hitunglah rata-rata harga jual per unit ponsel yang laku.

5 UKURAN LETAK

5.1 Pengantar

Dalam Bab 4 telah dipelajari mengenai ukuran nilai sentral, seperti rata-rata hitung, median, modus, rata-rata ukur dan rata-rata harmonis. Nilai rata-rata itu adalah suatu nilai yang dapat mewakili nilai serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi.

Dalam bab ini akan dipelajari mengenai ukuran letak (lokasi) selain median, yaitu kuartil, desil dan persentil. Nilai ukuran lokasi itu akan membagi serangkaian data atau distribusi frekuensi menjadi beberapa bagian yang sama.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami ukuran letak, dapat menghitung dan dapat memberikan interpretasi terhadap nilainya.

5.2 Batasan Ukuran Letak

Ukuran letak adalah beberapa nilai yang letaknya sedemikian rupa dalam suatu rangkaian data atau dalam suatu distribusi frekuensi sehingga nilai itu membagi rangkaian data atau distribusi frekuensi itu menjadi beberapa bagian yang sama. Ada empat ukuran letak yaitu **median**, **kuartil**, **desil** dan **persentil**.

Median adalah ukuran letak (sebuah nilai) yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi menjadi dua bagian yang sama, yaitu lima puluh persen (50%) dari keseluruhan data nilainya terletak di bawah (nilai) median dan lima puluh persen (50%) lagi nilainya terletak di atas (nilai) median.

Median disamping merupakan salah satu dari ukuran nilai sentral, juga merupakan salah satu ukuran letak. Median telah dibahas dalam Bab 4. Pada bagian ini akan dipelajari ukuran letak (lokasi) yang lainnya.

5.3 Kuartil

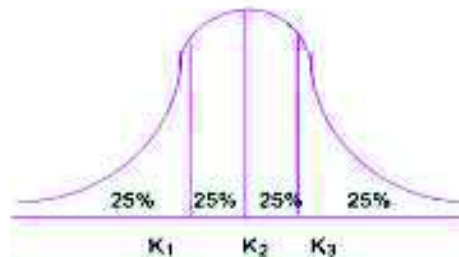
Kuartil (K) adalah nilai-nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi menjadi empat (4) bagian yang sama. Dengan demikian terdapat tiga kuartil: kuartil pertama, kuartil kedua, dan kuartil ketiga.

Kuartil Pertama (K_1) adalah sebuah nilai yang menyatakan 25% dari keseluruhan data nilainya lebih kecil dari (nilai) K_1 dan 75%-nya lagi nilainya lebih besar dari (nilai) K_1

Kuartil kedua (K_2) adalah sebuah nilai yang menyatakan 50% dari keseluruhan data nilainya lebih kecil dari (nilai) K_2 dan 50%-nya lagi nilainya lebih besar dari (nilai) K_2 . Jadi K_2 sama dengan median

Kuartil ketiga (K_3) adalah sebuah nilai yang menyatakan 75% dari keseluruhan data memiliki nilai lebih kecil dari (nilai) K_3 , dan 25%-nya lagi memiliki nilai lebih besar dari (nilai) K_3

Gambar 5.1 menunjukkan letak K_1 , K_2 dan K_3 dalam suatu distribusi frekuensi.



Gambar 5.1 Letak K_1 , K_2 dan K_3 Dalam Suatu Distribusi Frekuensi

Berdasarkan Gambar 5.1, dapat diketahui bahwa dua puluh lima persen (25%) dari keseluruhan data ada di bawah K_1 dan tujuh puluh lima persen (75%) dari keseluruhan data ada di atas K_1 ; Lima puluh persen (50%) dari keseluruhan data ada di bawah K_2 dan lima puluh persen (50%) nya lagi ada di atas K_2 . Demikian juga untuk K_3 , tujuh puluh lima persen (75%) dari keseluruhan data ada di bawah K_3 dan dua puluh lima persen (25%) nya lagi ada di atas K_3 .

5.3.1 Kuartil Data yang Belum Dikelompokkan

Tahapan perhitungannya sebagai berikut:

- (1) Susunlah data dari nilai yang terkecil sampai dengan nilai yang terbesar atau sebaliknya.
- (2) Menentukan letak kuartil (L_{K_x})
Rumus yang digunakan:

$$L_{K_x} = \frac{x(n+1)}{4} \quad (5.1)$$

($x = 1, 2$ dan 3)

L_{K_x} = letak kuartil yang ke-x

n = banyaknya data

(3) Menghitung nilai kuartil ke-x (K_x).

(i) Bila L_{K_x} merupakan bilangan utuh (bulat positif).

Maka, nilai kuartil ke-x (K_x) = nilai data dengan urutan ke $\frac{x(n+1)}{4}$

(ii) Bila L_{K_x} tidak merupakan bilangan utuh (Lihat lebih lanjut Subab 5.6)

Contoh 5 - 1

Nilai deposito (juta rupiah) dari sampel acak sebelas deposan telah disusun sebagai berikut : 18 19 20 23 24 25 27 30 32 35 dan 36.

Tentukanlah

- (a) K_1 dan berikanlah interpretasi.
 (b) K_2 dan berikanlah interpretasi.

Penyelesaian

Oleh karena datanya telah diurut dari nilai yang terkecil sampai dengan nilai yang terbesar, maka langsung dapat ditentukan letak K_1 dan K_2 sebagai berikut :

(a) $K_1 = \dots?$

Letak K_1

$$n = 11, x = 1$$

$$L_{K_1} = \frac{x(n+1)}{4} = \frac{1(1+1)}{4} = 3$$

Letak kuartil pertama (K_1), yaitu pada data dengan urutan ketiga.
 Nilai K_1 sama dengan nilai data urutan ketiga, yaitu Rp 20 juta.

Interpretasi nilai K_1 . Nilai K_1 = Rp 20 juta, memiliki arti kurang-lebih 25% dari seluruh (sampel) deposan tersebut memiliki deposito yang nilainya lebih kecil dari Rp 20 juta, dan sisanya lagi yaitu 75% memiliki deposito dengan nilai lebih besar dari Rp 20 juta.

(b) $K_2 = \dots?$

Letak K_2

$$n = 11, \text{ dan } x = 2$$

$$L_{K_2} = \frac{x(n+1)}{4} = \frac{2(1+1)}{4} = 6$$

Letak kuartil kedua (K_2), yaitu pada data dengan urutan ke-6
 Nilai K_2 sama dengan nilai data urutan ke-6 yaitu Rp 25 juta.

Interpretasi nilai K_2 . Nilai $K_2 =$ Rp 25 juta, artinya kurang-lebih 50% dari seluruh (sampel) depositan tersebut memiliki deposito yang nilainya kurang dari atau paling tinggi Rp 25 juta, dan 50% nya lagi memiliki deposito dengan nilai lebih besar dari atau paling rendah Rp 25 juta.

5.3.2 Kuartil Data yang Telah Dikelompokkan

Bila datanya telah dikelompokkan atau telah disusun dalam distribusi frekuensi atau tabel frekuensi, maka kuartil sekelompok data tersebut dapat dihitung melalui tahapan berikut :

(1) Menentukan letak kuartil (L_{K_x})

Letak kuartil ke-x ditentukan dengan rumus:

$$L_{K_x} = \frac{x \cdot n}{4} \quad (5.2)$$

($x = 1, 2$ dan 3)

L_{K_x} = letak kuartil yang ke-x
 n = banyaknya data

(2) Menghitung nilai kuartil (K_x)

Nilai kuartil ke-x dihitung dengan rumus:

$$K_x = L_x + \left(\frac{L_{K_x} - f_{c_x}}{f_{K_x}} \right) \times c \quad (5.3)$$

($x = 1, 2$ dan 3)

K_x = kuartil ke-x,
 L_x = tepi bawah kelas dari kelas terdapatnya kuartil ke-x
 f_{K_x} = frekuensi absolut kelas terdapatnya kuartil ke-x
 n = banyaknya data/ukuran sampel
 c = interval kelas
 f_{c_x} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas terdapatnya kuartil ke-x
 L_{K_x} = letak kuartil yang ke-x

Contoh 5 - 2

Omzet penjualan (juta rupiah) sampel acak 70 toko dalam sebuah kompleks pertokoan di Kota Denpasar pada bulan lalu, disajikan sebagai berikut:

Tabel 5.1 Omzet Penjualan 70 Toko dari Sebuah Komplek Pertokoan di Kota Denpasar

Omzet Penjualan (Juta Rupiah)	Banyaknya Toko (Unit)
20 - 29	1
30 - 39	4
40 - 49	7
50 - 59	13
60 - 69	25
70 - 79	15
80 - 89	5
Total	70

Sumber: Data hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 5.1, hitunglah

- (a) Kuartil pertama (K_1), dan berikanlah interpretasi
 (b) Kuartil ketiga (K_3), dan berikanlah interpretasi

PenyelesaianTabel 5.1a Cara Menghitung K_1 dan K_3 dari Omzet Penjualan 70 Toko dalam Sebuah Komplek Pertokoan.

Omzet Penjualan (Juta Rupiah)	Banyaknya (f_i)	Tepi kelas	f_C
		19,5	0
20 - 29	1	29,5	1
30 - 39	4	39,5	5
40 - 49	7	49,5	12
50 - 59	13	59,5	25
60 - 69	25	69,5	50
70 - 79	15	79,5	65
80 - 89	5	89,5	70

- (a) Menghitung nilai K_1 dan memberikan interpretasi terhadap nilai K_1

• Letak K_1 (L_{K_1})

$$x = 1, \quad n = 70$$

$$L_{K_1} = \frac{1(70)}{4} = 17,5$$

Letak K_1 yaitu antara frekuensi kumulatif 12 dan 25 pada kelas ke-4 (kelas nyata) adalah 49,5 - 59,5. (lihat tanda panah dalam Tabel 5.1a).

- Nilai K_1

$$L_1 = 49,5 \quad c = 10$$

$$f_{C_1} = 12 \quad f_{K_1} = 13$$

$$L_{K_1} = 17,5$$

Per rumus (5.3) didapat,

$$K_x = L_x + \left(\frac{L_{K_x} - f_{C_x}}{f_{K_x}} \right) \times c$$

$$K_1 = L_1 + \left(\frac{L_{K_1} - f_{C_1}}{f_{K_1}} \right) \times c$$

$$= 49,5 + \left(\frac{17,5 - 12}{13} \right) \times 10$$

$$= 49,5 + 4,23$$

$$= 53,73$$

Jadi, kuartil pertama (K_1) = Rp 53,73 juta. K_1 = Rp 53,73 juta, artinya kurang lebih 25% dari seluruh sampel toko tersebut omzet penjualannya kurang dari atau paling tinggi Rp 53,73 juta dan 75% nya lagi, omzet penjualan lebih dari atau paling rendah Rp 53,73 juta.

(b) Menghitung nilai K_3 dan memberikan interpretasi terhadap nilai K_3 .

- Letak K_3 (L_{K_3})

$$x = 3, \text{ dan } n = 70$$

$$L_{K_3} = \frac{3(70)}{4} = 52,5$$

Letak K_3 yaitu antara frekuensi kumulatif 50 dan 65 pada kelas ke-6 (kelas nyata) adalah 69,5 – 79,5 (lihat tanda panah dalam Tabel 5.1a)

- Nilai K_3

$$L_3 = 69,5 \quad c = 10$$

$$= 50 \quad f_{K_3} = 15 \quad L_{K_3} = 52,5$$

Per rumus (5.3) didapat,

$$K_3 = L_3 + \left(\frac{L_{K_3} - f_{C_3}}{f_{K_3}} \right) \times c$$

$$K_3 = 69,5 + \left(\frac{52,5 - 50}{15} \right) \times 10$$

$$= 69,5 + 1,67$$

$$= 71,17$$

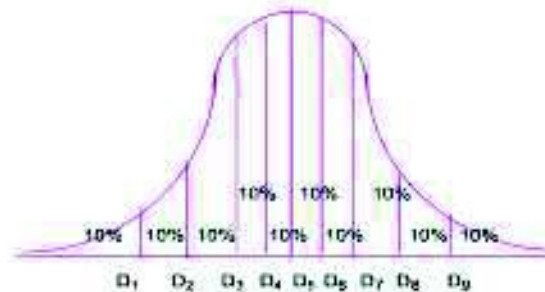
Jadi, kuartil ketiga (K_3) = Rp 71,17 juta. K_3 = Rp 71,17 juta, artinya kurang-lebih 75% dari seluruh sampel toko tersebut omzet penjualannya

kurang dari Rp 71,17 juta dan 25% nya lagi omzet penjualannya lebih dari Rp 71,17 juta.

5.4 Desil

Desil (D) adalah nilai-nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi menjadi sepuluh bagian yang sama. Dengan demikian terdapat sembilan ukuran desil yaitu $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$

Gambar 5.2 menunjukkan letak kesembilan desil $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$ dalam suatu distribusi frekuensi.



Gambar 5.2 Letak kesembilan desil dalam suatu distribusi frekuensi

Desil Pertama (D_1) adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga 10% dari seluruh data nilainya kurang dari nilai D_1 dan 90% nya lagi nilainya lebih besar dari nilai D_1 .

Desil kedua (D_2) adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga 20% dari seluruh data nilainya kurang dari nilai (D_2) dan 80% nya lagi nilainya lebih besar dari nilai (D_2).

Desil kelima (D_5) adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga 50% dari seluruh data nilainya kurang dari nilai (D_5) dan 50% nya lagi nilainya lebih besar dari nilai (D_5). Jadi, D_5 sama dengan median

Secara umum dapat diberi batasan sebagai berikut :

Desil ke-x (D_x) dengan $x = 1, 2, 3, \dots, 9$ adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga $10x\%$ dari seluruh data nilainya kurang dari nilai (D_x) dan $(100\% - 10x\%)$ dari seluruh data tersebut memiliki nilai lebih besar nilai (D_x)

5.4.1 Desil Data yang Belum Dikelompokkan

Tahapan perhitungannya sebagai berikut:

- (1) Menyusun data tersebut dari nilai terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya
- (2) Menentukan letak desilnya (L_{D_x})

Letak desil ke-x ditentukan dengan rumus:

$$L_{D_x} = \frac{x(n+1)}{10} \quad (5.4)$$

$(x = 1, 2, 3, \dots, 9)$

L_{D_x} = letak desil yang ke-x ,
 n = Banyaknya data

(3) Menghitung nilai Desil ke-x (D_x).

(i) Bila L_{D_x} merupakan bilangan utuh (bulat positif)

Maka, nilai desil ke-x (D_x) = nilai data dengan urutan ke $\frac{x(n+1)}{10}$

(ii) Bila L_{D_x} tidak merupakan bilangan utuh (Lihat lebih lanjut Subab 5.6)

Contoh 5 - 3

Harga per lembar saham (ribu rupiah) dari 29 perusahaan yang diambil sebagai sampel acak, disajikan sebagai berikut:

15 15 16 20 21 22 23 24 27 28 30 30 31 31
 32 33 34 35 36 36 37 37 38 39 39 40 41 43 43

Hitunglah :

(a) D_1 , dan berikanlah interpretasi

(b) D_7 , dan berikanlah interpretasi

Penyelesaian

(a) Menghitung dan memberikan interpretasi terhadap D_1

Data tersebut telah disusun dari nilai terkecil sampai nilai terbesar.

Letak D_1

$x = 1$, dan $n = 29$

$$L_{D_1} = \frac{1(29+1)}{10} = 3$$

Letak desil pertama (D_1), yaitu pada data dengan urutan ke-3

Nilai D_1 sama dengan nilai data dengan urutan ke-3 yaitu Rp 16 ribu.

Interpretasi. Nilai $D_1 =$ Rp 16 ribu artinya kurang-lebih 10% dari keseluruhan sampel yang berupa saham tersebut harga per lembarnya kurang dari Rp 16 ribu dan 90% nya lagi harga per lembarnya lebih dari Rp16 ribu

(b) Menghitung dan memberikan interpretasi terhadap D_7

Letak D_7

$x = 7$, dan $n = 29$

$$L_{D_7} = \frac{7(29+1)}{10} = \frac{210}{10} = 21$$

Nilai D_7 sama dengan nilai data dengan urutan ke -21 yaitu Rp 37 ribu.

Interpretasi. Nilai $D_7 =$ Rp 37 ribu **artinya** kurang-lebih 70% dari keseluruhan sampel harga per lembar nya kurang dari Rp 37 ribu dan 30% nya harga per lembarnya lebih dari Rp 37 ribu.

5.4.2 Desil Data yang Telah Dikelompokkan

Bila datanya telah dikelompokkan atau telah disusun dalam distribusi frekuensi atau tabel frekuensi, maka desilnya dapat dihitung melalui tahapan sebagai berikut:

(1) Menentukan letak desil ke-x (L_{D_x})

Rumus yang digunakan:

$$L_{D_x} = \frac{x \cdot n}{10} \quad (5.5)$$

(2) Menghitung nilai desil ke-x (D_x)

Rumus yang digunakan:

$$D_x = L_x + \left(\frac{L_{D_x} - f_{c_x}}{f_{D_x}} \right) \times c \quad (5.6)$$

$(x = 1, 2, 3, \dots, 9)$

D_x = desil ke-x, c = interval kelas

L_x = tepi bawah kelas dari kelas terdapatnya desil ke-x

f_{D_x} = frekuensi absolut kelas terdapatnya desil ke-x

n = banyaknya data/pengamatan/ukuran sampel

L_{D_x} = letak desil ke-x

f_{c_x} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas terdapatnya desil ke-x

Contoh 5 - 4

Laba yang berhasil diraup oleh 200 perusahaan yang bergerak di bidang realstate, hasil survei sampling di suatu wilayah, dikelompokkan sebagai berikut (data hipotetis):

Laba (Juta Rupiah)	Banyak Perusahaan (unit)
50 - 99	20
100 - 149	13
150 - 199	26
200 - 249	75
250 - 299	30
300 - 349	12
350 - 399	24
Total	200

Hitunglah:

(a) D_3 , serta berikanlah interpretasi.

(b) D_8 , serta berikanlah interpretasi.

(c) Tentukanlah batas-batas nilai laba 20% teratas/terbesar.

Penyelesaian

Tabel 5.2 Cara Menghitung D_3 dan D_8 Laba 200 Perusahaan Real Estate

Labar (Juta Rupiah)	f_i	Tepi Kelas	f_c
50 - 99	20	49,5	0
100 - 149	13	99,5	20
150 - 199	26	149,5	33
200 - 249	75 ←	199,5	59
250 - 299	30 ←	249,5	134
300 - 349	12	299,5	164
350 - 399	24	349,5	176
		399,5	200
Total	200		

(a) Menghitung D_3 dan memberikan interpretasi terhadap nilai D_3

Letak D_3

$x = 3$, dan $n = 200$

$$L_{D_x} = \frac{x \cdot n}{10} \rightarrow L_{D_3} = \frac{3(200)}{10} = 60$$

Letak D_3 antara frekuensi kumulatif 59 dan 134 yaitu pada kelas ke-4 (kelas nyata) adalah 199,5 – 249,5 (lihat tanda panah dalam Tabel 5.2)

$$L_x = L_3 = 199,5 \quad c = 50$$

$$f_{D_x} = f_{D_3} = 75 \quad f_{c_3} = 59$$

Nilai D_3

Per rumus (5.6) nilai D_3 dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned} D_3 &= L_3 + \frac{(L_{D_3} - f_{c_3})}{f_{D_3}} \times c \\ &= 199,5 + \frac{[60 - 59]}{75} \times 50 \\ &= 199,5 + \frac{50}{75} \\ &= 199,5 + 0,6666 \\ &= 200,17 \end{aligned}$$

Jadi, $D_3 = \text{Rp } 200,17 \text{ juta}$. $D_3 = \text{Rp } 200,17 \text{ juta}$ artinya kurang-lebih 30% dari sampel tersebut (kurang lebih 60 perusahaan) memperoleh laba kurang dari Rp 200,17 juta dan 70% lagi (kurang lebih 140 perusahaan) memperoleh laba lebih dari Rp 200,17 juta.

(b) Menghitung dan memberikan interpretasi terhadap nilai D_8

Letak D_8

$x = 8$, dan $n = 200$

$$L_{D_8} = \frac{8(200)}{10} = 160$$

Letak D_8 antara frekuensi kumulatif 134 dan 164, yaitu pada kelas ke-5 (kelas nyata) adalah 249,5 – 299,5 (lihat Tabel 5.3).

$$L_x = L_8 = 249,5 \quad c = 50$$

$$f_{D_x} = f_{D_8} = 30 \quad f_{C_x} = f_{C_8} = 134 \quad L_{D_8} = 160$$

Nilai D_8

Per rumus (5.6) nilai D_8 dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned} D_8 &= L_8 + \frac{L_{D_8} - f_{C_8}}{f_{D_8}} \times c \\ &= 249,5 + \frac{160 - 134}{30} \times 50 \\ &= 292,83 \end{aligned}$$

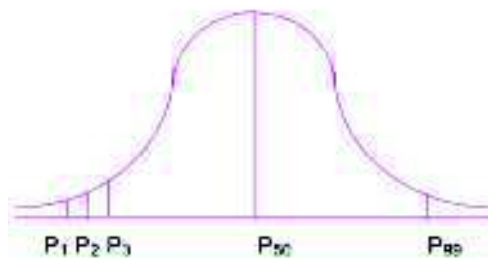
Jadi, $D_8 = \text{Rp } 292,83$ juta. Nilai $D_8 = \text{Rp } 292,83$ juta, artinya kurang-lebih 80% dari seluruh sampel tersebut (kurang lebih 160 perusahaan) pada bulan Maret 2011, memperoleh laba kurang dari Rp 292,83 juta dan 20%-nya (kurang lebih 40 perusahaan) lagi memperoleh laba lebih dari Rp 292,83 juta.

(c) Batas-batas nilai laba 20% teratas/terbesar adalah berkisar antara Rp 292,83 juta (batas bawah) hingga Rp 399,5 juta (batas atas yaitu tepi atas kelas ketujuh /tepi atas kelas yang terakhir).

5.5 Persentil

Persentil (P) adalah nilai-nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi menjadi 100 bagian yang sama. Dengan demikian terdapat 99 persentil yaitu P_1, P_2, P_3, \dots dan P_{99}

Gambar 5.3, menunjukkan letak ke-99 persentil tersebut P_1, P_2, P_3, \dots dan P_{99} , dalam suatu distribusi frekuensi.



Gambar 5.3 Letak $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$ dalam suatu distribusi frekuensi

Persentil Pertama (P_1) adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga satu persen (1%) dari keseluruhan data nilainya kurang dari nilai (P_1) dan sembilan puluh sembilan persen (99%) nya lagi memiliki nilai lebih dari nilai (P_1).

Persentil Kedua (P_2) adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga dua persen (2%) dari seluruh data nilainya kurang dari nilai (P_2) dan sembilan puluh delapan persen (98%) nya lagi memiliki nilai lebih besar dari nilai (P_2).

Persentil Kelima Puluh (P_{50}) adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga lima puluh persen (50%) dari seluruh data nilainya kurang dari nilai (P_{50}) dan lima puluh persennya lagi (50%) nya lagi memiliki nilai lebih besar dari nilai (P_{50}). Dengan demikian, **Median = $D_5 = P_{50}$**

Secara umum dapat ditetapkan batasan sebagai berikut:

Persentil ke- x (P_x) dengan $x = 1, 2, 3 \dots$, dan 99 adalah sebuah nilai yang membagi serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi sehingga $x\%$ dari seluruh data nilainya kurang dari nilai (P_x), dan $(100\% - x\%)$ dari seluruh data tersebut memiliki nilai lebih besar dari nilai (P_x).

Menghitung Persentil serangkaian data atau suatu distribusi frekuensi, pada dasarnya sama dengan cara menghitung kuartil dan desil.

5.5.1 Persentil Data yang Belum Dikelompokkan

Tahapan perhitungannya sebagai berikut:

(1) Menyusun data dari nilai terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya.

(2) Menentukan letak persentil ke- x (L_{P_x})

Letak persentil ke- x ditentukan dengan rumus:

$$L_{P_x} = \frac{x(n+1)}{100} \quad (5.7)$$

(3) Menghitung nilai Persentil ke- x (P_x).

(i) Bila L_{P_x} merupakan bilangan utuh (bulat positif)

Maka, nilai persentil ke- x (P_x) = nilai data dengan urutan ke $\frac{x(n+1)}{100}$

(ii) Bila L_{P_x} tidak merupakan bilangan utuh (Lihat lebih lanjut Subab 5.6)

Contoh 5 - 5

Tingkat hunian (dalam %) sembilan hotel bintang 5 yang disurvei baru-baru ini, hasilnya sebagai berikut:

85 70 65 82 65 60 90 80 75

Hitunglah P_{30} dan berikanlah interpretasi.

Penyelesaian

Susun terlebih dahulu data tersebut dari nilai terkecil sampai nilai terbesar, sebagai berikut :

60 65 65 70 75 80 82 85 90

Letak P_{30} , $L_{P_{30}}$

$x = 30$, dan $n = 9$

$$L_{P_{30}} = \frac{30(9+1)}{100} = 3$$

Nilai P_{30}

Nilai P_{30} sama dengan nilai data urutan ketiga yaitu 65%.

Nilai $P_{30} = 65\%$, artinya kurang-lebih 30% dari seluruh data (sembilan tingkat hunian tersebut) nilainya kurang dari 65% dan 70% nya lagi nilainya lebih dari 65% .

5.5.2 Persentil Data yang Telah Dikelompokkan

Bila datanya telah disusun dalam suatu distribusi frekuensi atau tabel frekuensi, persentilnya dapat dihitung melalui tahapan sebagai berikut:

(1) Menentukan letak persentil ke-x (L_{P_x})

Letak persentil ke-x ditentukan dengan rumus:

$$L_{P_x} = \frac{x \cdot n}{100} \quad (5.8)$$

(2) Menghitung nilai persentil ke-x (P_x)

Nilai persentil ke-x dihitung dengan rumus:

$$P_x = L_x + \frac{(L_{P_x} - f_{C_x})}{f_{P_x}} \times c \quad (5.9)$$

$(x = 1, 2, 3, \dots, 99)$

P_x = nilai persentil yang ke-x

L_{P_x} = letak persentil yang ke-x

n = banyak data/pengamatan/ukuran sampel

L_x = tepi bawah kelas dari kelas terdapatnya persentil yang ke-x

f_{P_x} = frekuensi (absolut) kelas terdapatnya persentil yang ke-x

f_{C_x} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas terdapatnya persentil yang ke-x

Contoh 5 - 6

Hasil survei tentang pendapatan bersih per bulan 600 usaha salon kecantikan yang diambil secara acak di sebuah kota adalah sebagai berikut:

Pendapatan Bersih (Juta Rupiah)	Banyak Usaha Salon (unit)
5,0 - 5,9	20
6,0 - 6,9	29
7,0 - 7,9	62
8,0 - 8,9	152
9,0 - 9,9	126
10,0 - 10,9	150
11,0 - 11,9	61
Total	600

Sumber: Data hepotetis

(a) Hitunglah P_{30} , berikan interpretasi.

(b) Hitunglah P_{60} , berikan interpretasi.

Penyelesaian

Tabel 5.3 Cara menghitung P_{30} dan P_{60}

Pendapatan Bersih (Juta Rupiah)	f	Tepi kelas nyata	f_c
5,0 - 5,9	20	4,95	0
6,0 - 6,9	29	5,95	20
7,0 - 7,9	62	6,95	49
8,0 - 8,9	152	7,95	111
9,0 - 9,9	126	8,95	263
10,0 - 10,9	150	9,95	389
11,0 - 11,9	61	10,95	539
Total	600	11,95	600

(a) Menghitung P_{30} dan interpretasinya

Letak P_{30}

$$x = 30, \quad n = 600$$

$$\text{Letak } P_{30} \rightarrow L_{P_{30}} = \frac{30(600)}{100} = 180$$

Letak P_{30} antara frekuensi kumulatif 111 dan 263, pada kelas ke-4 (kelas nyata) adalah 7,95 – 8,95 (lihat tanda panah dalam Tabel 5.3).

$$L_x = L_{30} = 7,95 \qquad f_{c_x} = f_{c_{30}} = 111$$

$$f_{P_x} = f_{P_{30}} = 152 \qquad c = 1$$

Per rumus (5.9) P_{30} dihitung dan didapat,

$$P_x = L_x + \frac{(L_{P_x} - f_{C_x})}{f_{P_x}} \cdot c$$

$$P_{30} = L_{30} + \left(\frac{L_{P_{30}} - f_{C_{30}}}{f_{P_{30}}} \right) \times c$$

$$= 7,95 + \left(\frac{180 - 111}{152} \right) \times 1$$

$$= 7,95 + 0,4539 = 8,4039$$

Jadi, $P_{30} = \text{Rp } 8,4039 \text{ juta}$.

Nilai $P_{30} = \text{Rp } 8,4039 \text{ juta}$ artinya kurang-lebih 30% dari sampel salon kecantikan tersebut pendapatan bersih per bulannya kurang dari Rp 8,4039 juta dan 70% lagi pendapatan bersih per bulannya lebih dari Rp 8,4039 juta.

(b) Menghitung P_{60} dan interpretasinya

Letak P_{60}

$$x = 60, \quad n = 600$$

$$\text{Letak } P_{60} \rightarrow L_{P_{60}} = \frac{60(600)}{100} = 360$$

Letak P_{60} antara frekuensi kumulatif 263 dan 389, yaitu pada kelas ke-5, kelas nyatanya adalah 8,95 - 9,95 (lihat tanda panah dalam Tabel 5.3)

$$L_x = L_{60} = 8,95 \quad f_{C_x} = f_{C_{60}} = 263$$

$$f_{P_x} = f_{P_{60}} = 126 \quad c = 1$$

Per rumus (5.9) P_{60} dihitung dan didapat

$$P_x = L_x + \frac{(L_{P_x} - f_{C_x})}{f_{P_x}} \times c$$

$$P_{60} = L_{60} + \left(\frac{L_{P_{60}} - f_{C_{60}}}{f_{P_{60}}} \right) \times c$$

$$= 89,5 + \left(\frac{360 - 263}{126} \right) \times 1$$

$$= 8,95 + 0,7698 = 9,7198$$

Jadi, $P_{60} = \text{Rp } 9,7198 \text{ juta rupiah}$.

Nilai $P_{60} = \text{Rp } 9,7198 \text{ juta}$ artinya kurang-lebih 60% dari sampel salon kecantikan tersebut pendapatan bersih per bulannya kurang dari Rp 9,7198 juta dan 40%-nya lagi lebih dari Rp 9,7198 juta.

Contoh 5 –7

Hasil survei sampel acak mengenai penilaian tamu terhadap layanan 120 hotel berbintang di suatu daerah didapat hasil sebagai berikut:

Nilai Layanan	Banyak Hotel (Unit) (f_i)
40 – 49	5
50 – 59	25
60 – 69	15
70 – 79	50
80 – 89	20
90 – 99	5
Total	120

- (a) Pemerintah akan memberikan penghargaan kepada 20 persen hotel dengan nilai layanan terbaik, berapa nilai terendah dari hotel yang akan diberikan penghargaan.
- (b) Terhadap hotel dengan nilai layanan 30% terendah, pemerintah akan mengadakan loka karya dan pelatihan gratis dalam upaya meningkatkan layanan hotel. Berapa nilai tertinggi dari hotel yang akan diberikan loka karya dan pelatihan gratis?

Penyelesaian

Untuk menjawab soal ini, dapat digunakan rumus desil atau rumus persentil. Soal ini akan diselesaikan dengan rumus persentil.

- (a) 20% nilai layanan terbaik berarti dihitung 20% dari atas dan sisanya 80% dari bawah. Jadi yang dicari adalah P_{80} , dan bukan P_{20} .
- (b) 30% nilai terendah artinya dihitung 30% dari bawah ke atas. Jadi yang dihitung adalah P_{30} .

Tabel 5.4 Cara menghitung P_{80} dan P_{30}

Pendapatan Bersih (Juta Rupiah)	f	Tepi kelas nyata	f_C	
		39,5	0	
40 – 49	5	49,5	5	
50 – 59	25	59,5	30	
60 – 69	15	69,5	45	
70 – 79	50	79,5	95	$L_{P_{80}}$
80 – 89	20	89,5	115	$L_{P_{30}}$
90 – 99	5	99,5	120	
Total	120			

(a) Menghitung P_{80}

$$x = 80, \quad n = 120$$

$$\text{Letak } P_{80} \rightarrow L_{P_{80}} = \frac{80(120)}{100} = 96$$

Letak P_{80} antara frekuensi kumulatif 95 dan 115, pada kelas ke-5 (kelas nyata) adalah 79,5 – 89,5 (lihat tanda panah dalam Tabel 5.4)

$$L_x = L_{80} = 79,5 \quad f_{C_x} = f_{C_5} = 95$$

$$f_{P_x} = f_{P_5} = 20 \quad c = 10$$

Nilai P_{80}

Per rumus (5.9) didapat,

$$P_x = L_x + \frac{(L_{P_x} - f_{C_x})}{f_{P_x}} \cdot c$$

$$P_{80} = L_{80} + \left(\frac{L_{P_{80}} - f_{C_{80}}}{f_{P_{80}}} \right) \times c$$

$$= 79,5 + \left(\frac{96 - 95}{20} \right) \times 10$$

$$= 79,5 + 0,5$$

$$= 80$$

Jadi, $P_{80} = 80$

Jadi, nilai layanan terendah bagi hotel yang akan diberikan penghargaan oleh pemerintah adalah 80. Jika ditanya lebih lanjut, berapa unit hotel yang mendapat penghargaan? Jawabannya adalah sebanyak 20% x 120 unit = 24 unit.

(b) Menghitung P_{30}

$$x = 30, \quad n = 120$$

$$\text{Letak } P_{30} \rightarrow \frac{30(120)}{100} = 36$$

Letak P_{30} antara frekuensi kumulatif 30 dan 45, yaitu pada kelas ke-3, kelas nyatanya adalah 59,5 – 69,5 (lihat tanda panah dalam Tabel 5.4).

$$L_x = L_{30} = 59,5 \quad f_{C_x} = f_{C_3} = 30$$

$$f_{P_x} = f_{P_3} = 15 \quad c = 10$$

Nilai P_{30}

Per rumus (5.9) didapat,

$$P_x = L_x + \frac{(L_{P_x} - f_{C_x})}{f_{P_x}} \times c$$

$$P_{30} = L_{30} + \left(\frac{L_{P_{30}} - f_{C_{30}}}{f_{P_{30}}} \right) \times c$$

$$= 59,5 + \left(\frac{36 - 30}{15} \right) \times 10$$

$$= 59,5 + 4$$

$$= 63,5$$

Jadi, yang diberikan loka karya dan seminar gratis oleh pemerintah adalah hotel yang mendapat nilai paling tinggi 63,5. Jika ditanya lebih lanjut, berapa jumlah hotel yang mendapat loka karya dan seminar gratis? Jawabannya adalah sebanyak $30\% \times 120 = 36$ unit.

5.6 Ukuran Letak Data Belum Dikelompokkan dengan Letak Bukan Bilangan Bulat

Dimuka telah dipelajari menghitung kuartil, desil dan persentil data yang belum dikelompokkan yang letaknya merupakan bilangan utuh (bulat positif). Lalu bagaimana kalau letaknya bukan merupakan bilangan utuh?

Bila letak K_x , D_x dan P_x **bukan merupakan bilangan utuh** yaitu terletak pada $(i + k)$, i = bilangan utuh dan k = bilangan pecahan < 1 atau desimal < 1 , maka nilai K_x , D_x dan P_x dihitung dengan pendekatan yang dilakukan oleh Lind, *et al.*, (2008), yang dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Nilai } K_x, D_x \text{ dan } P_x = x_i + k(x_{(i+1)} - x_i) \quad (5.10)$$

x_i = nilai data urut yang ke i , $x_{(i+1)}$ = nilai data urut ke- $(i + 1)$

Contoh 5-8

Data berikut adalah data jumlah kamar 12 hotel berbintang (unit) di sebuah kota

30 35 40 44 54 60 65 70 74 78 80 84

Tentukanlah : (a) K_3 , (b) D_5 dan (c) P_{30} .

Penyelesaian

$$\begin{array}{cccccccccccccc}
 30 & 35 & 40 & 46 & 54 & 60 & 65 & 70 & 74 & 78 & 80 & 84 \\
 x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{12} \\
 n = 12
 \end{array}$$

(a) $K_3 = \dots?$

$$\text{Letak } K_3 \rightarrow L_{K_3} = \frac{3(12+1)}{4} = 9,75$$

Letak K_3 antara data urut yang ke-9 dan data urut yang ke-10. Dalam hal ini, $i = 9$ dan $k = 0,75$.

Maka,

$$\begin{aligned}
 K_3 &= x_9 + 0,75(x_{10} - x_9) \\
 &= 74 + 0,75(78 - 74) = 77
 \end{aligned}$$

Jadi $K_3 = 77$ unit(b) $D_5 = \dots?$

$$\text{Letak } D_5 \rightarrow L_{D_5} = \frac{5(12+1)}{10} = 6,5$$

Letak D_5 antara data urut yang ke-6 dan data urut yang ke-7. Dalam hal ini, $i = 6$ dan $k = 0,5$

Maka,

$$\begin{aligned}
 D_5 &= x_6 + 0,5(x_7 - x_6) \\
 &= 60 + 0,5(65 - 60) = 62,5
 \end{aligned}$$

Jadi $D_5 = 62,5 = 63$ unit (dibulatkan)(c) $P_{30} = \dots?$

$$\text{Letak } P_{30} \rightarrow L_{P_{30}} = \frac{30(12+1)}{100} = 3,9$$

Letak P_{30} antara data urut yang ke-3 dan data urut yang ke-4. Dalam hal ini, $i = 3$ dan $k = 0,9$

Maka,

$$\begin{aligned}
 P_{30} &= x_3 + 0,9(x_4 - x_3) \\
 &= 40 + 0,9(46 - 40) = 45,4
 \end{aligned}$$

Jadi $P_{30} = 45,4 = 45$ unit (dibulatkan)

Soal-soal Latihan

- 5 -1 Data berikut adalah data deposito (juta rupiah) dari 17 deposan sebuah bank umum

45	48	55	62	70	74	80	86	90	95
100	120	125	130	145	145	150			

Tentukanlah (a) K_2 , (b) D_3 dan (c) P_{65} serta berikan interpretasi.

- 5 -2 Data berikut adalah pendapatan bersih per bulan (puluh juta rupiah) dari 20 hotel bintang 3 dan 4 di sebuah kota metropolitan

50	55	60	64	65	75	80	82	86	90
92	95	97	100	102	105	108	112	115	120

Tentukanlah (a) K_3 , (b) D_2 dan (c) P_{45} serta berikan interpretasi. (Petunjuk : Gunakan rumus 5.10).

- 5 - 3 Sebuah survei dilakukan untuk mengetahui pendapatan mingguan para pedagang asongan di sebuah kota. Dari sampel acak 100 pedagang asongan diperoleh hasil sebagai berikut (satuan data dalam puluh ribu rupiah).

10	15	25	30	12	14	28	22	14	13
20	14	20	15	28	25	12	17	13	26
16	12	21	16	30	24	14	13	17	28
15	16	14	17	19	19	20	16	18	12
13	16	17	10	28	25	24	21	15	18
17	12	24	16	32	24	15	13	17	29
25	14	22	15	26	25	32	17	13	26
21	17	20	18	28	24	12	19	14	27

- Buatlah tabel frekuensinya
- Berdasarkan poin (a), hitunglah K_1 , K_2 dan K_3 serta berikan interpretasi terhadap masing-masing nilai tersebut.
- Berdasarkan poin (a), hitunglah D_2 dan D_4 , serta berikan interpretasi
- Berdasarkan poin (a), hitunglah P_4 dan P_{50} , dan berikan interpretasi
- Jika 30% dari sampel acak (pedagang asongan) pendapatan mingguannya dikategorikan rendah, tentukanlah pendapatan tertingginya.
- Jika 10% para pedagang asongan tersebut dianggap kelompok yang pendapatan mingguannya tinggi, tentukanlah batas-batas pendapatan mingguannya.

- 5 - 4 Berikut ini adalah data mengenai nilai Ebtanas dari 200 siswa SMU di sebuah kota (data hipotetis).

Nilai Ebtanas	Banyak Siswa (Orang)
20 - 29	17
30 - 39	12
40 - 49	10
50 - 59	38
60 - 69	66
70 - 79	40
80 - 89	12
90 - 99	5
Total	200

- (a) Jika 5% para siswa dengan nilai terbaik akan diberikan beasiswa, tentukanlah nilai terendah dari para siswa dengan nilai terbaik tersebut.
- (b) Jika direncanakan 60% dari para siswa tersebut akan diluluskan, tentukanlah nilai terendah dari para siswa yang akan diluluskan tersebut.
- (c) Jika direncanakan 20% dari para siswa tersebut tidak akan diluluskan, tentukanlah nilai tertinggi dari para siswa yang tidak akan diluluskan.
- 5 - 5 Data di bawah ini adalah hasil survei mengenai laba bersih per bulan (puluh juta rupiah) dari sampel acak 60 minimarket di suatu wilayah.

20	14	20	16	28	25	12	26	13	17
16	12	21	15	30	24	14	13	17	28
25	16	17	10	28	13	24	21	15	18
12	17	24	16	32	24	15	13	29	17
25	14	22	15	26	25	32	17	13	27
21	17	20	18	28	24	12	19	14	26

- (a) Susunlah tabel frekuensinya dalam 5 kelas.
- (b) Hitunglah K_1 , K_2 dan K_3 serta berikan interpretasi terhadap masing-masing nilai tersebut.
- (c) Hitunglah D_2 dan D_5 , serta berikan interpretasi.
- (d) Hitunglah P_4 dan P_{50} , dan berikan interpretasi.
- (e) Jika 20% dari laba-laba *minimarket* tersebut dikategorikan rendah, tentukanlah batas-batasnya (batas bawah dan batas atas).
- (f) Tentukanlah batas-batas bagi 10% dari kelompok laba yang dikategorikan tinggi.
- 5 - 6 Umur pekerja yang baru dipekerjakan dan belum mempunyai keahlian dikelompokkan ke dalam tabel frekuensi berikut:

Umur (Tahun)	Banyak Pekerja (Orang)
16 - 20	17
21 - 25	23
26 - 30	10
31 - 35	24
36 - 40	6
Total	70

- (a) Hitunglah D_3 dan K_3 , berikan interpretasi
 (b) Hitunglah P_{50} , dan berikan interpretasi

- 5 - 7** Data yang disajikan dalam tabel frekuensi di bawah ini merupakan data harga per lembar saham dari 50 perusahaan di Bursa Efek Jakarta pada akhir tahun lalu (data hipotetis).

Harga per lembar (Ribu Rupiah)	Banyak Saham (Lembar)
1 - 1,99	4
2 - 2,99	11
3 - 3,99	9
4 - 4,99	13
5 - 5,99	7
6 - 6,99	6
7 - 7,99	8
8 - 8,99	7
Total	65

- (a) Hitunglah D_4 dan K_3 , berikan interpretasi.
 (b) Hitunglah P_{50} dan D_3 , berikan interpretasi.
 (c) Hitunglah K_2 dan D_5 , dan berikan interpretasi.

- 5 - 8** Hasil survei tentang penghasilan bersih 250 usaha kecil menengah (UKM) per bulan di suatu daerah ditunjukkan oleh tabel frekuensi berikut.

Penghasilan Bersih (Juta Rupiah)	Banyak UKM (Unit) (fi)
2,00 - 2,99	8
3,00 - 3,99	10
4,00 - 4,99	21
5,00 - 5,99	45
6,00 - 6,99	80
7,00 - 7,99	55
8,00 - 8,99	25
9,00 - 9,99	6
Total	250

Bila UKM tersebut digolongkan ke dalam tiga kategori yaitu 40% UKM dengan laba bersih rendah, 40% UKM dengan laba bersih sedang dan 20 % UKM dengan laba bersih tinggi. Tentukanlah batas-batas laba bersih (batas bawah dan batas atas) bagi ketiga kategori UKM tersebut.

- 5 - 9** Hasil pencatatan atas frekuensi harian penggunaan sebuah mesin ATM yang berlokasi di salah satu pusat pembelanjaan dalam delapan bulan (240 hari) terakhir, disajikan sebagai berikut:

Frekuensi Penggunaan Mesin (kali)	Banyaknya Penggunaan (kali)
10 - 19	15
20 - 29	42
30 - 39	18
40 - 49	38
50 - 59	20
60 - 69	60
70 - 79	22
80 - 89	25

- (a) Hitunglah D_3 dan K_3 , serta berikan interpretasi.
 (b) Hitunglah P_{50} dan D_3 , serta berikan interpretasi.

- 5 -10** Hasil penelitian tahun lalu, tentang lama menginap sampel acak 80 wisman yang berkunjung ke Bali, disajikan berikut.

Lama Menginap (Malam)	Banyak Wisman (Orang)
1,0 - 1,9	4
2,0 - 2,9	6
3,0 - 3,9	35
4,0 - 4,9	25
5,0 - 5,9	10
Total	80

Sumber : Data hipotetis

Hitunglah K_2 , D_4 dan berikan interpretasi.

- 5 -11** Data berikut ini adalah data mengenai skor nilai atas fasilitas yang dimiliki oleh 150 hotel melati yang dipilih sebagai sampel acak di suatu kawasan wisata. Penilaian atas fasilitas hotel melati ini dilaksanakan oleh pemerintah daerah.

Nilai	Banyak Hotel (fi)
40 – 49	20
50 – 59	40
60 – 69	60
70 – 79	20
80 – 89	10
Total	150

- (a) Pemerintah Daerah melalui BPD akan memberikan pinjaman tanpa bunga kepada 25 persen hotel dengan fasilitas terjelek, berapa nilai (skor) tertinggi dari hotel yang akan diberikan pinjaman tanpa bunga tersebut?
- (b) Terhadap hotel yang termasuk 10% dengan fasilitas terbaik akan diberikan kredit lunak (bunga sangat ringan dan jangka waktunya panjang) untuk mengembangkan usaha lain yang masih ada kaitannya dengan usaha perhotelan. Berapa nilai (skor) terendah bagi hotel yang mendapatkan kredit lunak tersebut?.

5 –12 Pada tahun 2014 kondisi ekonomi dunia melambat, termasuk ekonomi Indonesia. Kebanyakan perusahaan dengan susah payah mempertahankan kinerjanya, bahkan banyak juga yang kolap. Hebatnya, ada juga beberapa perusahaan nasional yang mampu menciptakan laba ganda. Data di berikut ini adalah data 14 perusahaan yang mampu menciptakan pertumbuhan laba dobel/ganda.

No.	Nama Perusahaan	Pertumbuhan Laba (%)
1	Vale Indonesia	345,70
2	Kawasan Industri Jababeka	277,17
3	Pakuwon Jati	128,69
4	Lippo Karawaci	96,87
5	Indofood Sukses Makmur	50,63
6	Astra Argo Lestari	37,54
7	Alam Sutera Realty	32,31
8	PP (Persero)	26,47
9	Global Mediacom	25,29
10	Gudang Garam	23,07
11	Wijaya Karya	20,25
12	BNI	19,56
13	Siloan International Hospitals	18,96
14	BCA	15,82

Sumber : Warta Ekonomi, Vol.XXVII, No.11, Th.2015. h.24. Diambil sebagian (selektif)

Hitunglah K_1 dan D_5 dan P_{25} dan K_2 dari pertumbuhan laba tersebut

6 UKURAN PENYEBARAN

6.1 Pengantar

Untuk dapat mendeskripsikan sifat-sifat yang dimiliki oleh sekelompok data, terutama dalam membandingkan sifat-sifat yang dimiliki oleh masing-masing data terhadap kelompoknya atau membandingkan sifat-sifat yang dimiliki sekelompok data relatif terhadap kelompok data lainnya, ukuran nilai sentral yang dibahas pada Bab 4, belum memberikan deskripsi yang mencukupi. Oleh karena itu, ukuran nilai sentral tersebut perlu dilengkapi dengan ukuran penyebaran (ukuran dispersi), yang juga disebut ukuran variasi. Dengan adanya ukuran variasi menyertai ukuran nilai sentral, maka gambaran sekelompok data akan menjadi lebih jelas. Misalnya, ada dua kelompok data dengan rata-rata hitung yang sama besar, akan tetapi nilai simpangan bakunya berbeda. Maka, kelompok data yang memiliki simpangan baku lebih kecil menunjukkan data tersebar lebih dekat ke pusat datanya, dibanding penyebaran data dengan simpangan baku yang lebih besar. Selanjutnya rata-rata hitung dengan simpangan baku yang lebih kecil, lebih dapat diandalkan untuk mewakili kelompoknya.

Dalam bab ini akan dibahas mengenai ukuran penyebaran yaitu ukuran penyebaran absolut dan ukuran penyebaran relatif. Selain itu, dalam bab ini juga, dibahas Dalil Chebysev dan angka baku, Z

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini, peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami dengan baik tentang ukuran penyebaran, mampu menghitung dan memberikan interpretasi terhadap nilainya. Selain itu, mahasiswa diharapkan dapat memahami dalil Chebysev dan angka baku, dan mampu memberikan interpretasi terhadap nilainya.

6.2 Pengertian dan Batasan Ukuran Penyebaran

Misalkan, terdapat dua buah sampel cat tembok merk A dan merk B, dengan ukuran sampel yang sama yaitu lima, setelah diteliti beratnya (dalam kg) diperoleh data sebagai berikut:

Sampel A	5,1	4,9	5,2	4,8	5,0	$\bar{x} = 5$
Sampel B	5,0	5,9	4,1	4,3	5,7	$\bar{x} = 5$

Kedua sampel memiliki rata-rata berat yang sama yaitu 5 kg. Akan tetapi berat cat tembok merk A lebih seragam dari pada merk B atau berat cat tembok merk B lebih bervariasi dari pada cat tembok merk A. Dengan kata lain, dapat dikatakan bahwa dispersi berat sampel cat tembok merk A dari rata-rata beratnya lebih kecil dari pada cat tembok merk B. Oleh karena itu, bila ingin membeli cat tembok yang beratnya sesuai dengan labelnya yaitu 5 kg, maka lebih percaya membeli cat tembok merk A.

Jadi, yang dimaksudkan dengan **penyebaran** atau dispersi suatu data adalah seberapa jauh suatu data berada atau menyebar dari pusat rangkaian/kelompok data tersebut. Dengan kata lain, seberapa besar beda masing-masing nilai data terhadap rata-rata nilai rangkaian/kelompok data tersebut. Ukuran yang menyatakan jauh dekatnya suatu data ke pusat (rata-rata) serangkaian data disebut **ukuran penyebaran**. Semakin jauh letak suatu data dari pusat serangkaian datanya atau semakin besar beda antara nilai suatu data terhadap nilai pusat data, maka semakin besar dispersi data tersebut.

Ada dua macam ukuran penyebaran, yaitu ukuran penyebaran absolut (range, deviasi kuartil, deviasi rata-rata dan deviasi standar), dan ukuran penyebaran relatif (koefisien range, koefisien deviasi kuartil, koefisien deviasi rata-rata dan koefisien variasi).

6.3 Ukuran Penyebaran Absolut

Ukuran penyebaran absolut adalah ukuran penyebaran yang hanya dapat digunakan untuk melihat seberapa jauh (nilai) suatu data menyebar dari nilai pusat (rata-rata) serangkaian/kumpulan data tersebut, dan bukan untuk membandingkan variasi beberapa rangkaian/kumpulan data.

6.3.1 Range

Range (jarak=jangkauan) serangkaian data adalah selisih nilai (data) terbesar dengan nilai (data) yang terkecil dalam rangkaian data tersebut. Range merupakan ukuran variasi yang paling sederhana dan yang paling mudah dihitung

6.3.1-1 Range data yang belum dikelompokkan

Range data tidak berkelompok dapat dihitung dengan rumus :

$$R = x_n - x_1 \quad (6.1)$$

R = Range/jarak/jangkauan
 x_n = nilai data (pengamatan) terbesar
 x_1 = nilai data (pengamatan) terkecil

Contoh 6 - 1

Besarnya keuntungan yang diperoleh oleh seorang pedagang selama lima bulan terakhir (juta rupiah) sebagai berikut :

5,0 5,1 6,0 6,3 7,0

Hitunglah rangnya

Penyelesaian

$$\begin{aligned} R &= x_n - x_1 \\ &= 7,0 - 5,0 \\ &= 2,0 \end{aligned}$$

Jadi, rangnya Rp 2 juta.

Contoh 6- 2

Aset delapan (miliar rupiah) perusahaan yang dipetik dari laporan keuangannya yang telah dipublikasikan melalui media cetak (surat kabar) nasional adalah sebagai berikut:

252 250 265 270 275 280 301 352

Hitunglah rangnya.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} R &= x_n - x_1 \\ &= 352 - 252 \\ &= 100 \end{aligned}$$

Jadi, range-nya Rp 100 miliar

Contoh 6- 3

Suatu sampel terdiri 5 penyalur mobil dengan merek tertentu disurvei jumlah mobil yang laku tahun lalu. Hasilnya (dalam unit) adalah sebagai berikut:

20 36 40 95 100

Hitunglah jangkauannya

Penyelesaian

$$\begin{aligned} R &= x_n - x_1 \\ &= 100 - 20 \\ &= 80 \end{aligned}$$

Jadi, jangkauannya 80 unit

6.3.1-2 Range data yang telah dikelompokkan

Bila datanya telah disusun dalam tabel frekuensi, rangnya dapat dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} R &= \text{batas bawah kelas terakhir} - \text{batas bawah kelas pertama} \\ &= \text{nilai tengah tertinggi} - \text{nilai tengah terendah} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Contoh 6- 4

Data di bawah ini bersumber dari Tabel 5.1, hitunglah jangkauannya!

Omzet Penjualan (Juta Rp)	Banyaknya	Nilai Tengah (m_i)
20 - 29	1	24,5
30 - 39	4	34,5
40 - 49	7	44,5
50 - 59	13	54,5
60 - 69	25	64,5
70 - 79	15	74,5
80 - 89	5	84,5
Total	70	

Sumber: Tabel 5.1

Penyelesaian

Batas bawah kelas pertama adalah 20. Batas bawah kelas terakhir adalah 80. Maka jangkauannya

$$\begin{aligned} R &= 80 - 20 \\ &= 60 \end{aligned}$$

atau

Nilai tengah kelas pertama adalah 24,5. Nilai tengah kelas terakhir adalah 84,5. Maka jangkauannya

$$\begin{aligned} R &= 84,5 - 24,5 \\ &= 60 \end{aligned}$$

Jadi, jangkauannya adalah Rp 60 juta.

6.3.2 Deviasi kuartil

Deviasi kuartil (Q_D) serangkaian data adalah selisih nilai kuartil ketiga (K_3) dan kuartil satu (K_1) dibagi dua. Untuk menghitung deviasi kuartil data tak berkelompok maupun data yang telah berkelompok dipakai rumus sebagai berikut:

$$Q_D = \frac{K_3 - K_1}{2} \quad (6.3)$$

Q_D = deviasi kuartil
 K_3 = nilai kuartil ke- 3
 K_1 = nilai kuartil ke- 1

Contoh 6- 5

Hitunglah deviasi kuartilnya data pada Tabel 5.1.

Penyelesaian

Dari hasil perhitungan Tabel 5.1a telah didapat $K_1 = 53,73$ dan $K_3 = 71,17$
Per rumus (6.3) didapat,

$$Q_D = \frac{K_3 - K_1}{2} = \frac{71,17 - 53,73}{2} = 8,72$$

Jadi, deviasi kuartil dari omzet penjualan 70 toko (sampel) tersebut adalah Rp 8,72 juta.

6.3.3 Deviasi Rata-rata

Deviasi rata-rata (AD) serangkaian data adalah rata-rata dari jumlah selisih mutlak nilai data terhadap nilai rata-ratanya.

6.3.3-1 Deviasi rata-rata data yang belum dikelompokkan

Deviasi rata-rata sampel dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$AD = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (6.4)$$

AD= Deviasi rata-rata ,
 x_i = Nilai data yang ke-i
 \bar{x} = rata-rata hitung
 n = Banyaknya data/pengamatan

Contoh 6- 6

Pengeluaran per minggu (ratus ribu rupiah) 5 orang ibu rumah tangga (A, B, C, D dan E) untuk keperluan biaya hidup (dalam ratus ribu rupiah) pada tahun 2012, adalah sebagai berikut:

12 16 18 20 24

Tentukanlah deviasi rata-ratanya

Penyelesaian

Tabel 6.1 Cara Menghitung Deviasi Rata-rata Pengeluaran 5 Ibu Rumah Tangga (Ratus Ribu Rupiah)

Ibu Rumah Tangga	Pengeluaran Bulanan (x_i)	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
A	12	- 6	6
B	16	- 2	2
C	18	0	0
D	20	2	2
E	24	6	6
Total	90	0	16

Dari Tabel 6.1 dapat diketahui bahwa $n = 5$, $\sum x_i = 90$ dan $\sum |x_i - \bar{x}| = 16$.

Terlebih dahulu dihitung \bar{x} , per rumus (4.1) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{90}{5} \\ &= 18\end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (6.4) AD dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned}AD &= \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \\ &= \frac{16}{5} \\ &= 3,2\end{aligned}$$

Jadi, deviasi rata-rata biaya hidup per minggu lima ibu rumah tangga adalah Rp 320 ribu. Nilai AD = Rp 320 ribu memiliki arti bahwa secara rata-rata kelima pengeluaran biaya hidup tersebut menyimpang sebesar Rp 320 ribu dari nilai rata-ratanya.

6.3.3-2 Deviasi rata-rata data yang telah dikelompokkan

Deviasi rata-ratanya dapat dihitung dengan rumus berikut :

$$AD = \frac{\sum f_i |m_i - \bar{x}|}{n} \quad (6.5)$$

AD = Deviasi rata-rata

m_i = Nilai tengah kelas ke-i

\bar{x} = Rata-rata hitung

n = Banyaknya pengamatan/ukuran sampel

f_i = Frekuensi absolut kelas ke-i

Contoh 6- 7

Berdasarkan data pada Tabel 5.1 (Contoh 5-2), hitunglah deviasi rata-rata omzet penjualan 70 toko tersebut

Penyelesaian

Tabel 6.2 Cara Menghitung Deviasi Rata-rata Omzet Penjualan 70 Toko

Omzet Penjualan (Juta Rp)	f_i	m_i	$m_i - \bar{x}$	$f_i m_i - \bar{x} $	$f_i m_i$
20 - 29	1	24,5	- 37,43	37,43	24,5
30 - 39	4	34,5	- 27,43	109,2	138,0
40 - 49	7	44,5	- 17,43	122,01	311,5
50 - 59	13	54,5	- 7,43	96,59	708,5
60 - 69	25	64,5	2,57	64,25	1612,5
70 - 79	15	74,5	12,57	188,55	1117,5
80 - 89	5	84,5	22,57	112,85	422,5
Total	70			731,4	4.335

Sumber : Tabel 5.1

Dari Tabel 6.2 dapat diketahui bahwa $n = \sum f_i = 70$, $\sum f_i m_i = 4.335$

Dihitung terlebih dahulu \bar{x} , per rumus (4.3) didapat,

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum f_i m_i}{n} \\ &= \frac{4335}{70} \\ &= 61,93\end{aligned}$$

Dari Tabel 6.2, dapat diketahui bahwa $\sum f_i | m_i - \bar{x} | = 731,4$
Selanjutnya per rumus (6.5) AD dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned}AD &= \frac{\sum f_i | m_i - \bar{x} |}{n} \\ &= \frac{731,4}{70} \\ &= 10,45\end{aligned}$$

Jadi, deviasi rata-rata omzet penjualan bagi 70 toko (sampel) tersebut adalah Rp 10,45 juta.

Interpretasi nilai AD. Nilai AD = Rp 10,45 juta memiliki arti bahwa secara rata-rata ketujuh puluh omzet penjualan toko tersebut menyimpang sebesar Rp10,45 juta dari nilai rata-ratanya (= Rp 61,93 juta.)

6.3.4 Variansi dan Deviasi standar

Ukuran variasi (dispersi) yang paling banyak digunakan dalam analisis statistik ialah deviasi standar (simpangan baku). Deviasi standar/simpangan

baku serangkaian/sekelompok data adalah akar kuadrat dari **variansinya**, atau sebaliknya **variansi** sekelompok data adalah pangkat dua dari simpangan bakunya. Yang dimaksudkan dengan variansi (keragaman) serangkaian atau sekelompok data adalah jumlah dari kuadrat deviasi masing-masing data terhadap rata-rata hitungnya, dibagi banyaknya data atau pengamatan. Dengan kata lain, variansi adalah rata-rata hitung dari kuadrat deviasi (selisih antara nilai data terhadap rata-rata hitung kelompok data tersebut) setiap data atau pengamatan. Variansi dan deviasi standar dari serangkaian atau sekelompok data didasarkan pada deviasi setiap data atau pengamatan terhadap rata-rata hitungnya

6.3.4-1 Variansi dan deviasi standar sampel data belum dikelompokkan

Baik untuk data tidak berkelompok maupun data yang telah berkelompok deviasi standar dihitung berdasarkan ukuran sampelnya, yaitu sampel berukuran kecil (bila $n < 30$) dan sampel berukuran besar (bila $n \geq 30$).

(1) Variansi dan deviasi standar sampel ukuran kecil ($n < 30$)

Bila sampelnya berukuran kecil, variansi dan simpangan baku sekelompok data, dapat dihitung melalui rumus berikut:

■ Variansi/Keragaman

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (6.6)$$

■ Deviasi standar/simpangan baku

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (6.7)$$

s = simpangan baku (deviasi standar)

n = ukuran sampel

s^2 = variansi (keragaman)

\bar{x} = rata-rata hitung sampel (mean)

x_i = nilai data yang ke- i

(2) Variansi dan deviasi standar sampel ukuran besar ($n \geq 30$)

Bila sampelnya berukuran besar, variansi dan simpangan baku sekelompok data, dapat dihitung melalui rumus:

■ Variansi/Keragaman

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (6.8)$$

■ Deviasi standar/simpangan baku

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (6.9)$$

- s = simpangan baku (deviasi standar)
 n = ukuran sampel, s^2 = variansi (keragaman)
 \bar{x} = rata-rata hitung sampel (mean)
 x_i = nilai data yang ke- i

Catatan : Penyebut $n-1$ pada rumus (6.7) menghasilkan simpangan baku sampel yang dianggap penduga tak bias terhadap simpangan baku populasinya. Bila sampelnya besar ($n \geq 30$), hasil perhitungan simpangan baku per rumus (6.7) berbeda secara tidak berarti dengan hasil rumus (6.9), maka dari itu beberapa penulis hanya mencantumkan rumus simpangan baku (6.7) saja, tanpa membedakan ukuran sampel.

Contoh 6- 8

Suku bunga deposito berjangka 3 bulan (% per tahun) untuk enam valuta asing yang ditawarkan oleh sebuah bank, dicatat sebagai berikut:

Valuta Asing	Tingkat suku bunga (% per tahun)
AUS \$	6, 50
Pound	6, 50
Yen	3, 00
Sin \$	3, 50
DM	5, 50
HK \$	4, 50

Dengan menganggap data tersebut sampel acak,

- Hitunglah variansinya
- Hitunglah deviasi standar keenam suku bunga valuta asing tersebut. Berikan interpretasi terhadap nilainya.

Penyelesaian

- Menghitung variansi keenam suku bunga tersebut

Tabel 6.3 Cara Menghitung Variansi dan Simpangan Baku Suku Bunga Keenam Valuta Asing

Valuta Asing	Suku bunga (x_i)	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
AUS \$	6,50	1,58	2,50
Pound	6,50	1,58	2,50
Yen	3,00	- 1,92	3,69
Sin \$	3,50	- 1,42	2,02
DM	5,50	0,58	0,34
HK \$	4,50	- 0,42	0,18
Total	29,50		11,23

Dari Tabel 6.3, dapat diketahui bahwa

$n = 6 < 30$, $\sum x_i = 29,5$ dan $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 11,23$

Per rumus (4.1) \bar{x} dihitung dan didapat,

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{29,5}{6} = 4,92$$

Selanjutnya per rumus (6.6) s^2 didapat,

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{11,23}{5} = 2,25$$

Jadi, variansinya adalah 2,25 %

(b) Menghitung Deviasi Standar

Per rumus (6.9) s didapat,

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{s^2} \\ &= \sqrt{2,25} \\ &= 1,50 \end{aligned}$$

Jadi, simpangan baku keenam suku bunga tersebut adalah 1,50% per tahun.

Interpretasi nilai s. Nilai $s = 1,50\%$ artinya bahwa rata-rata penyimpangan kelima suku bunga tersebut dari rata-ratanya sebesar 1,50%

Contoh 6-9

Jumlah penjualan pupuk (ratus ton) sebuah distributor yang berkedudukan di Jakarta selama 6 bulan (bulan Mei hingga Oktober) tahun lalu dicatat sebagai berikut: 2 4 5 6 6 7

Tentukanlah simpangan baku jumlah penjualan pupuk selama 6 bulan dari distributor tersebut. Berikanlah interpretasi terhadap nilai simpangan bakunya

Penyelesaian

Tabel 6.4 Cara Menghitung Simpangan Baku Penjualan Pupuk Distributor yang Dimaksud

Bulan	Nilai data (x_i)	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
Mei	2	-3	9
Juni	4	-1	1
Juli	5	0	0
Agustus	6	1	1
September	6	1	1
Oktober	7	2	4
Total	30	0	16

Dari Tabel 6.4, diketahui bahwa $n = 6 < 30$, $\sum x_i = 30$ dan $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 16$

Per rumus (4.1) dihitung terlebih dahulu \bar{x} , didapat

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{30}{6} = 5\end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (6.6) s^2 dihitung dan didapat

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \\ &= \frac{16}{5}\end{aligned}$$

Terakhir per rumus (6.7) s didapat

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{16}{5}} = 1,79$$

Jadi, simpangan baku dari penjualan pupuk tersebut 1,79 ton

Interpretasi. Nilai $s = 1,79$ ton, memiliki arti bahwa rata-rata penyimpangan keenam jumlah penjualan pupuk tersebut sebesar 1,79 ton dari rata-rata penjualannya.

6.3.4-2 Variansi dan deviasi standar sampel data telah dikelompokkan

Bila data sampel telah dikelompokkan atau telah disusun dalam tabel frekuensi, variansi dan deviasi standar/simpangan bakunya dapat dihitung dengan dua cara yaitu (1) **cara panjang** dan (2) **cara pendek**.

(1) Menghitung variansi dan deviasi standar dengan **cara panjang**

■ Bila Ukuran Sampel Kecil ($n < 30$)

Variansi /Keragaman

$$s^2 = \frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{(n-1)} \quad (6.10)$$

Deviasi Standar/Simpangan baku

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \quad (6.11)$$

■ Bila Ukuran Sampel Besar ($n \geq 30$)

Variansi/Keragaman

$$s^2 = \frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{n} \quad (6.12)$$

Deviasi Standar/Simpangan baku

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (6.13)$$

s = simpangan baku
 m_i = nilai tengah kelas ke-i
 f_i = frekuensi kelas ke-i
 \bar{x} = rata-rata
n = ukuran sampel

(2) Menghitung variansi dan simpangan baku dengan **cara pendek**

■ Bila Ukuran Sampel Kecil ($n < 30$)

Variansi/Keragaman

$$s^2 = c^2 \frac{\sum f_i d_i^2}{(n-1)} - c^2 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n(n-1)} \right)^2 \quad (6.14)$$

Deviasi standar/Simpangan baku

$$s = c \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{(n-1)} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n(n-1)}\right)^2} \quad (6.15)$$

■ Bila Ukuran Sampel Besar ($n \geq 30$)

Variansi/Keragaman

$$s^2 = c^2 \frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} - c^2 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2 \quad (6.16)$$

Deviasi Standar/Simpanagn baku

$$s = c \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2} \quad (6.17)$$

s = simpangan baku/deviasi standar

c = interval kelas,

n = ukuran sampel

f_i = frekuensi kelas ke-i,

d_i = deviasi kelas ke- i

Contoh 6 - 10

Hitunglah simpangan baku dari data dalam Tabel 5.1 (Contoh 5-2) dengan dua cara yaitu (a) cara panjang, dan (b) cara pendek

Penyelesaian

(a) Menghitung deviasi standar dengan **cara panjang**

Tabel 6.5 Cara Menghitung Simpangan Baku Nilai Omzet Penjualan 70 Toko Sebuah Komplek Pertokoan Pada Bulan Lalu.

Omzet Penjualan (Juta Rp)	f_i	m_i	$f_i m_i$	$(m_i - \bar{x})$	$(m_i - \bar{x})^2$	$f_i (m_i - \bar{x})^2$
20 - 29	1	24,5	24,5	- 37,43	1401,00	1.401,00
30 - 39	4	34,5	138 ,0	- 27,43	752,41	3.009,62
40 - 49	7	44,5	311,5	- 17,43	303,80	2.126,63
50 - 59	13	54,5	708,5	- 7,43	55,20	717,66
60 - 69	25	64,5	1.612,5	2,57	6,60	165,12
70 - 79	15	74,5	1.117,5	12,57	158,00	2.370,07
80 - 89	5	84,5	422,5	22,57	509,40	2.547,02
Total	70		4.335,0			12.337,12

Sumber : Tabel 5.1

Per rumus (4.3) dihitung terlebih dahulu \bar{x} , sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum f_i \cdot m_i}{n} \\ &= \frac{4335}{70} \\ &= 61,93\end{aligned}$$

Dari Tabel 6.5, diketahui bahwa $\sum f_i(m_i - \bar{x})^2 = 12.337,12$
Selanjutnya per rumus (6.13) s dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{12337,12}{70}} \\ &= 13,27\end{aligned}$$

Jadi, simpangan baku omzet penjualan 70 toko di sebuah kompleks pertokoan yang dimaksud adalah Rp 13,27 juta.

(b) Menghitung deviasi standar dengan **cara pendek**.

$d_i = 0$ diletakan pada kelas dengan frekuensi terbesar. Kelas-kelas yang nilai tengahnya lebih kecil dari nilai tengah kelas $d_i = 0$, diberi tanda negatif dan kelas-kelas yang memiliki nilai tengah lebih besar dari nilai tengah kelas $d_i = 0$, diberi tanda positif.

Tabel 6.6 Cara Menghitung Simpangan Baku Nilai Omzet Penjualan 70 Toko.

Omzet Penjualan (Juta Rp)	f_i	m_i	d_i	$f_i d_i$	d_i^2	$f_i d_i^2$
20 - 29	1	24,5	- 4	- 4	16	16
30 - 39	4	34,5	- 3	- 12	9	36
40 - 49	7	44,5	- 2	- 14	4	28
50 - 59	13	54,5	- 1	- 13	1	13
60 - 69	25	64,5	0	0	0	0
70 - 79	15	74,5	+ 1	+ 15	1	15
80 - 89	5	84,5	+ 2	+ 10	4	20
Total	70			-18		128

Sumber : Tabel 5.1

Dari Tabel 6.6 dapat diketahui bahwa $n = 70$, $c = 10$, $\sum f_i d_i^2 = 128$, dan

$$\sum f_i d_i = -18$$

Per rumus (6.17) s dihitung dan didapat,

$$\begin{aligned}
 s &= c \sqrt{\left(\frac{\sum f_i d_i^2}{n}\right) - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2} \\
 &= 10 \sqrt{\left(\frac{128}{70}\right) - \left(\frac{-18}{70}\right)^2} \\
 &= 10 \sqrt{1,8285 - 0,0661} = 10(1,327) \\
 &= 13,27
 \end{aligned}$$

Ternyata simpangan baku hasil perhitungan kedua cara tersebut baik dengan cara panjang maupun dengan cara pendek adalah sama, yaitu $s = 13,27$.

6.3.4-3 Variansi dan Deviasi Standar Populasi

Variansi dan deviasi standar populasi berukuran kecil dan besar dirumuskan sebagai berikut:

(1) Variansi dan Deviasi Standar Data Belum Dikelompokkan

■ Variansi/Keragaman

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} \quad (6.18)$$

■ Deviasi Standar/Simpangan Baku

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (6.19)$$

- x_i = nilai masing-masing data
- N = ukuran populasi
- σ = deviasi standar/simpangan baku populasi
- μ = rata-rata populasi

(2) Variansi dan deviasi standar data yang telah dikelompokkan

Variansi dan deviasi standar dihitung dengan metode **pendek**

■ Variansi/Keragaman

$$\sigma^2 = c^2 \frac{\sum f_i d_i^2}{N} - c^2 \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2 \quad (6.20)$$

■ Deviasi Standar/Simpangan Baku

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = c \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i c_i}{N}\right)^2} \quad (6.21)$$

- f_i = frekuensi masing-masing kelas/kelas yang ke-i
 d_i = deviasi kelas yang ke-i, dalam satuan interval kelas
 c = interval kelas
 N = ukuran populasi
 σ = deviasi standar/simpangan baku populasi

Contoh 6-11

Umur semua pasien yang ditempatkan dalam kamar isolasi di sebuah rumah sakit umum adalah 34, 40, 30, 45, 31, dan 36 tahun. Berapa variansi dan deviasi standar populasi umur pasien?

Penyelesaian

Tabel 6.7 Cara menghitung Variansi dan Simpangan Baku

Umur (x_i)	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
34	-2	4
40	4	16
30	-6	36
45	9	81
31	-5	25
36	0	0
216	0	162

Dari Tabel 6.7 dapat diketahui bahwa:

N (ukuran populasi) = 6, $\sum x_i = 216$, dan $\sum (x_i - \mu)^2 = 162$

Per rumus (4.2) dihitung terlebih dahulu μ didapat,

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{216}{6} = 36$$

Selanjutnya per rumus (6.18) dihitung variannya σ^2 , didapat

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{162}{6} = 27$$

Terakhir per rumus (6.19) dapat dihitung simpangan bakunya σ didapat,

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{27} \\ &= 5,20 \end{aligned}$$

Jadi, variansinya adalah 27 (tahun)², dan deviasi standarnya adalah 5,20 tahun.

6.4 Ukuran Penyebaran Relatif

Ukuran penyebaran relatif adalah ukuran penyebaran yang dapat digunakan untuk membandingkan sebaran dari dua atau lebih kelompok (distribusi) suatu data yang memiliki satuan yang sama ataupun satuan yang berbeda. Yang termasuk ukuran penyebaran relatif ialah (1) koefisien dari range, (2) koefisien dari deviasi kuartil, (3) koefisien dari deviasi rata-rata, dan (4) koefisien dari deviasi standar yang lebih dikenal dengan nama **koefisien variasi**. Di bawah ini akan dibahas ukuran penyebaran relatif mulai dari ukuran yang paling banyak digunakan dalam analisis statistik.

6.4.1 Koefisien Variasi

Koefisien variasi adalah perbandingan antara simpangan baku sekelompok data/pengamatan dengan rata-rata hitungnya (mean). Koefisien variasi paling banyak digunakan dalam statistik untuk membandingkan kehomogenan (homogenitas) sekelompok data dengan kelompok data lainnya, baik dengan satuan yang sama maupun satuannya berbeda. Semakin kecil koefisien variasinya maka semakin homogen (seragam) kelompok data tersebut. Maksudnya data-data tersebut terkonsentrasi dekat ke pusat (rata-rata) kumpulan data tersebut. Koefisien variasi untuk sampel dirumuskan sebagai berikut:

$$KV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \% \quad (6.22)$$

KV = koefisien variasi

s = standar deviasai/simpangan baku sampel

\bar{x} = rata-rata hitung sampel

Contoh 6 -12

Pada label susu bayi merk A dan merk B tertera berat netto 400 gram. Hasil pemeriksaan dua buah sampel berukuran 10, berupa 10 kaleng susu bayi merk A dan 10 kaleng susu bayi merk B, mengenai berat nettonya diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} \bar{x}_A = 400 \text{ gram} & \bar{x}_B = 400 \text{ gram} \\ s_A = 80 \text{ gram} & s_B = 125 \text{ gram} \end{array}$$

- Hitunglah koefisien variasi berat netto susu bayi merk A dan merk B tersebut
- Bila kita ingin membeli susu bayi yang berat nettonya sesuai dengan yang tertera pada labelnya yaitu 400 gram, susu bayi merk manakah yang sebaiknya di beli? Berikan alasan.

Penyelesaian

- Menghitung koefisien variasi berat netto masing-masing susu bayi
Per rumus (6.22) dapat dihitung masing-masing koefisien variasinya

$$KV_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} \times 100\% \quad KV_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} \times 100\%$$

$$= \frac{80}{400} \times 100\%$$

$$= 20\%$$

$$= \frac{125}{400} \times 100\%$$

$$= 31\%$$

Jadi, koefisien variasi berat netto susu bayi merk A adalah 20% dan koefisien variasi susu bayi merk B adalah 31%.

- (b) Oleh karena koefisien variasi berat netto susu bayi merk A, $KV_A = 20\%$ lebih kecil dari koefisien variasi berat netto merk B, $KV_B = 31\%$ yaitu ($KV_A = 20\% < KV_B = 31\%$), itu menunjukkan bahwa berat netto-berat netto susu bayi merk A lebih seragam dari pada berat-berat netto susu bayi merk B, maka dari itu sebaiknya dibeli susu bayi merk A. Dengan kata lain, perbedaan berat-berat netto susu bayi merk A tersebut satu sama yang lainnya, lebih kecil dari perbedaan berta-berat netto susu bayi merk B. Cara lain, dalam menentukan pilihan sedemikian itu, khusus untuk **mean yang sama**, maka mean dengan simpangan baku yang lebih kecil dapat diandalkan atau dipercaya untuk mewakili kelompoknya. Jadi, dalam kasus di atas pilihan tetap jatuh pada susu bayi merk A.

Contoh 6 - 13

Dua sampel yang masing-masing terdiri dari 5 buah sabun mandi merk A dan 5 buah sabun mandi merk B. Diukur beratnya (gram), diperoleh data sebagai berikut.

Sampel 1 (Sabun Merk A)	100	102	98	101	99
Sampel 2 (Sabun Merk B)	100	104	98	105	103

- (a) Hitunglah koefisien variasi berat netto untuk sampel 1 dan sampel 2
 (b) Menurut saudara mana lebih seragam berat netto sabun merk A atau sabun merk B?

Penyelesaian

- (a) Menghitung koefisien variasi berat netto sabun A dan koefisien variasi berat netto sabun B

Tabel 6.8 Cara Menghitung KV_A dan KV_B

Berat merk A			Berat merk B		
$(x_{A,i})$	$x_{A,i} - \bar{x}_A$	$(x_{A,i} - \bar{x}_A)^2$	$(x_{B,i})$	$x_{B,i} - \bar{x}_B$	$(x_{B,i} - \bar{x}_B)^2$
100	0	0	100	-2	4
102	2	4	104	2	4
98	-2	4	98	-4	16
101	1	1	105	3	9
99	-1	1	103	1	1
500	0	10	510	0	34

Rata-rata berat netto sampel A dan B

Per rumus (4.1) dihitung terlebih dahulu rata-rata berat netto masing-masing.

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x_{A,i}}{n_A} = \frac{500}{5} = 100$$

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_{B,i}}{n_B} = \frac{510}{5} = 102$$

Deviasi standar berat netto sampel A dan B

Per rumus (6.7) dihitung simpangan baku masing-masing,

$$s_A = \sqrt{\frac{\sum (x_{A,i} - \bar{x}_A)^2}{n_A - 1}} = \sqrt{\frac{10}{5 - 1}} = 1,58$$

$$s_B = \sqrt{\frac{\sum (x_{B,i} - \bar{x}_B)^2}{n_B - 1}} = \sqrt{\frac{34}{5 - 1}} = 2,92$$

Koefisien variasi berat netto sampel A dan B

Selanjutnya per rumus (6.22) dihitung koefisien variasinya masing-masing.

$$\begin{aligned} KV_A &= \frac{s_A}{\bar{x}_A} \times 100\% \\ &= \frac{1,58}{100} \times 100\% \\ &= 1,58\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KV_B &= \frac{s_B}{\bar{x}_B} \times 100\% \\ &= \frac{2,92}{102} \times 100\% \\ &= 2,86\% \end{aligned}$$

Jadi, koefisien variasi berat netto sabun A adalah 1,58% dan koefisien variasi berat netto sabun B adalah 2,86%.

- (b) Oleh karena koefisien variasi berat netto sabun merk A lebih kecil dari koefisien variasi berat netto sabun merk B yaitu $KV_A = 1,58\% < KV_B = 2,86\%$, maka berat netto sampel sabun mandi merk A lebih seragam atau lebih homogen dari pada berat netto sampel sabun mandi merk B.

6.4.2 Ukuran Penyebaran Relatif Lainnya

Ukuran penyebaran/dispersi relatif berikut ini, tidak sepopuler koefisien variasi, maksudnya tidak banyak digunakan dalam analisis statistik

(1) Koefisien dari range

Koefisien dari range dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Koefisien Range} = \frac{x_n - x_1}{x_n + x_1} \quad (6.23)$$

(3) Koefisien deviasi kuartil

Koefisien deviasi kuartil dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{Koefisien deviasi kuartil} = \frac{K_3 - K_1}{K_3 + K_1} \quad (6.24)$$

(4) Koefisien deviasi rata-rata

Koefisien deviasi rata-rata dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{Koefisien deviasi rata-rata} = \frac{AD}{\bar{x}} \quad (6.25)$$

6.5 Dalil Chebyshev

P.L.Chebyshev (1821-1894), seorang ahli matematika berkebangsaan Rusia, mengemukakan suatu dalil yang dikenal dengan dalil atau teorema Chebyshev. Bunyi dari dalil itu adalah sebagai berikut (Wolpe, 1982; McClave, *et al.*, 2011; Black, 2011) :

Dalil Chebyshev

Sekurang-kurangnya $(1 - \frac{1}{k^2})$ bagian dari seluruh data (sampel atau populasi) terletak dalam k simpangan baku dari nilai rata-rata hitungnya, tanpa memandang bentuk distribusinya.

Dengan kata lain, dalil Chebyshev dapat juga dinyatakan sebagai berikut: Tanpa memandang bentuk distribusi datanya, sekurang-kurangnya $(1 - \frac{1}{k^2})$, proporsi (nilai) data terletak dalam interval $\bar{x} \pm ks$ (untuk sampel) dan $\mu \pm k\sigma$ (untuk populasi); k = bilangan positif yang lebih besar dari 1.

Keuntungan dari dalil Chebyshev adalah penerapannya yang bersifat umum, maksudnya berlaku untuk sembarang sebaran data. Kelemahannya, bahwa nilai yang dihasilkan oleh dalil ini, hanya merupakan batas bawahnya saja.

Contoh 6- 14

Iklan televisi pada stasiun televisi tertentu, rata-rata berlangsung 40 detik, dengan simpangan baku 5 detik. Menurut dalil Chebyshev, tentukanlah proporsi (bagian) iklan yang berlangsung dari 30 sampai 50 detik.

Penyelesaian

$\bar{x} = 40$, $s = 5$. Interval waktu 30 sampai 50 detik, berarti nilai bawah dari $\bar{x} \pm ks$ adalah 30 dan nilai atasnya 50. Dengan mengambil salah satu nilai yaitu $\bar{x} - ks = 30$ atau $\bar{x} + ks = 50$, nilai k dapat dihitung, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\bar{x} - k.s &= 30 \text{ (diambil nilai bawah)} \\ 40 - k.5 &= 30 \\ - 5k &= - 10 \\ k &= 2\end{aligned}$$

sehingga, $1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{2^2} = 3/4$

Jadi, sekurang-kurangnya (3/4) bagian atau 75% dari total iklan tersebut berlangsung dari 30 sampai 50 detik.

Contoh 6- 15

Rata-rata hitung harga per lembar saham semua perusahaan yang menjual sahamnya kepada masyarakat di sebuah kota adalah Rp 5000,00. Deviasi standarnya Rp 400,00. Menurut dalil Chebyshev, berapa persen dari keseluruhan harga-harga per lembar saham tersebut memiliki nilai antara Rp 3800,00 dan Rp 6200,00

Penyelesaian

$\mu = \text{Rp } 5.000,00$; $\sigma = \text{Rp } 400,00$; interval harga per lembar saham Rp 3800,00 sampai Rp 6200,00. Itu berarti batas bawahnya adalah Rp 3.800,00 dan batas atasnya Rp 6.200,00

Dengan mengambil batas bawah $\mu - k\sigma = 3.800$, atau batas atas $\mu + k\sigma = 6.200$, maka akan didapat nilai k , sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mu - k\sigma &= 3.800 \text{ (diambil nilai bawah)} \\ 5.000 - k(400) &= 3.800 \\ 1.200 &= 400k \\ k &= 3\end{aligned}$$

Sehingga, $1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ bagian = $\frac{8}{9} \times 100\% = 88,89\%$

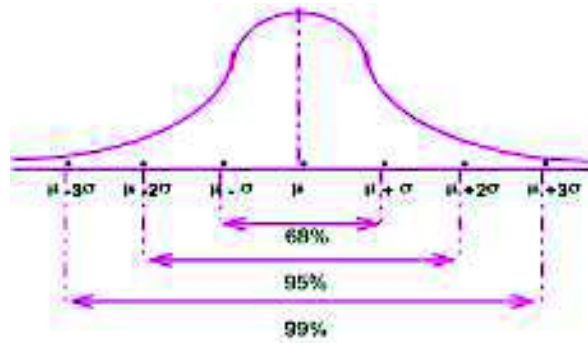
Jadi, 88,89% dari keseluruhan harga-harga per lembar saham tersebut nilainya antara Rp 3.800,00 dan Rp 6.200,00

6.6 Kaidah Empirik

Dalil Chebyshev memberikan dugaan atau perkiraan kasar mengenai proporsi dari keseluruhan data yang terletak k simpangan baku disekitar rata-ratanya ($k =$ bilangan tetap positif dan lebih besar dari 1), tanpa memandang bentuk distribusi frekuensinya, berbentuk genta (normal) atau tidak. Pada bagian ini akan dikemukakan suatu kaidah yang memberikan hasil perkiraan yang lebih kuat daripada dalil Chebyshev, yang dikenal dengan **Kaidah Empirik**. Kaidah empirik menyatakan bahwa (Levin, 1981; Wolpe, 1982; Black, 2011):

Pada distribusi data (pengamatan) yang mendekati atau berbentuk genta (normal), maka kira-kira
 68% dari banyaknya data (pengamatan) terletak dalam $\mu \pm 1\sigma$
 95% dari banyaknya data (pengamatan) terletak dalam $\mu \pm 2\sigma$
 99,7% dari banyaknya data (pengamatan) terletak dalam $\mu \pm 3\sigma$

Penyebaran data (pengamatan) menurut Kaidah Empirik seperti terlihat pada Gambar 6.1.



Gambar 6.1 Proporsi Penyebaran Data Menurut Kaidah Empirik.

μ = rata-rata populasi dan σ = simpangan baku populasi. Kaidah tersebut berlaku juga untuk sampel. Bila kaidah tersebut diberlakukan untuk sampel, maka rata-rata dan simpangan bakunya disesuaikan dengan rata-rata sampel (\bar{x}) dan simpangan baku sampel (s)

Contoh 6 - 16

Sebuah bank yang berkantor pusat di Jakarta dengan kantor cabang yang bertebaran diseluruh provinsi yang ada di tanah air menggaji 2.000 karyawan, dengan gaji rata-rata \$ 200 per orang per bulan dan simpangan baku \$ 25. Dengan menganggap bahwa gaji-gaji karyawan tersebut berdistribusi menyerupai genta (berdistribusi normal), gunakan kaidah empirik untuk mendiskripsikan penyebaran data tersebut.

Penyelesaian

$$\mu = \$ 200 \text{ dan } \sigma = \$ 25$$

Untuk mendiskripsikan penyebaran data tersebut dengan Kaidah Empirik, terlebih dahulu ditentukan interval-interval sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mu \pm \sigma &= 200 \pm 25 \rightarrow \$ 175 \text{ hingga } \$ 225 \\ \mu \pm 2\sigma &= 200 \pm 50 \rightarrow \$ 150 \text{ hingga } \$ 250 \\ \mu \pm 3\sigma &= 200 \pm 75 \rightarrow \$ 125 \text{ hingga } \$ 275 \end{aligned}$$

Dapat disimpulkan bahwa kira-kira 68% dari banyaknya karyawan tersebut (kurang lebih 1360 orang) mendapat gaji per bulan berkisar antara \$ 175 hingga \$ 225. Kira-kira 95% nya (sekitar 1900 orang) mendapat gaji per bulan berkisar antara \$ 150 hingga \$ 250, dan hampir semuanya (99,7%) mendapat gaji per bulan berkisar antara \$ 125 hingga \$ 275.

Contoh 6-17

Suatu sampel biaya perawatan per bulan yang dikeluarkan 80 usaha rental komputer di Kota Denpasar distribusinya berbentuk genta, dengan rata-rata hitung Rp 1,5 juta dan simpangan bakunya Rp 0,4 juta. Dengan menggunakan kaedah empirik, tentukanlah batas-batas biaya perawatan per bulan yang mencakup 68% dari keseluruhan sampel tersebut.

Penyelesaian

Menurut kaedah empirik, kira-kira sebanyak 68% dari biaya-biaya itu (68% x 80 = 54 biaya perawatan) berada dalam interval $\bar{x} \pm 1s$.

Jadi, batas bawahnya adalah $\bar{x} - 1s = \text{Rp } 1,5 \text{ juta} - \text{Rp } 0,4 \text{ juta} = \text{Rp } 1,1 \text{ juta}$. Batas atasnya adalah $\bar{x} + 1s = \text{Rp } 1,5 \text{ juta} + \text{Rp } 0,4 \text{ juta} = \text{Rp } 1,9 \text{ juta}$.

Dengan kata lain, 68% biaya-biaya perawatan tersebut berada pada batas-batas Rp 1,1 juta hingga Rp 1,9 juta.

6.7 Angka Baku

Angka baku atau nilai Z adalah perbedaan antara nilai suatu data (pengamatan) secara individual dengan nilai rata-rata hitung kelompoknya yang dinyatakan dalam satuan simpangan baku. Nilai Z mengukur berapa simpangan baku sebuah data (pengamatan) terletak di atas atau di bawah nilai rata-ratanya. Nilai z yang positif, mengukur berapa simpangan baku letak suatu pengamatan di atas nilai rata-ratanya, sedangkan nilai z yang negatif mengukur berapa simpangan baku letak suatu pengamatan di bawah rata-ratanya.

Nilai Z dapat digunakan: (1) untuk membandingkan dua pengamatan yang berasal dari dua populasi yang berbeda sehingga dapat ditentukan peringkat atau rank relatifnya, (2) untuk mendeteksi ada tidaknya data pengamatan yang ekstrem (*outlier*). Untuk menghitung nilai Z suatu pengamatan dipakai rumus:

(1) Angka baku sampel

$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

(6.26)

(2) Angka baku populasi

$$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad (6.27)$$

- x_i = nilai data/pengamatan yang ke-i
 \bar{x} = rata-rata sampel
 s = simpangan baku/standar deviasi sampel
 μ = rata-rata populasi
 σ = simpangan baku/standar deviasi populasi

6.7.1 Menentukan Peringkat Relatif

Cara menentukannya sebagai berikut. Peringkat relatif masing-masing pengamatan (secara individu) dalam kelompoknya dibandingkan, nilai skor yang lebih besar memiliki peringkat yang lebih tinggi.

Interpretasi nilai Z

Nilai Z, dapat bernilai positif dan negatif. Bila nilai $Z = k$ (positif k), berarti letak pengamatan/data tersebut berada, k simpangan baku **di atas** rata-ratanya, dan bila nilai $Z = -k$ (minus k), berarti letak pengamatan /data tersebut berada k simpangan baku **di bawah** rata-ratanya. k adalah suatu konstanta.

Contoh 6- 18

Sada salah seorang mahasiswa kelas A dan **Tono** salah seorang mahasiswa kelas B. Pada ujian akhir semester, nilai statistik ekonomi Sada dan Tono masing-masing 85 dan 70. Sementara nilai rata-rata statistik ekonomi untuk kelas A dan B masing-masing 80 dan 60, dengan simpangan baku masing-masing 10 dan 7,5.

- (a) Siapakah yang lebih berprestasi khususnya dalam mata kuliah statistik ekonomi Sada ataukah Tono.
 (b) Bagaimana kedudukan nilai statistik ekonomi Sada dan Tono di kelasnya masing-masing.

Penyelesaian**Sada**

$$\begin{aligned}
 x &= 85 \\
 \bar{x} &= 80 \\
 s &= 10 \\
 Z &= \frac{x - \bar{x}}{s} \\
 &= \frac{85 - 80}{10} \\
 &= 0,5
 \end{aligned}$$

Tono

$$\begin{aligned}
 x &= 70 \\
 \bar{x} &= 60 \\
 s &= 7,5 \\
 Z &= \frac{x - \bar{x}}{s} \\
 &= \frac{70 - 60}{7,5} \\
 &= 1,33
 \end{aligned}$$

- (a) Oleh karena nilai Z (bagi Tono) lebih besar dari nilai Z (bagi Sada), ini berarti Tono lebih berprestasi jika dibandingkan dengan Sada.
- (b) Sada dengan nilai $Z = 0,5$, ini berarti kedudukan nilai Sada 0,5 simpangan baku ($0,5 \times 10 = 5$) di atas rata-rata kelasnya. Dengan kata lain, selisih nilai Sada dengan nilai rata-rata (mean) kelasnya adalah 5.
Tono dengan nilai $Z = 1,33$, ini berarti kedudukan nilai Tono 1,33 simpangan baku ($1,33 \times 7,5 = 9,975 \approx 10$) di atas rata-rata kelasnya. Dengan kata lain, selisih nilai Tono dengan rata-rata (mean) kelasnya adalah 10.

Contoh 6- 19

Perusahaan A adalah sebuah perusahaan manufaktur yang bergerak dalam bidang tekstil. Dalam 5 tahun terakhir memperoleh keuntungan dengan rata-rata 4,25 miliar rupiah per tahun, dengan simpangan baku 1,50 miliar rupiah. Perusahaan B adalah sebuah perusahaan perdagangan yang bergerak dalam bidang ekspor-impor. Dalam kurun waktu yang sama memperoleh keuntungan dengan rata-rata 3,2 miliar rupiah per tahun, dengan simpangan 0,72 miliar rupiah. Tahun ini perusahaan A mampu meraup keuntungan sebesar 6,70 miliar rupiah dan perusahaan B mampu meraup keuntungan sebesar 4,80 miliar. Berdasarkan hasil yang dicapai pada tahun ini, menurut Anda perusahaan mana lebih berprestasi.

Penyelesaian

Perusahaan A

$$\begin{aligned} x &= 6,70 \\ \bar{x} &= 4,25 \\ s &= 1,50 \\ Z &= \frac{x - \bar{x}}{s} \\ &= \frac{6,7 - 4,25}{1,6} \\ &= 1,63 \end{aligned}$$

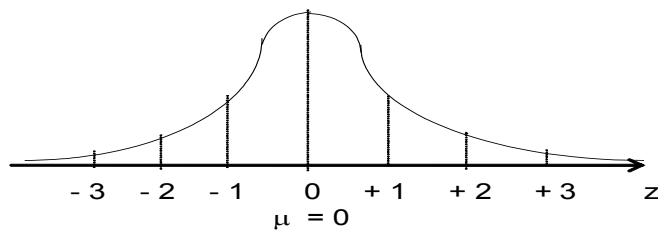
Perusahaan B

$$\begin{aligned} x &= 4,80 \\ \bar{x} &= 3,20 \\ s &= 0,72 \\ Z &= \frac{x - \bar{x}}{s} \\ &= \frac{4,8 - 3,2}{0,72} \\ &= 2,22 \end{aligned}$$

Oleh karena nilai Z perusahaan B lebih besar dari nilai Z perusahaan A ($Z_B = 2,22 > Z_A = 1,63$), maka perusahaan B lebih berprestasi dari perusahaan A.

6.7.2 Mendeteksi Data Ekstrem (*Outlier*)

Untuk mendeteksi apakah suatu pengamatan (data) merupakan data ekstrem (terlalu besar/tinggi atau terlalu kecil/rendah) dalam kelompoknya (untuk data yang menyebar/mendekati normal) berlaku kriteria sebagai berikut: bila nilai Z data tersebut terletak diluar interval minus 3 ($- 3$) dan plus 3 ($+ 3$) atau bila nilai absolut Z yaitu $|Z| > 3$, maka pengamatan (data) tersebut dianggap *outlier* (McClave, *et al* ; 2011). Sebaran pengamatan (data) normal seperti Gambar 6.2.



Gambar 6.2 Kurva Normal baku

Contoh 6- 20

Dari daftar gaji seluruh karyawan sebuah perusahaan pembiayaan (jumlah karyawan yang digaji sebanyak 100 orang) diketahui bahwa rata-rata gaji mereka per bulan sebesar Rp 6,5 juta dan simpangan bakunya Rp 450 Ribu (= Rp 0,45 Juta). Salah satu karyawan perusahaan tersebut yaitu Anton digaji Rp 5 Juta per bulan. Apakah gaji Anton tersebut merupakan data *outlier*?

Penyelesaian

Seluruh karyawan menunjukkan populasi. Jadi, $N = 100$, oleh karena $N > 30$, maka sebaran datanya (populasinya) normal.

$\mu = \text{Rp } 6,5 \text{ Juta}$, $s = \text{Rp } 0,45 \text{ Juta}$ dan $x = \text{Rp } 5 \text{ juta}$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{x_i - \mu}{\sigma} \\ &= |Z| = -3,33 \end{aligned}$$

Oleh karena nilai $Z = -3,33$ terletak diluar interval minus 3 dan positif 3 yaitu lebih kecil dari -3 atau nilai $|Z| = |-3,3| > 3$, maka gaji Anton merupakan data *outlier* (terlalu kecil).

Soal-soal Latihan

- 6 - 1 Biaya operasional (miliar rupiah) sebuah hotel berbintang lima yang berlokasi di Jakarta selama lima tahun terakhir sebagai berikut:

1,6 2,0 3,1 2,4 4,3

Hitunglah :

- Deviasi kuartilnya.
- Deviasi rata-ratanya.
- Simpangan baku dan variannya.
- Koefisien variasinya.

- 6 - 2 Sepuluh sabun mandi merk tertentu yang merupakan sampel acak, ditimbang berat netto (gram) diperoleh data sebagai berikut:

130 128 127 132 133 131 129 130 132 128

- Hitunglah deviasi rata-ratanya, dan interpretasikan hasilnya.
- Hitunglah simpangan bakunya, dan interpretasi hasilnya.
- Hitunglah variannya.

- 6 - 3 Harga per kg sembilan bahan pokok (rupiah) pada bulan Januari 2010 di Kota Denpasar adalah sebagai berikut :

6.104 21.833 18.000 12.533 11.000 15.000 8.208 3.500 3.333

Hitunglah:

- Simpangan baku kesembilan harga per kg bahan pokok tersebut.
- Koefisien variasinya.

(Sumber: BPS- Provinsi Bali, 2011).

- 6 - 4 Dua sampel yang masing-masing terdiri dari 5 kaleng cat tembok merk A dan 5 kaleng cat tembok merk B. Pada label kedua jenis cat tembok tersebut tertera berat netto 5 kg. Masing-masing sampel tersebut diukur berat netto, dan diperoleh data sebagai berikut (satuan data dalam kg):

Merk A	5, 1	5, 0	5, 2	4, 9	4, 8
Merk B	4, 8	5, 0	5, 4	4, 6	5, 2

- Hitunglah simpangan baku berat netto cat merk A.
- Hitunglah simpangan baku berat netto cat merk B.
- Hitunglah koefisien variasi berat netto cat merk A.
- Hitunglah koefisien variasi berat netto cat merk B.
- Bandingkan koefisien variasi berat netto kedua cat tersebut, yang mana lebih kecil?
- Bila Anda ingin membeli cat yang beratnya sesuai dengan yang tertera pada labelnya, cat merk apa yang saudara beli merk A atau B? Berikan alasan.

- 6 - 5** Sebuah mesin cetak diatur sedemikian rupa sehingga waktu yang diperlukan untuk mencetak satu rim naskah rata-rata 5,8 menit dengan simpangan baku 0,6 menit. Berdasarkan dalil Chebyshev, tentukanlah proporsi waktu antara 4,5 menit sampai 7,0 menit dalam mencetak satu rim naskah tersebut.
- 6 - 6** Karto adalah salah satu siswa SMA 1 Surabaya sedangkan Fadly adalah salah satu siswa SMA 2 Surabaya. Pada ujian kenaikan kelas dalam mata pelajaran fisika, Karto memperoleh nilai 85. Nilai rata-rata ujian fisika di sekolah Karto adalah 90 dengan simpangan baku 30. Fadly memperoleh nilai mata pelajaran fisika 50 dan nilai ujian rata-rata fisika disekolahnya adalah 60 dengan simpangan baku sebesar 12. Pertanyaan:
- (a) Siapakah yang lebih berprestasi khususnya dalam mata pelajaran Fisika, Karto atau Fadly.
- (b) Bagaimana kedudukan nilai Fisika Karto dan Fadly di sekolahnya masing-masing?
- 6 - 7** Seorang direktur perusahaan pipa PVC, bermaksud membeli mesin pipa. Untuk keperluan itu ia mendatangkan dua buah mesin pipa yaitu merk A dan merk B untuk dicoba. Dari hasil produksi kedua mesin tersebut diambil 50 batang hasil mesin A dan 60 batang hasil mesin B sebagai sampel acak. Kemudian diukur diameternya masing-masing memberikan data sebagai berikut :

Diameter Pipa (cm)	Banyak Pipa Produksi Mesin (Batang)	
	A	B
5,5 - 5,9	3	1
6,0 - 6,4	8	5
6,5 - 6,9	11	10
7,0 - 7,4	18	29
7,5 - 7,9	10	15
Total	50	60

Jika direktur tersebut ingin membeli mesin yang memberikan hasil dengan diameter yang lebih seragam, maka menurut pendapat saudara, mesin mana disarankan untuk dibeli?

- 6 - 8** Pada tahun lalu sebuah perusahaan asuransi berhasil merekrut 1000 nasabah baru. Rata-rata nilai kontrak asuransi per nasabah sebesar \$ 500 dengan simpangan baku \$ 150. Bila nilai kontrak-nilai kontrak nasabah baru tersebut dianggap berdistribusi normal atau berbentuk genta. Dengan kaedah empirik, diskripsikanlah penyebaran nilai kontrak-nilai kontrak nasabah baru tersebut

- 6 - 9** Dua perusahaan yaitu perusahaan A yang bergerak dalam bidang real estat dan perusahaan B bergerak dalam penerbangan domestik. Dalam 5 tahun terakhir, perusahaan A berhasil meraup keuntungan dengan rata-rata 2 miliar rupiah per tahun, dengan simpangan bakunya 0,4 miliar rupiah. Sementara perusahaan B meraup keuntungan dengan rata-rata sebesar 2,5 miliar rupiah per tahun, dengan simpangan bakunya 0,6 miliar rupiah. Tahun terakhir perusahaan A berhasil meraup keuntungan sebesar 2,3 miliar rupiah, sedangkan perusahaan B sebesar 3,2 miliar rupiah. Jika kinerja perusahaan dapat dinilai dari keuntungan yang berhasil diperoleh pada tahun terakhir, perusahaan mana lebih berprestasi/kinerjanya lebih baik?
- 6 - 10** Sebuah perusahaan pialang saham menghitung rata-rata (mean) transaksi pembukaan per hari adalah 60. Deviasi standarnya adalah 18.
- Dengan kaedah Chebyshev, tentukanlah persen transaksi per hari berada diantara 42 dan 78.
 - Andaikata frekuensi transaksi-transaksi itu berdistribusi mendekati normal atau genta. Dengan menggunakan kaedah empirik, tentukanlah batas-batas nilai yang mencakup sekitar 95% dari transaksi per hari tersebut.
- 6 - 11** Sebuah perusahaan nasional yang bergerak dalam bisnis perhotelan, berkantor pusat di Jakarta telah menggaji 2.000 karyawan. Rata-rata gaji per karyawan per bulan sebesar Rp 7,5 juta, dengan simpangan baku sebesar Rp 1,2 juta. Dengan kaedah empirik, deskripsikanlah penyebaran gaji karyawan – gaji karyawan tersebut.
- 6 - 12** Seorang kontraktor bangunan (khusus bangunan hotel) mendapat proyek untuk membangun beberapa hotel bintang 3 dan 4 di Jawa dan di Bali. Salah satu material bangunan yang cukup banyak diperlukan adalah semen. Dia tertarik dengan dua jenis semen merk A dan B (kualitas dan harga per zak semen itu hampir sama). Sebelum ia memutuskan untuk membeli salah satu dari kedua merk tersebut, ia mengambil sampel secara acak masing-masing sebanyak 10 zak dari kedua jenis semen tersebut untuk diteliti beratnya. Pada kemasan kedua jenis semen tersebut tertera (label) berat 50 kg. Setelah sampel-sampel tersebut ditimbang, didapat hasil sebagai berikut.

Merk A	50,1	48,9	49,5	48,75	48,6
	51,4	51,25	50,5	51,1	49,9
Merk B	50,1	48,2	47,3	52,75	53,2
	49,9	51,8	52,7	48,25	46,8

Si kontraktor berkeinginan mendapatkan semen yang dapat dipercaya/diandalkan yaitu bahwa berat semen yang akan dibeli sesuai dengan berat yang tertulis dalam kemasannya. Berdasarkan hasil yang didapat,

bila Anda dimintai pendapat, semen merk apa yang disarankan untuk ia beli? Berikan alasan.

- 6- 13** Hasil survei tentang penghasilan bersih per bulan yang diperoleh 100 Biro Perjalanan Wisata (BPW), ditabelkan sebagai berikut:

Penghasilan Bersih (Juta Rupiah)	Kuantitas Biro Perjalanan Wisata (unit)
40 - 44,9	8
45 - 49,9	42
50 - 59,9	25
60 - 64,9	15
65 - 69,9	8
70 - 74,9	2
Total	100

Hitunglah simpangan baku dan variansinya.

- 6- 14** Data di bawah ini merupakan data jumlah restoran/rumah makan di Provinsi Bali periode 2010 – 2014.

Tahun	2010	2011	2012	2013	2014
Juml. Restoran/ R. makan	1.685	1.645	1.339	1.072	2059

Sumber : Dinas Pariwisata Provinsi Bali, 2014.

Hitunglah simpangan baku dan variansinya.

- 6- 15** Lima (5) negara Asia dengan investasi asing terbesar pada tahun 2014, dicatat sebagai berikut

Nama Negara	Investasi Asing (Miliar US\$)
Cina	128,0
Hongkong	103,3
Singapura	67,5
Indonesia	22,6
Thailand	12,6

Sumber : Jawa Pos, 7 Juli 2015, h. 5.

Hitunglah jangkauan, simpangan baku dan variansinya.

7 UKURAN KEMENCENGAN DAN KERUNCINGAN SUATU DISTRIBUSI

7.1 Pengantar

Dalam Bab 4, Bab 5, dan Bab 6, secara berturut-turut telah di pelajari pendeskripsian sekelompok data melalui ukuran nilai pusat, ukuran letak dan ukuran penyebaran. Karakteristik lain yang dapat diukur untuk mendeskripsikan data adalah derajat/tingkat kemencengan. Pada Bab 4 telah dikemukakan bila nilai mean, median dan modus suatu distribusi frekuensi sama besar ($\text{Mean} = \text{Md} = \text{Mod}$), maka distribusi frekuensi tersebut simetris, distribusi tersebut tidak menceng kanan maupun menceng kiri, atau tingkat kemencengannya nol. Jika satu pengamatan atau lebih memiliki nilai yang sangat besar, maka rata-rata hitung distribusi menjadi lebih besar dari median atau modus ($\text{Mod} < \text{Md} < \text{Mean}$). Dalam kasus demikian, distribusi disebut **menceng positif** (menceng kanan dan condong ke kiri). Sebaliknya, bila satu pengamatan atau lebih memiliki nilai yang sangat kecil, maka rata-rata hitung akan memiliki nilai terkecil dibandingkan dengan nilai median dan modus ($\text{Mean} < \text{Md} < \text{Mod}$), distribusi demikian itu disebut **menceng negatif** (menceng kiri dan condong ke kanan).

Dalam bab ini akan dibahas mengenai ukuran kemencengan dan ukuran keruncingan suatu distribusi frekuensi. Setelah mempelajari bab ini peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami dan mengerti tentang ukuran kemencengan dan keruncingan suatu distribusi.

7.2 Ukuran Kemencengan

Ukuran kemencengan (skewness) adalah suatu ukuran yang dapat digunakan untuk menentukan menceng tidaknya suatu kurva distribusi. Dalam Bab 4, telah dikemukakan bahwa, bila $\bar{x} = Md = Mod$, menurut Karl Pearson, maka distribusinya simetris, dan bila $\bar{x} \neq Md \neq Mod$, distribusinya tidak simetris. Bila tidak simetris, menceng kemanakah kurva distribusinya ?

Untuk mengukur kemencengan suatu kurva distribusi frekuensi, dapat diketahui dari besarnya koefisien skewness (S_k) dan besarnya koefisien momen ketiga (α_3)

7.2.1 Koefisien Skewness

Besarnya koefisien skewness (S_k) dapat dihitung dengan beberapa metode, antara lain : (1) metode Karl Pearson, (2) metode Bowley dan (3) metode "10 - 90 presentil"

(1) Metode Karl Pearson

Menurut metode ini, koefisien skewness dapat dihitung dengan rumus:

$$S_k = \frac{\bar{x} - Mod}{s} \quad (7.1)$$

Secara empiris diperoleh hubungan antara $\bar{x} - Mod = 3(\bar{x} - Md)$, oleh karena itu rumus 7.1, dapat juga dinyatakan sebagai :

$$S_k = \frac{3(\bar{x} - Md)}{s} \quad (7.2)$$

S_k = koefisien skewness
 \bar{x} = rata-rata sampel
 Mod = modus
 Md = median
 s = deviasi standar/simpangan baku sampel

(2) Metode Bowley

Menurut metode ini, koefisien skewness dapat dihitung dengan rumus:

$$S_k = \frac{(K_3 - K_2) - (K_2 - K_1)}{(K_3 - K_1)} = \frac{(K_3 + K_1 - 2K_2)}{(K_3 - K_1)} \quad (7.3)$$

S_k = koefisien skewness
 K_3 = kuartil ketiga
 K_2 = kuartil kedua
 K_1 = kuartil pertama

(3) Metode “10 - 90 Persentil “

Menurut metode ini, koefisien skewness dihitung dengan rumus:

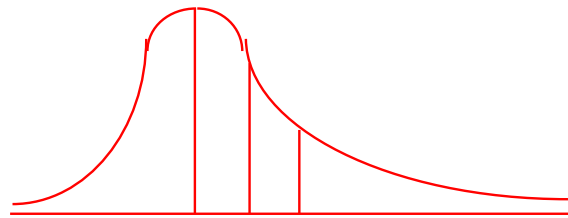
$$S_k = \frac{(P_{90} - P_{50}) - (P_{50} - P_{10})}{(P_{90} - P_{10})} \tag{7.4}$$

- S_k = koefisien skewness
- P_{10} = persentil ke-10
- P_{50} = Persentil ke-50
- P_{90} = Persentil ke-90

Menurut Gupta dan Gupta (1983), nilai koefisien skewness dapat positif, negatif atau nol, umumnya berkisar antara - 1 (minus satu) dan +1 (positif satu), kadang - kadang melebihi 1. Sementara itu, Wolpe (1982) dan Lind, *et al.*, (2008) menyatakan bahwa nilai koefisien skewness dapat positif, negatif atau nol, pada kisaran - 3 (minus tiga) dan + 3 (positif tiga). Bila nilai $S_k = 0$, berarti distribusi frekuensi tersebut simetris. Semakin mendekati nol nilai S_k suatu distribusi, maka distribusi frekuensi tersebut semakin simetris. Bila koefisien skewness positif, berarti ekor kanan distribusi frekuensinya lebih panjang dari ekor kirinya, maka distribusi menceng kanan atau condong ke kiri. Bila koefisien skewness negatif, berarti ekor kiri distribusi frekuensinya lebih panjang dari ekor kanannya, maka distribusi menceng ke kiri atau condong ke kanan.

Hubungan koefisien skewness dengan kemencengan suatu kurva distribusi, menurut Gupta dan Gupta (1983); Levin (1981); dan Black (2004) adalah sebagai berikut:

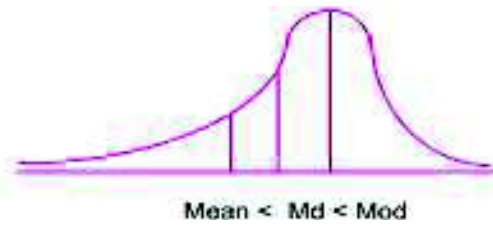
- 1 Jika harga koefisien skewness **positif**, ini berarti Mean > Median > Modus, maka kurva distribusi frekuensinya **menceng ke kanan** atau condong ke kiri



Mod < Md < Mean

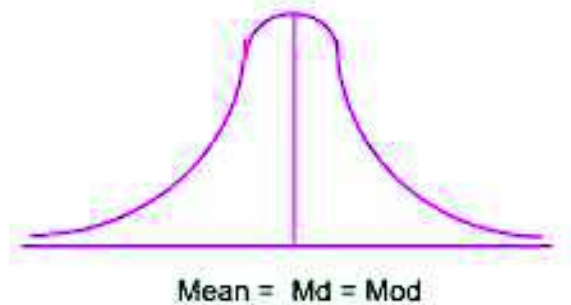
Gambar 7.1 Kurva Distribusi Menceng Kanan

- 2 Jika harga koefisien skewness **negatif**, ini berarti Mean < Median < Modus maka kurva distribusi frekuensinya **menceng ke kiri** atau condong ke kanan



Gambar 7.2 Kurva Distribusi Menceng ke Kiri

- 3 Jika harga koefisien skewness *nol*, ini berarti Mean = Median = Modus, maka kurva distribusi frekuensinya **simetris**



Gambar 7.3 Kurva Distribusi Simetris.

Contoh 7 - 1

Laba yang diperoleh (puluh juta rupiah) oleh 100 pengembang perumahan (*real estate*) yang diambil sebagai sampel acak di tiga kota, Jakarta, Surabaya dan Makassar pada tahun lalu, disajikan dalam tabel berikut :

Laba (Puluh Juta Rupiah)	Banyak Pengembang (Unit)
20 - 29	4
30 - 39	7
40 - 49	9
50 - 59	16
60 - 69	25
70 - 79	15
80 - 89	17
90 - 99	7
Total	100

Sumber : Data hipotetis

Hitunglah koefisien skewness dari distribusi laba yang diperoleh oleh 100 pengembang perumahan tersebut, dengan metode Karl Pearson dan metode Bowley. Setelah itu periksalah menceng kemanakah distribusi frekuensi laba tersebut.

Penyelesaian

Tabel 7.1 Cara Menghitung Koefisien Skewness Distribusi Frekuensi Laba 100 Pengembang Perumahan

Laba (Puluh Juta Rp)	f_i	m_i	d_i	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$	Tepi Kleas	f_C
20 - 29	4	24,5	- 4	- 16	64	19,5	0
30 - 39	7	34,5	- 3	- 21	63	29,5	4
40 - 49	9	44,5	- 2	- 18	36	39,5	11
50 - 59	16	54,5	- 1	- 16	16	49,5	20
60 - 69	25	64,5	0	0	0	59,5	36 ← L_{K_1}
70 - 79	15	74,5	+ 1	15	15	69,5	61 ← L_{K_2}
80 - 89	17	84,5	+ 2	34	68	79,5	76 ← L_{K_3}
90 - 99	7	94,5	+ 3	21	63	89,5	93
Total	100			- 1	325	99,5	100

Dari Tabel 7.1 dapat diketahui bahwa, $n = 100$, $\sum f_i d_i = -1$, $\sum f_i d_i^2 = 325$, $L_{K_1} = 25$, $L_{K_2} = 50$, $L_{K_3} = 75$ dan $c = 10$

Terlebih dahulu \bar{x} dihitung per rumus (4.5), sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_0 + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c \\ &= 64,5 + \left(\frac{-1}{100}\right)(10) \\ &= 64,5 - 0,1 \\ &= 64,4 \end{aligned}$$

Deviasi standar/simpangan baku dihitung per rumus (6.17), sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 s &= c \sqrt{\left(\frac{\sum f_i d_i^2}{n}\right) - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2} \\
 &= 10 \sqrt{\frac{325}{100} - \left(\frac{-1}{100}\right)^2} \\
 &= 10 \sqrt{3,25 - 0,0001} \\
 &= 18,0
 \end{aligned}$$

Per rumus (5.3), K_1 , $K_2 = Md$ dan K_3 dihitung sebagai berikut:

$$K_1 = 49,5 + \frac{(25 - 20)}{16} \times 10 = 52,6$$

$$K_2 = 59,5 + \frac{(50 - 36)}{25} \times 10 = 65,1 \approx Md = 65,1$$

$$K_3 = 69,5 + \frac{(75 - 61)}{15} \times 10 = 78,8$$

Koefisien skewness dihitung menurut metode **Karl Pearson**.

Per rumus (7.2) didapat,

$$\begin{aligned}
 S_k &= \frac{3(\bar{X} - Md)}{s} \\
 &= \frac{3(64,4 - 65,1)}{18,0} \\
 &= -0,12 \text{ (dibulatkan)}
 \end{aligned}$$

Koefisien skewness dihitung menurut metode **Bowley**

Per rumus (7.3) didapat,

$$\begin{aligned}
 S_k &= \left(\frac{K_3 + K_1 - 2K_2}{K_3 - K_1} \right) \\
 &= \frac{78,8 + 52,6 - 2(65,1)}{78,8 - 52,6} \\
 &= \frac{-1,2}{26,2} \\
 &= -0,045
 \end{aligned}$$

Nilai S_k bertanda minus (-), menunjukkan bahwa distribusi laba yang diperoleh 100 pengembang perumahan (sampel) tersebut menceng kiri dan condong ke kanan

7.2.2 Koefisien Momen Ketiga

Koefisien momen ketiga (α_3) yang umumnya disebut momen ketiga saja adalah rata-rata penyimpangan data dari rata-ratanya (mean) dipangkatkan tiga, dibagi dengan simpangan baku pangkat tiga.

Untuk menghitung momen ketiga (α_3) dari data yang belum dikelompokkan dan data yang telah dikelompokkan (suatu distribusi frekuensi) dapat dipakai rumus sebagai berikut:

(1) Untuk data yang belum dikelompokkan

$$\alpha_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{ns^3} \quad (7.5)$$

α_3 = koefisien moment ke-tiga, \bar{x} = rata-rata sampel

x_i = nilai data yang ke-i

n = jumlah data/pengamatan/ukuran sampel

s = simpangan baku sample

(2) Untuk data yang telah dikelompokkan

$$\alpha_3 = \left\{ \frac{\sum f_i d_i^3}{n} - 3 \frac{\sum f_i d_i}{n} \cdot \frac{\sum f_i d_i^2}{n} + 2 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^3 \right\} \frac{c^3}{s^3} \quad (7.6)$$

n = ukuran sampel

c = interval kelas

f_i = frekuensi (absolut) kelas ke-i

d_i = deviasi dalam satuan interval kelas ke-i

Makin besar nilai α_3 , maka makin menceng atau miring kurva distribusi frekuensi tersebut. Jika α_3 bertanda (+), berarti kurva distribusi tersebut menceng kanan dan condong ke kiri, dan jika α_3 bertanda (-), berarti kurva distribusi tersebut menceng kiri dan condong ke kanan.

Contoh 7- 2

Untuk data pada Tabel 7.1, hitunglah momen ketiganya (α_3). Menceng kemanakah kurva distribusi laba tersebut?

Penyelesaian

Tabel 7.2 Cara Menghitung Momen Ketiga dari Distribusi Laba yang Diperoleh 100 Pengembang Perumahan.

Laba (Puluh Juta Rp)	f_i	m_i	d_i	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$	$f_i d_i^3$
20 - 29	4	24,5	- 4	- 16	64	- 256
30 - 39	7	34,5	- 3	- 21	63	- 189
40 - 49	9	44,5	- 2	- 18	36	- 72
50 - 59	16	54,5	- 1	- 16	16	- 16
60 - 69	25	64,5	0	0	0	0
70 - 79	15	74,5	+ 1	15	15	15
80 - 89	17	84,5	+ 2	34	68	136
90 - 99	7	94,5	+ 3	21	63	189
Total	100			- 1	325	- 193

Sumber : Tabel 7.1

Dari Tabel 7.2, dapat diketahui bahwa $n = 100$, $\sum f_i d_i = -1$, $\sum f_i d_i^2 = 325$, $\sum f_i d_i^3 = -193$, dan $c = 10$. Dari hasil perhitungan pada Tabel 7.1, didapat $s = 18,0$

Per rumus (7.6) didapat,

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \left\{ \frac{\sum f_i d_i^3}{n} - 3 \frac{\sum f_i d_i}{n} \cdot \frac{\sum f_i d_i^2}{n} + 2 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^3 \right\} \frac{c^3}{s^3} \\ &= \left\{ \frac{-193}{100} - 3 \left(\frac{-1}{100} \right) \frac{325}{100} + 2 \left(\frac{-1}{100} \right)^3 \right\} \frac{10^3}{(18)^3} \\ &= \left\{ -1,93 + 0,0975 + 0,000002 \right\} \frac{1000}{5832} = -0,31 \end{aligned}$$

Oleh karena tanda α_3 negatif, maka distribusi laba tersebut **menceng kiri** dan condong ke kanan

7.3 Ukuran Keruncingan

Ukuran keruncingan (kurtosis) sekumpulan data atau suatu distribusi adalah suatu ukuran yang dapat digunakan untuk menentukan runcing tidaknya kurva suatu distribusi. Ukuran keruncingan yang biasa digunakan adalah koefisien moment keempat (α_4), yang sering disebut koefisien **kurtosis**. Bentuk keruncingan kurva suatu distribusi dapat digolongkan atas tiga yaitu (1) kurva distribusi **liptokurtik**, (2) kurva distribusi **mesokurtik** dan (3) kurva distribusi **platikurtik**.

Untuk menghitung besarnya koefisien kurtosis dapat dipakai rumus-rumus sebagai berikut :

(1) Untuk data yang belum dikelompokkan

$$\alpha_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{ns^4} \tag{7.7}$$

- α_4 = koefisien kurtosis/koefisien moment keempat
- \bar{x} = rata-rata hitung sampel
- x_i = nilai data yang ke-i
- n = ukuran sampel/jumlah pengamatan
- s = deviasi standar/simpangan baku sampel

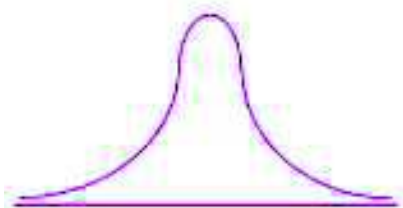
(2) Untuk data yang telah dikelompokkan

$$\alpha_4 = \left\{ \frac{\sum f_i d_i^4}{n} - 4 \frac{\sum f_i d_i}{n} \frac{\sum f_i d_i^3}{n} + 6 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^2 \frac{\sum f_i d_i^2}{n} - 3 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^4 \right\} \frac{c^4}{s^4} \tag{7.8}$$

- α_4 = koefisien moment ke-empat/koefisien kurtosis
- f_i = frekuensi (absolut) kelas ke-i
- d_i = deviasi dalam satuan interval kelas
- n = banyak pengamatan/ukuran sampel
- s = deviasai standar/simpangan baku sampel
- c = interval kelas

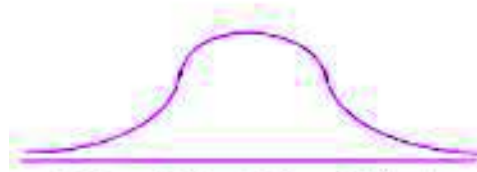
Untuk dapat mengetahui bentuk kurva suatu distribusi frekuensi apakah bentuknya termasuk bentuk leptokurtik, mesokurtik atau platikurtik, Gupta dan Gupta (1983) serta Acel dan Sounderpandian (2002), menyatakan bahwa nilai koefisien kutosis terletak antara minus tiga (- 3) dan positif tiga (+3), dengan lebih rinci sebagai berikut:

- (1) Bila nilai koefisien kurtosis lebih besar dari 3 ($\alpha_4 > 3$), maka kurva distribusi tersebut runcing dan disebut **liptokurtik**



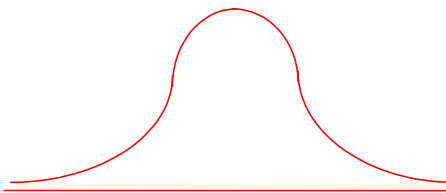
Gambar 7.4 : Bentuk kurva Liptokurtik

- (2) Bila nilai koefisien kurtosis lebih kecil dari 3 ($\alpha_4 < 3$), maka kurva distribusi tumpul atau landai, dan disebut **platikurtik**



Gambar 7.5 : Bentuk Kurva Platikurtik

(3) Bila nilai koefisien kurtosis sama dengan 3 ($\alpha_4 = 3$), maka kurva distribusinya berbentuk bel atau normal, dan disebut **mesokurtik**



Gambar 7.6 : Bentuk Kurva Mesokurtik

Contoh 7- 3

Berdasarkan data yang terdapat pada Tabel 7.1, hitunglah koefisien kurtosisnya. Tergolong keruncingan manakah kurva distribusi data tersebut?

Penyelesaian

Tabel 7.3 Cara Menghitung Koefisien Kurtosis dari Distribusi Laba yang Diperoleh 100 Pengembang Perumahan.

Laba (Puluh Juta Rp)	f_i	m_i	d_i	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$	$f_i d_i^3$	$f_i d_i^4$
20 - 29	4	24,5	- 4	- 16	64	- 256	1.024
30 - 39	7	34,5	- 3	- 21	63	- 189	567
40 - 49	9	44,5	- 2	- 18	36	- 72	144
50 - 59	16	54,5	- 1	- 16	16	- 16	16
60 - 69	25	64,5	0	0	0	0	0
70 - 79	15	74,5	+ 1	15	15	15	15
80 - 89	17	84,5	+ 2	34	68	136	272
90 - 99	7	94,5	+ 3	21	63	189	567
Total	100			- 1	325	- 193	2.605

Sumber : Tabel 7.1

Dari Tabel 7.3, dapat diketahui bahwa $n = 100$, $\sum f_i d_i = -1$, $\sum f_i d_i^2 = 325$, $\sum f_i d_i^3 = - 193$, $\sum f_i d_i^4 = 2605$, dan $c = 10$. Dan hasil perhitungan pada Tabel 7.1 didapat $s = 18,0$

Per rumus (7.8) didapat,

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \left\{ \frac{\sum f_i d_i^4}{n} - 4 \frac{\sum f_i d_i}{n} \frac{\sum f_i d_i^3}{n} + 6 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^2 \frac{\sum f_i d_i^2}{n} - 3 \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^4 \right\} \frac{c^4}{s^4} \\ \alpha_4 &= \left\{ \frac{2605}{100} - 4 \frac{(-1)}{100} \cdot \frac{(-193)}{100} + 6 \left(\frac{-1}{100} \right)^2 \frac{325}{100} - 3 \left(\frac{-1}{100} \right)^4 \right\} \frac{10^4}{(18)^4} \\ &= \left\{ 26,05 - 4(0,01) \cdot (-1,93) + 6(-,0001)(3,25) - 3(-0,01)^4 \right\} \frac{10000}{104976} \\ &= \{ 26,05 - 0,0772 - 0,00195 - 0,00000003 \} 0,0953 \\ &= 2,47 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien kurtosis distribusi laba yang diperoleh oleh pengembang perumahan sebesar 2,47. Oleh karena $\alpha_4 = 2,47 < 3$, maka keruncingan kurva distribusi tersebut tergolong distribusi yang **platikurtik**.

Soal-soal Latihan

- 7 - 1 Omzet penjualan per bulan 150 toko disebuah kompleks pertokoan dapat dinyatakan dalam tabel frekuensi berikut :

Omzet (Juta Rupiah)	Banyak Toko (Unit)
30 - 39,9	14
40 - 49,9	60
50 - 59,9	50
60 - 69,9	15
70 - 79,9	6
80 - 89,9	3
90 - 99,9	2
Total	150

Pertanyaan :

- Hitunglah besarnya koefisien Skewness menurut metode Karl Pearson dan metode Bowley.
- Menceng kemana kurva distribusi frekuensinya? Berikan interpretasi. Gambar kurvanya.

(c) Hitunglah besarnya koefisien momen ke empat (α_4), dan tergolong keruncingan mana kurva distribusi frekuensinya?

7 - 2 Sejenis pekerjaan yang dikerjakan oleh pekerja kelompok A dan kelompok B (dirinci menurut lamanya mengerjakan) memberikan data sebagai berikut :

Lama Mengerjakan (Jam)	P e k e r j a	
	Kelompok A	Kelompok B
200 - 249,99	2	7
250 - 299,99	5	20
300 - 349,99	46	34
350 - 399,99	28	55
400 - 449,99	19	34
Total	100	150

Pertanyaan :

- Bagaimana kemencengan kurva distribusi frekuensi untuk kelompok A dan B? Mana lebih menceng? Bandingkan.
- Bagaimana keruncingan kurva distribusi frekuensi? Mana lebih runcing? Bandingkan.

7 - 3 Saldo piutang dagang PT. Kembar Sakti yang diambil dari transaksi penjualan di dua kantor cabang, cabang Surabaya dan Denpasar, dapat disajikan dalam tabel frekuensi berikut :

Saldo Piutang (Juta Rupiah)	Denpasar	Surabaya
2 - 2,9	2	4
3 - 3,9	6	20
4 - 4,9	12	18
5 - 5,9	15	14
6 - 6,9	22	9
7 - 7,9	3	5
Total	60	70

Pertanyaan :

- Bagaimana kemencengan kurva distribusi frekuensi saldo piutang PT Kembar Sakti untuk Cabang Denpasar dan Surabaya?
- Bagaimana keruncingan kurva distribusi frekuensi saldo piutang PT Kembar Sakti untuk Cabang Denpasar dan Surabaya?

7 - 4 Nilai kredit macet dari 250 nasabah bank umum (sampel acak) di sebuah provinsi adalah sebagai berikut:

Nilai Kredit (Juta Rupiah)	Banyak Nasabah (Orang)
30 – 39,99	10
40 - 49,99	15
50 - 59,99	36
60 - 69,99	70
70 - 79,99	130
80 - 89,99	58
90 - 99,99	31
Total	350

- (a) Tentukanlah kemencengan kurva distribusi frekuensinya.
 (b) Tentukanlah keruncingan kurva distribusi frekuensinya.

- 7-5** Hasil survei sampel acak 80 hotel berbintang mengenai tingkat huniannya didapat hasil sebagai berikut.

Tingkat Hunian (%)	Banyak Hotel (fi)
55 – 59,9	2
60 – 64,9	7
65 – 69,9	32
70 – 74,9	24
75 – 79,9	10
80 – 84,9	5
Total	80

Berdasarkan data tersebut, tentukanlah

- (a) Tentukanlah kemencengan kurva distribusi frekuensinya.
 (b) Tentukanlah keruncingan kurva distribusi frekuensinya.

- 7-6** Berikut ini adalah data mengenai aset dari 80 perusahaan nasional yang telah mempublikasikan laporan keuangannya melalui media cetak (surat kabar) yang diambil sebagai sampel acak.

Aset (Puluh Miliar Rp)	Banyak Perusahaan (unit)
60 - 64	5
65 – 69	7
70 – 74	10
75 – 79	24
80 – 84	32
85 - 89	2
Total	80

Berdasarkan data tersebut, tentukanlah

- (a) Tentukanlah kemencengan kurva distribusi frekuensinya.
 (b) Tentukanlah keruncingan kurva distribusi frekuensinya.

8 ANALISIS DERET WAKTU

8.1 Pengantar

Untuk dapat meramalkan, memperkirakan atau memprediksi sesuatu (nilai suatu variabel) di masa yang akan datang, perlu adanya data masa lampau. Kualitas dari suatu ramalan, perkiraan atau prediksi sangat berkaitan erat dengan informasi yang dapat diserap dari data masa lampau. Para pelaku ekonomi dan bisnis, terutama pengambil keputusan sangat berkepentingan dengan adanya data masa lampau. Data masa lampau dipelajari, lalu dianalisis, berdasarkan hasil analisis itu, ia memperoleh suatu gambaran mengenai sesuatu (nilai suatu variabel) di masa yang akan datang. Berdasarkan gambaran yang diperoleh ia mengambil keputusan untuk merencanakan suatu kegiatan.

Dalam bab ini akan dibahas mengenai pengertian analisis deret waktu, komponen data deret waktu, tren jangka panjang, tren linear, tren parabolis, dan variasi musim. Tujuan bab ini adalah sebagai berikut: Setelah mahasiswa mempelajari bab ini, mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat memahami dan mengerti tentang analisis data berkala.

8.2 Pengertian Data dan Analisis Deret Waktu

Di bawah ini diberikan tiga contoh data deret waktu, contoh yang pertama (Tabel 8.1) menggambarkan perkembangan nilai ekspor Indonesia periode waktu 2005-2010. Contoh yang kedua (Tabel 8.2) menggambarkan perkembangan jumlah penduduk miskin di Indonesia, periode 2007- 2011. Contoh

yang ketiga (Tabel 8.3), menggambarkan perkembangan utang luar negeri Indonesia periode 2006 -2010.

Tabel 8.1 Nilai Ekspor Indonesia Periode 2005 - 2010 (Juta US \$)

Tahun	Nilai ekspor
2005	85.660,0
2006	100.798,6
2007	114.100,9
2008	137.020,4
2009	116.510,0
2010	157.779,1

Sumber : BPS – Jakarta, 2011

Tabel 8.2 Jumlah Penduduk Miskin di Indonesia Periode 2007- 2011 (juta orang)

Periode	Jumlah Penduduk Miskin
2007	37,17
2008	34,96
2009	32,53
2010	31,02
2011	30,02

Sumber : BPS-Jakarta, 2011

Tabel 8.3 Jumlah Utang Luar Negeri Indonesia Periode 2006 - 2010 (juta US \$)

Periode	Nilai Utang
2006	132.633
2007	141.180
2008	155.080
2009	172. 871
2010	202.413

Sumber : BPS- Jakarta, 2011

Ketiga contoh yaitu data yang disajikan pada Tabel 8.1, Tabel 8.2 dan Tabel 8.3 merupakan contoh data deret waktu, yaitu suatu data yang disusun secara berurutan berdasarkan waktu kejadiannya. Dengan membaca data yang disajikan pada Tabel 8.1, dapat diketahui mengenai perkembangan nilai ekspor Indonesia periode 2005-2010, demikian juga halnya dengan membaca Tabel 8.2, dapat diketahui perkembangan mengenai jumlah penduduk miskin di Indonesia selama periode 2007-2011. Jadi, yang dimaksudkan dengan data deret waktu (*data berkala*) adalah data yang disusun berdasarkan urutan waktu terjadinya dan menggambarkan perkembangan suatu kejadian

atau suatu kegiatan. Data masa lampau itu, dapat saja dicatat secara berturut-turut dalam interval waktu satu tahun, satu semester, satu kwartal, satu triwulan, bulanan, harian dan satuan waktu lainnya. Sedangkan yang dimaksudkan dengan **analisis deret waktu (analisis data berkala)** adalah suatu metode kuantitatif yang mempelajari pola gerakan data masa lampau yang teratur. Jika pola data masa lampau telah diketahui atau ditemukan, maka berdasarkan pola tersebut diharapkan dapat mengadakan peramalan/ taksiran dan perencanaan dimasa yang akan datang.

8.3 Komponen Deret Waktu

Pada umumnya perubahan yang terjadi dalam data statistik dalam sedere-tan waktu tertentu dipengaruhi oleh berbagai faktor. Menurut model klasik va-riabel deret waktu dipengaruhi oleh empat (4) gerakan atau perubahan yang disebut komponen-komponen deret waktu. Keempat komponen deret waktu tersebut menurut Levin (1981) dan Black (2011) adalah (1) Tren sekuler (T), (2) Variasi musim (S), (3) Variasi siklis (C), dan (4) Variasi residu (I). Suatu nilai dari deret waktu, dapat terdiri dari semua atau beberapa komponen saja. Model klasik mengasumsikan bahwa nilai data deret waktu (Y), merupakan gabungan perkalian dari nilai-nilai komponennya. Sehingga bentuk model-nya, dapat dinyatakan sebagai berikut :

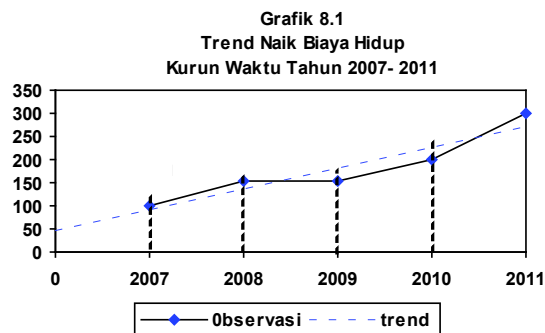
$$Y = T \times S \times C \times I$$

(8.1)

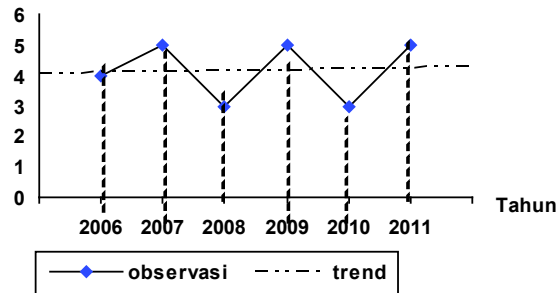
1 Tren sekuler (*Secular Trends*)

Tren sekuler atau tren jangka panjang atau tren saja adalah gerakan naik turun di dalam jangka waktu yang panjang. Menurut geraknya tren sekuler ini, dapat dibedakan atas tiga yaitu: (1) **tren naik**, (2) **tren tetap**, dan (3) **tren turun**

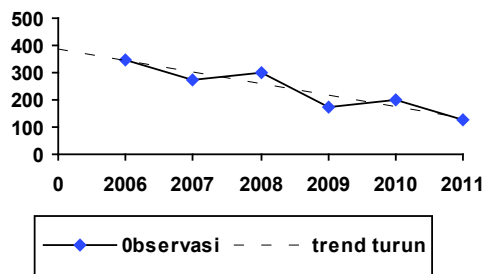
Di bawah ini diberikan contoh gambar garfik tren naik, tren tetap dan tren turun, masing-masing satu contoh yang bersifat hipotetis.



Grafik 8.2
Trend Tetap Daya Tampung PTN
Kurun Waktu Tahun 2006-2011



Grafik 8.3
Trend Turun Dari Luas Lahan
Pertanian Pada Daerah "X"
Kurun waktu 2006 - 2011



Umumnya biaya hidup dari waktu ke waktu cenderung meningkat terus. Perihal ini ditunjukkan oleh Grafik 8.1. Kejadian yang sama berlaku juga untuk usia, bahwa usia seseorang dari tahun ke tahun bertambah terus. Gejala sejenis itu disebut tren naik.

Daya tampung perguruan tinggi negeri dari tahun ke tahun dianggap tetap, yang dikarenakan tidak didirikan perguruan tinggi yang baru. Umumnya jumlah mahasiswa yang diterima dari tahun ke tahun sesuai dengan daya tampungnya. Jadi tetap jumlahnya. Gejala semacam itu disebut tren tetap (lihat Grafik 8.2)

Lahan pertanian diperkotaan bahkan di pedesaan makin hari, dari waktu ke waktu semakin sempit. Hal ini disebabkan oleh banyak lahan pertanian yang telah beralih fungsi. Komplek perumahan didirikan, kawasan industri, sekolah dan fasilitas yang lainnya dibangun di atas tanah yang dulunya merupakan lahan pertanian. Sehingga lahan pertanian semakin hari semakin sempit. Gejala semacam itu disebut tren turun (lihat Grafik 8.3)

2 Variasi Musim (Seasonal Variations)

Variasi musim atau gerak musim adalah gerak naik atau turun secara periodik dalam jangka waktu kurang dari satu tahun. Sebagai contoh misalnya, penjualan telur yang melonjak pada masa bulan puasa, penjualan pakaian

yang melonjak pada hari-hari menjelang hari raya besar dan hari-hari pergantian tahun. Demikian juga halnya dengan produksi di bidang pertanian, pada bulan-bulan tertentu untuk komoditas tertentu produksinya melimpah, dan kejadian seperti itu akan berulang kembali pada bulan-bulan yang sama untuk tahun berikutnya.

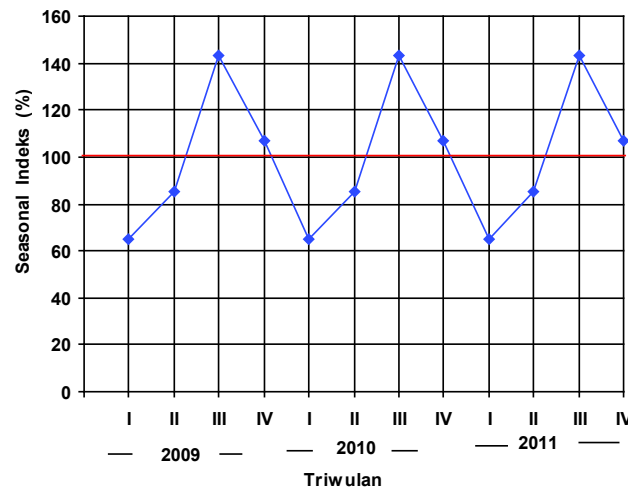
Gerak musim ini biasanya dinyatakan dalam persen (%), oleh sebab itu disebut dengan istilah **seasonal indeks**. Misalkan **seasonal indeks** penjualan suatu komoditas tertentu pada hari raya besar 150%, artinya penjualan komoditas pada hari raya besar tersebut 50% di atas keadaan normal, keadaan normal dinyatakan dengan indeks 100%. Untuk lebih jelasnya mengenai pola gerak musim, di bawah ini dikemukakan sebuah contoh yang bersifat hipotetis sebagai berikut :

Tabel 8.4 Perhitungan Pola Gerak Musim

Triwulan	Penjualan Triwulan			Spesifikasi Gerak Musim (%)			Pola Musim (%)
	2009	2010	2011	2009	2010	2011	
	(a)	(b)	(c)	$d = a : \bar{a}$	$e = b : \bar{b}$	$f = c : \bar{c}$	$g = (d+e+f):3$
I	40	50	50	63	70	63	65
II	60	55	65	94	77	83	85
III	90	105	110	141	147	140	143
IV	65	75	90	102	105	114	107
Rata-rata	63,75	71,25	78,75				100
	\bar{a}	\bar{b}	\bar{c}				$= (\bar{g})$

Jika data pada Tabel 8.4, disajikan dalam bentuk grafik bentuknya sebagai berikut :

Grafik 8.4
Grafik Gerak Musim Tahun 2009 - 2011
(dalam prosen)



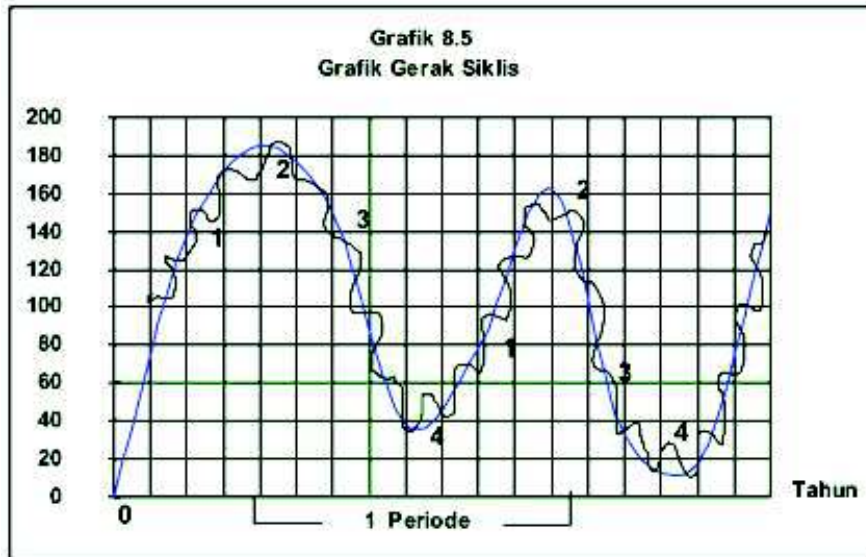
3 Variasi Siklis (*Cyclical Variations*)

Variasi siklis atau gerak siklis adalah gerak naik atau turun secara periodik dalam jangka waktu panjang yaitu 5 tahun, 10 tahun, 20 tahun, 25 tahun atau lebih. Kegiatan ekonomi seperti kegiatan dalam dunia perdagangan kerap kali menunjukkan gerak-gerakan naik-turun secara siklis disekitar kondisinya. *Business Cyclis* adalah sebuah contoh dari gerakan siklis ini.

Periode *business cyclis* dibedakan atas 4 bagian yaitu :

- (1) masa pemulihan (*Revival phase*),
- (2) masa kemakmuran (*Prosperity phase*),
- (3) masa kemunduran / krisis (*Crisis phase*),
- (4) masa kehancuran (*Depression phase*)

Untuk lebih jelasnya keadaan phase-phase tersebut, perhatikan Grafik 8.5.



4 Variasi Residu (*Irregular Variations*)

Variasi residu adalah gerakan yang tidak teratur dan sulit untuk diramalkan, merupakan gerakan yang disebabkan oleh faktor kebetulan. Gerakan semacam ini umumnya timbul sebagai akibat dari bencana alam, kelaparan, kekeringan, peperangan, perubahan politik, pemogokan, dan kejadian lainnya. Gerakan semacam itu dapat mempengaruhi kegiatan ekonomi, seperti: kegiatan perdagangan, produksi, kegiatan investasi dan lain-lain, sehingga menciptakan fluktuasi-fluktuasi yang kadang-kadang terasa sekali tapi kadang-kadang tidak terasa.

8.4 Tren Linear

Garis tren dapat berupa garis lurus (linear), dapat juga berupa bukan garis lurus (tan - linear). Pada bagian ini akan dibahas mengenai tren linear. Sementara tren tan-linear akan dibahas pada bagian lainnya.

8.4.1 Persamaan Tren Linear

Tren linear memiliki persamaan yang secara umum dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Y = a + bX \quad (8.2)$$

- Y = variabel terikat.
 X = variabel bebas (dalam hal ini, x = waktu).
 a = intersep Y, merupakan bilangan konstan.
 b = slope/arah garis tren.

8.4.2 Metode Penentuan Tren Linear

Ada empat cara (metode) yang umum digunakan untuk menyusun atau menentukan tren linear yaitu :

- (1) Metode bebas (*Freehand Method*)
- (2) Metode setengah rata-rata (*Semi Average Method*)
- (3) Metode rata-rata bergerak (*Moving Average Method*)
- (4) Metode kuadrat terkecil (*Least Squares Method*)

8.4.2- 1 Metode Bebas

Metode ini paling sederhana dibandingkan dengan tiga metode lainnya. Untuk menentukan gerak tren dengan cara ini, setelah data hasil obser-vasi dibuat diagram pencarnya dan boleh juga grafiknya, baru kemudian ditarik garis lurus secara bebas melalui diagram pencar. Metode ini menghasilkan tren yang bersifat sangat **subyektif**.

8.4.2- 2 Metode Setengah Rata-rata

Menentukan tren menurut metode ini tahapannya sebagai berikut :

- (1) Bagilah data deret waktu tersebut menjadi dua kelompok yaitu kelompok I dan kelompok II yang memiliki jumlah data yang sama.
 - (a) Bila jumlah (data) tahunnya genap langsung dibagi dua saja. Hasilnya ada dua kemungkinan : (1) dua kelompok data genap, dan (2) dua kelompok data ganjil.
 - (b) Bila jumlah tahunnya ganjil, tahun pertengahan dihilangkan saja atau dimasukkan ke dalam kedua kelompok. Hasilnya ada dua kemungkinan juga yaitu: (1) dua kelompok data genap, dan (2) dua kelompok data ganjil.
- (2) Carilah rata-rata hitung tiap kelompok (\bar{X}_1 dan \bar{X}_2), rata-rata hitung ini disebut setengah rata-rata, dan letakkan pada tahun (waktu) pertengahan tiap kelompok.
- (3) Nilai setengah rata-rata pada masing-masing kelompok dapat dianggap sebagai nilai tren per 30 Juni masing-masing periode dasar (periode dasar = tahun yang memuat nilai setengah rata-rata).

- (4) Carilah perubahan nilai tren (rata-rata pertambahan atau rata-rata penurunan per satuan waktu/tahun) dengan rumus:

$$b = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{n} \quad (8.3)$$

- b = rata-rata perubahan variabel y per satuan waktu (tahun).
(Bila $b > 0$ = pertambahan dan bila $b < 0$ = penurunan).
 n = banyaknya unit tahun antara tahun dasar (periode \bar{X}_1 sampai dengan \bar{X}_2).

- (5) Persamaan garis trennya adalah :

$$Y' = a + bX \quad (8.4)$$

- Y' = nilai tren pada periode tertentu,
 a = nilai tren periode dasar.
 b = rata-rata perubahan nilai tren per satuan waktu (tahun)

Nilai tren pada tahun dasar ($x = 0$), otomatis sama dengan nilai rata-rata tiap kelompok.

Agar lebih jelas perhatikan contoh di bawah ini. Dua contoh pertama yaitu Contoh 8-1 dan Contoh 8-2 adalah contoh dengan jumlah data (tahun) genap.

Contoh 8 - 1

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 8.5,

Tabel 8.5 Banyaknya Wisatawan Mancanegara yang Datang Langsung ke Bali, Tahun 2005 - 2010

Tahun	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Banyak Wisatawan (Juta orang)	1,39	1,26	1,67	2,09	2,39	2,58

Sumber : BPS Provinsi Bali, 2011. Data dibulatkan.

- Tentukan persamaan trennya.
- Berikan interpretasi nilai b yang diperoleh.
- Tentukan nilai tren untuk masing-masing tahun.
- Perkirakan atau ramalkan banyaknya wisatawan mancanegara yang datang langsung ke Bali pada tahun 2012 dan 2013.
- Buatlah grafiknya.

Penyelesaian

(a) Menentukan persamaan tren

Dalam hal ini $n = 6$ (genap) $\rightarrow n/2 = 6/2 = 3 \rightarrow$ dua kelompok data ganjil yang masing terdiri atas 3 buah data.

Tabel 8.5a Perhitungan Tren dengan Metode Semi Rata-rata, Banyaknya Wisman yang Datang Langsung ke Bali Tahun 2005 - 2010

Tahun	Jumlah wisatawan (juta orang)	Rata-rata tiap kelompok / setengah rata-rata (Juta Orang)	Nilai tren (Juta orang)
2005	1,39	$\bar{x}_1 = \frac{4,3}{3} = 1,4$
2006	1,26		1,44
2007	1,67	
2008	2,09	$\bar{x}_2 = \frac{7,6}{3} = 2,3$
2009	2,39		2,35
2010	2,58	

Sumber : Tabel 8.5

Dari Tabel 8.5a dapat diketahui, bahwa:

$a = 1,44$ juta orang (Nilai tren per 30 Juni tahun 2006) atau

$a = 2,35$ juta orang (Nilai tren per 30 Juni tahun 2009)

$$n = 2009 - 2006 = 3$$

Selanjutnya per rumus (8.3) nilai b dihitung dan didapat,

$$b = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{n} = \frac{2,35 - 1,4}{3} = 0,30$$

Jadi, persamaan trennya:

$$(1) Y' = 1,44 + 0,30X \quad (\text{Tahun dasar 2006})$$

atau

$$(2) Y' = 2,35 + 0,30X \quad (\text{Tahun dasar 2009})$$

(b) Interpretasi nilai $b = 0,30$. Nilai b sebesar 0,30 itu berarti bahwa rata-rata peningkatan/pertambahan jumlah wisatawan mancanegara yang datang langsung ke Bali sebanyak 0,30 juta orang (300.000 orang) per tahunnya dalam kurun waktu 2005 – 2010.

(c) Menentukan nilai tren masing-masing tahun

Nilai tren pada masing-masing tahun dapat ditentukan berdasarkan salah satu persamaan tren pada butir (a).

Berikut ini, nilai tren masing-masing tahun akan dihitung berdasarkan persamaan tren dengan tahun dasar 2006

Terlebih dahulu dibuat skala x nya. $X = 0$ diletakan pada tahun dasar (tahun 2006). Skala x yang lainnya, nilai dan letaknya sebagai berikut.

Tahun	2005	'06	'07	'08	'09	'10	'11	'12	'13
X (1 th)	-1	0	1	2	3	4	5	6	7

Berdasarkan persamaan tren pada butir (a) yaitu $Y' = 1,44 + 0,30X$, maka nilai tren masing-masing tahun dapat dihitung sebagai berikut :

Persamaan tren → $Y' = 1,44 + 0,30X$ (tahun dasar 2006)

Untuk tahun 2005 → $Y' = 1,44 + 0,30(-1)$
= 1,14

Untuk tahun 2006 → $Y' = 1,44 + 0,30(0)$
= 1,44

Untuk tahun 2007 → $Y' = 1,44 + 0,30(1)$
= 1,74

Untuk tahun 2008 → $Y' = 1,44 + 0,30(2)$
= 2,04

Untuk tahun 2009 → $Y' = 1,44 + 0,30(3)$
= 2,34

Untuk tahun 2010 → $Y' = 1,44 + 0,30(4)$
= 2,64

Bila nilai-nilai tren ini ditabelkan tampaknya seperti dalam Tabel 8.5b.

Tabel 8.5b Banyaknya Wisatawan Mancanegara yang Datang Langsung ke Bali dan Trennya, 2005 - 2010.

Tahun	Jumlah wisatawan (juta orang)	Nilai tren (juta orang)
2005	1,39	1,14
2006	1,26	1,44
2007	1,67	1,74
2008	2,09	2,04
2009	2,39	2,34
2010	2,58	2,64

(d) Perkiraan banyaknya wisatawan mancanegara yang datang langsung ke Bali pada tahun 2012 dan 2013

Persamaan tren → $Y = 1,44 + 0,30X$ (tahun dasar 2006)

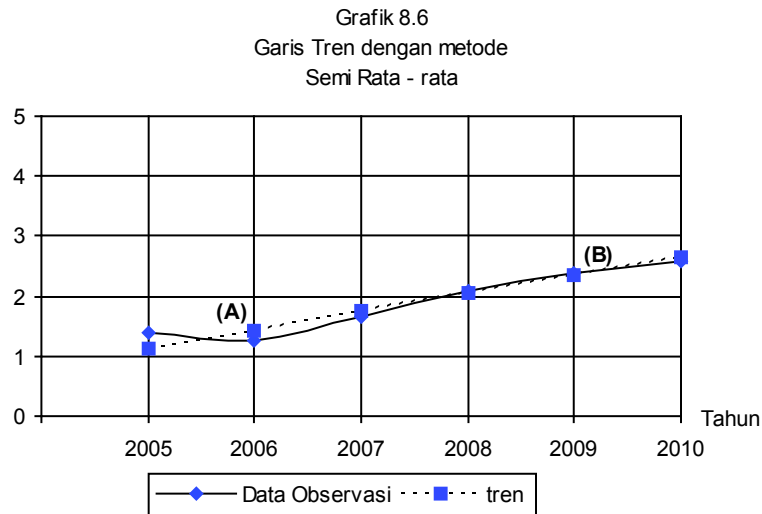
Untuk tahun 2012, $x = 6$ → $Y' = 1,44 + 0,30(6)$
= 3,24

Untuk tahun 2013, $x = 7$ → $Y' = 1,44 + 0,30(7)$
= 3,54

Jadi, banyaknya wisatawan mancanegara yang datang langsung ke Bali pada tahun 2012 dan 2013 berturut-turut diperkirakan atau diramalkan sebanyak 3,24 juta orang dan 3,54 juta orang.

(e) Gambar grafik dari tren linear tersebut

Untuk membuat grafik tren garis lurus dari nilai tren Tabel 8.5b cukup menghubungkan titik A dengan koordinat (2006; 1,44) dan titik B dengan koordinat (2009; 2,34) sebagai berikut :



Contoh 8 - 2

Produksi padi Provinsi Bali (ribu ton) periode 2006 - 2013 disajikan dalam Tabel 8.6.

Tabel 8.6 Produksi Padi Provinsi Bali Tahun 2006-2013

Tahun	Jumlah Produksi (Ribuan Ton)
2006	840,891
2007	839,775
2008	840,465
2009	878,764
2010	869,161
2011	860,260
2012	865,554
2013	882,092

Sumber : BPS Provinsi Bali, 2014

Pertanyaan

- (a) Dengan metode semi rata-rata, tentukanlah persamaannya
 (b) Berikanlah interpretasi nilai b yang diperoleh.
 (c) Taksirlah produksi padi pada tahun 2015 dan 2016.
 (d) Carilah nilai tren untuk masing - masing tahun.

Penyelesaian

Dalam hal ini $n = 8$ (genap) $\rightarrow n/2 = 8/2 = 4 \rightarrow$ dua kelompok data genap yang masing-masing terdiri atas 4 buah data.

Tabel 8.6a Perhitungan Unsur-unsur persamaan Tren Produksi Padi Provinsi Bali Periode 2006 – 2013

Tahun	Jumlah Produksi (Ribuan Ton)	Semi rata-rata (x 1000 ton)	Nilai tren (Ribuan Ton)
2006	840,891	$\bar{x}_1 = \frac{3.399,895}{4} = 849,974$
2007	839,775	
.....		849,974
2008	840,465	
2009	878,764	$\bar{x}_2 = \frac{3.477,067}{4} = 869,267$
2010	869,161	
2011	860,260	
.....		869,267
2012	865,554
2013	882,092	

Dari Tabel 8.6a dapat diketahui bahwa

$$a = 849,974 \text{ atau } a = 869,267$$

$$n = 2011^{1/2} - 2007^{1/2} = 4, \text{ maka}$$

$$b = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{n} = \frac{869,267 - 849,974}{4} = 4,823$$

(a) Persamaan trennya adalah

$$Y' = a + bX$$

$$Y' = 849,974 + 4,823X \text{ (Tahun dasar antara tahun 2007 dan 2008)}$$

Atau

$$Y' = a + bX$$

$$Y' = 869,267 + 4,823X \text{ (Tahun dasar antara tahun 2011 dan 2012)}$$

(b) **Interpretasi nilai b .** Nilai $b = 4,823$ memiliki arti bahwa rata-rata pertambahan produksi padi Provinsi Bali sebesar 4,823 ribu ton **per tahun** selama periode 2006-2013.

(c) Taksiran produksi padi untuk tahun 2014 dan 2015.

Untuk menaksir produksi padi pada tahun 2014 dan 2015, dapat digunakan salah satu persamaan tren di atas. Berikut ini digunakan persamaan tren dengan tahun dasar antara tahun 2011 dan 2012, caranya sebagai berikut.

$X = 0$ diletakkan antara tahun 2011 dan 2012, nilai dan letak skala x yang lainnya, sebagai berikut:

Tahun	2006	'07	'08	'09	'10	'11		'12	'13	'14	'15
X (1 Th)	-11/2	-9/2	-7/2	-5/2	-3/2	-1/2	0	1/2	3/2	5/2	7/2

$$\text{Persamaan tren} \quad Y' = 869,267 + 4,823X$$

$$\begin{aligned} \text{Tren tahun 2014} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(5/2) \\ &= 893,382 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tren tahun 2015} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(7/2) \\ &= 903,028 \end{aligned}$$

Jadi, produksi padi pada tahun 2014 dan 2015 masing-masing ditaksir sebesar 893,382 ribu ton dan 903,028 ribu ton.

(d) Nilai tren pada dari tahun 2006 sampai dengan 2013, dihitung sebagai berikut:

$$\text{Persamaan tren} \quad \rightarrow Y' = 869,267 + 4,823X$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2006} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(-11/2) \\ &= 842,741 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2007} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(-9/2) \\ &= 847,563 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2008} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(-7/2) \\ &= 852,386 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2009} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(-5/2) \\ &= 857,209 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2010} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(-3/2) \\ &= 862,033 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2011} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(-1/2) \\ &= 866,856 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2012} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(1/2) \\ &= 871,678 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai tren tahun 2013} \rightarrow Y' &= 869,267 + 4,823(3/2) \\ &= 878,913 \end{aligned}$$

Dua contoh berikut ini, Contoh 8-3 dan Contoh 8-4 adalah contoh yang jumlah data (tahun)nya **ganjil**.

Contoh 8 - 3

Perkembangan omzet penjualan (miliar rupiah) sebuah supermarket tujuh (7) tahun terakhir disajikan dalam Tabel 8.7.

Tabel 8.7 Omzet Penjualan Supermarket 2009-2015.

Tahun	Omzet Penjualan (Ribu Ton)
2009	200
2010	250
2011	300
2012	375
2013	425
2014	450
2015	520

Sumber : Data hipotetik

Pertanyaan

- Dengan metode semi rata-rata, carilah persamaan trennya
- Berikanlah interpretasi nilai b yang diperoleh.
- Taksirlah omzet penjualan supermarket pada tahun 2016 dan 2017.

Penyelesaian

$n = 7$ (ganjil), oleh karena jumlah data (tahunnya) ganjil maka ada dua cara : (1) data yang terletak di tengah dihilangkan/tidak diikuti dalam analisis, cara ini lebih mudah dikerjakan, dan (2) data yang terletak ditengah dimasukkan/diikutsertakan ke dalam dua kelompok.

Cara 1. Data yang terletak di tengah (yaitu tahun 2012) dihilangkan, jadi data yang tersisa berjumlah $n - 1 = 7 - 1 = 6$. Selanjutnya $(n-1)/2 = 6/2 = 3$. Jadi masing-masing kelompok data terdiri atas 3 buah data.

Tabel 8-7a Perhitungan Unsur-unsur Persamaan Tren

Tahun	Omzet Penjualan (Miliar Rp)	Rata-rata Tiap Kelompok (Miliar Rp)	Tren
2009	200	$\bar{x}_1 = 750/3 = 250$	250
2010	250		
2011	300		
2013	425	$\bar{x}_2 = 1395/3 = 465$	465
2014	450		
2015	520		

Dari Tabel 8-7a dapat diketahui bahwa $a = 250$ atau $a = 465$

$n = 2014 - 2010 = 4$, selanjutnya per rumus (8.3) nilai b dihitung dan didapat,

$$b = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{n} = \frac{465 - 250}{4} = 53,75$$

(a) Persamaan trennya adalah

$$\begin{aligned} Y' &= a + bX \\ &= 250 + 53,75X \quad (\text{Tahun dasar } 2010) \end{aligned}$$

Atau

$$\begin{aligned} Y' &= a + bX \\ &= 465 + 53,75X \quad (\text{Tahun dasar } 2014) \end{aligned}$$

(b) **Interpretasi nilai b .** Nilai $b = 53,75$ memiliki arti bahwa rata-rata kenaikan omzet penjualan supermarket tersebut Rp 53,75 miliar **per tahun** selama periode 2009-2015.

(c) Taksiran omzet penjualan pada tahun 2016 dan 2017.

Untuk menaksir omzet penjualan pada tahun 2016 dan 2017, akan digunakan persamaan tren yang tahun dasarnya 2014. Caranya sebagai berikut:

$x = 0$ diletakkan pada tahun 2014, nilai dan letak skala x yang lainnya, sebagai berikut:

Tahun	'09	'10	'11	'12	'13	'14	'15	'16	'17
X (1 th)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3

Persamaan tren $Y' = 465 + 53,75X$ (tahun dasar 2014)

$$\begin{aligned} \text{Tren tahun 2016} &\rightarrow Y' = 465 + 53,75(2) \\ &= 572,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tren tahun 2017} &\rightarrow Y' = 465 + 53,75(3) \\ &= 626,25 \end{aligned}$$

Jadi, omzet penjualan supermarket pada tahun 2016 dan 2017 masing-masing ditaksir sebesar 572,5 miliar rupiah dan 626,25 miliar rupiah.

Cara 2. Data yang terletak di tengah (yaitu tahun 2012) dimasukkan ke dalam kedua kelompok, dimasukkan dalam kelompok pertama dan dalam kelompok kedua. Jadi jumlah data sekarang adalah $n + 1 = 7 + 1 = 8$. Selanjutnya $(n + 1)/2 = 8/2 = 4$. Jadi masing-masing kelompok data terdiri atas 4 buah data.

Tabel 8-7b Perhitungan Unsur-unsur Persamaan Tren

Tahun	Omzet Penjualan (Miliar Rp)	Rata-rata Tiap Kelompok (Miliar Rp)	Tren
2009 2010	200 250	$\bar{x}_1 = 1125/4 = 250$	281,25
.....			
2011 2012	300 375		
2012 2013	375 425		
.....		$\bar{x}_2 = 1770/4 = 465$	442,5
2014 2015	450 520		

Dari Tabel 8-7b, dapat diketahui bahwa

$$a = 281,25 \text{ atau } a = 442,5$$

$n = 2013^{1/2} - 2010^{1/2} = 3$, selanjutnya per rumus (8.3) nilai b dihitung dan didapat,

$$b = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{n} = \frac{442,5 - 281,25}{3} = 53,74$$

(a) Persamaan trennya adalah

$$Y' = a + bX$$

$$= 281,25 + 53,74X \text{ (Tahun dasar antara 2010 dan 2011)}$$

Atau

$$Y' = a + bX$$

$$= 442,5 + 53,74X \text{ (Tahun dasar antara 2013 dan 2014)}$$

(b) **Interpretasi nilai b.** Nilai $b = 53,74$ memiliki arti bahwa rata-rata kenaikan omzet penjualan supermarket tersebut 53,74 miliar rupiah per tahun selama periode 2009-2015.

(c) Taksiran omzet penjualan pada tahun 2016 dan 2017.

Untuk menaksir omzet penjualan pada tahun 2016 dan 2017, berikut ini akan digunakan persamaan tren dengan tahun dasar antara 2013 dan 2014. Caranya sebagai berikut:

$x = 0$ diletakkan antara tahun 2013 dan 2014, nilai dan letak skala x yang lainnya, sebagai berikut:

Tahun	'09	'10	'11	'12	'13		'14	'15	'16	'17
X (1 Th.)	-11/2	-7/2	-5/2	-3/2	-1/2	0	1/2	3/2	5/2	7/2

$$\text{Persamaan tren} \quad Y' = 442,5 + 53,74X$$

$$\begin{aligned} \text{Tren tahun 2016} \rightarrow Y' &= 442,5 + 53,75(5/2) \\ &= 576,875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tren tahun 2017} \rightarrow Y' &= 442,5 + 53,75(7/2) \\ &= 630,625 \end{aligned}$$

Jadi, omzet penjualan supermarket tersebut pada tahun 2016 dan 2017 masing-masing ditaksir sebesar 576,875 miliar rupiah dan 630,625 miliar rupiah.

8.4.2- 3 Metode Rata-rata Bergerak

Dengan metode ini, pengaruh gerak musim dan faktor-faktor lain dapat dihilangkan sehingga tren dapat dihitung. Dalam metode ini nilai data tahunan (semesteran, bulanan, kuartalan, triwulan) diganti dengan nilai rata-ratanya. Untuk data triwulanan sebaiknya 4 triwulan dipakai sebagai dasar perhitungan tren, dan jika datanya berupa bulanan digunakan dasar 12 bulan sebagai dasar perhitungan tren. Agar lebih jelas perhatikan Contoh 8.4.

Contoh 8 - 4

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 8.8 hitunglah nilai tren rata-rata bergerak dengan dasar 3 tahun.

Penyelesaian

Tabel 8.8 Perhitungan Tren dengan Metode Rata-rata Bergerak dengan Dasar 3 tahun.

Tahun	Jumlah Wisatawan (Juta Orang)	Moving Total Dasar 3 tahun	Nilai tren Rata-rata Bergerak Dasar 3 Tahun
2005	1,39	-	-
2006	1,36	4,42	1,47
2007	1,67	5,12	1,71
2008	2,09	6,15	2,05
2009	2,39	7,06	2,35
2010	2,58	-	-

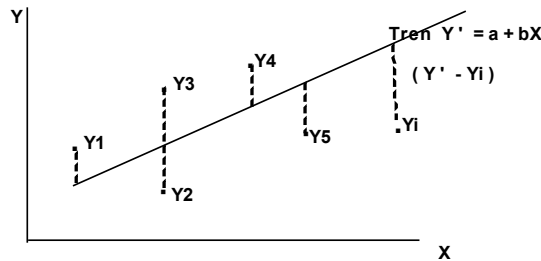
Sumber : Tabel 8.6

Nilai tren untuk tahun 2006, 2007, 2008 dan 2009 tercantum pada kolom terakhir Tabel 8.8.

8.5 Metode Kuadrat Terkecil

Cara yang lebih umum dan lebih baik untuk menentukan garis tren dibandingkan dengan cara lainnya adalah cara kuadrat terkecil (metode *Least Squares*). Prinsip dari cara kuadrat terkecil yaitu meminimumkan jumlah kuadrat penyimpangan (selisih) nilai variabel bebasnya (Y_i) dengan nilai tren / nilai ramalannya (Y'_i), yaitu $\sum (Y_i - Y'_i)^2 = \sum e^2$. Selisih/beda nilai Y_i dan Y'_i yaitu $(Y_i - Y'_i)$ disebut penyimpangan atau *error* atau residual.

Gambar 8.1
Penyimpangan Masing - masing
Data Terhadap Nilai Tren



Dengan bantuan kalkulus yaitu derivasi parsial (disini tidak diuraikan), $\sum (y_i - y')^2$ diminimumkan, akan diperoleh dua buah persamaan normal sebagai berikut:

$$\sum Y_i = na + b \sum X_i \quad (8.5)$$

$$\sum X_i = a \sum X_i + b \sum X_i^2 \quad (8.6)$$

dengan menyelesaikan kedua persamaan normal ini secara simultan, nilai a dan b dari persamaan tren $Y' = a + bX$ dapat dihitung. Agar perhitungan menjadi lebih sederhana pemberian kode pada nilai x (tahun) diupayakan sedemikian rupa sehingga $\sum X_i = 0$,

Dengan cara demikian persamaan normal (8.5) dan (8.6) menjadi lebih sederhana sebagai berikut:

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} = \bar{Y} \quad (8.7)$$

$$b = \frac{\sum x_i Y_i}{\sum x_i^2} \quad (8.8)$$

n = banyaknya pasangan data

Setelah nilai a dan b dihitung dengan rumus (8.7) dan (8.8), selanjutnya dengan memasukkan nilai a dan b ke dalam persamaan (8.2) maka persamaan tren linearnya dapat disusun sebagai berikut:

$$Y' = a + bX$$

Y' = nilai taksiran atau nilai tren

a = intersep, yaitu besarnya nilai Y , bila nilai $X = 0$

b = slope garis tren, yaitu perubahan variabel Y untuk setiap perubahan satu unit variabel X

X = periode waktu

Untuk me-*ngenol*-kan nilai $\sum X_i$ yaitu $\sum X_i = 0$, tergantung dari jumlah data tahunnya yaitu **genap** atau **ganjil**, caranya sebagai berikut (Levin, 1981):

- (1) Bila jumlah **data tahun** tidak habis dibagi dua yaitu ganjil, dipakai skala $x = 1$ tahun. Tahun dasar diletakkan pada tahun yang ditengah, misalnya sebagai berikut:

2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Tahun
-3	-2	-1	0	1	2	3	skala x

- (2) Bila jumlah **data tahun** habis dibagi dua yaitu genap, dipakai skala $x = 1/2$ tahun. Tahun dasar diletakkan pada pertengahan tahun, misalnya sebagai berikut:

2007	2008	2009		2010	2011	2012	Tahun
-5	-3	-1	0	1	3	5	Skala x

Agar lebih jelas, dua contoh berikut yaitu satu contoh dengan jumlah pasangan data genap dan satunya lagi dengan jumlah pasangan data ganjil.

Contoh 8 - 5

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 8.5.

- Coba saudara susun persamaan trennya menurut metode kuadrat terkecil.
- Berikan interpretasi terhadap slope garis tren.
- Hitunglah nilai tren untuk masing-masing tahun.
- Proyeksikan/taksirlah banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada tahun 2013.

Penyelesaian

- (a) Menentukan persamaan tren

Jumlah datanya (tahun) genap yaitu $n = 6$, maka tahun dasar diletakkan antara tahun 2007 dan 2008, sebagai berikut:

Tabel 8.9 Perhitungan Unsur-unsur Persamaan Tren

Tahun	Banyaknya Wisatawan (Y_i) (juta orang)	X_i	X_i^2	$X_i Y_i$
2005	1,39	- 5	+ 25	- 6,95
2006	1,26	- 3	+ 9	- 3,78
2007	1,67	- 1	+ 1	- 1,67
	0		
2008	2,09	+ 1	1	2,09
2009	2,39	+ 3	9	7,17
2010	2,58	+ 5	25	12,90
Total	11,38		70	9,76

Sumber : Tabel 8.5

Dari Tabel 8.9, dapat diketahui $\sum Y_i = 11,38$ $\sum X_i Y_i = 9,76$
 $\sum X_i^2 = 70$, $n = 6$

Per rumus (8.7) dan (8.8) dapat dihitung a dan b,

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{11,38}{6} = 1,89$$

$$b = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} = \frac{9,76}{70} = 0,14$$

Jadi, persamaan garis trennya

$$Y' = a + bX = 1,89 + 0,14X$$

Titik asal antara tahun 2007 dan 2008, satuan $X = 0,5$ tahun, Y = banyaknya wisatawan setiap tahun (juta orang).

(b) Interpretasi nilai slope garis tren. $b = 0,14$ artinya bahwa banyaknya wisatawan yang langsung datang ke bali meningkat rata-rata sebanyak 0,14 juta orang per setengah tahun atau 0,28 juta orang (=280.000 orang) per tahun selama periode 2005-2010.

(c) Menghitung nilai tren tahun lainnya

Nilai tren untuk

Tahun 2005 (nilai $X = -5$) ; $Y' = 1,89 + 0,14 (-5) = 1,19$

Tahun 2006 (nilai $X = -3$) ; $Y' = 1,89 + 0,14 (-3) = 1,47$

Tahun 2007 (nilai $X = -1$) ; $Y' = 1,89 + 0,14 (-1) = 1,75$

Tahun 2008 (nilai $X = +1$) ; $Y' = 1,89 + 0,14 (+1) = 2,03$

Tahun 2009 (nilai $X = +3$) ; $Y' = 1,89 + 0,14 (+3) = 2,31$

Tahun 2010 (nilai $X = +5$) ; $Y' = 1,89 + 0,14 (+5) = 2,59$

(d) Menghitung taksiran banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada tahun 2013.

Berdasarkan persamaan tren ($Y' = 1,93 + 0,14X$) dapat di proyeksikan atau ditaksir banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada tahun 2013, sebagai berikut :

Untuk tahun 2013 maka $x = 11$, dengan demikian nilai trennya dihitung sebesar:

$$\begin{aligned} Y' &= 1,89 + 0,14X \\ &= 1,89 + 0,14 (11) \\ &= 3,43 \end{aligned}$$

Jadi, banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada

Contoh 8 - 6

Banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali (juta orang) selama kurun waktu 2006-2010, dalam juta orang, disajikan pada Tabel 8.10.

Tabel 8.10 Banyaknya Wisatawan Asing yang Langsung Datang ke Bali Periode 2006 - 2010

Tahun	Banyak wisatawan (Juta orang)
2006	1,26
2007	1,67
2008	2,09
2009	2,39
2010	2,58

Sumber : BPS Provinsi Bali, 2011

Berdasarkan data pada Tabel 8.10,

- Dengan metode kuadrat terkecil, coba saudara tentukan persamaan trennya.
- Berikan interpretasi terhadap slope garis tren.
- Coba saudara cari nilai tren untuk masing-masing tahun.
- Coba saudara taksir banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada tahun 2013.
- Buat grafiknya.

Penyelesaian

- Menentukan persamaan tren

Banyak pasangan datanya ganjil, $n = 5$, maka letak tahun dasar, persis pada tahun yang terletak di tengah, yaitu pada tahun 2008.

Tabel 8.10a Perhitungan Tren Banyaknya Wisatawan Asing yang Langsung Datang ke Bali Selama 2006 – 2010: Metode Kuadrat Terkecil (Jumlah tahun ganjil).

Tahun	Banyaknya Wisatawan (Y_i) (Juta Orang)	X_i	X_i^2	$X_i Y_i$
2006	1,26	- 2	4	-2,52
2007	1,67	- 1	1	- 1,67
2008	2,09	0	0	0
2009	2,39	+ 1	1	+ 2,39
2010	2,58	+ 2	4	+ 5,16
Total	9,99		10	3,36

Sumber : Tabel 8.11

Dari Tabel 8.10a, dapat diketahui

$$\sum Y_i = 9,99 \quad \sum X_i Y_i = 3,36 \quad \sum X_i^2 = 10, \quad n = 5$$

Maka per rumus (8.6) dan (8.7) dapat dihitung a dan b,

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{9,9}{5} = 1,99$$

$$b = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} = \frac{3,36}{10} = 0,34$$

Jadi, persamaan garis trennya $Y' = a + bX$

$$Y' = 1,99 + 0,34X$$

Titik asal tahun 2008, satuan $X = 1$ tahun, $Y =$ banyaknya wisatawan setiap tahun (dalam juta orang)

- (b) Interpretasi terhadap slope garis tren. $b = 0,34$ artinya bahwa banyaknya wisatawan yang datang langsung ke Bali meningkat rata-rata sebanyak 0,34 juta orang per tahun selama periode 2006-2010.

- (c) Nilai Tren untuk masing-masing tahun

Nilai tren untuk masing-masing tahun dapat dihitung dengan jalan mengganti nilai X , sesuai dengan tahun yang bersangkutan, sebagai berikut:

$$\text{Persamaan tren} \quad Y' = 1,99 + 0,34X$$

$$\text{Tren untuk tahun 2006:} \quad Y' = 1,99 + 0,34(-2) = 1,31$$

$$\text{Tren untuk tahun 2007:} \quad Y' = 1,99 + 0,34(-1) = 1,65$$

$$\text{Tren untuk tahun 2008:} \quad Y' = 1,99 + 0,34(0) = 1,99$$

$$\text{Tren untuk tahun 2009:} \quad Y' = 1,99 + 0,34(+1) = 2,33$$

$$\text{Tren untuk tahun 2010:} \quad Y' = 1,99 + 0,34(+2) = 2,67$$

Bila nilai tren-nilai tren ini dimasukkan ke dalam tabel, maka diperoleh tabel selengkapnya sebagai berikut:

Tabel 8.10b Tren Banyaknya Wisatawan Asing yang Langsung Datang ke Bali Periode 2006-2011 (Juta Orang)

Tahun	Banyaknya Wisatawan (Y_i)	Tren (Y'_i)
2006	1,26	1,31
2007	1,67	1,65
2008	2,09	1,99
2009	2,39	2,33
2010	2,58	2,67

- (d) Menghitung taksiran banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada tahun 2013

Dari persamaan tren $Y' = 1,99 + 0,34X$ dapat diproyeksikan atau ditaksir jumlah wisatawan asing yang langsung ke Bali pada tahun 2013 ($X = 6$) Dengan demikian nilai trennya dihitung sebagai berikut:

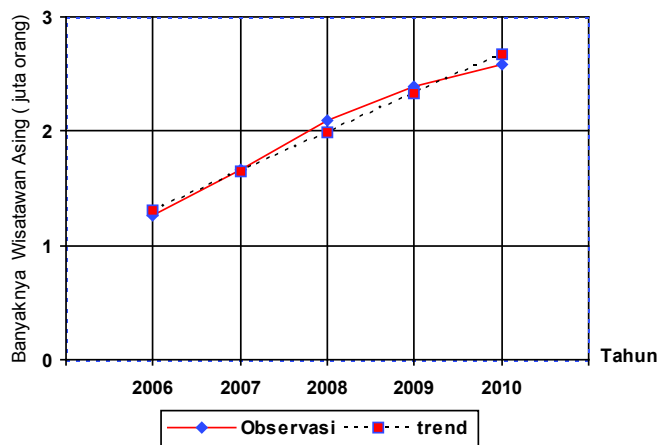
$$\begin{aligned} Y' &= 1,99 + 0,34(6) \\ &= 4,04 \end{aligned}$$

Jadi, banyaknya wisatawan asing yang langsung datang ke Bali pada tahun 2013 ditaksir sebanyak 4,04 juta orang.

- (e) Gambar grafiknya

Jika data pada Tabel 8.10b dibuat grafiknya, bentuknya sebagai berikut:

Grafik 8.7
Trend Banyaknya Wisatawan
Asing ke Bali Periode 2006- 2010



8.6 Tren Tan – Linear

Termasuk tren tan-linear antara lain (1) Tren Parabola, (2) Tren Eksponensial, dan (3) Tren Kubik

8.6.1 Tren Parabola

Bentuk tren parabola adalah

$$Y' = a + bX + cX^2 \quad (8.9)$$

a adalah bilangan konstan, b dan c adalah angka koefisien

y' = variabel terikat / variabel yang ditaksir

x = variabel bebas yaitu waktu.

Dengan metode kuadrat terkecil (*Least square method*) persamaan tren tersebut dapat dicari dengan terlebih dahulu menghitung nilai a, b dan c yaitu dengan cara menyelesaikan secara simultan (ketiga) persamaan normal berikut:

$$\sum Y_i = na + b\sum X_i + c\sum X_i^2 \quad (8.10)$$

$$\sum X_i Y_i = a\sum X_i + b\sum X_i^2 + c\sum X_i^3 \quad (8.11)$$

$$\sum X_i^2 Y_i = a\sum X_i^2 + b\sum X_i^3 + c\sum X_i^4 \quad (8.12)$$

Perhitungan akan menjadi lebih mudah jika pemberian kode pada nilai X_i sedemikian rupa sehingga $\sum X_i = 0$, maka $\sum X_i^3$ juga nol ($\sum X_i^3 = 0$), dan persamaan (8.10), (8.11) dan (8.12) menjadi lebih sederhana sebagai berikut:

$$\sum Y_i = na + c\sum X_i^2 \quad (8.13)$$

$$\sum X_i Y_i = b\sum X_i^2 \quad (8.14)$$

$$\sum X_i^2 Y_i = a\sum X_i^2 + c\sum X_i^4 \quad (8.15)$$

Untuk lebih jelasnya, berikut ini diberikan sebuah contoh mengenai cara menentukan tren parabola

Contoh 8 - 7

Hasil penjualan komoditas "A" Toko Makmur Perkasa - Jakarta, periode 2005- 2010, disajikan dalam Tabel 8.11.

Tabel 8.11 Hasil Penjualan Komoditas Toko Makmur Perkasa, Jakarta Periode 2005- 2010

Tahun	Hasil Penjualan (Ton)
2005	41
2006	25
2007	12
2008	3
2009	60
2010	85
2011	110

Sumber : Data hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 8.11.

- (a) Dengan metode kuadrat terkecil, tentukanlah persamaan tren parabolisnya.
 (b) Hitunglah nilai tren untuk masing-masing tahun.
 (c) Taksirlah hasil penjualan toko tersebut pada tahun 2013 dan 2014.

Penyelesaian

- (a) Menentukan persamaan *tren*.

Tabel 8.11a Perhitungan Unsur-unsur Persamaan Tren Parabolis

Tahun	Hasil Penjualan (Y_i)	X_i	$X_i Y_i$	X_i^2	$X_i^2 Y_i$	X_i^4
2005	41	- 3	- 123	9	369	81
2006	25	- 2	- 50	4	100	16
2007	12	- 1	- 12	1	12	1
2008	3	0	0	0	0	0
2009	60	+1	60	1	60	1
2010	85	+ 2	170	4	340	16
2011	110	+ 3	330	9	990	81
Total	336	0	375	28	1871	196

Dari Tabel 8.11a, dapat diketahui bahwa,

$$\sum Y_i = 336, n = 7, \sum X_i Y_i = 375, \sum X_i^2 = 28, \sum X_i^2 Y_i = 1871 \text{ dan } \sum X_i^4 = 196$$

Per rumus (8.14), (8.13) dan (8.15), nilai b, a dan c berturut-turut dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum X_i Y_i &= b \sum X_i^2 & (1) \\ 375 &= b \cdot 28 \\ b &= 13,39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum Y_i &= na + c \sum X_i^2 \\ 336 &= 7a + c 28\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\sum X_i^2 Y_i &= a \sum X_i^2 + c \sum X_i^4 \\ 1871 &= 28a + c 196\end{aligned}\quad (3)$$

$$\hline (-)$$

$$-527 = 0 - 84c$$

$$c = \frac{527}{84} = 6,27\quad (4)$$

Dari (3) dan (4) didapat nilai a sebagai berikut:

$$\begin{aligned}336 &= 7a + 28c \\ 336 &= 7a + 28(6,27) \\ 336 &= 7a + 175,56 \rightarrow a = 22,92\end{aligned}$$

Jadi, persamaan trennya

$$\begin{aligned}Y' &= a + bX + cX^2 \\ Y' &= 22,92 + 13,39X + 6,27X^2\end{aligned}$$

(Titik asal tahun 2008; satuan $X = 1$ tahun, $Y =$ hasil penjualan komoditas A dalam ton)

(b) Menghitung nilai tren masing-masing tahun

Nilai tren tahun 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, dan 2011 dengan tahun dasar 2008, berturut-turut dapat dihitung sebagai berikut :

Persamaan tren	$Y' = 22,92 + 13,39X + 6,27X^2$
Nilai tren tahun 2005	$Y' = 22,92 + 13,39(-3) + 6,27(-3)^2$ $= 39,18$
Nilai tren tahun 2006	$Y' = 22,92 + 13,39(-2) + 6,27(-2)^2$ $= 21,22$
Nilai tren tahun 2007	$Y' = 22,92 + 13,39(-1) + 6,27(-1)^2$ $= 15,80$
Nilai tren tahun 2008	$Y' = 22,92 + 13,39(0) + 6,27(0)^2$ $= 22,92$
Nilai tren tahun 2009	$Y' = 22,92 + 13,39(1) + 6,27(1)^2$ $= 42,58$
Nilai tren tahun 2010	$Y' = 22,92 + 13,39(2) + 6,27(2)^2$ $= 74,78$
Nilai tren tahun 2011	$Y' = 22,92 + 13,39(3) + 6,27(3)^2$ $= 119,52$

(c) Menghitung taksiran banyaknya hasil penjualan komoditas "A" dari toko Makmur Perkasa pada tahun 2013 dan 2014

Untuk tahun 2013 $\rightarrow X = 5$, maka,

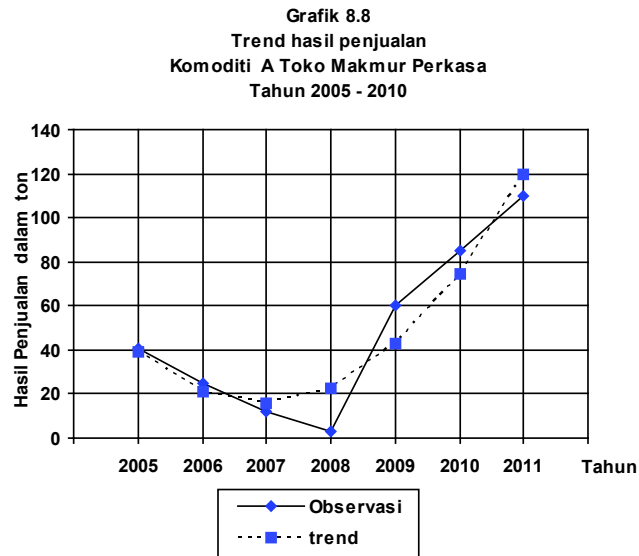
$$\begin{aligned}Y' &= 22,92 + 13,39X + 6,27X^2 \\ &= 22,92 + 13,39(5) + 6,27(5)^2 \\ &= 246,62\end{aligned}$$

Untuk tahun 2014 $\rightarrow X = 6$, maka,

$$\begin{aligned} Y' &= 22,92 + 13,39X + 6,27X^2 \\ &= 22,92 + 13,39(6) + 6,27(6)^2 \\ &= 326,64 \end{aligned}$$

Jadi, hasil penjualan komoditas A Toko Makmur Perkasa tersebut pada tahun 2013 dan 2014 masing-masing ditaksir sebanyak 246,62 ton dan 326,64 ton

(d) Gambar Grafik



8.6.2 Tren Eksponensial

Bila tingkat perubahan per periode dari suatu variabel hampir tetap, untuk menentukan persamaan dan nilai tren akan lebih tepat dipakai tren eksponensial. Tren eksponensial dapat mengambil salah satu bentuk persamaan di bawah ini

$$1 \ Y = ab^x$$

$$2 \ Y = k + ab^x$$

$$3 \ Y = k \cdot a^{b^x} \text{ (Persamaan Gompertz)}$$

$$4 \ y = \frac{k}{1 + 10^{a+bx}} \text{ (Persamaan Pearl - Red)}$$

Berikut ini akan diuraikan tren eksponen,

Tren Eksponen

$$Y = ab^x$$

(8.16)

Persamaan (8.16), dalam bentuk logaritma menjadi,

$$\text{Log } Y = \log a + X \log b \quad (8.17)$$

Dengan meminimumkan $\sum(Y_i - Y)^2$ melalui metode kuadrat terkecil didapat dua persamaan normal sebagai berikut :

$$\sum \log Y_i = n \log a + (\log b) \sum X_i \quad (8.18)$$

$$\sum (X_i \log Y_i) = (\log a) \sum X_i + (\log b) \sum X_i^2 \quad (8.19)$$

Dengan mengeskan $\sum X_i$, kedua persamaan normal tersebut menjadi dua persamaan yang lebih sederhana yaitu:

$$\log a = \frac{\sum \log Y_i}{n} \quad (8.20)$$

$$\log b = \frac{\sum X_i \log Y_i}{\sum X_i^2} \quad (8.21)$$

Untuk lebih jelasnya, bagaimana menentukan persamaan dan nilai tren dari tren eksponensial $Y = ab^x$, di bawah ini diberikan sebuah contoh sebagai berikut:

Contoh 8 - 8

Dalam kurun waktu 11 tahun terakhir yaitu dari tahun 2001 - 2011, perkembangan konsumsi premium masyarakat umum di sebuah kota disajikan pada Tabel 8.12.

Tabel 8.12 Perkembangan Banyaknya Konsumsi Premium Masyarakat Umum di Sebuah Kota, 2001 - 2011.

Tahun	Banyaknya Konsumsi Premium (ribu galon)
2001	5
2002	8
2003	12
2004	19
2005	27
2006	40
2007	59
2008	92
2009	138
2010	205
2011	310

Sumber : Data hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 8.12,

- Buatlah persamaan trennya dengan menganggap distribusi data observasi mengikuti tren eksponensial.
- Tentukanlah nilai tren untuk masing-masing tahun.
- Taksirlah banyaknya konsumsi premium masyarakat umum di kota tersebut pada tahun 2013 dan 2014.

Penyelesaian

- Menentukan persamaan tren

Tabel 8.12a Cara Menentukan Persamaan Tren Konsumsi Premium Masyarakat Umum di Kota yang Dimaksud, 2001-2011

Tahun	Banyak Konsumsi Premium (Y_i)	skala X_i	X_i^2	$\log Y_i$	$X_i \log Y_i$
2001	5	- 5	25	0,6989	- 3,4945
2002	8	- 4	16	0,9031	- 3,6124
2003	12	- 3	9	1,0792	- 3,2376
2004	19	- 2	4	1,2787	- 2,5574
2005	27	- 1	1	1,4314	- 1,4314
2006	40	0	0	1,6021	0
2007	59	+ 1	1	1,7708	1,7708
2008	92	+ 2	4	1,9638	3,9276
2009	138	+ 3	9	2,1399	6,4197
2010	205	+ 4	16	2,3117	9,2468
2011	310	+ 5	25	2,4914	12,4570
Total	915	0	110	17,6710	19,4886

Dari Tabel 8.12a, dapat diketahui bahwa $\sum Y_i = 915$, $\sum X_i^2 = 110$, $\sum \log Y_i = 17,6710$, $\sum X_i(\log Y_i) = 19,4886$, dan $n = 11$

Per rumus (8.20) dan (8.21) nilai a dan b dihitung sebagai berikut:

$$\log a = \frac{\sum \log Y_i}{n} = \frac{17,6710}{11} = 1,6064 \rightarrow a = 40,40$$

$$\log b = \frac{\sum X_i \cdot \log Y_i}{\sum X_i^2} = \frac{19,4886}{110} = 0,1772 \rightarrow b = 1,50$$

Jadi, tren eksponensialnya

$$Y = ab^x$$

$$Y = 40,40 (1,50)^x$$

- Menentukan nilai tren masing-masing tahun.
Dengan memasukkan skala X, untuk masing-masing tahun ke dalam persamaan trennya, akan diperoleh nilai trennya.

Persamaan tren	$Y = 40,40 (1,50)^X$
Nilai tren tahun 2001,	$Y' = 40,40 (1,50)^{-5} = 5,32$
Nilai tren tahun 2002,	$Y' = 40,40 (1,50)^{-4} = 7,98$
Nilai tren tahun 2003,	$Y' = 40,40 (1,50)^{-3} = 11,97$
Nilai tren tahun 2004,	$Y' = 40,40 (1,50)^{-2} = 17,95$
Nilai tren tahun 2005,	$Y' = 40,40 (1,50)^{-1} = 26,93$
Nilai tren tahun 2006,	$Y' = 40,40 (1,50)^0 = 40,40$
Nilai tren tahun 2007,	$Y' = 40,40 (1,50)^1 = 60,60$
Nilai tren tahun 2008,	$Y' = 40,40 (1,50)^2 = 90,90$
Nilai tren tahun 2009,	$Y' = 40,40 (1,50)^3 = 136,35$
Nilai tren tahun 2010,	$Y' = 40,40 (1,50)^4 = 204,53$
Nilai tren tahun 2011,	$Y' = 40,40 (1,50)^5 = 307,79$

- (c) Menghitung taksiran konsumsi premium masyarakat umum di kota tersebut pada tahun 2013 dan 2014

Untuk tahun 2013, nilai $X = 7$, maka
 $Y' = 40,40 (1,50)^7 = 690,27$.

Untuk tahun 2014, nilai $X = 8$, maka
 $Y' = 40,40 (1,50)^8 = 1035,41$.

Jadi, konsumsi premium masyarakat umum di kota tersebut pada tahun 2013 dan 2014 masing-masing ditaksir sebanyak 690,27 ribu galon dan 1035,41 ribu galon.

8.7 Pedoman Memilih Tren

Untuk memperoleh hasil taksiran atau ramalan yang baik dari serangkaian data deret waktu dimasa yang akan datang, disamping diperhatikan kualitas data masa lampau, yang juga perlu diperhatikan adalah tren yang dipilih guna melakukan ramalan tersebut. Apakah bentuk tren yang dipilih tersebut, sudah tepat atau cocok untuk menggambarkan gerakan deret waktu tertentu tersebut?

Metode kuadrat terkecil (*Least squares method*) akan menghasilkan tren yang paling cocok dibandingkan dengan metode-metode lainnya. Untuk serangkaian data deret waktu tertentu, tren linear dan tren non linear (parabolis, kubik, eksponensial) akan memberikan jumlah kuadrat penyimpangan nilai pengamatan dengan nilai tren yaitu $\sum(Y_i - Y')^2$ yang berbeda. Tren yang paling cocok atau tepat untuk serangkaian data deret waktu tertentu adalah tren yang memberikan nilai $\sum(Y_i - Y')^2$ terkecil. Misalkan, serangkaian data deret waktu dengan metode kuadrat terkecil, persamaan trennya didekati berturut-turut dengan tren linear, tren parabolis, eksponensial dan kubik. Misalkan pula, nilai $\sum(Y_i - Y')^2$ dari tren linear sama dengan 200, nilai $\sum(Y_i - Y')^2$ dari tren parabolis sama dengan 150 dan nilai $\sum(Y_i - Y')^2$ dari tren eksponensial sama dengan 40, dan nilai $\sum(Y_i - Y')^2$ dari tren kubik sama dengan 50 Maka tren yang paling cocok atau tepat untuk dipilih untuk menggambarkan gerak data deret waktu tersebut adalah tren eksponensial.

Dengan cara lain yaitu secara kasar, akan tetapi memberikan hasil tidak sebaik metode kuadrat terkecil, yaitu dengan membuat diagram pencarnya (*scatter diagram*), jika titik-titik nampak disekitar garis lurus, tren linear dapat digunakan. Jika tidak, tren tan-linear dapat digunakan. Mungkin tren parabolis, kubik atau tren eksponensial.

8.8 Variasi Musim

Variasi musim merupakan salah satu dari empat komponen deret waktu, yang berupa gerakan berulang naik dan turun dalam jangka waktu kurang dari satu tahun. Variasi musim dari serangkaian deret waktu diukur setelah pengaruh tren, variasi siklis dan variasi residu dihilangkan. Serangkaian deret waktu dapat mempunyai variasi musim atau tidak. Ukuran dari variasi musim disebut **indeks musim**. Indeks musim ini menyatakan tingkat penyimpangan data secara individual terhadap nilai rata-ratanya (nilai normal).

Untuk mengetahui ada tidaknya variasi musim dalam serangkaian deret waktu, secara sederhana (kasar) dapat dilihat dari ada tidaknya perbedaan (variasi) nilai individual (asli) dengan nilai rata-rata untuk tiap tahun dalam jangka waktu lebih dari satu tahun. Penggunaan tabel atau grafik sangat membantu untuk melihat ada tidaknya variasi musim dalam serangkaian deret waktu.

Contoh 8 - 9

Hasil penjualan triwulanan PT. Raja Makmur yang memproduksi kain endek di Kota Gianyar, Bali kurun waktu 2008 - 2011, seperti terlihat dalam Tabel 8.18.

Tabel 8.13 Hasil Penjualan Kain Endek PT. Raja Makmur untuk Setiap Triwulan Tahun 2008 - 2011 (Ribu Lembar)

Tahun	Triwulan			
	I	II	III	IV
2008	2	4	3	5
2009	5	4	6	3
2010	4	7	7	8
2011	7	8	6	9

Sumber : Data hipotetis

Untuk melihat ada tidaknya variasi musim (triwulan) penjualan kain endek PT.Raja Makmur tersebut, perlu dibuat tabel perhitungan sebagai berikut:

Tabel 8.13a Perhitungan Penjualan Rata-rata Triwulan per Tahun

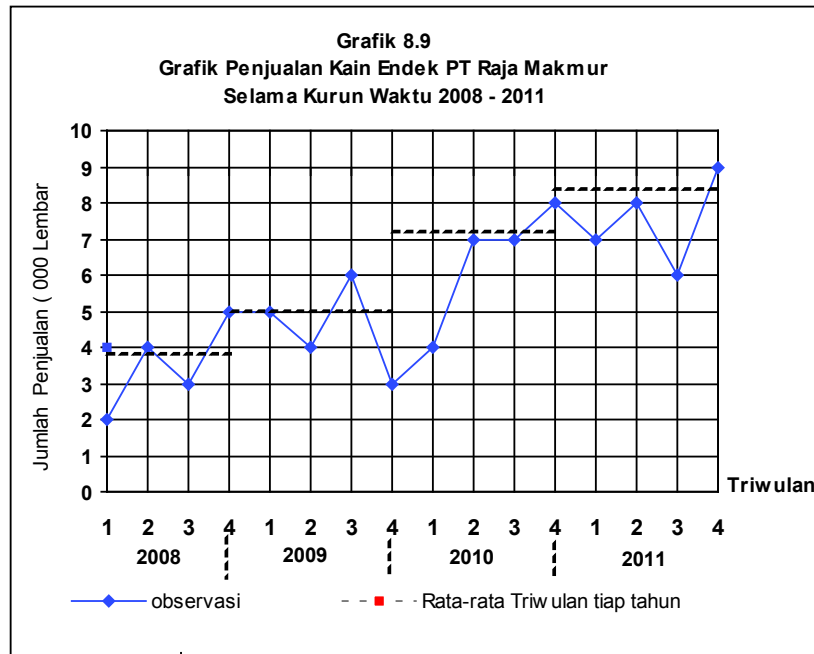
Tahun	Hasil penjualan per triwulan (Ribuan lembar)				Total Penjualan setahun	Rata-rata Penjualan Triwulan tiap tahun
	I	II	III	IV		
2008	2	4	3	5	14	3,5
2009	5	4	6	3	18	4,5
2010	4	7	7	8	26	6,5
2011	7	8	6	9	30	7,5

Dari hasil perhitungan pada Tabel 8.13a, dapat dijelaskan perihal berikut :

1. Lihat baris pertama. Pada tahun 2008, jumlah penjualan kain endek PT. Raja Makmur tersebut sebanyak dua kali di atas rata-ratanya yaitu penjualan pada triwulan II ($4 > 3,5$) dan triwulan IV ($5 > 3,5$) Sebanyak dua kali di bawah rata-ratanya yaitu penjualan pada triwulan I ($2 < 3,5$) dan triwulan III ($3 < 3,5$).
2. Lihat baris kedua. Pada tahun 2009, jumlah penjualan kain endek PT. Raja Makmur tersebut sebanyak dua kali di atas rata-ratanya yaitu penjualan pada triwulan I ($5 > 4,5$) dan triwulan III ($6 > 4,5$). Sebanyak dua kali di bawah rata-ratanya yaitu pada triwulan II ($4 < 4,5$) dan triwulan IV ($3 < 4,5$).
3. Lihat baris ketiga. Pada tahun 2010, jumlah penjualan kain endek PT Raja Makmur tersebut sebanyak tiga kali di atas rata-ratanya, yaitu penjualan pada triwulan II, III dan IV ($7 > 6,5$; $7 > 6,5$ dan $8 > 6,5$). Sekali di bawah rata-ratanya yaitu penjualan pada triwulan I ($4 < 6,5$).
4. Lihat baris keempat. Pada tahun 2011, jumlah penjualan kain endek PT. Raja Makmur tersebut sebanyak dua kali di atas rata-ratanya, yaitu pada triwulan II dan IV. Dua kali pula, di bawah rata-ratanya yaitu penjualan pada triwulan I dan III.

Dengan demikian, secara kasar (sangat sederhana) dapat disimpulkan bahwa jumlah penjualan kain endek PT. Raja Makmur selama 4 tahun yaitu dari 2008 sampai dengan 2011 dipengaruhi oleh variasi musim. Atau dengan kata lain memang ada variasi musim dalam penjualan kain endek tersebut.

Adanya variasi musim dalam penjualan kain endek PT. Raja Makmur selama 4 tahun tersebut, akan lebih jelas bila data tersebut dibuat grafiknya.



Bila diinginkan hasil yang lebih baik, dalam melihat ada tidaknya variasi musim, perlu dipertimbangkan variasi waktu/hari kerja. Dapat saja, jumlah penjualan pada triwulan yang satu lebih tinggi dari penjualan pada triwulan yang lainnya, yang disebabkan oleh hari kerja yang lebih panjang.

Bila digunakan data asli (data pengamatan) semacam itu, maka akan diperoleh fluktuasi penjualan yang mengandung fluktuasi waktu. Agar pengaruh fluktuasi waktu hilang, maka data asli semacam itu perlu disesuaikan. Caranya? Data asli tersebut dikalikan dengan suatu indeks yang dinamakan *indeks penyesuaian waktu*.

8.9 Metode Perhitungan Indeks Musim

Untuk mengukur penyimpangan data deret waktu musim secara individual terhadap keadaan normalnya (rata-ratanya) dipakai indeks variasi musim. Indeks variasi musim biasanya disebut **indeks musim** saja. Indeks musim umumnya dinyatakan dalam bentuk persentase (%), dan untuk menghitungnya ada beberapa metode dapat digunakan (Gupta dan Gupta, 1983) yaitu :

- 1 Metode rata-rata sederhana (*Simple average method*).
- 2 Metode relatif berantai (*Link relative's method*).
- 3 Metode rasio terhadap tren (*Ratio to tren method*).
- 4 Metode rasio terhadap rata-rata bergerak (*Ratio to moving average's method*).

Berikut ini akan dibahas hanya tiga metode saja, yaitu metode rata-rata sederhana, metode relatif berantai dan metode rasio terhadap rata-rata bergerak

8.9.1 Metode Rata-rata Sederhana

Tahapan menghitung indeks musiman menurut metode ini adalah sebagai berikut:

- (1) Susunlah data tiap bulan atau tiap triwulan untuk masing-masing tahun. Kolom bulan / triwulan vertikal dan kolom tahun horizontal.
- (2) Carilah nilai rata-rata tiap bulan atau triwulan untuk semua tahun (kolom 8 pada Tabel 8.14a). Tujuan utama dari mencari nilai rata-rata bulanan atau triwulan ini adalah untuk menghilangkan fluktuasi / variasi residu dan variasi siklis. Sedangkan untuk deret waktu yang relatif pendek pengaruh tren diabaikan.
- (3) Nilai rata-rata tersebut (pada kolom 8) dinyatakan dalam % terhadap totalnya (kolom 9, Tabel 8.14a)
- (4) Nilai rata-rata yang telah dinyatakan dalam % ini, dikalikan 12 untuk indeks musim bulanan, dan dikalikan 4 untuk indeks musim triwulan.

Untuk lebih jelasnya, bagaimana menghitung indeks musim dengan metode rata-rata sederhana, perhatikanlah Contoh 8-10

Contoh 8-10

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 8.14, hitunglah indeks musimnya dengan metode rata-rata sederhana.

Tabel 8.14 Harga Eceran Barang AAA di sebuah kota 2007-2011 (Rp / Kg)

Tahun \ Bulan	2007	2008	2009	2010	2011
J	342,50	425	400	450	450
F	350	400	400	450	510
M	380	400	400	475	510
A	350	400	425	500	550
M	358	400	400	475	525
J	356,25	375	400	450	500
J	325	375	400	450	500
A	425	375	400	450	525
S	425	377,5	425	475	550
O	425	388,5	425	500	550
N	425	400	425	500	600
D	425	400	425	500	550

Sumber : Data Hipotetis

Penyelesaian

Tabel 8.14a Perhitungan Indeks Musim Bulanan Dengan Metode Rata-Rata Sederhana Harga Eceran per Kg Barang AAA, Tahun 2007-2011

Ta- hun Bu- lan	2007	2008	2009	2010	2011	Total	Rata-rata tiap bulan	Rata- rata tiap bulan (%)	Indeks musim
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8) = $\frac{(7)}{n-5}$	(9) = $\frac{(7)}{\sum (8)}$	10=(9) X 12
J	342,50	425,00	400,00	450,00	450,00	2067,5	413,50	7,88	94,56
F	350,00	400,00	400,00	450,00	510,00	2110	422,00	8,05	96,60
M	380,00	400,00	400,00	475,00	510,00	2165	433,00	8,26	99,12
A	350,00	400,00	425,00	500,00	550,00	2225	445,00	8,48	101,76
M	358,00	400,00	400,00	475,00	525,00	2158	431,60	8,23	98,76
J	356,25	375,00	400,00	450,00	500,00	2081,3	416,25	7,94	95,28
J	325,00	375,00	400,00	450,00	500,00	2050	410,00	7,82	93,84
A	425,00	375,00	400,00	450,00	525,00	2175	435,00	8,29	99,48
S	425,00	377,50	425,00	475,00	550,00	2252,5	450,50	8,59	103,08
O	425,00	388,50	425,00	500,00	550,00	2288,5	457,70	8,73	104,76
N	425,00	400,00	425,00	500,00	600,00	2350	470,00	8,96	107,52
D	425,00	400,00	425,00	500,00	550,00	2300	460,00	8,77	105,24
Total							5244,55	100,00	1200,60

Indeks musim pada bulan Januari sebesar 94,56 artinya harga per kg barang AAA pada bulan Januari $(100 - 94,56)\% = 5,44\%$ di bawah harga normalnya (harga rata-ratanya). Indeks musim pada bulan Nopember sebesar 107,52 artinya bahwa harga per kg barang AAA pada bulan Nopember $(107,52 - 100)\% = 7,52\%$ di atas harga normalnya (harga rata-ratanya)

8.9.2 Metode Relatif Berantai

Dengan metode ini data bulanan atau triwulan dinyatakan sebagai persentase dari data pada bulan yang mendahuluinya. Persentase yang didapat dengan cara demikian disebut *Link Relative* (relatif berantai). Kemudian diambil rata-ratanya atau Median dari persentase-persentase tersebut untuk setiap bulan atau triwulan Untuk lebih jelasnya, berikut ini diberikan sebuah contoh.

Contoh 8-11

Berdasarkan data yang tercantum pada Tabel 8.15, hitunglah indeks musimnya dengan metode relatif berantai.

Tabel 8.15 Harga Eceran per Kg Barang AAA di Sebuah Kota Periode 2007-2011

Tahun Bulan	2007	2008	2009	2010	2011
J	342,50	425	400	450	450
F	350	400	400	450	510
M	380	400	400	475	510
A	350	400	425	500	550
M	358	400	400	475	525
J	356,25	375	400	450	500
J	325	375	400	450	500
A	425	375	400	450	525
S	425	377,50	425	475	550
O	425	388,5	425	500	550
N	425	400	425	500	600
D	425	400	425	500	550

Sumber : Data Hipotetis

Penyelesaian

Tabel 8.15a Perhitungan Indeks Musim dengan Metode Relatif Berantai Harga per Kg Barang AAA, 2007-2011

Tahun Bulan	2007	2008	2009	2010	2011	Total	Rata-rata	Relatif berantai
J	-	100,00	100,00	105,88	90,00	395,88	98,97	100,00
F	102,18	94,12	100,00	100	113,33	509,64	101,93	101,93
M	108,57	100,00	100,00	105,56	100,00	514,13	102,83	104,81
A	92,11	100,00	106,25	105,26	107,84	511,46	102,29	107,21
M	102,29	100,00	94,02	105,55	95,45	497,31	99,46	106,63
J	99,51	93,75	100,00	94,74	95,23	493,23	96,65	103,05
J	91,23	100,00	100,00	100,00	100,00	491,23	98,25	101,25
A	130,72	100,67	100,00	100,00	105,00	536,36	107,28	108,63
S	100,00	102,91	106,25	105,56	104,76	519,48	103,90	112,86
O	100,00	102,96	100,00	105,26	100,00	508,22	101,64	114,71
N	100,00	100,00	100,00	100,00	109,00	509,09	101,80	116,77
D	100,00	100,00	100,00	100,00	91,17	491,17	98,23	114,70
Total								113,52*)

$$(*) \text{ Januari ke dua } 98,97\% \text{ dari Desember} = \frac{98,97}{100} \times 114,45\% = 113,27$$

Nilai relatif berantai Januari kedua sebesar 113,27 sedangkan pada Januari pertama sebesar 100, ini berarti terjadi kenaikan sebesar 13,27% yang disebabkan oleh pengaruh tren. Untuk menghilangkan pengaruh tren ini masing-masing nilai relatif berantai harus disesuaikan.

Nilai relatif berantai Januari kedua supaya 100% harus dikurangi sebesar:

$\frac{12}{12} \times 13,52\%$. Demikian juga untuk bulan-bulan lainnya.

Nilai relatif berantai Januari kedua	: 113,52 - $\frac{12}{12}$ (13,52) = 100
Nilai relatif berantai Desember	: 114,70 - $\frac{11}{12}$ (13,52) = 102,31
Nilai relatif berantai Nopember	: 116,77 - $\frac{10}{12}$ (13,52) = 105,50
Nilai relatif berantai Oktober	: 114,71 - $\frac{9}{12}$ (13,52) = 104,57
Nilai relatif berantai September	: 112,86 - $\frac{8}{12}$ (13,52) = 103,85
Nilai relatif berantai Agustus	: 108,63 - $\frac{7}{12}$ (13,52) = 100,74
Nilai relatif berantai Juli	: 101,25 - $\frac{6}{12}$ (13,52) = 94,49
Nilai relatif berantai Juni	: 103,05 - $\frac{5}{12}$ (13,52) = 97,42
Nilai relatif berantai Mei	: 106,63 - $\frac{4}{12}$ (13,52) = 102,12
Nilai relatif berantai April	: 107,21 - $\frac{3}{12}$ (13,52) = 103,83
Nilai relatif berantai Maret	: 104,81 - $\frac{2}{12}$ (13,52) = 102,56
Nilai relatif berantai Februari	: 101,93 - $\frac{1}{12}$ (13,52) = 100,80
Nilai relatif berantai Januari	: 100 - $\frac{0}{12}$ (13,52) = 100

Jika jumlah seluruh nilai relatif berantai ini 1200, maka nilai relatif berantai masing-masing tersebut disebut **indeks musim**. Jika jumlah seluruh nilai relatif berantai tersebut tidak sama dengan 1200 (misalnya P, dan $P \neq 1200$) maka masing-masing nilai relatif tersebut perlu disesuaikan dengan jalan mengalikan **faktor pengali penyesuaian**, sebesar $\frac{1200}{P}$.

Selanjutnya, jika hasil tersebut dimasukkan dalam tabel didapat hasil seperti Tabel 8.15b.

Tabel 8.15b Indeks Musiman

Bulan	Belum Disesuaikan	Telah Disesuaikan / Indeks Musim
(1)	(2)	(3) = (2) x 0,984
J	100,00	98,16
F	100,80	99,95
M	102,56	101,70
A	103,83	102,96
M	102,12	101,26
J	97,42	96,60
J	94,49	93,70
A	100,74	99,89
S	103,85	102,98
O	104,57	103,69
N	105,50	104,61
D	102,31	101,45
Total	1210,11 (= P)	1199,95 (= 1200)

$$\left(\frac{1200}{1210,11}\right) = 0,9916 = \text{faktor pengali penyesuaian}$$

Catatan dari Tabel 8.15a dan Tabel 8.15b

- (1) Nilai 102,18 pada bulan Pebruari 2007 (Tabel 8.15a) diperoleh dengan jalan sebagai berikut: $\frac{350}{342,5} \times 100\% = 102,18$.
 Nilai 108,57 pada bulan Maret 2007, diperoleh dengan jalan sebagai berikut: $\frac{380}{350} \times 100\% = 108,57$. Demikian pula nilai pada bulan-bulan berikutnya dihitung secara berantai
- (2) Nilai-nilai pada kolom terakhir Tabel 8.15a.
 Indeks 100, sebagai angka (indek) waktu dasar. Selanjutnya angka-angka pada bulan berikutnya dihitung sebagai berikut: $101,93 = 101,93/100 \times 100$; $104,81 = 102,83/100 \times 101,93$; $107,21 = 102,29/100 \times 104,81$. Demikian seterusnya.
- (3) Indeks musim pada bulan Maret sebesar 100,95 (Tabel 8.15b), artinya harga per kg barang AAA pada bulan Maret naik sebesar $(100,95 - 100)\% = 0,95\%$ dari harga normalnya (harga rata-ratanya)

8.9.3 Metode Rasio Terhadap Rata-rata Bergerak

Menghitung indeks musim dengan metode ini akan digunakan metode rata-rata bergerak. Untuk data bulanan, dihitung terlebih dahulu jumlah dan rata-rata bergerak 12 bulan. Hasil rata-ratanya ternyata terletak antara tiap dua bulan. Agar rata-rata tersebut tidak terletak antara tiap dua bulan, maka dihitung rata-rata bergerak dua bulan dari rata-rata bergerak 12 bulan tadi. Nilai-nilai yang diperoleh itu disebut rata-rata bergerak 12 bulan yang dipusatkan. Selanjutnya nilai-nilai data asli dinyatakan dalam persen terhadap nilai-nilai rata-rata bergerak 12 bulan yang dipusatkan tersebut. Nilai rata-rata dari data asli yang telah dinyatakan dalam persen (%) terhadap nilai rata-rata bergerak yang dipusatkan, disesuaikan terlebih dahulu (bila perlu), baru diperoleh indeks musim.

Cara tersebut berlaku juga untuk data harian, bulanan dan triwulan.

Contoh 8-12

Berikut ini disajikan hasil tangkapan ikan laut (dalam ton), kelompok Nelayan "A" per triwulan selama kurun waktu 5 tahun (tahun 2007-2011).

Tabel 8.16 Hasil Tangkapan Ikan Laut Tiap Triwulan Kelompok Nelayan "A" Selama Tahun 2007-2011.

Tahun	Triwulan	Hasil Tangkapan (Ton)
2007	I	80
	II	79
	III	90
	IV	95
2008	I	94
	II	85
	III	100
	IV	90
2009	I	95
	II	84
	III	94
	IV	98
2010	I	85
	II	102
	III	90
	IV	85
2011	I	92
	II	95
	III	83
	IV	86

Sumber : Data hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 8.16, hitunglah indeks musim hasil tangkapan ikan kelompok nelayan tersebut dengan metode rasio terhadap rata-rata bergerak. Berikan makna nilai indeks pada triwulan I dan IV yang diperoleh.

Penyelesaian

Tabel 8.16a Perhitungan Indeks Musim Hasil Tangkapan Ikan Laut Kelompok Nelayan "A" Pada 2007-2011, dengan Metode Rata-rata Bergerak

Tahun dan Triwulan	Hasil Tangkapan	Jumlah Bergerak 4 Triwulan	Jumlah Bergerak 2 Triwulan dari Kolom 3	Rata-rata Bergerak 4 Triwulan Dipusatkan	Persentase Data Asli dari Rata-rata Bergerak yang Dipusatkan
1	2	3	4	5	6
2007	I	80			
	II	79			
	III	90	344	702	87,75
	IV	95	458	722	90,25
		364			102,56
2008	I	94		738	92,25
	II	85	374	743	92,87
	III	100	369	739	92,37
	IV	90	370	739	92,37
		369			101,89
2009	I	95		732	91,50
	II	84	363	734	91,75
	III	94	371	732	91,50
	IV	98	361	740	92,50
		379			103,82
2010	I	85		754	94,25
	II	102	375	737	92,13
	III	90	362	731	91,37
	IV	85	369	731	91,37
		362			98,50
2011	I	92		717	89,63
	II	95	355	705	88,13
	III	83	350		
	IV	86			
					102,64
					107,79

Sumber : Tabel 8.16

Untuk mendapatkan indeks musim, hasil pada kolom 6 Tabel 8.16a disusun sebagai berikut :

Tabel 8.16a Indeks Musim Hasil Tangkapan Ikan Laut Kolompok Nelayan "A", Tahun 2007-2011

Triwulan	I	II	III	IV	
Tahun					
2007	-	-	102,56	105,26	
2008	101,89	91,53	108,26	97,43	
2009	103,82	91,55	102,73	105,94	
2010	90,18	110,71	98,50	93,02	
2011	102,64	107,79	-		
Total	398,53	401,58	412,05	401,65	
Rata-rata	99,63	100,39	103,01	100,41	Total = 403,44
Rata-rata yang disesuaikan / indek musim	98,78	99,53	102,13	99,55	Total = 399,99 \approx 400

Oleh karena, total rata-rata nilai yang terdapat pada kolom I, II, III dan IV (baris kedua dari bawah) pada Tabel 8.27 = 403,44 \neq 400, maka nilai-nilai pada kolom I, II, III dan IV pada baris kedua dari bawah perlu dikalikan dengan faktor penyesuaian sebesar $\frac{400}{403,44} = 0,9915$, sehingga diperoleh hasil seperti yang tercantum pada kolom I, II, III dan IV pada baris terakhir.

Nilai indeks musim pada triwulan I sebesar 98,78, artinya bahwa hasil tangkapan ikan pada triwulan I sebesar $(100 - 98,78)\% = 1,22\%$ di bawah hasil tangkapan ikan dari keadaan normal.

Indeks musim pada triwulan III sebesar 102,13 artinya bahwa hasil tangkapan ikan pada triwulan III sebesar $(102,13 - 100) = 2,13\%$ di atas hasil tangkapan ikan dari keadaan normal.

Catatan dari Tabel 8.16a.

- (1) Cara memperoleh angka - angka pada kolom 3 Tabel 8.16a
 $344 = 80 + 79 + 90 + 95$
 $358 = 79 + 90 + 95 + 94$, dan seterusnya.
- (2) Cara memperoleh angka - angka pada kolom 4 Tabel 8.16a
 $702 = 344 + 358$
 $722 = 358 + 464$, dan seterusnya
- (3) Cara memperoleh angka - angka pada kolom 5 Tabel 8.16a, yaitu angka - angka pada kolom 4 di bagi 8.
 $87,50 = 702 : 8$
 $90,25 = 722 : 8$, dan seterusnya
 Kenapa dibagi 8? Oleh karena masing-masing nilai pada kolom 4 merupakan hasil penjumlahan dari 8 buah nilai, $702 = 344 + 358$; 344 penjumlahan dari 4 buah nilai, demikian juga 358 merupakan penjumlahan dari 4 buah nilai, lihat catatan (1).
- (4) Cara memperoleh angka-angka pada kolom 6 Tabel 8.16a, yaitu angka - angka pada kolom 2 di bagi angka-angka pada kolom 5, dikalikan 100%.
 $102,56 = (90 : 87,75) \times 100\%$
 $105,26 = (95 : 90,25) \times 100\%$, dan seterusnya.

Soal-soal Latihan

- 8 - 1 Data di bawah ini menunjukkan produksi kayu lapis di Indonesia kurun waktu 2001 – 2009 (juta m³)

Tahun	Produksi
2001	2,10
2002	1,69
2003	6,11
2004	4,51
2005	4,53
2006	3,81
2007	3,45
2008	3,35
2009	3,00

Sumber : BPS- Jakarta, 2011. Data diolah

Pertanyaan

- Berdasarkan data di atas, susunlah persamaan trennya dengan metode: (1) *Semi Average*, (2) *Moving Average* dan (3) *Least Squares*
 - Tentukan nilai tren untuk masing-masing tahun.
 - Coba saudara taksir (estimasi) produksi kayu lapis di Indonesia pada tahun 2013 (Gunakan persamaan tren yang disusun berdasarkan metode *Least Squares*).
 - Gambarkan diagramnya.
- 8 - 2 Berikut ini menunjukkan data belanja iklan televisi dan surat kabar (triliun rupiah) di Indonesi pada semester pertama tahun 2011-2015.

Tahun	Belanja Iklan
2011	33,0
2012	39,5
2013	48,8
2014	55,1
2015	57,2

Sumber : *Blooberg Businessweek*, No.33/31Agustus-06 September 2015.

Berdasarkan data di atas

- Susunlah persamaan trennya dengan metode *Least Squares*.
 - Berikan interpretasi terhadap slope garis trennya.
 - Coba saudara taksir belanja iklan televisi dan surat kabar tahun 2017 dan 2018.
- 8 - 3 Data di bawah ini menunjukkan perkembangan nilai ekspor Indonesia termasuk minyak bumi dan gas (juta US \$), kurun waktu 2001-2010.

Tahun	Nilai Ekspor (Juta US \$)
2001	56.320,9
2002	57.158,8
2003	61.058,2
2004	71.584,6
2005	85.660,0
2006	100.798,6
2007	114.100,9
2008	137.020,4
2009	116.510,0
2010	157.779,1

Sumber : BPS – Jakarta, 2011

Berdasarkan data di atas

- Susunlah persamaan trennya dengan metode *Least Squares* dan *Semi Average*.
- Berikan interpretasi terhadap slope garis trennya.
- Coba saudara taksir nilai ekspor Indonesia termasuk minyak bumi dan gas pada tahun 2014 (gunakan persamaan tren yang disusun berdasarkan *Least Squares*).

- 8 – 4** Perkembangan banyaknya wisman (wisatawan mancanegara) yang langsung datang ke Bali periode bulan Januari sampai Desember 2010, ditabelkan sebagai berikut:

Bulan	Banyaknya Wisman (Ribu orang)
Januari	179,3
Februari	191,9
Maret	192,6
April	184,9
Mei	203,4
Juni	228,0
Juli	254,9
Agustus	243,2
September	240,9
Oktober	229,9
Nopember	199,9
Desember	227,3

Sumber : BPS – Jakarta, 2011. Data dibulatkan

Berdasarkan data di atas,

- Susunlah persamaan trennya dengan metode *Least Squares*.
- Berikan interpretasi terhadap slope garis trennya
- Coba saudara taksir banyaknya wisman yang langsung datang ke Bali pada bulan Maret 2011.

- 8 - 5 Harga eceran rata-rata sejenis barang di sebuah kota dalam rupiah/botol selama lima tahun adalah sebagai berikut:

Tahun	2007	2008	2009	2010	2011
Bulan					
J	338,00	625,00	900,00	600,00	650,00
F	450,00	662,50	900,00	650,00	650,00
M	450,00	650,00	950,00	650,00	650,00
A	450,00	650,00	800,00	650,00	650,00
M	450,00	700,00	650,00	650,00	650,00
J	450,00	700,00	650,00	650,00	650,00
J	456,25	700,00	650,25	650,00	650,00
J	475,00	675,00	650,00	650,00	650,00
A	550,00	637,00	650,00	650,00	650,00
S	600,00	600,00	500,00	650,00	650,00
O	600,00	600,00	500,00	650,00	650,00
N	600,00	600,00	500,00	650,00	650,00
D	600,00	600,00	500,00	650,00	650,00

Sumber : Data hipotetis

Hitunglah *Seasonal Indeks* nya (indeks musimnya) dengan metode

- (a) Rata-rata sederhana.
(b) Relatif berantai.

- 8 - 6 Perkembangan nilai impor suatu negara periode 2010-2015 ditunjukkan pada tabel berikut (juta US \$)

Tahun	10	11	12	13	14	15
Nilai Impor	15	12	14	16	18	23

Dengan metode kuadrat terkecil, carilah

- (a) Persamaan tren linearnya.
(b) Persamaan tren parabolisnya.
(c) Persamaan tren eksponensialnya.
(d) Tentukanlah tren yang paling cocok diantara ketiganya untuk data tersebut.

- 8 - 7 Laba bersih dari pedagang grosir telur ayam selama lima tahun berturut-turut adalah sebagai berikut (dalam juta rupiah)

Tahun	TW ₁	TW ₂	TW ₃	TW ₄	Jumlah
2007	2	3	4	4	13
2008	4	5	8	10	27
2009	5	6	5	8	24
2010	7	8	9	12	36
2011	10	12	9	14	45

Dari data tersebut di atas,

- Susunlah persamaan tren dengan metode kuadrat terkecil.
- Hitunglah *seasonal indeks* (indeks musim) dengan metode rata-rata sederhana, relatif berantai dan metode rata-rata bergerak.

- 8 - 8** Data di bawah ini menunjukkan banyaknya hotel berbintang di Bali tahun 2009 – 2013.

Tahun	Kuantitas Hotel (unit)
2009	149
2010	155
2011	198
2012	218
2013	227

Sumber : BPS- Provinsi Bali, 2014.

Dari data tersebut di atas, susunlah persamaan trennya

- Dengan metode kuadrat terkecil
- Dengan metode semi rata-rata
- Beri interpretasi terhadap slope garis tren yang disusun berdasarkan butir (a) dan butir (b).

- 8 - 9** Data di bawah ini adalah data jumlah bank yang bangkrut di suatu negara yang mengalami krisis keuangan (terbelit hutang) dalam delapan (8) tahun terakhir.

Tahun	Jumlah Bank Bangkrut (unit)
2008	200
2009	250
2010	275
2011	350
2012	425
2013	450
2014	480
2015	525

Sumber : Data Hipotesis

Dari data tersebut di atas, susunlah persamaan trennya

- Dengan metode kuadrat terkecil
- Dengan metode semi rata-rata
- Lakukan estimasi jumlah bank yang bangkrut di negara tersebut pada tahun 2016 dan 2017 berdasarkan masing-masing metode.

8 - 10 Data di bawah ini menunjukkan investasi nonfinansial di Indonesia (triliun rupiah), kurun waktu 2008 – 2013.

Tahun	Investasi
2008	1.508,8
2009	1.737,1
2010	2.083,4
2011	2.441,0
2012	2.859,2
2013	3.056,0

Sumber : BPS – Jakarta, 2014

Dari data tersebut, susunlah persamaan trennya

- Dengan metode kuadrat terkecil
- Dengan metode semi rata-rata
- Lakukan estimasi investasi nonfinansial di negara tersebut pada tahun 2015 berdasarkan masing-masing metode.

8 - 11 Omzet penjualan sebuah toko swalayan dalam 6 tahun (2009-2014) dalam miliar rupiah, dapat disajikan sebagai berikut

Tahun	Omzet Penjualan (Miliar rupiah)
2009	175
2010	170
2011	160
2012	155
2013	145
2014	142

Sumber: Data hipotetis

Pertanyaan

- Susunlah persamaan trennya berdasarkan metode kuadrat terkecil.
- Berikan interpretasi atas slope garis trennya.
- Tentukanlah nilai tren untuk masing-masing tahun.
- Coba saudara taksir omzet penjualan toko swalayan tersebut pada tahun 2016 dan 2017.

9 ANALISIS REGRESI DAN KORELASI SEDERHANA

9.1 Pengantar

Dalam bab ini akan dibahas analisis hubungan antara dua variabel, yaitu regresi linear sederhana dan korelasi. Regresi yang melibatkan variabel terikat dengan hanya satu variabel bebas yang disebut regresi linear sederhana, akan menunjukkan bagaimana sifat (pola) hubungan antara dua variabel tersebut atau bagaimana pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikatnya. Sementara analisis korelasi akan menunjukkan keeratan (kuat-lemahnya) hubungan antara kedua variabel tersebut. Kedua analisis ini, umumnya dibahas secara bersamaan.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami dengan baik mengenai regresi dan korelasi yang sederhana. Dapat menyusun persamaan regresi yang linear, dapat menaksir nilai variabel terikat berdasarkan variabel bebas yang nilainya telah diketahui, dapat memberikan interpretasi terhadap nilai koefisien regresi. Selain itu juga mahasiswa diharapkan dapat menghitung koefisien korelasi dan sekaligus mampu memberikan interpretasi atas nilainya

9.2 Pengertian Regresi

Istilah regresi berasal dari kajian genetika (kebakaan) yang dilakukan oleh Sir Francis Galton (1892-1911) yang membandingkan tinggi badan anak la-

ki-laki dengan tinggi badan ayahnya. Kajian Galton ini menunjukkan hasil bahwa: "Tinggi badan anak laki-laki dari ayah yang tinggi setelah beberapa generasi cenderung *mundur (regresed)* mendekati nilai tengah populasi".

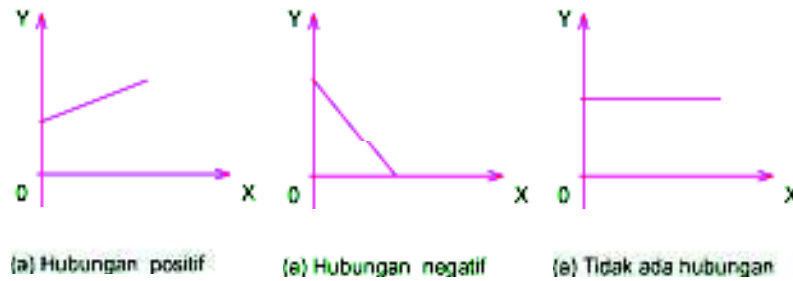
Sekarang istilah regresi, tidak demikian lagi, regresi oleh para statistikawan diterapkan hampir di semua bidang ilmu, untuk menaksir atau meramalkan nilai satu variabel berdasarkan variabel lain yang nilainya telah diketahui, dan kedua variabel tersebut memiliki hubungan fungsional atau sebab-akibat satu dengan yang lainnya.

Dalam bidang ekonomi dan bisnis misalnya, jumlah modal mempengaruhi jumlah produksi, suku bunga mempengaruhi jumlah investasi, biaya iklan mempengaruhi nilai penjualan, dan tingkat pendapatan mempengaruhi besarnya konsumsi. Keempat contoh tersebut, menunjukkan hubungan sebab-akibat antara dua variabel. Dalam bahasa matematisnya modal, tingkat suku bunga, biaya iklan dan tingkat pendapatan disebut variabel bebas (variabel yang mempengaruhi) dan umumnya disimbolkan dengan X. Sedangkan jumlah produksi, besarnya investasi, nilai penjualan dan konsumsi disebut variabel terikat (variabel yang dipengaruhi), atau variabel yang nilainya ditentukan oleh nilai variabel X, dan umumnya disimbolkan dengan Y.

Hubungan fungsional (sebab-akibat) antara variabel bebas (X) dan variabel terikat (Y), dalam bentuk fungsi dinyatakan sebagai $Y = f(X)$. (dibaca : Y fungsi dari X), yang artinya nilai variabel Y tergantung dari atau dipengaruhi oleh nilai variabel X. Sifat hubungan antara variabel bebas (X) dengan variabel terikat (Y), dapat positif, negatif atau tidak ada hubungan. Hubungan positif yang juga disebut hubungan searah, artinya bila nilai X naik maka nilai Y juga naik atau sebaliknya bila nilai X turun, nilai Y juga turun. Hubungan negatif disebut juga hubungan berlawanan arah, artinya bila nilai X naik maka nilai Y akan turun atau sebaliknya bila nilai X turun maka nilai Y akan naik. Tidak ada hubungan, artinya bila nilai X berubah (naik / turun), maka nilai Y tidak berubah atau tetap. Hubungan antara biaya iklan dan hasil penjualan, tingkat suku bunga bank dan deposito, harga suatu barang dan penawaran, merupakan tiga contoh dari dua variabel yang memiliki hubungan yang bersifat positif.

Hubungan tingkat suku bunga dengan investasi, jumlah peserta KB dan tingkat kelahiran, harga suatu barang dan jumlah barang yang diminta, merupakan tiga contoh dari dua variabel yang memiliki hubungan yang bersifat negatif. Usia kendaraan dan tinggi gedung, kecepatan kendaraan dan jumlah bayi yang lahir, jumlah jembatan yang dibangun dan usia seseorang. Merupakan tiga contoh dua variabel yang tidak memiliki hubungan.

Bila ketiga jenis sifat hubungan antara dua variabel tersebut dinyatakan dalam grafik, bentuk grafiknya seperti Grafik 9.1.



Grafik 9.1

Tiga grafik yang menyatakan hubungan variabel X dan Y

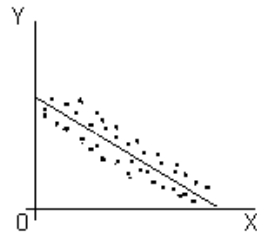
Untuk mengetahui keamatan (kuat-lemahnya) atau derajat hubungan antara dua variabel itu (variabel X dan Y) dapat diukur dengan koefisien korelasi. Pola hubungan antara dua variabel yaitu variabel X dan Y, yang dibentuk oleh serangkaian pasangan data (X_i, Y_i) dengan $i = 1, 2, 3 \dots n$, dapat berbentuk berbagai macam persamaan regresi, mungkin linear atau tan-linear (kuadrat, kubik, eksponensial, elip dan bentuk lainnya).

Sebelum persamaan regresi ditentukan, apakah bentuknya linear atau tan-linear, sebaiknya dibuat terlebih dahulu diagram pencarnya (*scatter diagram*), setelah itu baru dipilih persamaan regresi yang paling mendekati. Langkah itu diambil agar penyimpangan yang terjadi sekecil mungkin.

Berikut ini, diberikan empat (4) bentuk *scatter diagram* .

Diagram 9.2

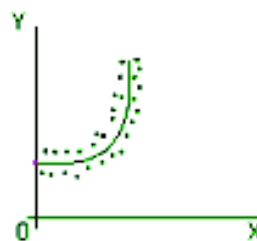
Empat Bentuk Scatter Diagram



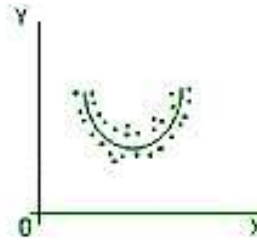
(a) Mendekati Linear



(b) Mendekati Linear



(c) Tan-linear



(d) Tan-Linear

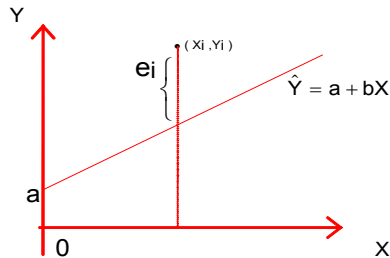
Tujuan Mempelajari Analisis Regresi. Tiga tujuan utama mempelajari analisis regresi adalah (1) untuk memperoleh suatu persamaan garis yang menunjukkan persamaan hubungan antara dua variabel. Persamaan garis yang diperoleh disebut persamaan regresi. (2) untuk mengetahui besarnya pengaruh perubahan tiap unit variabel bebas terhadap perubahan variabel terikatnya. Pengaruh perubahan tiap unit variabel bebas ditunjukkan oleh nilai koefisien regresinya. (3) Untuk menaksir nilai variabel terikat (Y) berdasarkan variabel bebas (X) yang nilainya telah diketahui. Butir (3) menunjukkan bahwa analisis regresi adalah suatu alat estimasi.

9.3 Regresi Linear Sederhana : Metode Kuadrat Terkecil

Secara umum persamaan garis lurus dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{Y} = a + bX$$

Dari serangkaian data sampel (X_i, Y_i) dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$, dibuat diagram pencarnya, dari semua kemungkinan garis lurus yang dapat ditarik pada diagram pencar tersebut, metode kuadrat terkecil (*Least Squares method*) akan memberikan jumlah kuadrat deviasi vertikal (tegak) dari titik-titik observasi ke garis regresi tersebut sekecil mungkin atau dengan kata lain metode kuadrat terkecil memberikan $\sum (Y_i - \hat{Y})^2 = \sum (e_i)^2$ yang terkecil. $(Y_i - \hat{Y}_i) = e_i$, disebut residual



Gambar 9.1 Kreteria Kuadrat Terkecil

Agar jumlah kuadrat simpangan vertikal ke garis regresi yaitu $\sum (Y_i - \hat{Y})^2$ sekecil mungkin, maka $\sum (Y_i - \hat{Y})^2 = \sum (e_i)^2$ diminimumkan terhadap a dan b . Dengan bantuan kalkulus diferensial (derevasi parsial) didapatkan dua persamaan normal yaitu persamaan (9.1) dan persamaan (9.2). Dengan menyelesaikan kedua persamaan ini secara simultan, maka nilai a dan b dari persamaan linear $\hat{Y} = a + bx$, dapat dihitung.

$$\sum Y_i = n \cdot a + b \sum X_i \quad (9.1)$$

$$\sum X_i Y_i = a \sum x + b \sum X^2 \quad (9.2)$$

Dalam bentuk lain, kedua persamaan normal di atas dapat dinyatakan sebagai:

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (9.3)$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \quad (9.4)$$

- a = konstanta atau titik potong dengan sumbu Y, bila $X = 0$
 b = Slope garis atau arah garis regresi, yang menyatakan perubahan nilai Y akibat perubahan 1 unit X
 \hat{Y} = Taksiran nilai Y
 X = Variabel bebas (data pengamatan)
 Y = Variabel terikat (data pengamatan)
 n = banyaknya pasangan data

Koefisien regresi b pada (9.3) dapat juga dihitung melalui bentuk deviasi/penvimpangan masing-masing data terhadap mean-nya masing-masing yaitu $(X_i - \bar{X}) = x_i$ dan $(Y_i - \bar{Y}) = y_i$, sebagai berikut :

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \quad (9.5)$$

9.4 Interpretasi Terhadap Nilai Koefisien Regresi

Tanda positif atau negatif dari nilai koefisien regresi, bukanlah menyatakan **tanda aljabar**, melainkan menyatakan arah hubungan atau lebih tegasnya menyatakan pengaruh variabel bebas X terhadap variabel terikat Y. Nilai b yang positif menyatakan bahwa variabel bebas X berpengaruh positif terhadap nilai variabel terikat Y. Sedangkan nilai b yang negatif (b dengan tanda negatif) menyatakan bahwa variabel bebas X berpengaruh negatif terhadap nilai variabel terikat Y.

Interpretasi terhadap nilai koefisien regresi, b adalah sebagai berikut:

(1) $b = k$ (k bertanda positif), artinya bila nilai variabel bebas X naik (bertambah atau meningkat) 1 unit, maka nilai variabel Y akan naik (bertambah atau meningkat) rata-rata sebesar k unit, *ceteris paribus*. Sebaliknya bila nilai variabel bebas X turun (berkurang) 1 unit, maka nilai variabel Y akan turun (berkurang) rata-rata sebesar k unit (k adalah suatu konstanta).

$b = -k$ (k bertanda negatif), artinya bila nilai variabel bebas X naik (bertambah atau meningkat) 1 unit, maka nilai variabel terikat Y akan turun (berkurang) rata-rata sebesar k unit, *ceteris paribus*. Sebaliknya, bila nilai variabel bebas X turun (berkurang) 1 unit, maka nilai variabel terikat Y akan naik (bertambah atau meningkat) rata-rata sebesar k unit (k adalah suatu konstanta).

9.5 Menaksir Nilai Variabel Terikat Y

Dari serangkaian data sampel yang terdiri dari n pasangan data (X_i, Y_i) , nilai a dan b dihitung, kemudian persamaan regresi sampelnya yaitu $\hat{Y} = a + bX$ dapat disusun. Selanjutnya berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat ditaksir nilai variabel terikat Y , pada nilai variabel bebas (X) tertentu, dalam batas-batas nilai X data pengamatan. Caranya yaitu dengan memasukkan X dengan nilai tertentu ke persamaan regresi, $\hat{Y} = a + bX$

Agar lebih jelas bagaimana persamaan regresi sampel disusun, bagaimana memberikan interpretasi terhadap nilai koefisien regresi yang diperoleh, serta bagaimana cara memperkirakan atau menaksir nilai Y berdasarkan X dengan nilai tertentu (telah diketahui). Simaklah dua contoh berikut.

Contoh 9-1

Sebuah sampel acak yang terdiri dari 6 (enam) pasangan data mengenai besarnya pendapatan dan konsumsi bulanan (juta rupiah) dari 6 (enam) karyawan perusahaan swasta yang bergerak dalam bidang pariwisata adalah sebagai berikut (data hipotesis):

Pendapatan (X)	8	12	16	20	24	26
Konsumsi (Y)	7	9	12	14	13	15

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya.
- Berikanlah interpretasi terhadap nilai koefisien regresinya.
- Taksirlah konsumsi seorang karyawan yang pendapatannya Rp23 juta.

Penyelesaian

- Menyusun persamaan regresi

Tabel 9.1 Perhitungan Untuk Persamaan Regresi

X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
8	7	56	64	49
12	9	108	144	81
16	12	192	256	144
20	14	280	400	196
24	13	312	576	169
26	15	390	676	225
106	70	1.338	2.116	864

Dari Tabel 9.1, dapat diketahui $\sum X_i = 106$, $\sum Y_i = 70$, $\sum X_i Y_i = 1.338$, $\sum X_i^2 = 2.116$, $\sum Y_i^2 = 864$, $n = 6$.

Per rumus (4.1) didapat \bar{X} dan \bar{Y} ,

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{106}{6} = 17,67 \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{70}{6} = 11,67$$

Per rumus (9.3) dapat dihitung koefisien regresi b , sebagai berikut:

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \\ &= \frac{6(1.338) - (106)(70)}{6(2.116) - (106)^2} \\ &= \frac{608}{1460} \\ &= 0,42 \end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (9.4) konstanta a dapat dihitung:

$$\begin{aligned} a &= \bar{Y} - b\bar{X} \\ &= 11,67 - 0,42(17,67) \\ &= 11,67 - 7,42 \\ &= 4,25 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan regresinya : $\hat{Y} = 4,25 + 0,42X$.

(b) **Interpretasi** terhadap nilai koefisien regresi, b .

Dari persamaan regresi tersebut, dapat diketahui nilai $b = 0,42$.

Nilai $b = 0,42$, memiliki arti bahwa setiap kenaikan pendapatan sebesar satu juta rupiah, maka konsumsi akan meningkat rata-rata sebesar Rp 0,42 juta. Atau, setiap penurunan pendapatan sebesar Rp 1 juta, maka konsumsi berkurang rata-rata sebesar Rp 0,42 juta.

(c) Menaksir besarnya konsumsi seorang karyawan yang memiliki pendapatan Rp 23 juta. Dari persamaan regresi yang diperoleh pada poin (a) yaitu, $\hat{Y} = 4,25 + 0,42x$, akan dapat ditaksir nilai Y untuk $X = 23$, sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= 4,25 + 0,42X \\ \text{untuk } X = 23 &\rightarrow \hat{Y} = 4,25 + 0,42(23) \\ &= 13,91 \end{aligned}$$

Jadi, konsumsi seorang karyawan yang pendapatannya sebesar Rp 23 juta ditaksir sebesar Rp13,91 juta.

Contoh 9-2

Lima pasangan data sampel di bawah ini adalah data mengenai nilai investasi dan suku bunga lima tahun terakhir pada suatu daerah (data hipotetis)

Suku Bunga (% per tahun)	12	14	15	16	17
Nilai Investasi (miliar rupiah)	100	80	60	50	40

- (a) Tentukanlah persamaan regresinya
 (b) Berikanlah interpretasi terhadap nilai koefisien regresi.
 (c) Taksirlah nilai investasi bila suku bunga 18% per tahun.

Penyelesaian

- (a) Menyusun persamaan regresi.

Tabel 9.2 Perhitungan Unur-unsur Persamaan Regresi

Suku bunga (X_i)	Investasi (Y_i)	$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
12	100	1200	144	10000
14	80	1120	196	6400
15	60	900	225	3600
16	50	800	256	2500
17	40	680	289	1600
74	330	4.700	1.110	24.100

Dari Tabel 9.2, dapat diketahui bahwa

$$\sum X_i = 74, \sum Y_i = 330, \sum X_i^2 = 1.110, \sum X_i Y_i = 4.700, \sum Y_i^2 = 24.100 \text{ dan } n = 5$$

Per rumus (4.1) didapat \bar{X} dan \bar{Y}

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{74}{5} = 14,8 \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{330}{5} = 66$$

Per rumus (9.3) didapat nilai b,

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \\ &= \frac{5(4700) - (74)(330)}{5(1110) - (74)^2} \\ &= \frac{23500 - 24420}{5550 - 5476} \\ &= \frac{-920}{74} \\ &= -12,43 \end{aligned}$$

Per rumus (9.4) dapat dihitung nilai a,

$$\begin{aligned} a &= \bar{Y} - b\bar{X} \\ &= 66 - (-12,43)(14,8) \end{aligned}$$

$$= 66 + 183,96 = 249,96$$

Jadi, persamaan regresinya :

$$\hat{Y} = 249,96 - 12,43X$$

(b) **Interpretasi** terhadap nilai koefisien regresi, b

Nilai b = -12,43, memiliki arti bahwa bila suku bunga naik sebesar 1% per tahun maka nilai investasi akan turun rata-rata sebesar Rp12,43 miliar atau bila tingkat suku bunga turun sebesar 1% per tahun, maka nilai investasi akan naik rata-rata sebesar Rp12,43 miliar.

(c) Menaksirkan nilai investasi, bila suku bunga 18%.

$$\hat{Y} = 249,96 - 12,43 X$$

$$\begin{aligned} \text{Untuk } X = 18 \rightarrow \hat{Y} &= 249,96 - 12,43 (18) \\ &= 26,22 \end{aligned}$$

Jadi, bila suku bunga 18% per tahun, maka nilai investasi di daerah tersebut ditaksir sebesar Rp 26,22 miliar.

9.6 Kesalahan Baku dari Dugaan

Penyimpangan titik-titik diagram pencar terhadap garis regresinya dinyatakan oleh besarnya kesalahan baku dari dugaan (S_{Y_x}). Untuk menghitung nilai S_{Y_x} dari suatu pencaran data, dipakai rumus:

$$S_{Y_x} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2}{n-2}} \quad (9.6)$$

atau

$$S_{Y_x} = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{n-2}} \quad (9.7)$$

S_{Y_x} = Kesalahan baku dari dugaan

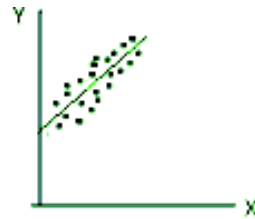
Y_i = Nilai variabel terikat (pengamatan) yang ke-i

X_i = Nilai variabel bebas (pengamatan) yang ke-i

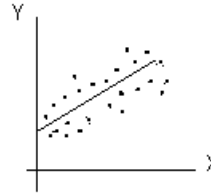
\hat{Y} = Taksiran nilai Y atau nilai regresi

n = banyaknya pasangan data sampel/ukuran sampel.

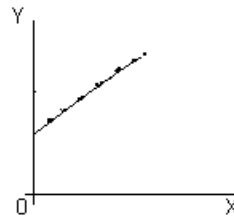
Diagram 9.3
Tiga buah garis regresi dengan penyimpangannya



(a) Regresi lebih tepat



(b) Regresi kurang tepat



(c) Regresi tepat

Kesalahan baku dari dugaan ini secara langsung menunjukkan tingkat penjaran data. Semakin besar nilai S_{Y_x} , berarti semakin tersebar titik-titik yang berada sekitar garis regresi (semakin jauh letak titik-titik dari garis regresi). Semakin kecil nilai S_{Y_x} , semakin dekat titik-titik yang berada disekitar garis regresi. Apabila nilai $S_{Y_x} = 0$, ini berarti semua titik-titik berada tepat pada garis regresi, yang berarti pula bahwa garis regresi dapat dipergunakan secara sempurna untuk menaksir variabel terikat, Y .

Pada Diagram 9.3a letak titik-titik lebih mendekati garis regresi dibandingkan dengan pada Diagram 9.3b. Pada Diagram 9.3c, semua titik-titik terletak tepat sepanjang garis regresi. Ini berarti S_{Y_x} untuk data Diagram 9.3a lebih kecil dari untuk data Diagram 9.3b, dan untuk data S_{Y_x} pada Diagram 9.3c adalah nol.

■ Interpretasi terhadap nilai S_{Y_x}

Jika residualnya berdistribusi normal, maka : (1) Sekitar 68% dari seluruh residual (beda antara nilai penamatan dan nilai taksirannya) terletak antara **minus** satu S_{Y_x} dan plus satu S_{Y_x} ; (2) Sekitar 95% dari seluruh residual terletak antara **minus** dua S_{Y_x} dan plus dua S_{Y_x} ; (3) Sekitar 99,7% dari seluruh residual terletak antara **minus** tiga S_{Y_x} dan plus tiga S_{Y_x} (Levin, 1982; Black, 2011).

Contoh 9-3

Berdasarkan data pada Contoh 9.2, hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.

Penyelesaian

Dari hasil perhitungan Tabel 9.2, telah diperoleh bahwa $\sum Y_i = 330$, $\sum Y_i^2 = 24.100$, $\sum X_i Y_i = 4.700$, $a = 249,96$; $b = -12,43$ dan diketahui $n = 5$.

Per rumus (9.7) dihitung S_{Y_i} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_{Y_i} &= \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{n-2}} \\ &= \sqrt{\frac{24.100 - 249,96(330) - (-12,43)(4700)}{(5-2)}} \\ &= \sqrt{\frac{34,2}{3}} \\ &= 3,38 \end{aligned}$$

Jadi, kesalahan baku dari dugaan adalah Rp3,38 miliar.

Interpretasi nilai S_{Y_i} . Nilai $S_{Y_i} = \text{Rp}3,38$ miliar, memiliki arti bahwa sekitar 68% dari seluruh residual (beda nilai investasi dan nilai taksirannya) terletak antara minus ($1 \times S_{Y_i}$) = - Rp3,38 miliar dan ($1 \times S_{Y_i}$) = Rp3,38 miliar. Sekitar 95% residual letaknya antara minus ($2 \times S_{Y_i}$) = Rp 6,76 miliar dan ($2 \times S_{Y_i}$) = Rp 6,76 miliar, dan hampir seluruh residualnya (sekitar 99,7%) terletak antara minus ($3 \times S_{Y_i}$) = - Rp 10,14 miliar dan ($3 \times S_{Y_i}$) = Rp 10,14 miliar.

Contoh 9-4

Berdasarkan data Contoh 9.1, hitunglah kesalahan baku dari dugaan.

Penyelesaian

Dari hasil perhitungan Tabel 9.1, diperoleh $\sum Y_i = 70$, $\sum Y_i^2 = 864$, $\sum X_i Y_i = 1.338$, $a = 4,25$; $b = 0,42$ dan diketahui $n = 6$

Per rumus (9.7) di dapat,

$$\begin{aligned} S_{Y_i} &= \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{n-2}} \\ &= \sqrt{\frac{864 - 4,25(70) - 0,42(1338)}{(6-2)}} \\ &= \sqrt{\frac{864 - 297,5 - 561,96}{4}} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{4,54}{4}}$$

$$= 1,07$$

Nilai $S_{Y_1} = 1,07$ ribu rupiah, memiliki arti bahwa sekitar 68% dari seluruh residual (beda nilai konsumsi dan nilai taksirannya) terletak antara minus Rp1,07 ribu dan Rp1,07 ribu. Sekitar 95% nilai residualnya terletak antara minus Rp 2,14 ribu dan Rp 2,14 ribu, dan hampir seluruh residualnya (sekitar 99,7%) terletak antara minus Rp 3,21 ribu dan Rp 3,21 ribu.

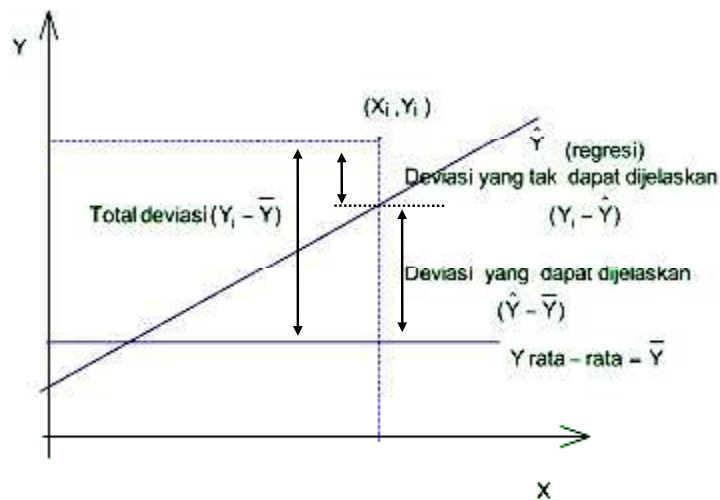
9.7 Koefisien Determinasi

Salah satu alat utama untuk mengukur ketepatan/kesuaian (*goodness of fit*) garis regresi terhadap datanya adalah koefisien determinasi.

Definisi Koefisien Determinasi. Koefisien determinasi di definisikan sebagai berikut:

$$\text{Koefisien determinasi} = \frac{\text{Variasi yang dapat dijelaskan}}{\text{Variasi total}} \quad (9.8)$$

Diagram 9.4 Total Variasi yang Dapat Dijelaskandan Variasi yang Tak Dapat Dijelaskan



Perhatikan Diagram (9.4), dapat diuraikan sebagai berikut:

Total deviasi = deviasi yang dapat dijelaskan + deviasi yang tak dapat dijelaskan. Sementara itu,

Total deviasi (deviasi variabel Y_i terhadap rata-rata) = $(Y_i - \bar{Y})$

Deviasi yang tak dapat dijelaskan oleh X (deviasi variabel Y_i terhadap garis regresi) = $(Y_i - \hat{Y}_i)$

Deviasi yang dapat dijelaskan oleh X (deviasi Y di bawah garis regresi dan di atas rata-rata) = $(\hat{Y}_i - \bar{Y})$

Total deviasi = deviasi yang dapat dijelaskan + deviasi yang tak dijelaskan

$$(Y_i - \bar{Y})^2 = (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (9.9)$$

Hubungan (9.9) dapat juga ditulis sebagai:

Total variasi = variasi yang dapat dijelaskan + variasi yang tak dijelaskan

$$(Y_i - \bar{Y})^2 = (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Berdasarkan definisi (9.8), maka koefisien determinasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$r^2 = \frac{\text{Variasi yang dapat dijelaskan}}{\text{Total variasi}}$$

$$r^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (9.10)$$

Bila penyebut dan pembilang pada rumus (9.10) masing-masing dibagi dengan banyaknya pasangan data (n), maka koefisien determinasi dapat juga dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Koefisien determinasi} = \frac{\text{Varians yang dijelaskan}}{\text{Total varians}}$$

$$r^2 = \frac{\frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{n}}{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n}} \quad (9.11)$$

Per definisi, **koefisien determinasi** adalah suatu ukuran yang dapat menjelaskan porsi variasi variabel terikat yang dapat dijelaskan oleh garis regresinya atau variabel bebasnya. Namun, dalam prakteknya, untuk dua variabel yang memiliki hubungan fungsional, para statistikawan menterjemahkan istilah “menjelaskan” dengan mempengaruhi. Dengan demikian, untuk variabel-variabel yang memiliki hubungan fungsional,

koefisien determinasi diartikan sebagai besarnya pengaruh/kontribusi (dalam persen) variabel bebas terhadap **variasi** (naik turunnya) variabel terikatnya.

Nilai koefisien determinasi terletak antara 0 dan 1 yaitu $0 \leq r^2 \leq 1$

$r^2 = 1$, berarti 100% total variasi variabel terikat dijelaskan oleh variabel bebasnya, dan menunjukkan ketepatan yang baik.

$r^2 = 0$, berarti tidak ada total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebasnya.

Dalam prakteknya perhitungan r^2 per rumus (9.11) sangat sulit. Koefisien determinasi, r^2 dapat juga dihitung dengan rumus yang lebih sederhana yaitu:

$$r^2 = \frac{a \sum Y_i + b \sum X_i Y_i - n(\bar{Y})^2}{\sum Y_i^2 - n(\bar{Y})^2} \quad (9.12)$$

Contoh 9-5

Untuk Contoh 9.2, hitunglah koefisien determinasinya dan berikanlah interpretasi

Penyelesaian

Dari Contoh 9.2 dan hasil perhitungannya diperoleh/ diketahui, $a = 249,96$; $b = -12,43$; $\sum Y_i = 330$, $\sum Y_i^2 = 24.100$, $\sum X_i Y_i = 4.700$, $\bar{Y} = 66$ dan $n = 5$

Per rumus (9.12) didapat,

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{a \sum Y_i + b \sum X_i Y_i - n(\bar{Y})^2}{\sum Y_i^2 - n(\bar{Y})^2} \\ &= \frac{249,96(330) - 12,43(4.700) - 5(66)^2}{24.100 - 5(66)^2} \\ &= \frac{8.2486,8 - 58.421 - 21.780}{24.100 - 21.780} \\ &= \frac{2.285,8}{2320} \\ &= 0,98 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien determinasinya = 0,98.

Nilai $r^2 = 0,98$, memiliki arti bahwa 98% dari variasi (naik-turunnya) investasi dijelaskan/dipengaruhi oleh suku bunga, dan sisanya lagi 2 % dipengaruhi oleh faktor-faktor lain.

Contoh 9-6

Untuk data pada Contoh 9-1, hitunglah koefisien determinasinya dan berikanlah interpretasi

Penyelesaian

Dari Contoh 9-1 dan hasil perhitungannya diperoleh/ diketahui, $a = 4,25$; $b = 0,42$; $\sum Y_i = 70$, $\sum Y_i^2 = 864$, $\sum X_i Y_i = 1.338$, $\bar{Y} = 11,67$ dan $n = 6$

Per rumus (9.12) didapat,

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{a \sum Y_i + b \sum X_i Y_i - n(\bar{Y})^2}{\sum Y_i^2 - n(\bar{Y})^2} \\ &= \frac{4,25(70) + 0,42(1.338) - 6(11,67)^2}{864 - 6(11,67)^2} \\ &= \frac{297,5 + 561,96 - 817,133}{864 - 817,133} \\ &= \frac{42,327}{46,867} \\ &= \mathbf{0,90} \end{aligned}$$

Jadi, koefisien determinasinya = 0,90.

Nilai $r^2 = 0,90$, memiliki arti bahwa 90% dari variasi (naik-turunnya) konsumsi dijelaskan/dipengaruhi oleh pendapatannya, dan sisanya lagi 10% dipengaruhi oleh faktor-faktor lain.

9.8 Analisis Korelasi

Seperti telah dijelaskan dimuka analisis regresi bertujuan untuk mengetahui pola hubungan antara dua variabel, apakah hubungan kedua variabel tersebut linear atau tan linear. Pola hubungan ini dinyatakan oleh persamaan regresi. Tujuan lainnya adalah untuk mengetahui pengaruh variabel bebas X terhadap variabel terikat Y, serta untuk mengadakan taksiran nilai Y berdasarkan nilai X tertentu yang telah diketahui. Sedangkan analisis korelasi bertujuan untuk mengetahui keeratan hubungan (kuat-lemahnya) hubungan antara variabel bebas X dengan variabel terikat Y, tanpa melihat bentuk hubungannya, apakah linear atau tan-linear. Kuat-lemahnya hubungan antara dua variabel dilihat dari koefisien korelasinya. Jadi, koefisien korelasi (r) merupakan alat untuk mengukur kuat-lemahnya hubungan antara dua variabel, sedangkan koefisien determinasi (r^2) merupakan alat untuk mengukur ketepatan garis regresi terhadap sebaran datanya.

9.8.1 Koefisien Korelasi Melalui Analisis Regresi

Analisis korelasi biasanya dilakukan secara bersamaan dengan analisis regresi. Jika analisis korelasi dilakukan bersamaan dengan analisis regresi maka koefisien korelasi merupakan akar dari koefisien determinasi, yang dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$r = \sqrt{r^2}$$

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (9.13)$$

Nilai dari r berkisar antara -1 dan $+1$, yaitu $-1 \leq r \leq 1$. Nilai r positif, menunjukkan hubungan antara variabel X dan Y searah (bila nilai X meningkat maka nilai Y juga meningkat dan sebaliknya bila nilai X menurun maka nilai Y juga turun). Nilai r negatif menunjukkan hubungan antara variabel X dan Y berlawanan arah (bila nilai X meningkat maka nilai Y akan menurun, dan bila nilai X menurun maka nilai Y akan meningkat). Nilai $r = 0$ menunjukkan antara variabel X dan Y tidak ada hubungan secara linear, akan tetapi mungkin saja terjadi hubungan secara non-linear.

Suatu kelemahan jika koefisien korelasi (yang bukan nol) dihitung berdasarkan koefisien determinasi adalah koefisien korelasinya tidak menunjukkan arah hubungan secara spesifik, negatif atau positif. Oleh karena, akar (dua) dari suatu bilangan positif hasilnya dapat positif atau negatif. Keraguan ini dapat dihilangkan dengan mengambil tanda koefisien korelasi mengikuti tanda koefisien regresinya. Maksudnya, bila koefisien regresinya bertanda positif, maka tanda koefisien korelasinya juga positif, sebaliknya bila koefisien regresinya bertanda negatif, maka tanda koefisien korelasinya juga negatif.

Contoh 9-7

Berdasarkan data pada Contoh 9-2, hitunglah koefisien korelasinya, dan jelaskan hubungan antara tingkat suku bunga dan investasi, positif atau negatif?

Penyelesaian

Hasil perhitungan r^2 Contoh 9-2, terdapat pada Contoh 9-5 adalah 0,98 maka,

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{r^2} \\ &= \sqrt{0,98} \\ &= \pm 0,99 \end{aligned}$$

Oleh karena, tanda nilai b adalah negatif ($b = -12,43$, lihat Contoh 9-2) Maka, koefisien korelasinya adalah $-0,99$. Jadi, antara suku bunga dan investasi terdapat hubungan negatif, artinya jika tingkat suku bunga naik maka investasi akan turun.

9.8.2 Koefisien Korelasi Tanpa Analisis Regresi

Ada kalanya, seseorang tertarik hanya ingin mengetahui kuat-lemahnya hubungan antara dua variabel, tanpa berkeinginan untuk mengadakan penaksiran atau ingin mengetahui lebih lanjut mengenai pengaruh salah

satu variabel (variabel bebas) terhadap variabel lainnya (variabel terikat). Koefisien korelasi dapat langsung dihitung dengan beberapa cara, salah satu diantaranya adalah metode Karl Pearson atau produk Moment. Menurut metode ini, koefisien korelasi dapat dihitung dengan rumus:

$$r = \frac{n\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \sqrt{n\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}} \quad (9.14)$$

n = banyaknya pasangan data/ukuran sampel.
 X_i = (nilai pengamatan) variabel bebas yang ke -i
 Y_i = (nilai pengamatan) variabel terikat yang ke-i

9.9 Interpretasi Terhadap Nilai Koefisien Korelasi

Untuk dapat mengetahui kuat-lemahnya tingkat atau derajat hubungan antara variabel X dan Y, secara kasar/ sederhana dapat dirujuk pedoman yang diberikan oleh Elifson, *et. al* (1990), dalam Tabel 9.3.

Tabel 9.3 Interpretasi Terhadap Koefisien Korelasi

Besar Koefisien Korelasi (r) (positif /negatif)	Interpretasi
0,01 - 0,30	Antara variabel X dan Y terdapat korelasi yang lemah.
0,31 -0,70	Antara variabel X dan Y terdapat korelasi yang moderat (sedang ata cukup).
0,71 - 0,99	Antara variabel X dan Y terdapat korelasi yang kuat atau tinggi.
1	Antara variabel X dan Y terdapat korelasi yang sempurna.

Contoh 9-8

Dari sebuah bank pemerintah, dalam 5 tahun terakhir diperoleh data mengenai tabungan masyarakat (Y) dan suku bunga (X).

Y (miliar Rp)	1	2	4	7	9
X (% per tahun)	10	12	14	15	16

Dengan menganggap data tersebut sampel acak, hitunglah koefisien korelasinya dengan metode Karl Pearson dan berikanlah interpretasi.

Penyelesaian

Tabel 9.4 Cara Menghitung Koefisien Korelasi dengan Cara Karl Pearson

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$
10	1	100	1	10
12	2	144	4	24
14	4	196	16	56
15	7	225	49	105
16	9	256	81	144
67	23	921	151	339

Dari Tabel 9.4, dapat diketahui bahwa: $\sum X_i = 67$, $\sum Y_i = 23$, $\sum X_i Y_i = 339$, $\sum X_i^2 = 921$, $\sum Y_i^2 = 151$ dan $n = 5$

Per rumus (9.14) didapat,

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \sqrt{n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}} \\
 &= \frac{5(339) - (67)(23)}{\sqrt{5(921) - 4489} \sqrt{5(151) - 529}} \\
 &= \frac{1695 - 1541}{\sqrt{4605 - 4489} \sqrt{755 - 529}} \\
 &= \frac{154}{\sqrt{116} \sqrt{226}} = \frac{154}{10,77 \times 15,03} \\
 &= 0,95
 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien korelasinya sebesar 0,95. Nilai $r = 0,95$, memiliki arti bahwa terdapat hubungan yang positif dan kuat antara tabungan dengan suku bunga.

Contoh 9-9

Produksi (Y) dalam ribu ton dari sebuah perusahaan pada periode tertentu dan upah tenaga kerja (X) dalam juta rupiah yang dikeluarkannya disajikan sebagai berikut (data hipotetis):

X(Juta Rp)	2	4	6	7	8	10	11	12	13	14
Y (ton)	4	5	8	10	12	16	18	20	21	24

Dengan menganggap data tersebut sampel acak

(a) Dengan metode *kuadrat terkecil*, tentukanlah persamaan regresinya.

- (b) Berikanlah interpretasi terhadap koefisien garis regresi yang diperoleh.
 (c) Hitunglah koefisien determinasinya dan berikanlah interpretasi.
 (d) Hitunglah koefisien korelasi dan berikanlah interpretasi.
 (e) Taksirlah hasil produksi bila upah tenaga kerja yang dikeluarkan sebesar Rp 12,5 juta.
 (f) Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikanlah interpretasi.

Penyelesaian

- (a) Menentukan persamaan regresinya.

Tabel 9.5 Perhitungan Untuk Persamaan Regresi

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$
2	4	4	16	8
4	5	16	25	20
6	8	36	64	48
7	10	49	100	70
8	12	64	144	96
10	16	100	256	160
11	18	121	324	198
12	20	144	400	240
13	21	169	441	273
14	24	196	576	336
87	138	899	2346	1449

Dari hasil perhitungan Tabel 9.5 diketahui: $\sum X_i = 87$, $\sum Y_i = 138$,
 $\sum X_i^2 = 899$, $\sum X_i Y_i = 1449$ dan $n = 10$

Per rumus (4.1) dapat dihitung \bar{x} dan \bar{y} ,

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{87}{10} = 8,70 \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{138}{10} = 13,80$$

Per rumus (9.3) didapat,

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \\ &= \frac{10(1449) - (87)(138)}{10(899) - (87)^2} \\ &= \frac{14490 - 12006}{8990 - 7569} \\ &= \frac{2484}{1421} \\ &= 1,75 \end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (9.4) didapat

$$a = \bar{Y} - b \bar{X}$$

$$\begin{aligned}
 &= 13,8 - 1,75(8,7) \\
 &= 13,8 - 15,23 \\
 &= -1,43
 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan regresinya
 $\hat{Y} = -1,43 + 1,75X$

- (b) **Interpretasi** terhadap koefisien garis regresi, b
 Nilai b = 1,75, memiliki arti bahwa bila upah tenaga kerja dinaikkan 1 juta rupiah maka produksi meningkat sebesar 1,75 ton atau bila upah tenaga kerja diturunkan Rp1 juta maka produksi akan turun sebanyak 1,75 ton.

- (c) Koefisien determinasi, r^2
 Dari hasil perhitungan butir (a) dan hasil perhitungan Tabel 9.5 diperoleh a = -1,43; b = 1,75; $\sum Y_i^2 = 2346$; $\sum X_i Y_i = 1449$; $\sum Y_i = 138$; $\bar{Y} = 13,8$.

Per rumus (9.12) didapat,

$$\begin{aligned}
 r^2 &= \frac{a \sum Y_i + b \sum X_i Y_i - n(\bar{Y})^2}{\sum Y_i^2 - n(\bar{Y})^2} \\
 &= \frac{-1,43(138) + 1,75(1449) - 10(13,8)^2}{(2.346) - 10(13,8)^2} \\
 &= \frac{-197,34 + 2.535,75 - 1.904,4}{2.346 - 1.904,4} \\
 &= \frac{434,01}{441,60} \\
 &= 0,98
 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien determinasinya = 0,98

Nilai $r^2 = 0,98$, memiliki arti bahwa 98% variasi (naik-turunnya) produksi dipengaruhi (dapat dijelaskan) oleh upah tenaga kerja dan sisanya lagi 2%, disebabkan oleh faktor lain.

- (d) Koefisien korelasi

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{r^2} \\
 &= \sqrt{0,98} \\
 &= \pm 0,99
 \end{aligned}$$

Oleh karena, tanda koefisien regresi positif maka tanda koefisien korelasinya juga positif. Jadi, koefisien korelasinya adalah 0,99.

Nilai $r = 0,99$, menunjukkan bahwa antara upah tenaga kerja dan produksi terdapat hubungan (korelasi) positif dan kuat.

(e) Taksiran nilai Y untuk X = 12,5

Pada poin (a) telah disusun persamaan regresi, $\hat{Y} = -1,43 + 1,75 X$

$$\text{Untuk } X = 12 \rightarrow \hat{Y} = -1,43 + 1,75 (12,5) \\ = 20,45$$

Jadi, bila upah tenaga kerja yang dikeluarkan sebesar 12,5 juta rupiah, maka produksinya ditaksirkan sebanyak 20,45 ton

(f) Kesalahan baku dari dugaan

Dari Tabel 9.5 dan poin (a) dapat diketahui $\sum Y_i = 138$, $\sum Y_i^2 = 2346$, $\sum X_i Y_i = 1449$, $a = -1,43$, $b = 1,75$ serta $n = 10$.

Per rumus (9.7) didapat,

$$S_{Y_x} = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a \sum Y_i - b \sum X_i Y_i}{(n - 2)}} \\ = \sqrt{\frac{2.346 - (-1,43)(138) - 1,75(1.449)}{(10 - 2)}} \\ = \sqrt{\frac{9,59}{8}} = 1,09$$

Jadi, kesalahan baku dari dugaan, $S_{Y_x} = 1,09$

Nilai $S_{Y_x} = 1,09$, artinya bahwa sekitar 68% nilai residualnya (beda nilai produksi pengamatan dan nilai taksirannya) terletak antara minus 1,09 ton dan 1,09 ton. Sekitar 95% nilainya terletak antara minus 2,18 ton dan 2,18 ton, dan hampir seluruhnya (99,7%) terletak antara minus 3,27 ton dan 3,27 ton.

Contoh 9-10

Seorang periset ingin mengetahui hubungan antara harga/tarif kamar hotel dengan jumlah kamar yang terjual. Di bawah ini merupakan data hasil riset mengenai harga/tarif kamar per unit per hari dan jumlah kamar yang terjual dari sebuah hotel dalam lima (5) tahun terakhir.

Tahun	Harga (Juta Rp)	Jumlah Kamar (Unit)
2010	4	60
2011	5	50
2012	6	45
2013	7	30
2014	8	25

Berdasarkan data tersebut,

(a) Dengan metode kuadrat terkecil, susunlah persamaan regresinya.

(b) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.

(c) Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi

- (d) Jika harga per unit kamar per hari Rp 6,4 juta taksirlah jumlah kamar yang terjual.
 (e) Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.

Penyelesaian

- (a) Menentukan persamaan regresinya

Tabel 9.6 Perhitungan Unsur-unsur Persamaan Regresi

Harga (X_i)	Kuantitas Barang (Y_i)	X_i^2	$X_i Y_i$	Y_i^2
4	60	16	240	3600
5	50	25	250	2500
6	45	36	270	2025
7	30	49	210	900
8	25	64	200	625
30	210	190	1.170	9.650

Dari hasil perhitungan dalam Tabel 9.6 dapat diketahui :

$$\sum X_i = 30, \sum Y_i = 210, \sum X_i^2 = 190, \sum X_i Y_i = 1.170 \text{ dan } n = 5$$

Per rumus (4.1) dapat dihitung \bar{X} dan \bar{Y} ,

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{210}{5} = 42$$

Per rumus (9.3) didapat,

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \\ &= \frac{5(1.170) - (30)(210)}{5(190) - (30)^2} \\ &= \frac{5.850 - 6.300}{950 - 900} \\ &= \frac{-450}{50} \\ &= -9,00 \end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (9.4) didapat

$$\begin{aligned}
 a &= \bar{Y} - b \cdot \bar{X} \\
 &= 42 - (-9)(6) \\
 &= 42 + 54 \\
 &= 96
 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan regresinya

$$\begin{aligned}
 \hat{Y} &= a + bX \\
 &= 96 - 9X
 \end{aligned}$$

(b) **Interpretasi** terhadap slope garis regresi, b.

Nilai $b = -9,00$, memiliki arti bahwa bila harga/tarif kamar naik satu juta rupiah maka jumlah kamar yang terjual akan turun rata-rata sebanyak 9 unit, atau bila harga/tarif kamar turun satu juta rupiah maka jumlah kamar yang terjual akan naik rata-rata sebanyak 9 unit.

(c) Koefisien determinasi, r^2

Dari hasil perhitungan poin (a) dan hasil perhitungan Tabel 9.6 diperoleh $a = 96$, $b = -9$, $\sum Y_i^2 = 9.650$, $\sum X_i Y_i = 1.170$, $\sum Y_i = 210$, $\bar{Y} = 42$ dan $n = 5$.

Per rumus (9.12) didapat,

$$\begin{aligned}
 r^2 &= \frac{a \sum Y_i + b \sum X_i Y_i - n(\bar{Y})^2}{\sum Y_i^2 - n(\bar{Y})^2} \\
 &= \frac{96(210) - 9(1.170) - 5(42)^2}{(9.650) - 5(42)^2} \\
 &= \frac{20.160 - 10.530 - 8.820}{9.650 - 8.820} \\
 &= \frac{810}{830} \\
 &= 0,975 = 0,98 \text{ (dibulatkan)}
 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien determinasinya = 0,98

Nilai $r^2 = 0,98$, memiliki arti bahwa 98% variasi (naik-turunnya) jumlah kamar yang terjual dijelaskan/dipengaruhi oleh harga per unitnya dan sisanya lagi 2%, disebabkan oleh faktor lain.

(d) Koefisien korelasi

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{r^2} \\
 &= \sqrt{0,98} \\
 &= \pm 0,99
 \end{aligned}$$

Oleh karena, tanda koefisien regresi negatif ($b = -9$) maka tanda koefisien korelasinya juga negatif. Jadi, koefisien korelasinya adalah $-0,99$. Nilai $r = -0,99$, memiliki arti bahwa antara harga/tarif kamar dengan jumlah kamar yang terjual terdapat hubungan (korelasi) negatif dan kuat.

(e) Taksiran nilai Y untuk $X = 6,4$

Pada butir (a) telah disusun persamaan regresinya, $\hat{Y} = 96 - 9X$

$$\begin{aligned}\text{Untuk } X = 6,4 &\rightarrow \hat{Y} = 96 - 9(6,4) \\ &= 38,4\end{aligned}$$

Jadi, bila harga/tarif per unit kamar per malam Rp6,4 juta, maka jumlah kamar yang terjual ditaksir sebanyak 38,4 unit \approx 38 unit (dibulatkan).

(f) Kesalahan baku dari dugaan

Dari Tabel 9.6 dan butir (a) dapat diketahui $\sum Y_i = 210$, $\sum Y_i^2 = 9.650$, $\sum X_i Y_i = 1.170$, $a = 96$, $b = -9$ dan $n = 5$.

Per rumus (9.7) didapat,

$$\begin{aligned}S_{Y_x} &= \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - a\sum Y_i - b\sum X_i Y_i}{(n-2)}} \\ &= \sqrt{\frac{9.650 - (96)(210) - (-9)(1.170)}{(5-2)}} \\ &= \sqrt{\frac{20}{3}} \\ &= 2,58\end{aligned}$$

Jadi, kesalahan baku dari dugaan, $S_{Y_x} = 2,58$

Interpretasi. Nilai $S_{Y_x} = 2,58$, artinya bahwa sekitar 68% nilai residual-nya (beda kuantitas pengamatan dan taksirannya) terletak antara minus 2,58 unit dan 2,58 unit. Sekitar 95% nilainya terletak antara minus 5,16 unit dan 5,16 unit, dan hampir seluruhnya (99,7%) terletak antara minus 7,74 unit dan 7,74 unit.

9.10 Korelasi Peringkat

Menurut metode ini, kuat-lemahnya korelasi/hubungan antara dua variabel diukur berdasarkan perbedaan urutan kedudukan (ranking) nilai sekornya dan bukan berdasarkan nilai data pengamatan (nilai asli). Jadi, datanya berupa data ordinal atau data urutan menurut kedudukan. Teknik korelasi peringkat ini akan memberikan hasil yang cukup memuaskan bila ukuran sampelnya, tidak kurang dari 10 dan tidak lebih dari 29. Jadi ukuran sampelnya termasuk

ukuran sampel kecil, dan apabila ukurannya diluar itu, sebaiknya analisis korelasi peringkat ini tidak digunakan.

Untuk menentukan (mencari) koefisien korelasi, hubungan antara dua variabel yang datanya berupa data ordinal, salah satunya dapat digunakan rumus **Spearman** sebagai berikut:

$$r = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (9.15)$$

r = koefisien korelasi

n = banyaknya pasangan data/ukuran sampel/banyaknya pengamatan

Σ = banyaknya pasangan rank

d_i = selisih dari pasangan rank ke- i

Contoh 9 - 11

Di bawah ini adalah data mengenai pengalaman kerja (dalam tahun) dan hasil penjualan (juta rupiah) 10 orang salesman dari sebuah perusahaan untuk sejenis barang tertentu.

Nama	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Pengalaman Kerja (Tahun)	6	5	3	8	9	4	10	7	1	2
Hasil Penjualan (Juta Rupiah)	50	33	41	60	35	32	57	30	45	22

Berdasarkan data tersebut, hitunglah korelasi peringkatnya.

Penyelesaian

Terlebih dahulu masing- masing nilai data observasi dari masing-masing variabel diberi nomor urut (ranking). Pemberian nomor ini mulai dari data dengan nilai terbesar. Data dengan nilai terbesar boleh diberi nomor ranking terkecil atau sebaliknya. Berikut ini, data dari masing-masing variabel dengan nilai terbesar, diberi ranking mulai dengan nomor terkecil yaitu nomor 1. Andaikata pemberian nomor ranking ini dibalik yaitu pengalaman kerja terlama dan hasil penjualan terbesar diberi ranking mulai dengan nomor urut terbesar yaitu 10, akan memberikan hasil yang sama.

Tabel 9.7 Cara Menghitung Koefisien Korelasi dengan Rumus **Spearman**

Nama	Pengalaman Kerja (X)	Rank X	Hasil Penjualan (Y)	Rank Y	d_i Selisih Rank	d_i^2
A	6	5	50	3	2	4
B	5	6	33	7	-1	1
C	3	8	41	5	3	9
D	8	3	60	1	2	4
E	11	2	35	6	-4	16
F	4	7	32	8	-1	1
G	12	1	57	2	-1	1
H	7	4	30	9	-5	25
I	1	10	45	4	6	36
J	2	9	22	10	-1	1
Total						98

Dari Tabel 9.7, dapat diketahui bahwa $\sum d_i^2 = 98$, dan diketahui $n = 10$

Per rumus (9.15) didapat,

$$\begin{aligned}
 r &= 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{6(98)}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{588}{990} = 1 - 0,59 \\
 &= 0,41
 \end{aligned}$$

Jadi, koefisien korelasi peringkatnya adalah 0,41

Contoh 9-11

Di bawah ini adalah data mengenai skor nilai atas 10 hotel bintang empat terbaik, yang telah dinilai oleh sebuah badan independen, dengan laba bersih per tahun (miliar rupiah) sebagai berikut:

Nama Hotel	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nilai (X)	82	92	85	95	96	84	94	90	86	80
Laba bersih (Y) (Miliar Rupiah)	50	34	42	60	36	31	60	30	24	45

Berdasarkan data tersebut, hitunglah korelasi peringkatnya

Penyelesaian

Pemberian ranking, dimulai dari variabel dengan nilai terbesar. Variabel dengan nilai terbesar diberi ranking 1, dan seterusnya. Pada variabel laba bersih (kolom 4) ada data bernilai kembar/sama yaitu data dengan nomor urut 4

dan 7, dengan nilai masing-masing 60. Maka rankingnya haruslah sama, cara menghitungnya adalah jumlah skor ranking dibagi 2, yaitu $(1 + 2)/2 = 1,5$. Jika ada tiga data bernilai sama, maka rankingnya sama dengan jumlah ketiga skor rankingnya di bagi tiga.

Tabel 9.8 Cara Menghitung Koefisien Korelasi dengan Rumus **Spearman**

Nama Hotel	Sekor Nilai (X)	Rank X	Laba bersih (Y)	Rank Y	d_i Selisih Rank	d_i^2
A	82	9	50	3	6	36
B	92	4	34	7	-3	9
C	85	7	42	5	2	4
D	95	2	60	1,5	0,5	0,25
E	96	1	36	6	-5	25
F	84	8	31	8	0	0
G	94	3	60	1,5	1,5	2,25
H	90	5	30	9	-4	16
I	86	6	24	10	-4	16
J	80	10	45	4	6	36
						144,5

Dari Tabel 9.8 dapat diketahui $\sum d_i^2 = 144,5$ dan diketahui $n = 10$

Per rumus (9.15) didapat,

$$\begin{aligned}
 r &= 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{6(144,5)}{10(10^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{867}{990} \\
 &= 1 - 0,88 \\
 &= 0,12
 \end{aligned}$$

Jadi, korelasi peringkatnya adalah 0,12

Soal-soal Latihan

- 9 - 1 Seorang periset ingin mengetahui hubungan antara inflasi dengan jumlah uang yang beredar. Di bawah ini merupakan data mengenai tingkat inflasi dan jumlah uang yang beredar di sebuah negara 10 tahun terakhir (2002 -2011).

Tahun	Inflasi	Jumlah Uang Beredar (Triliun Rupiah)
2002	10,0	164,2
2003	12,5	170,0
2004	12,6	171,2
2005	13,5	177,5
2006	14,4	166,8
2007	15,0	169,0
2008	14,9	165,7
2009	16,2	170,1
2010	15,9	168,9
2011	17,5	174,6

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya dengan metode kuadrat terkecil
 - Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
 - Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
 - Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.
- 9 - 2 Suatu survei yang ingin mempelajari hubungan pertumbuhan ekonomi dengan pengangguran (persentase jumlah penduduk yang menganggur terhadap populasi/total penduduk) dilakukan. Survei dilakukan di delapan negara (sampel acak) pada tahun lalu, di dapat hasil sebagai berikut (data hipotetis).

Pertumbuhan Ekonomi (%)	Pengangguran (%)
2,5	6,4
3,6	6,2
4,2	6,0
5,4	5,4
6,4	5,0
2,6	6,6
4,0	5,6
7,0	4,0

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya dengan metode kuadrat terkecil.

- (b) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
- (c) Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
- (d) Taksirlah persentase penganggur pada sebuah negara yang pertumbuhan ekonominya 4,6 persen.

- 9 - 3** Suatu survei yang bertujuan ingin mengetahui hubungan antara biaya promosi dan tingkat hunian kamar hotel dilakukan. Sepuluh (10) hotel bintang 5 diambil sebagai sampel acak, setelah diteliti didapat hasil sebagai berikut (data hipotesis)

Biaya Promosi (Ratus Juta Rupiah)	Tingkat Hunian Kamar (%)
2,0	40
3,2	50
3,5	54
4,0	60
4,5	65
5,2	70
6,0	75
6,5	78
7,0	80
7,4	85

Pertanyaan

- (a) Dengan metode kuadrat terkecil, tentukanlah persamaan garis regresinya.
 - (b) Berikanlah interpretasi nilai b dari persamaan regresi yang diperoleh.
 - (c) Hitunglah koefisien korelasi dan determinasinya, dan berikanlah interpretasi
 - (d) Coba saudara taksir volume penjualan perusahaan tersebut jika biaya iklan yang dikeluarkan sebesar Rp 750 juta.
 - (e) Hitunglah kesalahan baku dari dugaan, dan berikan inter-pretasi.
- 9 - 4** Data sekunder berupa data *time series* tahunan (dalam 5 tahun terakhir) berikut ini, merupakan hasil survei yang dilakukan di sebuah hotel bintang 4. Data ini menunjukkan hubungan antara harga kamar per malam dengan kuantitas kamar hotel yang terjual.

Tahun	Harga/unit/malam (Juta Rp)	Kuantitas Kamar (unit)
2011	4	50
2012	5	40
2013	6	35
2014	7	30
2015	8	28

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya dengan metode kuadrat terkecil.
- Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
- Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
- Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.
- Bila harga per unit kamar per malam Rp7,5 juta, berapa unit kamar dapat diharapkan terjual?

- 9 - 5** Hasil penelitian tentang pemakaian air bersih produksi PAM per kepala keluarga di sebuah kecamatan menunjukkan hasil sebagai berikut:

Jumlah Anggota Keluarga (Orang)	Pemakaian Air Bersih per Bulan (m^3)
2	12
3	17
4	22
5	26
8	32
10	54

Pertanyaan

- Buatlah diagram pencarnya.
- Berapa besar kenaikan rata-rata pemakaian air bersih per anggota keluarga?
- Berapa m^3 penyimpangan pemakaian air bersih yang sebenarnya dari pemakaian air yang diperkirakan?
- Jika jumlah anggota keluarga 7 orang, berapa m^3 kira-kira air bersih yang dipakai per bulan?
- Bagaimana hubungan jumlah anggota keluarga dengan volume pemakaian air tersebut ?

- 9 - 6** Data di bawah ini adalah data mengenai pendapatan petani sayur mayur per bulan dan pengeluaran untuk konsumsi.

Penghasilan per bulan (Juta rupiah)	Pengeluaran (Juta rupiah)
2	1,2
6	2,4
4	1,8
2	1,1
5	2,5
8	4,3

Pertanyaan

- Buatlah diagram pencarnya.
- Berdasarkan metode kuadrat terkecil susunlah persamaan regresinya.

- (c) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
- (d) Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasi, dan berikan interpretasi.
- (e) Jika penghasilan seorang petani Rp 7 juta, taksirlah besar pengeluarannya.
- f) Tentukanlah besarnya penyimpangan rata-rata antara nilai pengeluaran aktual dengan nilai taksirannya.

- 9 - 7** Seorang periset ingin mengetahui hubungan antara jumlah peserta KB dengan banyaknya bayi yang lahir di suatu daerah. Di bawah ini merupakan data mengenai jumlah peserta KB dan jumlah bayi yang lahir di suatu daerah dalam 6 tahun terakhir.

Tahun	Jumlah Peserta KB (Juta Orang)	Jumlah Bayi yang Lahir (Ribu orang)
2006	2,2	8,2
2007	2,0	9,5
2008	1,8	10,0
2009	1,5	12,1
2010	1,2	15,2
2011	1,0	13,5

Berdasarkan data tersebut,

- (a) Susunlah persamaan regresinya dg metode kuadrat terkecil.
- (b) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
- (c) Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
- (d) Jika peserta KB nya 1,4 juta orang, taksirlah jumlah bayi yang lahir.

- 9-8** Dua orang konsumen yaitu Santosa dan Martono diminta memberikan peringkat berdasarkan enak-tidaknya rasa 12 kopi bubuk yang beredar di pasar. Kopi yang paling enak diberi nilai/skor terbesar yaitu 12 dan yang paling tidak enak diberi nilai/skor 1. Diperoleh hasil sebagai berikut:

Merk Kopi	Rank Santosa	Rank Martono
A	4	1
B	12	10
C	7	5
D	1	3
E	9	6
F	5	7
G	8	9
H	10	10
I	3	2
J	6	8
K	2	4
L	11	11

Berdasarkan data di atas, hitunglah koefisien korelasi peringkatnya, dan berikan interpretasi.

- 9 - 9 Seorang periset ingin mengetahui hubungan antara waktu lamanya antre (dalam menit) dengan banyak jenis barang belanjaan untuk 10 konsumen pada salah satu kasir/kasa di sebuah pusat pembelanjaan.

Waktu (Menit)	Bayak jenis Barang (Item)
8	5
7	3
9	4
12	7
5	3
20	10
15	8
14	6
6	2
8	3

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya dg metode kuadrat terkecil.
 - Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
 - Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
 - Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.
- 9 - 10 Data yang disajikan berikut ini adalah data mengenai "aptitude test score" dan banyaknya mobil yang terjual dari 12 salesman yang bekerja pada sebuah perusahaan mobil di Indonesia, dalam periode waktu tertentu.

Salesman	Aptitude Test Score	Banyaknya Mobil Terjual (Unit)
1	90	40
2	88	41
3	82	38
4	95	44
5	86	30
6	96	45
7	78	28
8	92	40
9	87	42
10	75	24
11	93	46
12	76	35

Hitunglah koefisien korelasi peringkatnya, dan berikan interpretasi.

- 9 - 11** Seorang periset ingin mengetahui hubungan antara jumlah unit bangunan dengan luas lahan pertanian (sawah) di suatu wilayah. Data di bawah ini merupakan data jumlah unit bangunan dan luas lahan pertanian (sawah) di wilayah tersebut kurun waktu 2007-2014.

Tahun	Jumlah Bangunan (Ribu unit)	Luas Lahan (Ribu Ha)
2007	3,52	90
2008	4,25	85
2009	4,70	83
2010	5,04	78
2011	5,53	74
2012	6,16	72
2013	8,24	68
2014	9,20	60

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya dengan metode kuadrat terkecil.
- Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
- Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
- Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.

- 9 - 12** Seorang periset ingin mengetahui hubungan antara pendapatan per kapita negara asal wisman dengan jumlah wisman yang berlibur ke Bali. Data di bawah ini merupakan data pendapatan perkapita 10 negara asal wisman dan jumlah wisman yang berlibur ke Bali.

Negara	Pendapatan Per kapita (Ribu USD)	Jumlah Wisman (Ribu Orang)
A	19	45
B	25	60
C	34	72
D	37	75
E	38	80
F	42	84
G	45	85
H	49	86

Sumber : Data hipotetis

Berdasarkan data tersebut,

- Susunlah persamaan regresinya dengan metode kuadrat terkecil.
- Berikan interpretasi terhadap koefisien regresinya.
- Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien determinasinya, dan berikan interpretasi.
- Hitunglah kesalahan baku dari dugaan dan berikan interpretasi.
- Taksirlah jumlah wisman yang berlibur ke Bali bila pendapatan per kapita penduduk sebuah negara 46.000 USD.

10 REGRESI DAN KORELASI LINEAR BERGANDA

10.1 Pengantar

Dalam Bab 10, telah dipelajari model regresi dua variabel, yaitu model regresi yang hanya terdiri dari satu variabel bebas saja. Dalam Bab 10 ini, pembahasan diperluas yaitu mengenai model regresi berganda (majemuk) yaitu model regresi yang melibatkan lebih dari dua variabel yaitu satu variabel terikat Y , dengan dua atau lebih variabel bebas (X_1, X_2, \dots, X_k).

Namun dalam bab ini bahasan dibatasi pada model regresi berganda yang paling sederhana yaitu model regresi tiga variabel atau model regresi dengan dua variabel bebas. Model regresi ini terdiri dari satu variabel terikat Y , dan dua variabel bebas (X_1, X_2).

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa (peserta didik) diharapkan dapat menyusun/membangun model regresi, memberikan interpretasi koefisien regresi parsial, koefisien determinasi, koefisien korelasi ganda, Simpangan baku dari dugaan dan memprediksi nilai variabel terikat berdasarkan variabel bebasnya (dengan nilai tertentu).

10.2 Model Regresi Dua Variabel Bebas

Bentuk umum model regresi sampel dua variabel bebas atau model regresi tiga variabel dapat dinyatakan sebagai:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 \quad (10.1)$$

\hat{Y} = estimasi variabel terikat Y
 b_0 = suatu konstanta
 b_1 = koefisien regresi parsial dari X_1
 b_2 = koefisien regresi parsial dari X_2

Sistem persamaan berikut didapat melalui metode kuadrat terkecil (disini tidak diuraikan)

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2 \quad (10.2)$$

$$\sum X_1 Y = b_0 \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 \quad (10.3)$$

$$\sum X_2 Y = b_0 \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2 \quad (10.4)$$

Dengan menyelesaikan ketiga persamaan tersebut secara simultan akan diperoleh nilai b_1 dan b_2 . Selanjutnya nilai b_0 dapat dihitung per rumus 10.5.

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 \quad (10.5)$$

Bila deviasi X_i dan \bar{X}_i dinyatakan sebagai $x_i = X_i - \bar{X}_i$ dan deviasi Y_i dan \bar{Y}_i dinyatakan sebagai $y_i = Y_i - \bar{Y}_i$, maka nilai b_1 dan b_2 dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$b_1 = \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \quad (10.6)$$

$$b_2 = \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \quad (10.7)$$

10.3 Interpretasi Terhadap Nilai b_0 , b_1 dan b_2

Misalkan diketahui persamaan regresi sampel seperti berikut ini:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

Interpretasi terhadap nilai b_0 , b_1 dan b_2 adalah
 b_0 menyatakan nilai rata-rata variabel Y, bila $X_1 = 0$ dan $X_2 = 0$.
 b_1 menyatakan perubahan (naik/turun) nilai rata-rata variabel terikat Y, akibat perubahan (naik/turun) 1 unit X_1 , jika X_2 tetap.
 b_2 menyatakan perubahan (naik/turun) nilai rata-rata variabel terikat Y, akibat perubahan (naik/turun) 1 unit X_2 , jika X_1 tetap.

10.4 Kesalahan Baku Pendugaan

Kesalahan baku pendugaan yaitu simpangan baku b_0 , b_1 dan b_2 yaitu s_{b_0} , s_{b_1} dan s_{b_2} dan simpangan baku residualnya ($s_{Y.12}$) masing-masing dapat dihitung dengan rumus-rumus berikut:

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_1^2 \sum x_1^2 + \bar{X}_2^2 \sum x_2^2 - 2\bar{X}_1\bar{X}_2 \sum x_1x_2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1x_2)^2} \right] s_{Y.12}^2 \quad (10.8)$$

$$s_{b_0} = \sqrt{\text{Var}(b_0)} \quad (10.9)$$

$$\text{Var}(b_1) = \frac{\sum x_2^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2} \cdot s_{Y.12}^2 \quad (10.10)$$

$$s_{b_1} = \sqrt{\text{Var}(b_1)} \quad (10.11)$$

$$\text{Var}(b_2) = \frac{\sum x_1^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2} \cdot s_{Y.12}^2 \quad (10.12)$$

$$s_{b_2} = \sqrt{\text{Var}(b_2)} \quad (10.13)$$

Sementara $s_{Y.12}$ (simpangan baku residual) dapat dihitung dengan rumus.

$$s_{Y.12} = s_e = \sqrt{\frac{\sum y^2 - b_1 \sum yx_1 - b_2 \sum yx_2}{n-3}} \quad (10.14)$$

- n = banyaknya pasangan data/ukuran sampel
- k = menunjukkan banyaknya variabel bebas dalam model regresi (dalam hal ini k = 2)
- s_{b_0} = simpangan standar/baku dari b_0
- s_{b_1} = simpangan standar/baku dari b_1
- s_{b_2} = simpangan standar/baku dari b_2
- $s_{Y.12} = s_e$ = simpangan baku dari e (residual)

Contoh 10-1

Lima rumah tangga petani dari suatu daerah pertanian tertentu dipilih sebagai sampel acak, untuk diteliti tentang pengaruh pendapatan dan jumlah anggota keluarga terhadap pengeluaran konsumsinya. Dari penelitian yang dilakukan diperoleh hasil sebagai berikut (Anggapha sebaran populasinya normal).

Y	7	9	8	5	6
X ₁	8	12	9	6	6
X ₂	6	3	3	2	6

X₁ = pendapatan per tahun (juta rupiah)
 X₂ = jumlah anggota keluarga (orang)
 Y = konsumsi per tahun (juta rupiah)

- (a) Dengan metode kuadrat terkecil susunlah model regresinya.
 (b) Hitunglah nilai S_{Y-12} , s_{b_0} , s_{b_1} dan s_{b_2}
 (c) Berikanlah interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya
 (d) Berikan interpretasi terhadap nilai S_{Y-12} pada butir (b).

Penyelesaian

- (a) Menyusun model regresinya (regresi sampel)

Tabel 10.1 Perhitungan Unsur-unsur Model Regresi

Y	X ₁	X ₂	$x_1 = X_1 - \bar{X}_1$	$x_2 = X_2 - \bar{X}_2$	$y = Y - \bar{Y}$
7	8	6	-0,2	2	0
9	12	3	3,8	-1	2
8	9	3	0,8	-1	1
5	6	2	-2,2	-2	-2
6	6	6	-2,2	2	-1
35	41	20			

y ²	x ₁ y	x ₂ y	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₁ x ₂
0	0	0	0,04	4	-0,4
4	7,6	-2	14,44	1	-3,8
1	0,8	-1	0,64	1	-0,8
4	4,4	4	4,84	4	4,4
1	2,2	-2	4,84	4	-4,4
10	15	-1	24,8	14	-5

Dari Tabel 10.1 dapat diketahui bahwa,
 n = 5

$$\sum Y = 35 \rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{35}{5} = 7$$

$$\sum X_1 = 41 \rightarrow \bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{41}{5} = 8,2$$

$$\sum X_2 = 20 \rightarrow \bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

Dari baris terakhir Tabel 10.1 diketahui bahwa :

$$\begin{array}{llll} \sum x_1 y = 15 & \sum x_2 y = -1 & \sum x_1^2 = 24,8 & \sum x_2^2 = 14 \\ \sum x_1 x_2 = -5 & \sum y^2 = 10 & & \end{array}$$

Per rumus (10.6), dapat dihitung nilai b_1 ,

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ &= \frac{(15)(14) - (-5)(-1)}{(24,8)(14) - (-5)^2} = \frac{205}{322,2} = 0,6363 \end{aligned}$$

Per rumus (10.7) dapat dihitung nilai b_2 ,

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ &= \frac{(-1)(24,8) - (-5)(15)}{(24,8)(14) - (-5)^2} = \frac{50,2}{322,2} = 0,1558 \end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (10.5), b_0 dapat dihitung,

$$\begin{aligned} b_0 &= \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 \\ &= 7 - 0,6363(8,2) - 0,1558(4) \\ &= 1,1591 \end{aligned}$$

Jadi, model regresinya

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \\ \hat{Y} &= 1,1591 + 0,6363 X_1 + 0,1558 X_2 \end{aligned}$$

(b) Menghitung S_{Y-12} , S_{Yb0} , S_{b1} dan S_{b2}

Per rumus (10.14), nilai S_{Y-12} dapat dihitung sebagai berikut:

$$S_{Y-12} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - b_1 \sum yx_1 - b_2 \sum yx_2}{n - 3}}$$

$$s_{Y.12} = \sqrt{\frac{10 - 0,6363(15) - 0,1558(-1)}{5 - 3}} = \sqrt{0,3056} = 0,5528$$

$$s_{Y.12}^2 = 0,3056$$

Selanjutnya s_{b_0} , s_{b_1} dan s_{b_2} masing-masing dihitung melalui tahapan berikut:

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_1^2 \sum x_2^2 + \bar{X}_2^2 \sum x_1^2 - 2\bar{X}_1\bar{X}_2 \sum x_1x_2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1x_2)^2} \right] s_{Y.12}^2$$

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{5} + \frac{(8,2)^2(14) + (4)^2(24,8) - 2(8,2)(4)(-5)}{(24,8)(14) - (-5)^2} \right] (0,3056)$$

$$= 1,6414$$

$$s_{b_0} = \sqrt{\text{Var}(b_0)}$$

$$= \sqrt{1,6414} = 1,2811$$

$$s_{b_1} = \sqrt{\text{Var}(b_1)} = \sqrt{\frac{(\sum x_2^2)(s_{Y.12}^2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(14)(0,3056)}{(24,8)(14) - (-5)^2}} = \sqrt{\frac{4,2784}{322,2}}$$

$$= 0,1152$$

$$s_{b_2} = \sqrt{\text{Var}(b_2)} = \sqrt{\frac{(\sum x_1^2)(s_{Y.12}^2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(24,8)(0,3056)}{(24,8)(14) - (-5)^2}} = \sqrt{\frac{7,5789}{322,2}}$$

$$= 0,1534$$

Jadi, $S_{Y-12} = 0,5528$, $s_{b_0} = 1,2811$, $s_{b_1} = 0,1152$ dan $s_{b_2} = 0,1534$

(c) Interpretasi terhadap nilai b_0 , b_1 , dan b_2

- Nilai $b_0 = 1,1591$ memiliki arti bahwa pengeluaran konsumsi rata-rata per rumah tangga petani per tahun sebesar 1,1591 juta rupiah, bila pendapatan nol ($X_1 = 0$) dan jumlah anggota keluarga ($X_2 = 0$). Dalam teori ekonomi b_0 disebut konsumsi otonom.

- Nilai $b_1 = 0,6363$, memiliki arti bahwa bila pendapatan rumah tangga (X_1) petani tersebut naik satu juta rupiah, maka pengeluaran konsumsi rata-rata per rumah tangga petani akan naik sebesar 0,6363 juta rupiah jika jumlah anggota keluarga (X_2) tetap.
- Nilai $b_2 = 0,1558$, memiliki arti bahwa bila anggota keluarga rumah tangga (X_2) petani tersebut bertambah satu orang, maka pengeluaran konsumsi rata-rata per rumah tangga petani akan naik sebesar 0,1558 juta rupiah, jika pendapatannya (X_1) tetap.

(d) Interpretasi terhadap nilai S_{Y-12} atau s_e

Dari jawaban butir (b) diketahui bahwa $S_{Y-12} = 0,5528$. Nilai $S_{Y-12} = 0,5528$ artinya sekitar 68% nilai residual terletak antara minus Rp 0,5528 juta rupiah dan Rp 0,5528 juta. Sekitar 95% nilai residual terletak antara minus Rp 1,1056 juta dan Rp 1,1056 juta. Hampir seluruh residualnya (sekitar 99,7%) terletak antara minus Rp 1,6584 juta dan Rp 1,6584.

10.5 Koefisien Determinasi dan Koefisien Korelasi

■ Koefisien Determinasi (R^2)

Dalam regresi dua variabel, r^2 merupakan ukuran kesuaian atau ketepatan garis regresi terhadap sebaran datanya, atau menunjukkan proporsi total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebas yang tunggal. Dalam regresi tiga variabel kesesuaian atau ketepatan bidang regresi terhadap sebaran datanya diukur atau ditunjukkan oleh koefisien determinasi berganda (R^2). Jadi, koefisien determinasi berganda adalah ukuran yang menunjukkan proporsi total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebasnya secara serempak. Untuk menghitung nilai koefisien determinasi regresi berganda dua variabel bebas dipakai rumus berikut :

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{b_1 \sum yx_1 + b_2 \sum yx_2}{\sum y^2} \quad (10.15)$$

Seperti r^2 , nilai R^2 juga terletak antara 0 dan 1. Jika $R^2 = 1$, berarti 100% total variasi variabel terikat dijelaskan oleh variabel bebasnya, dan menunjukkan ketepatan terbaik. Bila $R^2 = 0$ berarti tak ada total variasi variabel terikat yang dijelaskan oleh variabel bebasnya.

■ Koefisien Korelasi Berganda (R)

Dalam analisis regresi dua variabel, tingkat keeratan hubungan antara variabel terikat dan variabel bebasnya diukur oleh **koefisien korelasi, r**. Sedangkan dalam analisis regresi tiga variabel tingkat keeratan hubungan antara variabel terikat dengan semua variabel bebasnya secara serempak diukur oleh **koefisien korelasi berganda, R**. Meskipun r dapat bernilai positif atau negatif, namun R selalu bernilai positif. Dalam praktek, R kurang penting, yang lebih penting adalah R^2 . Nilai R dapat dihitung dengan rumus:

$$R = \sqrt{R^2}$$

(10.16)

Contoh 10-2

Untuk Contoh 10-1, hitunglah koefisien determinasinya dan berikan interpretasi.

Penyelesaian

Dari baris terakhir pada Tabel 10.1 (Contoh 10.1) dapat dipetik nilai-nilai,

$\sum yx_1 = 15$, $\sum yx_2 = -1$, $\sum y^2 = 10$, dan $\sum x_1x_2 = -5$, juga telah dihitung $b_1 = 0,6363$ dan $b_2 = 0,1558$.

Selanjutnya, per rumus (10.15) dapat dihitung R^2 dan diperoleh

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{b_1 \sum yx_1 + b_2 \sum yx_2}{\sum y^2} \\ &= \frac{0,6363(15) + 0,1558(-1)}{10} = 0,9389 \end{aligned}$$

Interpretasi

Nilai $R^2 = 0,9389$, memiliki makna bahwa 93,89% dari total variasi (naik-turunnya) pengeluaran konsumsi (Y) dapat dijelaskan/dipengaruhi secara serempak oleh pendapatan (X_1) dan jumlah anggota keluarga (X_2) dan sisanya lagi 6,11% dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang tidak dimasukkan dalam model. Atau kontribusi pendapatan (X_1) dan jumlah anggota keluarga (X_2) secara serempak terhadap total variasi (naik-turunnya) pengeluaran konsumsi sebesar 93,89%. Sisanya lagi yaitu 6,11% merupakan kontribusi faktor-faktor lain, yang tidak dimasukkan dalam model.

10.6 Menaksir Variabel Terikat Y

Menaksir nilai variabel terikat (Y) untuk nilai variabel bebas X_1 dan X_2 tertentu, dapat dilakukan setelah persamaan regresi disusun. Agar lebih jelas perhatikan Contoh 10-3 berikut.

Contoh 10-3

Untuk Contoh 10-1, taksirlah konsumsi seorang petani yang berpenghasilan Rp 10 juta dengan 5 orang anggota keluarga.

Penyelesaian

Dari jawaban butir (a) Contoh 10-1, dapat diketahui persamaan/model regresi sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 1,1591 + 0,6363X_1 + 0,1558X_2$$

Dengan menggantikan $X_1 = 10$ dan $X_2 = 5$ dalam persamaan maka didapat nilai Y yang ditaksir (\hat{Y}) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= 1,1591 + 0,6363(10) + 0,1558(5) \\ &= 8,3011\end{aligned}$$

Jadi, besarnya konsumsi seorang petani yang berpenghasilan Rp 10 juta dengan 5 orang anggota keluarga ditaksir/diperkirakan sebesar Rp 8,3011 juta.

10- 7 Pelaporan Hasil-hasil Analisis Regresi

Dalam praktek hasil-hasil analisis regresi yang dilaporkan adalah koefisien-koefisien regresi disertai kesalahan standarnya/simpangan bakunya, dan koefisien determinasi (R^2). Kesalahan standar ditempatkan (dalam kurung) di bawah koefisien regresinya masing-masing, sementara R^2 ditempatkan di sebelah kanan persamaan regresinya.

Bila hasil analisis regresi Contoh 10.1 dilaporkan dalam bentuk ringkas formatnya sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = 1,1591 + 0,6363 X_1 + 0,1558 X_2 \quad R^2 = 0,9389$$

$$s_{b_j} = (1,2811) \quad (0,1152) \quad (0,1534)$$

Agar dapat lebih memahami pokok bahasan ini, berikut diberikan satu contoh lagi.

Contoh 10-4

Diberikan data seperti berikut:

Y	70	66	62	56	54
X_1	4	6	8	10	11
X_2	20	30	40	50	60

X_1 = jarak daerah tujuan wisata dari kota asal wisatawan domestik (ratus km)

X_2 = Harga kamar hotel per hari di daerah tujuan wisata (ratus ribu rupiah)

Y = Jumlah kamar yang terjual di daerah tujuan wisata (puluh unit)

Berdasarkan data di atas

(a) Susunlah model regresinya.

(b) Hitunglah $S_{Y.12}$, s_{b_0} , s_{b_1} dan s_{b_2} .

- (c) Berikan interpretasi terhadap nilai $S_{Y.12}$
- (d) Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.
- (e) Hitunglah koefisien determinasinya dan berikan interpretasi
- (f) Buatlah laporan ringkas mengenai hasil analisis regresi
- (g) Prediksilah jumlah kamar yang dapat terjual bila harga kamar Rp 7 juta dan jarak lokasi hotel dari kota asal wisdom 3.500 km.

Penyelesaian

(a) Menyusun model regresinya (regresi sampel)

Tabel 10.2 Perhitungan Unsur-unsur Model Regresi

Y	X ₁	X ₂	y = Y -	x ₁ = X ₁ - \bar{X}_1	x ₂ = X ₂ - \bar{X}_2
70	4	20	8,4	-3,8	-20
66	6	30	4,4	-1,8	-10
62	8	40	0,4	0,2	0
56	10	50	-5,6	2,2	10
54	11	60	-7,6	3,2	20
308	39	200	0,4		

y ²	x ₁ y	x ₂ y	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₁ x ₂
70,56	-31,92	-168	14,44	400	76
19,36	-7,92	-44	3,24	100	18
0,16	0,08	0	0,04	0	0
31,36	-12,32	-56	4,84	100	22
57,76	-24,32	-152	10,24	400	64
179,2	-76,4	-420	32,8	1.000	180

Dari Tabel 10.2 dapat diketahui bahwa,
n = 5

$$\sum Y = 308 \rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{308}{5} = 61,6$$

$$\sum X_1 = 39 \rightarrow \bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{39}{5} = 7,8$$

$$\sum X_2 = 200 \rightarrow \bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n} = \frac{200}{5} = 40$$

Dari baris terakhir Tabel 10.2 diketahui bahwa :

$$\sum x_1 y = -76,4 \quad \sum x_2 y = -420 \quad \sum x_1^2 = 32,8$$

$$\sum x_2^2 = 1.000 \quad \sum x_1 x_2 = 180 \quad \sum y^2 = 179,2$$

Per rumus (10.6), dapat dihitung nilai b_1 ,

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ &= \frac{(-76,4)(1.000) - (180)(-420)}{(32,8)(1.000) - (180)^2} = \frac{-800}{400} = -2,00 \end{aligned}$$

Per rumus (10.7) dapat dihitung nilai b_2 ,

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_1 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} \\ &= \frac{(-420)(32,8) - (180)(-76,4)}{(32,8)(1.000) - (180)^2} = \frac{-24}{400} = -0,06 \end{aligned}$$

Selanjutnya per rumus (10.5), b_0 dapat dihitung,

$$\begin{aligned} b_0 &= \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 \\ &= 61,6 - (-2,00)(7,8) - (-0,06)(40) \\ &= 79,6 \end{aligned}$$

Jadi, model regresinya

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \\ \hat{Y} &= 79,6 - 2,00X_1 - 0,06X_2 \end{aligned}$$

(b) Menghitung s_{b_0} , s_{b_1} dan s_{b_2}

Per rumus (10.14), nilai $S_{Y.12}$ atau s_e dihitung terlebih dahulu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} s_{Y.12} &= \sqrt{\frac{\sum y^2 - b_1 \sum yx_1 - b_2 \sum yx_2}{n - 3}} \\ s_{Y.12} &= \sqrt{\frac{179,2 - (-2)(-76,4) - (-0,06)(-420)}{5 - 3}} = \sqrt{0,6} = 0,7745 \end{aligned}$$

$$S_{Y.12} = 0,6$$

Selanjutnya s_{b_0} , s_{b_1} dan s_{b_2} masing-masing dihitung melalui tahapan berikut:

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}_1^2 \sum x_2^2 + \bar{X}_2^2 \sum x_1^2 - 2\bar{X}_1 \bar{X}_2 \sum x_1 x_2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \right] S_{Y.12}^2$$

$$\text{Var}(b_0) = \left[\frac{1}{5} + \frac{(7,8)^2(1000) + (40)^2(32,8) - 2(7,8)(40)(180)}{(32,8)(1000) - (180)^2} \right] (0,6)$$

$$= \left[\frac{1}{5} + \frac{1000}{400} \right] (0,6) = 1,62$$

$$\begin{aligned} s_{b_0} &= \sqrt{\text{Var}(b_0)} \\ &= \sqrt{1,62} \\ &= 1,273 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{b_1} &= \sqrt{\text{Var}(b_1)} = \sqrt{\frac{(\sum x_2^2)(s_{Y,12}^2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(1000)(0,6)}{(32,8)(1000) - (180)^2}} = \sqrt{\frac{600}{400}} \\ &= 0,1225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{b_2} &= \sqrt{\text{Var}(b_2)} = \sqrt{\frac{(\sum x_1^2)(s_{Y,12}^2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(32,8)(0,6)}{(32,8)(1000) - (180)^2}} = \sqrt{\frac{19,68}{400}} = 0,222 \end{aligned}$$

Jadi, $S_{Y,12} = s_e = 0,6000$, $s_{b_0} = 1,2730$, $s_{b_1} = 0,1225$ dan $s_{b_2} = 0,2220$

- (c) Dari jawaban butir (b) diketahui bahwa $S_{Y,12} = 0,6$. Nilai $S_{Y,12} = 0,6$ artinya sekitar 68% nilai residual (selisih kuantitas kamar pengamatan dan estimasinya) terletak antara minus 6 unit ($= 0,6 \times 10$ unit) dan Rp 6 unit. Sekitar 95% nilai residual terletak antara minus 12 unit dan 12 unit kamar. Hampir seluruh residualnya (sekitar 99,7%) terletak antara minus 18 unit dan 18 unit kamar.

- (d) Interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya

$b_1 = -2,000$, artinya bila tarif/harga kamar hotel per hari naik satu juta rupiah, maka kuantitas kamar yang akan terjual secara rata-rata akan turun 2 unit, jika jarak lokasi hotel dari kota asal wisdom tetap.

$b_2 = -0,06$ artinya bila jarak lokasi hotel dari kota asal wisdom (wisatawan domestik) bertambah seratus km, maka kuantitas kamar yang akan terjual secara rata-rata berkurang/turun sebanyak 6 unit ($= 100 \times 0,06$ unit), jika harga kamar per harinya tetap.

- (e) Menghitung Koefisien Determinasi dan interpretasinya

Per rumus 10.14 dapat ditung R^2 sebagai berikut :

$$R^2 = \frac{b_1 \sum yx_1 + b_2 \sum yx_2}{\sum y^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(-2)(-76,4) + (-0,06)(-420)}{179,2} \\
 &= \frac{178}{179,2} = 0,9933
 \end{aligned}$$

Interpretasi

$R^2 = 0,993$ artinya 99,3% total variasi (turun naiknya) kuantitas kamar hotel yang terjual dijelaskan/dipengaruhi secara serempak oleh tarif per harinya dan jarak lokasi hotel dari kota asal wisdom, dan sisanya lagi 0,7 % dijelaskan/dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang tidak dimasukkan dalam model.

- (f) Laporan ringkas hasil-hasil analisis regresi
 Dari hasil butir (a), (b) dan (e) dapat disusun laporan ringkas hasil-hasil analisis regresi sebagai berikut:

$$\begin{array}{l}
 \hat{Y} = 79,6 - 2,00X_1 - 0,06X_2 \quad R^2 = 0,993 \\
 s_{b_j} \quad (1,2730) \quad (0,1225) \quad (0,2220)
 \end{array}$$

- (g) $\hat{Y} = \dots$? Bliu $X_1 = 3,5$ dan $X_2 = 7$ (sesuaikan satuan data dengan satuan data dalam soal)

$$\begin{aligned}
 \hat{Y} &= 79,6 - 2,00X_1 - 0,06X_2 \\
 &= 79,6 - 2(10) - 0,06(7) \\
 &= 59,18 \\
 &= 59 \text{ (dibulatkan)}
 \end{aligned}$$

Jadi, kuantitas kamar yang dapat terjual bila jarak lokasi hotel dari kota asal wisdom 10.000 km dan tarif kamarnya Rp 700 ribu ditaksir sebanyak 59 unit.

Soal-soal Latihan

- 10-1** Untuk mengetahui pengaruh harga per kg barang A dan pendapatan konsumen terhadap kuantitas barang A yang diminta, dipilih 10 konsumen sebagai sampel acak untuk diteliti. Dari hasil penelitian tersebut diperoleh data sebagai berikut.

Y	7	8	4	10	8	5	7	8	3	5
X_1	3	4	2	6	4	3	4	5	6	8
X_2	4	5	3	7	6	5	4	6	4	5

X_1 = harga per kg barang A (ribu rupiah)

X_2 = pendapatan konsumen per bulan (juta rupiah)

Y = kuantitas barang A yang diminta (kg)

- Buat laporan ringkas hasil analisis regresinya.
- Berikanlah interpretasi atas nilai b_1 , b_2 dan koefisien determinasinya.
- Berikan interpretasi terhadap simpangan baku dugaan, $S_{Y.12}$
- Taksirlah kuantitas barang A yang diharapkan diminta oleh seorang konsumen yang berpenghasilannya Rp 5,5 juta dan bila harga per unit barang A tersebut Rp 7 ribu.

- 10-2** Diberikan data seperti berikut:

Y	70	66	62	56	54
X_1	40	55	82	102	120
X_2	6	8	9	11	15

X_1 = Jarak negara asal wisman ke daerah tujuan wisata (ribu km)

X_2 = Pendapatan per kapita negara asal wisman (juta rupiah)

Y = Jumlah kunjungan wisman (ratus ribu orang)

Berdasarkan data di atas

- Susunlah model regresinya.
 - Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.
 - Hitunglah koefisien determinasinya dan berikan interpretasi
 - Prediksilah jumlah kunjungan wisman bila tarif kamar Rp 10 juta dan jarak negara asal wisatawan ke lokasi hotel 70.000 km.
- 10-3** Data yang tersaji di bawah ini adalah data mengenai biaya promosi dan insentif yang dikeluarkan serta omzet penjualan dari 8 perusahaan fabrikasi di bidang farmasi, yang terpilih sebagai sampel acak.

Y	6	10	10	12	8	9	7	5
X_1	2	3,5	4	5	3	4	2	2,5
X_2	1	2	2,5	3	1,5	2,5	1,2	1

X_1 = biaya promosi per tahun (ratus juta rupiah)
 X_2 = insentif per tahun (ratus juta rupiah)
 Y = Omzet penjualan (miliar rupiah)

Berdasarkan data di atas,

- Buatlah laporan hasil-hasil analisis regresi
- Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsial dan koefisien determinasinya
- Dugalah omzet penjualan sebuah perusahaan yang telah mengeluarkan biaya promosi senilai Rp 400 juta dan insentif sebesar dan Rp 160 juta.

10- 4 Data yang tersaji di bawah ini adalah data mengenai masa kerja (rata-rata) tenaga pemasaran dan biaya promosi yang dikeluarkan serta omzet penjualan dari 8 perusahaan yang terpilih sebagai sampel acak.

Y	24	20	23	25	27	31	34	36
X_1	5	6	5	5	6	7	8	9
X_2	11	10	13	14	15	15	16	17

X_1 = masa kerja tenaga pemasaran (tahun)
 X_2 = biaya promosi (ratus juta rupiah)
 Y = Omzet penjualan (miliar rupiah)

Berdasarkan data di atas,

- Buatlah laporan hasil-hasil analisis regresi
- Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsial dan koefisien determinasinya
- Dugalah omzet penjualan sebuah perusahaan yang telah mengeluarkan biaya promosi senilai Rp 400 juta dan rata-rata pengalaman kerja tenaga pemasarannya 5,5 tahun.

10- 5 Diberikan data seperti berikut:

Y	22,5	28	34	39	45
X_1	9,8	21	30	39,7	45
X_2	9,8	7,8	6,0	4,2	1,9

X_1 = biaya promosi (puluh juta rupiah)
 X_2 = Harga kamar hotel per hari di daerah tujuan wisata (juta rupiah)
 Y = Jumlah kamar yang terjual di daerah tujuan wisata (puluh unit)

Berdasarkan data di atas

- Susunlah model regresinya.
- Hitunglah $S_{Y.12}$ atau s_e dan berikan interpretasi
- Berikan interpretasi terhadap koefisien regresi parsialnya.
- Hitunglah koefisien determinasinya dan berikan interpretasi
- Prediksilah jumlah kamar yang dapat terjual bila harga kamar Rp 5,8 juta dan biaya promosi yang dikeluarkan Rp 400 juta.

11 ANGKA INDEKS

11.1 Pengantar

Setelah data dikumpulkan, diolah dan disajikan, selain dapat dianalisis dengan menggunakan ukuran lokasi, ukuran dispersi maupun regresi dan korelasi, dapat juga dianalisis guna melihat perkembangan atau perubahan relatif maupun perbedaan diantara data itu sendiri. Salah satu alat statistik untuk melihat perkembangan atau perubahan relatif maupun perbedaan tersebut adalah angka indeks.

Dalam Bab 11, akan dibahas angka indeks yang meliputi antara lain; (1) Pengertian angka indeks, (2) Jenis-jenis angka indeks, (3) Metode perhitungan angka indeks, (4) Angka indeks berantai, (5) Pergeseran angka indeks, (6) Merangkai angka indeks, dan (7) Angka indeks untuk proses deflasi.

Tujuan bab ini. Setelah mempelajari bab ini, peserta didik (mahasiswa) diharapkan dapat memahami angka indeks dan mampu menghitung angka indeks dari data variabel tunggal maupun data dari sekelompok variabel

11.2 Pengertian Angka Indeks

Angka indeks adalah ukuran statistik yang biasanya digunakan untuk menyatakan perubahan-perubahan relatif (perbandingan) nilai suatu variabel tunggal atau nilai sekelompok variabel. Perubahan relatif ini dinyatakan dalam persentase. Namun persentase dari angka indeks umumnya tidak dinyatakan atau ditulis, akan tetapi setiap angka indeks selalu dibaca dalam persen.

Contoh 11 -1

Rata-rata harga per kg beras per bulan di kota Denpasar pada tahun 2009 dan tahun 2010 masing-masing adalah Rp 5.505,00 dan Rp 6.541,00 (BPS Provinsi Bali, 2011). Apabila harga beras pada tahun 2010 dengan tahun 2009 dibandingkan akan didapat (angka) indeks sebagai berikut;

Angka Indeks 2010/2009 = $6.541,00 / 5.505,00 \times 100\% = 118,82$. Angka Indeks sebesar 118,82 memiliki makna bahwa rata-rata harga per kg beras per bulan pada tahun 2010 lebih tinggi atau mengalami kenaikan sebesar 18,82% (= $118,82-100$)% dari rata-rata harga per kg beras per bulan pada tahun 2009.

Contoh 11 - 2

Sebuah grosir beras ingin mengetahui perubahan nilai penjualan beras selama 5 tahun terakhir. Sedangkan data penjualan yang dimilikinya sebagai berikut;

Tahun	Nilai Penjualan (Juta Rp)
2007	300
2008	250
2009	350
2010	400
2011	425

Sumber : Data hipotetis

Perkembangan perubahan penjualan setiap tahun dapat dihitung dengan angka indeks sebagai berikut:

Tabel 11.1 Perhitungan Angka Indeks Nilai Penjualan Beras Kurun Waktu 2007-2011 (Tahun dasar 2007)

Tahun	Nilai Penjualan (Juta Rp)	Angka Indeks
2007	300	tahun dasar = 100
2008	250	$\frac{250}{300} \times 100 = 83,33$
2009	350	$\frac{350}{300} \times 100 = 116,67$
2010	400	$\frac{400}{300} \times 100 = 133,33$
2011	425	$\frac{425}{300} \times 100 = 141,67$

Berdasarkan Tabel 11.1, dapat diketahui perkembangan nilai penjualan beras sebagai berikut:

Tahun 2007 sebagai tahun dasar diberi nilai 100. Tahun 2008 dengan angka

indeks 83,33 berarti nilai penjualan turun sebesar 16,67% dari nilai penjualan pada tahun 2007. Tahun 2009 dengan angka indeks 116,67 berarti nilai penjualan naik sebesar 16,67% dari nilai penjualan pada tahun 2007. Tahun 2010 dengan angka indeks 133,33 berarti nilai penjualan naik sebesar 33,33% dari nilai penjualan pada tahun 2007. Terakhir angka indeks pada tahun 2011 sebesar 141,67 berarti nilai penjualan pada tahun 2011 naik sebesar 41,67% dari nilai penjualan tahun 2007.

Contoh 11 - 3

Harga eceran rata-rata empat bahan kebutuhan pokok per kilogram per bulan di Kota Denpasar tahun 2009 dan tahun 2010, disajikan pada Tabel 11.2.

Tabel 11.2 Harga Eceran Rata-rata Empat Bahan Pokok di Denpasar Tahun 2009 dan 2010.

Bahan Pokok	Harga Rata-rata (Rp/Kg)	
	2009	2010
1 Beras	5.505	6.541
2 Gula Pasir	8.355	10.628
3 Daging Ayam	23.825	25.406
4 Garam	3.241	3.333
Total	40.926	45.908

Sumber : BPS Provinsi Bali, 2011

Perubahan harga rata-rata gabungan ke empat bahan pokok tersebut, dapat dilihat melalui indeks harga gabungan sebagai berikut ;

Indeks harga rata-rata gabungan tahun 2010/2009 sama dengan $45.908/40.926 = 112,17$. Indeks harga rata-rata gabungan pada tahun 2010 dengan tahun dasar 2009 = 112,17, memiliki arti bahwa harga rata-rata gabungan per kg keempat bahan kebutuhan pokok tersebut naik sebesar $(112,17 - 100) = 12,17\%$ dari harga rata-rata gabungan pada tahun 2009.

11.3 Jenis-jenis Angka Indeks

Dalam bidang ekonomi pada dasarnya ada 3 (tiga) jenis angka indeks, yaitu (1) indeks harga, (2) indeks kuantitas, dan (3) indeks nilai

■ Indeks Harga (*Price indeks*)

Indeks harga adalah angka yang dapat dipakai untuk melihat perubahan mengenai harga-harga barang, baik harga sejenis barang maupun sekelompok barang dalam waktu dan tempat yang sama ataupun berlainan.

■ Indeks Kuantitas (*Quantity indeks*)

Indeks kuantitas adalah angka yang dapat dipakai untuk melihat perubahan mengenai kuantitas sejenis barang atau sekelompok barang yang dihasilkan (diproduksi), dijual, dikonsumsi, diekspor, dan sebagainya dalam waktu yang sama atau berlainan.

■ Indeks Nilai (*Value indeks*)

Indeks nilai adalah angka yang dapat dipakai untuk melihat perubahan nilai uang dari suatu barang yang diproduksi, diekspor, diimpor, dikonsumsi dan sebagainya dalam waktu dan tempat yang sama atau berlainan. Nilai ini dapat diperoleh dari hasil perkalian antara harga per unit barang dengan kuantitasnya. Sebagai contoh, misalnya indeks **biaya hidup** pada dasarnya merupakan nilai pengeluaran konsumsi setiap keluarga, yang tak lain dari hasil perkalian antara harga per unit dan kuantitas barang yang dikonsumsi. Demikian juga halnya dengan **nilai produksi**, yang tak lain merupakan hasil perkalian antara harga per unit dengan kuantitas barang yang diproduksi.

Pengertian angka indeks yang lainnya dalam bidang ekonomi merupakan kombinasi diantara dua, dari tiga angka indeks tersebut. Selanjutnya dalam buku ini akan dibahas lebih banyak mengenai **indeks harga**, oleh karena indeks inilah yang paling banyak digunakan dalam bidang ekonomi dan bisnis dibandingkan dengan indeks lainnya.

11.4 Masalah Pokok dalam Penyusunan Angka Indeks

Ada beberapa masalah yang perlu diperhatikan dalam penyusunan angka Indeks, dan beberapa masalah tadi akan menentukan mutu atau kualitas angka indeks tersebut. Beberapa masalah tersebut antara lain adalah (Levin, 1981; Gupta dan Gupta, 1983).

1 Tujuan Penyusunan Angka Indeks

Sebelum angka indeks disusun perlu diputuskan dan dirumuskan terlebih dahulu apa yang mau diukur, mengapa perlu diukur dan bagaimana cara mengukurnya? Keputusan sedemikian itu akan menentukan data macam apa yang harus dikumpulkan dan diolah bagi keperluan penyusunan angka indeks. Tidak ada angka indeks yang dapat menjawab berbagai tujuan (multitujuan). Setiap angka indeks penggunaannya terbatas dan tertentu. Kegagalan dalam merumuskan tujuan dan menyusun angka indeks akan menimbulkan kebingungan dan pemborosan waktu tanpa hasil yang bermanfaat.

2 Ketersediaan dan Komparabilitas Data

Angka indeks berupa angka perbandingan (*rasio*). Tidak mungkin untuk membuat perbandingan yang tepat bila data yang diperlukan tidak tersedia. Oleh karena itu, dalam menyusun angka indeks data yang diperlukan harus tersedia, selain itu data yang dipakai sebaiknya satu sumber (sumber data yang sama), agar satuan data, definisi dan istilahnya sama sehingga hasil pengukuran angka indeks tidak menyesatkan. Bila sumber datanya berbeda, satuannya harus disesuaikan terlebih dahulu dan perumusan berbagai istilah yang berasal dari sumber yang berbeda harus diteliti dan ditelaah secara seksama.

3 Pemilihan Periode dasar

Tahun dasar (*periode dasar*) adalah tahun yang digunakan sebagai dasar perbandingan, maka tahun dasar diberi indeks 100. Oleh karena tahun dasar ini menjadi dasar perbandingan, maka tahun dasar ini perlu dipilih secara

tepat. Untuk memilih tahun dasar ada tiga hal yang perlu dipertimbangkan yaitu :

Pertama, sebagai tahun dasar, hendaknya dipilih tahun yang keadaan perekonomiannya relatif stabil (norma), tidak ada perang, bencana alam, depresi dan yang lainnya. Pada tahun-tahun yang perekonomiannya tidak stabil, harga-harga akan sangat berfluktuasi. Tahun sedemikian itu tidak dapat digunakan sebagai pembanding.

Kedua, tahun dasar sebagai dasar pembanding hendaknya tidak terlalu jauh dari tahun-tahun yang hendak dibandingkan. Makin jauh tahun dasar yang dipakai sebagai dasar pembanding, maka makin lemah kualitas angka indeks tersebut atau semakin kabur sifat perbandingan tersebut.

Ketiga, b

asis tetap atau basis rantai. Dalam memilih tahun dasar, perlu diputuskan tahun dasar tetap atau tahun dasar berantai. Kalau yang dipilih tahun dasar tetap, maka angka indeks tahun lainnya (yang dihitung angka indeksnya) selalu dihitung berdasarkan tahun tertentu dan tetap. Bila dipilih tahun dasar berantai, maka angka indeks tahun lainnya (yang dihitung angka indeksnya) dihitung berdasarkan atas satu tahun sebelumnya. Angka indeks yang dihitung atas tahun dasar berantai akan memberikan gambaran lebih baik dari angka indeks yang dihitung atas dasar tahun dasar tetap.

4 Pemilihan Kuantitas Barang

Dalam penyusunan angka indeks tidak setiap barang dimasukkan, namun sebagian (sampel). Oleh karena itu perlu diputuskan barang apa saja dan berapa banyak dimasukkan. Barang (sampel) dipilih sedemikian rupa sehingga barang tersebut mewakili selera, kebiasaan dan adat istiadat orang-orang yang angka indeksnya disusun.

5 Pemilihan Ukuran Nilai Sentral (Rata-rata)

Oleh karena angka indeks pada hakekatnya merupakan angka rata-rata, maka dalam penyusunan angka indeks perlu diputuskan akan memakai ukuran nilai sentral mana, rata-rata hitung, rata-rata ukur, rata-rata harmonis, median atau modus. Dalam penyusunan angka indeks median dan modus hampir tidak pernah digunakan. Yang digunakan adalah salah satu dari rata-rata hitung atau rata-rata ukur.

6 Pemilihan Timbangan

Faktor penimbang digunakan untuk membedakan arti penting suatu barang terhadap barang lainnya. Untuk barang yang lebih penting diberikan faktor penimbang yang lebih besar dari faktor penimbang barang yang kurang penting. Dalam penyusunan angka indeks perlu diputuskan apakah timbangan semua barang sama atau tidak. Karena pemberian timbangan terhadap barang akan mempengaruhi angka indeks.

7 Pemilihan Metode Perhitungan Angka Indeks

Ada beberapa metode dalam perhitungan angka indeks, supaya tujuan dari perhitungan angka indeks tercapai, perlu dipilih metode yang paling

tepat. Pilihan atas metode/formula perhitungan angka indeks tergantung dari tujuan angka indeks dan ketersediaan data.

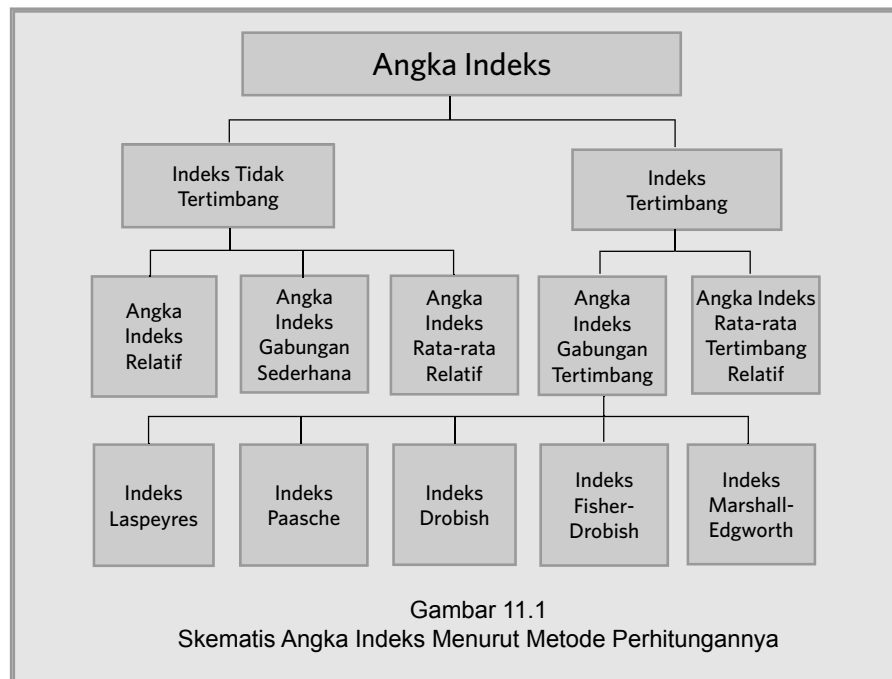
11.5 Metode Perhitungan Angka Indeks

Menurut metode perhitungannya, angka indeks dibagi menjadi dua yaitu: (1) **Angka indeks tidak tertimbang**, dan (2) **Angka indeks tertimbang**. Angka indeks tidak tertimbang dibagi menjadi tiga yaitu; (1) Angka indeks agregatif sederhana, (2) Angka indeks relatif, dan (3) Angka indeks rata-rata hitung relatif. Sedangkan, angka indeks tertimbang dibagi dua yaitu; (1) Angka indeks agregatif, dan (2) Angka indeks rata-rata hitung relatif.

Indeks Agregatif (gabungan) merupakan indeks yang terdiri dari beberapa jenis barang (kelompok barang), misalnya indeks harga 9 (sembilan) macam bahan pokok, indeks ekspor Indonesia, indeks impor Indonesia, indeks biaya hidup, dan yang lainnya. Indeks agregatif memungkinkan untuk melihat persoalan secara keseluruhan, dan bukan melihat per individu.

Indeks Tertimbang adalah indeks yang dalam penyusunannya telah mempertimbangkan faktor-faktor yang akan mempengaruhi naik turunnya angka indeks tersebut.

Secara skematis angka indeks menurut metode perhitungannya dapat dinyatakan seperti Gambar 11.1.



11.6 Angka Indeks Tidak Tertimbang

Tidak tertimbang maksudnya bahwa setiap jenis barang dianggap memiliki arti penting yang sama.

11.6.1 Angka Indeks Gabungan Sederhana

Pada indeks ini yang dihitung adalah perbandingan harga ataupun kuantitas atau nilai dari sekelompok barang. Barang-barang yang terdapat dalam satu kelompok tersebut haruslah mempunyai sifat-sifat yang sama. Misalnya; (1) Kelompok barang-barang kebutuhan pokok; seperti beras, ikan asin, minyak goreng, garam dan gula pasir, (2) Kelompok hasil pertanian: seperti beras, jagung, ketela, kentang, kol dan kacang. Menurut metode ini, indeks harga, indeks kuantitas dan indeks nilai, masing-masing dihitung dengan rumus sebagai berikut:

■ Angka indeks harga

Indeks harga agregat/gabungan (P) beberapa barang menurut metode ini, dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$P_{(n,0)} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100 \quad (11.1)$$

$P_{(n,0)}$ = Angka indeks harga gabungan pada waktu atau periode n dengan waktu dasar 0

P_n = Harga barang pada waktu atau periode n

P_0 = Harga barang pada waktu dasar 0

Contoh 11 - 4

Harga eceran per satuan lima jenis barang per bulan di Kota Denpasar tahun 2009 dan tahun 2010, disajikan sebagai berikut:

Jenis Barang	Satuan	Harga Per Satuan (Rp)	
		2009	2010
1 Minyak Goreng	Liter	12.518	12.529
2 Gula Pasir	Kg	8.355	10.628
3 Beras	Kg	5.505	6.541
4 Garam	Kg	3.241	3.333
5 Daging Ayam Ras	Kg	23.825	25.406

Sumber: BPS Provinsi Bali, 2011

Berdasarkan data tersebut, hitunglah indeks harga agregatif tidak tertimbang kelima barang tersebut, dan berikan makna terhadap nilai angka indeks yang diperoleh.

Penyelesaian

Tabel 11.3 Perhitungan Indeks Harga Agregatif Kelima Barang Tersebut Tahun 2010 dengan Tahun Dasar 2009.

Jenis Barang	Satuan	Harga (Rp)	
		2009	2010
1 Minyak Goreng	Liter	12.518	12.529
2 Gula Pasir	Kg	8.355	10.628
3 Beras	Kg	5.505	6.541
4 Garam	kg	3.241	3.333
5 Daging Ayam Ras	Kg	23.825	25.406
Total		53.444	58.437

Dari Tabel 11. 3, dapat diketahui bahwa $\sum P_0 = \sum P_{09} = \text{Rp } 53.444$ dan $\sum P_n = \sum P_{10} = 58.437$

Selanjutnya per rumus (11.1) didapat,

$$P_{(n,0)} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

$$P_{(10,09)} = \frac{\sum P_{91}}{\sum P_{90}} \times 100$$

$$= \frac{58.473}{53.444} \times 100$$

$$= 109,41$$

Jadi, indeks harga agregat (gabungan) tidak tertimbang kelima barang tersebut pada tahun 2010 dengan waktu dasar 2009 adalah 109,41.

$P_{(10,09)} = 109,41$ memiliki arti bahwa harga gabungan kelompok barang tersebut mengalami kenaikan sebesar $(109,41 - 100) = 9,41\%$ pada tahun 2010 dari harga gabungannya pada tahun 2009.

Contoh 11 - 5

Harga komoditas ekspor Indonesia tahun 2008 dan 2009 disajikan sebagai berikut:

Jenis Komoditas	Harga (Rupiah)	
	2008	2009
1 Minyak sereh	10.139.070	8.275.000
2 Lada putih	4.170.833	3.764.167
3 Kopra	578.042	371.205

Sumber: BPS Republik Indonesia, 2010. Diambil sebagian.

Hitunglah indeks harga agregatif (gabungan) tidak tertimbang tiga komoditas ekspor tersebut pada tahun 2009 dengan waktu dasar tahun 2008.

Penyelesaian

Tabel 11.4 Perhitungan Indeks Harga Agregat ke Tiga Komoditas Ekspor Indonesia

Jenis Komoditas	Harga (Rupiah)	
	2008	2009
1 Minyak sereh	10.139.070	8.275.020
2 Lada putih	4.170.833	3.764.167
3 Kopra	578.042	371.205
Total	14.887.945	12.410.392

Dari Tabel 11.4, dapat diketahui $\sum P_0 = \sum P_{08} = 14.887.945$, dan $\sum P_n = \sum P_{09} = 12.410.392$.

Per rumus (11.1) didapat,

$$P_{(n,0)} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

$$P_{(09, 08)} = \frac{\sum P_{09}}{\sum P_{08}} \times 100$$

$$= \frac{12.410.392}{14.887.945} \times 100 = 83,36$$

Ini berarti harga gabungan tiga komoditas ekspor Indonesia pada tahun 2009 turun sebesar $(100 - 83,36)\% = 16,64\%$ dari harga gabungan tahun 2008.

Sering kali angka indeks agregatif sederhana (yang tidak tertimbang) kurang mencerminkan keadaan yang sebenarnya, terutama bila dalam kelompok barang tersebut terdapat harga barang yang ekstrem. Kelemahan lainnya adalah satuan barang tidak seragam, disamping itu kuantitas barang yang dikonsumsi tidak diperhitungkan. Sehingga metode agregatif sederhana (11.1) jarang sekali digunakan bagi penyusunan angka indeks. Sebagai gambaran mengenai hal tersebut, perhatikanlah contoh berikut.

Contoh 11 - 6

Tabel 11.5 Harga Beberapa Jenis Lauk dan Susu di Sebuah Kota Tahun 2010 dan 2011

Jenis Lauk	Harga (Rupiah)	
	Tahun 2010	Tahun 2011
1 Telur Ayam	1.250	1.500
2 Telur Itik	1.400	1.600
3 Telur Asin	1.500	1.750
4 Ikan Asin	22.500	18.000
5 Susu	5.000	7.500

Sumber : Data Hipotetis

Berdasarkan data pada Tabel 11.5, hitunglah indeks harga agregat (gabungan) tidak tertimbang kelima barang tersebut pada tahun 2011 dengan waktu dasar tahun 2010. Berikanlah komentar atas hasil yang diperoleh

Penyelesaian

Tabel 11.5a Perhitungan Indeks Harga Agregatif Beberapa Jenis Lauk dan Susu

Jenis Lauk	Harga (Rupiah)	
	Tahun 2010	Tahun 2011
1 Telur Ayam	1.250	1.500
2 Telur Itik	1.400	1.600
3 Telur Asin	1.500	1.750
4 Ikan Asin	22.500	18.000
5 Susu	5.000	7.500
Total	31.650	30.350

Berdasarkan Tabel 11.5a, dapat diketahui $\sum P_0 = \sum P_{10} = 31.650$, dan $\sum P_n = \sum P_{11} = 30.350$

Per rumus (11.1) didapat,

$$P_{(n,0)} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

$$P_{(11,10)} = \frac{\sum P_{11}}{\sum P_{10}} \times 100$$

$$= \frac{30.350}{31.650} \times 100$$

$$= 95,89$$

$P_{(11,10)} = 95,89$, berarti terjadi penurunan harga sebesar $(100 - 95,89) = 4,11\%$. Dilihat dari data aslinya sebagian besar harga-harga komoditas tersebut naik, sedangkan yang harganya turun hanyalah ikan asin, dan setelah dihitung secara agregatif ternyata indeksinya lebih kecil dari 100. Hal ini berlawanan dengan kenyataan, sehingga apabila seseorang menggunakan angka ini sebagai bahan pertimbangan, maka hasilnya tentu saja akan menyesatkan.

■ Angka Indeks Kuantitas

Indeks kuantitas Agregatif (gabungan) beberapa barang menurut metode ini, dihitung dengan rumus,

$$Q_{(n,0)} = \frac{\sum Q_n}{\sum Q_0} \times 100 \quad (11.2)$$

$$Q_{(n,0)} = \text{Indeks kuantitas gabungan pada tahun } n, \text{ tahun dasar } 0$$

$$Q_n = \text{Kuantitas barang pada tahun } n$$

$$Q_0 = \text{Kuantitas barang pada tahun dasar } 0$$

Contoh 11 - 7

Tabel 11.6 Rata-rata Produksi Sayur Mayur Menurut Jenisnya di Sebuah Kabupaten Tahun 2010 dan 2011

Jenis Barang	Banyaknya Produksi (Ton)	
	2010	2011
1 Bawang Merah	14.684	20.875
2 Bawang Putih	4.979	15.931
3 Bawang Daun	652	1.294
4 Kentang	2.261	5.107
5 Kubis	14.787	54.415
6 Sawi	5.743	13.882
7 Kacang Merah	159	17.051
8 Kacang Panjang	120	100
9 Terong	80	120

Sumber : Data Hipotetis

Hitunglah indeks rata-rata produksi (kuantitas) gabungan sayur mayur tersebut pada tahun 2011 dengan waktu dasar tahun 2010

Penyelesaian

Tabel 11.6a Perhitungan Indeks Rata-Rata Produksi Gabungan Sayur Mayur Menurut Jenisnya Tahun 2011 dengan Tahun Dasar 2010

Jenis Barang	Banyaknya Produksi (Ton)	
	Q_0	Q_n
1 Bawang Merah	14.684	20.875
2 Bawang Putih	4.979	15.931
3 Bawang Daun	652	1.294
4 Kentang	2.261	5.107
5 Kubis	14.787	54.415
6 Sawi	5.743	13.882
7 Kacang Merah	159	17.051
8 Kacang Panjang	120	100
9 Terong	80	120
Total	43.465	128.775

Sumber : Data Hipotetis

Dari Tabel 11.6a dapat diketahui $\sum Q_n = \sum Q_{11} = 128.775$, dan $\sum Q_0 = \sum Q_{10} = 43.465$.

Per rumus (11.2) di dapat,

$$Q_{(n,0)} = \frac{\sum Q_n}{\sum Q_0} \times 100$$

$$Q_{(11,10)} = \frac{128.775}{43.465} \times 100$$

$$= 296,27$$

$Q_{(11,10)} = 296,27$, ini berarti produksi sayur mayur di kabupaten tersebut pada tahun 2011 mengalami kenaikan sebesar 196,27% dari tahun 2010.

■ Angka Indeks Nilai

Indeks nilai agregat (gabungan) beberapa barang menurut metode ini , dihitung dengan rumus sebagai berikut;

$$V_{(n,0)} = \frac{\sum V_n}{\sum V_0} \times 100 \quad (11.3)$$

$V_{(n,0)}$ = Indeks nilai uang pada tahun n dengan tahun dasar 0

V_n = Nilai uang pada tahun n

V_0 = Nilai uang pada tahun dasar 0

Contoh 11 - 8

Tabel 11.7 Harga dan Kuantitas Empat Jenis Barang yang Dikonsumsi di Daerah "A" Pada Tahun 2010 dan Tahun 2011.

Jenis Barang	2010		2011	
	Harga/ unit (Rp)	Kuantitas (Unit)	Harga/unit (Rp)	Kuantitas (Unit)
A	8.000	4	10.000	6
B	5.000	2	8.000	3
C	2.000	1	3.000	2
D	4.500	6	5.000	6

Sumber : data hipotetis

Berdasarkan data di atas hitunglah indeks nilai gabungan barang-barang tersebut pada tahun 2011 dengan tahun dasar 2010.

Penyelesaian

Tabel 11.7a Perhitungan Angka Indeks Nilai Gabungan Tiga Jenis Barang Tahun 2011 dengan Tahun Dasar 2010.

Jenis Barang	2010		2011		$V_0 =$	$V_n =$
	P_0	Q_0	P_n	Q_n	$P_0 \cdot Q_0$	$P_n \cdot Q_n$
A	8.000	4	10.000	6	32.000	60.000
B	5.000	2	8.000	3	10.000	24.000
C	2.000	1	3.000	2	2.000	6.000
D	4.500	6	5.000	6	27.000	30.000
Total					71.000	120.000

Dari Tabel 11.7a, dapat diketahui $\sum V_n = 120.000$, dan $\sum V_0 = 71.000$

Per rumus (11.3) didapat,

$$V_{(n,0)} = \frac{\sum V_n}{\sum V_0} \times 100$$

$$\begin{aligned} V_{(11,0)} &= \frac{120.000}{71.000} \times 100 \\ &= 169,01 \end{aligned}$$

$V_{(11,0)} = 169,01$, memiliki arti bahwa nilai (dalam uang) ketiga jenis barang tersebut pada tahun 2011 naik sebesar $(169,01-100) = 69,01\%$ dari tahun 2010

11.6.2 Angka Indeks Relatif

Angka indeks ini merupakan hasil perhitungan indeks yang terdiri dari satu jenis barang saja. Misalnya indeks harga minyak goreng, indeks harga beras, indeks kuantitas beras, indeks kuantitas minyak goreng.

■ Angka indeks harga

Menurut metode ini indeks harga (P) sejenis barang, dihitung dengan rumus.

$$P_{(n,0)} = \frac{P_n}{P_0} \times 100 \quad (11.4)$$

P_n = Harga barang pada waktu atau periode n

P_0 = Harga barang pada waktu atau periode dasar 0

$P_{(n,0)}$ = Angka Indeks harga barang pada waktu n dengan waktu dasar 0

Contoh 11 - 9

Tabel 11.8 Harga Eceran Rata-rata per Bulan Lima Bahan Pokok di Kota Denpasar Tahun 2009 dan 2010 (Dalam Rupiah)

Jenis Bahan Pokok	Harga Rata-rata/per satuan	
	2009	2010
1 Beras IR 64 (Kg)	5.505	6.541
2 Ikan Asin (Kg)	17.514	18.219
3 Minyak Goreng (Lt)	12.518	12.529
4 Gula Pasir (Kg)	8.355	10.625
5 Garam (Kg)	3.241	3.333
6 Sabun Cuci (Detergen)	3.313	3.500
7 Tekstil (m)	13.153	15.000
8 Daging Ayam Ras (Kg)	23.825	25.406
9 Minyak Tanah (Lt)	6.275	8.274

Sumber: BPS Provinsi Bali, 2011

Hitunglah;

- (a) Indeks harga eceran rata-rata beras pada tahun 2010 dengan waktu dasar tahun 2009.
 (b) Indeks harga rata-rata gula pasir pada tahun 2010 dengan waktu dasar tahun 2009.

Penyelesaian

Per rumus (11.4) dapat dihitung angka indeks harga relatif untuk beras dan gula pasir sebagai berikut.

- (a) Untuk beras

$$\begin{aligned}
 P_{(10,09)} &= \frac{P_{10}}{P_{09}} \times 100 \\
 &= \frac{6.541}{5.505} \times 100 \\
 &= 118,82
 \end{aligned}$$

Jadi, indeks harga eceran rata-rata beras tahun 2010 dengan tahun 2009 sebagai tahun dasar adalah 118,82%. Artinya, harga eceran rata-rata per kg beras di Kota Denpasar pada tahun 2010 mengalami kenaikan sebesar 18,82% dari tahun 2009.

- (b) Untuk gula pasir

$$\begin{aligned}
 P_{(10,09)} &= \frac{P_{10}}{P_{09}} \times 100 \\
 &= \frac{10.625}{8.355} \times 100 \\
 &= 127,17
 \end{aligned}$$

Jadi, indeks harga eceran rata-rata gula pasir pada tahun 2010 dengan tahun 2009 sebagai tahun dasar adalah 127,17%. Artinya, harga eceran rata-rata per kg gula pasir di Kota Denpasar pada tahun 2010 mengalami kenaikan sebesar 27,17% dari tahun 2009.

■ Angka indeks kuantitas

Menurut metode ini indeks kuantitas (Q) sejenis barang, dihitung dengan rumus;

$$Q_{(n,o)} = \frac{Q_n}{Q_o} \times 100 \quad (11.5)$$

$Q_{(n,o)}$ = Angka indeks kuantitas pada tahun n dengan tahun dasar 0.

Q_n = Kuantitas barang pada tahun n.

Q_o = Kuantitas barang pada tahun dasar 0.

Contoh 11 - 10

Berdasarkan data yang terdapat pada Tabel 11.6, hitunglah indeks produksi kentang di kabupaten tersebut pada tahun 2011 dengan tahun dasar 2010.

Penyelesaian

Dari Tabel 11.6 dapat diketahui $Q_n = Q_{11} = 5.107$, dan $Q_o = Q_{10} = 2.261$

Per rumus (11.5) didapat,

$$Q_{(n,o)} = \frac{Q_n}{Q_o} \times 100$$

$$\begin{aligned} Q_{(11,10)} &= \frac{Q_{11}}{Q_{10}} \times 100 \\ &= \frac{5.107}{2.261} \times 100 \\ &= 225,87 \end{aligned}$$

Jadi, indeks produksi kentang kabupaten tersebut pada tahun 2011 dengan tahun dasar 2010 sebesar 225,87%. Artinya, bahwa produksi kentang Kabupaten tersebut mengalami kenaikan sebesar 125,87% dari produksi kentang pada tahun 2009.

11.6.3 Angka Indeks Rata-rata Relatif

Angka indeks ini merupakan rata-rata hitung dari angka indeks relatif.

■ Angka indeks harga

Menurut metode ini, indeks harga dapat dihitung dengan rumus;

$$P_{(n,o)} = \frac{1}{k} \sum \frac{P_n}{P_o} \times 100 \quad (11.6)$$

k = banyaknya jenis barang

Contoh 11 - 11

Tabel 11.9 Harga Eceran Rata-rata per Bulan 4 Bahan Pokok di Kota Denpasar Tahun 2009 dan 2010 (Dalam Rupiah).

Jenis Bahan Pokok	Harga/ satuan	
	2009	2010
1 Beras IR 64 (Kg)	5.505	6.541
2 Ikan Asin (Kg)	17.514	18.219
3 Minyak Goreng (Btl)	12.518	12.529
4 Gula Pasir (Kg)	8.355	10.625

Sumber : BPS Provinsi Bali, 2011

Hitunglah indeks rata-rata relatif harga eceran rata-rata empat bahan pokok tersebut pada tahun 2010 dengan waktu dasar tahun 2009.

Penyelesaian

Tabel 11.9a Perhitungan Indeks Rata-rata Relatif Harga Eceran Empat Bahan Pokok

Jenis Bahan Pokok	Harga/Unit		P_n/P_0
	(P_0)	(P_n)	
1 Beras IR 64 (Kg)	5.505	6.541	1,188
2 Ikan Asin (Kg)	17.514	18.219	1,040
3 Minyak Goreng (Btl)	12.518	12.529	1,001
4 Gula Pasir (Kg)	8.355	10.625	1,272
Total			4,501

Dari Tabel 11.9a, dapat diketahui bahwa $\sum \frac{P_n}{P_0} = 4,501$
Per rumus (11.6) didapat,

$$P_{(n,o)} = \frac{1}{k} \sum \frac{P_n}{P_0} \times 100$$

$$P_{(10,09)} = \frac{1}{k} \left(\sum \frac{P_n}{P_0} \right) \times 100$$

$$\begin{aligned} P_{(10,09)} &= \frac{1}{4} (4,501) \times 100 \\ &= \frac{1}{4} (450,1) \\ &= 112,525 \approx 112,53 \end{aligned}$$

Jadi, indeks rata-rata relatif harga eceran rata-rata per bulan 4 bahan pokok tersebut pada tahun 2010 dengan waktu dasar 2009 sebesar 112,53%. Ini berarti harga rata-rata per bulan keempat (4) bahan pokok tersebut mengalami

kenaikan sebesar 12,53% dari harga eceran rata-ratanya pada tahun 2009.

Rumus untuk menghitung indeks kuantitas dan indeks nilai menurut metode rata-rata relatif, disesuaikan dengan rumus indeks harga (11.6), yaitu:

■ **Angka indeks kuantitas**

$$Q_{(n,o)} = \frac{1}{k} \sum \frac{Q_n}{Q_o} \times 100 \quad (11.7)$$

■ **Angka indeks nilai**

$$V_{(n,o)} = \frac{1}{k} \sum \frac{V_n}{V_o} \times 100 \quad (11.8)$$

11.7 Angka Indeks Tertimbang

Sebagai faktor penimbang dalam perhitungan indeks tertimbang dipakai kuantitas barangnya. Pada umumnya timbangan yang dipakai adalah kuantitas barang yang dikonsumsi, diproduksi, dijual, dibeli, diekspor, diimpor dan atau yang lainnya. Di bawah ini hanya dibahas **indeks harga** saja.

11.7.1 Angka Indeks Harga Gabungan

Angka indeks harga menurut metode ini dapat dihitung dengan rumus:

$$I_{(n,o)} = \frac{\sum P_n W}{\sum P_o W} \times 100 \quad (11.9)$$

W = Penimbang.

P_n = Harga barang pada tahun n.

P_o = Harga barang pada tahun dasar 0.

■ **Angka indeks harga Laspeyres**

Indeks ini, merupakan angka indeks tertimbang. Sebagai penimbangannya adalah kuantitas pada tahun dasar (Q_o). Sehingga angka indeks menurut metode ini dapat dihitung dengan rumus;

$$I_L = \frac{\sum (P_n Q_o)}{\sum (P_o Q_o)} \times 100 \quad (11.10)$$

I_L = Indeks Laspeyres

Q_o = Kuantitas barang pada tahun dasar 0

P_n = Harga barang pada tahun n

P_o = Harga barang pada tahun dasar 0

■ Angka indeks harga Paasche

Indeks ini, merupakan angka indeks tertimbang. Ssebagai penimbangnnya adalah kuantitas pada tahun n (*Current Periode*). Sehingga angka indeks menurut metode ini dapat dihitung dengan rumus;

$$I_P = \frac{\sum (P_n Q_n)}{\sum (P_o Q_n)} \times 100 \quad (11.11)$$

I_P = angka indeks Paasche
 P_n = harga barang pada tahun n
 P_o = harga barang pada tahun dasar 0
 Q_n = kuantitas barang pada tahun n

■ Angka indeks harga Irving Fisher

Menurut metode ini angka indeks dapat dihitung dengan rumus;

$$I_F = \sqrt{I_L \times I_P} \quad (11.12)$$

I_F = angka indeks Frving Fisher
 I_L = angka indeks Laspeyres
 I_P = angka indeks Paasche

■ Angka indeks Drobisch

Menurut metode ini angka indeks dapat dihitung dengan rumus;

$$I_D = \frac{I_L + I_P}{2} \quad (11.13)$$

■ Angka indeks harga Marshall-Edgeworth

Metode ini memakai $(Q_o + Q_n)$ sebagai faktor penimbang, dan menurut matode ini angka indeks dihitung dengan rumus;

$$I_M = \frac{\sum P_n (Q_o + Q_n)}{\sum P_o (Q_o + Q_n)} \times 100 \quad (11.14)$$

I_M = angka indeks Marshall-Edgeworth

Contoh 11 - 12

Data mengenai harga dan kuantitas produksi empat jenis barang di Provinsi "X" disajikan dalam Tabel 11.10 (data hipotetis):

Tabel 11.10 Harga dan Kuantitas Produksi Empat Jenis Barang di Provinsi " X "Tahun 2010 – 2011

Jenis Barang	Harga/Unit (Rp)		Kuantitas Produksi (Unit)	
	2010	2011	2010	2011
A	500	525	2	4
B	800	900	5	6
C	600	700	3	4
D	300	400	10	15

Hitunglah indeks harga agregatif tertimbang barang-barang tersebut pada tahun 2011 dengan tahun dasar 2010

- Dengan metode Laspeyres.
- Dengan metode Paasche.
- Dengan metode Irving Fisher.
- Dengan metode Drobish.
- Dengan metode Marshall-Edgeworth.

Penyelesaian

(a) Indeks harga Laspeyres

Tabel 11.10a Perhitungan Angka Indeks Harga Laspeyres Atas 4 Macam Barang Tahun 2011 dengan Tahun Dasar 2010

Jenis Barang	Harga / Unit (Rp)		Kuantitas (Unit)		$P_n \cdot Q_o$	$P_o \cdot Q_o$
	2010	2011	2010	2011		
	(P_o)	(P_n)	(Q_o)	(Q_n)		
A	500	525	2	4	1050	1000
B	800	900	5	6	4500	4000
C	600	700	3	4	2100	1800
D	300	400	10	15	4000	3000
Total					11.650	9.800

Dari Tabel 11.10a, dapat diketahui $\sum P_n \cdot Q_n = 11.650$, dan $\sum P_o \cdot Q_o = 9.800$.

Per rumus (11.10) didapat,

$$\begin{aligned}
 I_L &= \frac{\sum (P_n \cdot Q_o)}{\sum (P_o \cdot Q_o)} \times 100 \\
 &= \frac{11.650}{9.800} \times 100 \\
 &= 118,88
 \end{aligned}$$

(b) Indeks harga Paasche

Tabel 11.10b Perhitungan Angka Indeks Harga Paasche Atas 4 Macam Barang Tahun 2011 dengan Tahun Dasar 2010.

Jenis Barang	Harga / Unit (Rp)		Kuantitas (Unit)			
	2010	2011	2010	2011		
	(P ₀)	(P ₁)	(Q ₀)	(Q ₁)	P ₁ Q ₁	P ₀ Q ₁
A	500	525	2	4	2.100	2.000
B	800	900	5	6	5.400	4.800
C	600	700	3	4	2.800	2.400
D	300	400	10	15	6.000	4.500
Total					16.300	13.700

Dari Tabel 11.10b dapat diketahui $\sum P_1 Q_1 = 16.300$, dan $\sum P_0 Q_1 = 13.700$

Selanjutnya per rumus (11.11) didapat,

$$\begin{aligned}
 I_P &= \frac{\sum (P_1 Q_1)}{\sum (P_0 Q_1)} \times 100 \\
 &= \frac{16300}{13700} \times 100 \\
 &= 118,97
 \end{aligned}$$

(c) Indeks harga Irving Fisher

Per rumus (11.12) didapat,

$$\begin{aligned}
 I_R &= \sqrt{I_L \times I_P} \\
 &= \sqrt{187,90 \times 118,97} \\
 &= 118,92
 \end{aligned}$$

(d) Indeks harga Drobisch

Per rumus (11.13) didapat,

$$\begin{aligned}
 I_D &= \frac{I_L + I_P}{2} \\
 &= \frac{118,88 + 118,97}{2} \\
 &= 118,925
 \end{aligned}$$

(e) Indeks harga Marshall - Edgeworth

Tabel 10.10c Perhitungan Angka Indeks Harga Marshall-Edgeworth Atas 4 Macam Barang Tahun 2011 dengan tahun dasar 2010.

Jenis Barang	Harga/Unit (Rp)		Kuantitas (Unit)		Q_0+Q_n	$P_n \times (Q_0+Q_n)$	$P_0 \times (Q_0+Q_n)$
	2010	2011	2010	2011			
	(P_0)	(P_n)	(Q_0)	(Q_n)			
A	500	525	2	4	6	3.150	3.000
B	800	900	5	6	11	9.900	8.800
C	600	700	3	4	7	4.900	4.200
D	300	400	10	15	25	10.000	7.500
Total						27.950	23.500

Dari Tabel 11.10c dapat diketahui $\sum P_n (Q_0+Q_n) = 27.950$ dan $P_0 (Q_0+Q_n) = 23.500$

Per rumus (11.14) didapat,

$$\begin{aligned}
 I_M &= \frac{\sum (Q_0 + Q_n) P_n}{\sum (Q_0 + Q_n) P_0} \times 100 \\
 &= \frac{27.950}{23.500} \times 100 \\
 &= 118,93
 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan menurut Laspeyres biasanya lebih besar dibandingkan hasil perhitungan Paasche. Hal ini terjadi, bila penimbangannya adalah konsumsi masyarakat. Angka indeks Laspeyres hasil perhitungannya cenderung *over estimate* (berlebihan ke atas) dan angka indeks Paasche hasil perhitungannya cenderung *under estimate* (berlebihan ke bawah). Untuk mengatasi hal-hal tersebut, Irving Fisher, Drobish dan Bowley mengambil jalan tengah, yaitu dengan jalan mengambil nilai rata-rata dari indeks Laspeyres dan indeks Paasche. Irving Fisher mengambil rata-rata ukur dari indeks Laspeyres dan Paasche, sedangkan Drobish dan Bowley mengambil rata-rata hitung dari indeks Laspeyres dan Paasche.

Indeks menurut Fisher ini secara teoritis merupakan indeks yang paling baik, maka dari itu indeks Fisher sering disebut sebagai **Fisher Ideal Indeks Numbers**. Walaupun demikian, dalam praktek indeks menurut Laspeyres lah yang sering digunakan, mengingat untuk menghitungnya hanya cukup dengan mencari P_n saja, sedangkan P_0 dan Q_0 angkanya konstan. Tidak demikian halnya dengan indeks lainnya seperti Paasche dan Fisher.

11.7.2 Angka Indeks Harga Rata-rata Tertimbang Relatif

Indeks harga sekelompok barang menurut metode ini akan dihitung dengan rumus;

$$P = \frac{\sum (P_n / P_o) W}{\sum W} \times 100 \quad (11.15)$$

W = menunjukkan nilai timbangan
 P_n = harga barang pada tahun n
 P_o = harga barang pada tahun dasar 0

(a) Jika dipakai faktor penimbang nilai pada tahun dasar, maka rumus tersebut menjadi;

$$P_{(n,o)} = \frac{\sum (P_n / P_o) (P_o Q_o)}{\sum P_o Q_o} \times 100 \quad (11.16)$$

(b) Jika dipakai faktor penimbang nilai pada tahun n maka rumus tersebut menjadi:

$$P_{(n,o)} = \frac{\sum (P_n / P_o) (P_n Q_n)}{\sum P_n Q_n} \times 100 \quad (11.17)$$

Contoh 11 – 13

Tabel 11.11 Perhitungan Angka Indeks Harga Tertimbang Rata-rata Relatif Atas Empat Jenis Barang.

Jenis Barang	Harga/Unit (Rupiah)		Kuantitas (Unit)		P_n/P_o	$P_o \cdot Q_o$	$P_n \cdot Q_n$	$\frac{P_n/P_o}{P_o \cdot Q_o}$	$\frac{P_n/P_o}{P_n \cdot Q_n}$
	2010 P_o	2011 P_n	2010 Q_o	2011 Q_n					
A	500	525	2	4	1,050	1.000	2.100	1.050	2.205
B	800	900	5	6	1,125	4.000	5.400	4.500	6.075
C	600	700	3	4	1,167	1.800	2.800	2.101	3.268
D	300	400	10	15	1,333	3.000	6.000	3.999	7.998
Total						9.800	16.300	11.650	19.546

Sumber: Data hipotetis

1) Bila dipakai timbangan nilai pada tahun dasar 2010 maka angka indeksny:

$$P_{(n,o)} = \frac{\sum (P_n / P_o) (P_o Q_o)}{\sum P_o Q_o} \times 100$$

$$\begin{aligned} P_{(11,10)} &= \frac{11.650}{9.800} \times 100 \\ &= 118,87 \end{aligned}$$

2) Bila dipakai timbangan nilai pada tahun n (2011) maka angka indeksinya:

$$P_{(n,0)} = \frac{\sum (P_n / P_0) (P_n Q_n)}{\sum P_n Q_n} \times 100$$

$$P_{(11,10)} = \frac{19.546}{16.300} \times 100$$

$$= 119,91$$

11.8 Angka Indeks Berantai

Angka indeks berantai adalah angka indeks yang menggunakan waktu dasar selalu satu tahun sebelum tahun yang dihitung angka indeksinya. Misalnya angka indeks tahun 2009 dihitung dengan memakai tahun dasar 2008, angka indeks tahun 2010 dihitung dengan memakai tahun dasar 2009, demikian seterusnya. Berikut ini akan dipelajari dua macam indeks berantai yaitu: (1) Indeks harga relatif berantai, dan (2) Angka indeks tertimbang berantai.

11.8.1 Indeks Harga Relatif Berantai

$$P_{(n, n-1)} = \frac{P_n}{P_{(n-1)}} \times 100 \quad (11.18)$$

P_n = harga barang pada tahun n
 $P_{(n-1)}$ = harga barang 1 tahun sebelum tahun n
 $P_{(n, n-1)}$ = Indeks harga pada tahun n dengan tahun dasar (n-1)

Contoh 11 - 14

Tabel 11.12 Angka Indeks Harga Relatif Biasa dan Angka Indeks Relatif Berantai Harga Rata-rata Beras per Bulan di Kota Denpasar Periode Tahun 2007- 2010.

Tahun	Harga (Rp / Kg)	Indeks Biasa	Indeks Berantai
1	2	3	4
2007	4.900	100 (Th. dasar)	100
2008	5.154	105,18	105,18
2009	5.505	112,34	106,81
2010	6.541	133,49	118,82

Angka indeks biasa pada kolom 3 (tiga) didapat sebagai berikut;

$$P_{(08,07)} = \frac{5.154}{4.900} \times 100 = 105,18$$

$$P_{(09,07)} = \frac{5.505}{4.900} \times 100 = 112,34$$

$$P_{(09,07)} = \frac{6.541}{4.900} \times 100 = 133,49$$

Angka indeks berantai pada kolom 4 (empat) didapat sebagai berikut;

$$P_{(08, 07)} = \frac{5.154}{4.900} \times 100 = 105,18$$

$$P_{(09, 08)} = \frac{5.505}{5.154} \times 100 = 106,81$$

$$P_{(10, 09)} = \frac{6.541}{5.505} \times 100 = 118, 82$$

Perhatikan Tabel 11.12, dapat diketahui bahwa:

Pada indeks biasa, angka indeks yang dicari *selalu* dibandingkan dengan tahun dasar (tahun 2007). Tahun dasarnya tetap.

Tahun 2008 harga per kg beras naik 5,83% dari harga pada tahun 2007.

Tahun 2009 harga per kg beras naik 12,35% dari harga pada tahun 2007.

Tahun 2010 harga per kg beras naik 33,49% dari harga pada tahun 2007.

Pada indeks berantai, angka indeks yang dicari selalu dibandingkan dengan satu periode waktu dari waktu yang akan dihitung angka indeksnya, sehingga kenaikan harga setiap tahun dapat diketahui.

Tahun 2008 harga per kg beras naik 5,83% dari harga pada tahun 2007.

Tahun 2009 harga per kg beras naik 6,81% dari harga pada tahun 2008.

Tahun 2010 harga per kg beras naik 18,82% dari harga pada tahun 2009.

Hubungan indeks relatif secara berantai untuk beberapa tahun dapat dinyatakan sebagai berikut:

(1) Tiga indeks berantai

$$P_{(n, n-3)} = \frac{P_{(n-2)}}{P_{(n-3)}} \times \frac{P_{(n-1)}}{P_{(n-2)}} \times \frac{P_n}{P_{(n-1)}}$$

(2) Empat indeks berantai

$$P_{(n, n-4)} = \frac{P_{(n-3)}}{P_{(n-4)}} \times \frac{P_{(n-2)}}{P_{(n-3)}} \times \frac{P_{(n-1)}}{P_{(n-2)}} \times \frac{P_n}{P_{(n-1)}}$$

(3) Sedangkan untuk data pada Tabel 10.15 dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_{(87,84)} &= P_{(08,07)} \times P_{(09, 08)} \times P_{(10, 09)} \\ &= \frac{P_{08}}{P_{07}} \times \frac{P_{09}}{P_{08}} \times \frac{P_{10}}{P_{09}} \end{aligned}$$

11.8.2 Angka Indeks Tertimbang Berantai

Dengan metode ini angka indeks dapat dihitung dengan rumus:

$$P_{(n, n-1)} = \frac{\sum P_n W}{\sum P_{(n-1)} W} \times 100 \quad (11.19)$$

Contoh 11 - 15

Tabel 11.13 Harga Eceran Rata-rata per Bulan Tiga Jenis Bahan Kebutuhan Pokok di Kota Denpasar Tahun 2008-2010

Jenis Barang	H a r g a / kg			Timbangan W
	2008	2009	2010	
1 Beras	5.154	5.505	6.541	10
2 Gula Pasir	6.284	8.355	10.628	6
3 Garam	2.816	3.241	3.333	4

Sumber: BPS Provinsi Bali, 2011

Per rumus (11.19) didapat,

$$\begin{aligned} P_{(09, 08)} &= \frac{\sum P_{09} W}{\sum P_{08} W} \times 100 \\ &= \frac{(5.505 \times 10) + (8.355 \times 6) + (3.241 \times 4)}{(5.154 \times 10) + (6.284 \times 6) + (2.816 \times 4)} \times 100 \\ &= 117,54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{(10,09)} &= \frac{\sum P_{10} \cdot W}{\sum P_{09} \cdot W} \times 100 \\ &= \frac{(6.541 \times 10) + (10.628 \times 6) + (3.333 \times 4)}{(5.505 \times 10) + (8.355 \times 6) + (3.241 \times 4)} \times 100 \\ &= 120,31 \end{aligned}$$

Penentuan timbangan (*weight*) dalam perhitungan bersifat subyektif, jika penentuan timbangan dilakukan secara obyektif, maka besar timbangan (*weight*) disesuaikan dengan kuantitas barangnya.

11.9 Peggeseran Tahun Dasar

Perubahan tahun dasar (*base shifting*) dalam banyak hal kadang-kadang diperlukan yaitu:

- 1 Apabila tahun dasar yang telah ada dipandang tidak sesuai lagi dengan kebutuhan (ketinggalan zaman).
- 2 Apabila akan membandingkan dua angka indeks atau lebih yang mempunyai tahun dasar berbeda. Misalnya angka indeks biaya hidup di Jakarta dengan tahun dasar 2007 dibandingkan dengan indeks biaya hidup dengan tahun dasar 2000. Untuk dapat membandingkannya, maka salah satu tahun dasarnya harus dirubah (tahun dasarnya disamakan).

Cara untuk melakukan penggeseran tahun dasar adalah sebagai berikut;

Tahun baru yang dipilih sebagai tahun dasar diberi indeks 100. Indeks tahun-tahun lainnya dapat dicari dengan rumus;

$$I_B = \frac{I_D}{I_T} \times 100 \quad (11.20)$$

I_B = Indeks baru untuk tahun yang lainnya
 I_D = Indeks lama dari tahun yang lainnya
 I_T = Indeks lama dari tahun dasar baru

Contoh 11 - 16

Serangkaian angka indeks dengan tahun dasar 2005, disajikan dalam Tabel 11.14.

Tabel 11.14 Angka Indeks Atas Dasar Tahun 2005

Tahun	Indeks 2005 (100)
2005	100
2006	120
2007	130
2008	142
2009	150
2010	200
2011	250
2012	300

Atas dasar data dalam Tabel 11.14, susunlah rangkain angka indeks dengan tahun dasar 2010.

Penyelesaian

Tabel 11.14a Perubahan Tahun Dasar dari Tahun 2005 Menjadi Tahun 2010

Tahun	Indeks 2005 (100)	Indeks 2010 (100)
2005	100	$\frac{100}{200} \cdot 100 = 50$
2006	120	$\frac{120}{200} \cdot 100 = 60$
2007	130	$\frac{130}{200} \cdot 100 = 65$
2008	142	$\frac{142}{200} \cdot 100 = 71$
2009	150	$\frac{150}{200} \cdot 100 = 75$
2010	200 (I_T)	100
2011	250	$\frac{250}{200} \cdot 100 = 125$
2012	300	$\frac{300}{200} \cdot 100 = 150$

11.10 Merangkai Angka Indeks

Ada kalanya terdapat dua rangkaian angka indeks atau lebih yang tumpang tindih (*overlapping*), sementara tahun dasarnya masing-masing berbeda. Agar angka indeks pada rangkaian yang satu dapat dibandingkan dengan angka indeks pada rangkaian yang lainnya, maka kedua rangkaian angka indeks (yang tahun dasarnya berbeda) tersebut, perlu digabung menjadi sebuah rangkaian angka indeks dengan tahun dasar yang sama. Cara menggabungkan rangkaian angka indeks sedemikian itu disebut merangkai angka indeks atau *splicing*.

Cara merangkai angka indeks adalah sebagai berikut:

- (1) Menghitung angka kuosien (k) dengan rumus sebagai berikut:

$$k = \frac{I_B}{I_A} \quad (11.21)$$

- (2) Menyesuaikan angka indeks pada rangkaian dasar awal (lama) ke rangkaian angka indeks dengan tahun dasar baru, dengan rumus

$$I_b = I_a \times k \quad (11.22)$$

Keterangan: I_B = angka indeks dengan tahun dasar baru pada tahun tumpang tindih, I_A = Angka indeks dengan tahun dasar lama (awal) pada tahun tumpang tindih. I_b = angka indeks baru (angka indeks dengan tahun dasar baru), dan I_a = angka indeks lama (awal) yaitu angka indeks yang tahun dasarnya disesuaikan. Umumnya penyesuaian tahun dasar ke tahun dasar yang lebih baru.

Contoh 11 - 17

Diketahui dua rangkaian angka indeks dengan tahun dasar yang berbeda yaitu rangkaian yang pertama tahun dasarnya 2004 dan yang kedua tahun dasarnya adalah 2007, seperti Tabel 11.15.

Tabel 11.15 Dua Rangkaian Angka Indeks dengan Tahun Dasar 2004 dan 2007

Tahun	Indeks 2004 (100)	Indeks 2007 (100)
2004	100	
2005	130	
2006	140	
2007	150	100
2008		120
2009		130
2010		135
2011		140

Coba saudara gabung (rangkai kembali) ke dua rangkaian angka indeks tersebut menjadi sebuah rangkaian dengan:

- (a) Tahun dasar 2007.
- (b) Tahun dasar 2004.

Penyelesaian

Tahun yang angka indeksnya tumpang tindih adalah tahun 2007.

- (a) Bila tahun dasarnya diubah dari 2004 menjadi tahun 2007, maka
 - (i) Per rumus (11.21), nilai $k = I_B/I_A = 100/150$,
 - (ii) Masing-masing angka indeks baru dengan tahun dasar 2007, dihitung per rumus (11.22), $I_b = I_a \times k$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2003} = 120 \times (100/150) = 80.$$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2004} = 100 \times (100/150) = 66,67.$$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2005} = 130 \times (100/150) = 86,67.$$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2006} = 140 \times (100/150) = 93,33.$$

Rangkaian angka indeks hasil penggabungan (*splicing*) berdasarkan tahun dasar 2007 terdapat pada kolom 2, Tabel 11.15a.

- (b) Bila tahun dasarnya dirubah dari 2007 menjadi tahun 2004, maka
 - 1) Per rumus (11.21), nilai $k = I_B/I_A = 150/100$,
 - 2) Masing-masing angka indeks baru dengan tahun dasar 2004, dihitung per rumus (11.22), $I_b = I_a \times k$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2008} = 120 \times (150/100) = 180.$$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2009} = 130 \times (150/100) = 195.$$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2010} = 135 \times (150/100) = 202,5.$$

$$\text{Angka indeks pada tahun 2011} = 140 \times (150/100) = 210.$$

Rangkaian angka indeks hasil penggabungan (*splicing*) berdasarkan tahun dasar 2004 terdapat pada kolom 3, Tabel 11.15a.

Tabel 11.15a Hasil Penggabungan (*Splicing*) Berdasarkan Tahun Dasar 2007 dan 2004

Tahun	Hasil <i>Splicing</i> dengan Tahun Dasar 2007	Hasil <i>Splicing</i> dengan Tahun Dasar 2004
2004	66,67	100
2005	86,67	130
2006	93,33	140
2007	100	150
2008	120	180
2009	130	195
2010	135	202,5
2011	140	210

11.11 Angka Indeks Untuk Proses Deflasi

Upah nominal yang tinggi tidak selalu mencerminkan tingkat hidup yang lebih baik dari keadaan sebelumnya apabila perkembangan tingkat harga barang-barang kebutuhan pokok sehari-hari (biaya hidup) tinggi pula. Seorang buruh atau pegawai (karyawan tetap) lebih senang menerima gaji yang lebih kecil dengan daya beli besar dari pada gaji yang lebih besar tetapi dengan daya beli kecil. Dengan kata lain, seorang buruh atau pegawai akan lebih senang menerima upah nyata (daya beli) dari uang tersebut dari pada upah uang (nilai nominal) dari uang yang diterima. Besar kecilnya upah nyata ini, tergantung dari indeks biaya hidup (*cost of living index*) atau indeks harga konsumen (*consumer's price index*).

Indeks harga konsumen tidaklah sama dengan indeks biaya hidup. Indeks harga konsumen disusun berdasarkan harga-harga sekelompok barang atau jasa tanpa memasukkan semua jenis biaya, seperti bermacam-macam pajak. Selain itu sebagian biaya hidup lebih ditentukan oleh selera atau gaya hidup dibanding harga.

Sampai saat ini Badan Pusat Statistik (BPS) belum menerbitkan indeks biaya hidup yang diterbitkan adalah indeks harga konsumen (IHK) tahunan dan bulanan. Bila indeks biaya hidup tidak tersedia, maka indeks harga konsumen sering digunakan sebagai pengganti indeks biaya hidup. IHK dihitung dengan rumus Laspeyres.

Dengan demikian untuk menghitung upah nyata (upah riil) dengan proses deflasi, sebagai deflator dapat digunakan IBH atau IHK dengan rumus masing-masing berikut ini:

$$\text{Upah riil} = \frac{\text{Upah nominal}}{\text{Indeks biaya hidup}} \times 100 \quad (11.23)$$

atau

$$\text{Upah riil} = \frac{\text{Upah nominal}}{\text{Indeks Harga Konsumen}} \times 100 \quad (11.24)$$

Contoh 11 - 18

Tabel 11.16 Perhitungan Upah Riil Tahun 2007-2011

Tahun	Upah Nominal /hari (Rupiah)	Indeks Harga Konsumen (2007 =100)	Upah Riil (Rupiah)
2007	400.000	100	400.000
2008	500.000	80	625.000
2009	600.000	125	480.000
2010	750.000	200	375.000
2011	800.000	320	250.000

Sumber ; Data hipotetis

Per rumus (11.24), upah nyata (riil) dari tahun 2007 sampai dengan 2011 masing-masing dapat dihitung sebagai berikut:

$$\text{Upah nyata tahun 2008} = \frac{500.000}{80} \times 100 = 625.000$$

$$\text{Upah nyata tahun 2009} = \frac{600.000}{125} \times 100 = 480.000$$

$$\text{Upah nyata tahun 2010} = \frac{750.000}{200} \times 100 = 375.000$$

$$\text{Upah nyata tahun 2011} = \frac{800.000}{320} \times 100 = 250.000$$

Upah nyata/riil dari tahun 2007 hingga tahun 2011 dimuat pada kolom terakhir Tabel 11.16. Dari Tabel 11.16 dapat diketahui bahwa upah riil dari tahun 2007 sampai dengan tahun 2011 nilainya berfluktuasi. Pada tahun 2008 mengalami kenaikan, selanjutnya dari tahun 2009 hingga tahun 2011 mengalami penurunan dari upah riil tahun 2007.

Contoh 11 – 19

Pada tahun 2011 seorang karyawan tetap sebuah perusahaan digaji Rp 5 juta per bulan. Indeks biaya hidup pada tahun 2011 adalah 105. Pada tahun 2014 pihak manajemen perusahaan menaikkan gaji karyawan tersebut menjadi

Rp 7 juta per bulan. Bila indeks biaya hidup pada tahun 2014 adalah 155, apakah kesejahteraan (secara ekonomis) karyawan tersebut meningkat? Anggaphlah tahun dasar kedua angka indeks tersebut sama.

Penyelesaian

$$\text{Upah riil tahun 2011} = \frac{5}{105} \times 100 = 4,76 \text{ juta rupiah}$$

$$\text{Upah riil tahun 2014} = \frac{7}{155} \times 100 = 4,52 \text{ juta rupiah}$$

Oleh karena upah riil bulanan karyawan tersebut pada tahun 2014 (4,52 juta rupiah) lebih kecil dari upah riil bulanan pada tahun 2011 (4,76 juta rupiah), maka kesejahteraan karyawan tersebut tidak meningkat, malah sebaliknya yaitu menurun. (**catatan** : dalam membandingkan upah riil, tahun dasar deflatornya harus sama).

Daya beli mata uang

Daya beli sebuah mata uang adalah perbandingan antara nilai dari mata uang dalam tahun tertentu dengan nilainya pada tahun dasar. Daya beli sebuah mata uang merupakan kebalikan dari IHK, maksudnya kalau IHK meningkat maka daya beli mata uang tersebut menurun/melemah. Misalnya bila IHK meningkat 3 kali, maka daya beli mata uang tersebut melemah/turun menjadi 1/3 kalinya

Contoh 11 - 20

IHK pada tahun 2000 = 150. IHK pada tahun 2007 = 750. Berapa daya beli rupiah tahun 2007?

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{Daya beli rupiah tahun 2007} &= \frac{IHK_{2000}}{IHK_{2007}} \\ &= \frac{150}{750} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Daya beli rupiah = 1/5, artinya bahwa uang sebesar satu rupiah yang dibelanjakan pada tahun 2007, hanya mendapatkan 1/5 dari yang diperoleh atas pembelanjaan satu rupiah (untuk barang yang sama) pada tahun 2000.

Contoh 11 - 21

Diketahui dua rangkaian angka indeks (IHK) dengan tahun dasar yang berbeda. Rangkaian yang pertama tahun dasarnya adalah 2008 dan rangkaian yang kedua tahun dasarnya adalah 2011 sebagai berikut.

Tahun	IHK 2008 (100)	IHK 2011 (100)
2008	100	
2009	120	
2010	145	
2011	150	100
2012		125
2013		130
2014		150

- (a) Gabungkan kedua rangkaian angka indeks tersebut menjadi sebuah rangkaian atas dasar tahun 2011.
- (b) Seorang karyawan tetap pada tahun 2009 menerima gaji per bulan Rp 8 juta dan pada tahun 2014 gajinya Rp 12 juta. Menurut saudara, secara ekonomis, bagaimana kesejahteraan karyawan tersebut pada tahun 2014 dibandingkan pada tahun 2009?

Penyelesaian

- (a) Merangkai angka indeks dengan tahun dasar 2011

$$k = 100/150 = 2/3$$

$$\text{IHK pada tahun 2008} = 100/150 \times 100 = 66,67$$

$$\text{IHK pada tahun 2009} = 100/150 \times 120 = 80$$

$$\text{IHK pada tahun 2010} = 100/150 \times 145 = 96,67$$

Jadi, rangkaian IHK dengan tahun dasar 2011 adalah

Tahun	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
IHK 2011 (100)	66,67	80	96,67	100	125	130	150

- (b) Membandingkan kesejahteraan tahun 2014 terhadap 2009

Tahun	2009	2014
Gaji	Rp 8 juta	Rp 12 juta
IHK	80	150
Gaji riil	8 juta/80 x 100 = Rp 10 juta	12 juta/150 x 100 = Rp 8 juta

Oleh karena gaji riil karyawan tersebut pada tahun 2014 (yaitu Rp 8 juta) lebih kecil dari upah riilnya pada tahun 2009 (yaitu Rp 10 juta), maka secara ekonomis kesejahteraan karyawan tersebut menurun.

Soal-soal Latihan

- 11 - 1** Rata-rata harga nasional eceran per unit lima (5) jenis barang kebutuhan pokok tahun 2008 – 2010.

Jenis Bahan Pokok	Harga Dalam Rupiah		
	2008	2009	2010
1 Minyak Goreng(Kg)	12.398,69	11.471,31	11.438,37
2 Gula Pasir (Kg)	6.536,89	8.573,40	10.856,30
3 Daging Ayam (Kg)	28.948,63	30.499,29	27.519,90
4 Tepung Terigu (Kg)	7.089,78	7.739,33	7.216,19
5 Minyak Tanah (Lt)	4.092,23	4.883,91	5.632,03

Sumber : BPS – Jakarta, 2011. Diambil sebagian

Berdasarkan data tersebut, hitunglah

- Indeks harga eceran agregatif kelima (5) kebutuhan pokok tersebut pada tahun 2009 dengan tahun dasar 2008.
- Indeks harga eceran agregatif kelima (5) kebutuhan pokok tersebut pada tahun 2010 dengan tahun dasar 2008.
- Indeks harga relatif untuk minyak goreng dan gula pasir pada tahun 2009 dengan tahun dasar 2008.

- 11 - 2** Rata-rata harga nasional eceran tiga jenis barang kurun waktu 2008-2010, dalam rupiah/kg.

Jenis Barang	Harga/Kg		
	2008	2009	2010
1 Susu Kental	7.083,79	7.257,94	7.432,95
2 Ikan Kembung	18.124,80	20.936,06	20.936,06
3 Telur Ayam Ras	12.504,03	12.760,77	13.242,31

Sumber; BPS - Jakarta, 2011

Hitunglah indeks harga agregatif sederhana dan metode rata-rata harga relatif dari data tersebut pada tahun 2009 dan 2010 dengan memakai tahun dasar 2008.

- 11 - 3** Gaji bulanan yang diterima oleh seorang karyawan dari tahun 2009 - 2015 (juta rupiah) adalah sebagai berikut:

2 3 4 5 6 6,5 8 8,2.

Misalnya angka indeks biaya hidup pada periode yang sama berturut-turut sebesar: 100, 103, 105, 110, 120, 130, 125, 150. Geserlah tahun dasar rangkaian indeks tersebut ke tahun 2012 dan hasilnya pergunakanlah untuk mendeflatir upah bulanan tersebut.

- 11 - 4** Harga perdagangan besar beberapa hasil pertanian di sebuah kota tahun 2009-2011.

Jenis Barang	Harga (Rp)	Harga (Rp)	Harga (Rp)
	2009	2010	2011
Beras (kg)	8.000	9.200	10.00
Gula (kg)	10.000	12.000	13.000
Telur (kg)	12.500	13.000	14.000
Minyak Tanah (kg)	5.000	6.000	6.500
Cabai Rawit (kg)	24.000	26.000	28.000

Berdasarkan data tersebut, hitunglah indeks harga agregatif sederhana dan metode rata-rata harga relatif untuk tahun 2010 dan 2011 dengan memakai tahun dasar 2009.

- 11 - 5** Pada tahun 2007 seorang karyawan sebuah perusahaan gaji per bulannya Rp 2,5 juta. Indeks biaya hidup pada tahun 2007 adalah 250. Bila indeks biaya hidup pada tahun 2011 adalah 400, berapa gaji per bulan bagi karyawan tersebut agar daya belinya sama dengan daya beli pada tahun 2007? (Anggap tahun dasar kedua indeks biaya hidup tersebut sama).
- 11 - 6** Harga dan kuantitas lima (5) jenis barang yang dikonsumsi di suatu daerah tahun 2010 dan 2011 seperti dalam tabel berikut (data hipotetis).

Jenis Barang	Harga / Unit (Rp)		Kuantitas (Unit)	
	2010	2011	2010	2011
Beras (kg)	8.000	9.500	400	500
Gula (kg)	12.000	12.250	100	120
Telur (kg)	13.000	14.000	80	100
Minyak Tanah (kg)	6.000	6.250	100	150
Cabai Rawit (kg)	26.000	36.000	10	12

Berdasarkan data tersebut, hitunglah indeks harga agregatif tertimbang kelima barang tersebut pada tahun 2011 dengan tahun dasar 2010.

- dengan metode Laspeyres.
- dengan metode Paasche.
- dengan metode Irving Fisher.
- dengan metode Drobish.
- dengan metode Marshall-Edgeworth.

- 11 - 7** Hitunglah angka indeks kuantitas dengan metode agregatif sederhana dan metode rata-rata kuantitas relatif dari kuantitas kamar yang terjual 7 type akomodasi (unit) tahun 2013 dan 2014.

Type Akomodasi	Kamar Terjual (unit)	
	2013	2014
1 Hotel Bintang 5	2.000	2.100
2 Hotel Bintang 4	3.000	3.200
3 Hotel Bintang 3	4.000	4.250
4 Hotel Bintang 2	2.500	2.400
5 Hotel Bintang 1	2.000	1.500
6 Hotel Melati	1.800	1.700
7 Pondok Wisata	1.200	1.500

- 11 - 8** Di bawah ini diberikan angka indeks mengenai harga bahan kebutuhan pokok untuk keperluan hidup di sebuah kota di Indonesia dengan 2007 = 100

Tahun	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Indeks	80	95	100	120	154	170	425

Tentukan daya beli setiap rupiah untuk masing-masing tahun ditinjau dari bahan kebutuhan pokok dinyatakan dengan rupiah.

- 11 - 9** Gaji rata-rata per bulan karyawan tetap sebuah hotel bintang 3 pada tahun 2009 sebesar Rp 5 juta. Pada tahun 2013 gaji mereka dinaikkan dan gaji rata-rata yang mereka terima sebesar Rp 8 juta per bulan. Indeks harga konsumen (IHK) pada tahun 2009 dan pada tahun 2013, tercantum pada tabel berikut.

Tahun	IHK 2007 (100)	IHK 2013 (100)
2007	100	
2009	120	
2010	145	
2011	150	
2012	130	100
2013		130
2014		160

- (a). Gabunglah kedua rangkaian angka indeks tersebut menjadi sebuah rangkaian atas dasar tahun 2007.
- (b) Dengan memperhatikan jawaban butir (a), bagaimana kesejahteraan para karyawan tetap tersebut pada tahun 2013 dibandingkan pada tahun 2009?

11 - 10 Hitunglah upah riil/nyata dari upah nominal berikut ini

Tahun	Upah Nominal/Bulan (Juta Rp)	IHK 2007 (100)
2007	4	100
2008	5	105
2019	6	125
2010	8	120
2011	9	150
2012	9	180

Sumber : Data Hipotetis

11 - 11 Rata-rata harga jual kamar per malam dari sebuah hotel berbintang di kawasan tujuan wisata dari tahun 2008-2013 ditabelkan sebagai berikut:

Tahun	Harga Jual (Juta Rp)
2008	4
2009	5
2010	6
2011	8
2012	9
2013	9

Sumber : Data Hipotetis

- (a) Susunlah indeks harga dengan tahun dasar (tetap) 2007, dan berikan interpretasi.
- (b) Susunlah indeks harga berantai tahun 2008-2013, dan berikan interpretasi.
- 11 - 12** Misalkan gaji seorang karyawan BUMN meningkat 25%, sedangkan indeks harga konsumen atau indeks biaya hidup pada periode yang sama meningkat dari 250 ke 275. Apa yang terjadi dengan upah riilnya (meningkat atau menurun)?

DAFTAR PUSTAKA

Buku/Jurnal

- Aczel, Amir D., dan Jayavel Sounderpandian. *Complete Business Statistics*. Ed. Ke-5. New York: Mc Graw – Hill, 2002.
- Barrow, M. *Statistics for Economics, Accounting and Business Studies*. Ed. Ke-2. London :Addison Wesley Longman Limited, 1996.
- Berenson, Markl., dan David M. Levine. *Basic Business Statistics: Concepts and Applications*. Ed. ke - 6. New Jersey : Prentice Hall Inc., 1996.
- Anonim. *Statistik Indonesia*. Jakarta : Biro Pusat Statistik, 2011.
- *Statistik Indonesia*. Jakarta : Biro Pusat Statistik, 2014
- Anonim. *Bali Dalam Angka*. Denpasar :Biro Pusat Statistik Provinsi Bali, 2011.
- *Bali Dalam Angka*. Denpasar : Biro Pusat Statistik Provinsi Bali, 2014.
- Anonim. *Statistik Pariwisata Bali*. Denpasar : Dinas Pariwisata Provinsi Bali, 2013.
- Black, Ken. *Applied Business Statistics : Making Better Business Decision*. Ed. Ke-6. New York: John Wiley, 2011.
- *Business Statistics for Contemporary Decision Making*. Ed. Ke-4. New York: John Wiley, 2004.
- Croxtton, F.E., dan Cowden, D.J. *Practical Business Statistics*. Ed. Ke-3. New Jersey : Prentice Hall, Inc., 1960.
- Dixon, Wilfrid J., dan Frank J . Massey, Jr. *Introduction to Statistical Analysis*. Ed. ke-4. New York : Mc Graw - Hill, 1983.
- Elifson, K. W., R. P. Runyon dan A. Haber. *Fundamental of Social Statistics*. Ed. Ke-2. Singapore : Mc Graw-Hill, 1990.
- Freud J.E., dan F.J. Williams. *Modern Business Statistics*. Ed. Ke-. Printice-Hall, Inc. 1965.
- Greene, W. H. *Econometric Analysis*. Ed. Ke-7. New York : Pearson Education Limited, 2012.
- Guilford J.P., dan Benyamin Fruchter. *Fundamental Statistics in Psychology and Education*. Ed. Ke-5. New York : McGraw - Hill, 1978.
- Gujarati, Damodar. *Basic Econometrics*. Ed. Ke-3. New York : McGraw - Hill, 1995.
- *Essentials of Econometrics*. Ed. Ke-3.. New York : McGraw - Hill, 2006.
- Gupta, S.P., dan M.P. Gupta. *Business Statistics*. Ed. ke-4. New Dehli : Sultan Chand & Sons, 1983.
- Hines, William W., dan Douglas C. Montgoney. *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*. New York : John Wiley & Sons, 1972.
- Hoel, P.G ., dan Raymond, J. J. *Basic Statistics for Business and Economics*. Ed. ke - 3. New York : John Wiley & Sons, 1982.
- Levin, R.I. *Statistics for Management*. Ed. Ke-2. New Jersey : Prentice Hall, 1981.

-
- Lind, Marchal dan Wathen. *Statistical Techniques in Business & Economics in Global Data Sets*. Ed. ke-13. New York: McGraw-Hill, 2008.
- Manddala, G.S. *Econometrics*. Ed. International. New York : McGraw - Hill, 1977.
- Mason, R. D., dan Douglas A. Lind. *Statistical Techniques in Business & Economics*. Ed. Ke-9. New York: Richard D. Irwin, Inc., 1996.
- Mc Clave, J.J., dan P. G. Benson. *Statistics for Business and Economics*. Ed. ke-3. San Francisco : Dellen Publishing Company, 1985.
- Mc Clave, J.T., P. G. Benson., dan T. Sincich. *Statistics for Business & Economics*. Ed. ke - 10. New Jersey: Pearson Perentice Hall, 2008. Perentice Hall, 2008.
- Mendenhall, W., dan J. E. Reimmuth. *Statistics for Management and Economics*. Ed. ke - 4. California : Wadsworth Publishing Company Inc., 1982.
- Mosteller, F., Rouke, R. E.K., dan Thomas, G.B, Jr. *Probability with Statistical Application*. Ed. ke - 2. New York : Addison - Wesley Publishing Company, 1970.
- Newbold, P., William L. Carlson., Betty M. Thorne. *Statistics for Business and Economics*. Ed. Ke-6. New Jersey : Prentice Hall Inc., 2007.
- Walpole, R.E. *Introduction to Sattistics*. Ed. ke - 3. New York : MacMillan Publishing Company, 1982.
- Wonnacott,T.H., dan R.J. Wonnacott. *Introductory Statistics for Business and Economics*. Ed. ke-4. New York : John Wiley & Sons, 1990.
- Spygel, Murry R. *Theory and Problems of Statistics*. Ed . SI Matrik. New York : Mc Graw - Hill, 1972.
- Sturges, Herbert A. The Choice of a Class Interval. *Journal of American Statistical Association*. Vol.21, No.153, 1926.

Surat Kabar/Majalah/Taboid

- Bisnis & Investasi Kontan, 9 April 2012.
- Blooberg Businessweek, No.33/31 Agustus-06 September 2015.
- Jawa Pos, 20 Maret 2012.
- _____, 7 Juli 2015.
- Kompas., 12 April 2011
- _____, 5 Juli 2015.
- Kontan., No 35 Tahun V, 28 Mei 2001.
- Media Indonesia, 13 April 2011
- _____, 24 Juli 2015
- Warta Ekonomi, Vol.XXVII, No.11, Th.2015
- The Politic. /Ed.16/Th.IV. 26 Juni - 09 Juli 2015

ABJAD YUNANI

Huruf Kecil	Huruf Besar	Nama
α	A	Alpha
β	B	Beta
γ	Γ	Gamma
δ	Δ	Delta
ε	E	Epsilon
ζ	Z	Zeta
η	H	Eta
θ	Θ	Theta
ι	I	Iota
κ	K	Kappa
λ	Λ	Lambda
μ	M	Mu
ν	N	Nu
ξ	Ξ	Xi
ο	O	Omicron
π	Π	Pi
ρ	P	Rho
σ	Σ	Sigma
τ	T	Tau
υ	Υ	Upsilon
φ	Φ	Phi
χ	X	Chi
ψ	Ψ	Psi
ω	Ω	Omega

Sesungguhnya pengetahuan itu luas tanpa batas, tak bertepi,
tak berujung dan tak terukur.
Kemampuan dan pengetahuan kita sangatlah terbatas,
bak sebutir debu dalam padang pasir nan luas.

(Nata Wirawan, 2001)



Sesungguhnya apa pun itu, materi, pengetahuan
atau ilmu yang berlebihan
merupakan pupuk perangsang bagi pertumbuhan
kesombongan, kecongkakan dan keegoisan.

(Nata Wirawan, 2010)