



Accademia Nazionale dei Lincei



I Lincei per la Scuola  
Fondazione

*Gruppo di Lavoro sui*

## **“Cerchi”**

*all'interno delle attività relative all'omonimo laboratorio, tenuto da Laura Lamberti e Francesca Tovenà,  
nella manifestazione Con la mente e con le mani , a.s. 2016-2017 , Polo di Roma*

***Docente Anna Manna    IC Piazza Borgoncini Duca    Classe V sez. C e D    a.s. 2016/2017***

*hanno collaborato    Arch. Cristina Molajoni    Arch. Vanessa Zertanna*

## Sviluppo dei Cerchi

Osservando cerchi piccoli, cerchi grandi, cerchi tangenti, cerchi concentrici abbiamo pensato all'ARTE, quindi alla **PITTURA** di **Vassily Kandinsky** ( 1866 -1944), che è stato un pittore russo, creatore della pittura astratta; la sua pittura si sviluppa attraverso linee, punti, cerchi e triangoli (astrattismo geometrico) "Cerchi nel cerchio ",1923.

Il punto è il primo nucleo del significato di una composizione, nasce quando il pittore tocca la tela; è statico. La linea è la traccia lasciata dal punto in movimento, per questo è dinamica. Può essere orizzontale, verticale, diagonale. Può essere spezzata, curva, mista. I singoli suoni possono essere mescolati tra loro; più la linea è variata, più cambiano le tensioni spirituali che suscita: drammatiche se è spezzata, più liriche se è curva. Anche lo spessore cambia: può essere sottile, marcato, spesso, variabile.

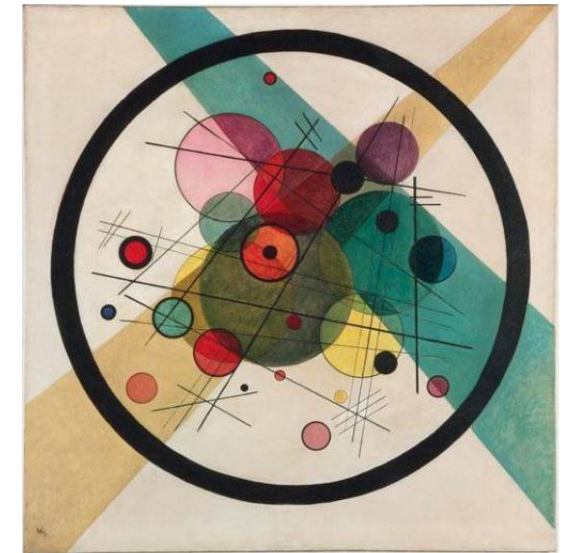
Kandinskij, nelle sue opere, espone le sue teorie sull'uso del colore, intravedendo un nesso strettissimo tra opera d'arte e dimensione spirituale.

Egli si occupa dei **colori primari** (giallo, blu, rosso) e poi di colori secondari (arancione, verde, viola), ciascuno dei quali è frutto della mescolanza tra due primari. Analizzerà anche le proprietà di marrone, grigio, bianco e nero.

Il giallo è dotato di una follia vitale, prorompente, viene paragonato al suono di una tromba. L'azzurro è il blu che tende ai toni più chiari, è indifferente, distante, come un cielo artistico; è paragonabile al suono di un flauto. Il blu è il colore del cielo, è profondo.

Il rosso è caldo, vitale, vivace, irrequieto ma diverso dal giallo, perché non ha la sua superficialità.

Alle forme regolari, (cerchi , rettangoli, triangoli) si accoppiano elementi liberi e fantastici, quali ad esempio la linea serpentina nera. " Giallo-rosso-azzurro" 1925-Parigi



"Cerchi nel cerchio ",1923.



Giallo-rosso-azzurro" 1925

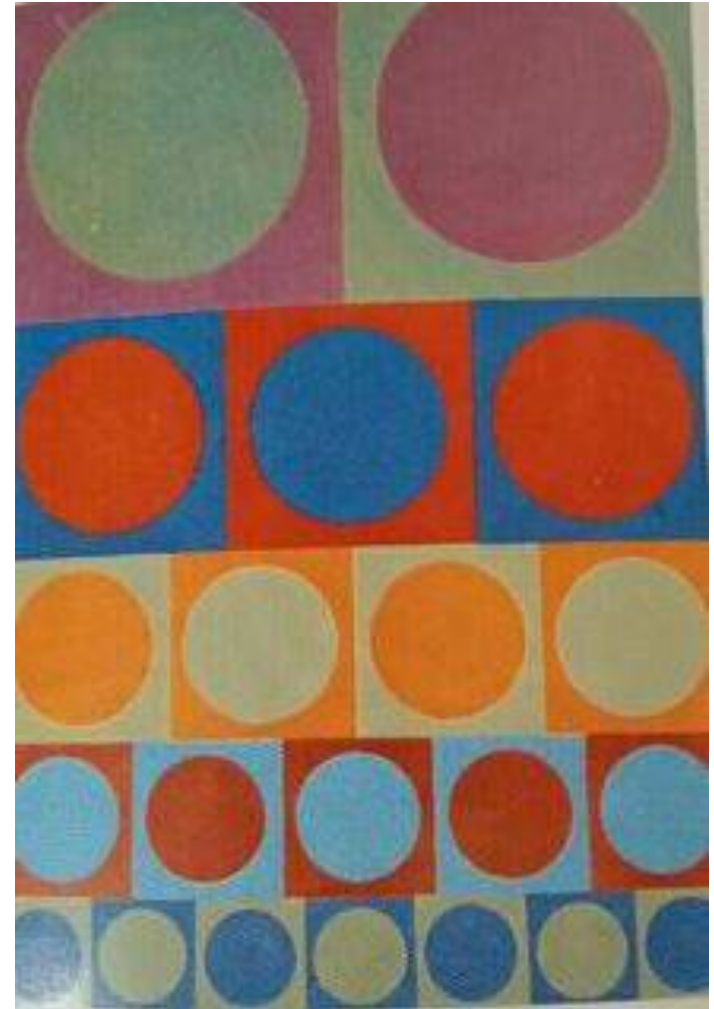
**Victor Vasarely** è stato un pittore e grafico ungherese. È stato il fondatore del movimento artistico dell'Op art, sviluppatosi negli anni '60 e '70.

Nel quadro "COMPOSIZIONE" 1962, ci sono 2 forme geometriche, il quadrato e il cerchio, in grandezze diverse: il cerchio è sempre dato nel quadrato.

Ci sono due gradi di rosso (caldo); due di verde e due di azzurro(freddi); due di viola (medio: rosso+blu).

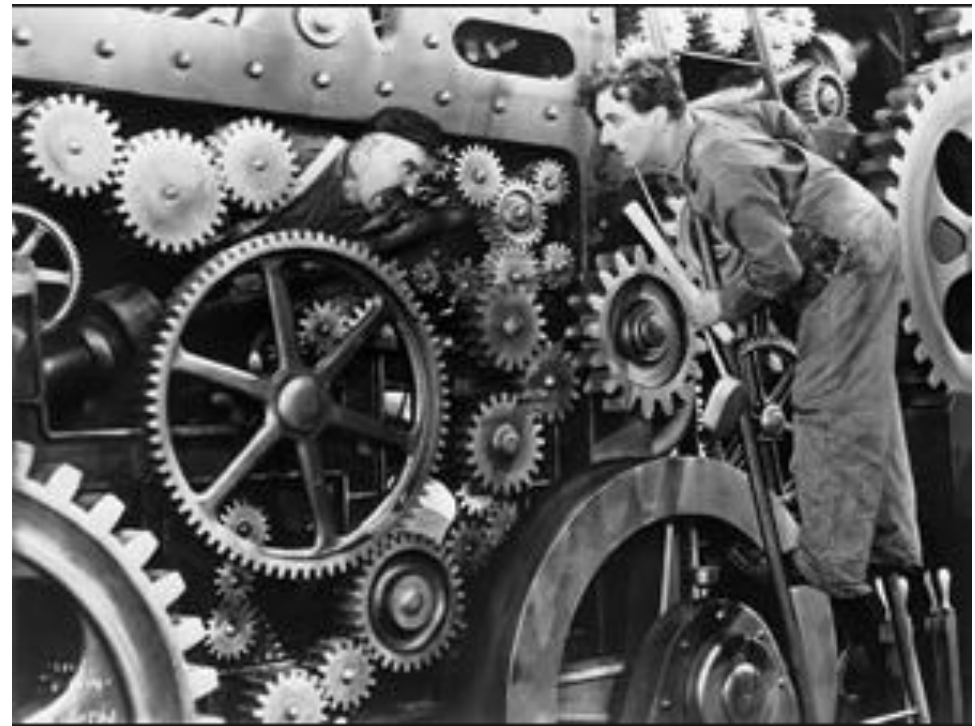
In base alla teoria dei colori, i toni caldi, nella percezione, tendono ad espandersi e a farsi avanti; i freddi a contrarsi e ritrarsi.

Il decrescere delle grandezze dall'alto al basso suggerisce un crescere delle distanze: infatti, date più figure simili, siamo portati a sentire le più grandi come più vicine.



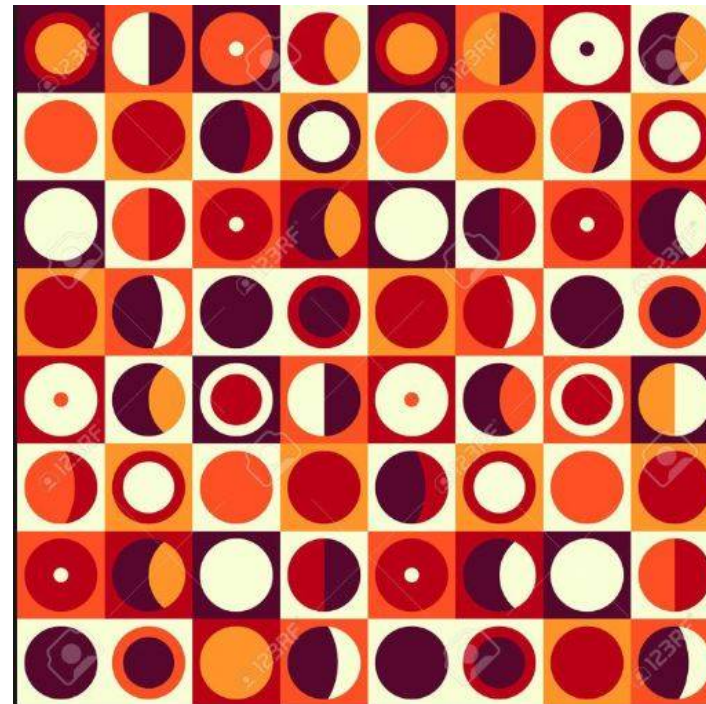
Composizione, 1962 -Galleria Notizie di Torino

al *CINEMA* di "**Tempi Moderni**", film interpretato, scritto, diretto e prodotto da **Charlie Chaplin**. Fu proiettato la prima volta il 5 febbraio 1936. Charlot è un operaio in una fabbrica; la sua mansione è quella di stringere i bulloni in una catena di montaggio. I gesti ripetitivi, i ritmi disumani e spersonalizzanti della catena di montaggio minano la ragione del povero Charlot, tanto da condurlo al ricovero in manicomio. Quando esce si trova coinvolto in una manifestazione sindacale e viene arrestato. Dopo aver sventato un'evasione ritorna in libertà e salva una ragazza di strada dall'arresto, innamorandosi di lei. Dopo la loro vita non sarà facile, ma la speranza in un futuro migliore non verrà a mancare.



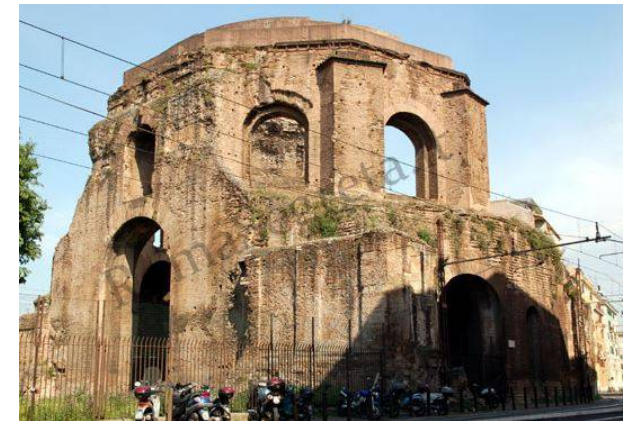
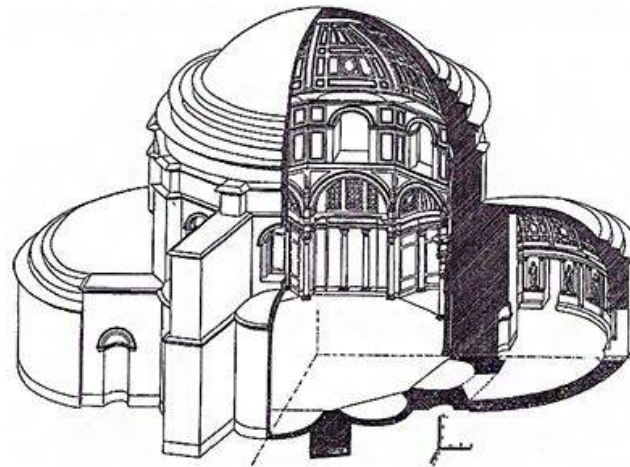
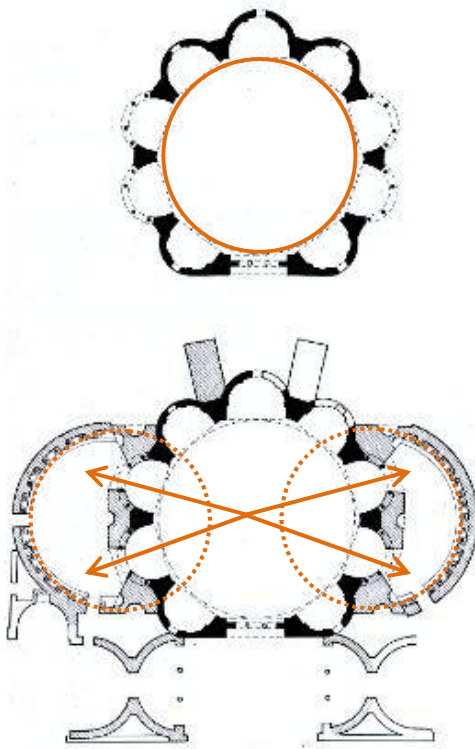
alla **MODA** degli anni '60-70, con i suoi tessuti, decennio caratterizzato dalle camicie a fiori, dalle minigonne, dai jeans a zampa di elefante ai caftani etnici, dai colori acidi alle stampe psichedeliche, dalle zeppe vertiginose ai sandali rasoterra .

Negli anni '60 i confini tra arte e moda divennero confusi. Alcuni artisti come Christo, di origine bulgara, e l'americano Mimi Smith, crearono abiti come fossero opere d'arte, mentre gli stilisti trovarono nuovi motivi saccheggiando la pop art e l'op art. Sia sulla tela sia sui tessuti, l'abile uso di forme come cerchi, quadrati e spirali dava l'illusione del movimento. **L'op art** (o optical art, "arte ottica") divenne una moda di forte tendenza. L'artista inglese Bridget Riley fu una delle figure di spicco del movimento. I suoi cerchi, quadrati, rettangoli e zigzag bianchi e neri venivano abilmente ripetuti per creare un effetto tridimensionale. L'illusione funzionava perché creava confusione a livello del nervo ottico. L'industria tessile colse al volo questa opportunità per ottenere lo stesso effetto anche con i tessuti e, in questo modo, stilisti come Ossie Clark a Londra e Y. S. Laurent a Parigi crearono modelli abbaglianti



all'**ARCHITETTURA** tardo-antica romana (fine III secolo d.C.- fino V, VI secolo d.C.) nell'esempio del **Tempio di Minerva Medica** (300-320 d.C.), che si presenta come una strana pianta decagona di 25m, con una grande volta estradossata, oggi crollata.

Lo spazio non è più uno spazio chiuso plastico, come nel Pantheon, ma frantumato cromaticamente e dilatato, si ha uno slittamento della circonferenza: la pianta circolare si amplia, nel 320 d. C, con la realizzazione di due esedre, annullando l'idea di parete unitaria, di struttura continua, per affermare l'idea di uno spazio complesso, caratteristica fondamentale dell'architettura tardo-antica, che si articola su strutture murarie scavate in profonde nicchie e sulle volte a concrezione e dove l'ordine architettonico diviene puramente decorativo.



## La cardioid

Lo slittamento della circonferenza che determina l'ampliamento dello spazio nel Tempio di Minerva Medica ci ricollega alla Matematica.

Una circonferenza si modifica se si sposta la posizione relativa del centro e di un punto della circonferenza stessa.

**La cardioid** viene inizialmente proposta come una linea che contorna una figura, approssimandola. Non è un disegno diretto del suo contorno, ma la figura 'appare' da sola (si dice che la cardioid è un "inviluppo" di una famiglia di circonferenze).

*La cardioid è la curva disegnata da un cerchio che rotola su un altro;*

**Costruzione** geometrica della cardioid:

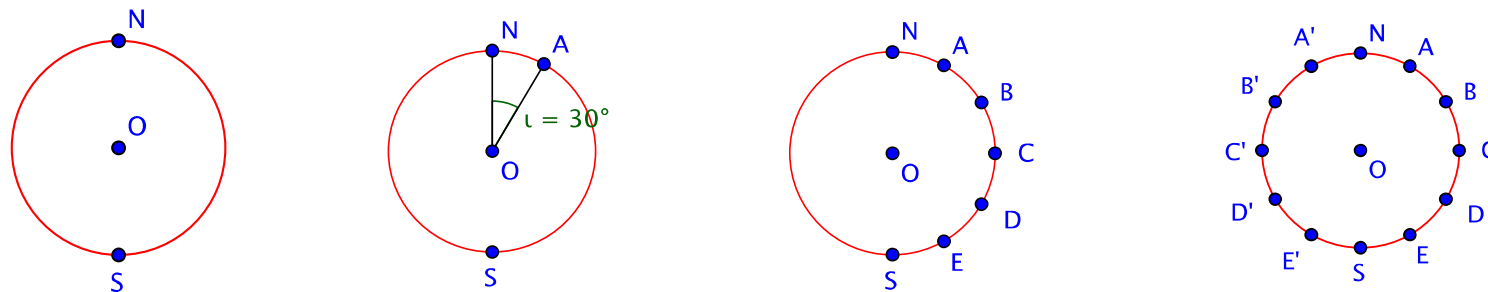
La procedura inizia da una circonferenza iniziale, nella quale è fissato un punto N. Si disegnano altre circonferenze, ciascuna delle quali passa per il punto N e ha il proprio centro in un punto della circonferenza iniziale.

Se si disegnano parecchie di queste nuove circonferenze, si inizia a intravedere un contorno esterno a forma di cuore. Il nome cardioid deriva, appunto, dalla forma a cuore.

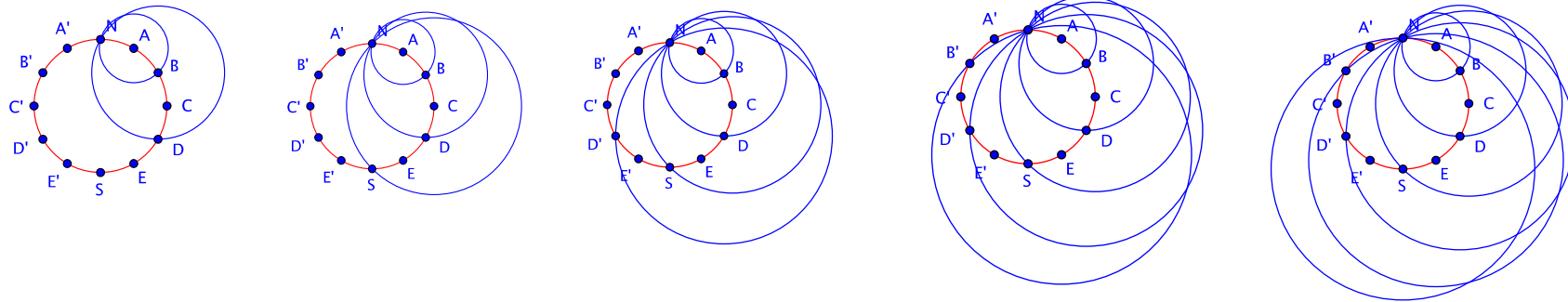
Si prende un cerchio e si disegna un diametro. Chiamiamo N e S gli estremi del diametro.

Si disegna un angolo di 30 gradi (a partire dal centro del cerchio) e si segna il corrispondente punto A sulla circonferenza

Si continua, segnando i punti equidistanti (che formano angoli di 30 gradi al centro).

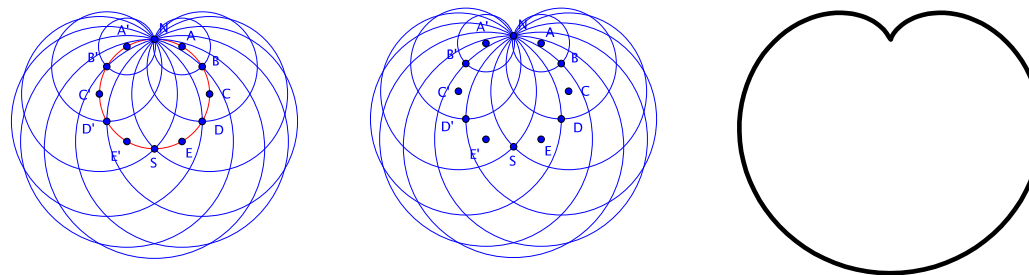


Per ciascuno dei punti disegnati, occorre disegnare la circonferenza che ha quel punto come centro e che passa per N. Il raggio della circonferenza varia a seconda del centro considerato. Ecco la sequenza delle circonferenze, prendendo come centro i punti B, C, D, E, S.



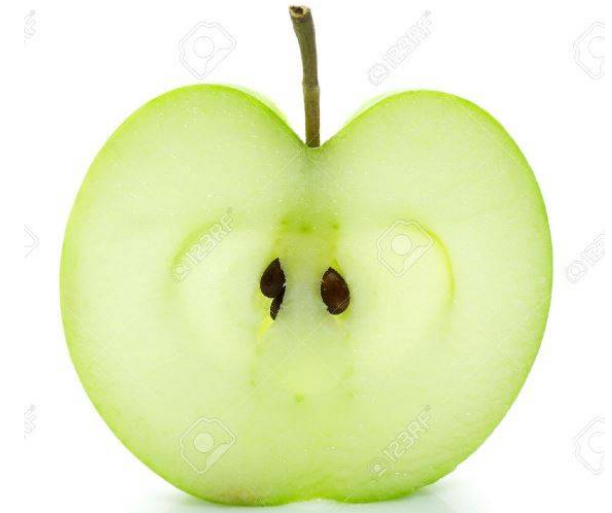
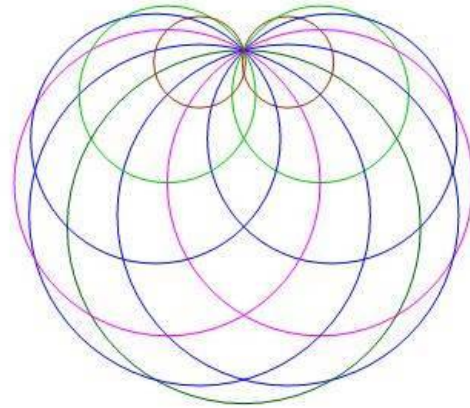
Ora si continua allo stesso modo, usando come centro i punti A', B', C', D', E', nell'altro semicerchio.

Si disegna con la matita una sagoma della cardioide, approssimando la figura data dal contorno esterno.





*Esempi della cardioidi*



## *La matematica come dono sacro*

Dalle forme regolari, cerchi rettangoli e triangoli di V. Kandinsky, ai cerchi della catena di montaggio di "Tempi Moderni" di C. Chaplin, e ai SANGAKU, espressione d'arte e matematica sulle configurazioni dei cerchi , delle similitudini tra triangoli e rapporti con rette e corde. Letteralmente il termine **sangaku** vuol dire “ tavolette matematiche”, e definisce dei veri e propri quadri in legno, che dall’inizio del XVII , sino agli inizi del XIX secolo, vennero appesi alle pareti esterne dei templi buddisti del Giappone, per ringraziare le divinità.

## *ORIGINI DEI SANGAKU*

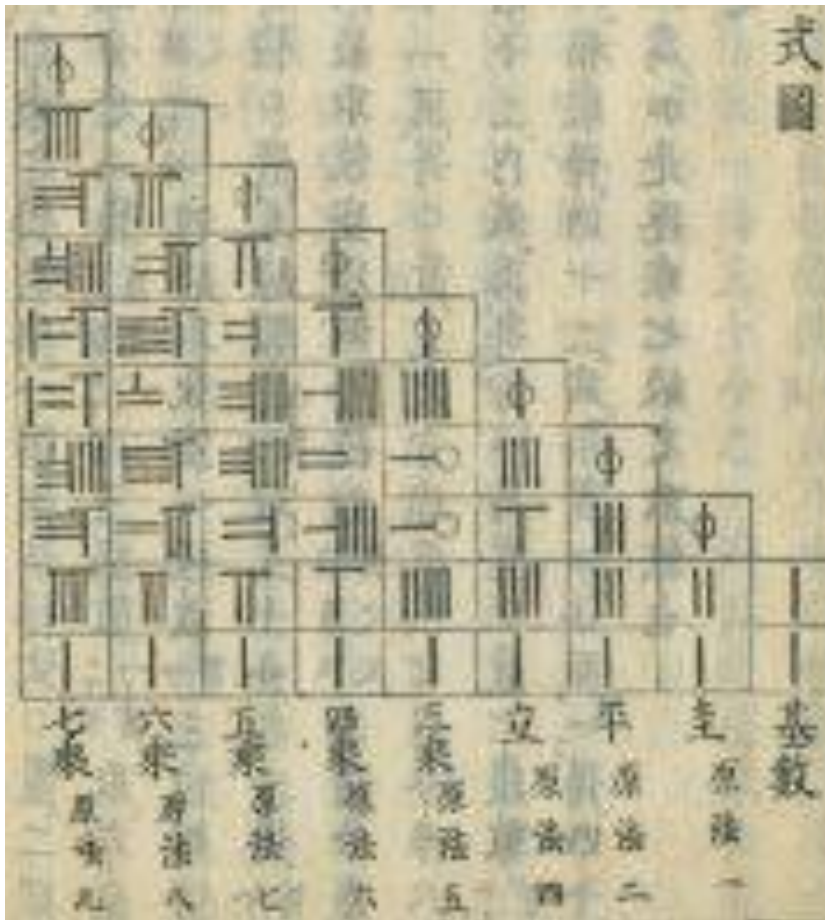
Questa particolare espressione d’arte , che racchiude in sé matematica, arte e scienza, unendo oriente ed occidente, tradizione e modernità, ebbe ampia diffusione in Giappone, e non solo.

In Italia, nei primi anni di questo decennio, la Società Matematica della Svizzera Italiana , la SMASI, diffuse una bellissima mostra dal titolo “San Gaku” , ideata dal professor Gianfranco Arrigo, dove si potevano ammirare collezioni di riproduzioni fotografiche stampate su pannelli di tela, e tracciare la storia e l’evoluzione degli studi della matematica in Giappone ed i legami con le altre civiltà.

La matematica giapponese in quei secoli, prende stimoli e spunti da quella cinese, che già nel XVI secolo aveva raggiunto un notevole sviluppo, paragonabile a quello dei classici greci e arabi.

**SANGI – I BASTONCINI** L'influenza della tradizione cinese si riscontra ad esempio nella rappresentazione dei numeri tramite i bastoncini di legno o di bambù , inseriti in una griglia . Il sistema numerico è decimale e ogni campo della griglia contiene una cifra. Il colore nero o rosso distingue i positivi dai negativi.

**ESEMPIO DI SANGI**

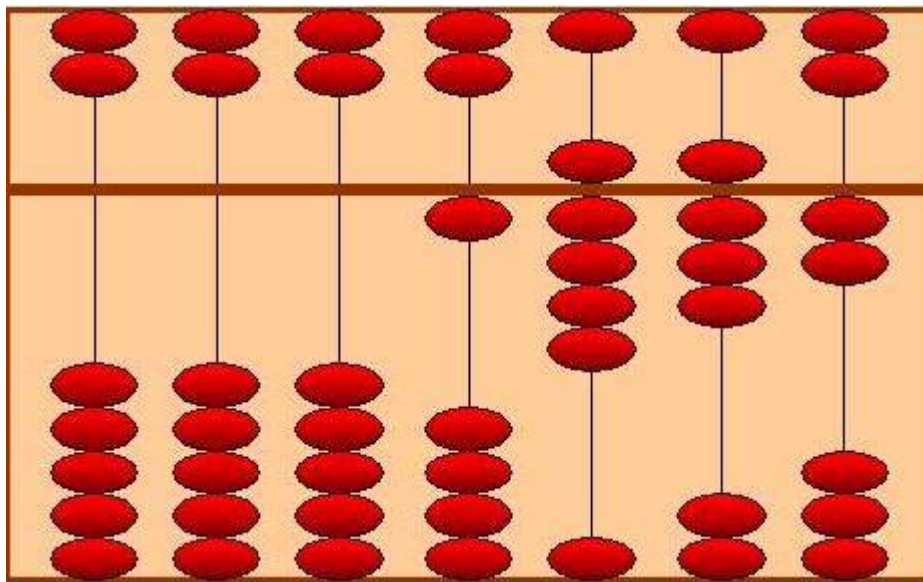


**ABACO** Successivamente, in Cina , si diffuse come sistema di calcolo, il **SU A N -P A N** e in Giappone il **SOROBA N** .

Questo metodo piaceva molto ai commercianti e agli amministratori pubblici, perché era un metodo molto pratico. Invece le persone più istruite continuavano a favorire il SANGI.

L'abaco fu molto utilizzato in epoca medievale , fino alla metà del XVI secolo, fin dal 1202 con il “ liber abaci “ di Fibonacci vennero introdotti in Europa gli algoritmi arabi per le operazioni. L'uso dell'abaco venne progressivamente abbandonato in Europa, mentre sopravvisse nell'Estremo Oriente.

#### **ESEMPIO DI ABACO**



**WASAN** La nascita della matematica tradizionale giapponese, coincide nel 1626, con la pubblicazione del libro JINKO-KI , ossia “Trattato immutabile” di Yoshida Mitsuyoshi.

Esso conteneva una serie di problemi pratici, alcuni provenienti dalla tradizione cinese.

In Giappone fu essenziale per scienziati e commercianti.

La figura più importante della matematica WASAN, fu il figlio di un samurai, SEKI TAKAKAZU, che nel 1642-1708, risolse quindici problemi, fino a quel tempo non risolti. In particolare si occupò delle misure delle figure circolari o curve e del rapporto tra circonferenza e diametro di un cerchio. (  $\pi$  greco )

**GENROKU – “La grande pace”** Il periodo tra il 1688 ed il 1704 fu detto Rinascimento o Genroku .

La capitale fu trasferita, dal capo delle spedizioni di guerra, lo shogun, da Kyoto a Edo ( l’odierna Tokyo). I rapporti con l’estero diminuirono drasticamente. Si ebbe grande sviluppo del Wasan , assieme ad altre forme di arte e cultura, poesia, teatro e pittura.

Nel 1700, ci fu una limitazione marittima e le navi europee potevano attraccare solo al porto di Nagasaki. Nonostante i controlli, qualche clandestino europeo riusciva ad oltrepassare il limite e veniva arrestato. Governanti e studiosi Giapponesi ne approfittavano immediatamente, e per la forte curiosità e sete di sapere li interrogavano.

**EMA** All'inizio del “La grande pace”, molti samurai, furono inviati come amministratori delle campagne, e diffusero così conoscenze tecniche, tradizioni culturali fin ad allora, proprie, della sola corte Imperiale.

Nacque la tradizione di affiggere fuori dai santuari shintoisti, alcune tavolette in legno raffiguranti cavalli che andarono a sostituire i sacrifici animali che si usava fare per ingraziarsi le divinità.

Queste tavole divennero una forma d'arte , di grande qualità estetica. L'eleganza della loro manifattura era di primaria importanza.



**ESEMPIO DI EMA**

## SANGAKU

I samurai fondarono delle scuole, di cui spesso erano maestri. Alle tavolette EMA iniziarono ad accostarsi altre tavolette dipinte, con figure geometriche raffinatissime piane o solide, con enunciati matematici o brevi testi di problemi, in grafia “Kabun”, privi di soluzione degli stessi. Oggi resta un patrimonio di questa espressione d’arte, di circa 900 esemplari, in prevalenza risalenti al XIX secolo. Le dimensioni e le tecniche di realizzazione sono varie. Venivano affissi in luoghi di grande passaggio, come l’ingresso dei templi, attirando non solo persone colte, studiosi e letterati che facevano parte della nobiltà guerriera, ma anche contadini, bambini e donne.

Al di là del significato religioso, i sangaku divennero uno strumento di divulgazione della matematica. Queste opere d’arte, avevano il compito di diffondere enunciati e problemi, in un’epoca in cui non esistevano riviste di ricerca scientifica. I giovani delle scuole si sfidavano spesso tra loro ed aprivano un dibattito in merito, proponendo dei quesiti matematici o testi di problemi e mostrando a volte la loro abilità nella risoluzione degli stessi con risposte scritte appese accanto alle tavolette, su alcuni foglietti.

In un angolo delle tavolette, si trovava il nome o l’iniziale di una persona, il donatore, con alcuni riferimenti alla sua qualifica e provenienza.

I Sangaku divennero dei manufatti estremamente utili come documenti storici per la conoscenza della società dell’epoca.

Questi oggetti da guardare, mostravano come temi ricorrenti, lo studio delle configurazioni dei cerchi, similitudini tra triangoli e teoremi su rette tangenti a circonferenze o sulle corde.

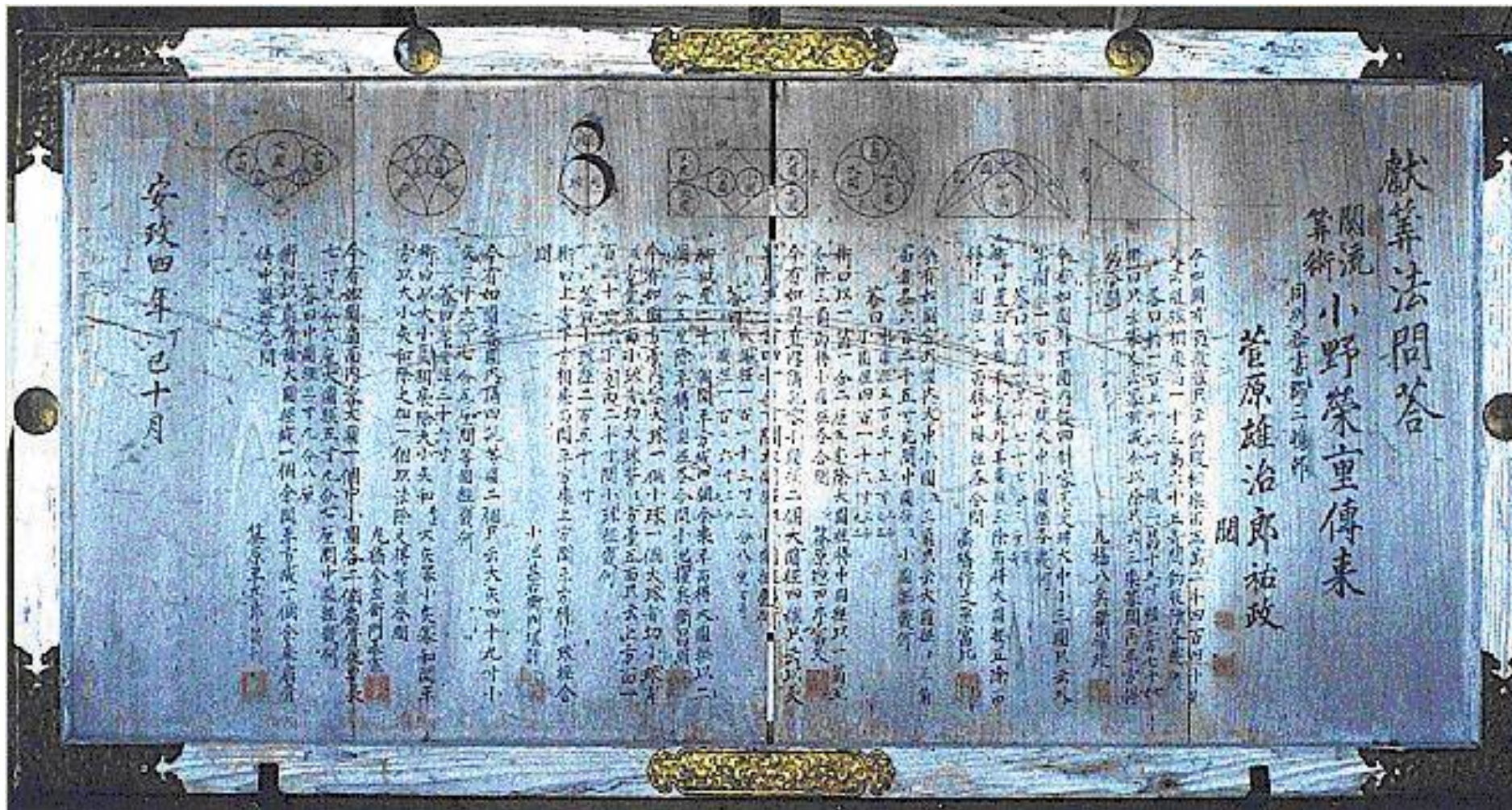
Seki Takakazu, esperto del wasan, insieme ad un suo allievo, introdussero metodi di calcolo per le lunghezze e le aree circolari, molto simili a quelle che si sviluppavano indipendentemente in Europa da luminari della matematica come Newton e Leibniz.

Questi metodi vennero indicati come ENRI o “PRINCIPIO DEL CERCHIO”. La tradizione di queste affissioni continuò sino ai primi anni dell’era industriale.

Con la riapertura delle frontiere e l’obbligo dell’insegnamento della matematica occidentale già dalle scuole elementari, la tradizione della geometria wasan si è mantenuta viva. In epoca di restaurazione, agli inizi del XX secolo, ritroviamo ancora richiami a teoremi e principi tipici della matematica sviluppata in Giappone ed in Cina attraverso il wasan ed i sangaku.

Con Hidetoshi Fukagawa, insegnante di scuola superiore ad Aichi, che studiò la scrittura “kanbun”, attraverso il suo libro pubblicato nel 1989, si rilanciò l’uso del sangaku in versione moderna.

ESEMPIO DI SANGAKU



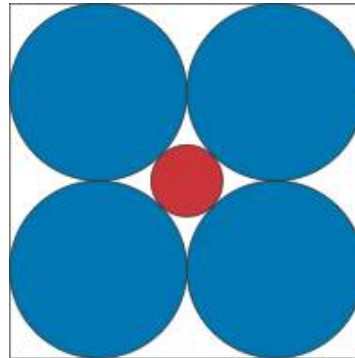




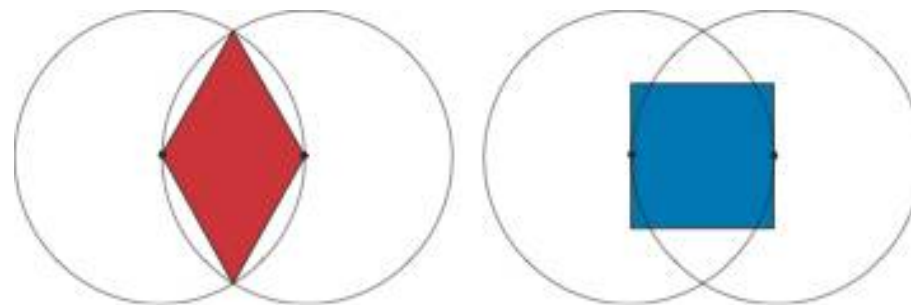
In questo san gaku viene proposto il problema del ventaglio, che pone come quesito la ricerca del rapporto tra il raggio cerchi al di sopra e sotto alla corda, quando il ventaglio è aperto a  $\frac{2}{3}$  dell' apertura massima, (angolo piatto -  $180^\circ$ )



In quest'altra tavoletta viene invece chiesto di determinare il raggio del cerchio arancione, i lati del quadrato rosso e del triangolo equilatero blu, in funzione dei raggi dei cerchi bianco e giallo.



Questo esempio , proposto dal Prof. Gianfranco Arrigo, promotore della mostra sui sangaku, sopra citata, pone come quesito la ricerca del rapporto tra l'area della superficie rossa e quella della superficie blu.



Questo altro esempio , proposto sempre dal Prof. Gianfranco Arrigo, chiede, rispetto alle quattro circonferenze congruenti, di indicare quale delle due figure, rossa e azzurra, ha perimetro ed area maggiore.

## ***Bibliografia:***

- J.B. Ward Perkins, *Architettura Romana*, Electa Milano 1979.
- G. Carlo Argan , *Arte Moderna*, Fascicolo del Corriere della Sera, Milano 1990.
- I maestri del colore " *Kandinsky*", *Fascicolo n. 43*, Fratelli Fabbri Editore.
- Tempi moderni- [www.mymovies.it/film/1936/tempimoderni/](http://www.mymovies.it/film/1936/tempimoderni/)
- Tempi moderni- immagini-  
([www.google.it/search?q=tempi+moderni&source=lnms&tbn=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwi4ppX8gYPUAhWqJsAKHZRbBHAQ\\_AUIBygC&biw=1440&bih=754&dpr=1](http://www.google.it/search?q=tempi+moderni&source=lnms&tbn=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwi4ppX8gYPUAhWqJsAKHZRbBHAQ_AUIBygC&biw=1440&bih=754&dpr=1))
- Moda anni '60- [http://www.bibliolab.it/boom\\_ciosf/abbigliamento.htm](http://www.bibliolab.it/boom_ciosf/abbigliamento.htm)
- *Spunti sulla cardioide* - Lincei- *Il cerchio 2017*-
- Hisao Fujita Yashima, *Scienze giapponesi tra l'Oriente e l'Occidente, tra tradizione e la modernità*, -Dispensa- Dipartimento di Matematica, Università di Torino .
- Tratto da "La Repubblica" del 9.12.2014, " *Che magia l'algebra nei templi giapponesi*" dialoghi Matematici/3.
- Brochure Mostra San Gaku, " Tra arte e scienza, la matematica tradizionale giapponese ( XVII- XVIII sec.), realizzata dalla SMASI a Lugano, 8-26.9.2010.
- Dispensa Mostra San Gaku, " Tra arte e scienza, la matematica tradizionale giapponese ( XVII- XVIII sec.), settembre 2010.
- Presentazione Mostra San Gaku, " Tra arte e scienza, la matematica tradizionale giapponese ( XVII- XVIII sec.), a cura di G. Arrigo, Riccione, marzo 2013.