



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

---

# CICLO SÍSMICO EN MEDIOS CON REOLOGÍA NO-LINEAL

Tesis que presenta

**Hugo Enrique Soto Parada**

Para optar al título profesional de Geofísico que otorga la Carrera  
Ciencias Físicas y Astronómicas

Profesor Guía: Klaus Bataille Bollweg  
Departamento de Física  
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas  
Universidad de Concepción

---

Concepción, Chile  
Octubre, 2013.



Director de Tesis : Dr. Klaus Bataille Bollweg  
Comisión : Dr. Rodolfo Araya Durán  
Dr. Andrés Tassara Oddo

# Agradecimientos

Esta tesis de pregrado, la primera que enfrento, ha sido sin duda una experiencia de muchas horas de constante trabajo y aprendizaje personal, pero donde directa o indirectamente, he contado con la ayuda de valiosas personas, a quienes les dedico las siguientes palabras de agradecimiento.

Gracias a mi padre Héctor, mi madre Elizabeth y mi hermana Mariely por su constante apoyo y ánimo durante todo este tiempo, en especial en los momentos de mayor agotamiento. A mi sobrino Gabriel por su inagotable y contagiosa alegría, invaluable en cualquier momento de la vida.

Gracias a mi profesor guía Klaus por su paciencia, orientación y dedicación a la hora de resolver mis dudas. También por su apoyo, motivación y confianza para exponer resultados preliminares del presente estudio como un póster en el Maule Earthquake Workshop (4-8 de Marzo, 2013) realizado en nuestra universidad. Al profesor Rodolfo Araya por su disposición y paciencia al enseñarme los fundamentos del FEM, y por permitirme hacer uso de su código computacional, sin el cual hubiese sido imposible realizar este trabajo. Al profesor Andrés Tassara por su apoyo personal y ayuda en materia geológica. A Marcelo Contreras, por su amistad y su ayuda desinteresada, pero siempre precisa. A Marcos Moreno, del Deutsches GeoForschungsZentrum - Potsdam, Alemania, por facilitarme datos de mediciones GPS, muy útiles en el análisis del presente estudio.

Agradezco también a mis amigos Richard Alvarado, Jon Bedford, Carlos Peña, Gonzalo Rojas, Eric Sánchez, Daniel Morales, entre otros, que ya sea en alguna conversación particular o en forma continua, compartieron su conocimiento o me aconsejaron en algún momento de esta travesía.

Finalmente, quiero agradecer a FONDECYT por su apoyo financiero, sin el cual este proyecto de investigación difícilmente hubiese sido llevado a cabo.

Gracias a todos y todas.

Hugo Soto.

# Resumen

Chile está ubicado a lo largo de un margen convergente en que la placa oceánica de Nazca, más densa, subduce bajo la placa continental Sudamericana, menos densa, a una velocidad aproximada de  $7 \frac{cm}{año}$ , donde eventualmente ocurren grandes terremotos como parte de un ciclo sísmico, consistente de tres fases de duración variable: intersísmica (*main thrust* bloqueado, almacenamiento de energía elástica), cosísmica (ruptura del *main thrust*, liberación de energía elástica) y post-sísmica (relajación viscoelástica). En el intersísmico, el bloqueo en el *main thrust* produce una deformación gradual en la placa continental, originando un campo de desplazamiento en la corteza observable y medible en superficie, por ejemplo con técnicas como GPS. Por otro lado, en contraste a la suposición común de una corteza que sufre una deformación  $\epsilon$  elástica y lineal, de acuerdo a la ley de Hooke  $\sigma = E \epsilon$ , cuando es sometida a un esfuerzo  $\sigma$  (siendo  $E$  es el módulo de Young), numerosos estudios experimentales han mostrado que la mayoría de sus rocas tienen algún tipo de daño en forma de fracturas microscópicas internas, que afectan sus propiedades elásticas y modifican la homogeneidad del medio. Nuestro interés es analizar las deformaciones intersísmicas y cosísmicas de la superficie, como también las residuales producidas tras un ciclo sísmico, de acuerdo a la presencia (reología no-lineal) o ausencia (reología lineal) de daño, para determinar el efecto de éste en el proceso. Para ello consideramos un intersísmico de 175 años (1835-2010) y un cosísmico (Maule 8.8 Mw, 2010) que libera el *slip* acumulado durante ese tiempo. Usando el método de Elementos Finitos (FEM) en dos modelos de *slip* intersísmico (BSM y ESPMM) y uno de *slip* cosísmico (SI), se obtuvieron perfiles de desplazamientos horizontal  $U$  y vertical  $V$ , deformación  $I_1$  y densidad de energía elástica  $W$  superficiales. Estudiamos la validez de nuestros resultados (BSM) enfrentándolos a soluciones analíticas conocidas (Okada) y realizando un trade-off de los parámetros de nuestros modelos más realistas (ESPMM y SI) para  $U$  y  $V$ , y comparándolos con mediciones GPS en 20 estaciones distribuidas a lo largo del perfil modelado, desde la fosa a la Cordillera de Los Andes (CA). Para  $U$  intersísmico, el movimiento hacia el continente  $U > 0$  (océano  $U < 0$ ) aumenta (disminuye) con la profundidad del *downdip limit*  $d_{lock}$  y el ancho del *slab*  $H$ , y disminuye (aumenta) con el ángulo de subducción *dip*. Para  $U < 0$  cosísmico ( $d_{lock}$ , *dip*), se observan las mismas tendencias que para  $U > 0$  intersísmico. Mientras

que para  $V$  intersísmico (al Este de la fosa), al aumentar el  $dip$ ,  $d_{lock}$  y  $H$  las curvas: se mueven hacia la fosa (alzamientos disminuyen), hacia el continente (alzamientos disminuyen) y no cambian de posición (alzamientos aumentan y luego disminuyen), respectivamente. Tendencias similares (para el  $dip$  y  $d_{lock}$ ) se ven en los  $V$  cosísmicos, pero observando para alzamientos (subsidiencias) lo visto para subsidiencias (alzamientos) durante el intersísmico. De la comparación con las mediciones GPS, es difícil precisar los valores de los parámetros con que los modelos se ajustan a las observaciones, pero  $dip = 20^\circ$ ,  $d_{lock} = 50 \text{ km}$  y  $H = 25 \text{ km}$  satisfacen las distintas tendencias. Los perfiles resultantes para la modelación con estos parámetros muestran (para todo daño y al Este de la fosa) que en el intersísmico (cosísmico) la superficie experimenta subsidiencias (alzamientos) en la región entre la fosa y la costa, alzamientos (subsidiencias) entre la costa y la CA,  $U > 0$  o  $U < 0$  ( $U < 0$ ), además de compresiones ( $I_1 < 0$ ) (extensiones ( $I_1 > 0$ )) y energías elásticas de similar comportamiento. Las cantidades residuales encontradas varían según el tipo de ciclo sísmico estudiado. Para un ciclo BSM + SI, las encontramos sólo en presencia de daño, observando al Oeste de la fosa alzamientos cerca de la fosa,  $U < 0$  decrecientes desde la fosa al Oeste,  $I_1 < 0$  también decrecientes y  $W > 0$ . Y al Este de la fosa residuales de alzamientos (mayores entre la fosa y la costa), una transición entre  $U < 0$  (más cerca de la fosa) y  $U > 0$ , y zonas consecutivas de  $I_1 > 0$  con  $W < 0$ ,  $I_1 > 0$  con  $W > 0$  e  $I_1 < 0$  con  $W > 0$ . Para un ciclo ESPMM + SI hay residuales con o sin daño. Observando al Oeste de la fosa (para todo daño)  $U > 0$  proporcionales a la convergencia de Nazca y en general  $V > 0$  (salvo cerca de la fosa),  $I_1 < 0$  y  $W > 0$ . Mientras al Este de la fosa encontramos (para todo daño) principalmente  $V > 0$ ,  $U < 0$  proporcional a la convergencia de Sudamérica y zonas de  $I_1 < 0$  con  $W > 0$  e  $I_1 > 0$  con  $W < 0$ , que se repiten a lo largo del perfil. Las tendencias en los perfiles de  $U$  y  $V$  para ambas etapas del ciclo sísmico se corresponden con aquellas registradas por GPS, y con mediciones cosísmicas de  $V$  en terreno, pero habiendo cierta discrepancia respecto a las magnitudes de  $V$ . La deformación intersísmica modelada (entre la costa y la CA) también exhibe buen acuerdo con los registros GPS, los que podrían explicar además las compresiones y extensiones residuales encontradas. Al menos cualitativamente, alzamientos permanentes observados en zonas costeras y existencia de Isla Santa María podrían corresponderse con movimiento vertical residual. El daño también podría ser importante a largo plazo en la formación de la CA. Por otro lado, las componentes residuales de  $U$  (ESPMM) dan una visión más realista del proceso de subducción.

# Abstract

Chile is located along a convergent margin where oceanic Nazca plate, denser is subducted beneath the South American continental plate, less dense, at a rate of approximately  $7 \frac{cm}{yr}$ , where large earthquakes occur eventually as part of a seismic cycle consisting of three phases of variable duration: interseismic (locked main thrust, elastic energy storage), coseismic (rupture of main thrust, elastic energy release) and post-seismic (viscoelastic relaxation). In interseismic stage, locking in the main thrust produces a gradual deformation on continental plate, causing a displacement field in crust observable and measurable in surface, for example using techniques such as GPS. On the other, in contrast to the common assumption of a crust which undergoes deformation  $\epsilon$  elastic and linear according to Hooke's law  $\sigma = E \epsilon$ , when is subjected to a stress  $\sigma$  (where  $E$  is the Young's modulus), numerous experimental studies have shown that most of the rocks have some kind of damage in the form of internal microscopic fractures that affect their elastic properties and modify the homogeneity of the medium. Our interest is to analyze the interseismic and coseismic deformations of the earth's surface, as well as those residual produced after a seismic cycle according to the presence (nonlinear rheology) or absence (linear rheology) of damage, to determine its effect in the process. To do this we consider a interseismic of 175 years (1835-2010) and a coseismic (2010 Mw 8.8 Maule) which releases the slip accumulated during that time. Using the finite element method (FEM) in two models of interseismic slip (BSM and ESPMM) and a model of coseismic slip (SI), displacement profiles were obtained to horizontal  $U$  and vertical  $V$  displacements, deformation  $I_1$  and elastic energy density  $W$  in surface. We study the validity of our results (BSM) against known analytical solutions (Okada) and by making a trade-off of the parameters in our more realistic models (ESPMM and SI) for  $U$  and  $V$ , and comparing them with measurements made on 20 GPS stations distributed along the profile modeling, from coast to the Andes Mountain Range (AR). For interseismic  $U$ , the  $U > 0$  toward mainland ( $U < 0$  seaward) movement, increases (decreases) with the depth  $d_{lock}$  of downdip limit and with slab width  $H$ , and decreases (increases) by increasing angle of subduction  $dip$ . To coseismic  $U < 0$  ( $d_{lock}$ ,  $dip$ ), are observed the same trends as for interseismic  $U > 0$ . While for interseismic  $V$  (East of the trench), when  $dip$ ,  $d_{lock}$  and  $H$  increase: the curves move to

the trench (uplifts are reduced), to the mainland (uplifts are reduced) and do not change position (uplifts increase and then are reduced), respectively. Similar trends (for  $dip$  and  $d_{lock}$ ) are in the  $V$  coseismic, but seeing to uplifts (subsidence) what happened in subsidence (uplift) during the interseismic. Comparing with the GPS measurements, is difficult to determine the values of the parameters for which models fit the observations, but  $dip = 20^\circ$ ,  $d_{lock} = 50 \text{ km}$  y  $H = 25 \text{ km}$  satisfy the different trends observed. The resulting profiles for modeling with these parameters show (for any damage and mainly to the East of the trench) that to interseismic (coseismic) stage surface undergoes subsidence (uplift) in the region between the trench and the coast, uplifts (subsidence) between the coast and the AR, decreasing  $U > 0$  or  $U < 0$  ( $U < 0$ ), and also compressions ( $I_1 < 0$ ) (extensions ( $I_1 > 0$ )) and elastic energies of a similar behavior. Residual amounts found vary depending on type of studied seismic cycle. For BSM + SI cycle, we found residues only when damage is present, seeing West from the trench uplifts near the trench,  $U < 0$  decreasing from the trench to the West,  $I_1 < 0$  also decreasing and  $W > 0$ . And to the East of the trench residuals to uplifts (greater between the trench and the coast), a transition between  $U < 0$  (closer to the trench) and  $U > 0$ , and consecutive zones with  $I_1 > 0$  with  $W < 0$ ,  $I_1 > 0$  with  $W > 0$  and  $I_1 < 0$  with  $W > 0$ . For ESPMM + SI cycle, there are residuals with or without damage in medium. Finding to the West of the trench (for any damage)  $U > 0$  proportional to the Nazca plate convergence and generally  $V > 0$  (except near the trench),  $I_1 < 0$  and  $W > 0$ . While East of the trench we find (for any damage) mainly  $V > 0$ ,  $U < 0$  proportional to the Sudamerican plate convergence and zones with  $I_1 < 0$  with  $W > 0$  and  $I_1 > 0$  with  $W < 0$ , which are repeated throughout the profile. Trends in  $U$  and  $V$  modeled profiles for both stages seismic cycle correspond with those recorded in GPS and with  $V$  coseismic field measurements, but having a discrepancy with respect to the magnitude of  $V$ . Modeled interseismic deformation (between the coast and the AR) also shows good agreement with GPS records, which could also explain residual compressions and extensions found. At least qualitatively, permanent uplifts observed in coastal areas and the existence of Santa Maria Island could correspond to residual vertical motion. The damage could also be important in long term to the AR formation. On the other hand, the  $U$  (ESPMM) residual components give a more realistic view of the process of subduction.



# Contenidos

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Teoría</b>	<b>7</b>
3.1	Energía de un medio con daño. . . . .	7
3.2	Ecuación de Movimiento. . . . .	12
3.3	Resolución Numérica. . . . .	14
3.4	Modelos. . . . .	17
3.4.1	Modelo BSM. . . . .	17
3.4.2	Modelo ESPM. . . . .	19
3.4.3	Modelo SI. . . . .	20
<b>4</b>	<b>Modelación Numérica</b>	<b>21</b>
4.1	Método de Elementos Finitos (FEM) . . . . .	21
4.1.1	Conceptos Generales. . . . .	21
4.1.2	Implementación. . . . .	22
4.1.2.1	Problema Modelo. . . . .	22
4.1.2.2	Resultados Básicos. . . . .	24
4.1.2.3	Cálculos elemento a elemento. . . . .	25
4.1.2.4	Mallas de Elementos Finitos. . . . .	30
4.1.2.5	Imposición de las Condiciones de Frontera. . . . .	35
4.1.2.6	Introducción de las fallas. . . . .	36
4.1.2.7	Solución del Sistema Lineal. . . . .	36
4.1.3	Esquema del Código FEM. . . . .	36
4.2	Modelos de Estudio: Dominio, Condiciones de Borde y Mallas. . .	37
4.2.1	Modelo BSM. . . . .	38
4.2.2	Modelo ESPMM (ESPM modificado). . . . .	39
4.2.3	Modelo SI. . . . .	42
<b>5</b>	<b>Resultados y Análisis</b>	<b>43</b>

5.1	Comentarios generales. . . . .	43
5.2	Validación de la Modelación. . . . .	48
5.2.1	Estabilidad del código. . . . .	48
5.2.2	Modelo versus Observaciones. . . . .	51
5.2.2.1	Movimiento Horizontal. Trade-off. . . . .	55
5.2.2.2	Movimiento Vertical. Trade-off. . . . .	62
5.2.3	Comparación con soluciones analíticas. . . . .	66
5.3	Perfiles de Movimiento Horizontal. . . . .	69
5.3.1	Soluciones Hooke para BSM, ESPMM y SI. . . . .	69
5.3.2	Soluciones neo-Hooke para BSM, ESPMM y SI. . . . .	70
5.3.3	Residual BSM + SI. . . . .	73
5.3.4	Residual ESPMM + SI. . . . .	74
5.4	Perfiles de Movimiento Vertical. . . . .	77
5.4.1	Soluciones Hooke para BSM, ESPMM y SI. . . . .	77
5.4.2	Soluciones neo-Hooke para BSM, ESPMM y SI. . . . .	77
5.4.3	Residual BSM + SI. . . . .	81
5.4.4	Residual ESPMM + SI. . . . .	82
5.5	Perfiles de Densidad de Energía Elástica. . . . .	85
5.5.1	Soluciones Hooke BSM, ESPMM y SI. . . . .	85
5.5.2	Soluciones neo-Hooke BSM, ESPMM y SI. . . . .	86
5.5.3	Residual BSM + SI. . . . .	89
5.5.4	Residual ESPMM + SI. . . . .	90
5.6	Perfiles de Deformación ( $I_1$ ). . . . .	93
5.6.1	Soluciones Hooke BSM, ESPMM y SI. . . . .	93
5.6.2	Soluciones neo-Hooke BSM, ESPMM y SI. . . . .	95
5.6.3	Residual BSM + SI. . . . .	98
5.6.4	Residual ESPMM + SI. . . . .	99
<b>6</b>	<b>Discusión y Conclusión</b>	<b>102</b>
<b>7</b>	<b>Perspectivas</b>	<b>120</b>
<b>A</b>	<b>Derivación de Ecuación (3.27)</b>	<b>127</b>
<b>B</b>	<b>Constantes de Lamé</b>	<b>132</b>
<b>C</b>	<b>Distancia, velocidad y desplazamiento normales a la fosa</b>	<b>137</b>
<b>D</b>	<b>Ajuste lineal de la fosa</b>	<b>141</b>

# Lista de Figuras

1.1	Convergencia entre la placa de Nazca y la Sudamericana. . . . .	1
1.2	Corte transversal esquemático de la zona de subducción chilena. . .	2
1.3	Esquema del ciclo sísmico en la subducción chilena. . . . .	3
1.4	Región de estudio, mostrando los dos set de estaciones GPS consideradas. . . . .	5
3.1	Distribución de fracturas para tres tipos de sólidos elásticos. . . . .	8
3.2	Modelo BSM. . . . .	18
3.3	Modelo ESPM. . . . .	19
3.4	Modelo SI. . . . .	20
4.1	Una de las mallas creadas con <i>Triangle</i> . . . . .	22
4.2	Transformación afín $\mathcal{F}$ . . . . .	24
4.3	Ejemplo de una malla de 16 elementos y 13 nodos. . . . .	30
4.4	Esquema de la malla utilizada en el modelo BSM. . . . .	39
4.5	Esquema de la malla utilizada en el modelo ESPMM. . . . .	40
4.6	Modelación de la flexión de la placa subductada. . . . .	42
4.7	Esquema de la malla utilizada en el modelo SI. . . . .	42
5.1	Resultados en todo el dominio para el modelo ESPMM. . . . .	44
5.2	Valores del parámetro del daño $\eta$ y color correspondiente de las curvas respectivas. . . . .	46
5.3	Esquema ilustrativo de la relación $I_1 \propto \partial_x U$ dada por (5.2). . . . .	47
5.4	Mallas correspondientes a los diferentes valores de $h$ mostrados en la tabla 5.1. . . . .	50
5.5	Resultados del análisis de estabilidad del código. . . . .	51
5.6	Distribución de estaciones GPS en la región de estudio y sus componentes de movimiento horizontal y vertical. . . . .	54
5.7	Trade-off del movimiento horizontal para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa $F1$ . . . . .	56

5.8 Trade-off del movimiento horizontal para la etapa cosísmica (modelo SI) y fosa <i>F1</i> . . . . .	57
5.9 Errores RMS en el trade-off del desplazamiento horizontal (fosa <i>F1</i> ) para las etapas intersísmica (modelo ESPMM) y cosísmica (modelo SI). . . . .	60
5.10 Errores RMS en el trade-off del desplazamiento horizontal (fosa <i>F2</i> ) para las etapas intersísmica (modelo ESPMM) y cosísmica (modelo SI). . . . .	61
5.11 Trade-off del movimiento vertical para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa <i>F1</i> . . . . .	64
5.12 Trade-off del movimiento vertical para la etapa cosísmica (modelo SI) y fosa <i>F1</i> . . . . .	65
5.13 Geometría de una falla rectangular finita tipo Okada, adaptada a la zona de subducción chilena. . . . .	66
5.14 Movimientos horizontal y vertical superficiales obtenidos desde soluciones analíticas y perfiles de nuestro modelo BSM. . . . .	67
5.15 Perfiles de movimiento horizontal superficial obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. . . . .	70
5.16 Perfiles de movimiento horizontal superficial obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. . . . .	72
5.17 Perfil de movimiento horizontal superficial residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI. . . . .	74
5.18 Perfil de movimiento horizontal superficial residual entre los modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI. . . . .	75
5.19 Perfiles de movimiento vertical superficial obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. . . . .	78
5.20 Perfiles de movimiento vertical superficial obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. . . . .	80
5.21 Perfil de movimiento vertical superficial residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI. . . . .	81
5.22 Perfil de movimiento vertical superficial residual entre los modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI. . . . .	82
5.23 Perfiles de densidad de energía elástica obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. . . . .	86
5.24 Perfiles de densidad de energía elástica obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. . . . .	88

5.25	Perfil de densidad de energía elástica residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI. . . . .	89
5.26	Perfil de densidad de energía elástica residual entre los modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI. . . . .	90
5.27	Perfiles de deformación superficial obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. . . . .	94
5.28	Perfiles de deformación superficial obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. . . . .	96
5.29	Perfil de deformación superficial residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI. . . . .	98
5.30	Perfil de deformación superficial residual entre los modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI. . . . .	100
6.1	Esquema de las principales características de los perfiles modelados (intersísmico). . . . .	103
6.2	Esquema de la deformación intersísmica según nuestro modelo ESPMM 2D. . . . .	104
6.3	Esquema de las principales características de los perfiles modelados (cosísmico). . . . .	105
6.4	Esquema de la deformación cosísmica según nuestro modelo SI 2D. . . . .	106
6.5	Resumen de perfiles superficiales residuales obtenidos para el ciclo sísmico BSM + SI. . . . .	107
6.6	Esquema de las principales características residuales de los perfiles modelados (ciclo BSM + SI). . . . .	109
6.7	Resumen de perfiles superficiales residuales obtenidos para el ciclo sísmico ESPMM + SI. . . . .	110
6.8	Esquema de las principales características residuales de los perfiles modelados (ciclo ESPMM + SI). . . . .	112
6.9	Perfiles comparativos de movimientos verticales cosísmicos (Modelo, GPS y observaciones directas). . . . .	118
B.1	Test sobre parámetros de Lamé alternativos $\lambda_1$ y $\mu_1$ . . . . .	133
B.2	Test sobre parámetros de Lamé alternativos $\lambda_2$ y $\mu_2$ . . . . .	134
B.3	Test sobre parámetros de Lamé alternativos $\lambda_3$ y $\mu_3$ . . . . .	135
C.1	Geometría para calcular la distancia fosa-estación y la proyección de la velocidad de cada estación, perpendicular al rumbo de la fosa. . . . .	138

D.1 Trade-off del movimiento horizontal para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa <i>F2</i> . . . . .	142
D.2 Trade-off del movimiento horizontal para la etapa cosísmica (modelo SI) y fosa <i>F2</i> . . . . .	143
D.3 Trade-off del movimiento vertical para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa <i>F2</i> . . . . .	144
D.4 Trade-off del movimiento vertical para la etapa cosísmica (modelo SI) y fosa <i>F2</i> . . . . .	145

# Lista de Tablas

5.1	Valores de la norma $L_2$ y su logaritmo, obtenidos para los diferentes valores de $h$ considerados. . . . .	49
5.2	Estaciones GPS usadas, con sus posiciones y velocidades inter-sísmicas. . . . .	53
5.3	Estaciones GPS usadas, con sus posiciones y desplazamientos cosísmicos. . . . .	53
5.4	Condiciones de borde (CB) usadas para los perfiles BSM de la figura 5.14 . . . . .	68
5.5	Valores máximos del movimiento horizontal superficial para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño. . . . .	76
5.6	Valores máximos del movimiento vertical superficial para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño. . . . .	84
5.7	Valores máximos de la densidad de energía elástica para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño. . . . .	92
5.8	Valores máximos de la deformación superficial para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño. . . . .	101
6.1	Resumen de valores máximos superficiales de las distintas variables para los diferentes modelos analizados. . . . .	113
6.2	Tabla comparativa de movimientos verticales cosísmicos. . . . .	119

# Capítulo 1

## Introducción

Chile está ubicado a lo largo de un margen continental activo en que las placas de Nazca (oceánica) y de Sudamérica (continental) convergen en un azimut de aproximadamente  $78^\circ$ , la primera bajo la segunda, a una velocidad relativa aproximada de  $7 \frac{cm}{año}$ , en una zona de subducción de varios miles de kilómetros de largo por decenas de kilómetros de ancho, que demarca el límite entre ambas placas tectónicas y que ha sido fuente de grandes terremotos a lo largo de toda la historia.

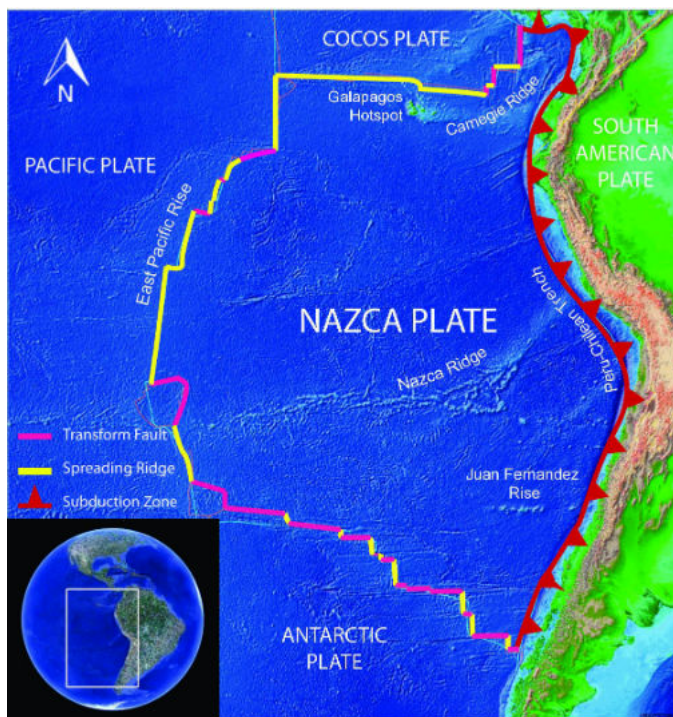


Figura 1.1: Convergencia de la placa de Nazca respecto a la Sudamericana, indicada por triángulos rojos, unidos por un trazo del mismo color que señala la posición de la fosa



Davies & House (1979) [7], han descrito una zona de subducción típica como: una zona donde la interfase entre las placas superior (continental) y subductante (oceánica) inicialmente está inclinada suavemente hacia el continente desde su límite superficial en la fosa oceánica hasta una profundidad de aproximadamente 40 km, y luego se tuerce más pronunciadamente hasta alcanzar un *dip* de 30° o más cuando la placa subductada se introduce en la astenósfera. La sección de la interfase más superficial y más suavemente inclinada es conocida como *main thrust*, donde ocurre los terremotos más someros. Mientras que en general la región de la interfase donde hay actividad sísmica en una zona de subducción es conocida como zona (o plano) de *Wadati-Benioff*.

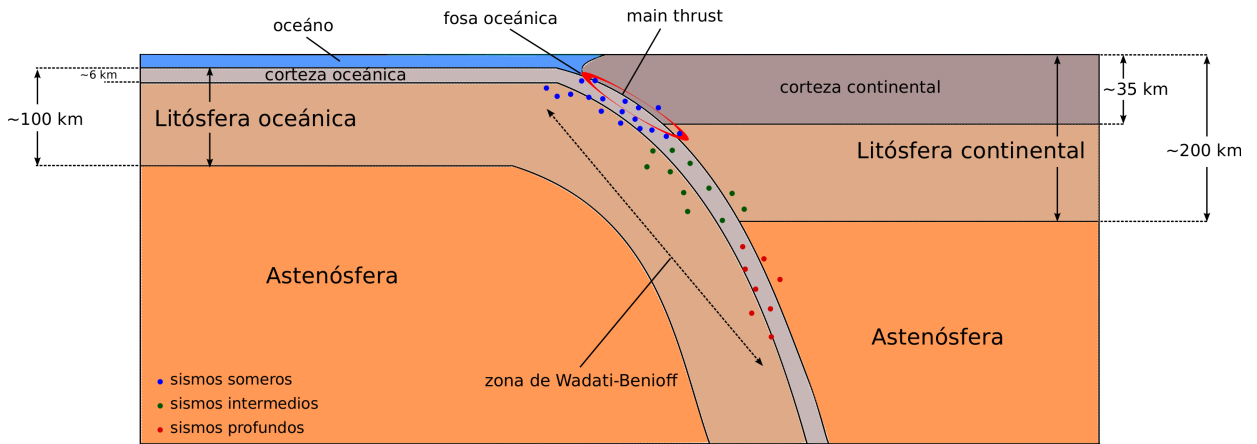


Figura 1.2: Corte transversal esquemático de la zona de subducción chilena. Mostrando las diferentes capas de las placas convergentes y los hipocentros de sismos que ocurren a distintas profundidades en la zona de Wadati-Benioff.

Si bien no está claramente determinada la periodicidad de los terremotos más significativos, se asume que suceden cíclicamente en lo que se conoce como ciclo sísmico, compuesto por tres fases distinguibles de duración variable: intersísmica, cosísmica y post-sísmica. En una zona de subducción como la chilena, durante el periodo intersísmico la placa de Nazca se está moviendo en todas partes a la velocidad de convergencia, salvo en una zona de la interfase entre las placas, el *main thrust*, donde se encuentra trabada (figura 1.3a). Bloqueo, que sumado al empuje del resto de la placa oceánica, produce una lenta deformación de la placa sudamericana (figura 1.3b), con el consecuente almacenamiento de energía elástica. Eventualmente, tras alcanzar una deformación máxima, la zona de contacto entre las placas se destraba, rompe y desliza, liberando la energía elástica acumulada como energía cinética, dando

lugar a un terremoto; lo que se conoce como etapa cosísmica (figura 1.3c). A continuación, ocurre la denominada fase post-sísmica, en que la parte inferior de la litósfera se relaja viscoelásticamente, ajustándose a su nuevo estado para comenzar un nuevo ciclo sísmico.

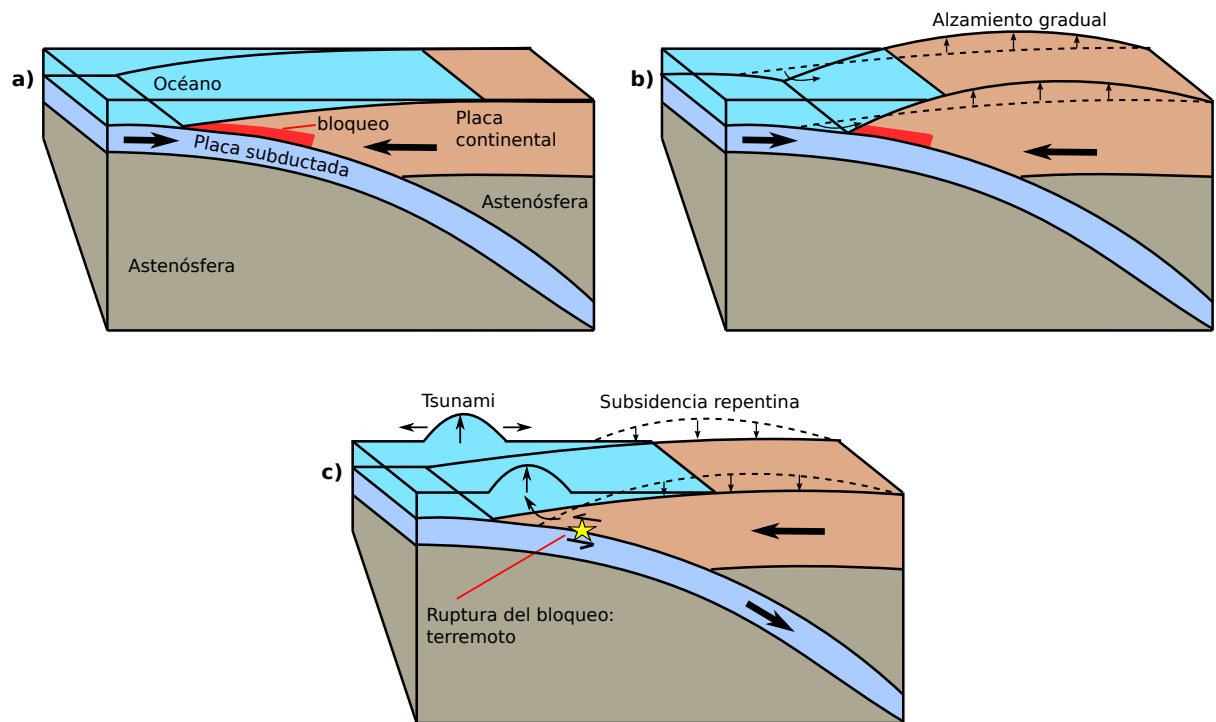


Figura 1.3: Esquema del ciclo sísmico en la subducción chilena. a) La interfase entre la placa oceánica y la continental permanece bloqueada en el *main thrust* al inicio de la etapa intersísmica. b) El bloqueo y el empuje de la placa oceánica producen deformación en la placa continental, acumulándose energía elástica. c) Desbloqueo del *main thrust* en el cosísmico, liberando la energía acumulada y produciendo un terremoto.

La ruptura ocurrida en un terremoto produce un desplazamiento en la zona de contacto que puede propagarse hasta la superficie de la Tierra. Este movimiento superficial es observable y medible directamente, por ejemplo con técnicas como GPS (*Global Positioning System*). Para estudiar la naturaleza de este fenómeno, es usual considerar un modelo físico del comportamiento de la Tierra en respuesta a un evento sísmico. Al respecto, comúnmente se considera que la corteza es un medio elástico y homogéneo, cuyo comportamiento es descrito por la Ley de Hooke y que por lo tanto responde a un esfuerzo  $\sigma$  aplicado (el terremoto) dinámicamente y linealmente, con un campo de desplazamiento  $u_i$ . Un medio con este comportamiento, tiene una reología de tipo lineal.

Sin embargo, diversos trabajos experimentales han encontrado en la mayoría de las muestras de corteza analizadas algún tipo de daño, cuya presencia ha mostrado producir un cambio significativo en las propiedades elásticas de las rocas. Una corteza de este tipo, más realista, tiene entonces una reología no-lineal, según la cual las rocas en su interior ya no se deforman linealmente sometidas a un esfuerzo.

En el presente trabajo, nuestro interés es analizar la deformación que sufre la corteza a nivel superficial según el tipo de reología que posea, con el fin de determinar el rol que cumple el daño en este proceso, particularmente durante las etapas intersísmica y cosísmica, así como globalmente en un ciclo sísmico (considerado como una sucesión de estas dos etapas). Para ello, se estudiará el desplazamiento y la deformación consiguiente derivados de dos modelos de *slip* intersísmico (BSM y ESPMM) y un modelo de *slip* cosísmico (SI). Puesto que el daño modifica la manera en que la corteza se deforma, también influirá en la distribución de la energía elástica del medio. Indagaremos también en este tópico, analizando la relación entre la energía acumulada por el medio durante la fase intersísmica y la energía liberada durante el cosísmico.

Como etapa intersísmica, modelamos una de 175 años, tomando como referencia el tiempo transcurrido desde el terremoto con epicentro cercano a Concepción ocurrido en 1835 (20 de febrero) con una magnitud estimada de 8-8.5 (Lomnitz, 2004[24]), famoso por ser vivido y descrito por el naturalista Charles Darwin, hasta el pasado terremoto del Maule Mw 8.8 en 2010 (27 de febrero). Y consideramos una velocidad de convergencia constante de  $v_p \approx 7 \frac{cm}{año}$  durante todo este periodo. El cosísmico, por lo tanto, es representado por la ruptura en la interfase de las placas producida en el terremoto del Maule 8.8 Mw, en 2010.

Además, como validación de nuestros resultados, éstos serán comparados (para el modelo BSM) con soluciones analíticas conocidas (Okada). Así también, intentaremos ajustar los parámetros tanto del modelo intersísmico más realista (ESPMM) como del modelo cosísmico, de acuerdo a las mediciones recopiladas en un total de 20 estaciones GPS, ubicadas entre los 37° y 38° S, que forman parte de dos redes distribuidas en la zona centro sur del país, delineando un perfil aproximadamente Este-Oeste, extendido desde la península de Arauco en la costa a la Cordillera de los Andes, que corresponde al perfil que será modelado. (ver figura 1.4).

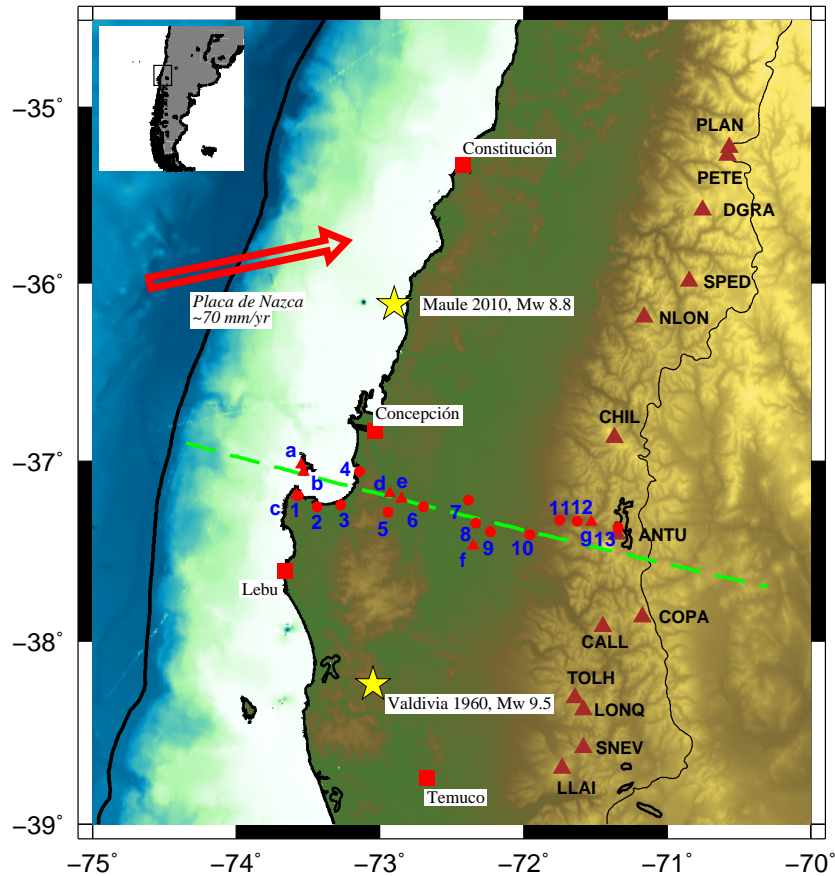


Figura 1.4: Región de estudio, mostrando los dos set de estaciones GPS consideradas en el estudio: con círculos estaciones 1-13 y con triángulos estaciones a-g. Una recta verde segmentada representa el perfil modelado. Con una gran flecha roja se muestra la velocidad de convergencia de la placa de Nazca respecto a la Sudamericana. Y con estrellas amarillas, los epicentros (NEIC) de los dos terremotos de mayor magnitud ocurridos en la región en el último tiempo.

Del total de estaciones escogidas, 13 (estaciones 1-13, círculos rojos en figura 1.4) corresponden a una red instalada originalmente en 1996, densificada en 1999 y re-examinada completamente en 2002, que ha registrado la deformación de la placa continental durante 6 años (Ruegg, 2009 [40]). Las 7 estaciones restantes (a-g, triángulos rojos en figura 1.4) fueron instaladas por diversos proyectos a partir de fines de 2002. De ellas, 3 (estaciones d, f y g) son estaciones continuas (CGPS) y 4 estaciones estáticas (SGPS) (Moreno et al., 2011 [32]; Moreno et al., 2012 [33]).

Cabe notar, por último, que la región donde las estaciones se encuentran distribuidas incluye parte de la zona de ruptura del último terremoto Mw 8.8 del Maule ocurrido en el 27 de febrero de 2010 y limita al Sur con la zona de ruptura del gran terremoto Mw 9.5 de Valdivia, acontecido en Mayo de 1960.

# Capítulo 2

## Objetivos

En este trabajo de tesis se plantearon los siguientes objetivos:

Comprender los principios, adaptar las rutinas y crear las mallas necesarias para implementar el método numérico de los Elementos Finitos (en lenguaje Fortran90), en la modelación de deformaciones en un medio bidimensional.

Modelar numéricamente y en dos dimensiones la deformación experimentada por la superficie de las placas (de Nazca y Sudamericana) convergentes en la zona de subducción centro-sur chilena durante un ciclo sísmico, tanto en su etapa intersísmica (dos modelos) como en la fase cosísmica (un modelo), y considerando en las rocas que componen la corteza ausencia (reología lineal) y presencia (reología no lineal) de daño producto de micro-fracturas internas.

Examinar la validez de la modelación realizada (mediante un trade-off de parámetros versus observaciones GPS, comparando con soluciones analíticas y explorando la estabilidad del código computacional utilizado).

Investigar el efecto del daño en la deformación superficial intersísmica y cosísmica, a través de perfiles (perpendiculares a la fosa) de: desplazamiento vertical y horizontal, deformación y densidad de energía elástica. Y en un ciclo sísmico completo, examinando la aparición de cantidades residuales de las variables analizadas, que darían cuenta de características permanentes sobre la superficie.

Discutir y analizar los resultados de la modelación realizada, en el contexto de aquellos encontrados en investigaciones previamente realizadas.

# Capítulo 3

## Teoría

### 3.1 Energía de un medio con daño.

En la mayoría de las rocas es común tener alguna distribución de daño, desarrollado como parte de la formación de la roca y usualmente incrementado durante la carga tectónica. Este daño afecta profundamente la solidez y los parámetros elásticos de la roca (Nishihara, 1957 [34]; Zoback & Byerlee, 1975 [51]; Schock, 1977 [45]; Lockner & Byerlee, 1980 [23]; Alm et al., 1985 [1]; Reches & Lockner, 1994 [38]). En tanto, para estudiar el comportamiento de una roca dañada, es habitual aproximar sus relaciones esfuerzo-deformación considerándola un cuerpo elástico con fracturas embebidas dentro de una matriz que sin ellas sería homogénea (Lyakhovsky et al., 1997 [28]).

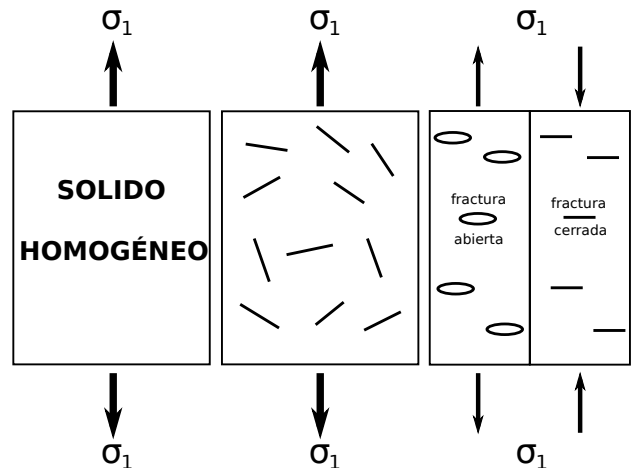
Diversos modelos de rocas dañadas (O'Connell & Budiansky [35], 1974; Budiansky & O'Connell, 1976 [4]; Henyey & Pomphrey, 1982 [13]; Kachanov, 1987 [18]; Sayers & Kachanov, 1991 [42]; Kachanov, 1992 [19]), han considerado aproximaciones que asumen fracturas abiertas, sin contacto entre sus caras opuestas y con bordes sin puntas. Además, se asumen fracturas cuya apertura es constante durante la deformación de la roca, es decir, se ignoran la dilatación y cierre debido a la carga. Bajo esta suposición de fracturas de apertura estacionaria, las relaciones macroscópicas de esfuerzo-deformación elástica del cuerpo son lineales (O'Connell & Budiansky, 1974 [35]).

Sin embargo, una serie de estudios experimentales (Nishihara, 1957[34]; Zoback & Byerlee, 1975[51]; Schock, 1977[45]; Collins, 1981[6]; Alm et al., 1985[1]; Weinberger et al., 1994[49]) han mostrado un notorio comportamiento elástico no-lineal de rocas y materiales afines. Además, se han observado abruptos cambios en las propiedades elásticas de algunos materiales, por

ejemplo en el módulo de Young (Jones, 1977[17]) o el coeficiente de Poisson (Ambartsumyan, 1982[2]), al experimentar extensión o compresión.

Algunos autores, como Lyakhovsky & Myasnikov (1984)[25], Lyakhovsky (1990)[26] y Lyakhovsky et al. (1993)[27] han sugerido que el comportamiento elástico no-lineal de rocas dañadas es causado por la apertura y cierre de las fracturas en su interior. Lyakhovsky et al. (1997)[28] estableció que este comportamiento puede ser representado agregando un término de segundo orden en la energía potencial del sólido hookeano (lineal y elástico), transformándolo en uno “neo-hookeano”. Este término adicional, junto con sus módulos elásticos asociados, da cuenta del efecto que tienen las fracturas en el medio, cuando éste es deformado (Lyakhovsky et al., 1997)[28]. Los resultados de los análisis mencionados incluyendo este término no-lineal, han mostrado estar de acuerdo a algunos resultados experimentales (Schok, 1977[45]; Volarovich, 1988[48]) con los que han sido enfrentados. Por otra parte, varios estudios experimentales (Hadley, 1976[12]; Tapponier & Brace, 1976[46]; Kranz, 1979[22]; Wong, 1982[50]; Howarth, 1987[15]; Holcomb, 1993[14]) y observaciones directas en laboratorio (Batzle et al., 1980[3]; Reches & Lockner, 1994[38]; Moore & Lockner, 1995[31]), han demostrado que entre las micro-fracturas inducidas durante la carga de rocas graníticas predominan las fracturas orientadas perpendicularmente al eje de máximo esfuerzo extensivo.

Figura 3.1: Distribución de fracturas para tres tipos de sólidos elásticos. a) (izquierda) Sólido homogéneo, sin fracturas en su interior. b) (centro) Sólido con distribución de fracturas orientadas aleatoriamente (O’Connell & Budiansky [35], 1974; Budiansky & O’Connell, 1976 [4]). c) (derecha) Sólido con fracturas que se dilatan (contraen) en forma perpendicular a la extensión (compresión) máxima (Lyakhovsky et al., 1997)[28]). Es la distribución de fracturas considerada en el presente estudio.



En el presente estudio (como en Lyakhovsky, 1997[28]), analizamos un medio dañado bi-dimensional (2D) cuyo comportamiento asumimos que es aproximadamente el de un sólido elástico con un conjunto de fracturas paralelas, de longitud promedio  $2L$  y orientadas de forma tal que se abren (cierran) perpendicularmente a la dilatación (compresión) máxima (figura 3.1c).

Además, las fracturas no interactúan entre sí y se dilatan o cierran en una forma elástica recuperable bajo la carga aplicada.

Siguiendo el enfoque de Lyakhovsky et. al. (1997)[28], consideramos una densidad de energía elástica  $W_H$  (en adelante indistintamente también mencionada como energía elástica o simplemente energía) de un sólido elástico, sin daño, dada por

$$W_H = \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 \quad (3.1)$$

donde  $I_1 = \text{Traza}(\epsilon) = \epsilon_{kk}$  e  $I_2 = \text{Traza}(\epsilon : \epsilon) = \epsilon_{ij}\epsilon_{ji}$  son los primeros invariantes del tensor de deformación simétrico

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2)$$

mientras  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé, que describen las propiedades del medio.

Ahora bien, Budiansky & O'Connell (1976)[4], mediante su método auto-consistente para fracturas aisladas, encontraron que la energía elástica  $W^d$  de un medio dañado podría expresarse en función de la energía de Hooke  $W_H$  y de la energía (neo-hooke)  $W_{NH}$  de las fracturas en el medio según

$$W^d = W_H - W_{NH} \quad (3.3)$$

Para una fractura como la aquí considerada, abierta debido a un esfuerzo extensivo  $\sigma_1$  perpendicular a su eje principal de deformación, la razón de energía liberada (por unidad de superficie) durante el crecimiento de la fractura hasta que alcanza su tamaño final, puede ser descrita por la llamada integral  $J$  (Rice, 1968)[39], dada por:

$$J = \frac{(1 - \nu^2)}{E} K_I^2 \quad (3.4)$$

donde  $\nu$  y  $E$  son el coeficiente de Poisson y el módulo de Young del sólido,



respectivamente, que en función de  $\lambda$  y  $\mu$  pueden escribirse como:

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad ; \quad E = \mu \frac{(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)} \quad (3.5)$$

mientras que  $K_I$  es el llamado factor de intensidad de esfuerzo del modo  $I$ , dado por (Lawn, 1993)

$$K_I = \sigma_1 \sqrt{\pi L} \quad (3.6)$$

El factor de intensidad predice el estado del esfuerzo (intensidad del esfuerzo) cerca del extremo de la fractura, causado por la carga (el esfuerzo) aplicada sobre ella. El modo  $I$ , o modo extensivo, indica que en nuestro caso la superficie de la fractura se abre o cierra perpendicularmente al esfuerzo aplicado, como puede verse en la figura 3.1c.

Por otro lado, para deformaciones en un plano, los valores principales del esfuerzo  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , que definen direcciones donde el esfuerzo es puramente normal (donde el esfuerzo de cizalle es nulo), pueden escribirse en función de los dos primeros invariantes de la deformación  $I_1$  y  $I_2$  según

$$\sigma_1 = (\lambda + \mu)I_1 + \mu\sqrt{2I_2 - I_1^2} \quad (3.7)$$

$$\sigma_2 = (\lambda + \mu)I_1 - \mu\sqrt{2I_2 - I_1^2} \quad (3.8)$$

con lo que reemplazando (3.6) en (3.4), y considerando la totalidad de las fracturas en el medio, obtenemos la expresión de la energía liberada por estas fracturas, bajo un esfuerzo constante:

$$W_{NH} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \pi L D \sigma_1^2 \quad (3.9)$$

De manera que, con (3.7) en (3.9) y según (3.3), la energía elástica del medio,

descrita en función de la deformación  $\epsilon$ , es

$$\begin{aligned} W^d(\epsilon) &= \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 - \alpha \left[ (\lambda + \mu)^2 I_1^2 + 2\mu(\lambda + \mu) I_1 \sqrt{2I_2 - I_1^2} + \mu^2 (2I_2 - I_1^2) \right] \\ &= \frac{\lambda^d}{2} I_1^2(\epsilon) + \mu^d I_2(\epsilon) - \eta I_1(\epsilon) \sqrt{2I_2(\epsilon) - I_1^2(\epsilon)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde

$$\alpha = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \pi L D \quad (3.11)$$

siendo  $D = N\langle L^2 \rangle$  el parámetro de densidad de fracturas (conforme a la ecuación (3) en Lyakhovsky et. al. (1997)[28] o a la ecuación (37) en Budiansky & O’Connell, 1976[4]), donde  $N$  es el número de fracturas de largo  $2L$  por unidad de volumen y  $L$  es la dimensión lineal característica de las fracturas.

Vemos que (3.10) conserva la forma de (3.1), pero siendo

$$\lambda^d = \lambda - 2\alpha(\lambda + \mu)^2 + 2\alpha\mu^2 \quad (3.12)$$

$$\mu^d = \mu - 2\alpha\mu^2 \quad (3.13)$$

módulos elásticos modificados, corregidos por el daño. Y habiendo además un término adicional de segundo orden, donde el coeficiente  $\eta$  es conocido como el parámetro de daño, dado según:

$$\eta = 2\alpha\mu(\lambda + \mu) \quad (3.14)$$

el cual describe el comportamiento no-lineal del medio fracturado y al que en adelante llamaremos también “magnitud del daño”.

Por consiguiente, en las ecuaciones (3.10) o (3.14)  $\eta$  determina la reología del medio. Según lo cual, la reología será lineal (medio sin daño) si  $\eta = 0$  y no-lineal (medio con daño) si  $\eta > 0$ .

## 3.2 Ecuación de Movimiento.

Ahora bien, la evolución de un medio elástico de densidad  $\rho$  sometido a una fuerza por unidad de volumen  $\mathbf{f}$  y a un esfuerzo  $\boldsymbol{\sigma}$ , queda determinada por medio de la ecuación de movimiento del medio elástico (ecuación elastodinámica), que relaciona las variaciones espaciales del esfuerzo con los cambios temporales del vector desplazamiento  $\mathbf{u}$  en la forma

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \quad (3.15)$$

En sismología se suele considerar esta ecuación manteniendo el término  $\ddot{\mathbf{u}}$  para dar cuenta de la propagación de ondas sísmicas de alta frecuencia (oscilaciones rápidas). En cambio, en nuestro caso estamos interesado en estudiar la deformación permanente en un medio, proceso más lento, en el que las variaciones rápidas determinadas por  $\ddot{\mathbf{u}}$  pueden ser ignoradas. Bajo esta condición, (3.15) toma la forma

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{f} \quad \text{en } \Omega, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{en } \Gamma_D, \quad (3.17)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n} = \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad \text{en } \Gamma_N, \quad (3.18)$$

donde  $\mathbf{f}$  representa las fuerzas volumétricas en el dominio  $\Omega$ . Las ecuaciones adicionales (3.17) y (3.18) definen las condiciones de frontera consideradas en este estudio para el desplazamiento  $\mathbf{u}$  (condición de Dirichlet en  $\Gamma_D$ ) y para el esfuerzo superficial externo  $\mathbf{g}$  (condición de Neumann en  $\Gamma_N$ ), respectivamente.

En tanto, a partir de (3.10) y considerando que

$$\frac{\partial I_1^2}{\partial \epsilon_{ij}} = 2I_1 \frac{\partial I_1}{\partial \epsilon_{ij}} = 2I_1 \frac{\partial \epsilon_{kk}}{\partial \epsilon_{ij}} = 2I_1 \delta_{ij} \quad ; \quad \frac{\partial I_2}{\partial \epsilon_{ij}} = \frac{\partial (\epsilon_{ij} \epsilon_{ji})}{\partial \epsilon_{ij}} = 2\epsilon_{ij}$$

podemos obtener el tensor de esfuerzo como

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W^d}{\partial \epsilon_{ij}} = \lambda^d I_1 \delta_{ij} + 2\mu^d \epsilon_{ij} - \eta \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}} \left( I_1 \sqrt{2I_2 - I_1^2} \right) \quad (3.19)$$

En (3.19), tenemos que

$$\eta \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}} \left( I_1 \sqrt{2I_2 - I_1^2} \right) = \frac{\partial I_1}{\partial \epsilon_{ij}} \left( \sqrt{2I_2 - I_1^2} \right) + I_1 \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}} (2I_2 - I_1^2)^{1/2} \quad (3.20)$$

donde

$$\begin{aligned} I_1 \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}} (2I_2 - I_1^2)^{1/2} &= \frac{I_1}{2(2I_2 - I_1^2)^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}} (2I_2 - I_1^2) \\ &= \frac{I_1}{2(2I_2 - I_1^2)^{1/2}} \left( 2 \frac{\partial I_2}{\partial \epsilon_{ij}} - \frac{\partial I_1^2}{\partial \epsilon_{ij}} \right) \\ &= \frac{I_1}{(2I_2 - I_1^2)^{1/2}} (2\epsilon_{ij} - I_1 \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Reemplazando entonces (3.20) y (3.21) en (3.19), encontramos que

$$\sigma_{ij} = \lambda^d I_1 \delta_{ij} + 2\mu^d \epsilon_{ij} - \eta \delta_{ij} \sqrt{2I_2 - I_1^2} + \eta \frac{I_1}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} (2\epsilon_{ij} - I_1 \delta_{ij}) \quad (3.22)$$

que en notación vectorial podemos reescribir como

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \lambda^d (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu^d \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) - \eta \frac{\sqrt{2I_2 - I_1^2}}{I_1} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} - \eta \frac{2I_1}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \\ &\quad + \eta \frac{I_1^2}{I_1 \sqrt{2I_2 - I_1^2}} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \\ &= \lambda^d (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu^d \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) - \frac{\eta}{I_1} \left( \sqrt{2I_2 - I_1^2} - \frac{I_1^2}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \\ &\quad - \eta \frac{2I_1}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \\ &= \lambda^d (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu^d \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) - \tilde{\lambda} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} - 2\tilde{\mu} \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde

$$\tilde{\lambda} = \frac{\eta}{I_1} \left( \sqrt{2I_2 - I_1^2} - \frac{I_1^2}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \right) = \frac{2\eta}{I_1} \left( \frac{I_2 - I_1^2}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \right) \quad (3.24)$$

y

$$2\tilde{\mu} = \frac{2\eta I_1}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \implies \tilde{\mu} = \frac{\eta I_1}{\sqrt{2I_2 - I_1^2}} \quad (3.25)$$

### 3.3 Resolución Numérica.

Una forma de encontrar la solución  $\mathbf{u}$  para (3.16), es considerando una formulación variacional del problema. Según ésta, se busca un  $\mathbf{u}$  tal que  $\mathcal{F}(\mathbf{u}) = 0$ , donde  $\mathcal{F}$  se define considerando el producto interno de (3.16) con una función test  $\mathbf{v}$  del desplazamiento:

$$[-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})] \cdot \mathbf{v} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \quad (3.26)$$

así, resolver (3.26) y finalmente (3.16) es equivalente (ver Apéndice A) a hallar  $\mathbf{u} \in \mathbf{H}$  (espacio de Hilbert en que viven las soluciones de  $\mathbf{u}$  en  $\Omega$ ) tal que  $\mathcal{F}(\mathbf{u}) = 0$  para

$$\langle \mathcal{F}(\mathbf{u}), \mathbf{v} \rangle := a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - (\mathbf{f}, \mathbf{v})_\Omega \quad (3.27)$$

donde la forma  $a(\cdot, \cdot)$  es dada por

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}), \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}))_\Omega := \int_\Omega \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) \, dx. \quad (3.28)$$

y la forma  $(\mathbf{f}, \mathbf{v})_\Omega$  por

$$(\mathbf{f}, \mathbf{v})_\Omega := \int_\Omega \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx \quad (3.29)$$

El problema (3.27) puede ser resuelto numéricamente por varios métodos. Uno de los más comunes es el de Newton. Este método consiste en, a partir de un valor inicial  $\mathbf{u}^0$  del desplazamiento y mientras se cumpla una condición de

tolerancia  $\|\mathcal{F}(\mathbf{u})\| \geq tol$ , encontrar la solución  $\delta\mathbf{u}$  para

$$D\mathcal{F}(\mathbf{u}^n)(\delta\mathbf{u}) = -\mathcal{F}(\mathbf{u}^n) \quad (3.30)$$

y luego actualizar en la siguiente iteración el valor del desplazamiento  $\mathbf{u}^{n+1} = \delta\mathbf{u} + \mathbf{u}^n$ . Donde  $n$  indica la  $n$ -ésima iteración, mientras que  $tol$  es la tolerancia escogida para que ésta se realice. En tanto,  $D\mathcal{F}(\mathbf{u}^n)(\delta\mathbf{u})$  es la derivada de Gateaux de  $\mathcal{F}$  en  $\mathbf{u}^n$  evaluada en  $\delta\mathbf{u}$ , que se encuentra a partir de su definición:

$$\langle D\mathcal{F}(\mathbf{u}^n)(\delta\mathbf{u}), \mathbf{v} \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\langle \mathcal{F}(\mathbf{u}^n + \epsilon \delta\mathbf{u}), \mathbf{v} \rangle - \langle \mathcal{F}(\mathbf{u}^n), \mathbf{v} \rangle}{\epsilon} \quad (3.31)$$

Sin embargo, dado que el Método de Newton es costoso de implementar, en cuanto al tiempo de ejecución y consumo de recursos, optamos por probar una alternativa más “barata”, conocida como el Método de Punto Fijo.

La idea en este método es escribir el tensor de esfuerzo de la forma:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\sigma}_H(\mathbf{u}) - \boldsymbol{\sigma}_{NH}(\mathbf{u}) \quad (3.32)$$

donde según (3.23):

$$\boldsymbol{\sigma}_H(\mathbf{u}) = \lambda^d(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} + 2\mu^d\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \quad (3.33)$$

que es la parte del esfuerzo no asociada al daño (caso Hooke) y

$$\boldsymbol{\sigma}_{NH}(\mathbf{u}) = \tilde{\lambda}(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} + 2\tilde{\mu}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \quad (3.34)$$

que es la parte del esfuerzo que depende del daño (caso neo-Hooke).

Así podemos reescribir la ecuación (3.16) como

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_H(\mathbf{u}) = \mathbf{f} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{NH}(\mathbf{u}) \quad (3.35)$$

De donde, definiendo las formas  $a_H(\cdot, \cdot)$  y  $a_{NH}(\cdot, \cdot)$  según

$$a_H(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}_H(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) \, d\mathbf{x} \quad (3.36)$$

$$a_{NH}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}_{NH}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) \, d\mathbf{x} \quad (3.37)$$

y la forma  $F(\mathbf{v}) = (\mathbf{f}, \mathbf{v})_{\Omega}$  como en (3.29), es posible implementar un método de punto fijo con el siguiente algoritmo:

---

**Algoritmo 1:** Método de punto fijo

---

Dados  $\mathbf{u}^0 \in \mathbf{H}$

**while**  $\|\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}\| \geq tol$  **do**

Resolver:  $a_H(\mathbf{u}^n, \mathbf{v}) = F(\mathbf{v}) + a_{NH}(\mathbf{u}^{n-1}, \mathbf{v}) \quad \forall \mathbf{v} \in \mathbf{H}$

**end**

---

donde  $\mathbf{u}^0$  es escogido como la solución al caso lineal de Hooke:

$$a_H(\mathbf{u}^0, \mathbf{v}) = F(\mathbf{v})$$

y  $tol = 1 \times 10^{-5}$  es la tolerancia fijada según la cual diremos que la solución para la  $n$ -ésima iteración  $\mathbf{u}^n$  converge si satisface que

$$\|\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}\| < tol \quad (3.38)$$

de donde, como  $\mathbf{u}^n$  está originalmente en  $km$ , tendremos una resolución para los desplazamientos en la escala de los  $cm$ , ya que  $1 \times 10^{-5} km = 1 \times 10^{-5} km \cdot 10^3 \frac{m}{km} \cdot 10^2 \frac{cm}{m} = 1 cm$ .

La ventaja de este método es que utiliza lo ya desarrollado para el caso Hooke, sólo cambiando el segundo miembro. Un posible defecto puede ser que la convergencia no está clara, pero la intuición dice que si  $\eta$  es suficientemente pequeño entonces el algoritmo debería converger. En nuestro caso  $\eta$  es un número positivo, pero pequeño comparado con  $\lambda$  y  $\mu$ . En efecto,  $\eta \sim 0.1(\lambda, \mu)$ , por lo que creemos que deberían obtenerse buenos resultados utilizando este método.

## 3.4 Modelos.

Para analizar el comportamiento de la zona de subducción en la región de estudio durante el ciclo sísmico, implementaremos en nuestro trabajo algunos modelos de deformación, específicamente dos modelos para la etapa intersísmica (BSM y ESPM) y un modelo cosísmico (SI). Las características de cada uno de ellos se describen a continuación.

### 3.4.1 Modelo BSM.

El BSM (Back Slip Model, en inglés) es el modelo de dislocación más comúnmente usado para interpretar la deformación superficial en zonas de subducción ocurrida durante la etapa intersísmica. Para ello plantea una representación de este periodo mediante la superposición de una subducción de estado estacionario: de largo plazo y con movimiento inverso en una razón igual a la velocidad de convergencia, y una solución complementaria que impone artificialmente un *slip* normal (*back slip*) en el *main thrust* y a la misma tasa de convergencia.

La subducción estacionaria (figura 3.2a) corresponde al movimiento de largo plazo (varios cientos de años), donde la placa subductada se desliza uniformemente bajo la placa superior (en un marco de referencia situado en ésta placa) en dirección del ángulo de subducción, a la razón de la convergencia de las placas, hasta alcanzar la astenósfera. E involucra un *slip* inverso en la zona del *main thrust* y sobre la parte inferior de la zona de Benioff, sin producir deformación en ninguna de las dos placas convergentes (Savage, 1983[41]).

Por otro lado, el *back slip* (figura 3.2b) es el mecanismo impuesto para dar cuenta del bloqueo (*locking*) en el *main thrust*. Proceso mediante el cual en el BSM se genera la acumulación de la deformación en esta zona durante la etapa intersísmica.

Ya que la solución estacionaria no contribuye a la deformación en la superficie de la placa superior, dicha deformación, durante la fase en que ésta se acumula, es indistinguible de la producida por el *slip* normal en la zona del *main thrust*. Por lo que el *slip* normal impuesto artificialmente en el *main thrust* es equivalente al mecanismo real de acumulación de deformación (Savage, 1983[41]).



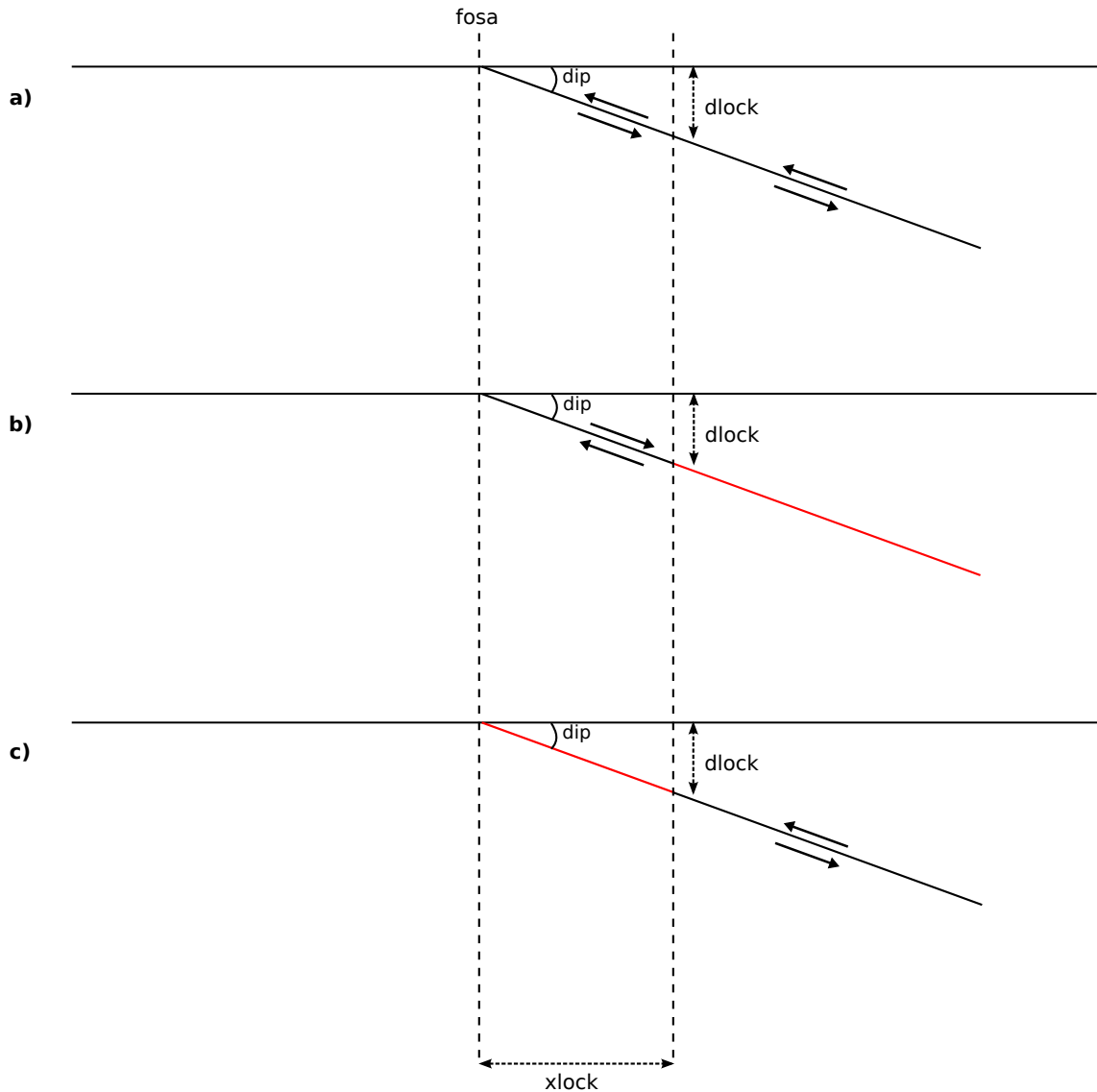


Figura 3.2: Modelo BSM: a) Subducción estacionaria (*slip* inverso). b) *Slip* normal (*back slip*) impuesto en el *main thrust*. c) Representación de la etapa intersísmica (a) + b)). Se muestran además el ángulo de subducción (*dip*), la profundidad hasta el *down-dip limit* ( $d_{lock}$ ) y la proyección de  $d_{lock}$  en superficie ( $x_{lock}$ ).

De manera que según el BSM, en un ciclo sísmico la superposición en el *main thrust* del *slip* inverso estacionario y el *back slip* cancela ambas componentes todo el tiempo (etapa intersísmica: *main thrust* bloqueado; figura 3.2c), excepto cuando se generan deslizamientos inversos abruptos (etapa cosísmica: terremotos; figura 3.4).

### 3.4.2 Modelo ESPM.

El ESPM (Elastic Subducting Plate Model, en inglés), propuesto por Kanda & Simons en 2010[20], difiere del BSM esencialmente en la forma de la solución estacionaria. Al igual que en el BSM, según el ESPM la etapa intersísmica es representada por la superposición de una solución estacionaria (figura 3.3a) y un *back slip* (figura 3.3b), que en conjunto representan la acumulación de deformación en el *main thrust* (figura 3.3c), la cual es liberada esporádicamente cuando ocurre un terremoto (etapa cosísmica, figura 3.4) .

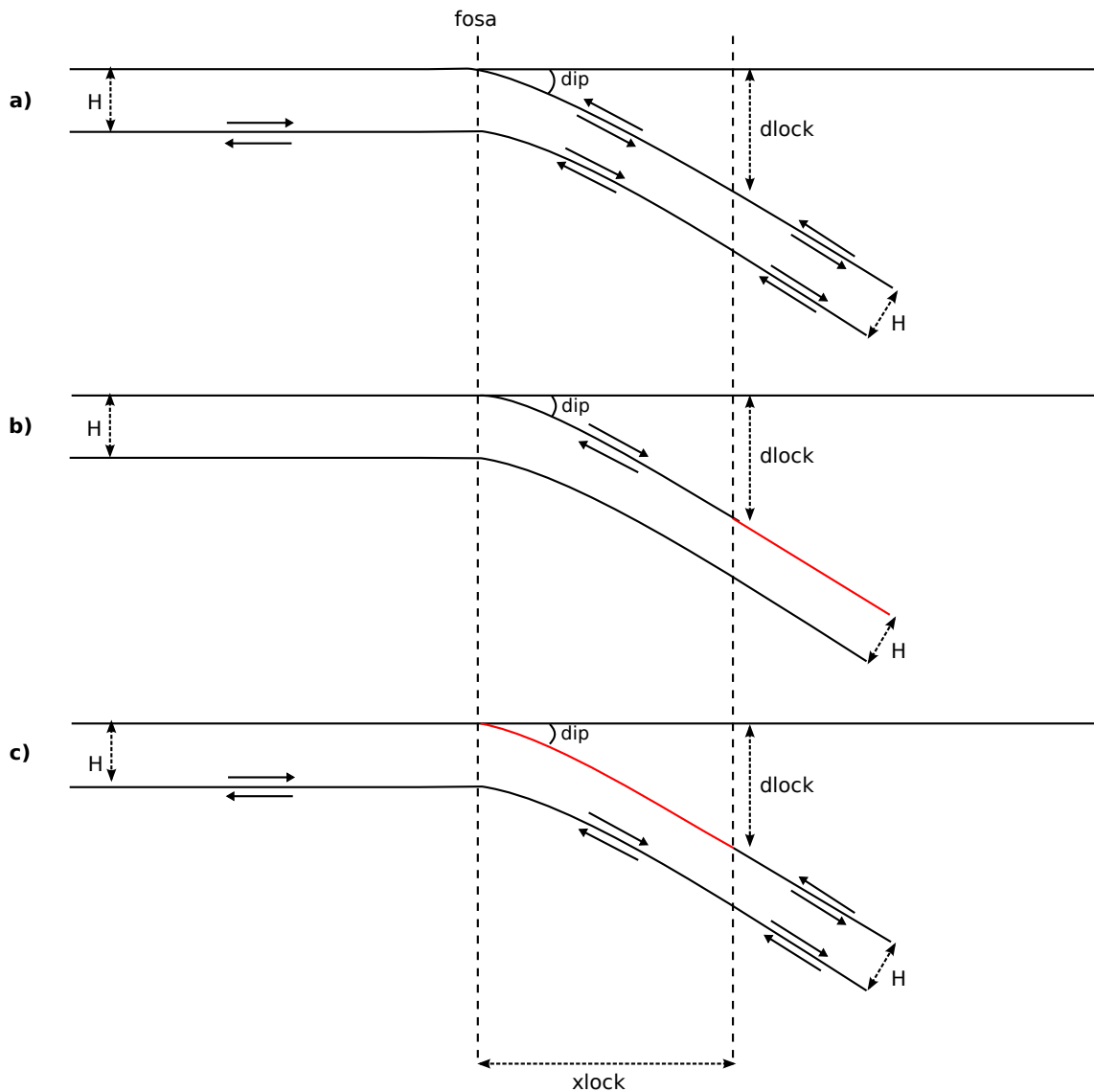


Figura 3.3: Modelo ESPM: a) Subducción estacionaria. b) *Slip* normal (*back slip*) impuesto en el *main thrust*. c) Representación de la etapa intersísmica (a) + b)).  $H$  es el espesor de la placa subductada.

La solución estacionaria en el ESPM es la superposición de dislocaciones en superficies de deslizamiento paralelas, representando la parte superior e inferior de la placa subductada, introduciendo así explícitamente un espesor de placa  $H$ : el *slab*. De esta forma, el ESPM conserva la simplicidad matemática del BSM, pero mediante un proceso de subducción más intuitivo, al incluir con  $H$  la flexión (*bending*) de la placa subductada y la consiguiente deformación generada por esta flexura en ambas placas convergentes (Kanda & Simons, 2010[20]).

De acuerdo a lo planteado por Kanda & Simons (2010)[20], la región curva de la placa subductada donde ocurre la mencionada flexura puede ser consistentemente descrita estableciendo velocidades en sus superficies superior e inferior que difieren de la velocidad de convergencia presente en el centro de la placa, de manera que, respecto a esta velocidad, el material que pasa a través de la fosa por sobre el centro de la placa acelera, mientras que el material por debajo del centro reduce su velocidad. Consecuentemente, esto implica que en esta zona, sobre la superficie superior (inferior) del *slab* curvo exista un *slip* mayor (menor) al *slip*  $u_p = v_p t$  producido en el centro del *slab* a la velocidad de convergencia  $v_p$ , en el tiempo  $t$  que dura la etapa intersísmica.

### 3.4.3 Modelo SI.

El *slip* inverso (SI) representa la etapa cosísmica del ciclo sísmico, donde se produce la ruptura del *main thrust* bloqueado en la interfase entre las placas que convergen, dando lugar a un terremoto. En este estudio modelamos el SI como una dislocación con movimiento inverso en el *main thrust*, exactamente contraria al *back slip* impuesto en el BSM, de acuerdo a lo mostrado en la figura 3.4.

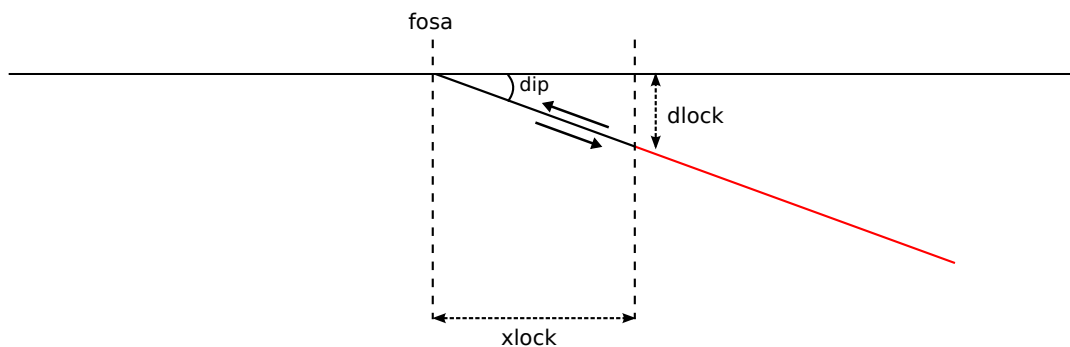


Figura 3.4: Modelo SI: representación del *slip* inverso ocurrido en el *main thrust* durante la etapa cosísmica.

# Capítulo 4

## Modelación Numérica

### 4.1 Método de Elementos Finitos (FEM)

#### 4.1.1 Conceptos Generales.

El FEM fue desarrollado en 1943 por el matemático alemán Richard Courant y consiste básicamente en un modelo numérico que provee soluciones a problemas generalmente relacionados a materiales sometidos a algún tipo de esfuerzo mecánico, pero también ha sido utilizado para estudiar flujos de fluidos, transferencias de calor, entre otros temas.

Para llevar a cabo la modelación, se procede al mallado del dominio considerado, que es el espacio bi o tri-dimensional que encierra al material o cuerpo de estudio. Para ello se asigna una cierta densidad de nodos, puntos del dominio donde las soluciones de las incógnitas (comunmente desplazamientos) son calculadas. La densidad de nodos depende de los niveles de esfuerzo esperados en cada área del dominio; usualmente a regiones que reciben grandes esfuerzos le son asignadas densidades de nodos más altas que aquellas sometidas a pequeños o ningún esfuerzo. La unión de los distintos nodos da lugar a los elementos (finitos) de la malla, que pueden ser triángulos, cuadrados o polígonos curvilíneos. Las diversas estructuras bajo análisis (fallas, placas, etc.) son construidas por la unión de segmentos (*splines*) en sus nodos respectivos y son de una escala mayor que los elementos de la malla.

En este trabajo, las distintas mallas utilizadas fueron construidas y pudieron ser visualizadas haciendo uso de los softwares *Triangle* y *Showme*, respectivamente. Como elementos, se utilizaron triángulos en un dominio bi-dimensional, imponiendo una mayor densidad de nodos en las zonas cercanas a ambos lados

de cada dislocación. La figura 4.1 muestra una de las mallas creadas, con sus respectivos bordes, estructuras y elementos.

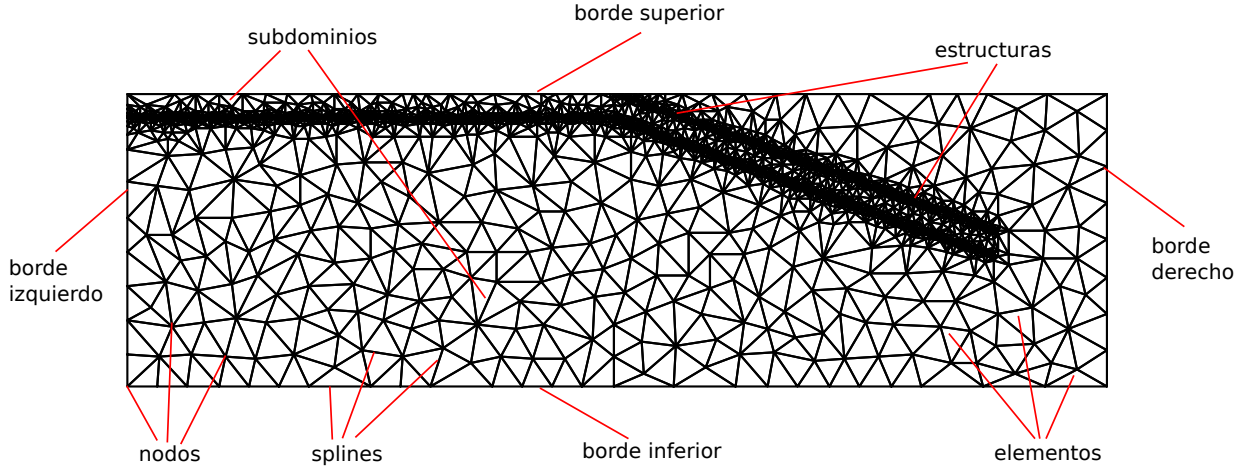


Figura 4.1: Una de las mallas creadas con *Triangle* (para el modelo ESPM), que muestra el dominio con sus bordes, estructuras, subdominios con diferentes densidades de nodos, nodos, segmentos de unión y elementos construidos por estos *splines*.

## 4.1.2 Implementación.

### 4.1.2.1 Problema Modelo.

Mediante la modelación, como vimos en el capítulo anterior, buscamos resolver el problema de encontrar un campo vectorial de desplazamiento  $\mathbf{u}$  tal que

$$(P) \begin{cases} -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{f} & \text{en } \Omega, \\ \mathbf{u} = \mathbf{0} & \text{en } \Gamma_D, \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n} = \mathbf{g} = \mathbf{0} & \text{en } \Gamma_N, \end{cases}$$

donde las fuerzas volumétricas en el dominio  $\Omega$  están representadas por la función  $\mathbf{f}$  y consideramos que el esfuerzo superficial externo es  $\mathbf{g} = \mathbf{0}$ . Si bien en nuestro modelo también consideraremos fuerzas volumétricas nulas, mandremos el término  $\mathbf{f}$  porque será útil en este desarrollo.

### Formulación variacional.

Como vimos en el capítulo anterior, la formulación variacional del problema (P) está dada por: *Hallar  $\mathbf{u} \in \mathbf{H}$  tal que*

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = (f, \mathbf{v})_\Omega \quad \forall \mathbf{v} \in \mathbf{H} \quad (4.1)$$

donde la forma bilineal  $a$  está definida por:

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) := \int_{\Omega} \sigma(\mathbf{u}) : \epsilon(\mathbf{v}) \, dx \quad (4.2)$$

Además, ya que  $\mathbf{g} = 0$ ,

$$(f, \mathbf{v})_\Omega := \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx \quad (4.3)$$

### Formulación discreta.

Para resolver el problema (P) usando el método de los elementos finitos, se escoge un subespacio de  $H$ , con dimensión finita y que llamamos  $H_h$ .  $H_h$  queda definido por una triangulación (o malla)  $\mathcal{T}_h$ , compuesta por diferentes tipos de elementos, como triángulos (en nuestro caso) o cuadriláteros en 2D, y tetraedros o hexaedros en el caso 3D. O una mezcla de los mismos.

La formulación discreta asociada a (4.1) está dada entonces por

*Hallar  $\mathbf{u}_h \in \mathbf{H}_h$  tal que*

$$a(\mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h) = (f, \mathbf{v}_h)_\Omega \quad \forall \mathbf{v}_h \in \mathbf{H}_h \quad (4.4)$$

que según (4.2) y (4.3), y usando las propiedades de la integral puede reescribirse como

$$\sum_{T \in \mathcal{T}_h} \int_T \sigma(\mathbf{u}) : \epsilon(\mathbf{v}) \, dx = \sum_{T \in \mathcal{T}_h} \int_T \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_h \, dx \quad \forall \mathbf{v}_h \in \mathbf{H}_h. \quad (4.5)$$

que permite localizar el cálculo en cada elemento  $T$ .

#### 4.1.2.2 Resultados Básicos.

Aquí obtendremos algunos resultados que serán usados en la siguiente sección.

Sea  $T \in \mathcal{T}$  un triángulo arbitrario de la triangulación  $\mathcal{T}_h$ , de vértices (nodos)

$$\mathbf{a}_1 := \begin{pmatrix} x^1 \\ y^1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 := \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 := \begin{pmatrix} x^3 \\ y^3 \end{pmatrix};$$

sea  $\hat{T}$  el triángulo de referencia de nodos

$$\hat{\mathbf{a}}_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{a}}_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{a}}_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y representemos por  $\mathbf{x}$  y  $\hat{\mathbf{x}}$  a los sistemas de coordenadas

$$\mathbf{x} := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{x}} := \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{pmatrix}$$

Podemos definir una transformación afín invertible (figura 4.2)  $\mathcal{F} : \hat{T} \rightarrow T$  tal que  $\mathcal{F}(\hat{\mathbf{a}}_i) = \mathbf{a}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , de la siguiente forma:

$$\mathcal{F}(\hat{\mathbf{x}}) := \mathbf{B}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} = \mathbf{x} \tag{4.6}$$

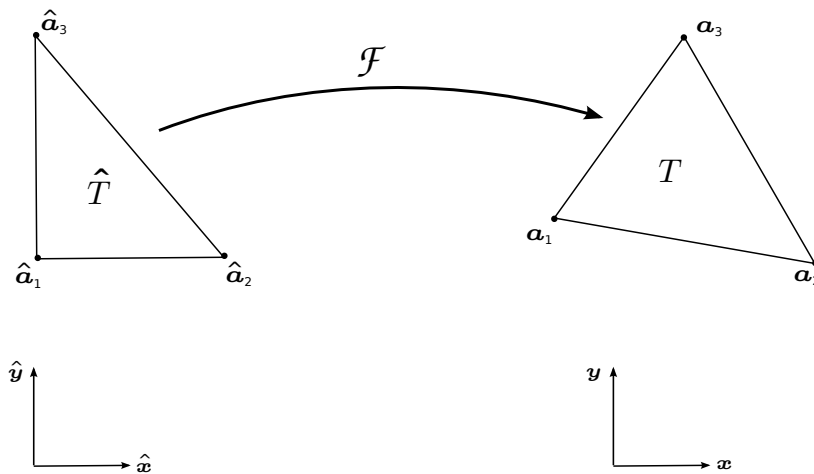


Figura 4.2: Transformación afín  $\mathcal{F}$  que va desde el elemento de referencia  $\hat{T}$  a un elemento arbitrario  $T$  de la malla.

donde  $\mathbf{B}$  es una matriz invertible y  $\mathbf{b}$  es un vector, definidos por

$$\mathbf{B} := \begin{pmatrix} x^2 - x^1 & x^3 - x^1 \\ y^2 - y^1 & y^3 - y^1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} x^1 \\ y^1 \end{pmatrix}$$

Se puede demostrar que  $\mathcal{F}^{-1} : T \rightarrow \hat{T}$  está dada por

$$\mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x}) := \mathbf{B}^{-1}\mathbf{x} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} = \hat{\mathbf{x}} \quad (4.7)$$

donde para el jacobiano de  $\mathcal{F}$  se tiene que

$$J_{\mathcal{F}} = \mathbf{B} \quad ; \quad |J_{\mathcal{F}}| = \det(\mathbf{B}) = 2|T| \quad (4.8)$$

siendo  $|T|$  el área del triángulo  $T$ .

Por otro lado, dada la función  $\varphi : T \rightarrow \mathbb{R}$  podemos definir  $\hat{\varphi} : \hat{T} \rightarrow \mathbb{R}$  por  $\hat{\varphi} = \varphi \circ \mathcal{F}$ , de donde, usando la regla de la cadena se obtiene por ejemplo que

$$\hat{\nabla}\hat{\varphi} = \mathbf{B}^T \nabla\varphi \quad \text{y luego}$$

$$\nabla\varphi = \mathbf{B}^{-T} \hat{\nabla}\hat{\varphi}$$

Además, usando el teorema de cambio de variables para el cálculo integral, encontramos que

$$\int_T \varphi \, d\mathbf{x} = |J_{\mathcal{F}}| \int_{\hat{T}} \hat{\varphi} \, d\hat{\mathbf{x}}. \quad (4.9)$$

#### 4.1.2.3 Cálculos elemento a elemento.

En esta sección veremos cómo calcular desde la ecuación (4.5) la matriz elemental  $K_T$  y el vector de fuerza elemental  $\mathbf{F}_T$  asociados al FEM, necesarios para implementar el método. Para ello consideraremos que todos los cálculos se realizan elemento a elemento.

Sea  $T$  el triángulo de nodos (vértices)  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  y  $\mathbf{a}_3$ . Usaremos para los cálculos



sobre  $T$  la notación:

$$[P] := (p_1 \ p_2 \ p_3)_{1 \times 3} \quad (4.10)$$

donde  $p_1$ ,  $p_2$  y  $p_3$  representan las funciones base (*shape functions*) asociadas a  $T$ , elegidas de modo que

$$p_i(\mathbf{a}_j) = \begin{cases} 1, & \text{si } j = i \\ 0, & \text{si } j \neq i \end{cases} \quad (4.11)$$

En particular, para el elemento de referencia  $\hat{T}$  se puede demostrar que las funciones de base  $\hat{p}_i$  están dadas por

$$\begin{aligned} \hat{p}_1(\hat{x}, \hat{y}) &= 1 - \hat{x} - \hat{y} \\ \hat{p}_2(\hat{x}, \hat{y}) &= \hat{x} \\ \hat{p}_3(\hat{x}, \hat{y}) &= \hat{y} \end{aligned}$$

de donde las funciones de base  $p_i$  se obtienen por medio de

$$p_i(x, y) = \hat{p}_i \circ \mathcal{F}^{-1}(x, y)$$

Para el cálculo elemento a elemento también es útil la siguiente notación para representar el vector desplazamiento en el elemento  $T$ :

$$\mathbf{u}|_T = [P][\mathbf{u}] \quad (4.12)$$

donde

$$[\mathbf{u}] := \begin{pmatrix} u_1(\mathbf{a}_1) \\ u_1(\mathbf{a}_2) \\ u_1(\mathbf{a}_3) \\ \text{---} \\ u_2(\mathbf{a}_1) \\ u_2(\mathbf{a}_2) \\ u_2(\mathbf{a}_3) \end{pmatrix}_{6 \times 1} = \begin{pmatrix} [u_1]_{3 \times 1} \\ \text{---} \\ [u_2]_{3 \times 1} \end{pmatrix}_{6 \times 1} \quad (4.13)$$

y

$$[\mathbf{P}] := \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_1 & p_2 & p_3 \end{pmatrix}_{2 \times 6} = \begin{pmatrix} [P] & 0 \\ 0 & [P] \end{pmatrix}_{2 \times 6}$$

de donde  $\mathbf{u}|_T$  es una función vectorial ( $2 \times 1$ ) por lo que podemos obtener también  $\nabla \mathbf{u}|_T$  como una matriz ( $2 \times 2$ ) dada por:

$$\nabla \mathbf{u}|_T = (\partial_j u_i)_{1 \leq i, j \leq 2} = \begin{pmatrix} \partial_1 u_1 & \partial_2 u_1 \\ \partial_1 u_2 & \partial_2 u_2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

Para facilitar la implementación, podemos identificar esta última matriz como un vector de  $\mathbb{R}^4$  de la forma

$$\nabla \mathbf{u}|_T = \begin{pmatrix} \partial_1 u_1 \\ \partial_2 u_1 \\ \partial_1 u_2 \\ \partial_2 u_2 \end{pmatrix}_{4 \times 1} \quad (4.14)$$

que puede entonces ser escrito como

$$\nabla \mathbf{u}|_T = [\mathbf{DP}][\mathbf{u}] \quad (4.15)$$

donde

$$[\mathbf{DP}] := \begin{pmatrix} [DP] & 0 \\ 0 & [DP] \end{pmatrix}_{4 \times 6}$$

y a su vez

$$[DP] := \begin{pmatrix} \partial_1 p_1 & \partial_1 p_2 & \partial_1 p_3 \\ \partial_2 p_1 & \partial_2 p_2 & \partial_2 p_3 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

con  $\partial_1 p_j := \frac{\partial p_j}{\partial x}$  y  $\partial_2 p_j := \frac{\partial p_j}{\partial y}$

**Matriz de rigidez elemental  $K_T$ .**

Sabemos que el tensor de deformación  $\epsilon(\mathbf{u})$  es una matriz simétrica ( $2 \times 2$ ) dada por

$$\epsilon(\mathbf{u}) := \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (4.16)$$

que por su simetría puede identificarse con un vector de  $\mathbb{R}^3$  de la siguiente forma:

$$\epsilon(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \epsilon_{11}(\mathbf{u}) \\ \epsilon_{22}(\mathbf{u}) \\ 2\epsilon_{12}(\mathbf{u}) \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} \partial_1 u_1 \\ \partial_2 u_2 \\ \partial_1 u_2 + \partial_2 u_1 \end{pmatrix}_{3 \times 1} \quad (4.17)$$

o en función de las matrices ya conocidas como

$$\epsilon(\mathbf{u}) = [\mathbf{D}][\mathbf{DP}][\mathbf{u}] \quad (4.18)$$

donde  $\mathbf{D}$  es la matriz constante dada por

$$[\mathbf{D}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 4}$$

Por otra parte, el tensor de esfuerzo  $\sigma(\mathbf{u})$  es una matriz simétrica de ( $2 \times 2$ ) dada por

$$\sigma(\mathbf{u}) = (\sigma_{ij}(\mathbf{u}))_{1 \leq i, j \leq 2} \quad (4.19)$$

y que por tanto puede identificarse con un vector  $\mathbb{R}^3$  de la forma

$$\sigma(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \sigma_{11}(\mathbf{u}) \\ \sigma_{22}(\mathbf{u}) \\ \sigma_{12}(\mathbf{u}) \end{pmatrix}_{3 \times 1} \quad (4.20)$$

y que en función del tensor de deformación se escribe según la Ley de Hooke como

$$\sigma(\mathbf{u}) = [\mathbf{E}] \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ 2\epsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

donde  $[\mathbf{E}]$  es el tensor de elasticidad, representado por la matriz  $(3 \times 3)$

$$[\mathbf{E}] := \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad (4.22)$$

De todo lo anterior tenemos en (4.5) que

$$\begin{aligned} (\sigma(\mathbf{u}), \epsilon(\mathbf{v}))_T &= \int_T \sigma(\mathbf{u}) : \epsilon(\mathbf{v}) \, dx \\ &= \int_T [\mathbf{E}][\mathbf{D}][\mathbf{DP}][\mathbf{u}] \cdot [\mathbf{D}][\mathbf{DP}][\mathbf{v}] \, dx \\ &= [\mathbf{v}]^T \left( \int_T [\mathbf{DP}]_{6 \times 4}^T [\mathbf{D}]_{4 \times 3}^T [\mathbf{E}]_{3 \times 3} [\mathbf{D}]_{3 \times 4} [\mathbf{DP}]_{4 \times 6} \, dx \right) [\mathbf{u}] \\ &= [\mathbf{v}]^T \left( \int_{\hat{T}} [\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{P}}]_{6 \times 4}^T [\mathbf{B}]_{4 \times 4}^{-1} [\mathbf{D}]_{4 \times 3}^T [\mathbf{E}]_{3 \times 3} [\mathbf{D}]_{3 \times 4} [\mathbf{B}]_{4 \times 4}^{-T} [\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{P}}]_{4 \times 6} |J_{\mathcal{F}}| \, d\hat{x} \right) [\mathbf{u}] \\ &= [\mathbf{v}]^T K_T [\mathbf{u}] \end{aligned} \quad (4.23)$$

donde  $[\mathbf{B}]^{-1}$  es la matriz de  $\mathbb{R}^{4 \times 4}$  dada por

$$[\mathbf{B}]^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}^{-1} \end{pmatrix}_{4 \times 4} \quad (4.24)$$

Y la matriz elemental  $K_T \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  está dada por:

$$K_T := \int_{\hat{T}} [\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{P}}]_{6 \times 4}^T [\mathbf{B}]_{4 \times 4}^{-1} [\mathbf{D}]_{4 \times 3}^T [\mathbf{E}]_{3 \times 3} [\mathbf{D}]_{3 \times 4} [\mathbf{B}]_{4 \times 4}^{-T} [\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{P}}]_{4 \times 6} |J_{\mathcal{F}}| \, d\hat{x} \quad (4.25)$$

Vector de fuerza elemental  $\mathbf{F}_T$ .

Por otro lado, tenemos para el miembro derecho de (4.5):

$$\begin{aligned}
 \int_T \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx &= \int_T [\mathbf{P}][\mathbf{f}][\mathbf{P}][\mathbf{v}] \, dx \\
 &= \int_{\hat{T}} [\hat{\mathbf{P}}][\mathbf{f}][\hat{\mathbf{P}}][\mathbf{v}] |J_{\mathcal{F}}| \, d\hat{x} \\
 &= [\mathbf{v}]^T \left( \int_{\hat{T}} [\hat{\mathbf{P}}]_{6 \times 2}^T [\hat{\mathbf{P}}]_{2 \times 6} [\mathbf{f}]_{6 \times 1} |J_{\mathcal{F}}| \, d\hat{x} \right) \\
 &= [\mathbf{v}]^T \mathbf{F}_T
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

donde el vector de carga elemental  $\mathbf{F}_T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  está dado por:

$$\mathbf{F}_T := \int_{\hat{T}} [\hat{\mathbf{P}}]_{6 \times 2}^T [\hat{\mathbf{P}}]_{2 \times 6} [\mathbf{f}]_{6 \times 1} |J_{\mathcal{F}}| \, d\hat{x} \tag{4.27}$$

#### 4.1.2.4 Mallas de Elementos Finitos.

Consideremos la malla de  $\Omega$  en la figura 4.3.

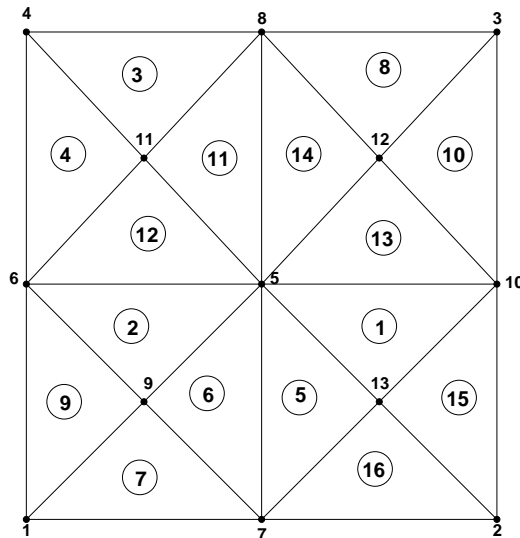


Figura 4.3: Ejemplo de una malla de 16 elementos y 13 nodos

Esta malla define las siguientes estructuras de datos:

**coordenadas(1:2,1:nodos)** (arreglo real):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x	0.0	1.0	1.0	0.0	0.5	0.0	0.5	0.5	0.25	1.0	0.25	0.75	0.75
y	0.0	0.0	1.0	1.0	0.5	0.5	0.0	1.0	0.25	0.5	0.75	0.75	0.25

**conectividad(1:3,1:nelem)** (arreglo entero):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
nodo 1	5	9	11	4	13	5	1	12	6	10	5	6	5	8	2	7
nodo 2	13	5	8	6	5	9	7	3	1	3	8	5	10	5	10	2
nodo 3	10	6	4	11	7	7	9	8	9	12	11	11	12	12	13	13

**refnodo(1:nodos)** (arreglo entero):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Referencia	1	1	2	2	0	2	1	2	0	1	0	0	0

**refele(1:nelem)** (arreglo entero):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Referencia	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

donde:

**nodos:** número (entero) total de nodos de la malla.

**nelem:** número (entero) total de elementos de la malla.

### Ensamble y almacenamiento de matriz de rigidez elemental.

Para un elemento arbitrario Sea  $T \in \mathcal{T}_h$  de la triangulación (malla) corresponde una matriz de rigidez elemental  $K_T = (k_{ij}^T)$ ,  $i, j = 1, \dots, 6$ , obtenida desde (4.25). El total de matrices elementales de la malla debe ser *ensamblado* en la matriz global de rigidez  $K$ . Para llevar a cabo este proceso, tenemos que considerar que (para el caso bi-dimensional estudiado) en cada nodo hay dos incógnitas (grados de libertad) asociadas, que representan las dos componentes del desplazamiento. De manera que podemos construir un vector, que asocia el número del nodo con los números de las ecuaciones de sus dos incógnitas:

nodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ecuación 1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
ecuación 2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26

El paso siguientes es crear una arreglo local, que relaciona los números de ecuaciones locales con sus respectivos globales. Como ejemplo, para el triángulo número 4, de vértices 4, 6 y 11, este arreglo es dado por:

ecuación local	1	2	3	4	5	6
ecuación global	7	11	21	8	12	22

donde los números 1 a 3 (4 a 6) son las ecuaciones de la primera (segunda) incógnita asociada a los nodos 4, 6 y 11. Lo que es análogo a la forma de construir el vector  $[\mathbf{u}]$ .

Siguiendo con nuestro ejemplo, sea  $K_{T_4}$  la matriz elemental asociada al elemento  $T_4$ , esto es:

$$\mathbf{K}_{T_4} = \begin{pmatrix} k_{11}^4 & k_{12}^4 & k_{13}^4 & k_{14}^4 & k_{15}^4 & k_{16}^4 \\ k_{21}^4 & k_{22}^4 & k_{23}^4 & k_{24}^4 & k_{25}^4 & k_{26}^4 \\ k_{31}^4 & k_{32}^4 & k_{33}^4 & k_{34}^4 & k_{35}^4 & k_{36}^4 \\ k_{41}^4 & k_{42}^4 & k_{43}^4 & k_{44}^4 & k_{45}^4 & k_{46}^4 \\ k_{51}^4 & k_{52}^4 & k_{53}^4 & k_{54}^4 & k_{55}^4 & k_{56}^4 \\ k_{61}^4 & k_{62}^4 & k_{63}^4 & k_{64}^4 & k_{65}^4 & k_{66}^4 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Usando la numeración local-global de las ecuaciones asociadas al elemento  $T_4$ , el ensamblado en la matriz global para la primera fila de la matriz local  $K_{T_4}$  se haría como:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{7,7} &\leftarrow \mathbf{K}_{7,7} + k_{11}^4 \\ \mathbf{K}_{7,11} &\leftarrow \mathbf{K}_{7,11} + k_{12}^4 \\ \mathbf{K}_{7,21} &\leftarrow \mathbf{K}_{7,21} + k_{13}^4 \\ \mathbf{K}_{7,8} &\leftarrow \mathbf{K}_{7,8} + k_{14}^4 \\ \mathbf{K}_{7,12} &\leftarrow \mathbf{K}_{7,12} + k_{15}^4 \\ \mathbf{K}_{7,22} &\leftarrow \mathbf{K}_{7,22} + k_{16}^4 \end{aligned}$$

y para la segunda fila de  $K_{T_4}$  sería:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{11,7} &\leftarrow \mathbf{K}_{11,7} + k_{21}^4 \\ \mathbf{K}_{11,11} &\leftarrow \mathbf{K}_{11,11} + k_{22}^4 \\ \mathbf{K}_{11,21} &\leftarrow \mathbf{K}_{11,21} + k_{23}^4 \\ \mathbf{K}_{11,8} &\leftarrow \mathbf{K}_{11,8} + k_{24}^4 \\ \mathbf{K}_{11,12} &\leftarrow \mathbf{K}_{11,12} + k_{25}^4 \\ \mathbf{K}_{11,22} &\leftarrow \mathbf{K}_{11,22} + k_{26}^4 \end{aligned}$$

siendo análogo el proceso para las filas restantes de  $K_{T_4}$ . Formando así, después de ensamblar las matrices locales de todos los elementos de la malla, la matriz de rigidez global  $K$  ( $2 \cdot \text{nnodos} \times 2 \cdot \text{nnodos}$ ).

Sin embargo, no es conveniente almacenar la matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  como un arreglo ( $2 \cdot \text{nnodos} \times 2 \cdot \text{nnodos}$ ), ya que se pierde demasiada memoria guardando



elementos nulos. Por ello se utiliza el llamado *almacenamiento Morse (CRS en inglés)*, donde sólo se guardan los elementos no nulos.

En una estructura de tipo Morse, una matriz  $\mathbf{K}$  de  $n \times n$  se almacena definiendo tres arreglos:

- $row(1 : n + 1)$  (entero). Donde se guarda el número de elementos no nulos de cada fila de la matriz. Es construido definiendo  $row(1) = 1$  y definiendo  $row(i + 1)$  de modo que  $row(i + 1) - row(i)$  sea el número de elementos no nulos de la fila  $i$ .
- $column(1 : nzero)$  (entero). Que contiene los índices de las columnas de los elementos no nulos de  $\mathbf{K}$  y por convención, se ordena siguiendo un orden creciente para los índices de las columnas de una fila dada.
- $aa(1 : nzero)$  (entero). Donde se almacenan los elementos no nulos de la matriz.

Por ejemplo, para la matriz  $\mathbf{K}$   $5 \times 5$ :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 2.0 & 0.0 \\ 3.0 & 4.0 & 0.0 & 5.0 & 0.0 \\ 6.0 & 0.0 & 7.0 & 8.0 & 9.0 \\ 0.0 & 0.0 & 10.0 & 11.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 12.0 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

se generan los siguientes arreglos para el almacenamiento Morse:

aa :	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0
column:	1	4	1	2	4	1	3	4	5	6	4	5
row:	1	3	6	10	12	13						

### Ensamble de vector de fuerza elemental.

El ensamblado del vector de fuerza global  $\mathbf{F}$  ( $2 \cdot n_{\text{nodos}} \times 1$ ), a partir de los vectores de fuerza locales  $\mathbf{F}_T$ , es similar al ensamble de  $\mathbf{K}$ . Nuevamente

tomemos como ejemplo el elemento número 4, cuyo vector de fuerza local es:

$$\mathbf{F}_{T_4} = \begin{pmatrix} f_1^4 \\ f_2^4 \\ f_3^4 \\ f_4^4 \\ f_5^4 \\ f_6^4 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

y usando la numeración local-global de las ecuaciones de  $T_4$ , el ensamble para este elemento en el vector de fuerza global  $\mathbf{F}$  viene dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_7 &\leftarrow \mathbf{F}_7 + f_1^4 \\ \mathbf{F}_{11} &\leftarrow \mathbf{F}_{11} + f_2^4 \\ \mathbf{F}_{21} &\leftarrow \mathbf{F}_{21} + f_3^4 \\ \mathbf{F}_8 &\leftarrow \mathbf{F}_8 + f_4^4 \\ \mathbf{F}_{12} &\leftarrow \mathbf{F}_{12} + f_5^4 \\ \mathbf{F}_{22} &\leftarrow \mathbf{F}_{22} + f_6^4 \end{aligned}$$

#### 4.1.2.5 Imposición de las Condiciones de Frontera.

Después de haber ensamblado la matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  y el vector de fuerza  $\mathbf{F}$  globales, tenemos que resolver el siguiente sistema lineal:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (4.31)$$

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & \dots & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & \dots & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & \dots & k_{36} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & k_{n4} & k_{n5} & \dots & k_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

donde  $n$  es el número de nodos de la malla.

Pero hasta ahora hemos considerado que todos los desplazamientos en los

nodos son incógnitas, lo que no es cierto ya que de antemano se conocen los valores de la solución en la frontera de Dirichlet  $\Gamma_D$ . Supongamos que sabemos que el valor de la primera componente de  $\mathbf{u}$ , en el nodo 1 es un valor conocido  $u_D$ , esto es,  $u_1 = u_D$ . Imponemos entonces esta condición de frontera de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & \dots & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & \dots & k_{36} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & k_{n4} & k_{n5} & \dots & k_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_D \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

teniendo esta implementación la principal desventaja de que se pierde la simetría de  $\mathbf{K}$ , en el caso en que la matriz sea originalmente simétrica.

#### 4.1.2.6 Introducción de las fallas.

Las fallas se introducen en el modelamiento con elementos finitos mediante la “técnica de separación de nodo”, por medio de una discontinuidad generada en el desplazamiento de nodos compartidos por dos elementos. Esta modificación inducida es incluida en el vector de fuerza global  $\mathbf{F}$ , sin alterar la matriz de rigidez global  $\mathbf{K}$  (Melosh et. al, 1981 [30]).

#### 4.1.2.7 Solución del Sistema Lineal.

Para resolver numéricamente el sistema lineal global (4.31), en nuestro trabajo utilizamos el método directo provisto en el solucionador *PARDISO* incluido en la biblioteca *MKL*, adjunta al compilador *ifort* de Fortran (Intel).

### 4.1.3 Esquema del Código FEM.

A continuación se muestra un esquema del código FEM utilizado, destacando las diferentes etapas de la modelación numérica realizada y descritas previamente en este capítulo.

---

**Algoritmo 2:** Esquema código FEM (basado en el código construido en Fortran90 por el Profesor Rodolfo Araya.)

---

Ingreso de parámetros y malla del modelo.

**forall the** *Magnitud del daño*  $\eta$  **do**

**while**  $\|\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}\| \geq tol$  **do**

        Generación de matriz del sistema lineal en Morse:

        → Cálculo de matriz de rigidez elemental  $K_T$ .

        → Ensamblado de  $K_T$  para formar matriz de rigidez global  $K$ .

        → Cálculo del vector de carga elemental  $F_T$ .

        → Ensamblado de  $F_T$  para formar el vector de carga global  $F$ .

        → Incorporación del modelo de falla al vector de carga global  $F$ .

        Establecimiento de las condiciones de borde.

        Solución del sistema lineal:  $\mathbf{K}\mathbf{u}^n = \mathbf{F}$

        Almacenamiento de resultados en archivos de datos.

**end**

**end**

---

## 4.2 Modelos de Estudio: Dominio, Condiciones de Borde y Mallas.

La modelación fue bi-dimensional, en un dominio que representa de manera simplificada la zona de subducción de la región de estudio, cuyas dimensiones fueron de 1000 km de longitud aproximadamente en la dirección en que ocurre la convergencia, a lo largo de un perfil ~Oeste-Este que atraviesa la península de Arauco y la Cordillera de los Andes, representado por el eje  $x$ . Y 300 km de profundidad, a lo largo del eje  $z$ , ubicándose en  $z = 0$  la superficie de la Tierra, considerada como superficie libre.

Para definir el comportamiento elástico del dominio considerado, se ha fijado en toda su extensión (tanto para la litósfera oceánica como la continental y la

astenosfera) el primer parámetro de Lamé en  $\lambda = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y el módulo de rigidez transversal en  $\mu = 3.6 \times 10^{10} Pa$ . Más detalles sobre la elección de estas constantes, junto con un test de los resultados para otros pares de valores  $(\lambda, \mu)$ , pueden encontrarse en el Apéndice B. En cuanto a la reología del medio, analizamos tanto el caso lineal (sin daño) como el no-lineal (con daño). En particular, para una reología no-lineal variamos el parámetro de daño  $\eta$  en el rango  $0.1 \leq \eta \leq 0.9 \times 10^{10} Pa$ , es decir, en un rango entre aproximadamente 2% y 20% de  $\lambda$  (porcentajes acorde a los usados en un experimento 3D discutido en Lyakhovsky et. al. (1997)[28]).

En cuanto a la geometría del dominio, las distintas fallas presentes en los diferentes casos estudiados tienen su extremo superior comenzando en la superficie ( $z = 0$ ) y en el punto medio de la extensión horizontal del dominio, que establecemos por  $x = 0$ , posición que define la ubicación de la fosa. Además, como condiciones de borde del dominio comunes a todos los casos analizados, escogimos: desplazamiento vertical nulo en el borde inferior, desplazamiento horizontal nulo en los bordes derecho e izquierdo (variando parcialmente éstos últimos en el modelo adaptado desde el ESPM, para representar la convergencia de las litósferas oceánica y continental) y permitiendo libre movimiento en el borde superior del dominio, que representa la superficie de la Tierra, cuyo comportamiento buscamos analizar.

Para cada modelo considerado en este trabajo, fue necesario construir una malla específica. Las características de cada una (aparte de las comunes ya mencionadas) se indican a continuación.

#### 4.2.1 Modelo BSM.

En este caso (figura 4.4) empleamos un dominio cuya malla está compuesta por una única falla con *dip* de  $20^\circ$ , representando el *main thrust*, con su extremo inferior (*downdip end*) ubicado a una profundidad  $d_{lock} = 50 km$ . y proyectado horizontalmente en superficie a una distancia  $x_{lock} \approx 137.5 km$  de la fosa, en dirección del continente. Sobre esta dislocación, un *slip* normal total de  $u_p \approx 1229 cm$  representa el deslizamiento acumulado durante una etapa intersísmica de  $t = 175$  años, a una velocidad de convergencia promedio de  $v_p \approx 7.02 \frac{cm}{año}$ . Un segmento adicional (de igual longitud que el primero) bajo el *main thrust* y sin *slip* representa la parte más profunda de la interfase entre las placas.

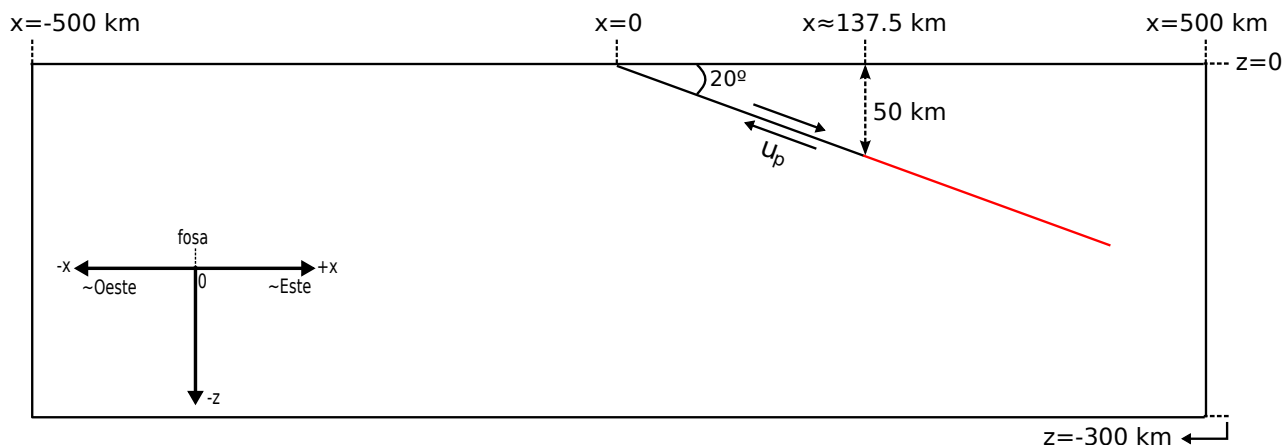


Figura 4.4: Esquema de la malla utilizada en el modelo BSM. Sobre el *main thrust* se extiende una falla de *slip* normal, desde la fosa hasta el *downdip end*. Un segmento adicional sin *slip* (en rojo) representa la parte más profunda de la interfase. La escala de la figura no es la real.

#### 4.2.2 Modelo ESPMM (ESPM modificado).

Este modelo está basado en el modelo ESPM planteado por Kanda & Simons en 2010[20] y descrito en el capítulo anterior, pero considerando movimiento no sólo de la placa de Nazca (NZ), sino también de la placa Sudamericana (SA). Siendo necesario entonces establecer como marco de referencia uno donde el manto se encuentre fijo. Para los espesores de las placas convergentes se escogieron valores razonables para la subducción chilena (de acuerdo a la figura 1.2), fijando el de la placa oceánica ( $H$ ) como la mitad del espesor de la placa continental.

Para este modelo ESPM modificado, utilizamos la malla esquematizada en la figura 4.5, que describe una subducción plana, excepto en una región de flexura cercana a la fosa, donde el *slab* se curva para subducir bajo la placa continental. La parte plana de la subducción de la placa oceánica está compuesta por cuatro dislocaciones, una horizontal (A) y tres inclinadas (B, C, D), sobre las cuales se fija un *slip* de  $u_p(NZ) \approx 739 \text{ cm}^1$ . Mientras que un segmento (E) representa el *main thrust*, donde se fija un *slip* nulo para dar cuenta del bloqueo intersísmico que experimenta esta zona. El cambio con respecto al modelo ESPM original viene dado por una dislocación horizontal adicional (F), donde se fija un *slip*

<sup>1</sup>Los desplazamientos  $u_p(NZ)$  y  $u_p(SA)$  se obtuvieron a partir de las proyecciones de las velocidades  $_{HS}\bar{V}_{NZ}$  y  $_{HS}\bar{V}_{SA}$  de las placas NZ y SA respecto a los Hotspots (representando el manto) en la dirección del perfil de estudio, extrapoladas al tiempo intersísmico  $t = 175$  años. Las velocidades  $_{HS}\bar{V}_{NZ} \approx 0.9 \hat{n} + 4.78 \hat{e} [\frac{cm}{año}]$  y  $_{HS}\bar{V}_{SA} \approx -0.62 \hat{n} - 3.19 \hat{e} [\frac{cm}{año}]$  utilizadas fueron obtenidas desde el modelo HS2-Nuvel1A (Gripp & Gordon, 1990[11] y DeMets et al., 1994[8])

de  $u_p(SA) \approx 490 \text{ cm}$ , asociado al movimiento de la placa Sudamericana.

Para modelar el movimiento convergente de la placa de Nazca (Sudamericana), incluimos además en el borde izquierdo (derecho) del dominio, una condición de borde con un desplazamiento horizontal fijo en dirección del eje  $+x$  ( $-x$ ) de  $u_p(NZ)$  ( $u_p(SA)$ ) de acuerdo a las velocidades de convergencia de cada placa y a la duración del periodo intersísmico considerados en el estudio. En el resto de las fronteras izquierda y derecha, en tanto, se mantuvo la condición de borde original de desplazamiento horizontal nulo. Cabe señalar que las condiciones de borde laterales no nulas recién mencionadas describen un ingreso neto de material al dominio, el cual no es expulsado en otra parte del mismo, provocando una acumulación de material en su interior, sin que por ende la masa en él sea conservada. Sin embargo, dado que la magnitud de los desplazamientos  $u_p(NZ)$  y  $u_p(SA)$  generados es muy pequeña ( $\sim 10 \text{ m} = 0.01 \text{ km}$ ) comparada con las dimensiones del dominio ( $\sim 100 \text{ km}$ ), el efecto de esta acumulación puede ser despreciado, al menos en el tiempo intersísmico considerado.

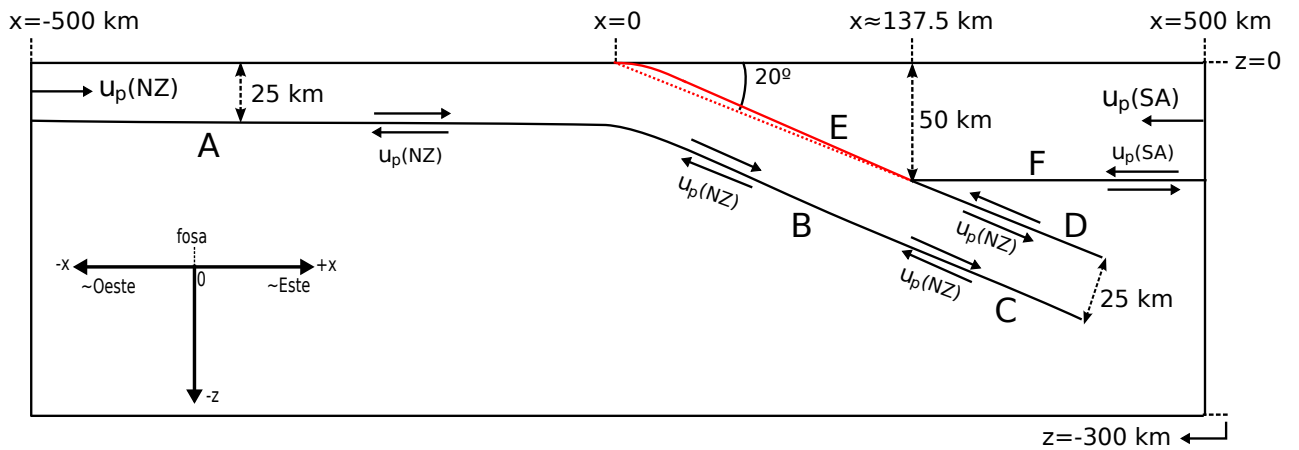


Figura 4.5: Esquema de la malla utilizada en el modelo ESPMM. Con cinco dislocaciones planas de *slip* proporcional a la convergencia de las placas oceánica y continental. Mientras sobre el *main thrust* (en rojo) hay un *slip* nulo, dando cuenta del bloqueo intersísmico. La flexión de la placa subductada es discretizada con una serie de dislocaciones aproximadamente curvas, con *slips* y *dips* relativos a sus respectivos radios de curvatura. La escala de la figura no es la real.

Por otra parte, la flexión de la placa oceánica es discretizada por varios segmentos aproximadamente curvos, sobre los cuales se fijan *slips* que pueden ser estimados en función de los radios de curvatura de cada segmento. De acuerdo a lo expuesto en el capítulo anterior, si el material que sigue una trayectoria con un radio de curvatura  $R_p$  por el centro de la placa (ver figura 4.6) se mueve a la velocidad de convergencia  $v_p$ , entonces el material en la superficie inferior del *slab*, con un radio de curvatura  $R_i = R_p - H/2 < R_p$ , tendrá una velocidad menor  $v_i < v_p$ . Mientras el *slab* subduce, esperamos que mantenga su forma, lo que se consigue si las velocidades angulares  $\omega$  de distintas partes del *slab* son iguales, condición a partir de la cual  $v_i$  puede ser determinada desde  $v_p$  según

$$\begin{aligned} \omega_p = \omega_i &\Leftrightarrow \frac{v_p}{R_p} = \frac{v_i}{R_i} = \frac{v_i}{R_p - H/2} \Leftrightarrow \\ v_p(R_p - H/2) &= v_i R_p \Leftrightarrow v_i = v_p \left( 1 - \frac{H}{2(R_p - H/2)} \right) \end{aligned} \quad (4.34)$$

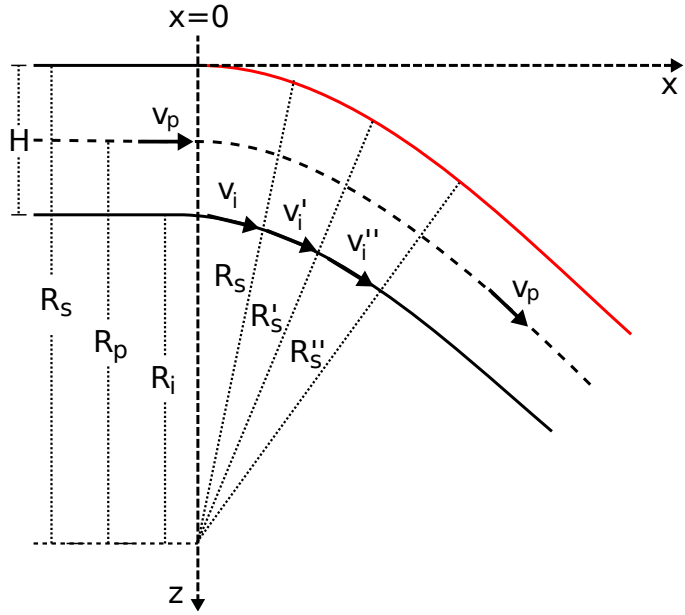
donde  $R_s$  es el radio de curvatura del *slab* (de la superficie superior de la placa subductada), dado por  $R_s = R_p + H/2$ . A partir de la ecuación (4.34), para un tiempo  $t$  de duración de la etapa intersísmica, se obtienen *slips* relativos de  $u_i = v_i t$  y  $u_p = v_p t$  relacionados según

$$u_i = u_p \left( 1 - \frac{H}{2(R_p - H/2)} \right) \quad (4.35)$$

De forma similar, el material que pasa a través de la fosa por la superficie superior del *slab*, con un radio de curvatura  $R_s$ , aceleraría experimentando una velocidad  $v_s > v_p$ . Sin embargo, esta región del *slab* forma parte del *main thrust*, bloqueado durante el intersísmico, y por tanto fijamos en ella un *slip* nulo.



Figura 4.6: Modelación de la flexión de la placa subductada, discretizando la región curva del *slab* en varios segmentos con *slips* asociados a velocidades  $v_i$  y a radios de curvaturas  $R_s$  locales del *slab*.



### 4.2.3 Modelo SI.

Para representar los eventuales deslizamientos inversos ocurridos en el *main thrust* durante la etapa cosísmica (terremotos), utilizamos la misma falla y con el mismo *dip* que para el BSM, pero con *slip* en sentido inverso, como puede verse en la figura 4.7. Igualmente, la parte más profunda de la interfase entre las placas es representada por un segmento adicional sin *slip* bajo el *main thrust*.

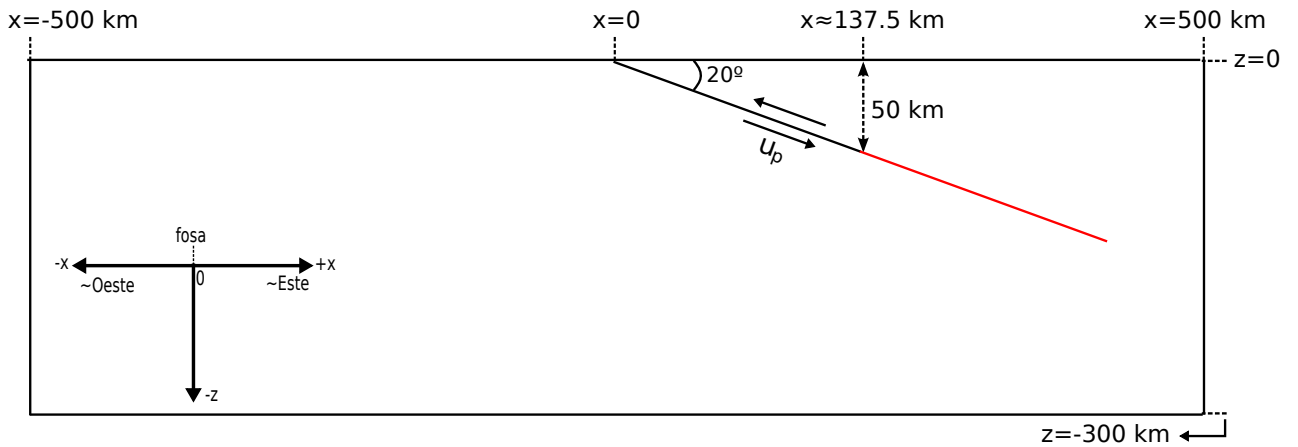


Figura 4.7: Esquema de la malla utilizada en el modelo SI. Sobre el *main thrust* se extiende una falla de *slip* inverso, desde la fosa hasta el *downdip end*. Un segmento adicional sin *slip* (en rojo) representa la parte más profunda de la interfase. La escala de la figura no es la real.

# Capítulo 5

## Resultados y Análisis

### 5.1 Comentarios generales.

Como resultado de la modelación con elementos finitos, se obtuvieron soluciones en todo el dominio para las componentes horizontal ( $U$  [cm]) y vertical ( $V$  [cm]) del movimiento, la densidad de energía elástica ( $W$  [Pa]) y el primer invariante de la deformación ( $I_1$ ) del medio (en adelante deformación), considerando un medio con reología lineal y no-lineal. Como ejemplo, la figura 5.1 muestra los resultados encontrados para un caso particular (modelo ESPMM, sin daño) en el dominio completo. Sin embargo, puesto que en este trabajo estamos interesados particularmente en los procesos que ocurren en la superficie de la Tierra, nos enfocamos en el examen de perfiles obtenidos en esta región (esto es, en  $z = 0$ ) para las soluciones de las variables mencionadas.

En cada uno de los perfiles así obtenidos, el eje horizontal representa la longitud del dominio en dirección de la convergencia, con valores de  $x$  positivos hacia el continente (sobre la placa superior Sudamericana, dirección aproximadamente Este) y negativos hacia el océano (sobre la placa subductante de Nazca, dirección aproximadamente Oeste) (ver sistema de referencia en figura 4.4, por ejemplo). Además, los valores de  $x$  han sido normalizados con respecto a la profundidad  $d_{lock} = 50$  km a la que se encuentra el extremo inferior del *main thrust* (*downdip limit*). Hemos denotado como  $x^* = \frac{x}{d_{lock}}$  a esta coordenada normalizada, estando entonces en  $x^* = 10$  y  $x^* = -10$  los bordes derecho e izquierdo del dominio, respectivamente.

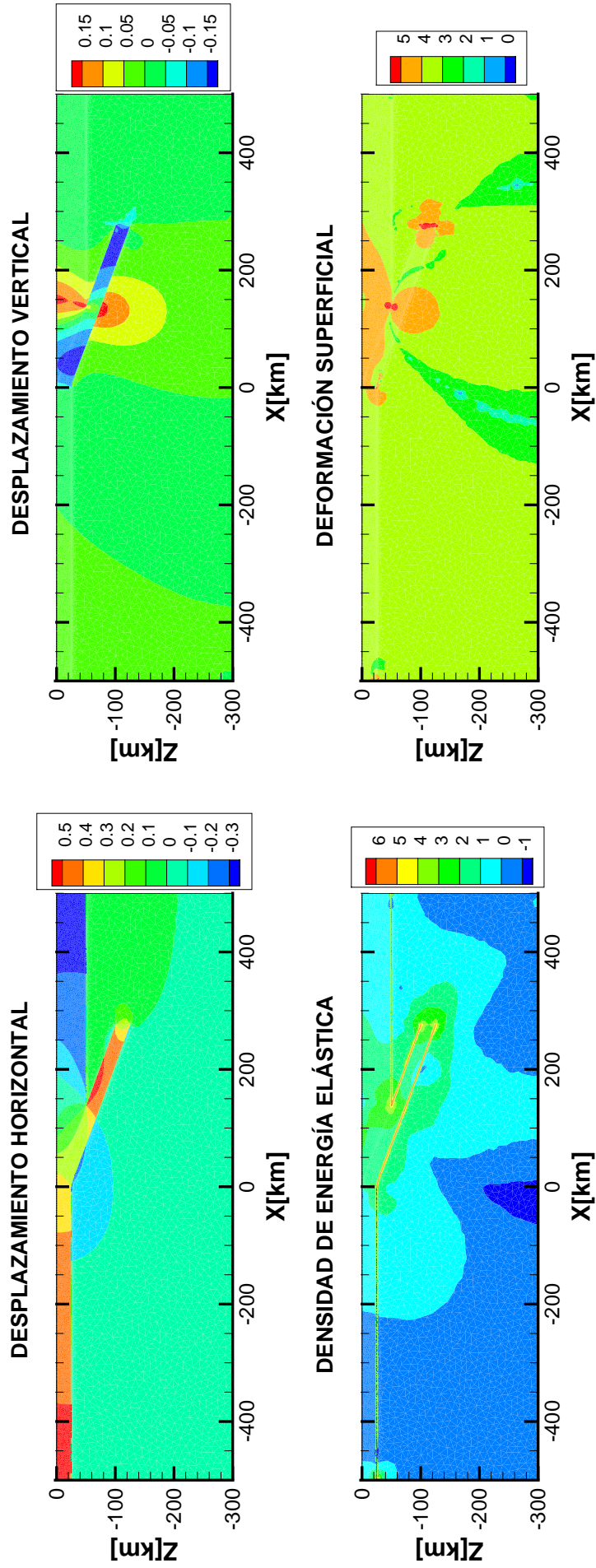


Figura 5.1: Resultados obtenidos en todo el dominio para el modelo ESPMM, considerando un medio sin presencia de daño. Los desplazamientos horizontal  $U$  [cm] y vertical  $V$  [cm] están normalizados con respecto a  $u_p \approx 1229$  [cm]. Para la densidad de energía elástica  $W$  [Pa] se muestran los valores de  $\log_{10}(W)$ . Para la deformación  $I_1$  (adimensional), se muestran los valores de  $\log_{10}(|I_1| \times 10^9)$ .

Para facilitar la visualización y análisis de los resultados, se han incluido algunas líneas verticales (con trazo segmentado) que indican diferentes posiciones de referencia a lo largo del perfil. Es así como la proyección del *down-dip limit* en superficie ( $x_{lock}^* \approx 2.75$ ) es indicada por la recta  $xl$ . Además, las rectas  $L1$ ,  $L2$ ,  $L3$ ,  $L4$  y  $L5$ , señalan la ubicación de la Isla Santa María, la línea de Costa (aproximadamente en Lota), la Depresión Intermedia (en las cercanías de Los Ángeles), la Cordillera de Los Andes (volcán Antuco) y un punto en territorio argentino (cercano a la localidad de Chos Malal), respectivamente (ver figura 5.6).

El eje vertical, en tanto, representa los valores de las variables cuyas soluciones fueron obtenidas de la modelación. En algunos casos estos valores también han sido normalizados. En efecto,  $U$  y  $V$  fueron normalizadas respecto al deslizamiento total  $u_p$  experimentado en 175 años, a la velocidad de convergencia  $v_p \approx 7.02 \text{ cm/año}$ , esto es,  $u_p \approx 1229 \text{ cm} = 0.01229 \text{ km}$ . Siendo estas nuevas coordenadas

$$U^* = \frac{U}{u_p} \quad \text{y} \quad V^* = \frac{V}{u_p} \quad (5.1)$$

Cabe notar que la normalización escogida para  $x$ ,  $U$  y  $V$  es similar a la realizada por Kanda et. al., 2010 [20].

Por otro lado, dado el gran rango de valores mostrado para las soluciones de  $W$  y  $I_1$ , para estas variables mostramos los logaritmos (en base 10) de sus magnitudes, diferenciando su signo (cuando sea necesario) por el tipo de línea escogido para representar la solución (líneas continuas para valores positivos y líneas segmentadas para valores negativos).

Con el fin de comparar las fases cosísmica e intersísmica, y ver cuál de ambas es la dominante en cada variable, se calcularon “diferencias” entre los perfiles individuales de una etapa y otra. De acuerdo a los signos de las variables en cada periodo y para lograr cuantificar de forma adecuada la etapa dominante, estas “diferencias” corresponden a una resta aritmética para el caso de la energía y a sumas para la deformación y los desplazamientos horizontal y vertical; dando lugar a valores residuales representados por las variables  $U^R$ ,  $V^R$ ,  $W^R$  y  $I_1^R$ , visualizadas de la misma forma que las anteriores.

Ahora bien, en cada uno de los perfiles correspondientes a un medio con reología no-lineal, ya sean éstos intersísmicos, cosísmicos o residuales, se muestran

diez curvas de diferente color, donde cada color representa el resultado de la modelación obtenido para un valor del parámetro (la magnitud) del daño  $\eta$ , según se indica en la figura 5.2.

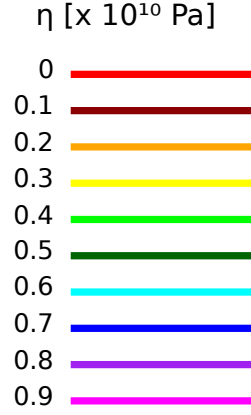


Figura 5.2: Valores del parámetro del daño  $\eta$  y color correspondiente de las curvas respectivas, para los perfiles obtenidos de las diferentes variables.

Por último, cabe señalar que para  $\eta = 0$  (reología lineal), dada nuestra condición de superficie libre considerada en la superficie de la Tierra, existe una relación entre las soluciones obtenidas para  $U$  y para  $I_1$  que permite ilustrar la forma que esperamos tengan sus correspondientes perfiles. En efecto, con  $\eta = 0$  la ecuación (3.19) o (3.22) implica que:

$$\begin{aligned}\sigma_{zz} &= \lambda^d I_1 + 2\mu^d \epsilon_{zz} \\ &= \lambda^d (\partial_x u_x + \partial_z u_z) + 2\mu^d \partial_z u_z\end{aligned}$$

así, según la condición de superficie libre para el esfuerzo,  $\sigma_{zz} = 0$ , se tiene que

$$\begin{aligned}0 &= \lambda^d (\partial_x u_x + \partial_z u_z) + 2\mu^d \partial_z u_z \quad \Leftrightarrow \\ \partial_z u_z &= \frac{-\lambda^d}{(\lambda^d + \mu^d)} \partial_x u_x\end{aligned}$$

de donde la deformación superficial puede ser representada por

$$I_1 = \partial_x u_x + \partial_z u_z = \partial_x u_x \left( 1 - \frac{\lambda^d}{\lambda^d + \mu^d} \right) = \frac{2\mu^d}{\lambda^d + \mu^d} \partial_x u_x \quad (5.2)$$

donde  $\partial_x u_x = \frac{\partial U}{\partial x}$  y  $\partial_z u_z = \frac{\partial V}{\partial z}$

De manera que, según (5.2), la deformación superficial es directamente

proporcional al cambio del desplazamiento horizontal a lo largo del perfil y tiene el mismo signo que éste. La figura (5.3) esquematiza lo anterior.

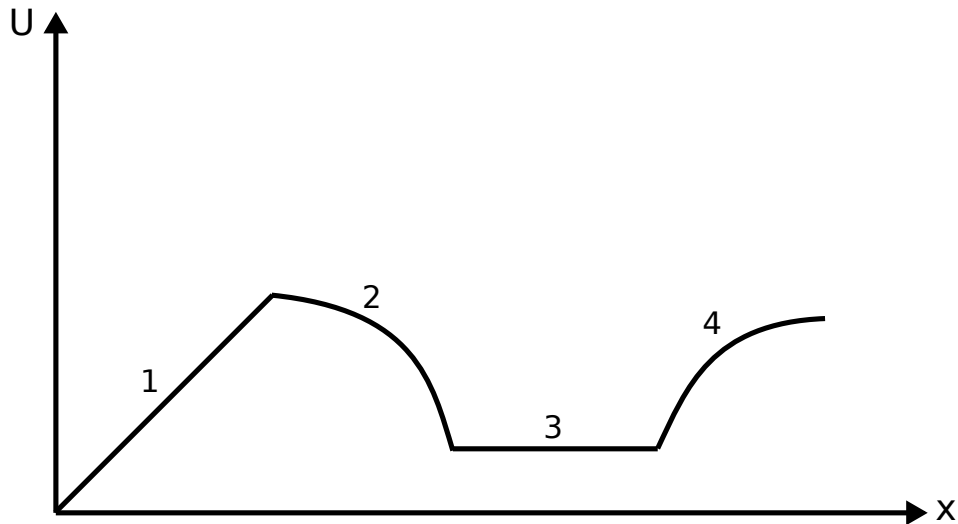


Figura 5.3: Esquema ilustrativo de la relación  $I_1 \propto \partial_x U$  dada por (5.2), para diferentes casos posibles. Según la cual, en el tramo 1,  $\frac{\partial U}{\partial x} = cte > 0$ ,  $\Rightarrow I_1 = cte > 0$ . Análogamente, en el tramo 2 entonces  $I_1 < 0$ , con  $|I_1|$  creciente. En el segmento 3  $I_1 = 0$ . Y finalmente, en el intervalo 4  $I_1 > 0$ , con  $|I_1|$  decreciente

Los perfiles superficiales obtenidos para  $U$ ,  $V$ ,  $W$  y  $I_1$  se muestran en las secciones 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6, respectivamente. Pero previamente, en la sección 5.2 realizamos una validación de la modelación realizada, estudiando la estabilidad del código implementado y comparando las soluciones del modelo con observaciones y con soluciones analíticas.

## 5.2 Validación de la Modelación.

### 5.2.1 Estabilidad del código.

Es posible analizar la estabilidad de un código como el utilizado calculando cantidades conocidas como “normas” a partir de una solución numérica obtenida desde el modelo y una solución analítica exacta a un problema dado. Existen diversas normas, pero aquí calcularemos la llamada norma  $L_2$  ( $nL_2$ ), definida para el desplazamiento como

$$\begin{aligned} nL_2 &= \|\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_{nu}\|_{0,\Omega}^2 = \int_{\Omega} |\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_{nu}|^2 dx \\ &= \int_{\Omega} (\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_{nu}) \cdot (\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_{nu}) dx \end{aligned} \quad (5.3)$$

donde  $\mathbf{u}_{ex}$  y  $\mathbf{u}_{nu}$  corresponden a las soluciones exacta y numérica, respectivamente.

Para simplificar el análisis, consideramos un medio con reología lineal ( $\eta = 0$ ) en un dominio  $\Omega$  cuadrado, homogéneo y bi-dimensional con lado de longitud unitaria y coordenadas variando en el rango  $0 \leq x \leq 1$  y  $0 \leq z \leq 1$ .

Como solución exacta para el desplazamiento, escogemos una cuya componente horizontal  $U_{ex}$  se anule en los bordes  $x, z = 0$  y  $x, z = 1$ , y con componente vertical  $V_{ex}$  igual a cero (para facilitar el cálculo):

$$U_{ex} = 16xz(1-x)(1-z) \quad ; \quad V_{ex} = 0 \quad (5.4)$$

Cabe notar que el hecho que  $U_{ex}$  sea un polinomio de cuarto orden (orden distinto a las coordenadas  $x$  y  $z$ , que son lineales), asegura mayor fortaleza al resultado de este análisis.

Una vez conocida la solución exacta, la solución numérica es encontrada resolviendo la ecuación (3.16) para  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{nu}$ . Donde  $\mathbf{f} = (f_1, f_2)$  se calcula

resolviendo las ecuaciones (3.2), (3.19) y (A.2) para  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{ex}$ , de manera que

$$\begin{aligned} f_1 &= -(\partial_1 \sigma_{11} + \partial_2 \sigma_{12}) \\ &= 64\mu z(1-z) + 32\lambda z(1-z) + 32\mu x(1-x) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= -(\partial_1 \sigma_{21} + \partial_2 \sigma_{22}) \\ &= -2\mu(8(1-x)(1-z) - 8x(1-z) - 8z(1-x) + 8xy) \\ &\quad -\lambda(16(1-x)(1-z) - 16z(1-x) - 16x(1-z) + 16xz) \end{aligned} \quad (5.6)$$

donde  $f_1 = f_x$ ,  $f_2 = f_z$ ,  $\partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\partial_2 = \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $\lambda = 0.45 \times 10^{10} Pa$  y  $\mu = 0.36 \times 10^{10} Pa$ .

Ahora bien, según el criterio de estabilidad, nuestro código será estable si se observa que para mallas con diferentes valores de  $h$

$$nL_2 \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad h \rightarrow 0 \quad \text{y que}$$

$$\log_{10}(nL_2) \propto \log_{10}(h)$$

Donde  $h = \max(h_T)$  es la longitud del lado más largo, entre todos los mayores lados  $h_T$  de los diferentes triángulos  $T$  de cada malla.

En nuestro caso, obtenemos los resultados mostrados en la tabla 5.1 para cinco valores de  $h$ .

$h$	$\log_{10}(h)$	$nL_2$	$\log_{10}(nL_2)$
0.5	-0.301	$8.24 \times 10^{-3}$	-2.08
0.25	-0.602	$5.22 \times 10^{-4}$	-3.28
0.125	-0.903	$2.31 \times 10^{-5}$	-4.64
0.0625	-1.204	$1.61 \times 10^{-6}$	-5.79
0.03125	-1.505	$9.61 \times 10^{-8}$	-7.02

Tabla 5.1: Valores de la norma  $L_2$  y su logaritmo, obtenidos para los diferentes valores de  $h$  considerados.



La figura 5.4, en tanto, muestra las cinco mallas correspondientes usadas para nuestro dominio  $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$ .

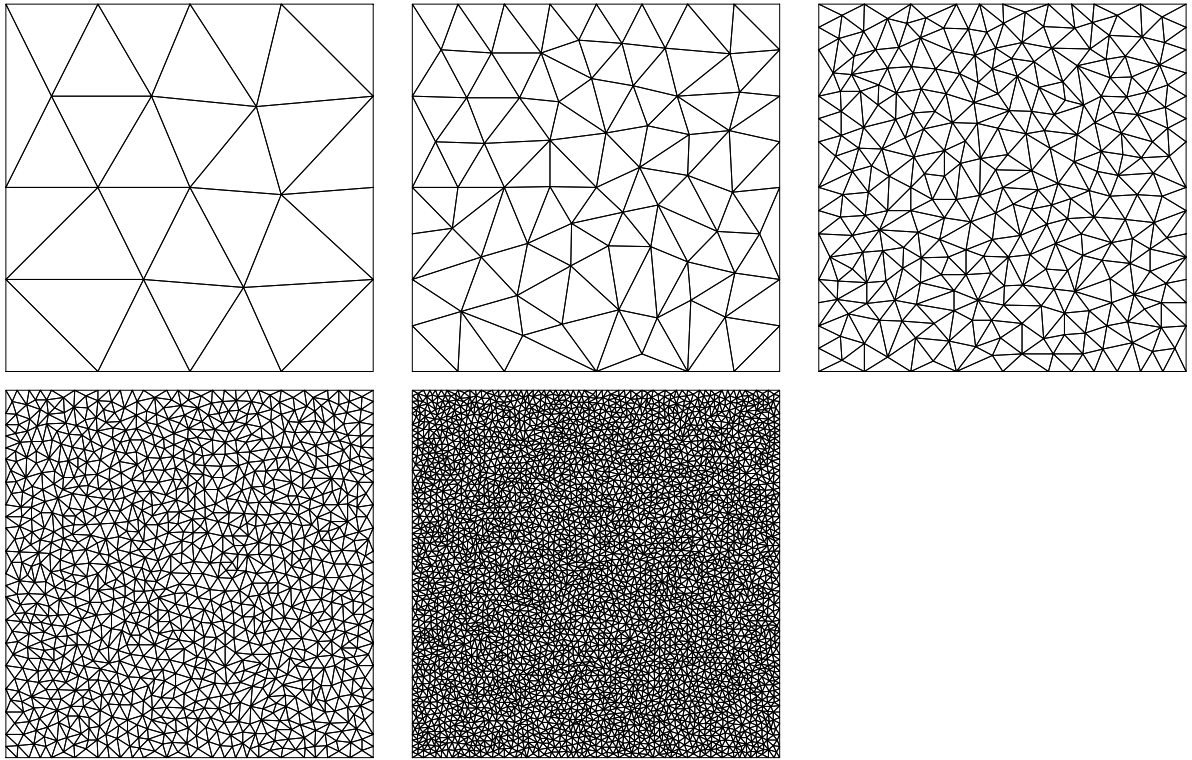


Figura 5.4: Mallas correspondientes a los diferentes valores de  $h$  mostrados en la tabla 5.1. A mayor densidad de elementos en la malla, menor es el valor de  $h$ , así por ejemplo, la malla menos densa en la esquina superior izquierda tiene asociado  $h = 0.5$ , mientras que para la malla ubicada al centro y abajo  $h = 0.03125$ .

Por último, en la figura 5.5 se observan los gráficos resultantes para  $nL_2$  vs  $h$  y  $\log(nL_2)$  vs  $\log(h)$ . Donde vemos que claramente se cumple lo establecido en el criterio antes mencionado, por lo que podemos decir que el código utilizado es estable. Y si bien dicha estabilidad se ha establecido en principio para el caso de una reología sin daño, creemos que es también efectiva para una reología de daño, en cuanto el planteamiento numérico para ésta es considerado como una versión perturbada del usado en el caso sin daño.

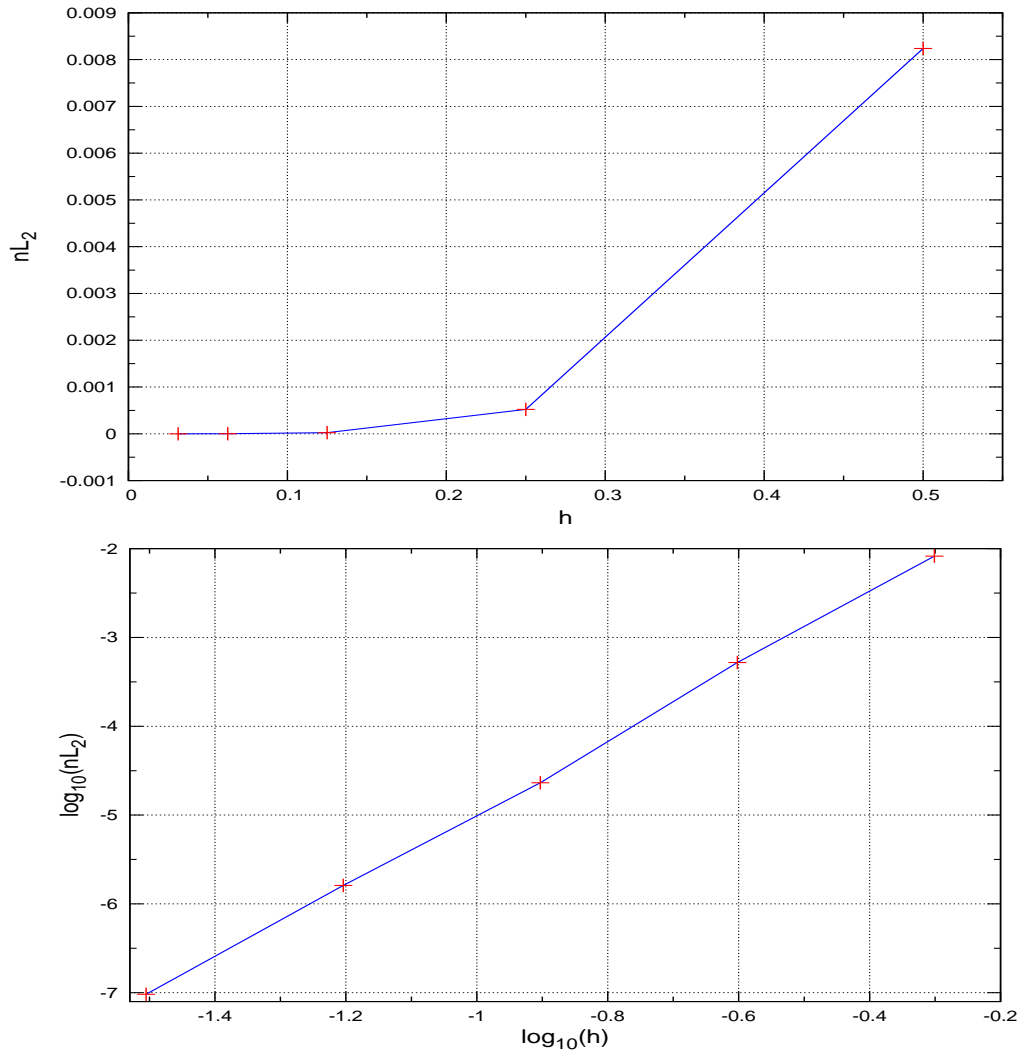


Figura 5.5: Resultados del análisis de estabilidad del código. a) (arriba) Variación de la norma  $L_2$  con la longitud  $h$  del lado mayor de cada malla. b) (abajo) El mismo gráfico de arriba, pero para los logaritmos de  $nL_2$  y  $h$ .

## 5.2.2 Modelo versus Observaciones.

Con el fin de saber cuánto se ajustan los resultados de nuestro modelo a las observaciones existentes, a continuación los comparamos con mediciones de los desplazamientos superficiales intersísmicos y cosísmicos obtenidos de un conjunto de 20 estaciones GPS, distribuidas sobre la placa continental, entre las latitudes  $37^\circ$  S y  $38^\circ$  S, que delinean un perfil aproximadamente Este-Oeste desde la península de Arauco a Los Andes (figuras 5.6a,b).

La tabla 5.2 contiene los nombres, las posiciones y las componentes de la velocidad intersísmica asociada a cada una de las 20 estaciones, divididas en

los grupos (1-13) (Ruegg et al., 2009[40]) y (a-g) (Moreno et al., 2011[32]) Para la etapa cosísmica, en tanto, utilizamos sólo 7 estaciones (a-g) (Moreno et al., 2012[33]), cuyas componentes del desplazamiento ocurrido durante el terremoto Mw 8.8 del Maule (en 2010) se muestran en la tabla 5.3. Representadas por vectores, las velocidades intersísmicas horizontales y verticales medidas en cada estación se muestran en la figura 5.6a. Y en la figura 5.6b los desplazamientos horizontales y verticales cosísmicos. Estando los movimientos GPS referenciados en ambas etapas respecto a la placa Sudamericana.

Ahora bien, en la etapa intersísmica escogemos el ESPMM como el modelo a comparar con los datos GPS, porque creemos que representa la subducción de una forma más realista que el BSM, al incluir explícitamente el espesor y la flexura de la placa oceánica subductada, considerando además la convergencia de la placa continental. Para que la comparación entre resultados y mediciones sea consistente, convertimos las velocidades intersísmicas<sup>1</sup> y los desplazamientos cosísmicos horizontales y verticales registrados en las estaciones, en desplazamientos horizontales  $U_{GPS}$  (orientados en dirección normal a la fosa, a lo largo del perfil de estudio) y verticales  $V_{GPS}$ , extrapolados al tiempo de duración de la etapa intersísmica modelada (175 años) y considerando directamente su magnitud en la etapa cosísmica. Además, para calcular las distancias entre las estaciones y la fosa, consideramos como posible ajuste de esta última dos rectas  $F1$  y  $F2$ , representadas con líneas moradas segmentadas en los mapas de las figuras 5.6a y 5.6b (más detalles en Apéndice C).

En las siguientes secciones, compararemos los desplazamientos  $U_{GPS}$  y  $V_{GPS}$  con los respectivos movimientos resultantes de la modelación, para un trade-off de los parámetros del modelo. Pero mostrando sólo los perfiles obtenidos con la fosa  $F1$  en esta parte del documento, pudiendo verse los correspondientes a  $F2$  en el Apéndice D.

---

<sup>1</sup>En particular, es necesario cambiar adicionalmente las velocidades intersísmicas desde el marco de referencia original centrado en la placa Sudamericana, a uno donde el manto sea fijo. Lo que se consigue representando el manto por medio de los hotspots y sumando entonces a las velocidades GPS la velocidad  ${}_{HS}\bar{V}_{SA}$  con que la placa Sudamericana se mueve respecto a los hotspots, obtenida desde el modelo HS2-Nuvel1A (Gripp & Gordon, 1990[11] y DeMets et al., 1994[8]).

Estación	$\phi_E$ [°]	$\lambda_E$ [°]	$v_e$ [mm/yr]	$v_n$ [mm/yr]	$v_z$ [mm/yr]
LLI (1)	-73.569	-37.192	42.54	14.69	-13
RAQ (2)	-73.436	-37.256	36.69	14.27	-12
CAP (3)	-73.272	-37.245	34.74	17.15	-8
LTA (4)	-73.142	-37.059	31.26	13.6	-9
PUL (5)	-72.942	-37.285	30.46	10.74	
LAJ (6)	-72.697	-37.255	26.19	10.24	2
SLT (7)	-72.384	-37.216	28.03	7.94	0
GUA (8)	-72.333	-37.346	23.28	6.21	-8
SGE (9)	-72.231	-37.393	24.27	6.45	12
MRC (10)	-71.955	-37.411	19.01	3.64	3
MIR (11)	-71.75	-37.330	16.97	2.2	-2
CLP (12)	-71.625	-37.336	17.21	1.09	16
LLA (13)	-71.344	-37.369	15.26	0.51	-3
STDO (a)	-73.55	-37.02	40.40	11.95	-8.85
STCA (b)	-73.53	-37.06	40.47	12.00	-5.19
LLIC (c)	-73.58	-37.19	40.37	11.52	-4.81
SAJU (d)	-72.93	-37.18	32.33	9.33	17.09
STJU (e)	-72.85	-37.21	27.64	7.90	5.48
UDEC (f)	-72.35	-37.47	21.66	6.63	-1.27
ANTC (g)	-71.53	-37.34	15.93	-0.78	0.25

Tabla 5.2: Estaciones GPS usadas, con sus posiciones (longitud  $\phi_E$ , latitud  $\lambda_E$ ) y las componentes Este  $v_e$ , Norte  $v_n$  y vertical  $v_z$  de sus velocidades intersísmicas relativas a la placa Sudamericana (Ruegg et al., 2009[40] y Moreno et al., 2011[32]).

Estación	$\phi_E$ [°]	$\lambda_E$ [°]	$d_e$ [mm]	$d_n$ [mm]	$d_z$ [mm]
STDO (a)	-73.55	-37.02	-4923.9	-410.6	1887.1
STCA (b)	-73.53	-37.06	-5162.7	-416.2	1412.3
LLIC (c)	-73.58	-37.19	-4696.8	-514.2	1603.2
SAJU (d)	-72.93	-37.18	-2650	-334.8	-473.2
STJU (e)	-72.85	-37.21	-2469.8	-199.7	-597.9
UDEC (f)	-72.35	-37.47	-1512.1	161	-339.2
ANTC (g)	-71.53	-37.34	-803.1	172.1	-29.8

Tabla 5.3: Estaciones GPS usadas, con sus posiciones (longitud  $\phi_E$ , latitud  $\lambda_E$ ) y las componentes Este  $d_e$ , Norte  $d_n$  y vertical  $d_z$  de sus desplazamientos cosísmicos relativos a la placa Sudamericana (Moreno et al., 2012[33]).

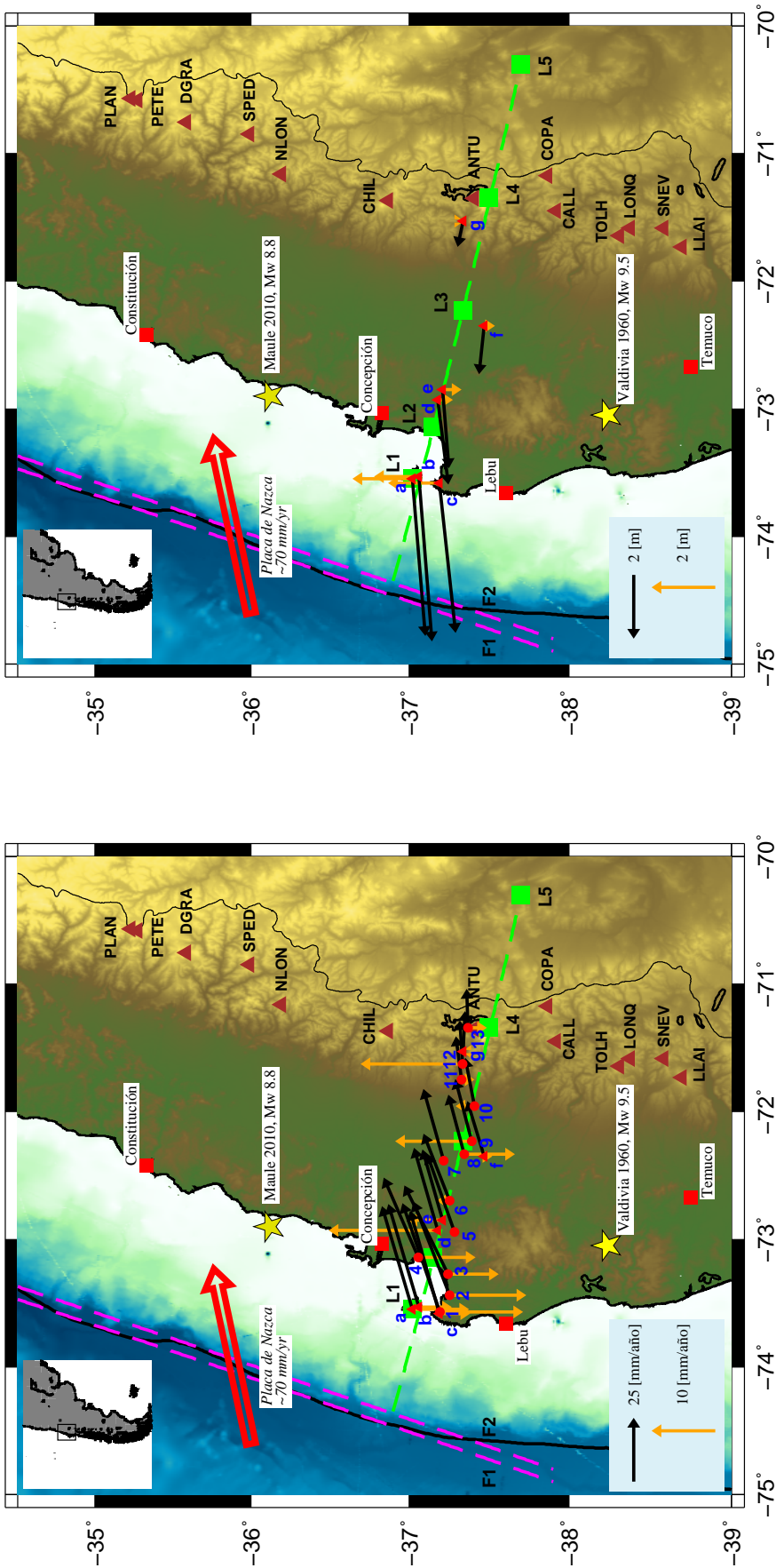


Figura 5.6: Distribución de estaciones GPS en la región de estudio y sus componentes de movimiento horizontal (vectores negros) y vertical (vectores naranjos). Un cuadro en la esquina inferior izquierda muestra la escala de magnitud correspondiente en cada caso. Dos rectas segmentadas de color verde y puntos sobre ella marcan los ajustes de la fosa utilizados. El perfil de estudio es indicado por una recta segmentada de color verde y puntos sobre ella marcan los ajustes de la fosa utilizados. Con triángulos de color café, se muestran los principales volcanes de la zona (PLANchón, PETEroa, Descabezado GRAnde, San PEDro, Nevado de LONGaví, CHILlán, ANTUco, COPAhue, CALLLaqui, TOLHuaca, LONQuimay, Sierra NEVada y LLAIma). a) (Izquierda) Velocidades intersísmicas medidas en las 20 estaciones GPS consideradas (tabla 5.2; Ruegg et al., 2009[40] y Moreno et al., 2011[32]). b) (Derecha) Desplazamientos cosísmicos medidos en 7 estaciones GPS (tabla 5.3; Moreno et al., 2012[33]).

### 5.2.2.1 Movimiento Horizontal. Trade-off.

Para el desplazamiento horizontal superficial  $U$  intersísmico, realizamos un trade-off de los tres parámetros ( $d_{lock}$ ,  $H$  y el ángulo de subducción  $dip$ ) que describen nuestro modelo ESPMM, variándolos, uno a la vez, en los siguientes rangos:

$$\begin{aligned} 16 &\leq dip[^{\circ}] \leq 24 \\ 40 &\leq d_{lock}[km] \leq 60 \\ 10 &\leq H[km] \leq 45 \end{aligned}$$

donde cabe destacar que al variar el ancho del *slab*  $H$ , también fue modificado el espesor de la placa continental, para mantener la condición de que éste sea  $2H$ .

Además, realizamos el mismo trade-off para el desplazamiento horizontal superficial  $U$  cosísmico, pero en este caso sólo respecto a los parámetros  $dip$  y  $d_{lock}$ , pues son éstos los que describen nuestro modelo SI.

En las siguientes figuras, se muestran los perfiles resultantes de los modelos para los distintos parámetros, junto a los datos obtenidos desde las estaciones GPS (círculos o triángulos según red a la que pertenecen) para los movimientos horizontales superficiales intersísmicos (figuras 5.7 y D.1) y cosísmicos (figuras 5.8 y D.2). Para los perfiles modelados, se observan las soluciones sin daño (curvas continuas) y con el máximo daño considerado (curvas segmentadas), asociadas a los valores inferior, medio y superior del rango de variación de cada parámetro (curvas amarillas, azules y moradas, respectivamente). Donde las curvas asociadas a los valores inferior y superior de cada rango encierran a otras curvas, no mostradas aquí, correspondientes a los demás valores intermedios de los parámetros (aparte del valor medio).

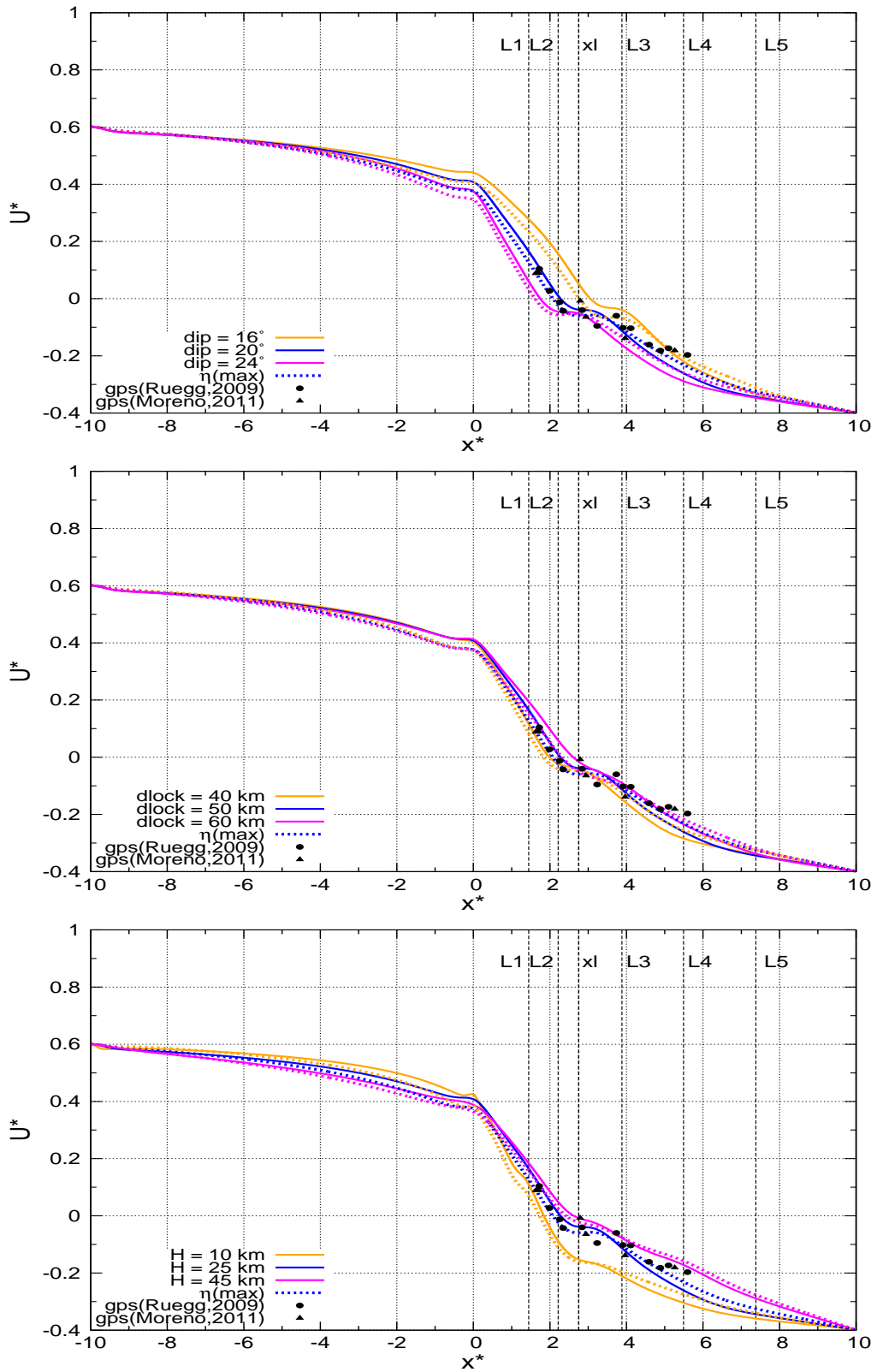


Figura 5.7: Trade-off del movimiento horizontal para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa  $F1$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Centro)  $d_{lock}$  variable. c) (Abajo)  $H$  variable.

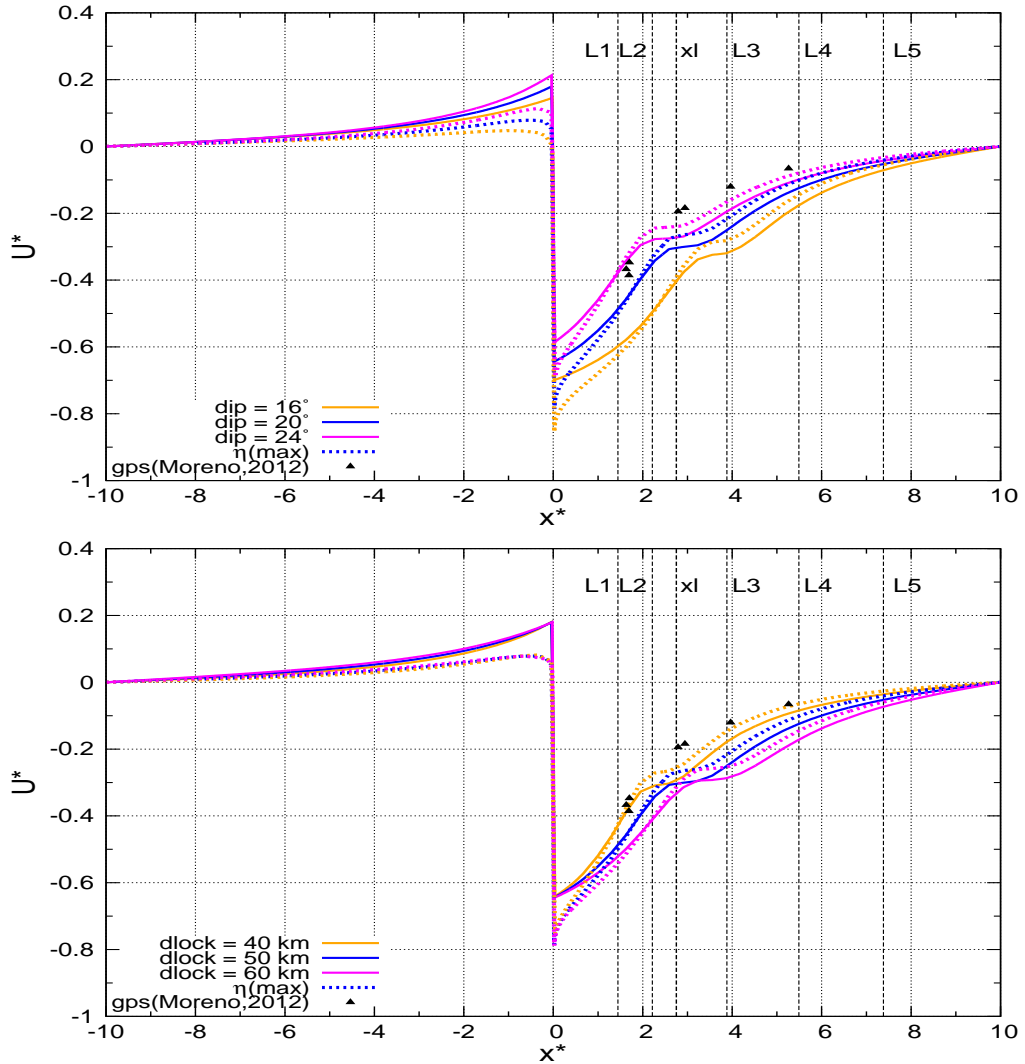


Figura 5.8: Trade-off del movimiento horizontal para la etapa cosísmica (modelo SI) y fosa  $F1$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Abajo)  $d_{lock}$  variable.

En primer lugar, podemos apreciar que para la etapa intersísmica (figuras 5.7 y D.1), la magnitud del desplazamiento horizontal hacia el continente (hacia el océano) aumenta (disminuye) con el aumento de la profundidad del *downdip limit*  $d_{lock}$  y del ancho del *slab*  $H$ , mientras que disminuye (aumenta) al crecer el ángulo de subducción  $dip$ . La misma tendencia que en el movimiento intersísmico hacia el continente ( $U > 0$ ) se aprecia en la etapa cosísmica (figuras 5.8 y D.2) para la magnitud del movimiento hacia el mar ( $U < 0$ ), respecto a los parámetros  $d_{lock}$  y  $dip$ , que describen el modelo en este periodo. Siendo las características mencionadas observables principalmente al Este de la fosa. Un aumento de la magnitud del daño, en tanto, modifica ligeramente cada curva, aumentando la intensidad del movimiento en ciertas zonas del perfil y



disminuyéndola en otras.

Por su parte, la relación existente entre los desplazamientos horizontales observados desde las estaciones GPS ( $U_{GPS}$ ) y aquellos obtenidos de los modelos ESPMM y SI para diferentes parámetros, puede analizarse calculando los valores del error RMS dado por

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_{mod}^i - U_{GPS}^i)^2}{n}} \quad (5.7)$$

donde  $U_{mod}$  son los movimientos horizontales modelados y  $n$  es el número de observaciones consideradas. El RMS es una medida de la dispersión de los valores modelados respecto a los observados y, mientras menor sea su valor, menor también es dicha dispersión, es decir, más cercanía existe entre los resultados del modelo y los datos. Las figuras 5.9 y 5.10 muestran los valores del RMS para los distintos parámetros de los modelos ESPMM (intersísmico) y SI (cosísmico), correspondientes a la ausencia ( $\eta = 0$ ) y presencia de daño ( $\eta^* = \eta_{max}^* = 0.9$ ), donde el color de cada barra indica el caso del mismo color de curva en las figuras 5.7, 5.8, D.1 y D.2.

A partir de lo observado en la figura 5.7, 5.8 y de los valores RMS en la figura 5.9a,b, correspondientes a una fosa ajustada por  $F1$  (más cercana a la fosa real frente a la península de Arauco), vemos en el caso del  $dip$  que, para un mismo daño, tanto en el intersísmico como en el cosísmico las curvas resultantes de la modelación son más cercanas a las observaciones para valores intermedios a altos del parámetro ( $20 \leq dip [^\circ] \leq 24$ ). Apreciándose también en ambos periodos y para todos los valores del  $dip$ , un RMS que disminuye con el aumento del daño.

En el caso de la profundidad  $d_{lock}$  (figuras 5.7, 5.8 5.9c,d), se mantiene la tendencia en que, para un mismo valor del parámetro, el RMS disminuye al crecer el daño en ambas etapas del ciclo sísmico. Observándose, por otro lado, una divergencia en cuánto al rango de valores del parámetro donde se aprecian los menores RMS (la menor dispersión), produciéndose éstos para valores intermedios a altos ( $50 \leq d_{lock} [km] \leq 60$ ) en el intersísmico, pero para valores intermedios a bajos ( $40 \leq d_{lock} [km] \leq 50$ ) en el cosísmico.

En cuanto al ancho del *slab*  $H$ , sólo presente en el modelo intersísmico ESPMM, desde las figuras 5.7 y 5.9e vemos que se obtiene un mayor acuerdo

entre modelo y observaciones para valores intermedios a altos del parámetro ( $25 \leq H [km] \leq 45$ ). Y que para un mismo valor de éste, dentro de dicho rango, el RMS nuevamente disminuye al aumentar la magnitud del daño.

Según las figuras 5.10a-e, D.1 y D.2, para una fosa ajustada por  $F2$  (más cercana a la fosa real frente a la zona del epicentro del terremoto del 27-F), en tanto, prácticamente todas las tendencias anteriores se mantienen, salvo la que muestra el  $d_{lock}$  en el periodo intersísmico, ya que en este caso, tanto para esta etapa como para el cosísmico, una menor dispersión entre observaciones y modelo se encuentra para  $40 \leq d_{lock} [km] \leq 50$ . Pero manteniéndose, respecto a lo encontrado para una fosa ajustada por  $F1$ , la disminución del RMS con el aumento del daño, para un mismo  $d_{lock}$ .

En resumen, para ambos ajustes de la fosa las tendencias encontradas definen rangos similares de los parámetros  $dip$  y  $H$  donde los modelos (ESPMM y SI) describen desplazamientos horizontales más ajustables a los  $U_{GPS}$ , lo que no es posible establecer con claridad para  $d_{lock}$ . Por otra parte, una importante característica observada para todos los parámetros considerados indicaría que un aumento de la magnitud del daño conlleva una disminución de la dispersión entre los resultados de los modelos y las observaciones.

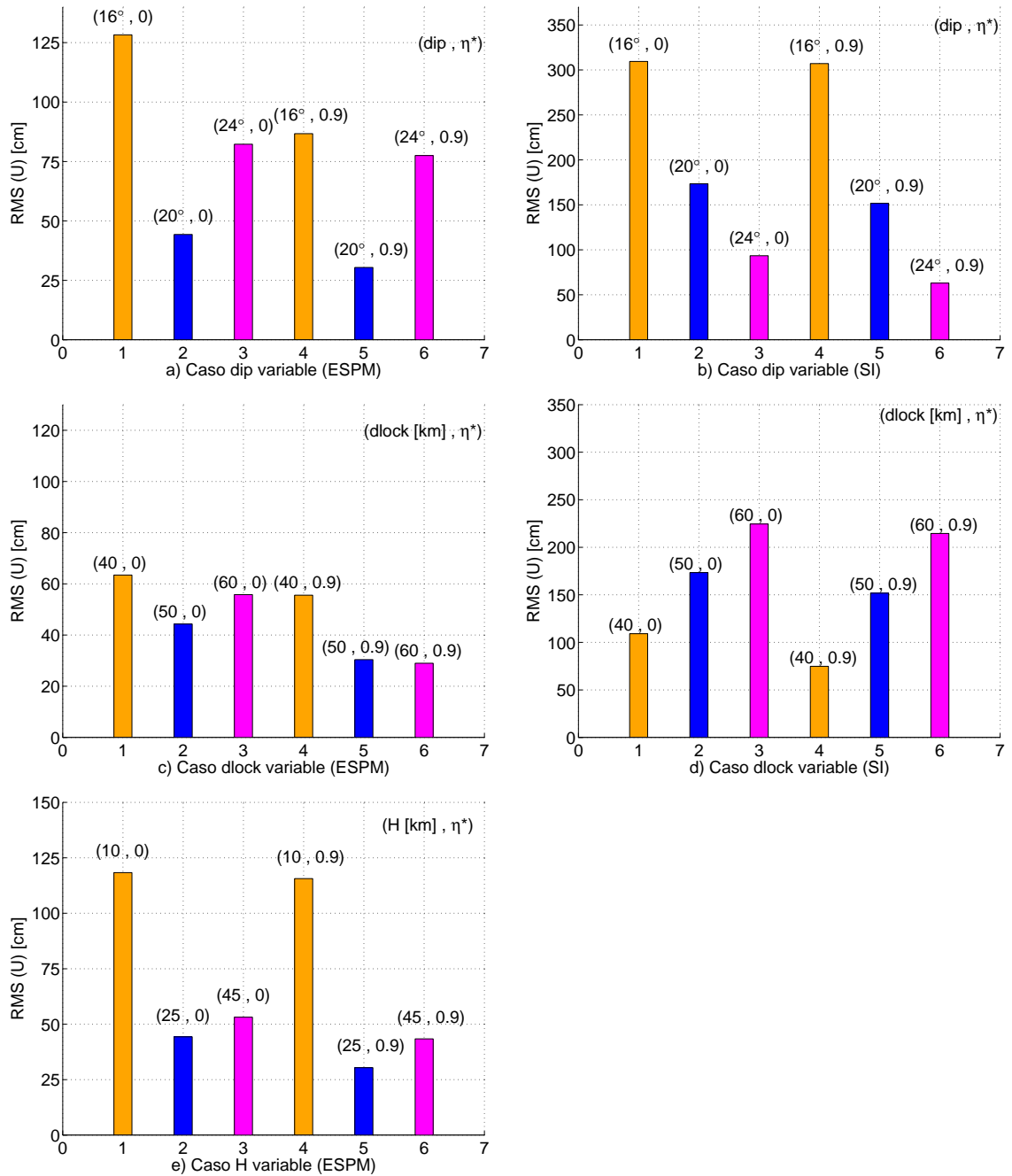


Figura 5.9: Errores RMS en el trade-off del desplazamiento horizontal (fosa  $F1$ ), en la etapa intersísmica (modelo ESPMM) para: a)  $dip$  variable, c)  $d_{lock}$  variable, e)  $H$  variable. Y en la etapa cosísmica (modelo SI) para: b)  $dip$  variable, d)  $d_{lock}$  variable.

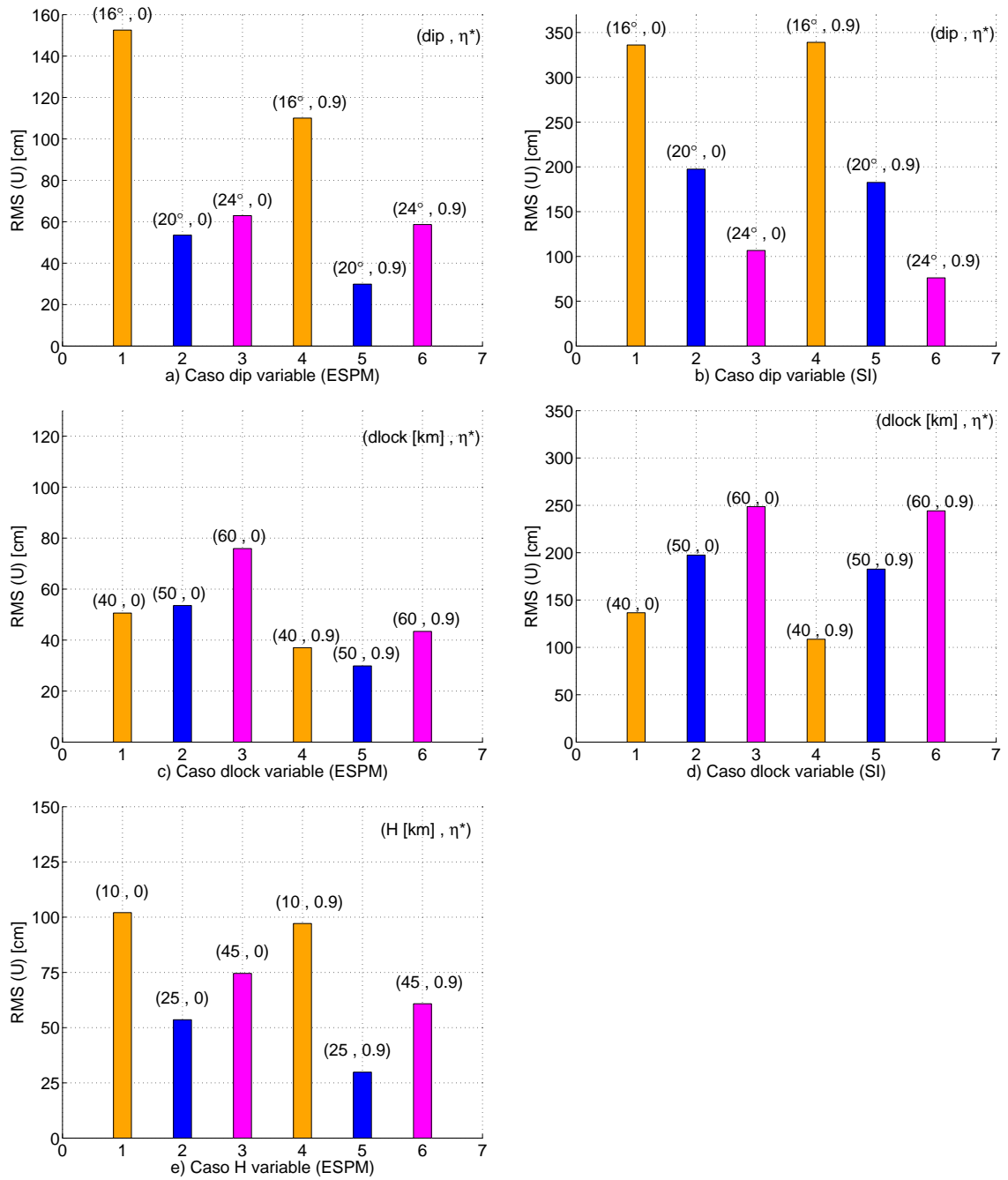


Figura 5.10: Errores RMS en el trade-off del desplazamiento horizontal (fosa  $F2$ ), en la etapa intersísmica (modelo ESPMM) para: a)  $dip$  variable, c)  $d_{lock}$  variable, e)  $H$  variable. Y en la etapa cosísmica (modelo SI) para: b)  $dip$  variable, d)  $d_{lock}$  variable.

### 5.2.2.2 Movimiento Vertical. Trade-off.

Consideremos ahora las figuras 5.11 y D.3, en ellas se muestran para el movimiento vertical intersísmico los mismos tres tipos de perfiles obtenidos antes para el movimiento horizontal (con iguales rangos de variación de los parámetros del modelo y con los colores denotando los mismos tipos de curvas). Para empezar podemos apreciar algunas tendencias generales de las curvas frente a la variación de los parámetros, mejor observadas en la porción del perfil al Este de la fosa. Así es como, con un aumento del  $dip$ , las curvas se desplazan desde el continente hacia la fosa, prácticamente manteniendo sus magnitudes en las zonas de mayores subsidencias ( $V < 0$ ), pero disminuyéndolas en los *peaks* de alzamientos ( $V > 0$ ). Al crecer  $d_{lock}$ , las curvas se desplazan desde la fosa hacia el continente, con el mismo comportamiento anterior para los principales alzamientos y subsidencias. Por último, con un incremento de  $H$ , las curvas varían principalmente en magnitud, siendo nuevamente más afectados los alzamientos, pero esta vez aumentando primero y luego volviendo a disminuir para un  $H$  mayor. En la etapa cosísmica (figuras 5.12 y D.4), en tanto, se producen tendencias similares (para los parámetros  $dip$  y  $d_{lock}$ ) a las ya mencionadas, pero ocurriendo para los alzamientos los cambios que se producían para las subsidencias, y viceversa.

Si vemos nuevamente las figuras 5.11 y D.3, en ellas podemos apreciar cómo los desplazamientos verticales intersísmicos de las estaciones GPS ( $V_{GPS}$ ) parecen altamente dispersos, lo que sin duda en gran parte se debe a que las velocidades GPS verticales no son determinadas con tanta precisión como las horizontales (Ruegg, 2009 [40]). Lo que a priori hace impreciso cualquier intento de establecer algún tipo de ajuste entre los resultados del modelo y estas observaciones.

En efecto, si bien podemos ver que los  $V_{GPS}$  en su mayoría siguen la tendencia de ser negativos (indicando subsidencia) en la región costera (entre  $L1$  y  $L2$ ) y positivos (indicando alzamiento) en la zona más cercana a la depresión intermedia (entre  $L2$  y  $L4$ ), y que este comportamiento es similar al que muestran todas las soluciones modeladas, los  $V_{GPS}$  muestran una dispersión tal a lo largo del perfil que están distribuidos en todo o incluso fuera del rango de variación de los diferentes parámetros del modelo. Lo que no permite establecer con claridad para qué valor o rango de valores de los diferentes parámetros se obtienen curvas razonablemente cercanas a los datos. De igual manera, también es complejo establecer algún tipo de tendencia entre las observaciones y el efecto

del daño en este periodo de tiempo.

En la etapa cosísmica (figuras 5.12 y D.4), por su parte, los  $V_{GPS}$  parecen estar más constreñidos por curvas con parámetros en los rangos  $20 \leq dip [^\circ] \leq 24$  y  $40 \leq d_{lock} [km] \leq 50$ . Rangos que coincidirían, para ambos parámetros, con los que muestran menores RMS para el trade-off del desplazamiento horizontal, durante el mismo periodo.

De cualquier forma, considerando la menor precisión que existe en la medición del movimiento vertical comparado con el horizontal en las estaciones GPS y teniendo en cuenta lo discutido antes para el trade-off del movimiento horizontal, no es posible establecer valores precisos de los parámetros para los cuales nuestros modelos se ajusten mejor a las observaciones. Es por ello que para realizar la modelación, finalmente hemos escogido los valores intermedios  $dip = 20^\circ$ ,  $d_{lock} = 50 km$  y  $H = 25 km$ , que dentro de los rangos de variación de los diferentes parámetros satisfacen las distintas tendencias observadas.

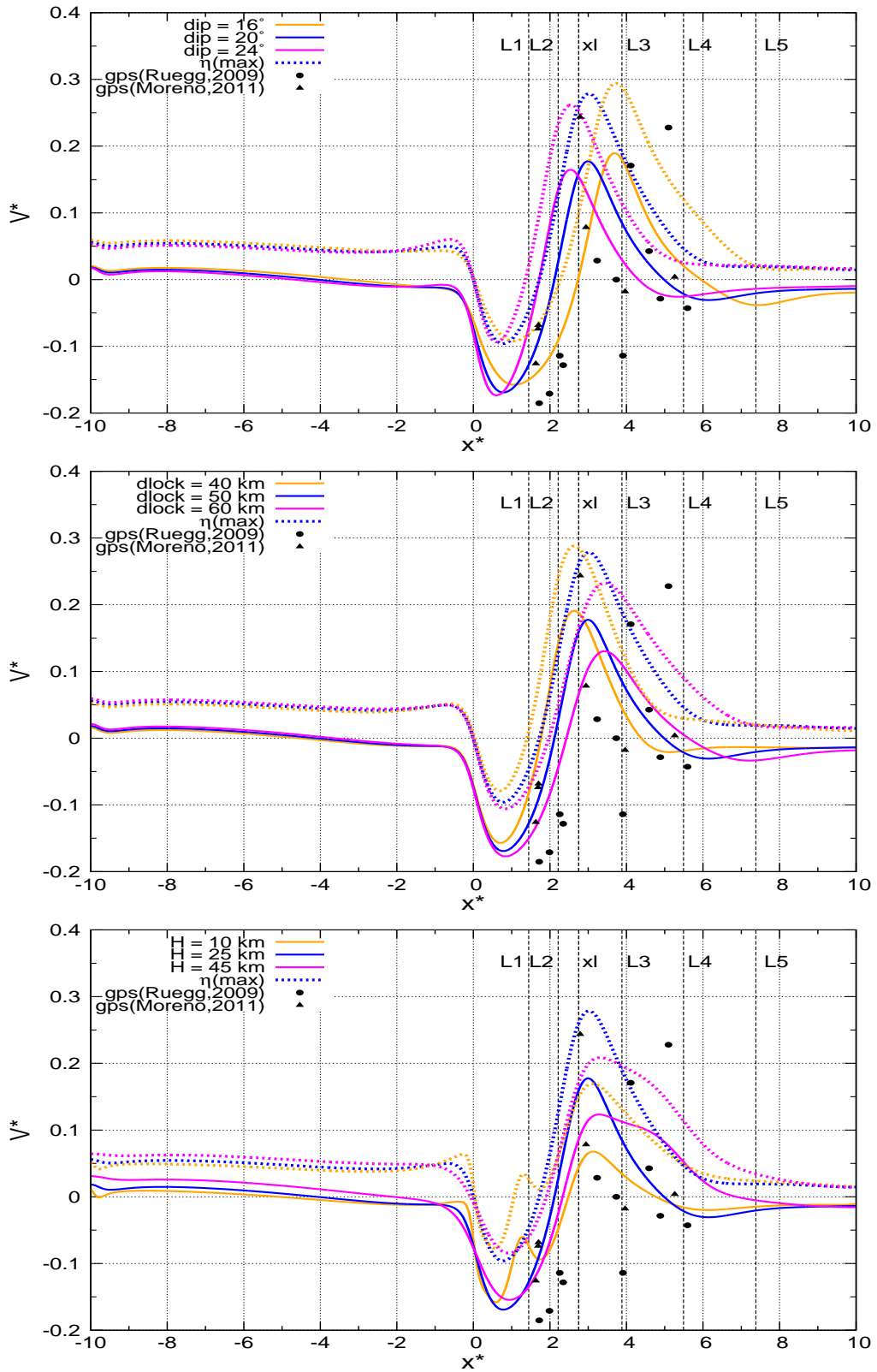


Figura 5.11: Trade-off del movimiento vertical para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa  $F1$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Centro)  $d_{lock}$  variable. c) (Abajo)  $H$  variable.

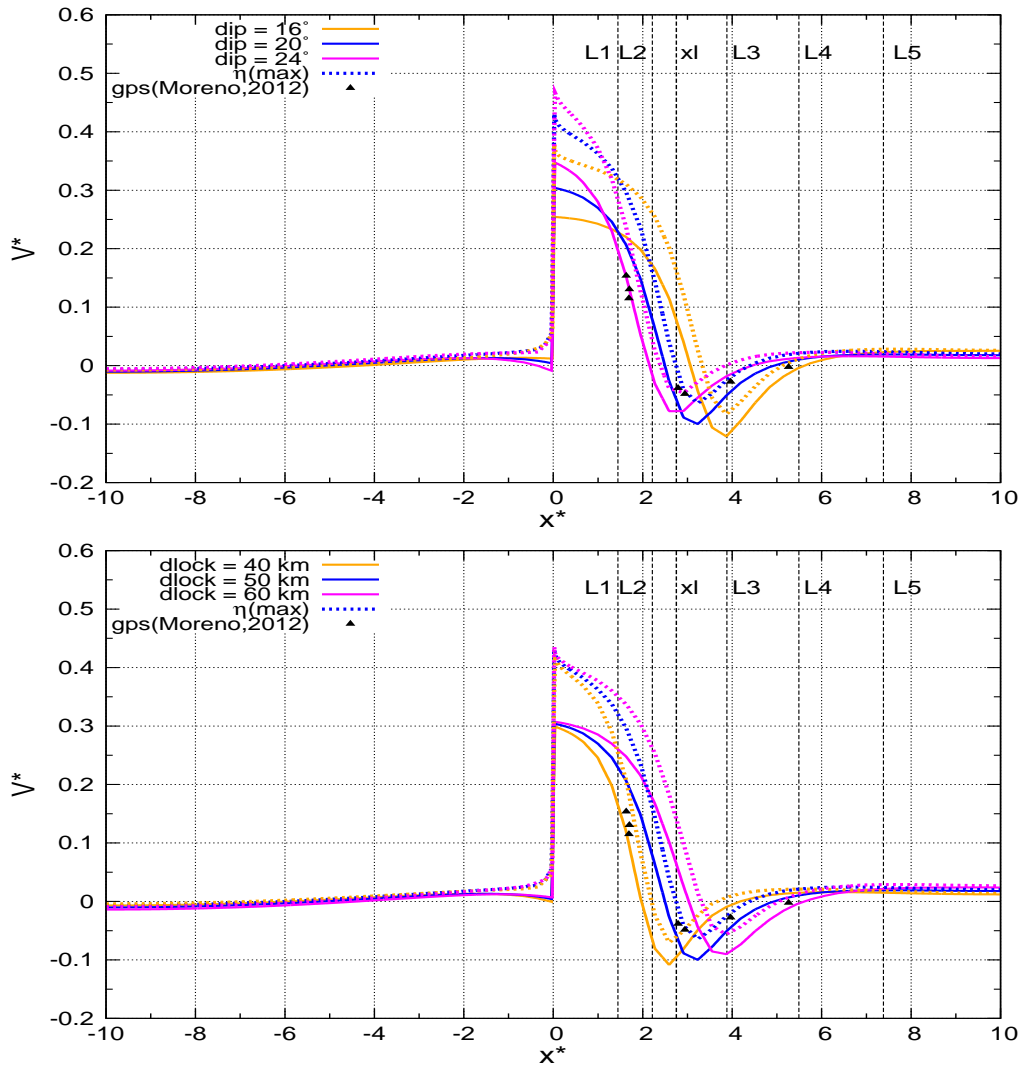


Figura 5.12: Trade-off del movimiento vertical para la etapa cósmica (modelo SI) y fosa  $F1$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Abajo)  $d_{lock}$  variable.



### 5.2.3 Comparación con soluciones analíticas.

Después de analizar la estabilidad del código y una vez escogidos los parámetros a utilizar en la modelación, a continuación validaremos los perfiles resultantes de nuestro modelo (BSM) para el movimiento superficial horizontal y vertical, obtenidos con un medio sin daño, comparándolos con los correspondientes perfiles encontrados utilizando las soluciones analíticas postuladas por Okada (1985)[36] para una falla rectangular finita de tipo *dip-slip*, como la utilizada en nuestro modelo.

Para ello, consideramos una adaptación de la geometría de la falla rectangular descrita por Okada (figura 1 en Okada, 1985)[36] a la geometría de la zona de subducción chilena, dada por la figura 5.13.

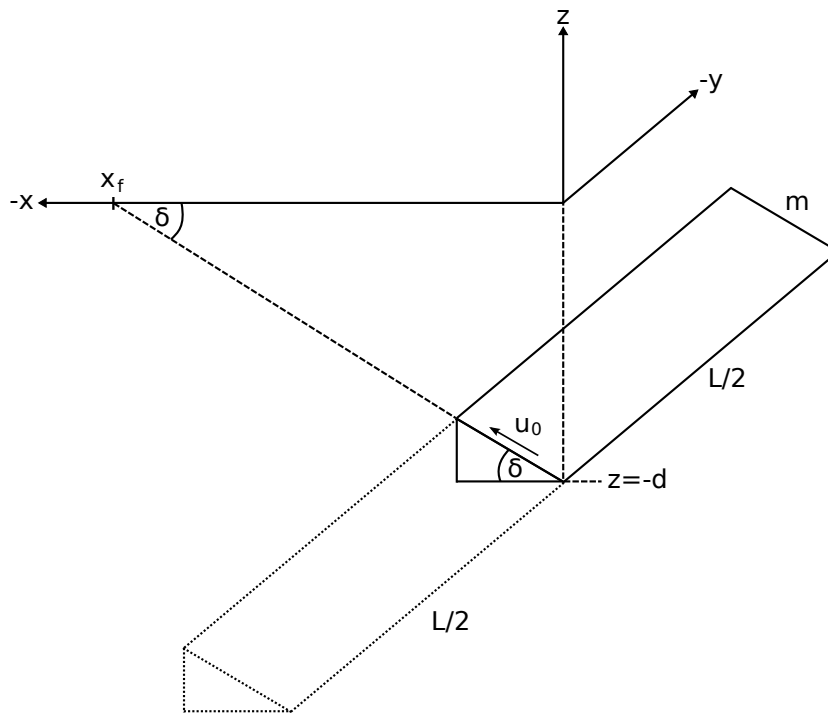


Figura 5.13: Geometría de una falla rectangular finita tipo Okada (1985)[36], adaptada a la zona de subducción chilena. La falla es descrita por el ángulo de subducción  $\delta$ , la profundidad hasta el *downdip limit*  $d$ , su ancho  $m$ , su largo  $L$  y el *slip*  $u_0$  sobre ella.

La dislocación existente en nuestro modelo BSM, extendida desde  $z = -d$  hasta la superficie ( $z = 0$ ), es representada entonces por la falla descrita en la figura 5.13 con parámetros  $\delta = 20^\circ$ ,  $d = 50 \text{ km}$  y  $m = d / \sin 20^\circ \approx 146 \text{ km}$ . En tanto que la normalización respecto al *slip* total interísmico  $U_p$  se consigue con  $u_0 = 1$ . La figura 5.14 muestra las soluciones analíticas de Okada (curvas de color azul) para este tipo de falla con cuatro valores de  $L$  y los perfiles

obtenidos de nuestro modelo BSM (curvas de color rojo y anaranjado) para diferentes condiciones de borde (ver tabla 5.4).

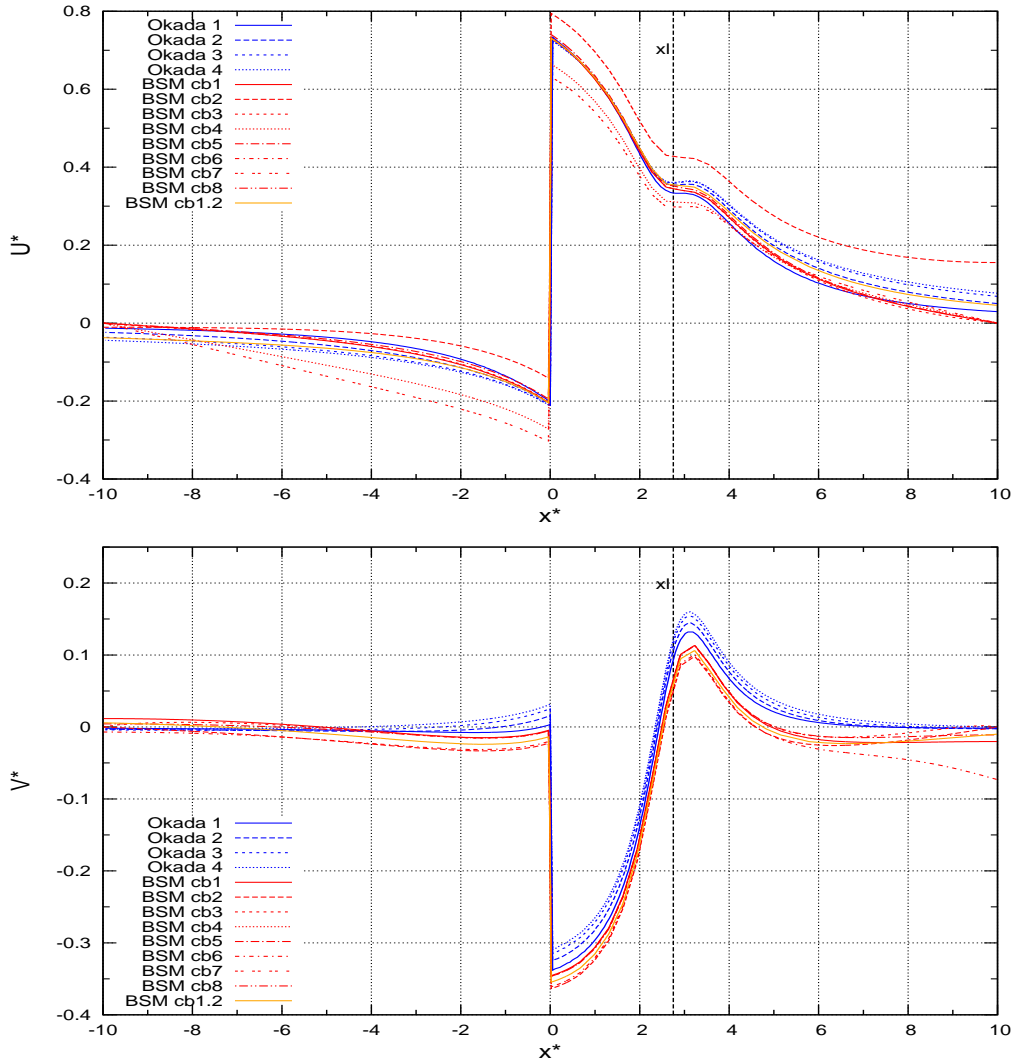


Figura 5.14: Movimientos horizontal (arriba) y vertical (abajo) superficiales obtenidos desde soluciones analíticas de Okada (curvas azules) y perfiles de nuestro modelo BSM (curvas rojas y morada), para parámetros de falla:  $\delta = dip = 20^\circ$ ,  $d = d_{lock} = 50 km$ ,  $m \approx 146 km$  y  $u_0 = 1$ . Se muestran 4 soluciones analíticas, para  $L = 250 km$  (Okada 1),  $L = 500 km$  (Okada 2),  $L = 1000 km$  (Okada 3) y ,  $L = 2000 km$  (Okada 4). Junto con perfiles modelados para 8 tipos de condiciones de borde (ver tabla 5.4)

Tipo CB	CB lateral	CB inferior
cb1	$U = 0$	$V = 0$
cb1.2	cb1 ( $-1000 \leq x[km] \leq 1000$ )	
cb2	$V = 0$	$V = 0$
cb3	$U, V = 0$	$V = 0$
cb4	$U = 0$	$U = 0$
cb5	$U = 0$	$U, V = 0$
cb6	libre	$V = 0$
cb7	$U = 0$	libre
cb8	libre	libre

Tabla 5.4: Condiciones de borde (CB) usadas para los perfiles BSM de la figura 5.14

De la figura 5.14 y según la tabla 5.4, vemos que entre las curvas obtenidas para el BSM, las que muestran un mayor acuerdo con las soluciones de Okada (cb1, cb1.2, cb3 y cb5) son aquellas cuyas condiciones de borde satisfacen simultáneamente que  $U = 0$  en los bordes laterales y  $V = 0$  en el borde inferior del dominio. Por el contrario, en los casos en que  $U$  y/o  $V$  permanecen libres de condiciones de borde en las paredes inferior o laterales del dominio (cb6, cb7 y cb8), la componente del movimiento respectiva sufre un notable aumento, quedando fuera de la escala de las soluciones de Okada mostradas en la figura 5.14.

Ahora bien, dentro de los perfiles modelados más acordes a las soluciones de Okada, notamos de la figura 5.14 que un aumento de las dimensiones laterales del dominio, como el observado para la condición cb1.2 respecto de la cb1, refleja un corrimiento de los desplazamientos horizontales hacia aquellos obtenidos para soluciones de Okada derivadas de fallas más largas ( $L \gtrsim 500 km$ ), que es más notorio al alejarse de la fosa. Mientras que este efecto se reduce lejos de los límites laterales del dominio, donde llegan a ser equivalentes ambas condiciones de borde. De acuerdo a esto y considerando que el largo de la ruptura ocurrida en el terremoto Mw 8.8 del Maule fue de aproximadamente  $600 km$ , en la región de nuestro interés, más cercana a la fosa, la condición de borde cb1 utilizada en nuestros modelos resulta ser apropiada.

## 5.3 Perfiles de Movimiento Horizontal.

Comenzamos considerando los perfiles en superficie obtenidos para el movimiento horizontal  $U$  del medio.

### 5.3.1 Soluciones Hooke para BSM, ESPMM y SI.

De la figura 5.15a, observamos en primer lugar que, desde la fosa hacia el continente, las soluciones Hooke para el movimiento horizontal obtenidas a partir de los modelos BSM y ESPMM son bastante similares en forma, pero con distintas magnitudes. Siendo en esta parte del perfil el movimiento horizontal completamente hacia el continente ( $U > 0$ ) para el BSM, pero mostrando también movimiento hacia la fosa ( $U < 0$ ) para el ESPMM.

Por otro lado, desde la fosa hacia el mar, mientras en el BSM hay un movimiento hacia el mar ( $U < 0$ ), en el ESPMM se observa un desplazamiento hacia el continente ( $U > 0$ ) asociado a la velocidad  $_{HS}V_{NZ}$  con que la placa de Nazca, con espesor finito, converge hacia la Sudamericana, respecto al manto.

Además, notamos de la tabla 5.5 que los máximos del movimiento hacia el continente son de  $U \approx 898 \text{ cm}$  en  $x = 1 \text{ km}$  para el BSM y de  $U \approx 738 \text{ cm}$  en  $x = -500 \text{ km}$  para el ESPMM. Mientras que para el movimiento hacia el mar, el BSM presenta un máximo de  $U \approx -250 \text{ cm}$  en  $x = -2 \text{ km}$ , mientras el ESPMM uno de  $U \approx -490 \text{ cm}$  en  $x = 500 \text{ km}$ .

Comparando ahora las curvas de las figuras 5.15a y 5.15b, y según las magnitudes del movimiento horizontal, la solución para el *slip* inverso (SI) parece ser la misma que aquella para el BSM, pero reflejada en torno al eje de las abscisas. Para el SI entonces, ahora  $U$  disminuye en magnitud desde un valor negativo justo al Este de la fosa hasta hacerse cero lejos de ella, en dirección del continente, observándose aquí entonces un movimiento hacia el Oeste. Y disminuyendo desde un valor positivo justo al Oeste de la fosa hasta anularse lejos de ella, en dirección al mar, con lo que el movimiento en esta parte es hacia el Este. Correspondiendo los máximos de los desplazamientos dirigidos hacia el continente y hacia el mar, en magnitud ( $|U|$ ), a los respectivos desplazamientos máximos hacia el mar y hacia el continente del BSM.

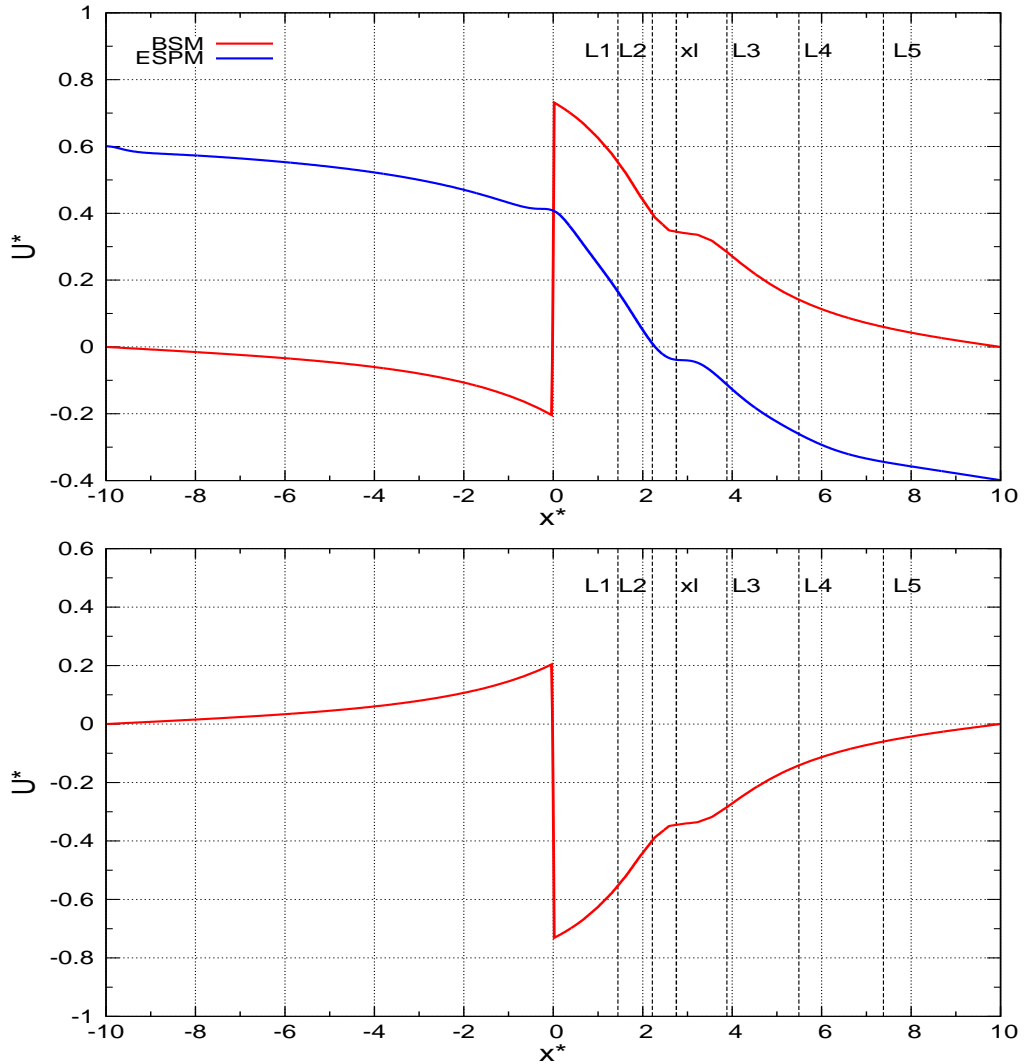


Figura 5.15: Perfiles de movimiento horizontal superficial obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. a) (Arriba) Modelos intersísmicos BSM (curva roja) y ESPMM (curva azul). b) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

### 5.3.2 Soluciones neo-Hooke para BSM, ESPMM y SI.

Ahora consideremos las soluciones neo-Hooke obtenidas para los modelos BSM, ESPMM y SI. Podemos apreciar el efecto del daño en el movimiento horizontal en los perfiles de las figuras 5.16a,b y c, respectivamente.

En el caso del BSM (figura 5.16a), vemos que al Oeste de la fosa  $U$  aumenta en magnitud con el (aumento del) daño, incrementándose el movimiento negativo ( $U < 0$ ). Crecimiento más notorio cerca de la fosa, pero casi indistinguible cerca del borde izquierdo del dominio. Desde la fosa hacia el continente, en cambio, se aprecian dos comportamientos diferentes separados en  $x^* \approx 1.5$ . Mientras

en  $0 < x^* \lesssim 1.5$  el movimiento positivo ( $U > 0$ ) disminuye con el daño, en  $x^* \gtrsim 1.5$  aumenta.

Además, en presencia de daño el movimiento hacia el continente tiene un máximo (ver tabla 5.5) de  $U \approx 885 \text{ cm}$  obtenido para el menor daño ( $\eta = 0.1 \times 10^{10} \text{ Pa}$ ), que está ubicado levemente al Este del máximo respectivo del caso Hooke y es ligeramente inferior a éste. Por otra parte, para el movimiento hacia el mar, el daño no varía la ubicación de su máximo respecto al caso Hooke, pero incrementa su magnitud casi en un 70%, siendo ahora de  $U \approx -420 \text{ cm}$ , para el mayor valor del daño.

Los perfiles resultantes de las soluciones neo-Hooke para el modelo ESPMM pueden verse en la figura 5.16b. Donde podemos ver que a lo largo de casi todo el perfil, el aumento del daño hace que la magnitud de  $U$  disminuya, salvo en una pequeña región aproximadamente entre  $L2$  y  $x_{lock}^*$ , donde el movimiento hacia el mar se intensifica con el daño. Para el caso neo-Hooke, este modelo muestra los mismos máximos de movimiento hacia el continente y hacia el océano que en el caso Hooke, ubicados en los extremos izquierdo y derecho del dominio, respectivamente.

Observando la figura 5.16c, a simple vista podría pensarse en que el efecto del daño en el caso del SI es, en cuanto a magnitud de movimiento, “similar” al producido en el BSM, en el sentido que las soluciones neo-Hooke en éste último modelo sean el reflejo (en torno al eje  $x$ ) de las correspondientes al SI. Es decir, que en las mismas zonas  $|U|$  aumentara (o disminuiría) con el daño tanto para el SI como para el BSM. Pero la no-linealidad del problema hace que no sea éste el caso, pues  $|U|$  tiene el comportamiento inverso con respecto al daño para el SI y el BSM, en regiones aproximadamente iguales. Es así que para el SI un aumento del daño hace que el movimiento positivo disminuya desde la fosa al Oeste y, hacia el Este, que el movimiento negativo aumente más cerca de la fosa ( $0 < x^* \lesssim 1.8$ ), pero disminuya al alejarse de ella ( $x^* \gtrsim 1.8$ ).

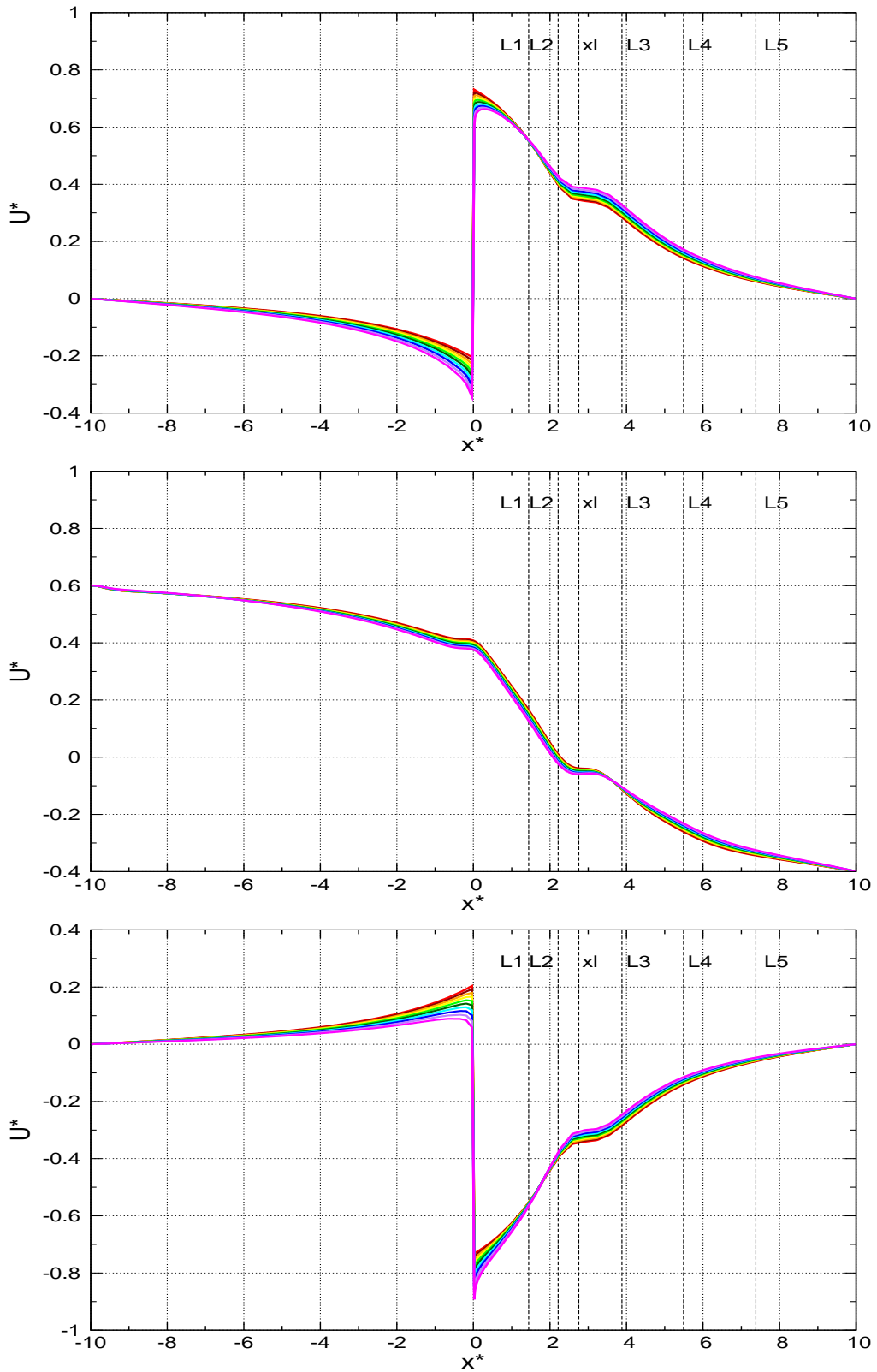


Figura 5.16: Perfiles de movimiento horizontal superficial obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. a) (Arriba) Modelo intersísmico BSM. b) (Centro) Modelo intersísmico ESPMM. c) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

Lo anterior queda en evidencia observando que para el SI, el daño hace que el máximo movimiento hacia el continente disminuya (comparado con el máximo del caso Hooke) a  $U \approx 236 \text{ cm}$  para el menor daño, en el mismo punto en que para el BSM el daño incrementa el máximo movimiento hacia el mar (ver tabla 5.5). Análogamente, para este modelo la presencia de daño produce un aumento del movimiento máximo hacia el mar a  $U \approx -1096 \text{ cm}$  para el mayor daño, en la misma región en que para el BSM el máximo movimiento hacia el continente disminuye con el daño.

### 5.3.3 Residual BSM + SI.

La no-linealidad del efecto del daño queda de manifiesto en el perfil de la figura 5.17, que representa la “diferencia” entre las componentes  $U$  obtenidas para el BSM y para el SI, que llamaremos  $U_1^R$  ( $U$  residual). Pero ya que los movimientos horizontales obtenidos de los dos modelos son opuestos en signo, lo que en realidad se ha calculado es la suma de ambos movimientos. De manera que el signo resultante de esta operación indica la prevalencia de un tipo de desplazamiento sobre el otro, cuantificada por la magnitud del resultado.

De acuerdo a lo anterior, inmediatamente notamos que  $U_1^R = 0$  en toda la superficie para las soluciones Hooke (curva roja), lo que indica que en este caso el *slip* normal del BSM y el *slip* inverso producen exactamente el mismo movimiento horizontal, pero en sentido opuesto.

Siguiendo con el análisis, vemos por ejemplo que al Oeste de la fosa, para todas las curvas residuales de las soluciones neo-Hooke el movimiento es hacia el mar ( $U_1^R < 0$ ) y de magnitud creciente con el daño. Considerando las figuras 5.16a y 5.16c, vemos que en esta zona  $U < 0$  para el BSM y  $U > 0$  para el SI, de donde concluimos que aquí el movimiento horizontal debido al *slip* normal prevalece sobre el producido por *slip* inverso.



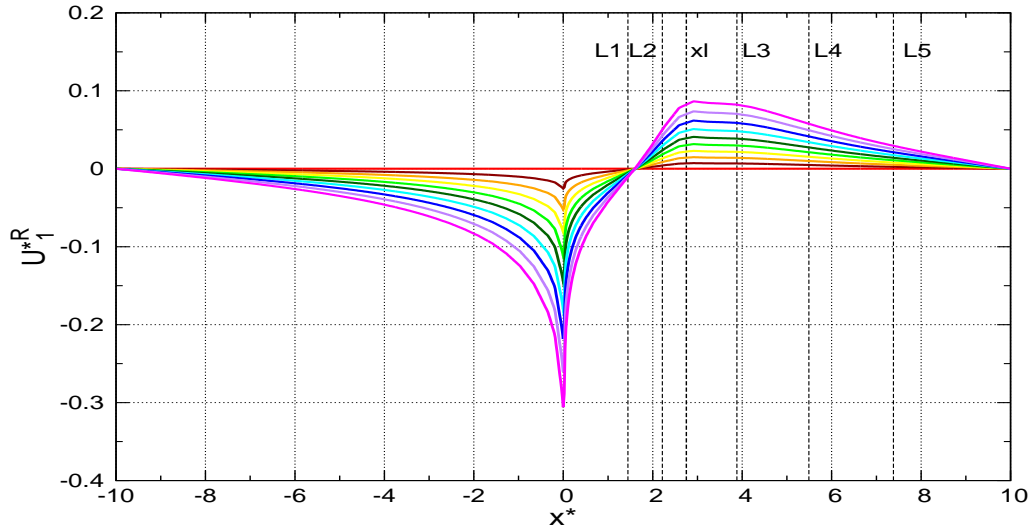


Figura 5.17: Perfil de movimiento horizontal superficial residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI.

Por otra parte, en la región al Este de la fosa, se dan dos casos, según los valores de  $U$  encontrados para el BSM ( $U > 0$ ) y el SI ( $U < 0$ ), y debido al cambio de signo de  $U_1^R$  ocurrido en  $x^* \approx 1.6$ , pero siempre intensificándose el efecto producido al aumentar el daño. Así es como en un primer intervalo ( $0 \leq x^* \lesssim 1.6$ )  $U_1^R < 0$ , por lo que prevalece el efecto del *slip* inverso en el movimiento horizontal. Y en el segundo intervalo ( $x^* \gtrsim 1.6$ )  $U_1^R > 0$ , por lo que la influencia del *slip* normal es mayor. Obviamente, donde  $U_1^R > 0$  el movimiento residual es hacia el continente y donde  $U_1^R < 0$  dicho movimiento es hacia el mar. Siendo este último en general más intenso en magnitud, diferencia que crece al aumentar el daño.

En tanto, los máximos movimientos residuales hacia el continente y hacia el océano se obtienen para el mayor daño ( $\eta = 0.9 \times 10^{10} Pa$ ) y son de  $U \approx 106 cm$  (en las cercanías de  $x = x_{lock}$ ) y  $U \approx -376 cm$  (aproximadamente en la fosa), respectivamente.

### 5.3.4 Residual ESPMM + SI.

En la figura 5.18 podemos ver el resultado de la suma de los desplazamientos horizontales en superficie obtenidos para el ESPMM y el SI, que llamamos  $U_2^R$ . Al contrario de lo que sucede con el BSM, aquí  $U_2^R \neq 0$  para las soluciones de Hooke. En este caso, hacia el Oeste de la fosa  $U_2^R > 0$ , con valores asociados como vimos, a la velocidad  $_{HS}V_{NZ}$  con que la placa oceánica converge hacia

el continente. Al Este de la fosa, en tanto,  $U_2^R < 0$  con valores asociados a la velocidad  $_{HS}V_{SA}$  con que la placa continental converge hacia la fosa.

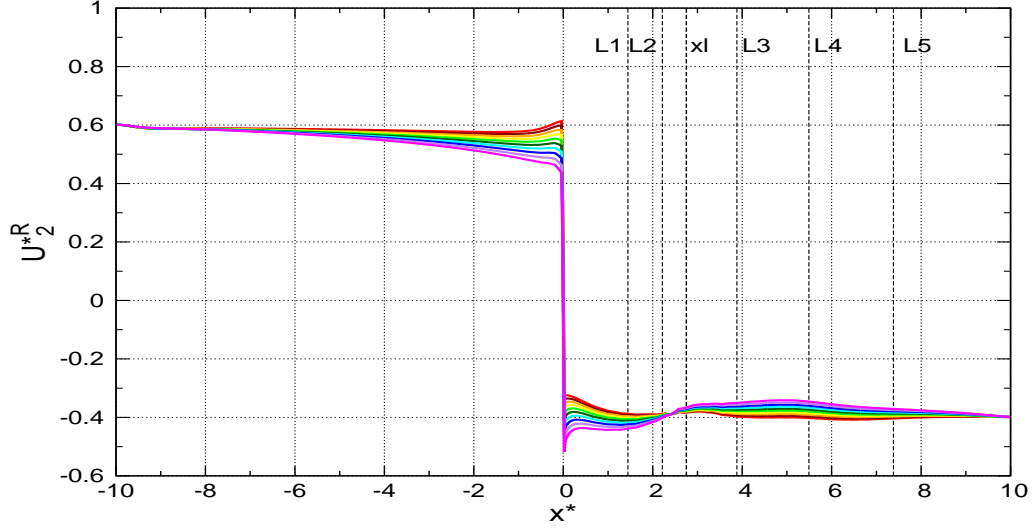


Figura 5.18: Perfil de movimiento horizontal superficial residual entre modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI.

En cuanto a las curvas residuales neo-Hooke, al Oeste de la fosa el movimiento horizontal es siempre hacia el continente, observándose que  $U_2^R$  disminuye con el aumento del daño, siendo más notoria esta característica más cerca de la fosa.

Al Este de la fosa, en cambio, el movimiento siempre es hacia el océano, mientras que para  $|U_2^R|$  se observan dos comportamientos, aumentando con el daño en  $0 < x^* \lesssim 2$  y disminuyendo con él en  $x^* \gtrsim 2$ . El límite ( $x^* \approx 2$ ) entre ambas zonas coincide aproximadamente con el punto del perfil donde el movimiento horizontal obtenido del ESPMM cambia de dirección (figura 5.16b), demarcando así una región ( $0 < x^* \lesssim 2$ ) con un predominio del movimiento del modelo SI por sobre el del ESPMM y otra ( $x^* \gtrsim 2$ ) donde ambos modelos aportan al movimiento hacia el océano.

Los máximos movimientos hacia el continente son de  $U \approx 754 \text{ cm}$  (justo al Oeste de la fosa) para el caso Hooke y de  $U \approx 738 \text{ cm}$  (en el borde izquierdo del dominio y para  $\eta^* = 0.1$ ) para el caso neo-Hooke, siendo este último  $\sim 2\%$  menor que el primero. Mientras que para el movimiento hacia el mar, los máximos de Hooke y neo-Hooke son respectivamente de  $U \approx -501 \text{ cm}$  (en  $x^* \approx 6.5$ ) y  $U \approx -636 \text{ cm}$  (justo al Este de la fosa, para  $\eta^* = 0.9$ ), siendo en magnitud el último  $\sim 27\%$  mayor que el primero.

máx	caso	BSM	ESPM	SI	BSM+SI	ESPM+SI
$U > 0$	HK	$U^* \approx 0.64 ; U \approx 898$ $x^* = 0.02 ; x = 1$	$U^* \approx 0.53 ; U \approx 738$ $x^* = -10 ; x = -500$	$U^* \approx 0.18 ; U \approx 250$ $x^* = -0.04 ; x = -2$		$(U^*)_2^R \approx 0.54 ; U_2^R \approx 754$ $x^* = -0.04 ; x = -2$
	NHK	$U^* \approx 0.63 ; U \approx 885$ $x^* = 0.04 ; x = 2$ $\eta^* = 0.1$	$U^* \approx 0.53 ; U \approx 738$ $x^* = -10 ; x = -500$ $\eta^* = 0.1$	$U^* \approx 0.17 ; U \approx 236$ $x^* = -0.04 ; x = -2$ $\eta^* = 0.1$	$(U^*)_1^R \approx 0.08 ; U_1^R \approx 106$ $x^* \approx 2.92 ; x = 146$ $\eta^* = 0.9$	$(U^*)_2^R \approx 0.53 ; U_2^R \approx 738$ $x^* = -10 ; x = -500$ $\eta^* = 0.1$
$U < 0$	HK	$U^* \approx -0.18 ; U \approx -250$ $x^* \approx -0.04 ; x = -2$	$U^* \approx -0.35 ; U \approx -490$ $x^* = 10 ; x = 500$	$U^* \approx -0.64 ; U \approx -898$ $x^* \approx 0.02 ; x = 1$		$(U^*)_2^R \approx -0.36 ; U_2^R \approx -501$ $x^* \approx 6.5 ; x = 325$
	NHK	$U^* \approx -0.3 ; U \approx -420$ $x^* = -0.04 ; x = -2$ $\eta^* = 0.9$	$U^* \approx -0.35 ; U \approx -490$ $x^* = 10 ; x = 500$ $\eta^* = 0.1$	$U^* \approx -0.79 ; U \approx -1096$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.9$	$(U^*)_1^R \approx -0.27 ; U_1^R \approx -376$ $x^* = 0 ; x = 0$ $\eta^* = 0.9$	$(U^*)_2^R \approx -0.46 ; U_2^R \approx -636$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.9$

Tabla 5.5: Valores máximos del movimiento horizontal superficial para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño.  $U$  está en  $cm$  y  $x$  en  $km$ ,  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  es adimensional.  $U^*$  y  $x^*$  son normalizaciones de  $U$  y  $x$  con respecto a  $u_p \approx 1229 cm$  y  $d_{lock} = 50 km$ , respectivamente.

## 5.4 Perfiles de Movimiento Vertical.

A continuación, examinaremos los perfiles en superficie encontrados para el movimiento vertical  $V$  del medio.

### 5.4.1 Soluciones Hooke para BSM, ESPMM y SI.

Como vemos en la figura 5.19, para el caso Hooke las soluciones superficiales de  $V$  para los modelos BSM y ESPMM tienen una forma similar en todo el dominio, pero habiendo discrepancia en cuanto a su magnitud. En cuanto a la dirección del movimiento, mientras desde la fosa hacia el mar  $V$  es prácticamente nulo siempre, hacia el continente se aprecian dos regiones distinguibles de movimiento vertical positivo o negativo, con límites variables según el modelo intersísmico. En la primera ( $\sim 0 < x^* \lesssim 2 - 2.5$ )  $V < 0$  por lo que el movimiento es hacia abajo, indicando que hay subsidencias y en la segunda zona ( $2 - 2.5 \lesssim x^* \lesssim 5$ )  $V > 0$  siendo el movimiento hacia arriba, indicando alzamientos. De la tabla 5.6, vemos que los máximos alzamientos en este caso son de  $V \approx 139 \text{ cm}$  (BSM) y  $V \approx 218 \text{ cm}$  (ESPMM), ambos cercanos a  $x^* = x_{lock}^*$ . Mientras que las máximas subsidencias son de  $V \approx -424 \text{ cm}$  para el BSM (justo al Este de la fosa) y  $V \approx -208 \text{ cm}$  para el ESPMM (a casi  $40 \text{ km}$  al Este de la fosa).

Ahora bien, comparando las figuras 5.19a y 5.19b, al igual que en lo observado para el movimiento horizontal, visualmente también pareciera que la solución de  $V$  para el SI es la reflexión con respecto al eje  $x$  de la obtenida para el BSM. Mostrando para el SI, las mismas tres fases en la parte Este de la fosa que para el BSM y los mismos máximos, pero con comportamiento inverso, es decir, hay alzamientos en la región más cercana a la fosa y subsidencias en la región adyacente hacia el continente.

### 5.4.2 Soluciones neo-Hooke para BSM, ESPMM y SI.

El efecto del daño en el movimiento vertical de la superficie para los modelos BSM, ESPMM y SI puede verse en las figuras 5.20a, b y c, respectivamente.

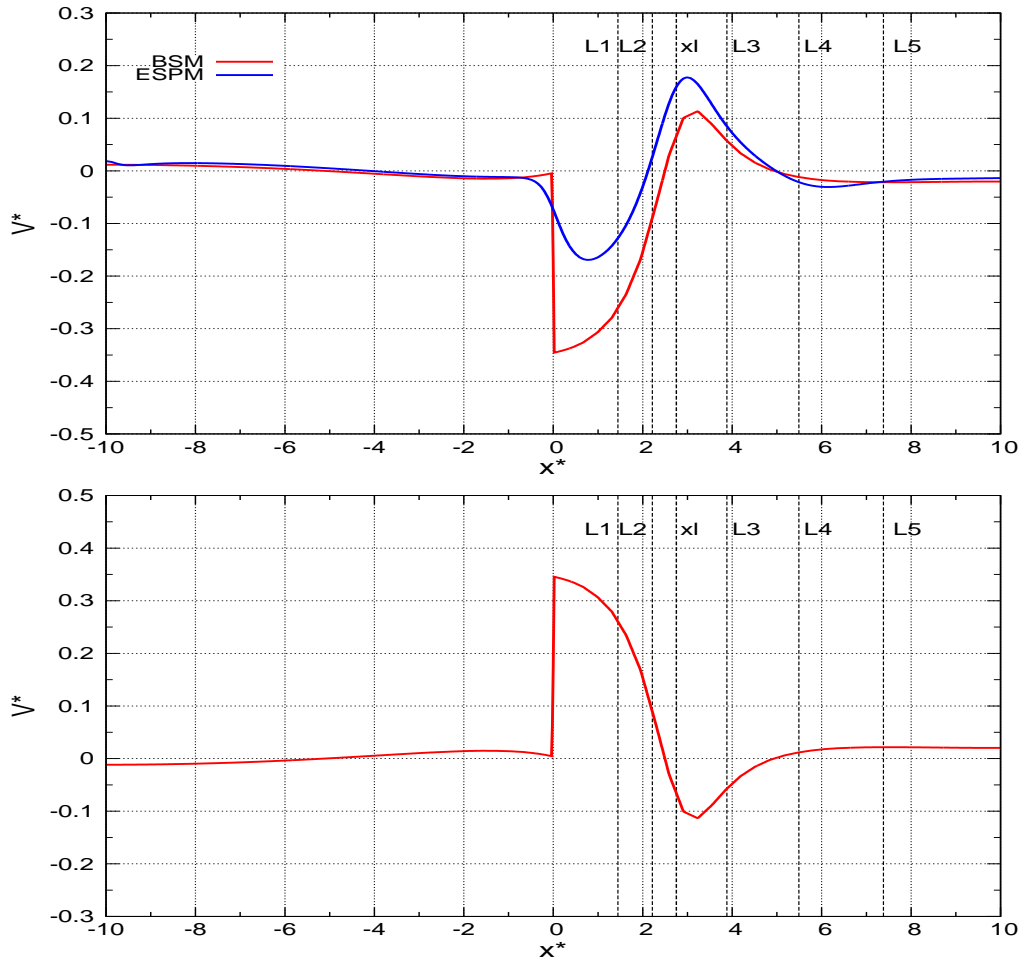


Figura 5.19: Perfiles de movimiento vertical superficial obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. a) (Arriba) Modelos intersísmicos BSM (curva roja) y ESPMM (curva azul). b) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

Para el BSM en el caso neo-Hooke (figura 5.20a), notamos que en general en todo el dominio la variación en  $V$  corresponde a un aumento con el daño. Al Oeste de la fosa, este crecimiento de  $V$  es sólo visible cerca de la misma, mientras que al Este de la fosa es mucho más notorio, haciéndose despreciable sólo desde  $x^* \approx 6$ . Según el comportamiento de  $V$  en esta región, su incremento con el daño implica que exista un intervalo ( $0 < x^* \lesssim 2.4$ ) en que la subsidencia se hace menor y otro intervalo ( $2.4 \lesssim x^* \lesssim 5$ ) en que aumenta el alzamiento. Como se resume en la tabla 5.6, la máxima subsidencia corresponde a  $V \approx -411 \text{ cm}$ , para el daño menos intenso y ocurre en la misma región que el máximo del caso Hooke, pero siendo algo menor ( $\sim 3\%$ ) en magnitud. Mientras que el máximo alzamiento es de  $V \approx 189 \text{ cm}$ , obtenido para el mayor daño y localizado en la misma posición que el máximo del caso Hooke, pero siendo  $\sim 36\%$  mayor que éste.

En la figura 5.20b, las soluciones neo-Hooke de  $V$  para el ESPMM indican que el tipo de efecto producido por el daño sobre movimiento vertical es similar en toda la superficie, haciendo que las curvas se desplacen hacia valores mayores de  $V$  al aumentar el daño. De acuerdo a lo anterior, desde la fosa hacia el mar el daño produce un alzamiento casi inexistente en la solución Hooke, excepto en una región más cercana a la fosa (variable según la magnitud del daño), donde hay subsidencia. Hacia el continente, en tanto, el comportamiento de  $V$  genera, como en el BSM, una zona ( $0 < x^* \lesssim 2$ ) donde la subsidencia disminuye y otra zona ( $2 \lesssim x^* \lesssim x(L4)$ ) donde aumenta el alzamiento. En cuanto a los máximos, desde la tabla 5.6 vemos que para este modelo la subsidencia tiene uno de  $V \approx -200 \text{ cm}$ , obtenido para el menor daño, en la misma posición y casi con la misma magnitud que el máximo del caso Hooke. En tanto que el máximo alzamiento, también situado en la misma ubicación que el máximo del caso Hooke, pero siendo  $\sim 57\%$  mayor en magnitud que éste, es de  $V \approx 342 \text{ cm}$  y se obtiene para el daño más intenso.

Por otra parte, análogo al caso del movimiento horizontal, desde la figura 5.20c vemos que la no-linealidad del problema produce el comportamiento inverso en la magnitud del movimiento vertical  $|V|$  para el SI respecto de aquel visto para el BSM, en sectores similares de la superficie. De manera que para el SI, hacia el Este de la fosa existe una zona ( $0 < x^* \lesssim 2.6$ ) donde el aumento del daño produce un aumento del alzamiento y otra ( $2.6 \lesssim x^* \lesssim 4.4$ ) en que se observa una disminución de la subsidencia. Mientras que un leve aumento de  $V$  con el daño se aprecia cerca de la fosa, al Oeste de ella. Para este modelo, el alzamiento máximo es de  $V \approx 600 \text{ cm}$  y se obtiene para el máximo daño, en la misma posición que el máximo del caso Hooke, pero siendo significativamente mayor que éste ( $\sim 42\%$ ). Por otro lado, la subsidencia máxima es de  $V \approx -134 \text{ cm}$ , encontrada en la misma posición del máximo del caso Hooke y siendo en magnitud apenas menor que éste.

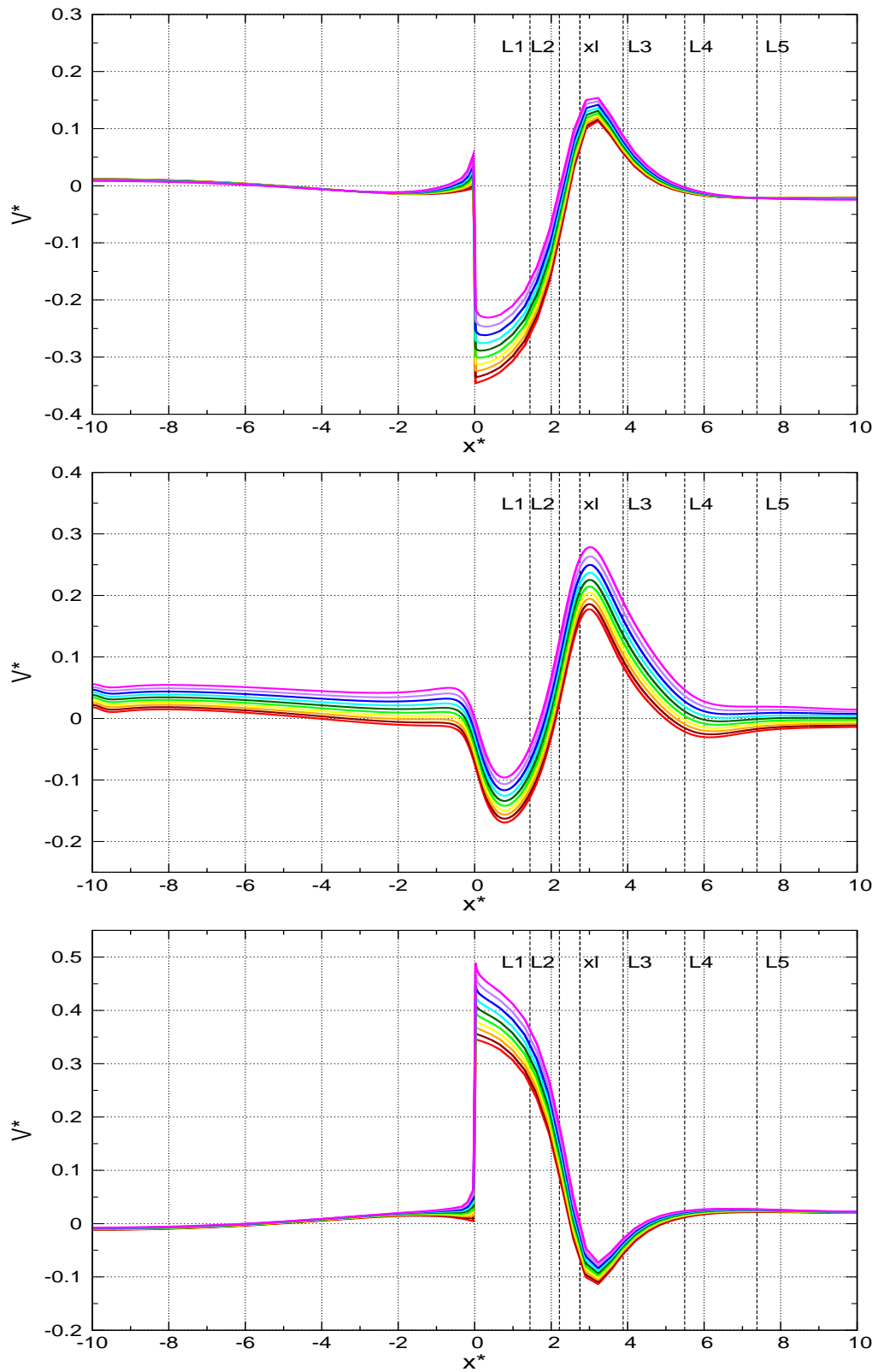


Figura 5.20: Perfiles de movimiento vertical superficial obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. a) (Arriba) Modelo intersísmico BSM. b) (Centro) Modelo intersísmico ESPMM. c) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

### 5.4.3 Residual BSM + SI.

En el mismo sentido que en el caso del movimiento horizontal, en el perfil de la figura 5.21,  $V_1^R$  ( $V$  residual) representa la suma aritmética entre las componentes de  $V$  obtenidas para el BSM y el SI. Al igual que para el movimiento horizontal, también  $V_1^R = 0$  en toda la superficie, por lo que *slips* normal e inverso generan el mismo movimiento vertical, pero en sentido opuesto, anulándose mutuamente su efecto.

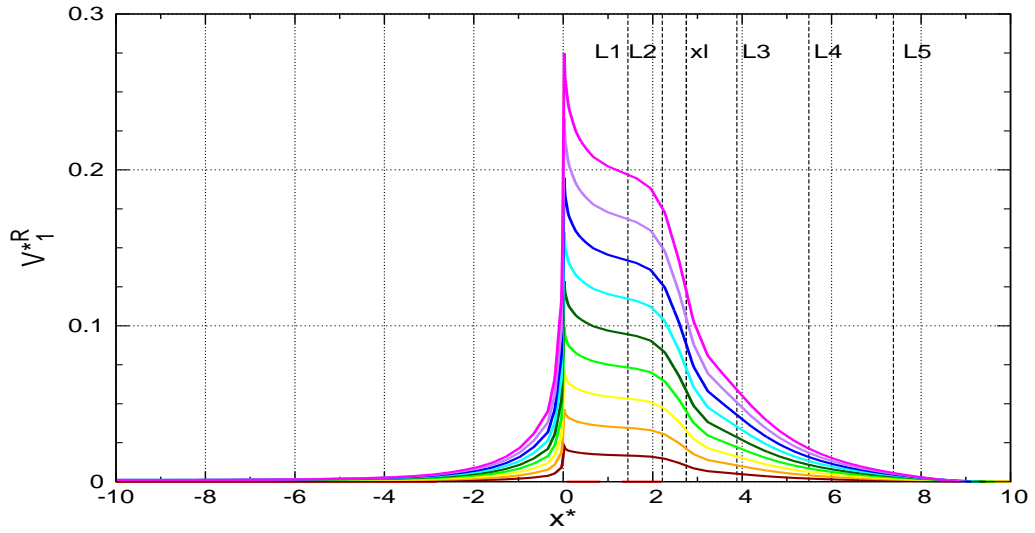


Figura 5.21: Perfil de movimiento vertical superficial residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI.

Por otro lado, dados los cambios de signos que presenta  $V$  en las soluciones neo-Hooke tanto para el BSM como para el SI (figuras 5.20a y 5.20c), se presentan varias combinaciones para el efecto del daño en  $V_1^R$ , pero para todas  $V_1^R > 0$ , indicando un alzamiento residual. Al Oeste de la fosa,  $V_1^R \approx 0$  para  $x^* \lesssim -5$  y aumenta con el daño en las cercanías de la fosa, donde  $V > 0$  tanto para el BSM como para el SI. Mientras que al Este de la fosa, hay dos intervalos ( $0 < x^* \lesssim 2.4$  y  $x^* \gtrsim 5$ ) en que el efecto del daño en el *slip* inverso del SI es mayor que en el *slip* normal del BSM, separados por una región ( $2.6 \lesssim x^* \lesssim 4.4$ ) en que prevalece el efecto del daño en el *slip* normal. Con sectores intermedios ( $2.4 \lesssim x^* \lesssim 2.6$  y  $4.4 \lesssim x^* \lesssim 5$ ) en que no es tan claro el dominio del efecto del daño sobre un tipo de *slip* u otro.

Es posible observar un máximo alzamiento residual, con valor  $V \approx 338 \text{ cm}$ , ubicado justo al Este de la fosa y obtenido para el mayor daño. Aunque cabe



destacar que para todas las curvas neo-Hooke, los mayores alzamientos están fuertemente concentrados en la región entre la fosa y  $x = x_{lock}$ .

#### 5.4.4 Residual ESPMM + SI.

A continuación, vemos en la figura 5.22 la suma aritmética  $V_2^R$  resultante de las componentes del movimiento vertical del ESPMM y el SI. Como en el caso del movimiento horizontal, para el caso Hooke aquí tampoco  $V_2^R = 0$  en toda la superficie. En efecto, si bien al Oeste de la fosa  $V_2^R \approx 0$  para  $x^* \lesssim -1$ , su valor tiende a hacerse negativo al acercarse a la fosa, alcanzando la subsidencia residual máxima de  $V_2^R \approx -75 \text{ cm}$ , justo al Oeste de la fosa. Por otro lado, el movimiento residual es positivo para casi toda la región al Este de la fosa (salvo un intervalo alrededor de  $x^* = 6$ ), disminuyendo desde el alzamiento máximo de  $V_2^R \approx 329 \text{ cm}$  justo al Este de la fosa, hasta tender a un valor cercano a cero en la frontera derecha del dominio.

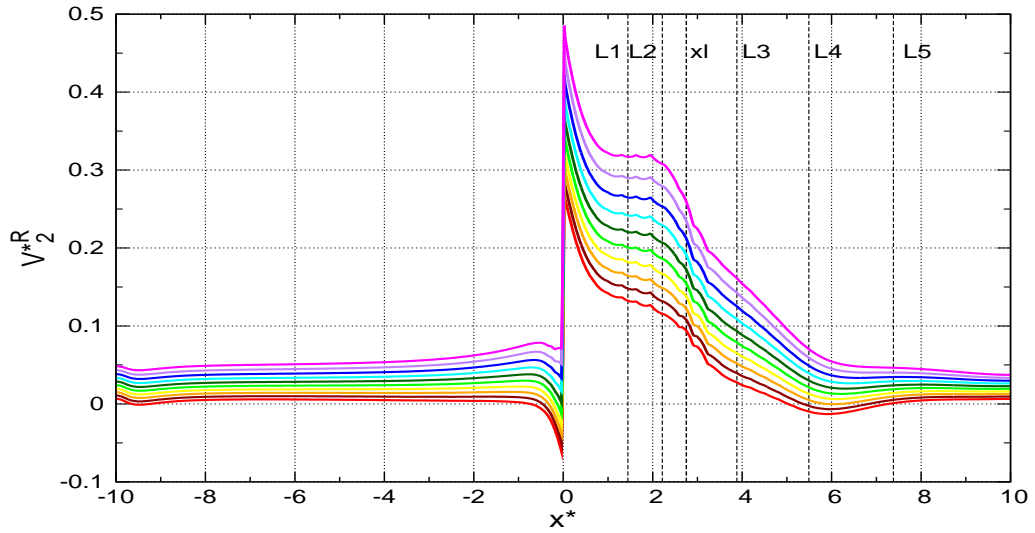


Figura 5.22: Perfil de movimiento vertical superficial residual entre modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI.

Por otra parte, en las soluciones neo-Hooke vemos que en toda la superficie  $V_2^R$  aumenta con el daño, indicando que donde hay subsidencia y alzamiento para el caso Hooke, éstas características disminuyen y se acentúan con el daño, respectivamente. Lo que queda de manifiesto considerando por un lado que la subsidencia residual máxima en este caso es de  $V_2^R \approx -61 \text{ cm}$ , obtenida para el

daño mínimo y siendo algo menor ( $\sim 19\%$ ) que el máximo del caso Hooke. Y por otro lado que el máximo alzamiento residual es de  $V_2^R \approx 596 \text{ cm}$ , obtenido para el daño más intenso y que es notablemente superior ( $\sim 81\%$ ) al máximo de Hooke. A pesar de que el daño modifica la magnitud de ambos máximos, su ubicación sigue siendo la misma que para el caso Hooke.

Ahora bien, teniendo en cuenta los signos de  $V$  mostrados en las figuras 5.20b y c para el ESPMM y el SI, vemos que al Oeste de la fosa el movimiento vertical residual es casi únicamente debido al efecto del daño en el ESPMM. En cambio, en la parte Este, podemos distinguir diferentes regiones: una ( $0 < x^* \lesssim 1.9$ ) en que el daño afecta más intensamente al SI, otra de transición ( $1.9 \lesssim x^* \lesssim 2.6$ ) en que  $V \geq 0$  para ambos modelos, y una última ( $2.6 \lesssim x^* \lesssim 5$ ) en que domina el efecto del daño en el desplazamiento debido al ESPMM. Habiendo en todas estas zonas un alzamiento residual. En el intervalo  $x^* \gtrsim 5$ , en tanto, dependiendo de la intensidad del daño se observan alzamientos o subsidencias residuales y un mayor efecto del daño sobre el modelo SI o el ESPMM.

máx	caso	BSM	ESPM	SI	BSM+SI	ESPM+SI
$V > 0$	HK	$V^* \approx 0.1$ ; $V \approx 139$ $x^* = 3.22$ ; $x = 161$	$V^* \approx 0.16$ ; $V \approx 218$ $x^* = 3$ ; $x = 150$	$V^* \approx 0.3$ ; $V \approx 424$ $x^* = 0.02$ ; $x = 1$		$(V^*)_2^R \approx 0.24$ ; $V_2^R \approx 329$ $x^* = 0.02$ ; $x = 1$
	NHK	$V^* \approx 0.14$ ; $V \approx 189$ $x^* = 3.22$ ; $x = 161$ $\eta^* = 0.9$	$V^* \approx 0.25$ ; $V \approx 342$ $x^* = 3$ ; $x = 150$ $\eta^* = 0.9$	$V^* \approx 0.43$ ; $V \approx 600$ $x^* = 0.02$ ; $x = 1$ $\eta^* = 0.9$	$(V^*)_1^R \approx 0.24$ ; $V_1^R \approx 338$ $x^* = 0.02$ ; $x = 1$ $\eta^* = 0.9$	$(V^*)_2^R \approx 0.43$ ; $V_2^R \approx 596$ $x^* = 0.02$ ; $x = 1$ $\eta^* = 0.9$
$V < 0$	HK	$V^* \approx -0.3$ ; $V \approx -424$ $x^* = 0.02$ ; $x = 1$	$V^* \approx -0.15$ ; $V \approx -208$ $x^* = 0.76$ ; $x = 38$	$V^* \approx -0.1$ ; $V \approx -139$ $x^* = 3.22$ ; $x = 161$		$(V^*)_2^R \approx -0.05$ ; $V_2^R \approx -75$ $x^* = -0.04$ ; $x = -2$
	NHK	$V^* \approx -0.29$ ; $V \approx -411$ $x^* = 0.04$ ; $x = 2$ $\eta^* = 0.1$	$V^* \approx -0.14$ ; $V \approx -200$ $x^* = 0.76$ ; $x = 38$ $\eta^* = 0.1$	$V^* \approx -0.1$ ; $V \approx -134$ $x^* = 3.22$ ; $x = 161$ $\eta^* = 0.1$		$(V^*)_2^R \approx -0.04$ ; $V_2^R \approx -61$ $x^* = -0.04$ ; $x = -2$ $\eta^* = 0.1$

Tabla 5.6: Valores máximos del movimiento vertical superficial para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño.  $V$  está en  $cm$  y  $x$  en  $km$ ,  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  es adimensional.  $V^*$  y  $x^*$  son normalizaciones de  $V$  y  $x$  con respecto a  $u_p \approx 1229 cm$  y  $d_{lock} = 50 km$ , respectivamente.

## 5.5 Perfiles de Densidad de Energía Elástica.

En esta sección, nos enfocaremos en las soluciones en superficie obtenidas para la densidad de energía  $W$  elástica acumulada (en el intersísmico) o liberada (durante el cosísmico) por el medio, dada por la ecuación (3.10). Dado los altos valores de  $W$ , en eje vertical se muestra su logaritmo (en base 10), por lo que para un valor particular  $y$  de este eje, el valor real de la Energía es dado por

$$y = \log_{10}(|W| [Pa]) \quad \Rightarrow \quad |W| = 10^y [Pa] \quad (5.8)$$

En la ecuación (5.8) consideramos el valor absoluto de  $W$  ya que si bien para todo  $y$ , en general  $W$  es positiva, no necesariamente lo es en el caso de la energía residual, como veremos más adelante.

### 5.5.1 Soluciones Hooke BSM, ESPMM y SI.

Desde la figura 5.23, donde podemos observar las soluciones Hooke encontradas para los modelos ESPMM, BSM y SI, notamos en primer lugar que los perfiles de  $W$  para el ESPMM y el BSM en general tienen la misma forma, exhibiendo un aumento de la energía hacia sectores más cercanos a la fosa. Siendo los valores máximos (ver tabla 5.7) de la energía  $W \approx 1.03 \times 10^7 Pa$  para el BSM (ubicado justo al Este de la fosa) y de  $W \approx 1.29 \times 10^2 Pa$  para el ESPMM, situado más lejos de la fosa ( $x = 93 km$ ) y siendo 5 órdenes de magnitud menor que el máximo del BSM. Adicionalmente, destacan en el perfil obtenido para el ESPMM un máximo relativo de  $W \approx 3 Pa$  ubicado cerca del borde izquierdo del dominio, y dos zonas de baja energía (valles de  $W \lesssim 1 Pa$ ) al Oeste de la fosa pero cerca de ella y en  $x^* \approx x_{lock}^*$ .

Comparando además las figuras 5.23a y 5.23b, vemos que a simple vista las soluciones Hooke de  $W$  del BSM y del SI parecen ser iguales. Teniendo este último modelo el mismo máximo de energía (en valor y ubicación) que el encontrado para el BSM.

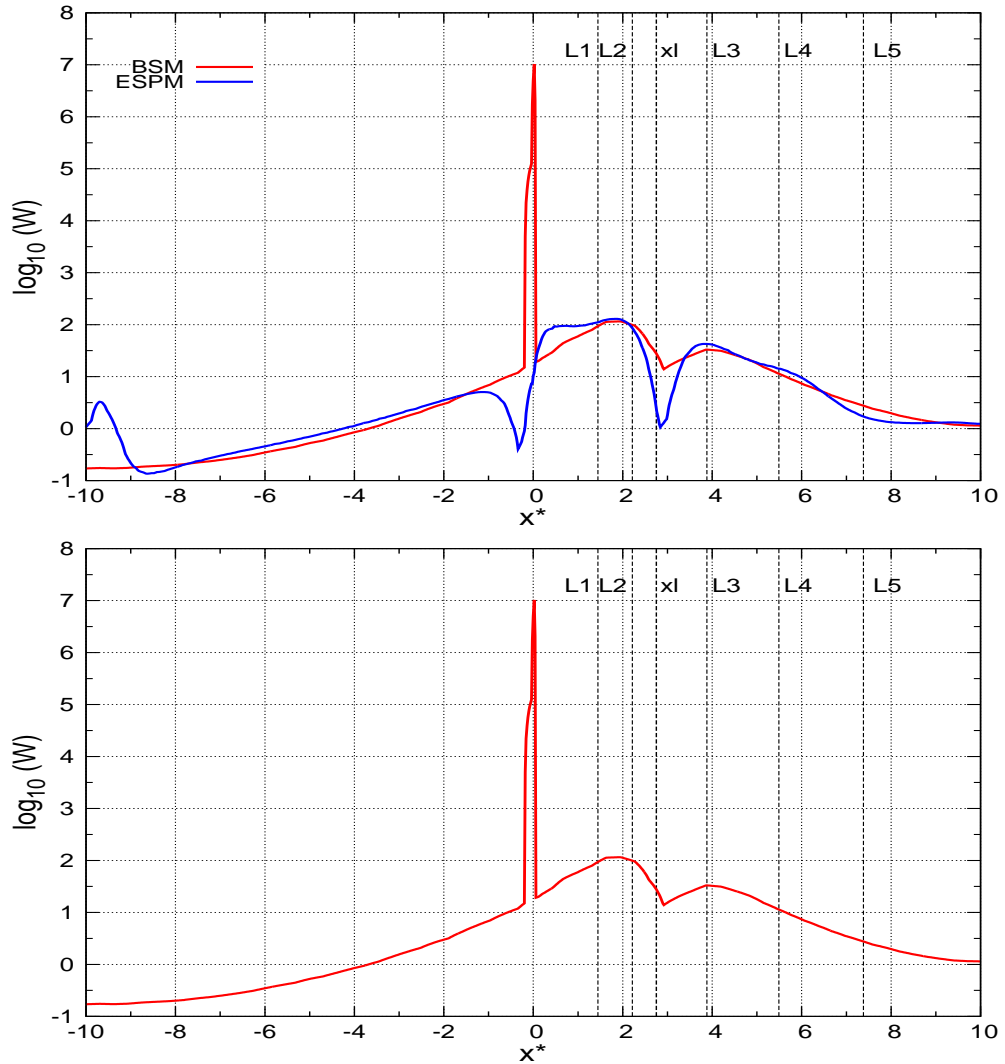


Figura 5.23: Perfiles de densidad de energía elástica obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. a) (Arriba) Modelos intersísmicos BSM (curva roja) y ESPMM (curva azul). b) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

### 5.5.2 Soluciones neo-Hooke BSM, ESPMM y SI.

El efecto del daño en la densidad de energía elástica superficial para los modelos BSM, ESPMM y SI se observa en las figuras 5.24a, b y c.

En el caso del BSM (figura 5.24a), los perfiles muestran que en general la energía acumulada aumenta con el daño al Oeste de la fosa, siendo este incremento menos notorio en la región más cercana a la fosa. Al Este de la fosa  $W$  presenta dos comportamientos distintos separados en  $x \approx x_{lock}^*$ , disminuyendo y aumentando con el incremento del daño en una zona más cercana ( $0 \lesssim x^* \lesssim x_{lock}^*$ ) y en otra más alejada ( $x^* \gtrsim x_{lock}^*$ ) de la fosa,

respectivamente. Justo al Este de la fosa es donde encontramos la energía máxima del perfil, de  $W \approx 1.01 \times 10^7 Pa$ , obtenida para el menor daño, en la misma ubicación, pero siendo algo menor que el máximo del caso Hooke (ver tabla 5.7).

En la figura 5.24b vemos que las soluciones neo-Hooke de  $W$  para el ESPMM, tanto al Oeste como al Este de la fosa, presentan distintos comportamientos. Desde la fosa hacia el mar,  $W$  disminuye con el daño en el intervalo  $-10 \leq x^* \lesssim -8.8$ , aumenta con él en la región  $-8.8 \lesssim x^* \lesssim -0.4$  y en  $-0.4 \lesssim x^* \lesssim 0$  prácticamente no varía. Mientras que desde la fosa hacia el continente,  $W$  casi no varía su magnitud con el daño en  $0 \leq x^* \lesssim 2$ , decrece con él en  $2 \lesssim x^* \lesssim x^*(L4)$  y aumenta con él en  $x^* \gtrsim x^*(L4)$ . La energía máxima del perfil, encontrada para el menor daño, es de la misma magnitud y se encuentra en la misma posición que el máximo del caso Hooke.

Para el modelo SI (figura 5.24c), por otro lado, el daño produce un efecto en la energía liberada inverso a lo obtenido para el BSM, en zonas similares, es decir, donde  $W$  aumentaba (disminuía) con el daño para el BSM, disminuye (aumenta) con él para el SI. Pero siendo estos cambios más intensos en el SI. El máximo de energía, obtenido con la menor magnitud de daño, se da para este modelo en la misma ubicación pero siendo algo menor que en el caso Hooke.

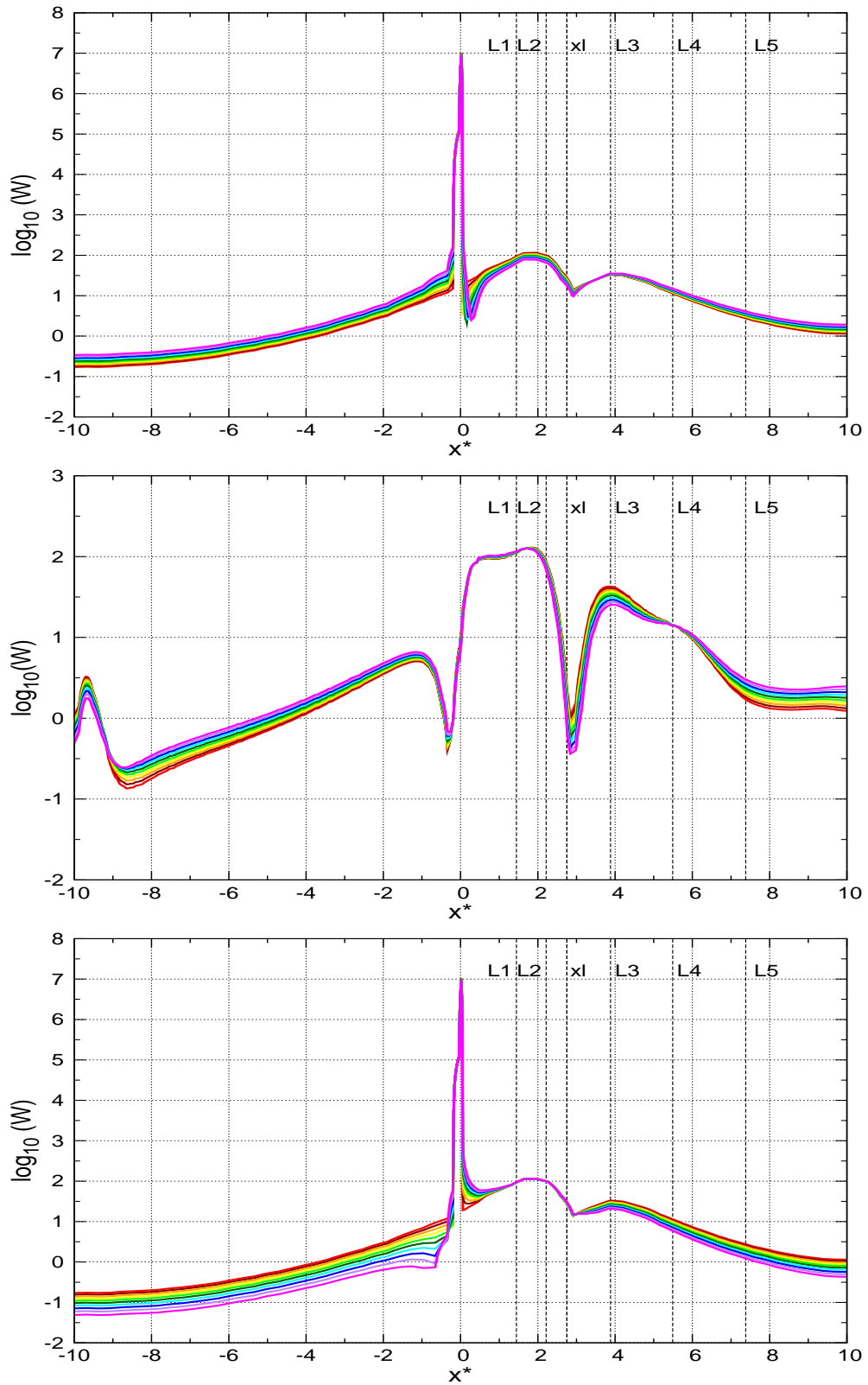


Figura 5.24: Perfiles de densidad de energía elástica obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. a) (Arriba) Modelo intersísmico BSM. b) (Centro) Modelo intersísmico ESPMM. c) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

### 5.5.3 Residual BSM + SI.

El gráfico de la figura 5.25 representa la magnitud de la “diferencia”  $|W_1^R|$  ( $W$  residual) entre las energías obtenidas para el BSM y el SI. En este caso,  $W_1^R$  sí es explícitamente una diferencia aritmética, ya que como hemos visto para ambos modelos  $W$  es positiva. Las zonas en que  $W_1^R < 0$  son representadas por líneas segmentadas y donde  $W_1^R > 0$  por líneas continuas.

En primer lugar notamos que  $|W_1^R| \rightarrow 0$  en toda la superficie para las soluciones Hooke, pues según la ecuación (5.8) y la figura 5.25 en este caso la magnitud de la energía elástica residual es típicamente del orden de  $|W_1^R| \sim 10^{-13} Pa$ , que es insignificante en comparación con las magnitudes de  $W$  para las soluciones de Hooke de cada modelo en particular, que son  $> 10^{-1} Pa$ .

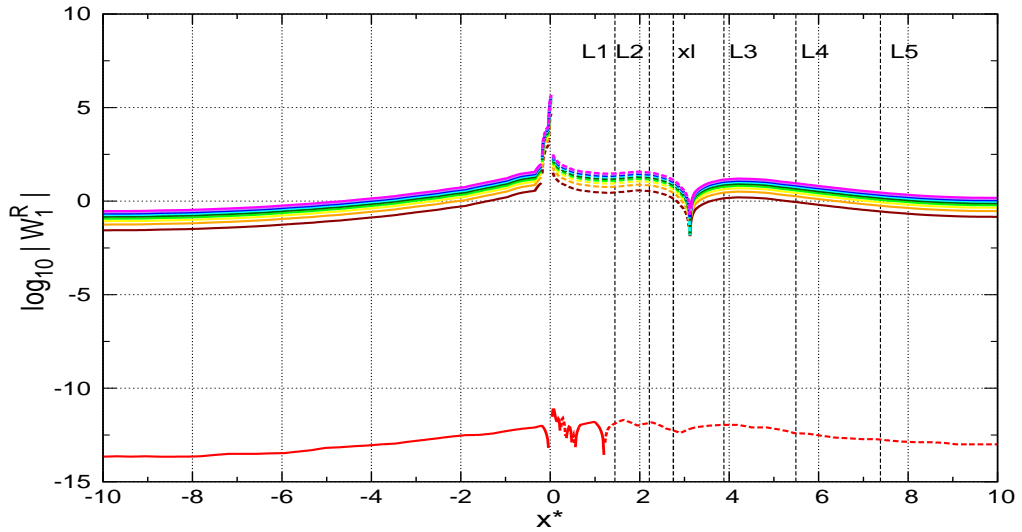


Figura 5.25: Perfil de densidad de energía elástica residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI. Curvas continuas indican que  $W_1^R > 0$  y segmentadas que  $W_1^R < 0$ .

Para las soluciones neo-Hooke, vemos que en todo el perfil la magnitud de la energía elástica residual aumenta con el daño, intensificándose entonces la predominancia del efecto del daño sobre la energía elástica obtenida de uno u otro modelo. Lo que se aprecia tanto en la región entre la fosa (incluyéndola) y  $x^* \approx 3.2$ , donde  $W_1^R < 0$  y por lo tanto el efecto del daño es mayor sobre la energía del SI, como en el resto de la superficie, donde  $W_1^R > 0$  y entonces el daño genera un BSM más energético que el SI. Además, la energía residual positiva tiene un máximo de  $W_1^R \approx 5.13 \times 10^4 Pa$  ubicado justo al Este de la máxima energía residual negativa, de  $W_1^R \approx -4.81 \times 10^5 Pa$  y que se encuentra



a su vez justo al Este de la fosa (con ambos máximos obtenidos para la mayor magnitud del daño, como se ve en la tabla 5.7). Lo anterior sugiere que en esta región hay una transición entre la predominancia del efecto del daño en la energía de un modelo y otro, pero cuyo máximo es más intenso donde domina el efecto sobre el SI.

#### 5.5.4 Residual ESPMM + SI.

En la figura 5.26 vemos el perfil de la energía residual  $|W_2^R|$  entre el ESPMM y el SI, representando con líneas segmentadas y continuas donde  $W_2^R < 0$  y  $W_2^R > 0$ , respectivamente. A diferencia de lo que sucedía para  $|W_1^R|$ , aquí notamos que la solución Hooke de  $|W_2^R|$  ya no tiende a cero, si no que se mantiene en valores del orden de los que tienen las soluciones neo-Hooke. Con una energía residual positiva máxima de  $W_2^R \approx 61 Pa$ , encontrada 24 km al Este de la fosa y un máximo de energía residual negativa de  $W_2^R \approx -5.02 \times 10^6 Pa$  situado en la misma fosa.

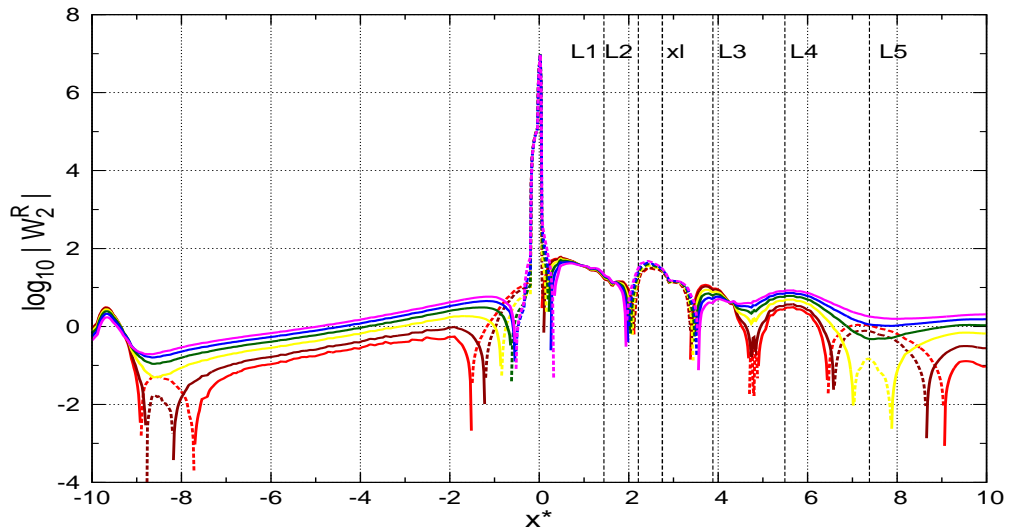


Figura 5.26: Perfil de densidad de energía elástica residual entre modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI. Curvas continuas indican que  $W_2^R > 0$  y segmentadas que  $W_2^R < 0$ . Para mejorar la visualización, sólo se incluyeron curvas para 6 magnitudes del daño (*eta*).

Para las soluciones de neo-Hooke, en tanto, podemos distinguir al Oeste de la fosa dos regiones ( $-8 \lesssim x^* \lesssim -1.4$  y  $-0.2 \lesssim x^* \leq 0$ ) en que  $|W_2^R|$  aumenta con el daño y otra zona ( $-10 \lesssim x^* \lesssim -9.3$ ) en que el daño hace que  $|W_2^R|$  disminuya. Mientras que al Este de la fosa, hay tres regiones en que  $|W_2^R|$

disminuye con el daño ( $0.16 \lesssim x^* \lesssim 0.76$ ;  $1.4 \lesssim x^* \lesssim x^*(L2)$  y  $3.6 \lesssim x^* \lesssim 4.3$ ), acompañadas por otras tres zonas donde el daño hace que la energía residual aumente ( $0.76 \lesssim x^* \lesssim 1.4$ ;  $x^*(L2) \lesssim x^* \lesssim 3.6$  y  $4.3 \lesssim x^* \lesssim 6.6$ ). Para el resto de la superficie, a ambos lados de la fosa, el crecimiento o la reducción de  $|W_2^R|$  con el daño se intercambian dependiendo de la magnitud del mismo.

Por otra parte, en algunas regiones el signo de la energía residual y por tanto que un modelo u otro sea más energético bajo el efecto del daño, depende de la cantidad de daño presente, en rangos más o menos definidos de su intensidad. En efecto, se observa por ejemplo que en  $-8.9 \lesssim x^* \lesssim -8.1$ ;  $-1.5 \lesssim x^* \lesssim -1$  y  $6.6 \lesssim x^* \lesssim 8.7$  para bajos valores del daño ( $\eta \leq 0.2 \times 10^{10} Pa$ ) es más energético el SI ( $W_2^R < 0$ ) y para un daño mayor ( $\eta \geq 0.4 \times 10^{10} Pa$  en el primer sector y  $\eta \geq 0.5 \times 10^{10} Pa$  en el segundo y tercero) tiene más energía el ESPMM ( $W_2^R > 0$ ). Esta dependencia sobre la intensidad del daño no ocurre en otras regiones, como en  $-7.8 \lesssim x^* \lesssim -1.5$ ;  $0.3 \lesssim x^* \lesssim 2$  y  $5 \lesssim x^* \lesssim 6.5$ , donde el ESPMM es más energético sin importar el daño, o en,  $-0.5 \lesssim x^* \lesssim 0$  y  $2 \lesssim x^* \lesssim 3.6$ , donde independiente del daño tiene más energía el SI. En las regiones restantes, el signo de  $W_2^R$  varía con el daño, pero sin una tendencia clara según el rango de intensidad de éste.

El máximo de energía residual en este caso alcanza un valor de  $W_2^R \approx 59 Pa$  para la energía residual positiva y se obtiene para el menor daño, en la misma posición que el máximo del caso Hooke, siendo ligeramente menor que éste. Mientras que la máxima energía residual negativa es de  $W_2^R \approx -9.96 \times 10^6 Pa$ , obtenida para un daño intermedio ( $\eta^* = 0.3$ ) justo al Este del máximo del caso Hooke, siendo en magnitud casi el doble de dicho valor.

máx	caso	BSM	ESPMM	SI	BSM+SI	ESPMM+SI
$W > 0$	HK	$y \approx 7.01$ $W \approx 1.03 \times 10^7$ $x^* = 0.02 ; x = 1$	$y \approx 2.11$ $W \approx 1.29 \times 10^2$ $x^* = 1.86 ; x = 93$	$y \approx 7.01$ $W \approx 1.03 \times 10^7$ $x^* = 0.02 ; x = 1$		$y \approx 1.79$ $W_2^R \approx 6.11 \times 10^1$ $x^* = 0.48 ; x = 24$
	NHK	$y \approx 7.01$ $W \approx 1.01 \times 10^7$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.1$	$y \approx 2.11$ $W \approx 1.29 \times 10^2$ $x^* = 1.86 ; x = 93$ $\eta^* = 0.1$	$y \approx 7.01$ $W \approx 1.02 \times 10^7$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.1$	$y \approx 4.71$ $W_1^R \approx 5.13 \times 10^4$ $x^* = 0.04 ; x = 2$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 1.77$ $W_2^R \approx 5.93 \times 10^1$ $x^* = 0.48 ; x = 24$ $\eta^* = 0.1$
$W < 0$	HK					$y \approx 6.7$ $W_2^R \approx -5.02 \times 10^6$ $x^* = 0 ; x = 0$
	NHK				$y \approx 5.68$ $W_1^R \approx -4.81 \times 10^5$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 7$ $W_2^R \approx -9.96 \times 10^6$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.3$

Tabla 5.7: Valores máximos de la densidad de energía elástica para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño.  $y, x^* = \frac{x}{d_{ock}}$  y  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  son adimensionales,  $W$  está en  $Pa$  y  $x$  está en  $km$ .

## 5.6 Perfiles de Deformación ( $I_1$ ).

Por último, analizaremos los perfiles en superficie obtenidos para la deformación del medio, representada por  $I_1$  (adimensional). Para una mejor visualización, en cada perfil el eje vertical está en escala logarítmica. El valor graficado en este eje es el logaritmo (en base 10) de  $|I_1^*| = |I_1| \times 10^9$ , por lo que para un valor particular  $y$  del eje vertical, el valor de  $|I_1|$  se obtiene como

$$y = \log_{10} \left( \frac{|I_1|}{1 \times 10^{-9}} \right) \Rightarrow 10^y = \frac{|I_1|}{1 \times 10^{-9}} \Rightarrow |I_1| = 10^{y-9} \quad (5.9)$$

### 5.6.1 Soluciones Hooke BSM, ESPMM y SI.

En la figura 5.27 podemos ver los perfiles de deformación del caso Hooke para los modelos BSM y ESPMM, donde las líneas segmentadas representan valores de  $I_1 < 0$ , indicando una deformación compresiva y las líneas continuas corresponden a  $I_1 > 0$ , donde la deformación es extensiva. En ese sentido observamos que las soluciones para  $I_1$  tienen una forma similar para los dos modelos (y a la vez parecida a los perfiles de  $W$ ), observándose para ambos compresión en toda la superficie. Los máximos de la deformación compresiva (ver tabla 5.8) son de  $I_1 \approx -2.06 \times 10^{-3}$  para el BSM (en  $x = 1 \text{ km}$ ) y de  $I_1 \approx -3.12 \times 10^{-5}$  para el ESPMM (en  $x = 93 \text{ km}$ ), notando que este último es dos órdenes de magnitud menor que el primero.

Por otro lado, la solución Hooke de la deformación obtenida para el SI (figura 5.27b) parece ser idéntica a la del BSM, pero con signo opuesto, habiendo extensión en toda la superficie. La similitud de la forma de ambas soluciones se aprecia considerando que para el SI hay un máximo de deformación extensiva en la misma posición y con la misma magnitud que el máximo de compresión del BSM.

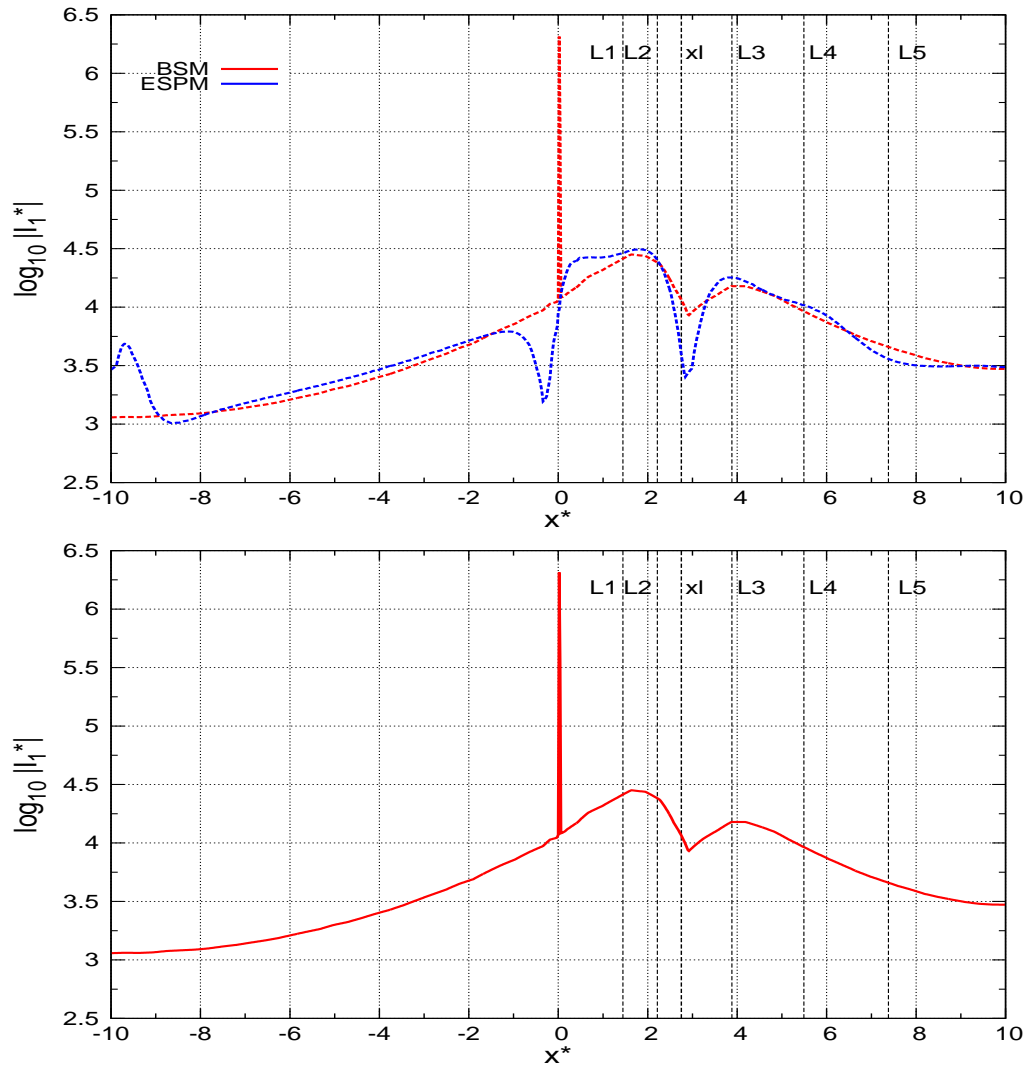


Figura 5.27: Perfiles de deformación superficial obtenidos con cada modelo, para el caso sin daño. Donde curvas continuas indican que  $I_1 > 0$  y segmentadas que  $I_1 < 0$ . a) (Arriba) Modelos intersísmicos BSM (curva roja) y ESPMM (curva azul). b) (Abajo) Modelo cosísmico SI.

### 5.6.2 Soluciones neo-Hooke BSM, ESPMM y SI.

En las figuras 5.28a, b y c podemos ver el efecto del daño en la deformación superficial ( $I_1$ ), en las curvas neo-Hooke obtenidas para los modelos BSM, ESPMM y SI.

Para el BSM (figura 5.28a), las soluciones muestran que la magnitud de la deformación  $|I_1|$  presenta en toda la superficie un comportamiento parecido al observado anteriormente para la energía (en el mismo modelo), evidenciando la fuerte dependencia entre ambas variables, como puede verse en la ecuación (3.10). Al Oeste de la fosa  $|I_1|$  aumenta con el daño. En tanto que al Este de la fosa  $|I_1|$  decrece y aumenta con el daño para  $0.3 \lesssim x^* \lesssim x_{lock}^*$  y  $x_{lock}^* \lesssim x^* \leq 10$ , respectivamente. Mientras que en los primeros 15  $km$  desde la fosa ( $0 \lesssim x^* \lesssim 0.3$ ), la magnitud de la deformación puede aumentar o disminuir con el daño, dependiendo de la intensidad de éste.

Para todas las curvas neo-Hooke del modelo BSM la deformación es compresiva ( $I_1 < 0$ ) en toda la superficie, salvo en las cercanías de la fosa donde ocurre extensión ( $I_1 > 0$ ). Esta región de deformación extensiva va desde 1  $km$  al Oeste de la fosa, incluyéndola, hasta una región al Este de la fosa variable según la magnitud del daño, llegando a ubicarse en  $2 \lesssim x [km] \lesssim 15$  para el daño más intenso. La compresión máxima encontrada es de  $I_1 \approx -1.93 \times 10^{-3}$ , obtenida para el mínimo daño y ubicada en la misma posición que el máximo del caso Hooke, siendo en magnitud ligeramente ( $\sim 3\%$ ) menor que éste. Mientras que la máxima extensión está en la fosa y tiene el valor de  $I_1 \approx 8.28 \times 10^{-4}$ , obtenida para el mayor daño y siendo en magnitud alrededor de la mitad ( $\sim 57\%$ ) de la compresión máxima del caso neo-Hooke.

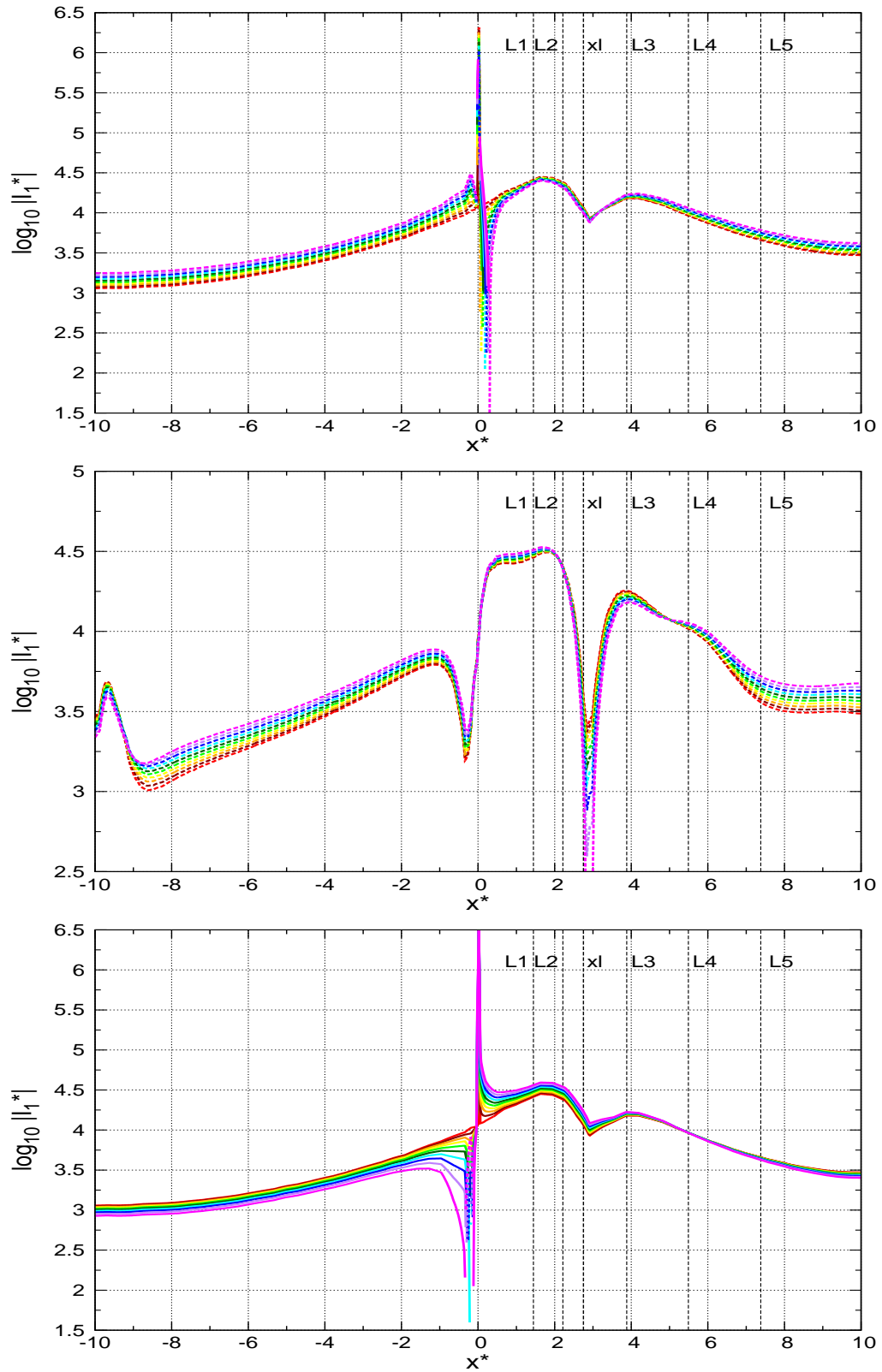


Figura 5.28: Perfiles de deformación superficial obtenidos con cada modelo, para el caso con daño. Donde curvas continuas indican que  $I_1 > 0$  y segmentadas que  $I_1 < 0$ . a) (Arriba) Modelo intersísmico BSM. b) (Centro) Modelo cosísmico SI. c) (Abajo) Modelo intersísmico ESPMM.

Ahora consideremos en la figura 5.28b las soluciones neo-Hooke de  $I_1$  para el ESPMM. En ellas observamos que en la mayor parte de la superficie  $|I_1|$  presenta un comportamiento similar al de las soluciones de la energía elástica (en el mismo modelo). Es así que desde la fosa hacia el mar,  $|I_1|$  aumenta con el daño en la región  $-9 \lesssim x^* \lesssim -0.4$ , disminuye con él en  $-10 \lesssim x^* \lesssim -9$  y casi no se ve afectada en  $-0.4 \lesssim x^* \leq 0$ . En tanto, desde la fosa hacia el continente,  $|I_1|$  no se ve afectada por el daño aproximadamente en los primeros  $5 \text{ km}$  ( $0 \lesssim x^* \lesssim 0.2$ ), aumentando con el daño luego en  $0.2 \lesssim x^* \lesssim 2$  al igual que en  $5 \lesssim x^* \leq 10$ , pero disminuyendo con él en  $2 \lesssim x^* \lesssim 5$ . Notamos además que en toda la superficie la deformación es compresiva ( $I_1 < 0$ ) para todas las curvas neo-Hooke, excepto en  $x^* \approx x_{lock}^*$ , donde para ciertas algunas del daño existe extensión. En esta zona se encuentra por tanto la extensión máxima, siendo de  $I_1 \approx 6.61 \times 10^{-8}$ , obtenida para el mayor daño y que tiene una magnitud mucho menor (en 3 órdenes de magnitud) que la compresión máxima de  $I_1 \approx -3.36 \times 10^{-5}$ , también encontrada para el mayor daño y a  $x = 85 \text{ km}$  de la fosa, algo al Oeste del máximo del caso Hooke y siendo en magnitud un poco mayor que éste.

En el caso del SI (5.28c), en algunas zonas el daño produce un efecto en la deformación inverso al observado para el BSM o el ESPM. Al Oeste de la fosa, en las soluciones neo-Hooke  $|I_1|$  disminuye y aumenta con el daño en  $-10 \leq x^* \lesssim -0.3$  y  $-2 \lesssim x [\text{km}] \leq 0$ , respectivamente. Mientras que al Este de la fosa, en  $0 \leq x^* \lesssim 4.8$   $|I_1|$  crece con el daño, pero su valor se reduce en  $6 \lesssim x^* \leq 10$ . Además, encontramos zonas a ambos lados de la fosa ( $-15 \lesssim x [\text{km}] \lesssim -2$  y  $4.8 \lesssim x^* \lesssim 6$ ) donde se produce aumento o disminución de la magnitud de la deformación con el daño según la intensidad del mismo.

Por otro lado, se observa extensión en las curvas neo-Hooke del modelo SI a lo largo de toda la superficie, salvo en una región al Oeste de la fosa y cercana a ella ( $-16 \lesssim x [\text{km}] \lesssim -7$ ), en que surge deformación compresiva, pero sólo para altos valores del daño ( $\eta \geq 0.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$ ). La extensión máxima producida es de  $I_1 \approx 3.57 \times 10^{-3}$ , con la misma ubicación pero magnitud bastante mayor ( $\sim 70\%$ ) que el máximo del caso Hooke y se obtiene para el daño más intenso. Mientras que la máxima compresión es de  $I_1 \approx -8.05 \times 10^{-6}$ ,  $9 \text{ km}$  al Oeste de la fosa y encontrada también para el mayor daño, pero siendo 3 órdenes de magnitud menor que la máxima extensión.



### 5.6.3 Residual BSM + SI.

Ahora consideremos la magnitud de la deformación residual  $|(I_1)_1^R|$  entre el BSM y el SI, mostrada en la figura 5.29. Puesto que las deformaciones encontradas para el BSM y el SI tienen distinto signo,  $|(I_1)_1^R|$  es la suma aritmética entre las deformaciones de ambos modelos, tal como  $U$  o  $V$ . En las diferentes curvas, las regiones de líneas segmentadas muestran donde  $(I_1)_1^R < 0$  y las líneas continuas donde  $(I_1)_1^R > 0$ .

Para el caso de las soluciones Hooke, vemos que  $|(I_1)_1^R| \rightarrow 0$  en toda la superficie del dominio, ya que desde la ecuación (5.9) se tiene que en promedio  $|(I_1)_1^R| \sim 10^{-10-9} \sim 10^{-19}$ , que es una deformación prácticamente nula comparada con las obtenidas para el BSM o el SI ( $> 10^3$ ).

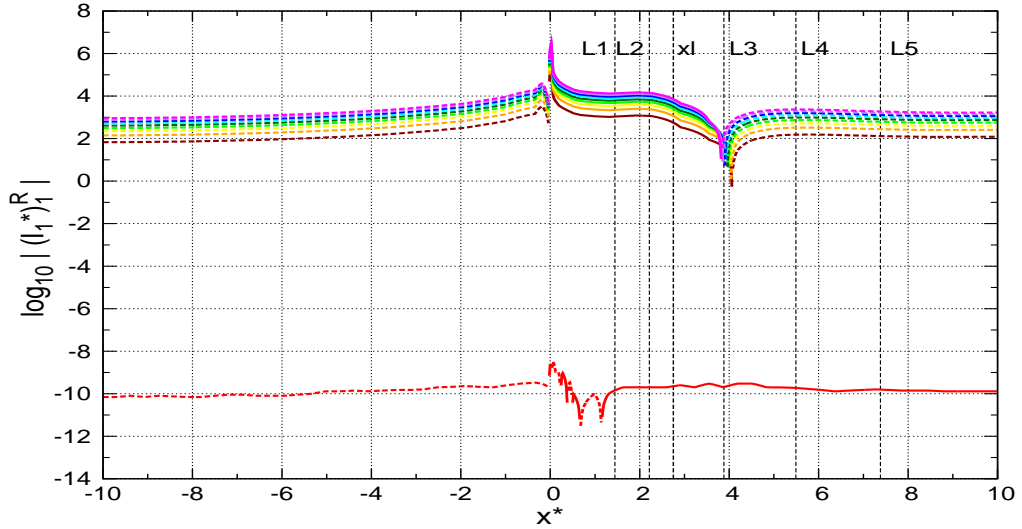


Figura 5.29: Perfil de deformación superficial residual entre los modelos intersísmico BSM y cosísmico SI. Curvas continuas indican que  $(I_1)_1^R > 0$  y segmentadas que  $(I_1)_1^R < 0$ .

Por otra parte, para todas las soluciones neo-Hooke vemos que la magnitud de  $(I_1)_1^R$  aumenta con el daño en prácticamente toda la superficie. Además, vemos que a lo largo del perfil  $|(I_1)_1^R|$  varía aproximadamente en el rango  $10^{-7} = 10^{2-9} \lesssim |(I_1)_1^R| \lesssim 10^{4-9} = 10^{-5}$  salvo en un máximo ubicado aproximadamente en la fosa y un mínimo en  $x^* \approx x^*(L3)$ , donde  $|(I_1)_1^R| \sim 10^{6-9} \sim 10^{-3}$  e  $|(I_1)_1^R| \sim 10^{0-9} \sim 10^{-9}$ , respectivamente. El máximo cercano a la fosa corresponde a la máxima deformación extensional y es de  $(I_1)_1^R \approx 2.9 \times 10^{-3}$ , obtenida para el mayor daño. En tanto que hay una compresión máxima de  $(I_1)_1^R \approx -3.88 \times 10^{-5}$ , 9 km al Oeste de la fosa, también para el daño más

intenso, pero siendo 2 órdenes de magnitud menor que la máxima extensión (ver tabla 5.8).

Por otro lado, dado el signo de  $(I_1)_1^R$ , vemos que para todas las intensidades del daño consideradas, en el intervalo  $0 \lesssim x^* \lesssim x^*(L3)$  se tiene que  $(I_1)_1^R > 0$ , prevaleciendo una deformación residual extensional (asociada al modelo SI). Mientras que en el resto del dominio  $(I_1)_1^R < 0$ , por lo que hay deformación residual compresiva (asociada al modelo BSM).

#### 5.6.4 Residual ESPMM + SI.

Por último, en la figura 5.30 tenemos la magnitud de la deformación residual  $|(I_1)_2^R|$  entre el ESPMM y el SI, donde como antes líneas segmentadas muestran compresiones residuales ( $(I_1)_2^R < 0$ ) y líneas continuas extensiones residuales ( $(I_1)_2^R > 0$ ). La solución Hooke, a diferencia del caso BSM+SI, muestra que  $|(I_1)_2^R|$  en lugar de tender a cero, se mantiene en valores del orden de aquellos de las soluciones neo-Hooke en toda la superficie. Habiendo una extensión residual máxima de  $(I_1)_2^R \approx 2.05 \times 10^{-3}$  aproximadamente en la fosa y un máximo de compresión residual de  $(I_1)_1^R \approx -1.08 \times 10^{-5}$  22 km al Este del máximo de extensión y siendo dos órdenes de magnitud menor que éste (ver tabla 5.8).

En tanto, vemos que las soluciones neo-Hooke presentan en algunos sectores de la superficie comportamientos similares a los observados para la energía residual del caso ESPMM+SI. Es así que por ejemplo desde la fosa hacia el mar  $|(I_1)_2^R|$  aumenta con el daño en  $-8 \lesssim x^* \lesssim -1.4$ , pero disminuye con él en  $-0.8 \lesssim x^* \lesssim -0.3$ . Mientras que desde la fosa hacia el continente, la magnitud de la deformación residual se reduce con el daño en la región  $0.18 \leq x^* \lesssim 1.1$  y crece en las regiones  $x^*(L2) \leq x^* \lesssim 3.6$ ;  $5 \leq x^* \lesssim 6.6$  y  $9 \leq x^* \lesssim 10$ . En las regiones restantes al Oeste y Este de la fosa, se intercambian aumento o disminución de  $|(I_1)_2^R|$  con el daño según la intensidad de éste.

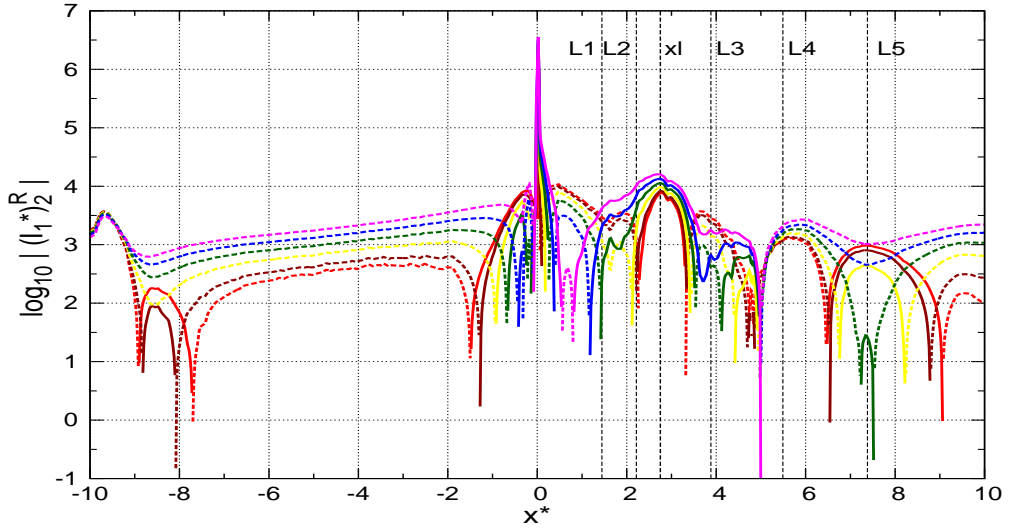


Figura 5.30: Perfil de deformación superficial residual entre modelos intersísmico ESPMM y cosísmico SI. Curvas continuas indican que  $(I_1)_2^R > 0$  y segmentadas que  $(I_1)_2^R < 0$ . Para mejorar la visualización, sólo se incluyeron curvas para 6 magnitudes del daño (*eta*).

En cuanto a las deformaciones máximas, la mayor extensión superficial es de  $(I_1)_2^R \approx 3.56 \times 10^{-3}$ , obtenida para el mayor daño y en la misma ubicación que el máximo de la solución de Hooke, teniendo algo menos del doble de su magnitud. La máxima compresión, también obtenida para el mayor daño, es de  $(I_1)_2^R \approx -1.11 \times 10^{-5}$  y se encuentra 9 km al Oeste de la fosa y por tanto a 32 km del máximo del caso Hooke, siendo apenas mayor que éste y, en magnitud, a su vez 2 órdenes de magnitud menor que la máxima extensión (ver tabla 5.8).

Por otro lado, según el signo de  $(I_1)_2^R$ , observamos que en algunas zonas de la superficie hay una extensión residual para toda magnitud del daño, a saber, esto ocurre en  $-2 \lesssim x [km] \lesssim 2$  y  $x^*(L2) \lesssim x^* \lesssim 3.6$ . Así como en otras, también para todo daño, la deformación residual es compresiva, esto es, en  $-10 \lesssim x^* \lesssim -8.9$  y  $-7.8 \lesssim x^* \lesssim -1.5$  al Oeste de la fosa y  $0.3 \lesssim x^* \lesssim 0.4$ ,  $5 \lesssim x^* \lesssim 6.3$  y  $9 \lesssim x^* \lesssim 10$  al Este de la misma. En el resto de la superficie, en tanto,  $(I_1)_2^R > 0$  ó  $< 0$  dependiendo de la intensidad del daño.

Dentro de estas regiones y considerando aquellas donde hay compresión o extensión en las curvas neo-Hooke para el ESPMM y el SI, encontramos que en las dos zonas con extensión residual para todo daño, la deformación (extensiva) producida en el SI es más afectada por el daño que la compresión en el ESPMM. Mientras que sucede lo contrario en las cuatro regiones con compresión residual, donde el daño tiene un mayor efecto sobre la deformación (compresiva) obtenida en el ESPMM.

máx	caso	BSM	ESPMM	SI	BSM+SI	ESPMM+SI
$I_1 > 0$	HK			$y \approx 6.31$ $I_1 \approx 2.06 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$		$y \approx 6.31$ $(I_1)_2^R \approx 2.05 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$
	NHK	$y \approx 5.92$ $I_1 \approx 8.28 \times 10^{-4}$ $x^* = 0 ; x = 0$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 1.82$ $I_1 \approx 6.61 \times 10^{-8}$ $x^* = 2.84 ; x = 142$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 6.55$ $I_1 \approx 3.57 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 6.46$ $(I_1)_1^R \approx 2.9 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 6.55$ $(I_1)_2^R \approx 3.56 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.9$
$I_1 < 0$	HK	$y \approx 6.31$ $I_1 \approx -2.06 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$	$y \approx 4.49$ $I_1 \approx -3.12 \times 10^{-5}$ $x^* = 1.86 ; x = 93$			$y \approx 4.03$ $(I_1)_2^R \approx -1.08 \times 10^{-5}$ $x^* = 0.46 ; x = 23$
	NHK	$y \approx 6.29$ $I_1 \approx -1.93 \times 10^{-3}$ $x^* = 0.02 ; x = 1$ $\eta^* = 0.1$	$y \approx 4.53$ $I_1 \approx -3.36 \times 10^{-5}$ $x^* = 1.7 ; x = 85$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 3.91$ $I_1 \approx -8.05 \times 10^{-6}$ $x^* = -0.18 ; x = -9$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 4.59$ $(I_1)_1^R \approx -3.88 \times 10^{-5}$ $x^* = -0.18 ; x = -9$ $\eta^* = 0.9$	$y \approx 4.05$ $(I_1)_2^R \approx -1.11 \times 10^{-5}$ $x^* = -0.18 ; x = -9$ $\eta^* = 0.9$

Tabla 5.8: Valores máximos de la deformación superficial para los distintos modelos, con (NHK) y sin (HK) daño.  $I_1$ ,  $y$ ,  $x^* = \frac{x}{d_{lock}}$  y  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  son adimensionales, mientras que  $x$  está en  $km$ .

# Capítulo 6

## Discusión y Conclusión

En el análisis previo examinamos las soluciones de los casos de un medio de tipo Hooke (sin daño) y Neo-hooke (con daño) para el movimiento horizontal  $U$ , el movimiento vertical  $V$ , la energía elástica  $W$  y la deformación  $I_1$  superficiales del medio, encontrados para el proceso de subducción modelado utilizando dos modelos de *slip* intersísmicos (ESPMM y BSM) y un modelo de *slip* cosísmico (SI). Además, para cuantificar el efecto del daño en un ciclo sísmico completo, calculamos “diferencias” entre las soluciones intersísmicas y cosísmicas, sin y con daño presente en el medio. A continuación, abordaremos las principales consecuencias y conclusiones que pueden extraerse de los análisis mencionados, y en particular en el contexto de un ciclo sísmico completo (compuesto por las etapas intersísmica y cosísmica), para luego compararlas con algunas evidencias encontradas en trabajos previamente publicados.

Para comenzar, según el análisis realizado en el capítulo anterior para los perfiles Hooke y neo-Hooke obtenidos para  $U$ ,  $V$ ,  $W$  y  $I_1$ , podemos extraer algunas conclusiones generales acerca de las principales características que muestran las soluciones y cómo éstas se distribuyen a lo largo del perfil de estudio. Para ello centraremos la discusión en la zona que va desde la fosa hacia el continente, pues es aquí donde observamos los fenómenos más interesantes.

Es así como en el periodo intersísmico, tanto para el modelo BSM como el ESPMM y para toda magnitud del daño, vemos desde las figuras 5.20a,b que ocurren subsidencias del fondo marino en la región ubicada entre la fosa y la costa (situada aproximadamente en la posición de  $L2$ , en las cercanías de la localidad de Lota), alzamientos desde la costa hasta la Cordillera de los Andes (representada por la línea  $L4$ , ubicada aproximadamente en el volcán Antuco) y subsidencias para algunas magnitudes del daño desde la cordillera al Este.

Así también, desde la fosa hasta el límite Este del dominio, apreciamos curvas de desplazamientos horizontales (dirigidos siempre hacia el continente para el BSM. Pero hacia el continente y el océano en el ESPMM, mostrando un cambio de dirección al llegar a la costa) continuamente decrecientes (figuras 5.16a,b), asociados a acortamientos (deformaciones compresivas en figuras 5.28a,b) que presentan un comportamiento similar a las densidades de energía elástica (figuras 5.24a,b).

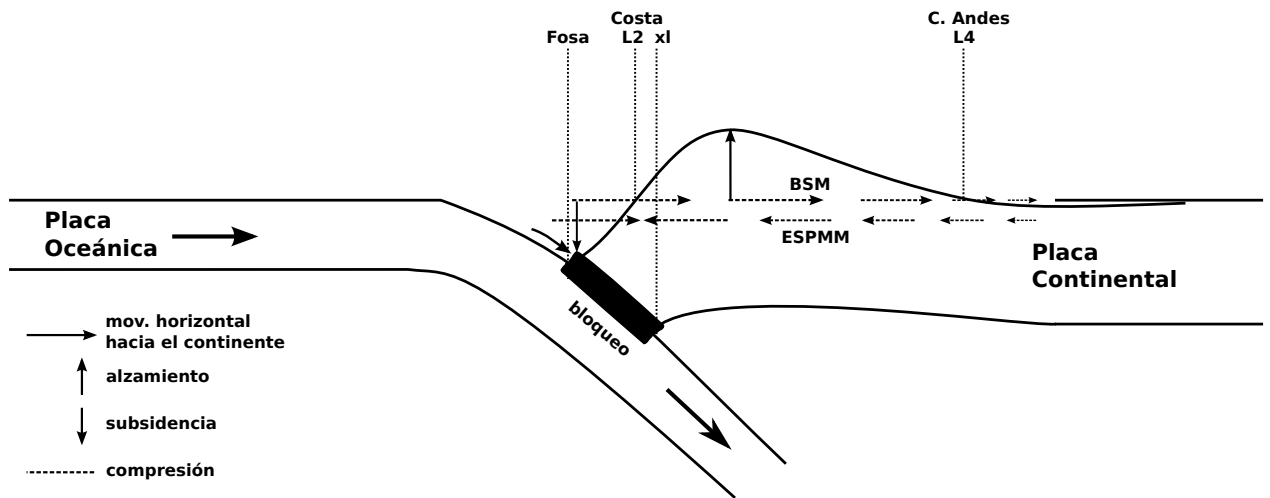


Figura 6.1: Esquema (no escalado) de las principales características de los perfiles (para todo  $\eta$ ) modelados para la etapa intersísmica. Con magnitud y sentido de flechas se indican los movimientos horizontal (diferenciando entre modelos BSM y ESPMM) y vertical, y con el tipo de trazo la deformación (de comportamiento similar a la energía).

Un esquema de las características intersísmicas encontradas, comunes a los modelos BSM y ESPMM, se muestra en la figura 6.1. Donde los máximos de cada variable cambian según el modelo, como podemos ver en la tabla resumen 6.1. Mientras que la figura 6.2 intenta explicar esquemáticamente el proceso intersísmico de acumulación de deformación, desde la perspectiva de nuestros modelos bidimensionales. En ella se representa el acople de la placa de Nazca (NZ, elemento ABC) a la Sudamericana (SA, elemento ADC), como una deformación cuyo eje compresional principal está dirigido, asumimos, a lo largo de la interfase entre las placas (donde la placa de Nazca que sigue subduciendo constantemente está presionando a la placa Sudamericana acoplada), con una compresión  $\epsilon_2 < 0$ . Habiendo por ende también un eje principal con expansión  $\epsilon_1 > 0$ , normal al eje de compresión (figura 6.2a). De donde, si  $|\epsilon_2| > |\epsilon_1|$ , la corteza continental se distorsiona de tal manera que zonas cercanas a la fosa (nodo A) subsiden ( $V_A < 0$ ) y se desplazan hacia el continente ( $U_A > 0$ ), y

zonas más alejadas de la fosa en dirección del continente (como el nodo D) experimentan alzamientos ( $V_D > 0$ , con  $|V_D| < |V_A|$ ) y desplazamientos también hacia el continente, pero menos intenso que el anterior ( $U_D > 0$ ) (figura 6.2b). Puesto que  $|\epsilon_2| > |\epsilon_1|$ , el resultado del proceso es una deformación intersísmica  $I_1 = \epsilon_1 + \epsilon_2 < 0$ , que es por tanto compresiva. Lo que puede apreciarse notando que el área del polígono deformado (A'B'CD') es menor que la del cuadrado original (ABCD). O que además el segmento A'D' es más corto que el trazo AD, y puesto que A' y D' determinan la nueva configuración de la superficie, es que hablamos de una compresión superficial. El esquema anterior describe los perfiles intersísmicos resultantes del modelo BSM (figura 6.2c), pero para el modelo ESPMM se observa que  $|V_D| > |V_A|$  y  $U_D < 0$ , debido al efecto adicional de la convergencia de la placa continental hacia la fosa.

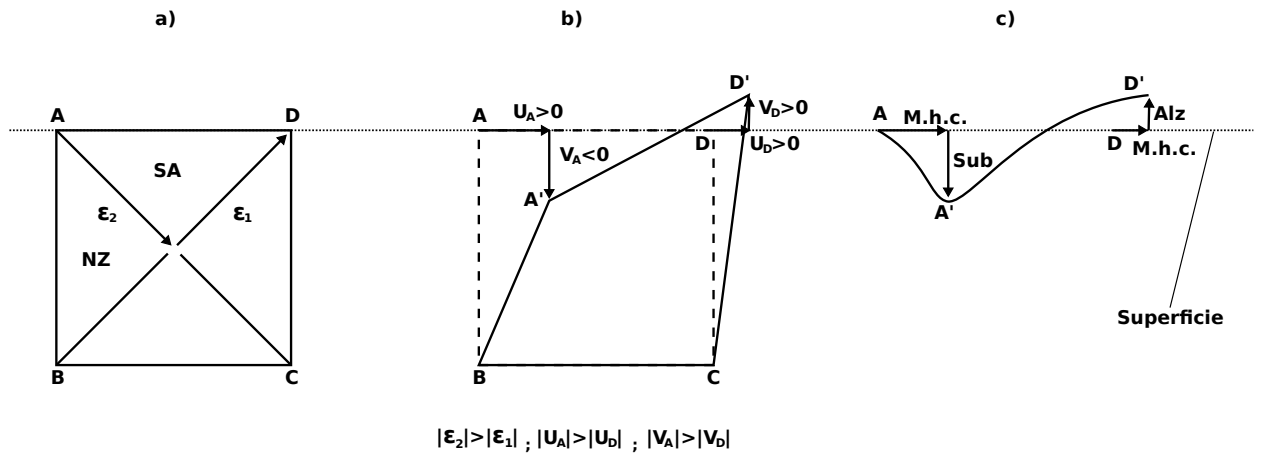


Figura 6.2: Esquema de la deformación intersísmica, según nuestro modelo BSM 2D. a) Subducción de la placa de Nazca (NZ) bajo la Sudamericana (SA) representada por deformaciones principales de compresión ( $\epsilon_2$ ) y extensión ( $\epsilon_1$ ). b) Resultado de la deformación, originando movimientos horizontales  $U$  y verticales  $V$  en ambas placas. c) Topografía resultante de la deformación, mostrando zonas de subsidencia (Sub), alzamiento (Alz) y movimientos horizontales hacia el continente (M.h.c.) o el océano (M.h.m.)

En la etapa cosísmica, en cambio, se observan los procesos contrarios. De manera que entre la fosa y la costa el lecho marino sufre alzamientos, desde esta última a la Cordillera de los Andes hay subsidencias de la superficie y al Este de ésta alzamientos de baja magnitud (figura 5.20c). Mientras que ocurren desplazamientos horizontales hacia el mar decrecientes en magnitud desde la fosa al continente (figura 5.16c), ahora asociados a extensiones superficiales (figura 5.28c), cuyas soluciones también se comportan en forma similar a las curvas de la energía elástica (figura 5.24c).

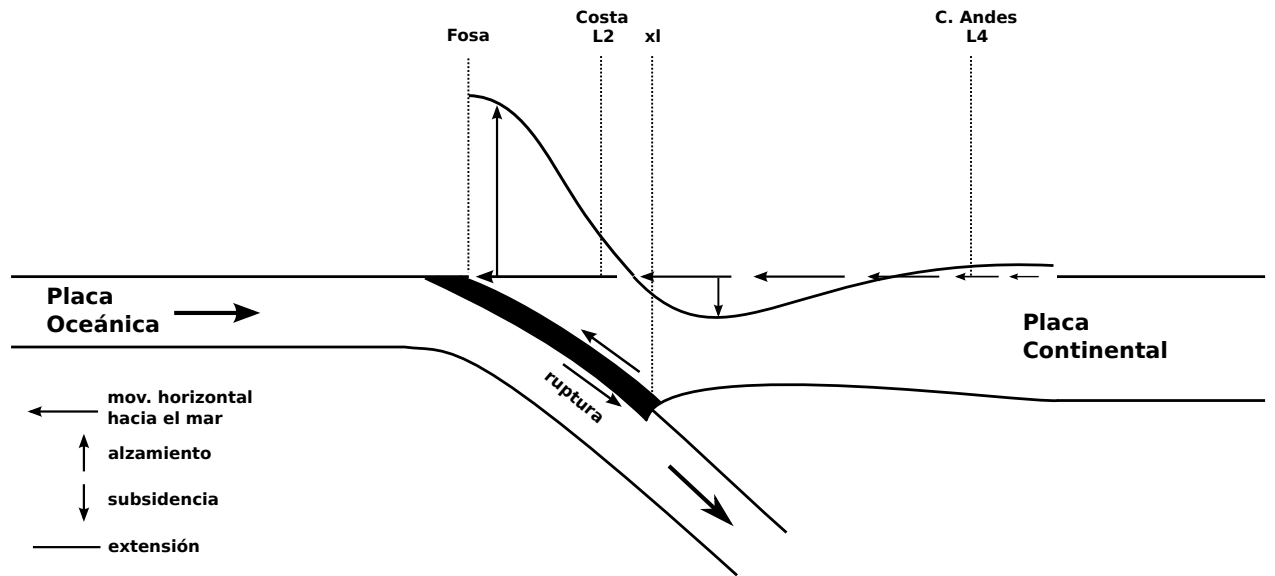


Figura 6.3: Esquema (no escalado) de las principales características de los perfiles (para todo  $\eta$ ) modelados para la etapa cosísmica. Con magnitud y sentido de flechas se indican los movimientos horizontal y vertical, y con el tipo de trazo la deformación (de comportamiento similar a la energía).

La figura 6.3 muestra un esquema de las características cosísmicas obtenidas y los máximos de cada variable se resumen en la tabla 6.1. Una representación análoga a la de la figura 6.2 se muestra para esta etapa en la figura 6.4. Aquí representamos la ruptura de la interfase entre las placas de Nazca (NZ, elemento ABC) y la Sudamericana (SA, elemento ADC), como una deformación con un eje extensional principal paralelo a la ruptura (asociado al desacople de la placa continental), con una extensión  $\epsilon_1$  y normal a un eje principal compresivo, con compresión  $\epsilon_2$  (figura 6.4a). De donde, si  $|\epsilon_1| > |\epsilon_2|$ , esta vez las zonas cercanas a la fosa (nodo A) se alzan ( $V_A > 0$ ) y se desplazan hacia el mar ( $U_A < 0$ ), y zonas más alejadas de la fosa (como el nodo D) subsiden ( $V_D < 0$ , con  $|V_A| > |V_D|$ ) e igualmente se mueven hacia el océano, pero en menor proporción que las primeras ( $U_D < 0$ , con  $|U_A| > |U_D|$ ) (figura 6.4b). Como  $|\epsilon_1| > |\epsilon_2|$ , la deformación cosísmica resultante es expansiva ( $I_1 = \epsilon_1 + \epsilon_2 > 0$ ), y análogamente a lo discutido para la etapa intersísmica, en este caso tenemos una expansión superficial (ahora la longitud del trazo A'D' es mayor al segmento original AD). La que da cuenta de los perfiles resultantes del modelo SI, esquematizados en las figuras 6.3 y 6.4c .



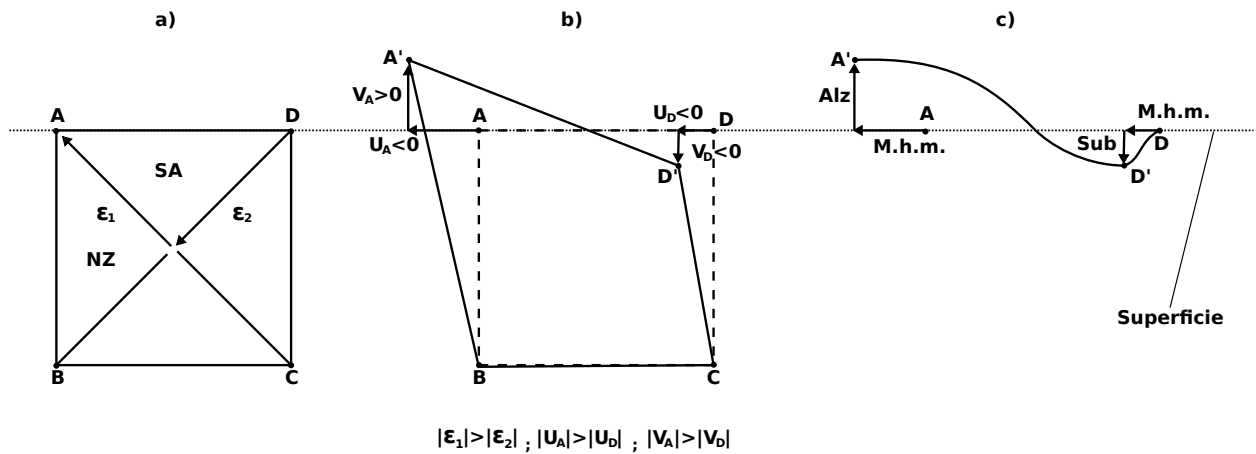


Figura 6.4: Esquema de la deformación cosísmica, según nuestro modelo SI 2D. a) Ruptura de la interfase entre las placas de Nazca (NZ) y Sudamericana (SA) representada por deformaciones principales de compresión ( $\epsilon_2$ ) y extensión ( $\epsilon_1$ ). b) Resultado de la deformación, originando movimientos horizontales  $U$  y verticales  $V$  en ambas placas. c) Topografía resultante de la deformación, mostrando zonas de subsidencia (Sub), alzamiento (Alz) y movimientos horizontales hacia el mar (M.h.m.)

A continuación expondremos las características generales de las cantidades residuales observadas al completarse cada uno de los dos tipos de ciclo sísmico analizados, y calculadas mediante “diferencias” (sumas o restas aritméticas de las variables, de acuerdo a lo explicado previamente en el Análisis) entre sus perfiles intersísmicos y cosísmicos. Además estableceremos en cada caso en qué zonas prevalece la contribución de una u otra etapa del ciclo, y veremos cómo estas zonas no necesariamente coinciden para todas las variables dentro de un mismo tipo de ciclo, aunque en ciertas regiones ese sea el caso.

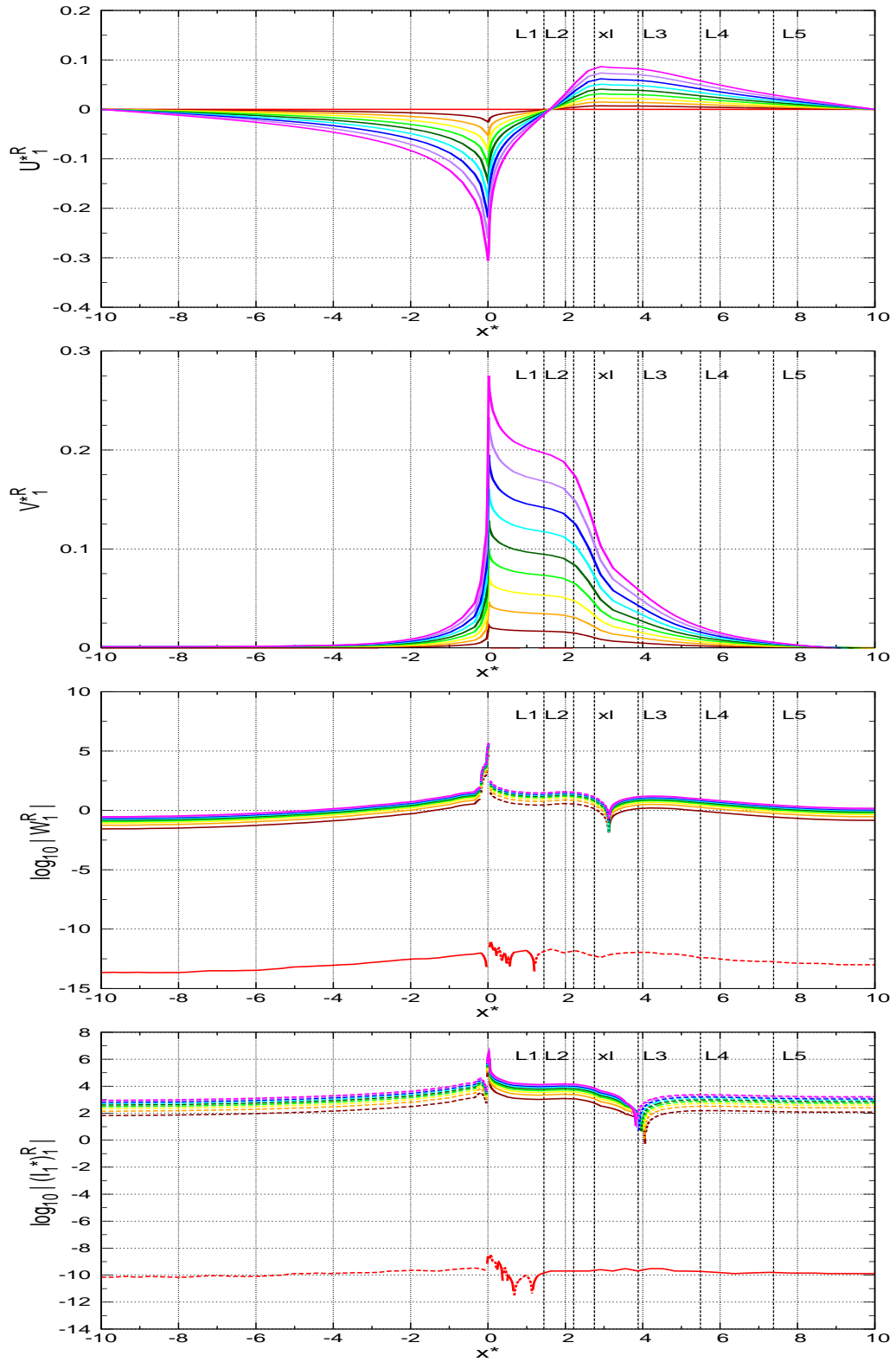


Figura 6.5: Resumen de los perfiles superficiales residuales mostrados en las figuras 5.17, 5.21, 5.25 y 5.29, obtenidos para el ciclo sísmico BSM + SI. De arriba a abajo se muestran los perfiles para  $U_1^{*R}$ ,  $V_1^{*R}$ ,  $\log_{10} |W_1^R|$  y  $\log_{10} |(I_1^*)^R|$ , en las mismas escalas que en dichas figuras.

La figura 6.5 resume las características residuales encontradas para un ciclo sísmico BSM + SI (figuras 5.17, 5.21, 5.25 y 5.29). Para este tipo de ciclo, en un medio con reología lineal, no hemos encontrado movimiento horizontal ni vertical residual, y observamos una energía elástica y una deformación residuales despreciables en toda la superficie.

Para un medio con reología no-lineal, en cambio, hemos hallado valores residuales de estas variables, que con el aumento del daño crecen en magnitud, pero mantienen la forma de sus perfiles. En particular, al Oeste de la fosa se observan componentes residuales de: alzamientos de baja magnitud en la zona cercana a la fosa (presentes en intersísmico y cosísmico); desplazamientos horizontales dirigidos hacia el océano decrecientes desde la fosa al Oeste (predominando  $U$  intersísmico); deformaciones compresivas que también decrecen al alejarse de la fosa, asociadas a energías elásticas positivas (dominando  $I$  y  $W$  intersísmicas).

Por otra parte, al Este de la fosa, se observan alzamientos residuales en toda la superficie, siendo mayores entre la fosa y la costa (hasta un punto entre  $x^* = x_{lock}^*$  y  $x^* = x^*(L2)$ ), que es donde pasan de reflejar un dominio de  $V$  cosísmico (más cerca de la fosa) a uno intersísmico. Se aprecia también una transición entre desplazamientos horizontales residuales dirigidos hacia el mar en una región más cercana a la fosa (predominio de  $U$  cosísmico) y otros con dirección hacia el continente más lejos de la fosa (predominio de  $U$  intersísmico), separados en  $x^* \approx 1.6$  (aproximadamente en la Isla Santa María, en  $L1$ ). Además, encontramos residuos de deformaciones extensivas asociadas a energías negativas en  $0 < x^* \lesssim 3$  (predominio de  $I_1$  y  $W$  cosísmicas) y deformaciones compresivas asociadas a energías positivas en  $x^* \gtrsim 4$ , al Este de  $L3$ , situado aproximadamente en Los Ángeles (predominio de  $I_1$  y  $W$  intersísmicas). Mientras que en una zona intermedia ( $3 \lesssim x^* \lesssim 4$ ), hallamos extensiones y energías positivas residuales, que indican un dominio cosísmico en la deformación, pero intersísmico en la energía. Esta discrepancia de la relación que podemos observar generalmente entre  $I_1$  y  $W$ , que comúnmente reflejan un predominio de la misma etapa del ciclo sísmico, probablemente se deba a un efecto importante del cizalle, incluido en el segundo invariante de la deformación  $I_2$  de la ecuación (3.10), que pueda ser generado por parte de la energía elástica disponible, de manera que la deformación total (extensión/compresión + cizalle) sea efectivamente mayor en la etapa intersísmica, aunque no necesariamente sea así para  $I_1$ .

Dentro de las características residuales del ciclo sísmico BSM + SI, además de la mencionada relación entre la energía y la deformación, es importante destacar la que existe entre ésta última y la variación de  $U_1^R$  a lo largo del perfil, a pesar de que habíamos visto que la ecuación (5.2) en principio sólo era válida al no haber presencia de daño ( $\eta = 0$ ). En efecto, esta relación se aprecia por ejemplo en la región entre la fosa y  $x^* = x_{lock}^*$ , donde los cambios de  $U_1^R < 0$  a  $U_1^R > 0$  para las diferentes curvas están vinculados a extensiones superficiales donde  $|U_1^R|$  crece a ambos lados de  $x^* \approx 1.6$ , que continúan al Este hasta que (aproximadamente en  $L3$ )  $|U_1^R|$  vuelve a descender, a partir de donde se observan deformaciones compresivas.

Un esquema de las observaciones residuales encontradas para un ciclo sísmico BSM + SI se muestra en la figura 6.6 y los máximos de cada variable en la tabla 6.1.

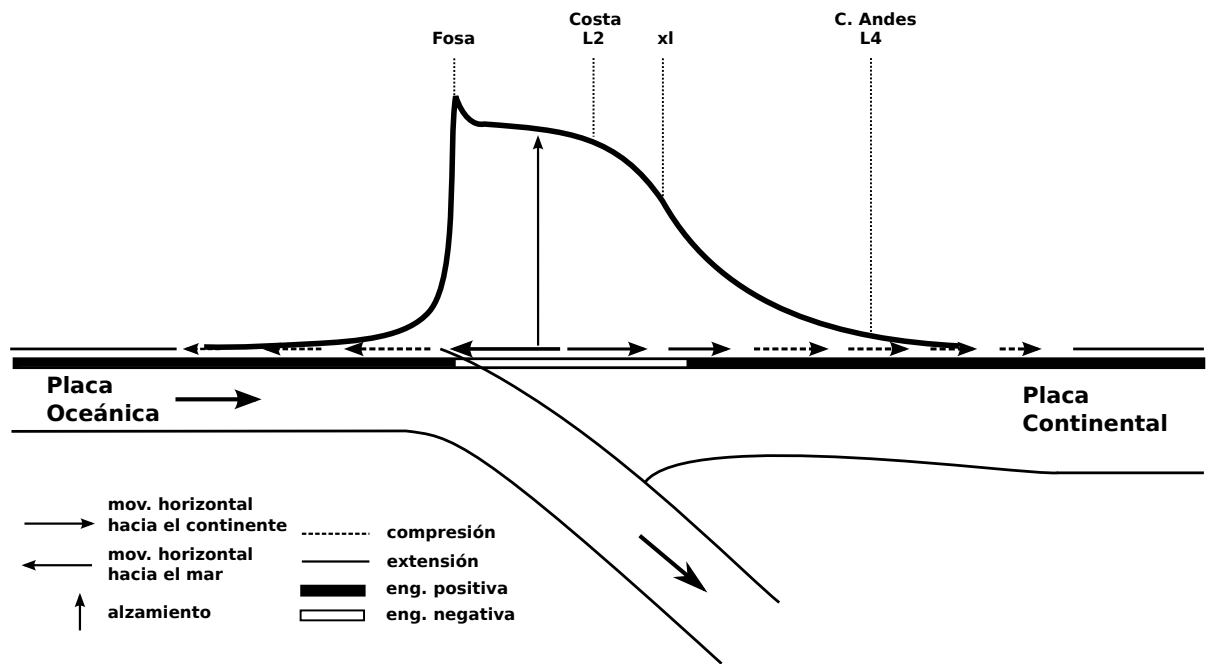


Figura 6.6: Esquema (no escalado) de las principales características residuales de los perfiles (para todo  $\eta > 0$ ) modelados para el ciclo sísmico BSM + SI. Con magnitud y sentido de flechas se indican los movimientos horizontal y vertical, con el tipo de trazo la deformación y con una barra horizontal la energía elástica.

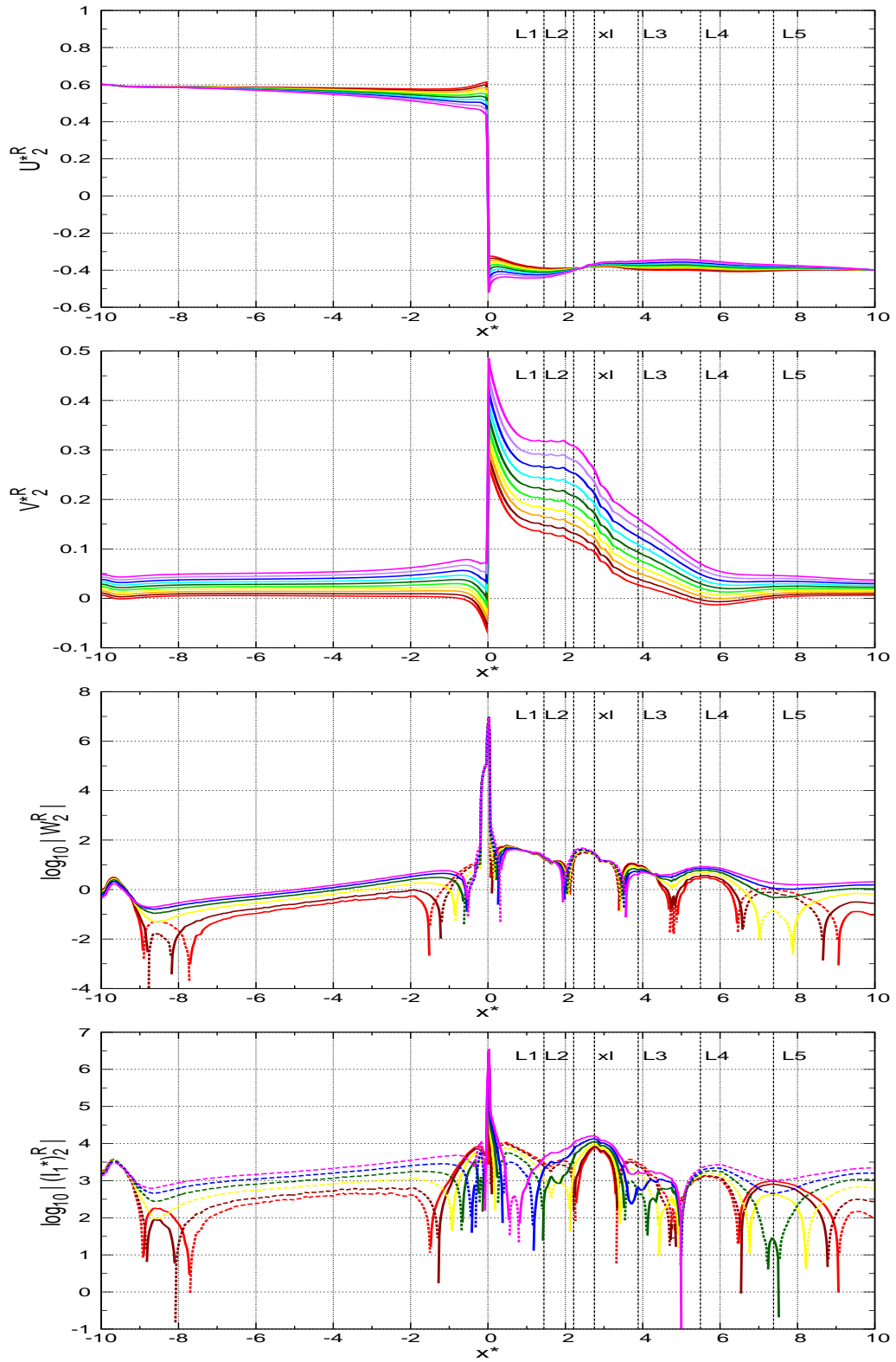


Figura 6.7: Resumen de los perfiles superficiales residuales mostrados en las figuras 5.18, 5.22, 5.26 y 5.30, obtenidos para el ciclo sísmico ESPMM + SI. De arriba a abajo se muestran los perfiles para  $U_2^{*R}$ ,  $V_2^{*R}$ ,  $\log_{10} |W_2^R|$  y  $\log_{10} |(I_1^*)_2^R|$ , en las mismas escalas que en dichas figuras.

Consideremos ahora el caso de un ciclo sísmico ESPMM + SI (figuras 5.18, 5.22, 5.26 y 5.30), cuyas características residuales se resumen en la figura 6.7. A diferencia de lo observado para el ciclo BSM + SI, en este caso, tanto para una reología lineal como una no lineal del medio, encontramos cantidades no despreciables de desplazamientos, energía elástica y deformación residuales.

En primer lugar, observamos que al Oeste de la fosa hay un movimiento horizontal residual dirigido hacia el continente sin importar el daño, con magnitudes asociadas a la convergencia de la placa oceánica en el tiempo intersísmico, reflejando un predominio del  $U$  asociado a esta etapa del ciclo. Para  $\eta \geq 0$ , hay un alzamiento residual en  $-10 \lesssim x^* \lesssim -0.6$  (con magnitudes dominantes de  $V$  intersísmico). En cambio, en los  $30 \text{ km}$  más cercanos a la fosa hay alzamientos residuales para  $\eta \geq 0.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$  (predominio de  $V$  cosísmico), subsidencias residuales para  $\eta \leq 0.5 \times 10^{10} \text{ Pa}$  (predominio de  $V$  intersísmico) y ambas características para las demás magnitudes del daño. Encontramos además en esta parte del perfil mayormente compresiones residuales, asociadas a energías residuales positivas (predominio de  $I_1$  y  $W$  intersísmicas). Existiendo además dos regiones donde observamos residuos de extensiones asociadas a energías negativas (predominio de  $I_1$  y  $W$  cosísmicas). La primera ( $-9 \lesssim x^* \lesssim [-8.1, -7.6]$ ), variando los límites según la magnitud del daño) para  $\eta \leq 0.3 \times 10^{10} \text{ Pa}$  y la segunda ( $[-1.5, -0.6] \lesssim x^* \lesssim [-0.2, 0]$ ) para todo daño.

Por otro lado, al Este de la fosa y para todo daño se observan desplazamientos horizontales hacia el océano, con magnitudes del orden de la convergencia de la placa Sudamericana durante el tiempo intersísmico, exhibiendo un dominio de la componente cosísmica entre la fosa y la costa, seguida de una superposición de las componentes cosísmica e intersísmica (ambas con  $U < 0$ ) desde la costa hacia el continente. Asimismo, notamos alzamientos residuales independiente del daño en gran parte de la superficie, lo que indica un predominio de  $V$  cosísmico en una zona que va desde la fosa hasta la costa (hasta un punto entre  $L2$  y  $x = x_{lock}^*$ ) y un predominio de  $V$  intersísmico entre la costa y una región cercana a la Cordillera de los Andes (entre  $L3$  y  $L4$ ). Por su parte, en la Cordillera de los Andes (entre  $L4$  y  $L5$ ) hay una pequeña subsidencia con  $\eta \lesssim 0.2 \times 10^{10} \text{ Pa}$ , reflejando un dominio de  $V$  intersísmico para estas magnitudes del daño y de  $V$  cosísmico para un daño más intenso, en que se observan bajos alzamientos.

Además, aproximadamente en la fosa encontramos los máximos de extensión

y de energía negativa residuales. Y siguiendo al Este de la fosa, observamos zonas con residuales de deformación compresiva ( $[0.1, 0.5] < x^* \lesssim [0.7, x^*(L2)]$ ) y de energías positivas ( $0.1 < x^* \lesssim [2, x^*(L2)]$ ), que evidencian un predominio de  $I_1$  y  $W$  intersísmicos y cuyos límites Este se desplazan hacia la fosa con el aumento de la magnitud del daño, siendo tal desplazamiento mucho más pronunciado para  $(I_1)_2^R$ . Inmediatamente al Este de estas regiones, se aprecian otras en que hay residuales de extensiones ( $[0.7, x^*(L2)] \lesssim x^* \lesssim 3.5$ ) y de energías negativas ( $[2, x^*(L2)] \lesssim x^* \lesssim 3.5$ ), que reflejan predominio de  $I_1$  y  $W$  cosísmicos. Más hacia el Este, se suceden nuevas regiones de compresión (extensión) y energía positiva (negativa) residuales, pero menos definidas. No obstante, destaca un intervalo ( $5 \lesssim x^* \lesssim 6.5$ ) en que para todo daño se aprecian residuales de compresión y energía positiva en la región de la Cordillera de los Andes y que, para una alta magnitud del daño ( $\eta \gtrsim 0.6 \times 10^{10} Pa$ ), se extiende hasta el borde Este del dominio, siendo interrumpida por zonas de extensión y energía negativa residuales para daños menores.

La figura 6.8 muestra esquemáticamente las observaciones residuales para el ciclo sísmico ESPMM + SI y los máximos de cada variable pueden verse en la tabla 6.1.

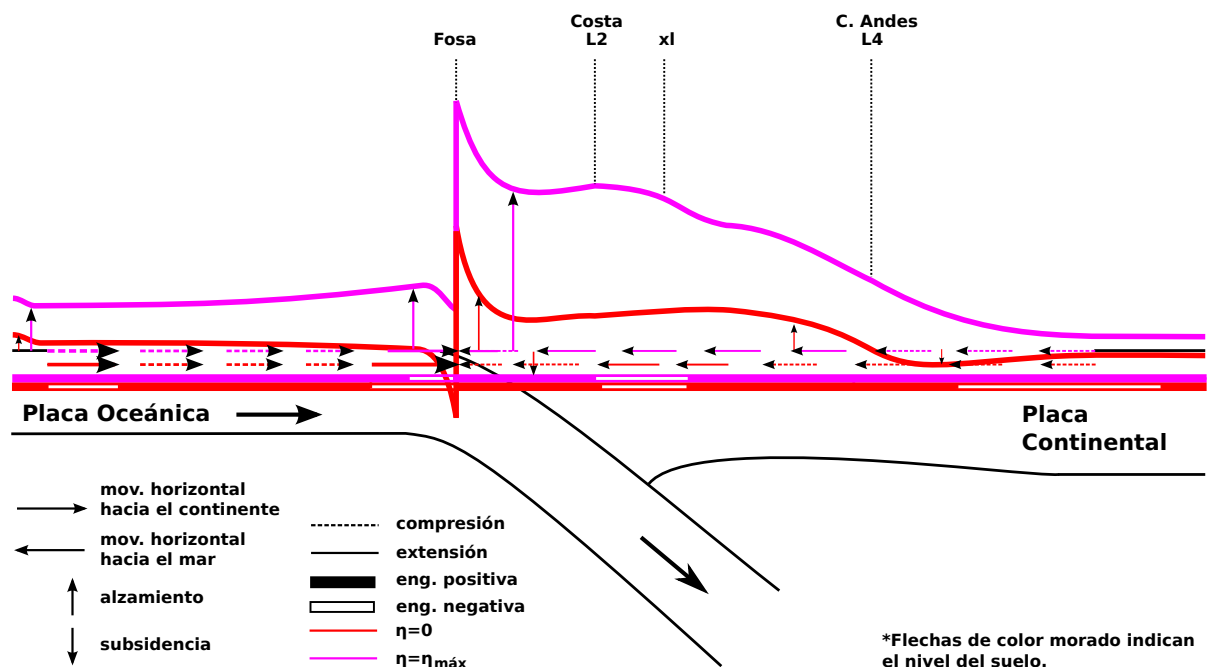


Figura 6.8: Esquema (no escalado) de las principales características residuales de los perfiles (para  $\eta = 0$  y  $\eta = \eta_{m\acute{a}x} = 0.9 \times 10^{10} Pa$ ) modelados para el ciclo sísmico ESPMM + SI. Con magnitud y sentido de flechas se indican los movimientos horizontal y vertical, con el tipo de trazo la deformación y con una barra horizontal la energía elástica.

Máx	Característica	BSM	ESPMM	SI	BSM+SI	ESPMM+SI
$U > 0$	Mov. hacia continente	$U \approx 898$ $x = 1 ; \eta^* = 0$	$U \approx 738$ $x = -500 ; \eta^* = 0, 0.1$	$U \approx 250$ $x = -2 ; \eta^* = 0$	$U_1^R \approx 106$ $x = 146 ; \eta^* = 0.9$	$U_2^R \approx 754$ $x = -2 ; \eta^* = 0$
$U < 0$	Mov. hacia fosa	$U \approx -420$ $x = -2 ; \eta^* = 0.9$	$U \approx -490$ $x = 500 ; \eta^* = 0, 0.1$	$U \approx -1096$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$	$U_1^R \approx -376$ $x = 0 ; \eta^* = 0.9$	$U_2^R \approx -636$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$
$V > 0$	Alzamiento	$V \approx 189$ $x = 161 ; \eta^* = 0.9$	$V \approx 342$ $x = 150 ; \eta^* = 0.9$	$V \approx 600$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$	$V_1^R \approx 338$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$	$V_2^R \approx 596$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$
$V < 0$	Subsidencia	$V \approx -424$ $x = 1 ; \eta^* = 0$	$V \approx -208$ $x = 38 ; \eta^* = 0$	$V \approx -139$ $x = 161 ; \eta^* = 0$		$V_2^R \approx -75$ $x = -2 ; \eta^* = 0$
$I_1 > 0$	Extensión	$I_1^n \approx 828$ $x = 0 ; \eta^* = 0.9$	$I_1^n \approx 0.066$ $x = 142 ; \eta^* = 0.9$	$I_1^n \approx 3570$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$	$(I_1^n)^R \approx 2900$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$	$(I_1^n)^R \approx 3560$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$
$I_1 < 0$	Compresión	$I_1^n \approx -2060$ $x = 1 ; \eta^* = 0$	$I_1^n \approx -34$ $x = 85 ; \eta^* = 0.9$	$I_1^n \approx -8$ $x = -9 ; \eta^* = 0.9$	$(I_1^n)^R \approx -39$ $x = -9 ; \eta^* = 0.9$	$(I_1^n)^R \approx -11$ $x = -9 ; \eta^* = 0.9$
$W > 0$		$W^* \approx 103$ $x = 1 ; \eta^* = 0$	$W \approx 129$ $x = 93 ; \eta^* = 0, 0.1$	$W^* \approx 103$ $x = 1 ; \eta^* = 0$	$(W^*)^R \approx 0.5$ $x = 2 ; \eta^* = 0.9$	$W_2^R \approx 61$ $x = 24 ; \eta^* = 0$
$W < 0$					$(W^*)^R \approx -4.8$ $x = 1 ; \eta^* = 0.9$	$(W^*)^R \approx -100$ $x = 1 ; \eta^* = 0.3$

Tabla 6.1: Resumen de valores máximos superficiales de las distintas variables para los diferentes modelos analizados.  $U$  y  $V$  están en  $cm$ ,  $x$  en  $km$ ,  $W^* = W \times 10^{-5}$  está en  $Pa$ ,  $I_1^n = I_1 \times 10^6$  y  $\eta^* = \eta \times 10^{-10}$   $Pa^{-1}$  son adimensionales.



Después de haber resumido los resultados obtenidos en este estudio y discutido acerca de sus implicancias en un ciclo sísmico, procederemos ahora a compararlos con lo encontrado en trabajos previamente realizados.

Con respecto a las etapas intersísmica y cosísmica, hemos visto que los desplazamientos horizontales y la mayoría de los verticales obtenidos a partir de los registros de estaciones GPS (Ruegg et al., 2009 [40] y Moreno et al., 2011 [32] para el intersísmico, y Moreno et al., 2012 [33] para el cosísmico) y aquellos resultantes de nuestra modelación concuerdan en tendencias y magnitudes a lo largo del perfil analizado. Aunque observándose una notoria dispersión en la componente vertical entre las distintas estaciones GPS.

En particular, los cambios experimentados por la superficie terrestre en la etapa cosísmica no sólo han sido medidos con técnicas geodéticas como el GPS. Varios autores han observado directamente tales variaciones comparando en distintas zonas los cambios de nivel de la superficie días después del terremoto del Maule de 2010, respecto al que tenía hasta antes del evento sísmico. La tabla 6.2 resume las mediciones de este tipo. Entre ellas se encuentran las observaciones realizadas por Quezada et al. (2010) [37], para plataformas de abrasión marina, biota marina, vegetación terrestre sumergida y marcadores antrópicos (muelles secos, etc). Las llevadas a cabo por Farías et al. (2010) [9] para el alga *Lithothamnium* (alzamientos) y para inundaciones de construcciones y vegetación (subsidiencias). Y las efectuadas por Castilla et al. (2010) [5] en base a biomarcadores rocosos sub- e inter-tidales.

Comparando, desde la tabla 6.2 y los perfiles de la figura 6.9, los desplazamientos verticales observados ( $V_{obs}$ ) con los resultantes de nuestro modelo cosísmico SI ( $V_{mod}$ ), vemos que en relación al tipo de movimiento, en todos los puntos de observación y para ambos ajustes de la fosa ( $F1$  y  $F2$ ), hay un acuerdo entre alzamientos y subsidiencias cuando no hay daño presente en el medio, mientras que en algunos puntos el modelo da un movimiento contrario si la magnitud del daño es la máxima considerada (o muy alta). En cuanto a las magnitudes de los desplazamientos, aparentemente existe una sobrestimación del modelo que en promedio es del orden de  $0.6 m$  ( $1 m$ ) en los alzamientos para  $\eta = 0$ , aumentando con la magnitud del daño hasta llegar a ser de  $1.8 m$  ( $2.3 m$ ) para  $\eta = 0.9 \times 10^{10} Pa$ , considerando una fosa ajustada por  $F1$  ( $F2$ ). Mientras que para las subsidiencias, el desfase entre el modelo y las observaciones en promedio es de  $0.5 m$  ( $0.3 m$ ) sin daño y de  $0.4 m$  ( $0.5 m$ ) para un daño máximo, según una fosa tipo  $F1$  ( $F2$ ). El menor

desacuerdo existente entre los alzamientos cosísmicos observados y modelados, se obtiene para la fosa  $F1$ , lo que queda de manifiesto comparando ambos perfiles de la figura 6.9. Para las subsidencias esta tendencia es menos clara, pero siendo este desacuerdo mayor, en términos relativos, al obtenido para los alzamientos, según ambos ajustes de la fosa. En la divergencia existente entre los resultados del modelo SI y las observaciones cosísmicas directas, creemos que tienen influencia ciertas suposiciones de nuestro modelo. Como hemos visto, una de ellas es la representación lineal de la fosa escogida, que hace variar la ubicación real de los puntos de observación a lo largo del perfil, en el orden de algunos kms. Además, es determinante la magnitud del *slip* de ruptura cosísmica en la interfase entre placas, que hemos fijado por medio del *slip* intersísmico acumulado a una velocidad de convergencia constante. Obviando por un lado las posibles variaciones de esta velocidad y por otro lado asumiendo que en el cosísmico efectivamente se liberó todo el *slip* acumulado durante el tiempo intersísmico supuesto.

Por otra parte, acerca de la deformación observada durante la etapa intersísmica, a partir de velocidades GPS estimadas en campañas realizadas entre 1994 y 1997, Khazaradze & Klotz (2003) [21] han encontrado en la zona de Maule-Concepción tasas de deformaciones principales intersísmicas extensional y compresional de

$$\dot{\epsilon}_1 = 0.026 \pm 0.030 \left[ \frac{\mu strain}{año} \right] \quad ; \quad \dot{\epsilon}_2 = -0.127 \pm 0.034 \left[ \frac{\mu strain}{año} \right]$$

respectivamente. De las cuales notamos que el eje de deformación compresional asociado a  $\dot{\epsilon}_2$  es casi paralelo a la dirección de nuestro perfil (ver figura 5 en Khazaradze & Klotz, 2003 [21]), por lo que podemos comparar tal deformación con la obtenida en nuestra modelación. Desde nuestros respectivos perfiles (figuras 5.28a,b), en una región que va desde la Costa ( $L2$ ) a la Cordillera de los Andes ( $L4$ ), notamos una deformación compresiva de

$$\log(|I_1^*|) \approx 4, 4.25 \quad \Rightarrow \quad I_1 \approx -10^{[4,4.25]-9} \approx -[1, 1.78] \times 10^{-5}$$

para el modelo BSM. Y para el modelo ESPMM algo más baja:

$$\log(|I_1^*|) \approx 3.5, 4.5 \quad \Rightarrow \quad I_1 \approx -10^{[3.5,4.5]-9} \approx -[0.32, 3.16] \times 10^{-5}$$

lo que en un intersísmico de 175 años equivale a tasas de deformación de

$$\dot{I}_1 = \frac{I_1}{175 \text{ años}} \approx -[0.057, 0.102] \times 10^{-6} \left[ \frac{1}{\text{año}} \right] \approx -[0.057, 0.102] \left[ \frac{\mu\text{strain}}{\text{año}} \right]$$

para el modelo BSM, mientras que para el ESPMM es de

$$\dot{I}_1 = \frac{I_1}{175 \text{ años}} \approx -[0.018, 0.181] \times 10^{-6} \left[ \frac{1}{\text{año}} \right] \approx -[0.018, 0.181] \left[ \frac{\mu\text{strain}}{\text{año}} \right]$$

que varían en el rango de los valores entre corchetes y están en buen acuerdo con lo encontrado por Khazaradze & Klotz, considerando su incerteza.

Acerca de las características residuales encontradas tras un ciclo sísmico completo, Khazaradze & Klotz (2003) [21] también encontraron en la región entre las latitudes 34°S y 38°S tasas de deformaciones residuales cuyos ejes principales están en direcciones distintas a las del perfil que hemos modelado (ver figura 11 en Khazaradze & Klotz, 2003 [21]). De donde se desprende que en la dirección de nuestro perfil debieran existir tanto compresiones como extensiones. Y es esto lo que observamos para los dos tipos de ciclos sísmicos analizados, siendo mucho más homogéneo el paso de un tipo de deformación al otro para el ciclo BSM + SI.

En cuanto al movimiento vertical residual, podemos examinar el trabajo realizado por Melnick et. al. en 2009 [29] acerca de la deformación permanente que ha sufrido el antearco en la península de Arauco. En él se obtienen perfiles de tasas de alzamiento en tres terrazas marinas de esta región, orientados aproximadamente paralelos a la línea de costa, en dirección NNE-SSO (ver figuras 4a,b en Melnick et. al., 2009 [29]). Dada su orientación, dichos perfiles cruzan el nuestro, el cual atraviesa la península de Arauco, pero orientado aproximadamente O-E (ver figura 5.6 por ejemplo). El punto de intersección de los perfiles está ubicado a unos 50 – 65 km (dependiendo del ancho estimado en nuestro perfil según la distribución de estaciones GPS) del límite NNE del perfil de Melnick y a una distancia desde la fosa, en dirección perpendicular a ella, aproximadamente igual al promedio de las respectivas distancias a la fosa de las estaciones CAP ( $x = 100 \text{ km}$ ) y PUL ( $x = 134 \text{ km}$ ), es decir, en  $x \approx 117 \text{ km}$  ( $x^* \approx 2.3$ ). Las tasas de alzamiento encontradas en este punto varían según la terraza considerada en el rango de 0.6 – 1.2 mm/año (figura

9a, Melnick et. al., 2009). Extrapolando este levantamiento a los 175 años de nuestra etapa intersísmica modelada, obtenemos un rango de alzamiento de aproximadamente  $10.5 - 21 \text{ cm}$ . En cambio, en nuestras curvas de movimiento vertical modeladas (figuras 6.5 y 6.7) encontramos en  $x \approx 117 \text{ km}$  alzamientos residuales de aproximadamente  $17 \text{ cm}$  ( $204 \text{ cm}$ ) con daño  $\eta = 0.1 \times 10^{10} \text{ Pa}$  ( $\eta = 0.9 \times 10^{10} \text{ Pa}$ ) para un ciclo sísmico BSM + SI y de  $138 \text{ cm}$  ( $370 \text{ cm}$ ) con daño  $\eta = 0$  ( $\eta = 0.9 \times 10^{10} \text{ Pa}$ ) para un ciclo sísmico ESPMM + SI. Según lo anterior, al parecer el ciclo BSM + SI con mínimo daño se ajusta mejor a las observaciones. Sin embargo, ya que en nuestro estudio no se han tenido en cuenta algunos otros factores que afectan a la configuración de la superficie, como por ejemplo su erosión, en un modelo más realista creemos que el ciclo ESPMM + SI podría ser un buen candidato para explicar este tipo de alzamientos permanentes.

En el mismo contexto, el ciclo ESPMM + SI (o el BSM + SI) describe alzamientos residuales en la región extendida desde la fosa a la costa, que cualitativamente podrían explicar por ejemplo el surgimiento de la Isla Santa María (en  $x \approx x(L1)$ ). Pero además se aprecian alzamientos residuales aún mayores más cerca de la fosa, donde no se observa en superficie alguna morfología que de cuenta estos resultados. Nuevamente, modelando un ciclo sísmico mejorado, que incluya entre otros factores la erosión del suelo (sin duda importante en el fondo marino), creemos que podrían explicarse más realistamente las características observadas en esta zona del perfil estudiado.

Un punto interesante a considerar también es si hay alzamientos residuales que puedan explicar la formación de la Cordillera de Los Andes. Al respecto, Schellart (2008) [43] y Sobolev & Babeyko (2005) [44] coinciden en que el parámetro más influyente en la formación de este cordón montañoso en una subducción como la chilena, ha sido la velocidad con que la placa continental converge en dirección a la fosa. Si bien estos mismos autores han planteado que la formación de los Andes tiene que ver con tiempos geológicos muy superiores a la escala del ciclo sísmico, en nuestros perfiles observamos alzamientos residuales en la región de la cordillera ( $x \approx x(L4)$ ), que aunque de baja magnitud, podrían en el largo plazo (decenas de ciclos sísmicos o más) tener alguna influencia en su crecimiento, sobre todo para magnitudes de daño considerables, donde son mayores los residuos del movimiento vertical.

Por último, hay una importante característica observada en los perfiles residuales del desplazamiento horizontal, que permite entender al ciclo sísmico

ESPMM + SI como un proceso más realista e intuitivo que el BSM + SI. Es el hecho que para el primer ciclo, el movimiento residual al Oeste de la fosa esté dirigido hacia el continente y al Este sea hacia el océano, lo que representa de forma más razonable el proceso de subducción, con dos capas convergiendo para encontrarse en la fosa.

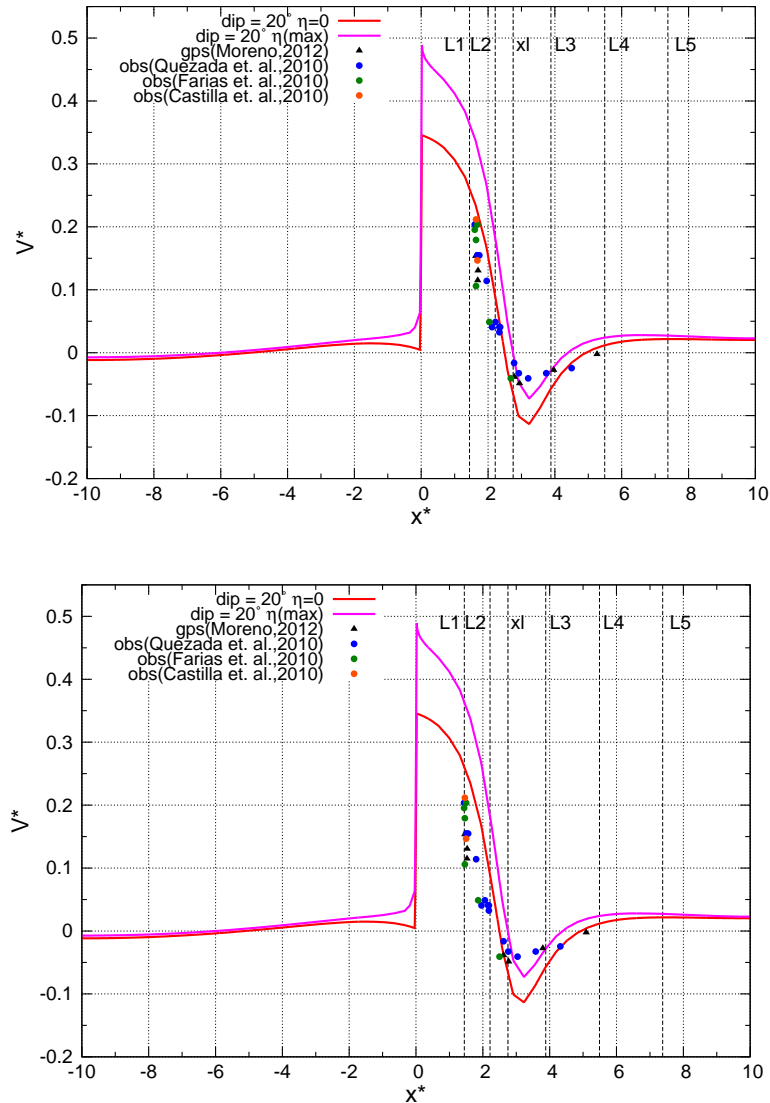


Figura 6.9: Perfiles comparativos de movimientos verticales cosísmicos usando ajuste de fosa  $F1$  (arriba) y  $F2$  (abajo). Curvas continuas de color rojo (sin daño) y morado (daño máximo) representan los perfiles modelados, con triángulos negros se demarcan las mediciones de estaciones GPS (Moreno, 2012 [33]), mientras las observaciones realizadas en terreno son señaladas con círculos azules (Quezada et al., 2010 [37]), verdes (Farias et al., 2010 [9]) y naranjos (Castilla et al., 2010 [5]).

Lugar	Lat(S) / Lon(O)	Fuente	$V_{obs}$ [m]	$V_{mod}$ [m], Fosa 1 (F1) $\eta^* = 0.9$   $x$ [km]	$V_{mod}$ [m], Fosa 2 (F2) $\eta^* = 0.9$   $x$ [km]
Caleta Piures	37.23 / 73.65	Q	2.5 ± 0.1	2.93   4.19	3.21   4.47
"	"	F	2.4 ± 0.4	"	"
Rumena	37.17 / 73.61	F	2.2 ± 0.2	4.11	4.44
Punta Lavapié	37.15 / 73.58	Q	1.9 ± 0.2	4.00	4.37
"	"	F	1.3 ± 0.2	"	"
"	"	C	(p) 1.8 ± 0.2	"	"
Isla Sta. María	37.04 / 73.52	Q	1.9 ± 0.2	3.95	4.33
"	37.02 / 73.55	F	2.5 ± 0.6	4.11	4.44
"	37 / 73.54	C	(p) 2.6 ± 0.2	"	"
Llico	37.19 / 73.56	Q	1.9 ± 0.2	2.60	4.26
Tubul	37.23 / 73.44	Q	1.4 ± 0.1	2.03	3.68
Chome	36.77 / 73.21	F	0.6 ± 0.2	1.74	3.53
Des. Río Biobío	36.81 / 73.17	Q	0.5 ± 0.1	1.44	3.25
Coronel	37 / 73.19	Q	0.6 ± 0.1	1.08	2.85
Playa Laraquete	37.16 / 73.19	Q	0.5 ± 0.1	0.61	2.45
Playa Chivilingo	37.15 / 73.18	Q	0.4 ± 0.1	0.61	2.37
Playa Blanca	37.06 / 73.14	Q	0.5 ± 0.1	0.54	2.37
Río Biobío	37.14 / 72.98	F	-0.5 ± 0.4	-0.62	0.96
Santa Juana	37.17 / 72.93	Q	-0.2 ± 0.5	-0.89	0.45
Tanahuillín	37.2 / 72.86	Q	-0.4 ± 0.1	-1.24	-0.83
Laja	37.27 / 72.72	Q	-0.5 ± 0.2	-1.38	-1.30
Salto del Laja	37.22 / 72.38	Q	-0.4 ± 0.1	-0.86	-1.05
Tucapel	37.3 / 71.97	Q	-0.3 ± 0.1	-0.20	-0.32

Tabla 6.2: Tabla comparativa de movimientos verticales cosísmicos. Indicando la posición y el nombre de cada lugar de medición, los desplazamientos verticales observados ( $V_{obs}$ , donde (p) indica el valor promedio de las mediciones hechas en el sitio) y los movimientos respectivos modelados ( $V_{mod}$ ) para un medio sin daño ( $\eta = 0$ ) y con un daño máximo ( $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1} = 0.9$ ), para la misma posición ( $x$ ) a lo largo del perfil de estudio, según los dos ajustes considerados para la fosa (F1 y F2). Las observaciones se obtuvieron de diversas fuentes, donde Q corresponde a Quezada et al. (2010) [37], F a Farías et al. (2010) [9] y C a Castilla et al. (2010) [5].

# Capítulo 7

## Perspectivas

A partir de ahora, y teniendo como base el presente trabajo, junto a mi profesor guía tenemos la idea de trabajar durante este año en el desarrollo de una publicación que pueda englobar los resultados y el análisis aquí expuestos, más los que sea necesario adicionar, para dar una explicación satisfactoria del efecto que tiene el daño en la deformación de un medio, particularmente en aquella que tiene que ver con un ciclo sísmico desarrollado en una zona de subducción como la de nuestra costa.

Ahora bien, como todo modelo simple, el nuestro también puede ser mejorado, y con ese objetivo podemos agregar a él nuevas características geodinámicas y geológicas que lo hagan más realista. Del punto de vista geodinámico, podemos incluir una fase postsísmica, con su componente asociada de la relajación viscoelástica del manto. Es posible también modificar la velocidad de convergencia entre las placas, considerada hasta ahora como constante, por una que presente un determinado decaimiento en el tiempo. Una modificación de la subducción utilizada, en la cual el *dip* sea incrementado con la profundidad, como ocurre en realidad, sería igualmente apropiado. Geológicamente, para robustecer el modelo sería importante además añadir características propias de una subducción como la chilena: canal de subducción, prisma de acreción, una componente erosional y una litología cuya estratificación sea la adecuada para las litósferas oceánica y continental. Sumado a lo anterior, sería interesante implementar una modelación 3D, que incluya una componente dimensional Norte-Sur no presente aquí, adaptando para ello el código utilizado hasta ahora en Fortran, o quizás explorando un nuevo lenguaje de programación (o un nuevo método numérico).

En el plano personal, en el mediano plazo, me gustaría realizar estudios de

doctorado fuera del país, con el fin de continuar haciendo investigación en temas que mezclen áreas tales como Sismología, Geodinámica y Geología, buscando comprender de mejor forma los procesos involucrados en nuestro planeta y de paso aportar con ello a la comunidad científica y no-científica.



# Referencias

- [1] Alm, O., Jaktlund, L. L., Kou, S., 1985. The influence of microcrack density on the elastic and fracture mechanical properties of Stripa granite. *Phys. Earth Planet Inter.*, **40**, pp. 161-179.
- [2] Ambartsumyan, S.A., 1982. Raznomodulnaya Teoria Uprugosti (strain-dependence elastic theory). *Nauka*, Moscow (in Russian).
- [3] Batzle, M. L., Simmons, G., Siegfried, R. W., 1980. Microcrack closure in rocks under stress: direct observation. *J. Geophys. Res.*, **85**, pp. 7072-7090.
- [4] Budiansky, B. & O'Connell, R. J., 1976. Elastic moduli of a cracked solid. *Int. J. Solids Structures*, **12**, pp. 81-97.
- [5] Castilla, J. C., Manríquez, P. H., Camaño, A., 2010. Effects of rocky shore coseismic uplift and the 2010 Chilean mega-earthquake on intertidal biomarker species. *Mar. Ecol. Prog. Series*, **418**, pp. 17-23.
- [6] Collins, J. A., 1981. Failure of materials in mechanical design. *Wiley*, New York.
- [7] Davies, J. N., & House, L., 1979. Aleutian subduction zone seismicity, volcano-trench separation, and their relation to great thrust-type earthquakes. *J. Geophys. Res.*, **84**, pp. 4583-4591.
- [8] DeMets, C., Gordon, R., Argus, D., Stein, S., 1994. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plates motions. *Geophys. Res. Lett.*, **21**, pp. 2191-2194.
- [9] Farias, M., Vargas, G., Tassara, A., Carretier, S., Baize, S., Melnick, D., Bataille, K., 2010. Land-Level Changes Produced by the Mw 8.8 2010 Chilean Earthquake. *Science*, **20**, p. 916.
- [10] Gerbault, M., Cembrano, J., Mpodozis, C., Farias, M., Pardo, M., 2009. Continental margin deformation along the Andean subduction zone: Thermo-mechanical models. *Phys. Earth Planet Inter.*, **177**, pp. 180-205.

- [11] Gripp, A. & Gordon, R., 1990. Current plate velocities relative to the hotspots incorporating the NUVEL-1 global plate motion model. *Geophys. Res. Lett.*, **17**, pp. 1109-1112.
- [12] Hadley, K., 1976. Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granite. *J. Geophys. Res.*, **81**, pp. 3484-3494.
- [13] Henyey, F. S. & Pomphrey, N., Self-consistent moduli of a cracked solid. *Geophys. Res. Lett.*, **9**, pp. 903-906.
- [14] Holcomb, D. J., 1993. Observations of the Kaiser effect under multiaxial stress states: implications for its use in determining in situ stresses. *Geophys. Res. Lett.*, **20**, pp. 2119-2122.
- [15] Howarth, D. F., 1987. The effect of pre-existing microcavities on mechanical rock performance in sedimentary and crystalline rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abs.*, **24**, pp. 223-233.
- [16] Ji, S., Sun, S., Wang, Q., Marcotte, D., 2010. Lamé parameters of common rocks in the Earth's crust and upper mantle. *J. Geophys. Res.*, **115**, Issue B6.
- [17] Jones, R.M., 1977. Stress-strain relations for materials with different moduli in tension and compression. *AIAA J.*, **15**, pp. 62-73.
- [18] Kachanov, M., 1987. Elastic solids with many cracks: a simple method of analysis. *Int. J. Solids Struct.*, **23**, pp. 23-43.
- [19] Kachanov, M., 1992. Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts. *Appl. Mech. Rev.*, **45**, pp. 304-335.
- [20] Kanda, R. V. S. & Simons, M., 2010. An elastic plate model for interseismic deformation in subduction zones. *J. Geophys. Res.*, **115**, B03405.
- [21] Khazaradze, G. & Klotz, J., 2003. Short- and long-term effects of GPS measured crustal deformation rates along the south central Andes. *J. Geophys. Res.*, **108**, p. 2289, B6.
- [22] Kranz, R. L., 1979. Crack growth and development during creep of Barrea granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abs.*, **16**, pp. 23-35.
- [23] Lockner, D. A. & Byerlee, J. D., 1980. Development of fracture planes during creep in granite, in: Hardy, H. R. & Leighton, F. W. (Eds.), *2nd Conference on acoustic emission/ microseismic activity in geological structures and materials*, Trans-Tech. Publications, Clausthal-Zellerfeld,

Germany, pp. 1-25.

- [24] Lomnitz, C., 2004. Major earthquakes of Chile: A historical survey, 1535-1960. *Seismol. Res. Lett.*, **75**, pp. 368-378.
- [25] Lyakhovsky, V. A. & Myasnikov, V. P., 1984. On the behavior of elastic cracked solid. *Phys. Solid Earth*, **10**, pp. 71-75.
- [26] Lyakhovsky, V. A., 1990. Application of the multimodulus model to analysis of stress-strain state of rocks. *Phys. Solid Earth*, **26**, pp. 177-180.
- [27] Lyakhovsky, V. A., Podladchikov, Y., Poliakov, A., 1993. A rheological model of a fractured solid. *Tectonophysics*, **226**, pp. 187-198.
- [28] Lyakhovsky, V., Reches, Z., Weinberger, R., Scott, T. E., 1997. Non-linear elastic behaviour of damaged rocks. *Geophys. J. Int.*, **130**, pp. 157-166.
- [29] Melnick, D., Bookhagen, B., Strecker, M. R., Echtler, H. P., 2009. Segmentation of megathrust rupture zones from fore-arc deformation patterns over hundreds to millions of years, Arauco peninsula, Chile. *J. Geophys. Res.*, **114**, B0140.
- [30] Melosh, H.J., Raefsky, A., 1981. A simple and efficient method for introducing faults into finite element computations. *Bulletin of the Seismol. Soc. Amer.*, **71**, pp. 1391-1400.
- [31] Moore, D. E. & Lockner, A. D., 1995. The role of microcracking in shear fracture propagation in granite. *J. Struct. Geol.*, **17**, pp. 95-114.
- [32] Moreno, M., Melnick, D., Rosenau, M., Bolte, J., Klotz, J., Echtler, H., Baez, J., Bataille, K., Chen, J., Bevis, M., Hase, H., Oncken, O., 2011. Heterogeneous plate locking in the South-Central Chile subduction zone: Building up the next great earthquake. *Earth and Planet. Science Lett.*, **305**, pp. 413-424.
- [33] Moreno, M., Melnick, D., Rosenau, M., Baez, J., Klotz, J., Oncken, O., Tassara, A., Chen, J., Bataille, K., Bevis, M., Socquet, A., Bolte, J., Vigny, C., Brooks, B., Ryder, I., Grund, V., Smalley, B., Carrizo, D., Bartsch, M., Hase, H., 2012. Toward understanding tectonic control on the Mw 8.8 2010 Maule Chile earthquake. *Earth and Planet. Science Lett.*, **321-322**, pp. 152-165.
- [34] Nishihara, M., 1957. Stress-strain relation of rocks. *Doshisha Eng. Rev*, **8**, pp. 32-54.
- [35] O'Connell, R. J. & Budiansky, B., 1974. Seismic velocities in dry and

- saturated cracked solids. *J. Geophys. Res.*, **79**, pp. 5412-5426.
- [36] Okada, Y., 1985. Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the Seismol. Soc. Amer.*, **75**, pp. 1135-1154.
- [37] Quezada J., Jaque, E., Belmonte, A., Fernández, A., Vásquez, D., Martínez, C., 2010. Vertical coseismic movements and geomorphological changes generated by the Mw=8.8 earthquake, february 27<sup>th</sup> 2010 in south-central Chile. *Rev. Geo. Sur.*, **2**, pp. 11-45.
- [38] Reches, Z. & Lockner, D. A., 1974. Nucleation and growth of faults in brittle rocks. *J. Geophys. Res.*, **99**, pp. 18159-18173.
- [39] Rice, J. R., 1968. Fracture, an advanced treatise, in: H. Leibowitz (Ed.), *Academic Press*, New York, **2**, p. 191.
- [40] Ruegg, J.C., Rudloff, A., Vigny, C., Madariaga, R., de Chabalier, J.B., Campos, J., Kausel, E., Barrientos, S., Dimitrov, D., 2009. Interseismic strain accumulation measured by GPS in the seismic gap between Constitución and Concepción in Chile. *Phys. Earth Planet Inter.*, **175**, pp. 7885.
- [41] Savage, J. C., 1983. A dislocation model of strain accumulation and release at a subduction zone. *J. Geophys. Res.*, **88**, pp. 4984-4996.
- [42] Sayers, C. M. & Kachanov, N., 1991. A simple technique for finding effective elastic constants of cracked solids for arbitrary crack orientation statistics. *Int. J. Solids Struct.*, **27**, pp. 671-680.
- [43] Schellart, W. P., 2008. Overriding plate shortening and extension above subduction zones: a parametric study to explain formation of the Andes Mountains. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **120**, pp. 1441-1454.
- [44] Sobolev, S.V. & Babeyko, A.Y., 2005. What drives orogeny in the Andes? *Geology.*, **33**, pp. 617620.
- [45] Schock, R. N., 1977. The response of rocks to large stresses, in: Roddy, D. L., Pepin, R. O., Merrill, R. B. (Eds.), *Impact and Explosion Cratering*, Pergamon Press, New York, pp. 657-688.
- [46] Tapponnier, R., Brace, W. F., 1976. Development of stress-induced microcracks in Westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, **13**, pp. 103-113.
- [47] Tomecek, S. M., Plate Tectonics (Science Foundations), Chelsea House, New York, 2009.

- [48] Volarovich, M. P. (Ed.), 1988. *Physical properties of minerals and rocks, Handbook*, Nedra, Moscow.
- [49] Weinberger, R., Reches, Z., Eidelman, A., Scott, T. S., 1994. Tensile properties of rocks in four-point beam tests under confining pressure, in: P. Nelson & S. E. Laubach (Eds.), *Proceedings First North American Rock Mechanics Symposium*, Austin, Texas, EEUU, pp. 435-442.
- [50] Wong, T. F., 1982. Micromechanics of faulting in Westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abs.*, **19**, pp. 49-64.
- [51] Zoback, M. D. & Byerlee, J. D., 1975. The effect of microcrack dilatancy on the permeability of Westerly granite. *J. Geophys. Res.*, **80-B**, pp. 752-755.

# Apéndice A

## Derivación de Ecuación (3.27)

En primer lugar, consideremos que el tensor de esfuerzo en dos dimensiones es representado por la matriz simétrica

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

con  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$  y de donde, por definición, tenemos que la divergencia del tensor de esfuerzo está dada por

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \partial_1 \sigma_{11} + \partial_2 \sigma_{12} \\ \partial_1 \sigma_{21} + \partial_2 \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

donde  $\partial_1 = \frac{\partial}{\partial x_1}$  y  $\partial_2 = \frac{\partial}{\partial x_2}$ .

Multiplicando ahora (A.2) por la función test  $\mathbf{v}$ , que en dos dimensiones es

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

e integrando sobre el dominio  $\Omega$ , encontramos que

$$\begin{aligned}
-\int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{v} dx &= -\int_{\Omega} \begin{pmatrix} \partial_1 \sigma_{11} + \partial_2 \sigma_{12} \\ \partial_1 \sigma_{21} + \partial_2 \sigma_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} dx \\
&= -\left( \underbrace{\int_{\Omega} (\partial_1 \sigma_{11}) v_1 dx}_I + \underbrace{\int_{\Omega} (\partial_2 \sigma_{12}) v_1 dx}_{II} \right. \\
&\quad \left. + \underbrace{\int_{\Omega} (\partial_1 \sigma_{21}) v_2 dx}_{III} + \underbrace{\int_{\Omega} (\partial_2 \sigma_{22}) v_2 dx}_{IV} \right) \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

Ahora bien, para calcular  $I$ ,  $II$ ,  $III$  y  $IV$  en (A.4), recordemos que para un vector  $\mathbf{U}$ , el teorema de Gauss de la divergencia plantea que

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{U} = \int_{\partial\Omega} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{A.5})$$

donde en dos dimensiones  $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$ . Pues bien, podemos considerar que el vector  $\mathbf{U}$  es de la forma

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_I = (\sigma_{11} v_1, 0) = \sigma_{11} v_1 (1, 0) \quad (\text{A.6})$$

y entonces tenemos que

$$\nabla \cdot \mathbf{U}_I = \frac{\partial}{\partial x_1} (\sigma_{11} v_1) = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} v_1 + \sigma_{11} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \quad ; \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{U}_I \cdot \mathbf{n} = \sigma_{11} v_1 n_1 = \sigma_{11} n_1 v_1 \quad (\text{A.8})$$

Reemplazando (A.7) y (A.8) en (A.5) obtenemos

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} v_1 dx + \int_{\Omega} \sigma_{11} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} dx &= \int_{\partial \Omega} \sigma_{11} n_1 v_1 dS \quad \Leftrightarrow \\ \int_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} v_1 dx &= - \int_{\Omega} \sigma_{11} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} dx + \int_{\partial \Omega} \sigma_{11} n_1 v_1 dS \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

que corresponde a  $I$  en (A.4), de manera que

$$\begin{aligned} I &= - \int_{\Omega} \sigma_{11} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} dx + \int_{\partial \Omega} \sigma_{11} n_1 v_1 dS \\ &= - \int_{\Omega} \sigma_{11}(\mathbf{u}) \epsilon_{11}(\mathbf{v}) dx + \int_{\partial \Omega} \sigma_{11}(\mathbf{u}) n_1 v_1 dS \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Análogamente, podemos calcular las cantidades  $II$ ,  $III$  y  $IV$  reemplazando en (A.5), los respectivos vectores adecuados:

$$\mathbf{U}_{II} = \sigma_{12} v_1(0, 1)$$

$$\mathbf{U}_{III} = \sigma_{21} v_2(1, 0)$$

$$\mathbf{U}_{IV} = \sigma_{22} v_2(0, 1)$$

de donde encontramos respectivamente que

$$II = - \int_{\Omega} \sigma_{12} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} dx + \int_{\partial \Omega} \sigma_{12} n_2 v_1 dS \quad (\text{A.11})$$

$$III = - \int_{\Omega} \sigma_{21} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} dx + \int_{\partial \Omega} \sigma_{21} n_1 v_2 dS \quad (\text{A.12})$$



$$\begin{aligned}
IV &= - \int_{\Omega} \sigma_{22} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} dx + \int_{\partial\Omega} \sigma_{22} n_2 v_2 dS \\
&= - \int_{\Omega} \sigma_{22}(\mathbf{u}) \epsilon_{22}(\mathbf{v}) dx + \int_{\partial\Omega} \sigma_{22}(\mathbf{u}) n_2 v_2 dS \quad (\text{A.13})
\end{aligned}$$

Los términos  $I$ ,  $II$ ,  $III$  y  $IV$  dados por (A.10)-(A.13) pueden entonces sustituirse en (A.4) para obtener, después de algo de álgebra

$$\begin{aligned}
- \int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{v} dx &= \int_{\Omega} \sigma_{11}(\mathbf{u}) \epsilon_{11}(\mathbf{v}) dx + \int_{\Omega} \sigma_{12} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} dx + \int_{\Omega} \sigma_{21} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} dx \\
&+ \int_{\Omega} \sigma_{22}(\mathbf{u}) \epsilon_{22}(\mathbf{v}) dx - \int_{\partial\Omega} [\sigma_{11}(\mathbf{u}) n_1 v_1 \\
&+ \sigma_{12}(\mathbf{u}) n_2 v_1 + \sigma_{21}(\mathbf{u}) n_1 v_2 + \sigma_{22}(\mathbf{u}) n_2 v_2] dS \\
&= \int_{\Omega} \sigma_{11}(\mathbf{u}) \epsilon_{11}(\mathbf{v}) dx + \int_{\Omega} \sigma_{12}(\mathbf{u}) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) dx \\
&+ \int_{\Omega} \sigma_{21}(\mathbf{u}) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) dx + \int_{\Omega} \sigma_{22}(\mathbf{u}) \epsilon_{22}(\mathbf{v}) dx \\
&- \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS \\
&= \int_{\Omega} \sigma_{11}(\mathbf{u}) \epsilon_{11}(\mathbf{v}) dx + \int_{\Omega} \sigma_{12}(\mathbf{u}) \epsilon_{12}(\mathbf{v}) dx \\
&+ \int_{\Omega} \sigma_{21}(\mathbf{u}) \epsilon_{21}(\mathbf{v}) dx + \int_{\Omega} \sigma_{22}(\mathbf{u}) \epsilon_{22}(\mathbf{v}) dx \\
&- \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS \\
&= \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) dx - \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS \\
&= \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) dx - \int_{\partial\Omega} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} dS \quad (\text{A.14})
\end{aligned}$$

donde en el último paso hemos incluido la condición de borde de Neumann de (3.18). Sin embargo, como plantea (3.18), en nuestro caso hemos considerado un esfuerzo superficial nulo ( $\mathbf{g} = \mathbf{0}$ ). Incluyendo esta condición en (A.14)

obtenemos

$$-\int_{\Omega} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})) \cdot \mathbf{v} dx = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) dx \quad (\text{A.15})$$

Y considerando la ecuación de movimiento (3.16), encontramos finalmente que

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}) dx &= \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) dx \quad \Leftrightarrow \\ (\mathbf{f}, \mathbf{v}) &= a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

que es equivalente a resolver (3.26) para  $\mathbf{u}$ , tal que  $\mathcal{F}(\mathbf{u}) = 0$ .

# Apéndice B

## Constantes de Lamé

A partir de las constantes de Lamé  $\lambda$  y  $\mu$  se definen todas las propiedades elásticas del medio, de ahí su importancia. Los valores escogidos para nuestra modelación fueron  $\lambda = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y  $\mu = 3.6 \times 10^{10} Pa$ . Elección que tiene asidero en el hecho de considerar una litósfera oceánica compuesta principalmente de basalto y una litósfera continental mayoritariamente de granito. Si bien es cierto que esto no es del todo correcto tomando en cuenta la extensión vertical real de dichas capas, es una aproximación aceptable (p. 29, en Tomecek, 2009[47]) en las cortezas respectivas (ver figura 1.2).

Pues bien, nuestros valores de  $\lambda$  y  $\mu$  están en un acuerdo razonable con una composición litológica como la mencionada para las cortezas oceánica y continental, según los rangos que se han encontrados experimentalmente para tales parámetros, al analizar muestras de diferentes tipos de rocas (figura 8b,c en Ji et. al., 2010 [16]).

No obstante, hemos realizado un pequeño test enfrentando los resultados obtenidos usando los valores de las constantes de Lamé seleccionados, con aquellos resultantes de algunos valores adicionales, para examinar el efecto que tiene variar estos parámetros. Específicamente, estudiamos tres pares de parámetros alternativos, todos los cuales satisfacen un coeficiente de Poisson (ecuación 3.5)  $\nu = 0.25$ , valor comúnmente usado al modelar la Tierra como un “sólido de Poisson”, en el cual  $\lambda = \mu$ . Los pares de parámetros analizados fueron:  $\lambda_1 = 3 \times 10^{10} Pa$ ,  $\mu_1 = 3 \times 10^{10} Pa$  (utilizado para modelar la subducción chilena, por ejemplo, en Gerbault et. al. (2009) [10]);  $\lambda_2 = 4.5 \times 10^{10} Pa$ ,  $\mu_2 = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y  $\lambda_3 = 3.6 \times 10^{10} Pa$ ,  $\mu_3 = 3.6 \times 10^{10} Pa$ . En particular, los pares  $(\lambda_{2,3}, \mu_{2,3})$  representan casos límites de nuestros valores.

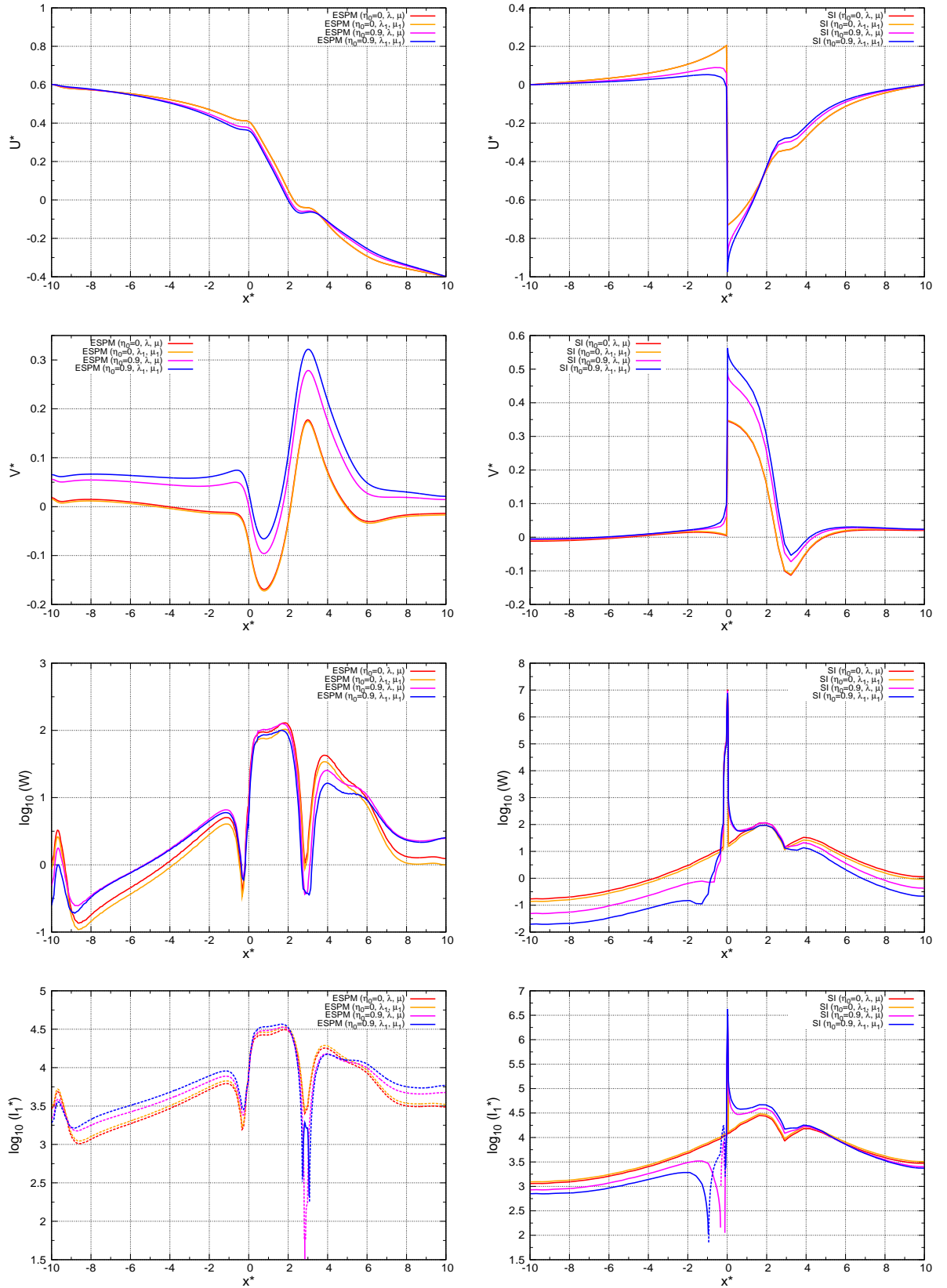


Figura B.1: Test sobre los parámetros de Lamé. Se muestran los perfiles de desplazamientos horizontal y vertical, deformación y densidad de energía elástica superficiales para los modelo ESPMM (izquierda) y SI (derecha). Donde  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  es adimensional,  $\lambda_1 = \mu_1 = 3 \times 10^{10} Pa$ ,  $\lambda = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y  $\mu = 3.6 \times 10^{10} Pa$ .

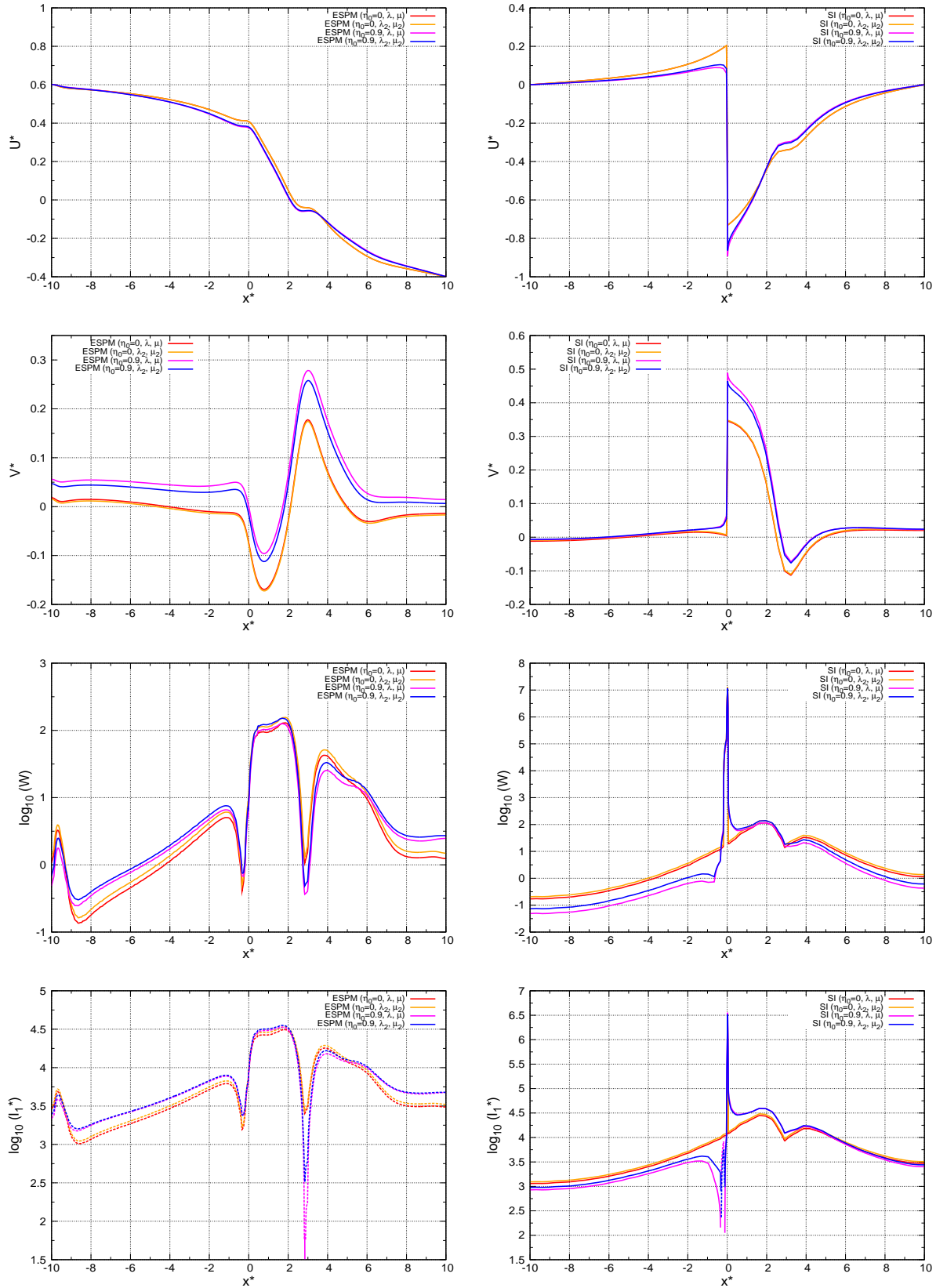


Figura B.2: Test sobre los parámetros de Lamé. Se muestran los perfiles de desplazamientos horizontal y vertical, deformación y densidad de energía elástica superficiales para los modelo ESPMM (izquierda) y SI (derecha). Donde  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  es adimensional,  $\lambda_2 = \mu_2 = 4.5 \times 10^{10} Pa$ ,  $\lambda = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y  $\mu = 3.6 \times 10^{10} Pa$ .

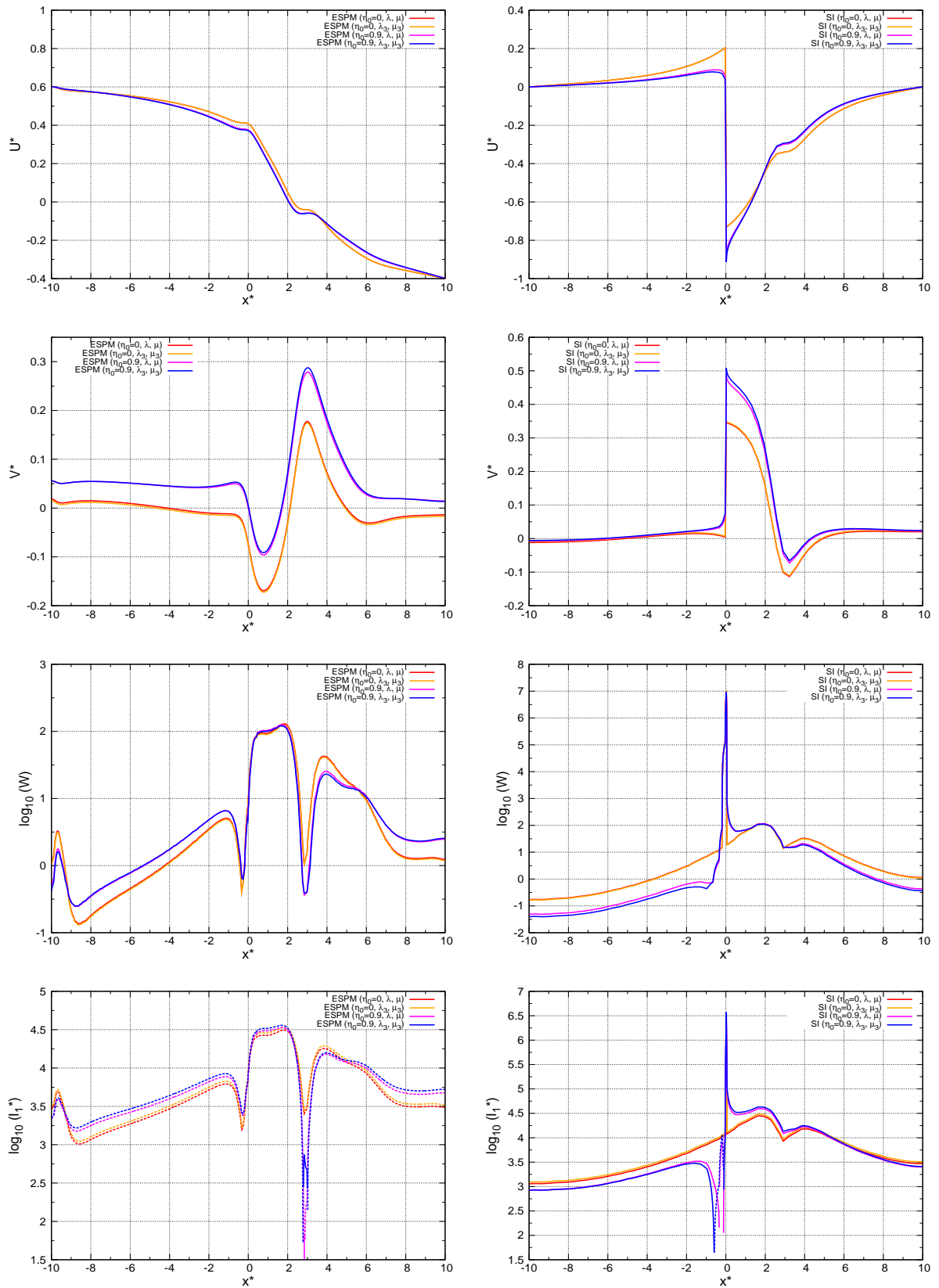


Figura B.3: Test sobre los parámetros de Lamé. Se muestran los perfiles de desplazamientos horizontal y vertical, deformación y densidad de energía elástica superficiales para los modelo ESPMM (izquierda) y SI (derecha). Donde  $\eta^* = \eta \times 10^{-10} Pa^{-1}$  es adimensional,  $\lambda_3 = \mu_3 = 3.6 \times 10^{10} Pa$ ,  $\lambda = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y  $\mu = 3.6 \times 10^{10} Pa$ .

Observando las figuras B.1, B.2 y B.3, vemos que para todos los parámetros alternativos analizados  $(\lambda_{1,2,3}, \mu_{1,2,3})$ , en el caso de una reología lineal ( $\eta = 0$ ) existen diferencias mínimas entre los perfiles obtenidos para ellos (curvas de color naranja) y para nuestros parámetros  $\lambda$  y  $\mu$  (curvas de color rojo). Mientras que las diferencias crecen para una reología no-lineal (visualizada aquí para un máximo daño  $\eta = 0.9 \times 10^{10} Pa$ ), siendo éstas en general mayores para  $(\lambda_1, \mu_1)$ , intermedias para  $(\lambda_2, \mu_2)$  y menores para  $(\lambda_3, \mu_3)$ , pero siempre manteniéndose la tendencia y la forma de los distintos perfiles para los parámetros alternativos (curvas de color azul) y los escogidos (curvas de color morado). Es por ello y por lo comentado al principio de éste Apéndice sobre la litología considerada, que creemos razonable utilizar valores de  $\lambda = 4.5 \times 10^{10} Pa$  y  $\mu = 3.6 \times 10^{10} Pa$  en nuestra modelación numérica.

## Apéndice C

### Distancia, velocidad y desplazamiento normales a la fosa

Desde la tabla 5.2 contamos con datos de las componentes norte  $\hat{n}$  y este  $\hat{e}$  de las velocidades  $\vec{v}_E$  de cada estación (el procedimiento descrito aquí es análogo para los desplazamientos dados en la tabla 5.3). Sin embargo, queremos construir un perfil de desplazamientos en base a las velocidades perpendiculares al rumbo o azimuth de la fosa (dado por  $\phi$ , positivo desde la fosa al norte, en sentido antihorario). Para ello, como vemos en la figura C.1, notamos que las velocidades  $\vec{v}_E$  forman un ángulo  $\beta$  con la dirección perpendicular a la fosa  $\hat{f}$ . Además, según la geometría de la figura, se cumple que

$$\beta = \chi' - \alpha \quad (\text{C.1})$$

donde  $\alpha$  es el azimuth de la velocidad (medido positivo análogo a  $\phi$ ) y  $\chi' = 180^\circ - \chi$ , con  $\chi = 90^\circ - \phi$ .

El azimuth  $\alpha$  de la velocidad queda determinado por sus componentes  $v_n$  y  $v_e$  como

$$\alpha = \arctan \left( \frac{v_e}{v_n} \right) \quad (\text{C.2})$$



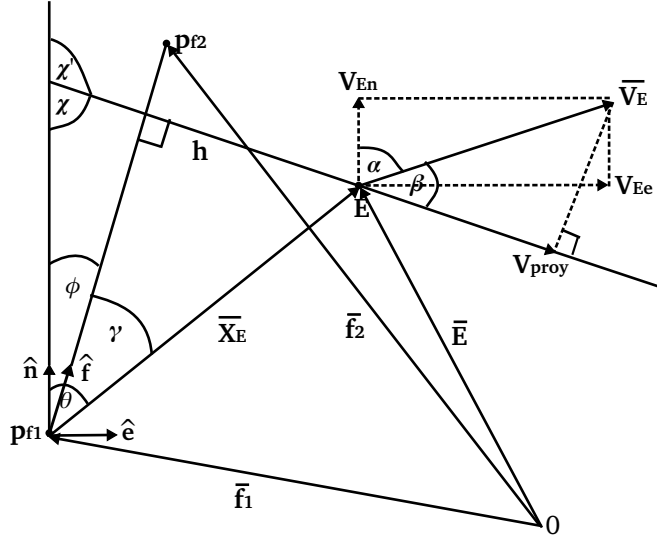


Figura C.1: Geometría para calcular la distancia  $h$  entre cada estación y la fosa, y para obtener la proyección  $v_{proy}$  de la velocidad  $\bar{V}_E$  de cada estación, en dirección perpendicular al rumbo de la fosa, cuyo ajuste lineal es determinado por los puntos  $p_{f1,2}$ . El punto 0 marca el centro de la Tierra.

Por otro lado, para calcular el azimuth  $\phi$  de la fosa, modelamos ésta como una recta (similar a Ruegg et. al., 2009), mostrada en la figura 5.6 y definida por dos puntos, que dados en (latitud  $\lambda_f$ , longitud  $\phi_f$ ) son  $p_{f1} = (-37.9, -74.8)$  y  $p_{f2} = (-33.05, -72.8)$ . Obteniendo luego el vector  $\vec{f} = \vec{f}_2 - \vec{f}_1$ , donde  $\vec{f}_{1,2}$  son vectores dirigidos desde el centro de la Tierra a los puntos  $p_{f1,2}$ , dados en coordenadas cartesianas por:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{1,2} &= f_{x1,2}\hat{i} + f_{y1,2}\hat{j} + f_{z1,2}\hat{k} \\ &= r_t \left[ (\cos \lambda_{f1,2} \cos \phi_{f1,2})\hat{i} + (\cos \lambda_{f1,2} \sin \phi_{f1,2})\hat{j} + \sin \lambda_{f1,2}\hat{k} \right] \end{aligned} \quad (C.3)$$

donde  $r_t$  es el radio medio de la Tierra. De manera que, el azimuth de la fosa queda dado por

$$\phi = \arctan \left( \frac{f_e}{f_n} \right) \quad (C.4)$$

donde

$$f_n = \vec{f} \cdot \hat{n} \quad \text{y} \quad f_e = \vec{f} \cdot \hat{e} \quad (C.5)$$

con las direcciones norte  $\hat{n}$  y este  $\hat{e}$  definidas en el punto  $p_{f1}$  a partir del vector cartesiano global unitario  $\hat{k} = (0, 0, 1)$  y el vector radial unitario  $\hat{r}$  como:

$$\hat{n} = \hat{r} \times \hat{e} \quad \text{y} \quad \hat{e} = \frac{\hat{k} \times \hat{r}}{\left| \hat{k} \times \hat{r} \right|} \quad (\text{C.6})$$

teniendo en cuenta que

$$\hat{r} = (\cos \lambda_{f1} \cos \phi_{f1})\hat{i} + (\cos \lambda_{f1} \sin \phi_{f1})\hat{j} + \sin \lambda_{f1}\hat{k} \quad (\text{C.7})$$

Ahora bien, la expresión (C.2) es válida para el caso (esquemmatizado en la figura C.1) en que tanto  $v_n$  como  $v_e$  son positivos, es decir, cuando  $\vec{v}_E$  está en el primer cuadrante del sistema de referencia ( $\hat{e}$ ,  $\hat{n}$ ). Pero hay otros tres casos posibles. Cuando  $v_n > 0$  y  $v_e < 0$  ( $\vec{v}_E$  en el segundo cuadrante) se cumple que  $\alpha < 0$ , por lo que  $\beta = \chi - |\alpha|$ . Si  $v_n < 0$  y  $v_e < 0$  ( $\vec{v}_E$  en el tercer cuadrante), nuevamente  $\alpha < 0$  y  $\beta = |\alpha| - \chi$ . Y por último, para  $v_n < 0$  y  $v_e > 0$  ( $\vec{v}_E$  en el cuarto cuadrante),  $\beta = \alpha - \chi'$ . Considerando lo anterior, en todos los casos la velocidad perpendicular al rumbo de la fosa, que corresponde a la proyección de  $\vec{v}_E$  en tal dirección, es entonces dada por

$$v_{proy} = v_E \cos \beta \quad (\text{C.8})$$

Siendo  $v_{proy} > 0$  cuando  $\vec{v}_E$  está en el primer o cuarto cuadrantes (intersísmico), y  $v_{proy} < 0$  para  $\vec{v}_E$  en los cuadrantes dos o tres (cosísmico).

Junto con los valores de las velocidades proyectadas  $v_{proy}$ , para construir los perfiles de desplazamiento necesitamos conocer la distancia  $h$  perpendicular al rumbo de la fosa, entre ésta y cada estación. Dada la geometría de la figura C.1, podemos conocer  $h$  en función del ángulo  $\gamma$  y la distancia  $X_E$ . Para ello notamos en primer lugar que  $\gamma = \theta - \phi$ , donde  $\theta$  es el azimuth del vector  $\vec{X}_E$ , dirigido desde el punto  $p_{f1}$  en la fosa hasta cada estación  $E$ .

Así vemos que  $\vec{X}_E = \vec{E} - \vec{f}_1$ , donde  $\vec{f}_1$  está dado por (C.3) y  $\vec{E}$  es el vector

dirigido desde el centro de la Tierra a cada estación, dado por:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k} \\ &= r_t \left[ (\cos \lambda_E \cos \phi_E) \hat{i} + (\cos \lambda_E \sin \phi_E) \hat{j} + \sin \lambda_E \hat{k} \right]\end{aligned}\quad (\text{C.9})$$

donde  $\lambda_E$  y  $\phi_E$  son la latitud y la longitud de cada estación, respectivamente.

De manera que, análogo al caso del azimuth  $\phi$ :

$$\theta = \arctan \left( \frac{X_{Ee}}{X_{En}} \right) \quad (\text{C.10})$$

donde

$$X_{En} = \vec{X}_E \cdot \hat{n} \quad \text{y} \quad X_{Ee} = \vec{X}_E \cdot \hat{e} \quad (\text{C.11})$$

con las direcciones norte  $\hat{n}$  y este  $\hat{e}$  dadas por (C.6). Luego, reemplazando (C.4) y (C.10) en  $\gamma = \theta - \phi$ , obtenemos  $\gamma$ .

Finalmente, la distancia  $h$  queda determinada por medio de:

$$h = \left| \vec{X}_E \times \hat{f} \right| = \left| \vec{X}_E \right| \left| \hat{f} \right| \sin \gamma = X_E \sin \gamma \quad (\text{C.12})$$

donde como hemos considerado que la Tierra es una esfera, tenemos que:

$$X_E = r_t \arccos \left( \frac{\vec{f}_1 \cdot \vec{E}}{\left| \vec{f}_1 \right| \left| \vec{E} \right|} \right) \quad (\text{C.13})$$

Cabe mencionar que el usar geometría plana en (C.12) es una aproximación válida en este caso dada la escala geográfica en que se ubican las estaciones GPS consideradas.

# Apéndice D

## Ajuste lineal de la fosa

Como vimos, en la sección 5.2.2 se muestran sólo los perfiles de los desplazamientos superficiales modelados para el trade-off, con la distribución de estaciones obtenida para una fosa ajustada por la recta  $F1$ . Como complemento, en este apéndice se incluyen los perfiles restantes, correspondientes a la fosa  $F2$ .

Todo el análisis asociado a estos perfiles se encuentra en la sección 5.2.2. En particular, los RMS calculados respectivos al trade-off del movimiento horizontal son los mostrados en la figura [5.10](#).

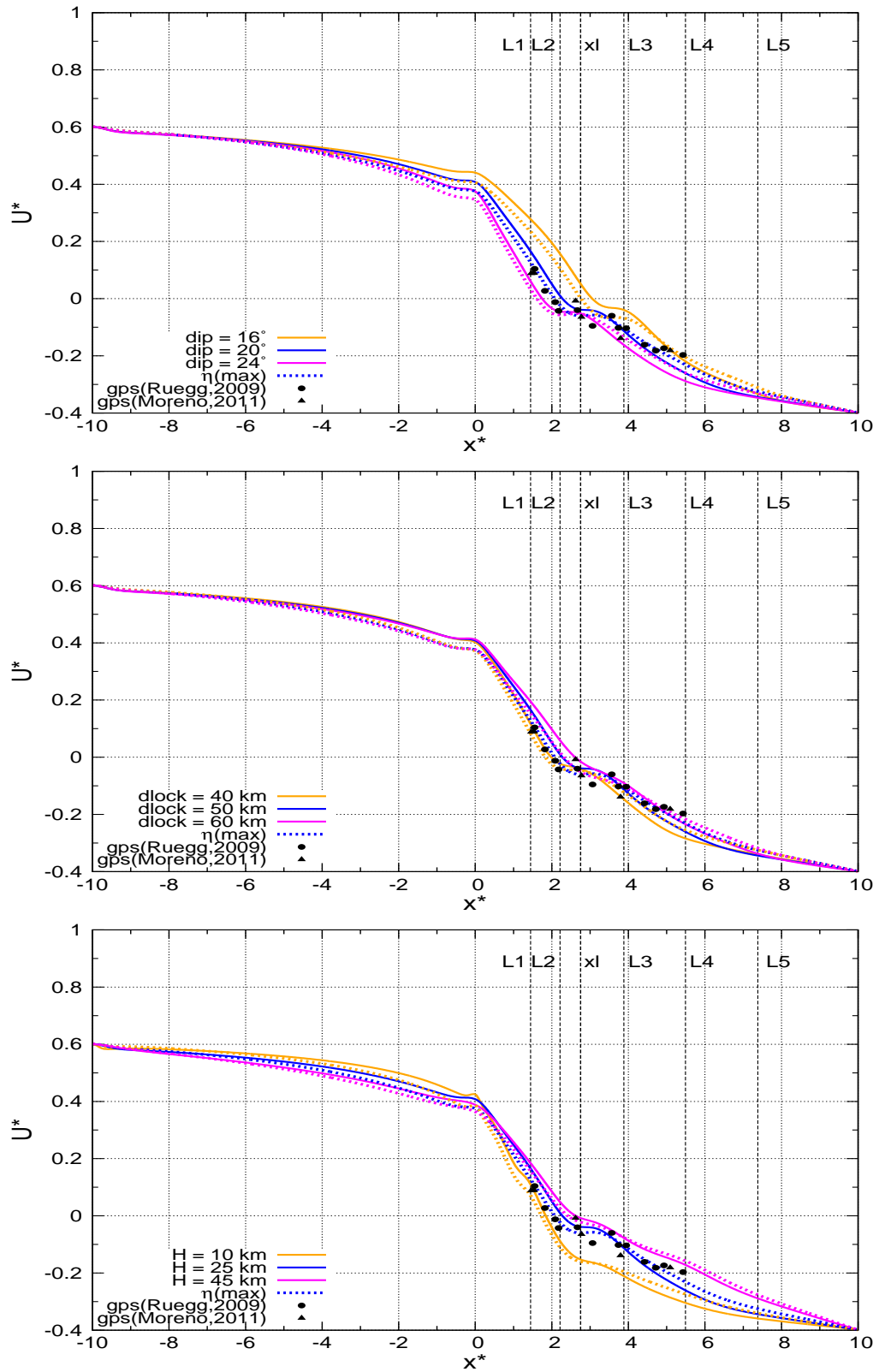


Figura D.1: Trade-off del movimiento horizontal para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa  $F2$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Centro)  $d_{lock}$  variable. c) (Abajo)  $H$  variable.

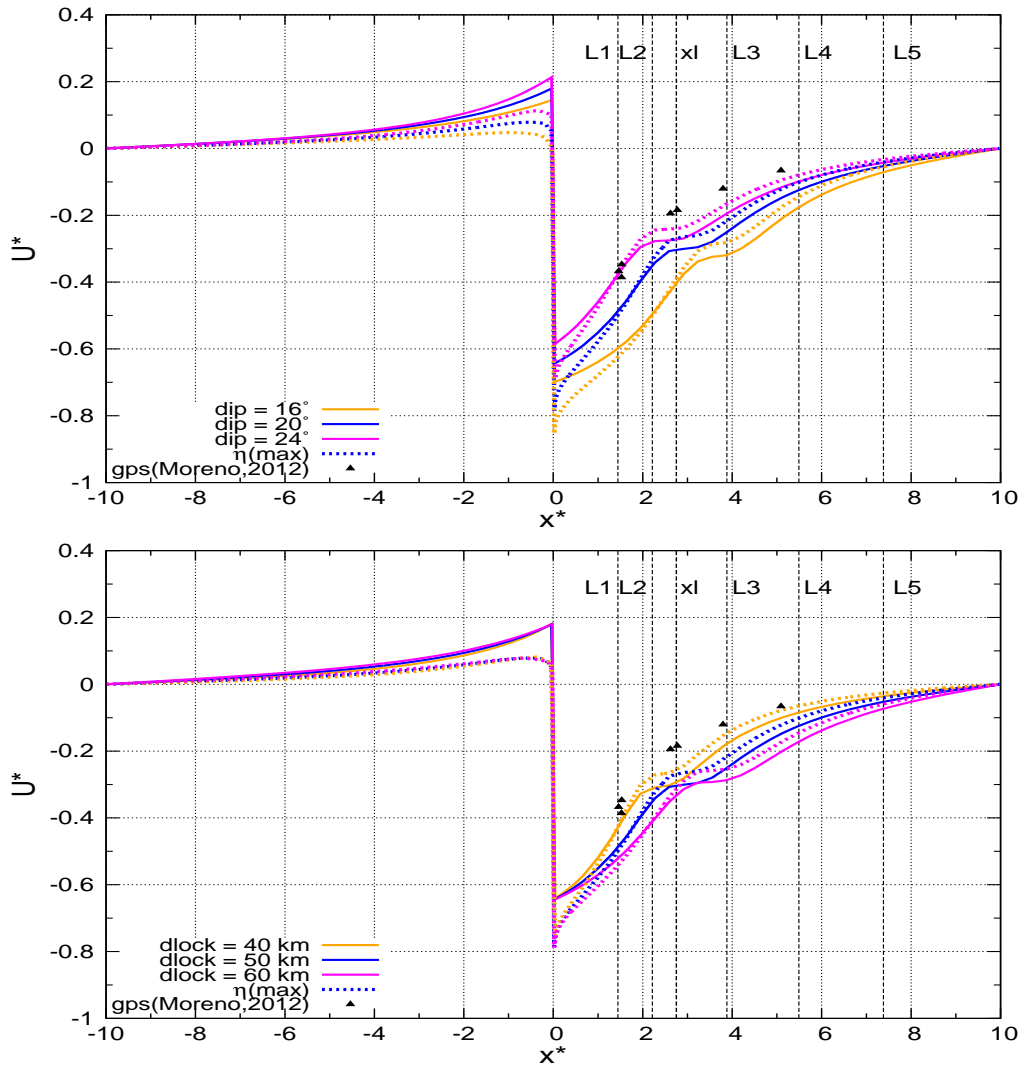


Figura D.2: Trade-off del movimiento horizontal para la etapa cos mica (modelo SI) y fosa  $F2$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Abajo)  $d_{lock}$  variable.

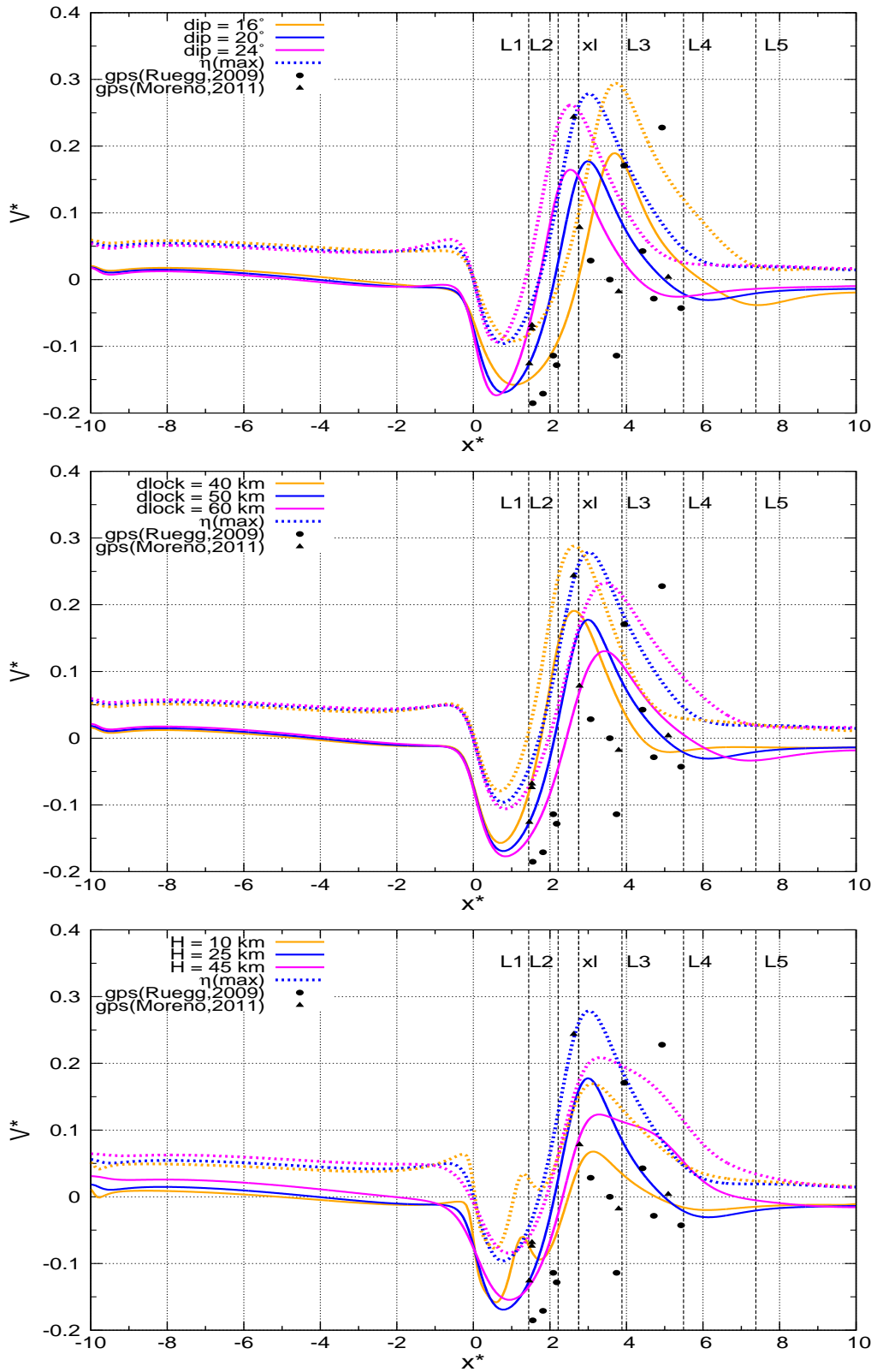


Figura D.3: Trade-off del movimiento vertical para la etapa intersísmica (modelo ESPMM) y fosa  $F2$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Centro)  $d_{lock}$  variable. c) (Abajo)  $H$  variable.

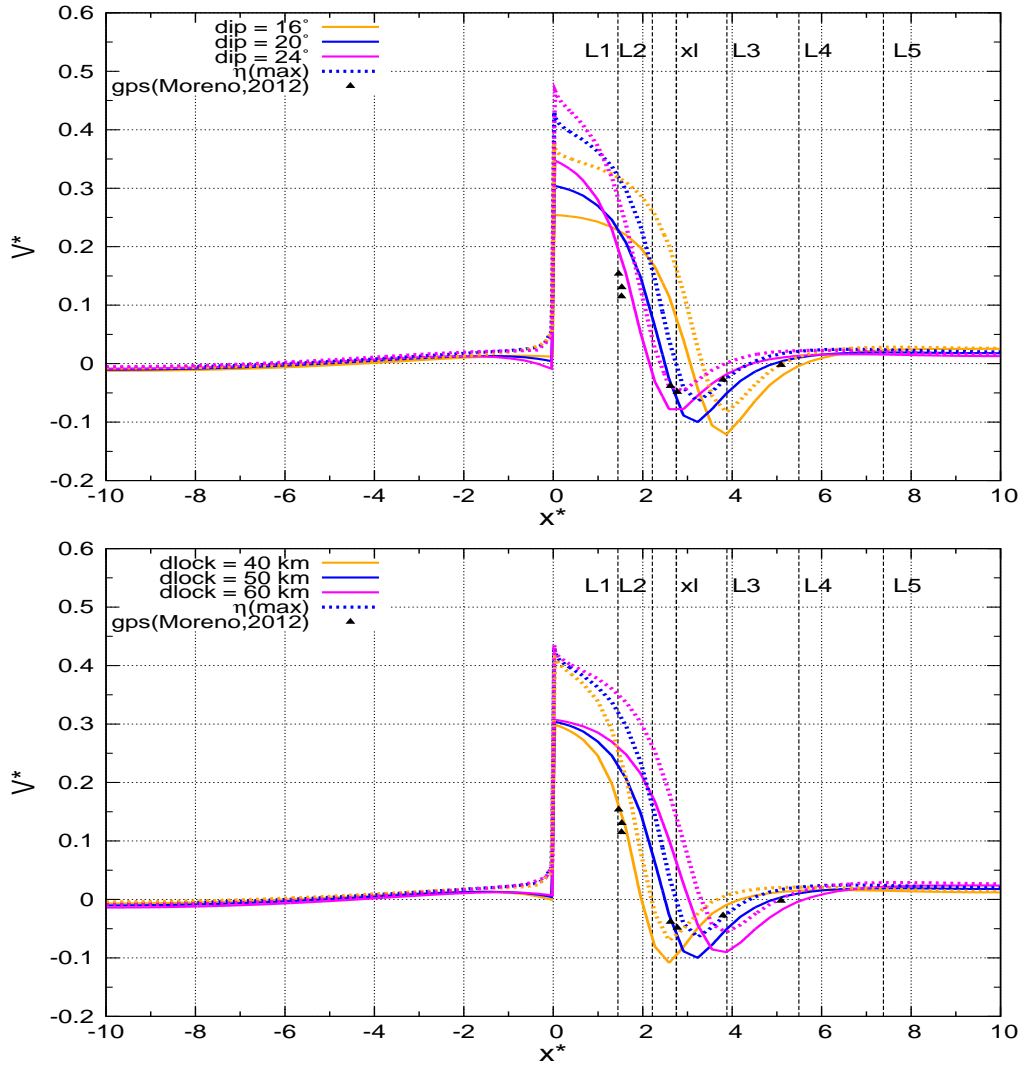


Figura D.4: Trade-off del movimiento vertical para la etapa cósmica (modelo SI) y fosa  $F2$ . a) (Arriba)  $dip$  variable. b) (Abajo)  $d_{lock}$  variable.