Corso di Costruzioni Marittime
(modulo B)
A. A. 2010 - 2011

Esercitazione N.° 7

Un palo verticale infisso su un fondale di profondità assegnata è investito da un'assegnata onda. Calcolare la spinta e il momento trasmessi dal moto ondoso.

Dati:

Diametro del palo	D = 1050 mm;
Profondità del fondale	d =15 m;
Periodo dell'onda	T = 9.5 s;
Altezza dell'onda al largo	H_0 = 5.4 m;
Coefficiente di rifrazione	K_R = 0.9;

Schema di soluzione

Lunghezza dell'onda al largo:

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$$

Lunghezza dell'onda nel palo:

$$L = L_0 th \frac{2\pi\, d}{L}$$

Numero d'onda:

$$k = \frac{2\,\pi}{L}$$

Coefficiente di profondità (shoaling):

$$K_S = \sqrt{\frac{1}{thkd\left(1 + \frac{2kd}{sh2kd}\right)}}\ .$$

Altezza dell'onda al palo:

$$H = H_0 K_R K_S\ .$$

Altezza dell'onda frangente in corrispondenza della profondità del palo:

$$H_b = 0.6d\ .$$

Controllo del rapporto *D/L*:

1. $D/L \le 0.2$ il palo non esercita un'influenza rilevante sul moto ondoso e le forze scaricate su di esso sono dovute all'azione di trascinamento (*draft*) e all'inerzia;
2. $0.2 < D/L \le 1$ l'effetto della diffrazione diventa sempre più importante al crescere di *D/L* e il calcolo delle forze si esegue applicando la teoria della diffrazione;
3. $D/L > 1$ la struttura riflette l'onda e il calcolo della sollecitazione prodotta coincide con la spinta dovuta alla distribuzione della pressione sulla parete riflettente.

Se $D/L \le 0.2$ si adottano le formule di Morison.

Forza di trascinamento:

$$F_D = \frac{1}{2}\rho g\, C_D D H^2 \int_{-d}^{\eta} \frac{1}{gH^2} u|u| dz = \frac{1}{2}\rho g C_D D H^2 K_D\ .$$

Forza d'inerzia:

$$F_I = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H \int_{-d}^{\eta} \frac{1}{gH} \frac{du}{dt} dz = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H K_I \,.$$

Momento flettente dovuto alla forza di trascinamento:

$$M_D = \frac{1}{2} \rho g \, C_D D H^2 d \int_{-d}^{\eta} \frac{(z+d)}{gH^2 d} u|u| dz = \frac{1}{2} \rho g C_D D H^2 d \, S_D \,.$$

Momento flettente dovuto alla forza d'inerzia:

$$M_I = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H d \int_{-d}^{\eta} \frac{(z+d)}{gH d} \frac{du}{dt} dz = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H d \, S_I \,.$$

I coefficienti C_D e C_M dipendono dal numero di Reynolds dell'onda secondo la tabella $Re_W = \frac{u_{max} D}{\nu}$ essendo $u_{max} = \frac{Hkg}{2\sigma} \frac{ch\,k(H/2+d)}{ch\,kd}$.

<table>
<tr><th>Tipo di corrente</th><th>Re_W</th><th>C_D</th><th>C_M</th></tr>
<tr><td>lenta</td><td>$< 2 \times 10^5$</td><td>1.2</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">transizione</td><td>$2 \div 2.5 \times 10^5$</td><td rowspan="2">$1.2 - \frac{1}{6} \frac{Re_W - 2 \times 10^5}{2 \times 10^5}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$2.5 \div 4 \times 10^5$</td><td rowspan="2">$2.5 - \frac{Re_W}{5 \times 10^5}$</td></tr>
<tr><td>$4 \div 5 \times 10^5$</td><td>0.7</td></tr>
<tr><td>veloce</td><td>$> 5 \times 10^5$</td><td>0.7</td><td>1.5</td></tr>
</table>

I fattori K_D, K_I, S_D e S_I dipendono dalla teoria dell'onda che investe il palo. I diagrammi dei valori massimi degli integrali K_Dm, K_Im, S_Dm e S_Im, ottenuti utilizzando la teoria della funzione di corrente (*Stream-function theory*, Dean, 1965), permettono di calcolare i valori massimi delle forze di trascinamento e di inerzia e dei relativi momenti. K_Dm, K_Im, S_Dm e S_Im, si possono ricavare dai diagrammi allegati in funzione termine adimensionale:

$$\frac{d}{gT^2} \,.$$

La forza di inerzia e quella di trascinamento sono sfasate tra loro di $\frac{\pi}{2}$ per cui i massimi delle singole forze non si sommano semplicemente. Occorre determinare ilo massimo risultante. Allo scopo si calcolano i valori del termine:

$$W = \frac{C_M D}{C_D H} \,.$$

La forza risultante massima è data dalla relazione

$$Fm = \phi_m \rho g C_D H^2 D \,.$$

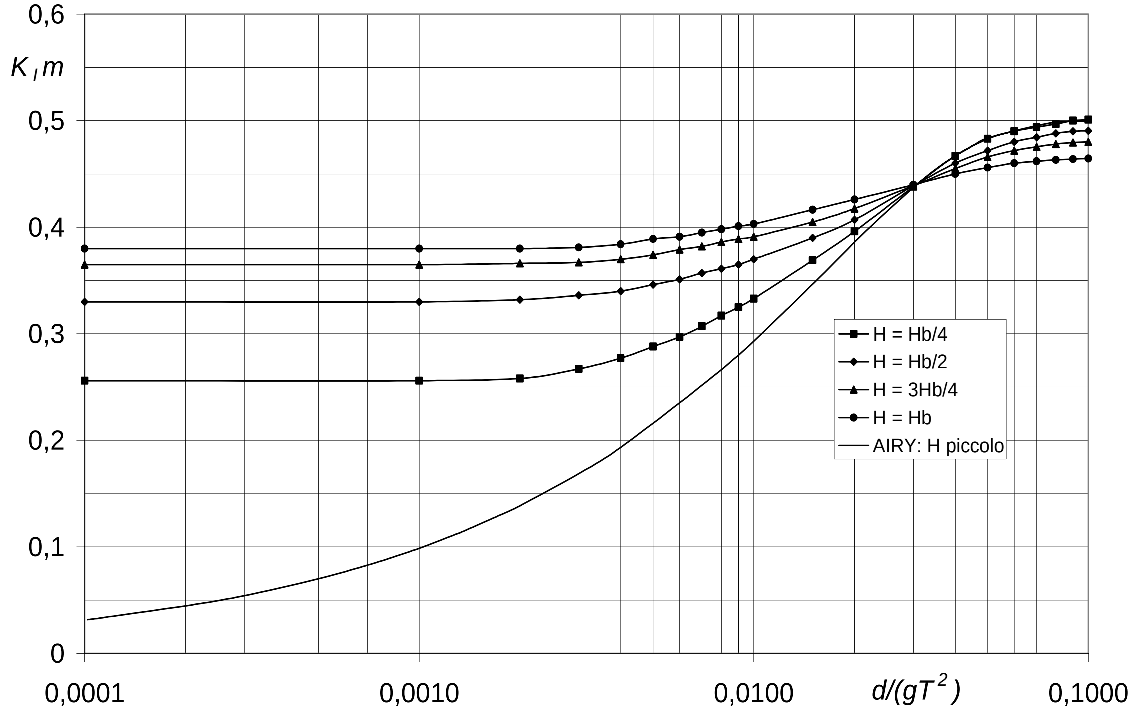
Il momento risultante massimo è dato dalla relazione

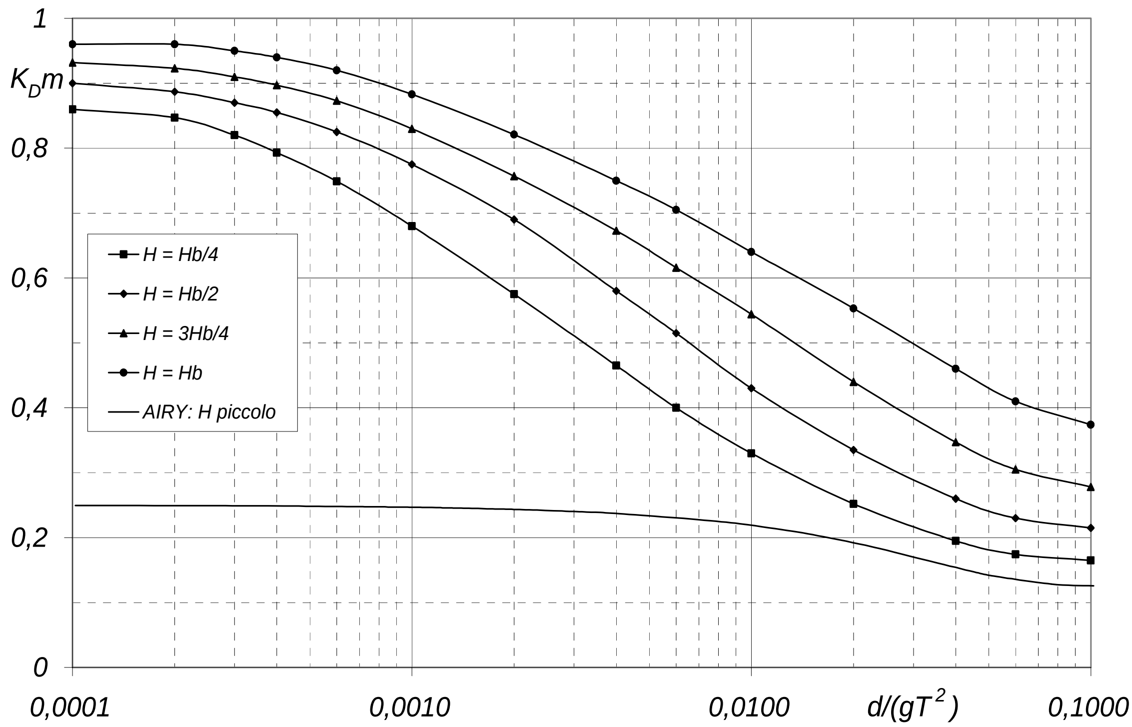
$$Mm = \alpha_m \rho \, g C_D H^2 D d \,.$$

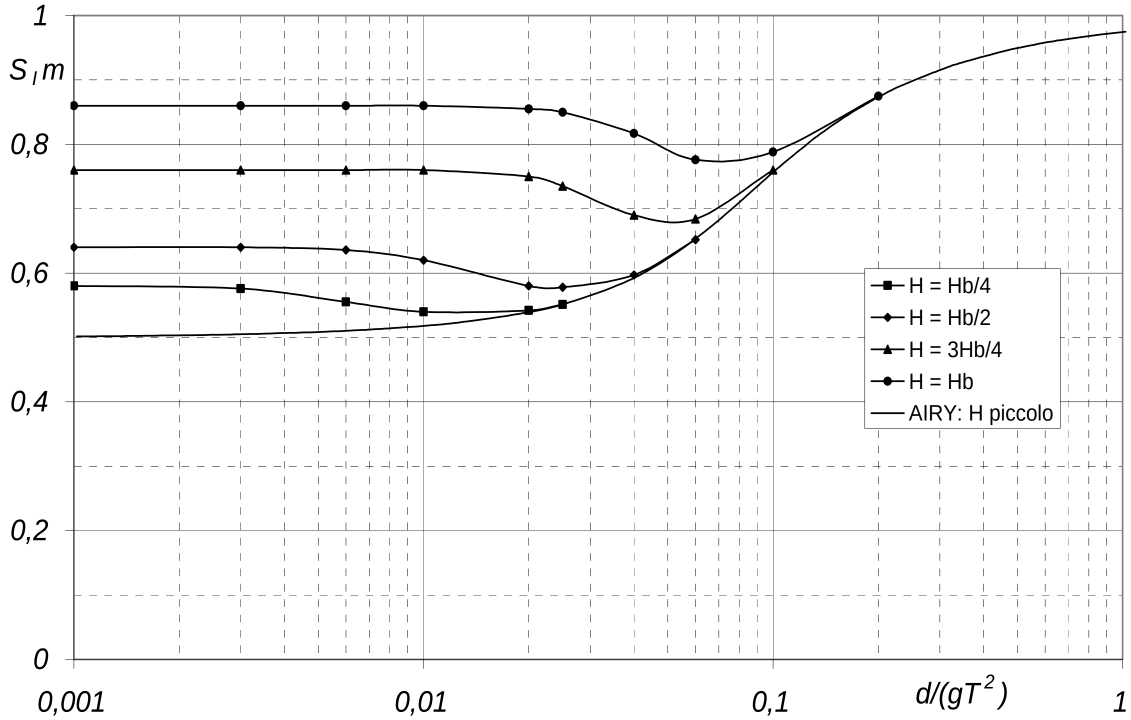
ϕ_m e α_m sono funzioni di W e si ricava dai diagrammi dell'SPM/84 riportati sotto.
La forza di sostentamento (lift) vale:

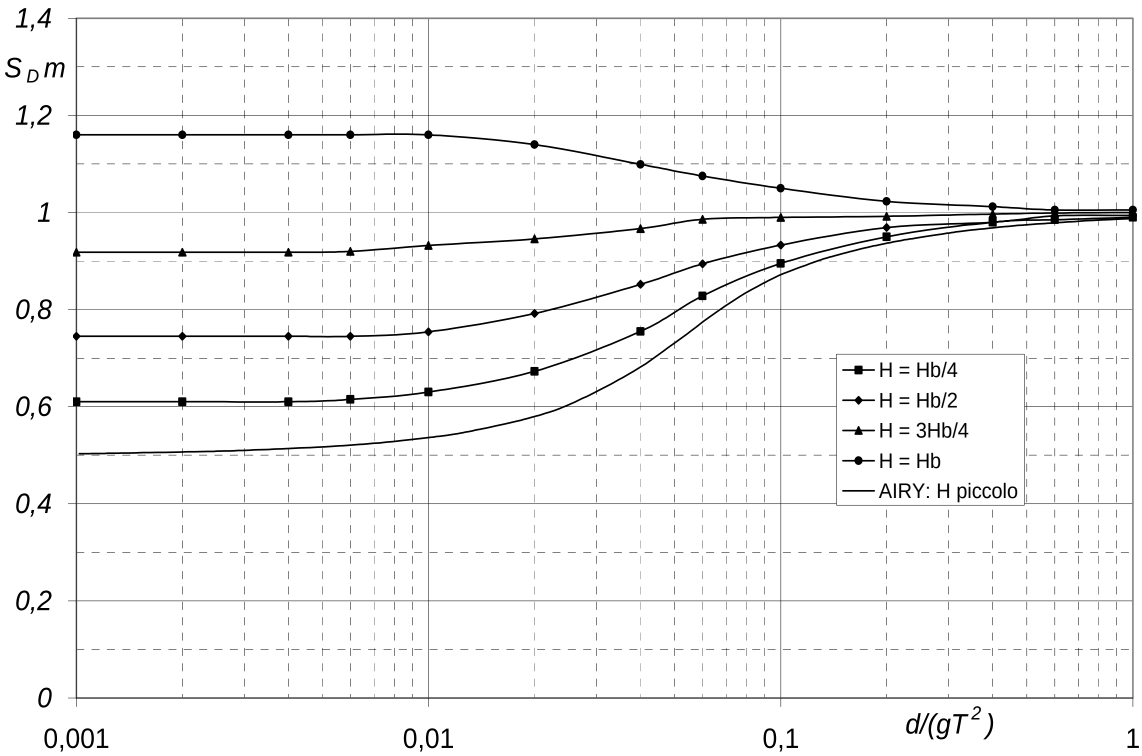
$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho g K_D m H^2 D$$

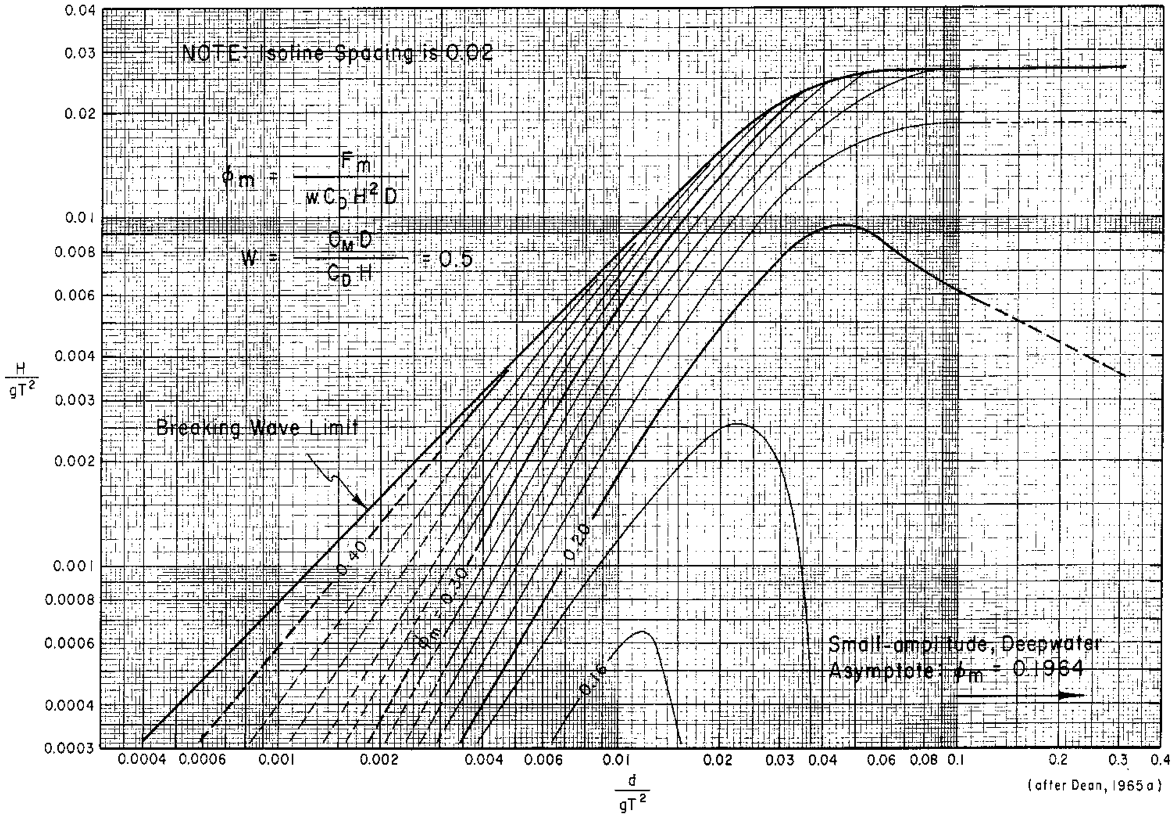
È in fase con la forza di trascinamento ma diretta ad essa perpendicolarmente. C_L è il coefficiente di lift che dipende dal numero di Keulegan-Carpenter $Ke = \frac{\bar{u}_{max} T}{D}$ con $\bar{u}_{max}$ mediato tra le velocità alla superficie e al fondo. Se $Ke < 3$ i vortici non sono rilevanti e $C_L = 0$. Al crescere di Ke C_L cresce e tende a C_D. Il valore di C_L è riportato dallo SPM/84 in funzione di Ke.Nel caso dell'esercizio Ke è tanto grande che si può porre $C_L = C_D$. Se F_I è piccolo rispetto a F_D (dell'ordine di qualche %) si può trascurare F_I e comporre la F_D con la FL per determinare la direzione della risultante.

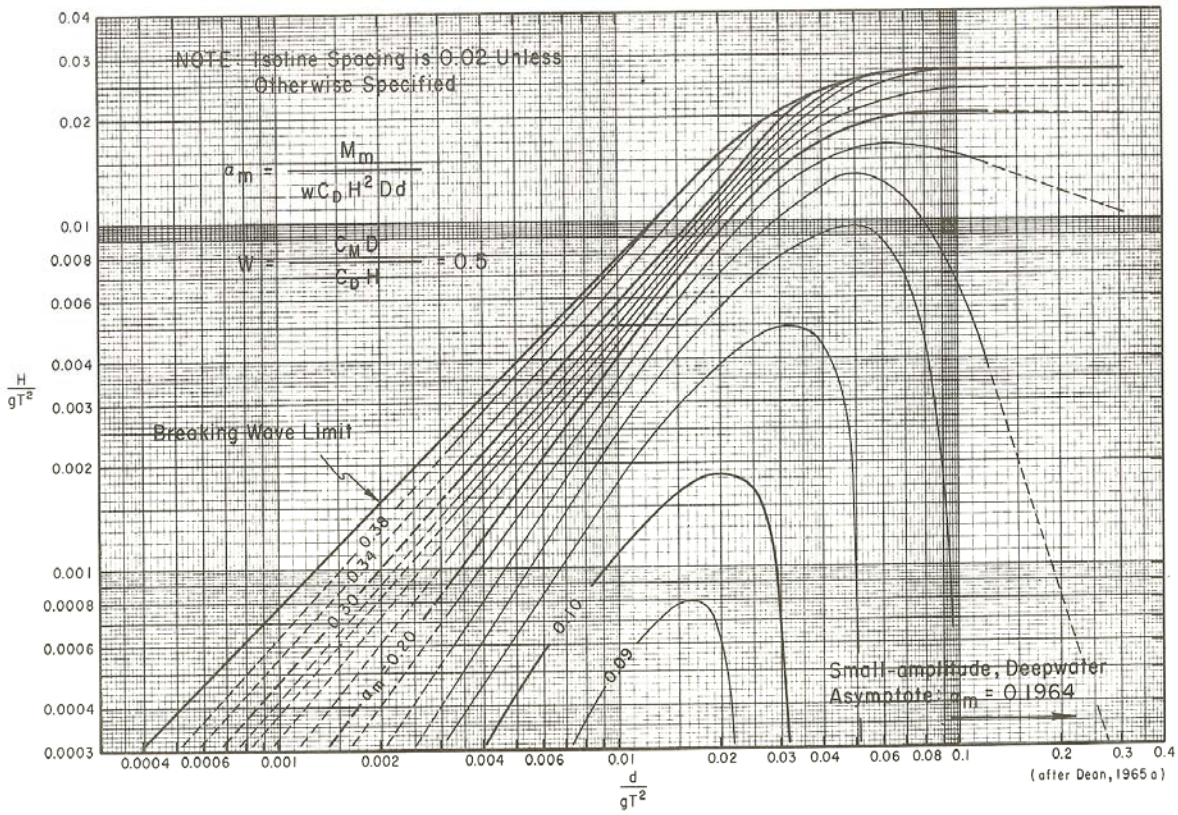





$S_I m$
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,001
0,01
0,1
1
$d/(gT^2)$
H = Hb/4
H = Hb/2
H = 3Hb/4
H = Hb
AIRY: H piccolo


$S_D m$
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,001
0,01
0,1
1
$d/(gT^2)$
H = Hb/4
H = Hb/2
H = 3Hb/4
H = Hb
AIRY: H piccolo


NOTE: Isoline Spacing is 0.02
$\phi_m = \frac{F_m}{wC_D H^2 D}$
$W = \frac{C_M D}{C_D H} = 0.5$
Breaking Wave Limit
Small-amplitude, Deepwater Asymptote: ϕ_m = 0.1964
$\frac{H}{gT^2}$
$\frac{d}{gT^2}$
(after Dean, 1965 a)


NOTE: Isoline Spacing is 0.02 Unless Otherwise Specified
$\alpha_m = \frac{M_m}{wC_D H^2 Dd}$
$W = \frac{C_M D}{C_D H} = 0.5$
Breaking Wave Limit
Small-amplitude, Deepwater Asymptote: α_m = 0.1964
$\frac{H}{gT^2}$
$\frac{d}{gT^2}$
(after Dean, 1965 a)