

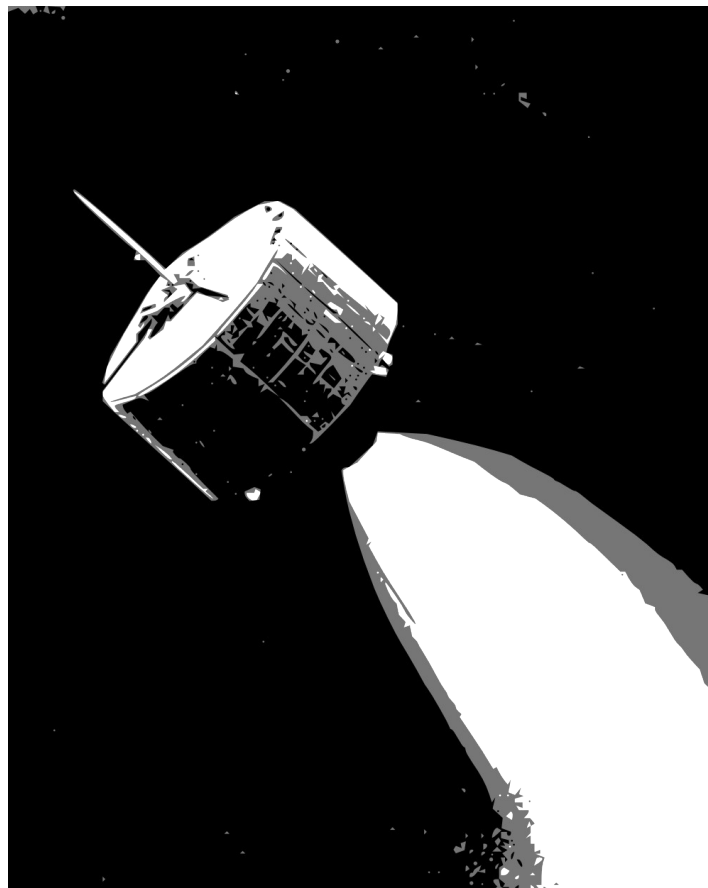
Introduction au vol spatial

Cours V

Manœuvres orbitales

*Nor could sequent centuries hit
Orbit and sum of Shakespeare's wit*

Ralph Waldo Emerson



v1.3

© by-sa Olivier Cleynen

Introduction

Une fois en orbite, il est fréquent qu'un véhicule effectue des manœuvres pour modifier sa trajectoire. Les particularités de la mécanique orbitale font de ces manœuvres un joyeux exercice auquel tout ingénieur en aérospatiale n'aura pas manqué de s'adonner.

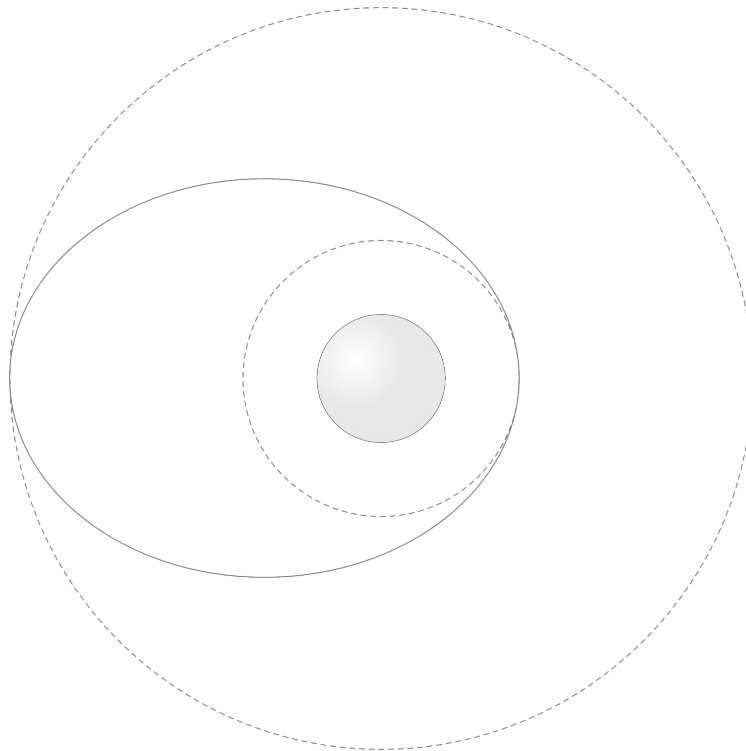
Le *Cours V : Manœuvres orbitales* a pour objectif de répondre à deux questions :

- Comment faire varier son altitude et son orientation une fois en orbite ?
- Comment effectuer ces manœuvres de façon à rejoindre un autre véhicule orbital ?

1. Transfert de Hohmann

Lorsqu'un corps est en orbite, la façon la plus simple de changer son altitude est de lui faire parcourir une orbite temporaire de transfert. C'est Walter Hohmann qui, dès les années 1920, a le premier émis le concept d'un transfert avec consommation minimale d'énergie. Cette trajectoire est tangente aux deux orbites de départ et d'arrivée.

L'utilisation d'une orbite de transfert de type Hohmann peut être illustrée avec un transfert depuis une orbite circulaire basse, vers une orbite circulaire haute.



*Figure 5.1 :
Orbites circulaires basse et haute, jointes par une orbite elliptique de type Hohmann.*

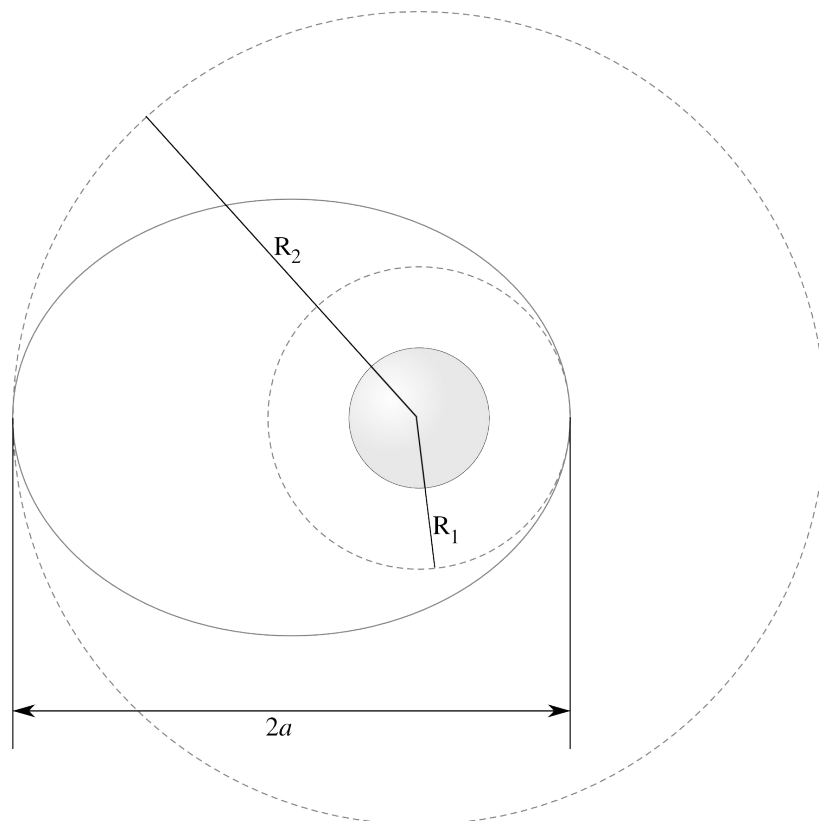
Il y a deux impulsions à réaliser pour effectuer le transfert :

- La première, depuis l'orbite (circulaire) basse vers l'orbite elliptique de transfert ;
- La seconde, depuis l'orbite de transfert vers l'orbite (circulaire) haute.

Ces impulsions sont toujours tangentes à la trajectoire, ce qui fait de ce transfert le moyen le plus économique de changer d'orbite¹. Pour exprimer ces coûts énergétiques en termes de dimensionnement du lanceur (c'est à dire un changement de masse, cf. cours II), nous nous intéressons aux différentiels de vitesse (ΔV) nécessaires aux deux impulsions.

L'orbite de transfert est tangente aux deux trajectoires qu'elle relie : cette contrainte impose une valeur donnée pour son demi grand-axe a_H , dimension caractéristique de l'ellipse :

$$2 a_H = R_1 + R_2 \quad (\text{V-1.1})$$



*Figure 5.2 :
Dimensionnement des orbites. L'orbite de transfert est telle
que sa caractéristique a_H est la moyenne des rayons des orbites basse et haute.*

¹ L'étudiant/e aura eu l'occasion de vérifier à lors du bureau d'études n°3 (sections 3.2b et 2.2c) que les injections non perpendiculaires à la pesanteur sont extrêmement et inutilement coûteuses en énergie.

Nous avons vu (II-2.9) que la vitesse le long d'une trajectoire orbitale elliptique est fonction du rayon. Sur la trajectoire de transfert, elle s'exprime par :

$$v_H = \sqrt{2 \mu_A \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2 a_H} \right)} \quad (II-2.9) \text{ (V-1.2)}$$

où v_H est la vitesse à un point de l'orbite (m/s)
et r , le rayon à ce point (m).

Cette équation nous permet d'exprimer v_H le long de l'orbite de transfert, lorsque le véhicule quitte l'altitude de départ (on a alors $r = R_1$) et lorsqu'il arrive en altitude finale (à $r = R_2$).

On peut ainsi quantifier les vitesses à impartir pour chacun des deux changements d'orbite :

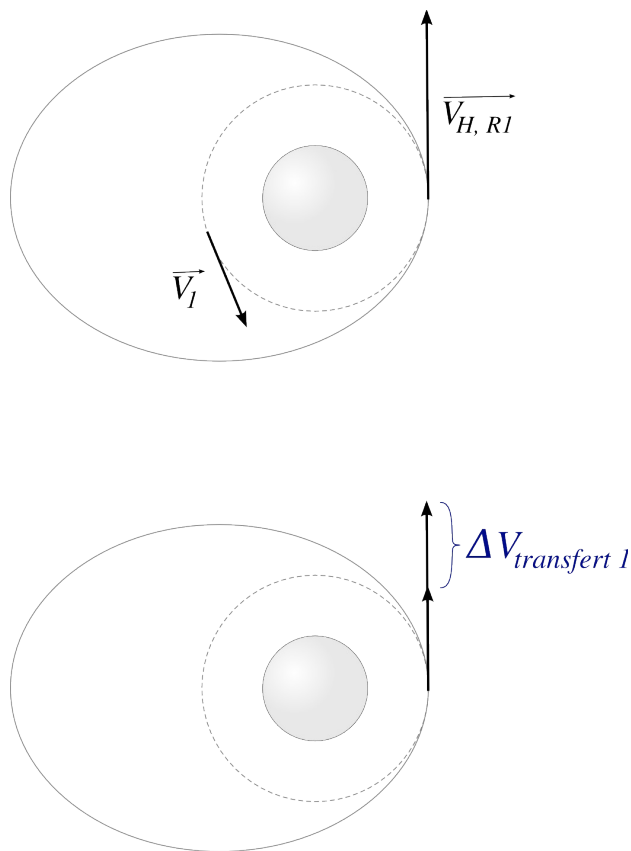


Figure 5.3 :
Transfert depuis l'orbite basse (sur laquelle $v = V_1$)
vers l'orbite de transfert (où, à ce rayon, $v_H = V_{H,RI}$)

Nous devons ainsi impartir un changement de vitesse $\Delta V_{\text{transfert } 1}$, pour le passage de l'orbite basse vers l'orbite de transfert :

$$\Delta V_{\text{transfert } 1} = |V_1 - V_{H,RI}| \quad (V-1.3)$$

De même, pour passer de l'orbite de transfert vers l'orbite circulaire finale, nous devons impartir une vitesse $\Delta V_{\text{transfert } 2}$.

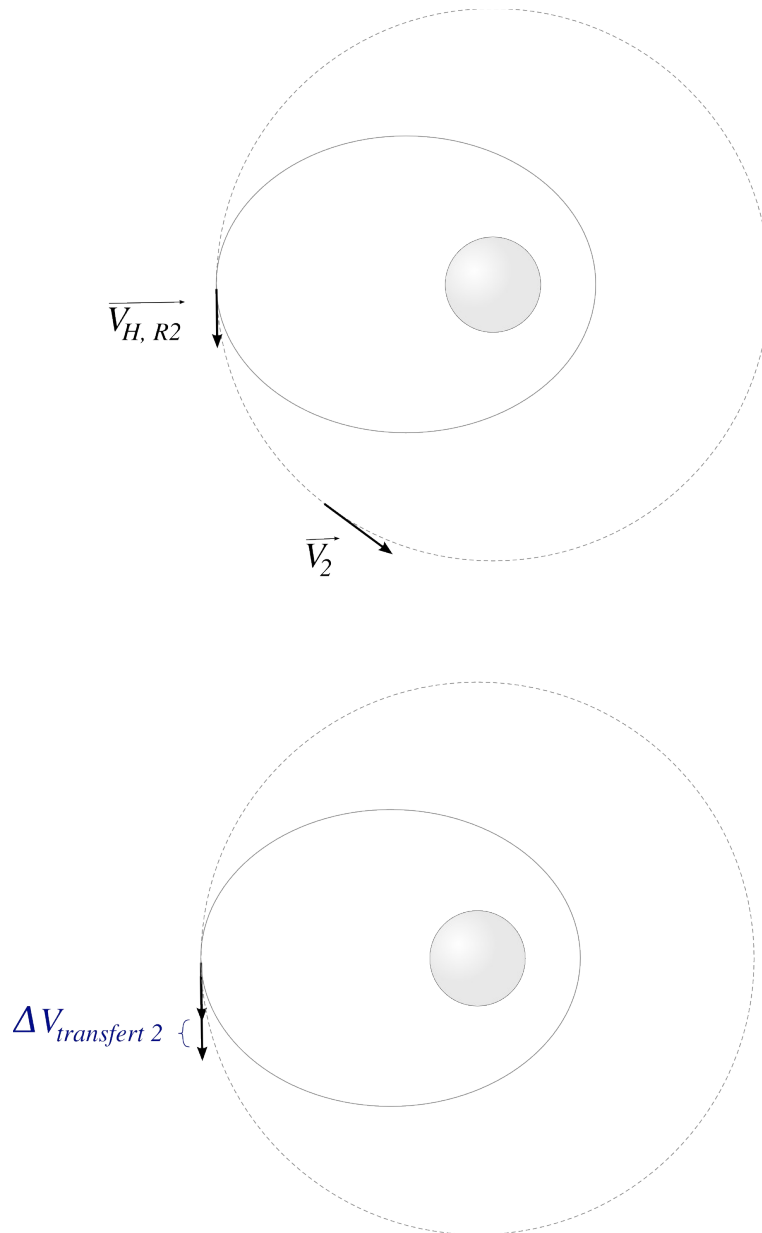


Figure 5.4 :
 Transfert depuis l'orbite de transfert (où, à ce rayon, $v_H = V_{H, R2}$)
 vers l'orbite haute (sur laquelle $v = V_2$)

On pose donc la relation :

$$\Delta V_{\text{transfert } 2} = |V_2 - V_{H, R2}| \quad (\text{V-1.4})$$

Nous insisterons bien sur le fait qu'il faut toujours *deux changements de vitesse* pour effectuer un transfert entre deux orbites non tangentes.

Si seul le premier changement de vitesse $\Delta V_{\text{transfert } 1}$ est effectué, alors le véhicule atteindra bien sa cible au sommet de sa trajectoire, mais sans pouvoir rester auprès d'elle. Il lui faut une deuxième accélération pour avoir la même vitesse qu'elle, et éviter de l'entraîner avec lui sur une orbite intermédiaire².

Nous pouvons remarque que les expressions de vitesse (V-1.3) et (V-1.4) sont des valeurs absolues. En effet, les manœuvres ayant lieu hors de l'atmosphère, tout changement de vitesse (peu importe que cette dernière augmente ou baisse) s'effectue au prix d'une diminution de masse.

Les transferts de Hohmann sont bien sûr également utilisés pour effectuer la manœuvre inverse, c'est à dire une réduction d'altitude. Il faut alors ralentir le véhicule en deux manœuvres successives, une à chaque altitude.

2 Cette orbite intermédiaire dépend des masses respectives du véhicule et de la cible. Dans le cas limite où la cible est de masse nulle, il s'agit bien sûr de l'orbite de transfert.

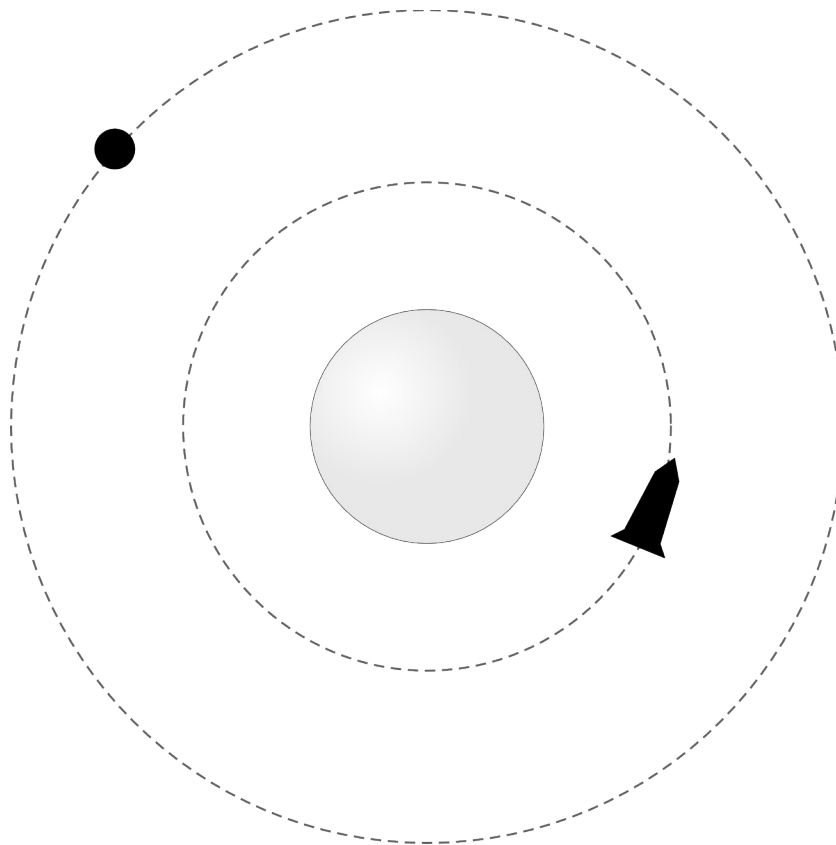
2. Rendez-vous spatial

Il est parfois nécessaire d'atteindre non seulement une orbite précise, mais aussi un objet (ou point) se déplaçant sur cette orbite. C'est le cas pour les satellites géostationnaires (qu'il faut positionner au dessus d'un point terrestre précis), et, de façon beaucoup plus piquante, pour les rendez-vous spatiaux, où un véhicule cherche à s'arrimer à un autre.

Un rendez-vous spatial n'est autre qu'un transfert de Hohmann synchronisé dans le temps³. En plus des caractéristiques de l'orbite de transfert, il nous faut déterminer quelle position relative des deux parties permettra leur rassemblement.

a) Manœuvre de rendez-vous

Considérons le cas d'un véhicule en orbite en dessous de sa cible, prêt à effectuer un transfert de Hohmann vers l'orbite de celle-ci.



*Figure 5.5 :
Rendez-vous spatial entre un véhicule en orbite basse et une cible en orbite haute.*

³ En pratique toutefois, les rendez-vous ne se font pas systématiquement avec des transferts de type Hohmann, qui minimisent le coût en carburant, mais sont de durée parfois extrêmement longue.

Pour arriver au sommet de son orbite de transfert exactement au moment où sa cible y passe, un véhicule doit partir de son orbite d'origine à un moment précis que nous cherchons à déterminer. Ce moment correspond à une position du véhicule par rapport à la cible, que nous nommerons *l'angle de séparation*. Pour le calculer et ainsi pouvoir planifier le déroulement du rendez-vous, il est nécessaire de calculer deux paramètres : le temps de vol et l'angle d'avancement.

Le temps de vol est le temps nécessaire pour que le véhicule décrive la trajectoire de transfert.

Comme nous savons que le véhicule parcourt une demi-ellipse (soit 180°) lors de sa montée, le temps de vol est égal à une demi-période d'orbite elliptique. Un bref examen de l'équation (II-2.10) nous permet d'écrire :

$$t_{vol} = \pi \sqrt{\frac{a_H^3}{\mu_A}} \quad (V-2.1)$$

où t_{vol} est exprimé en secondes ;

a_H est la dimension caractéristique de l'orbite de transfert (en m) ;

et μ_A est le paramètre gravitationnel de l'astre (en $m^3.s^{-2}$)

L'angle d'avancement de la cible, α_{avt} , est la distance angulaire qu'elle aura parcouru sur sa trajectoire, pendant le temps de vol en transfert du véhicule.

Cet angle est calculable à partir de sa vitesse angulaire ω_{cible} :

$$\omega_{cible} = \frac{360}{\tau_{cible}} = \frac{360}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_A}{R_{cible}^3}} \quad (V-2.2)$$

où la période τ_{cible} est exprimée en secondes ;

et ω_{cible} est exprimé en degrés par seconde.

On obtient alors α_{avt} :

$$\alpha_{avt} = \omega_{cible} t_{vol} \quad (V-2.3)$$

où α_{avt} est exprimé en degrés.

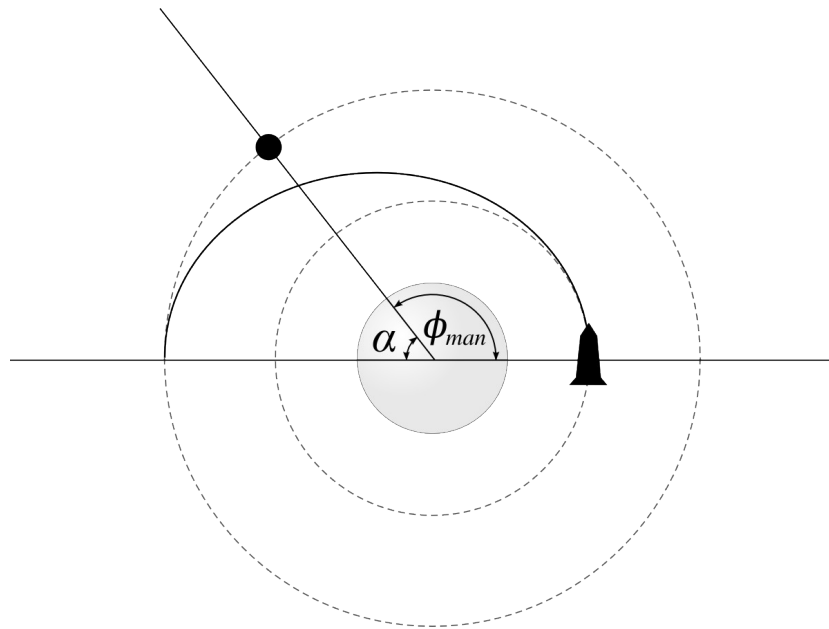


Figure 5.6 :
*Angle d'avancement α_{avt} et angle de séparation $\phi_{manœuvre}$
 au moment de débiter la manœuvre de rendez-vous.*

Nous pouvons désormais calculer **l'angle de séparation**, $\phi_{manœuvre}$. C'est l'angle qui doit séparer la cible du véhicule au début de la manœuvre (c'est à dire lorsque le véhicule quitte son orbite initiale). Pendant le transfert, le trajet angulaire du véhicule est de 180° , et celui de la cible est de α_{avt} . La séparation angulaire finale est donc simplement :

$$\phi_{manœuvre} = 180 - \alpha_{avt} \quad (V-2.4)$$

où les deux angles sont mesurés en degrés.

Cet angle $\phi_{manœuvre}$ n'a rien de trivial : il détermine *la seule position relative* qui permettra d'effectuer un rendez-vous.

b) Temps d'attente avant rendez-vous

Pour deux orbites données, nous pouvons maintenant exprimer $\phi_{manœuvre}$, mais les deux modules à rassembler ne sont pas forcément initialement séparés par cet angle. Heureusement, la vitesse angulaire d'un satellite varie avec le rayon : deux corps orbitant à des altitudes différentes se déplacent toujours l'un par rapport à l'autre. Il nous suffit d'attendre que $\phi_{initial}$, séparation angulaire initiale entre les deux parties, atteigne $\phi_{manœuvre}$, au cours d'un temps d'attente $t_{attente}$.

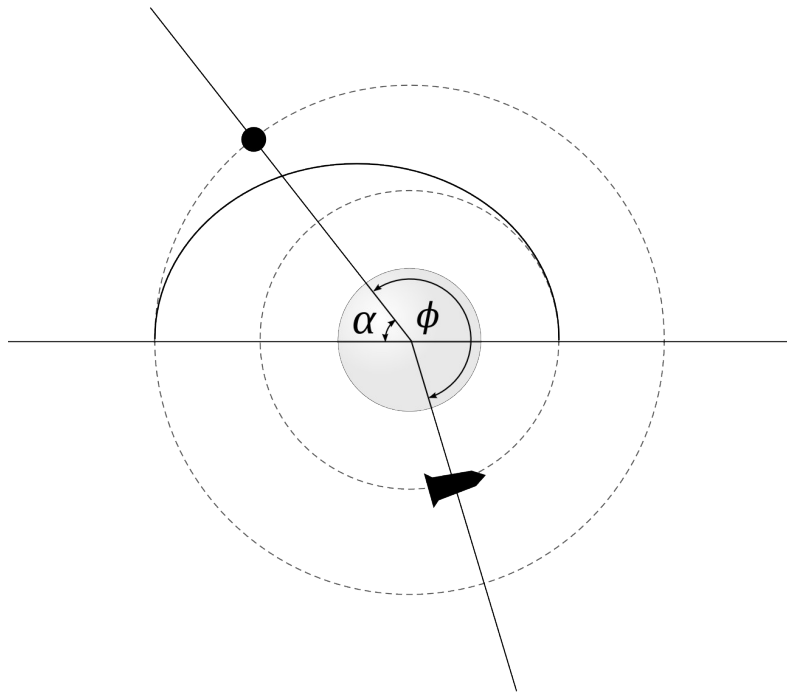


Figure 5.7 :
Synchronisation du rendez-vous.

Pendant que la cible et le véhicule évoluent chacun sur leurs orbites circulaires respectives, leur séparation angulaire ϕ évolue de sorte que :

$$\phi_{manœuvre} = \phi_{initial} + (\omega_{cible} - \omega_{véhicule}) \times t_{attente} \quad (V-2.5)$$

Nous ré-organisons cette équation pour obtenir :

$$t_{attente} = \frac{\phi_{manœuvre} - \phi_{initial}}{\omega_{cible} - \omega_{véhicule}} \quad (V-2.6)$$

Notons que si $\phi_{initial} > \phi_{manœuvre}$ cette expression nous conduira à une valeur de temps négative⁴ (l'opportunité la plus proche étant derrière le véhicule). Comme le phénomène est périodique, il suffit alors d'ajouter 360° à la différence angulaire $(\phi_{manœuvre} - \phi_{initial})$ pour trouver la prochaine fenêtre de rendez-vous.

⁴ Ce cas survient également lorsque l'orbite du véhicule est plus haute que celle de sa cible.

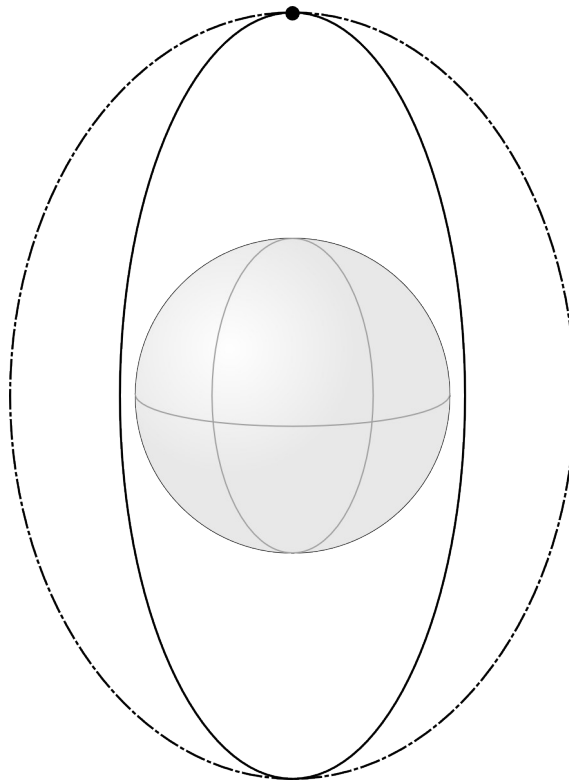
3. Torsion de trajectoire

Nous avons jusqu'ici considéré uniquement des manœuvres co-planaires. Très peu de transferts d'orbite se font dans le même plan, ce qui pimente légèrement nos calculs jusqu'ici strictement bidimensionnels.

a) Torsion simple

Tout changement de plan, ou *torsion d'orbite*, s'effectue au prix d'un différentiel de vitesse à impartir au véhicule.

Il convient de calculer ce changement de vitesse à partir d'une somme vectorielle, où l'on fait figurer $\vec{V}_{orb\ 1}$ et $\vec{V}_{orb\ 2}$, de même norme (dans le cas présent, nous ne changeons pas de rayon orbital), mais d'orientation différentes.



*Figure 5.8 :
Torsion simple de trajectoire
(passage de l'orbite en pointillés vers l'orbite en trait continu, de même rayon)*

Une rapide analyse trigonométrique nous permet de quantifier la quantité de vitesse $\Delta V_{Torsion}$ en fonction de la vitesse orbitale et de l'angle de torsion θ à obtenir :

$$\Delta V_{Torsion} = 2 V_{orb} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{V-3.1})$$

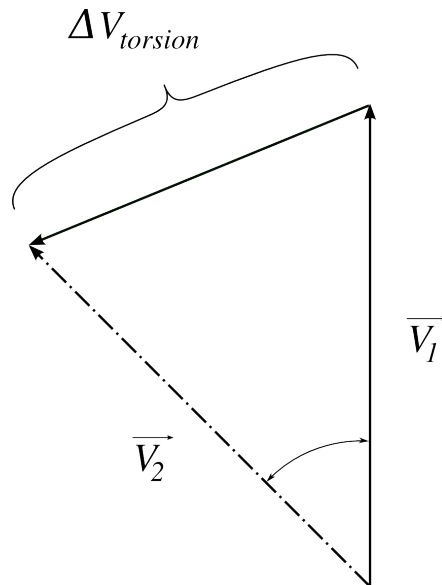


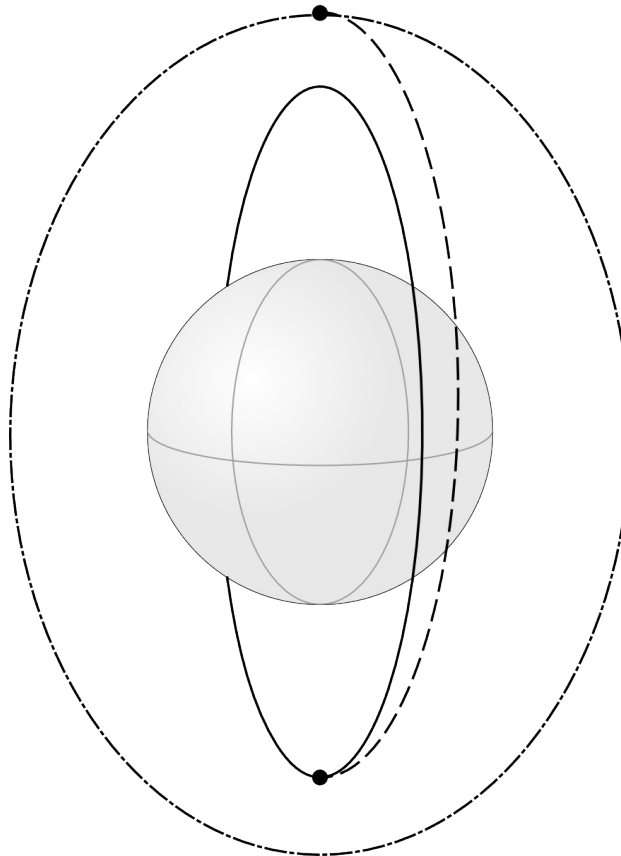
Figure 5.9 :
Torsion de trajectoire simple : les vecteurs initial et final ont même norme.

On note immédiatement que pour un angle de torsion donné, plus la vitesse lors de la torsion est élevée, plus le coût de la manœuvre sera grand. Les ordres de grandeur des vitesses orbitales rendent ces manœuvres relativement pénalisantes, particulièrement en orbite basse.

b) Torsion combinée à un changement de vitesse

Il est possible de combiner changement de vitesse et torsion de trajectoire. Cette manœuvre n'est effectuée ni dans l'intention d'accabler l'étudiant/e, ni dans l'espoir de réduire le temps de manœuvre, mais bien parce qu'elle permet de réduire les quantités de vitesse à fournir au véhicule – et donc le « coût » en changement de masse qui lui correspond.

L'application la plus courante est lors des transferts de Hohmann. Au lieu de d'effectuer dans un premier temps une des deux injections d'un transfert, puis dans un second temps la torsion de trajectoire, les deux opérations sont réalisées simultanément.



*Figure 5.10 :
Transfert de Hohmann et torsion de trajectoire simultanées.*

Une étude graphique nous permet d'observer l'économie engendrée ; elle est quantifiable aisément depuis un demi-millénaire grâce au théorème d'*Al Kashi*⁵ :

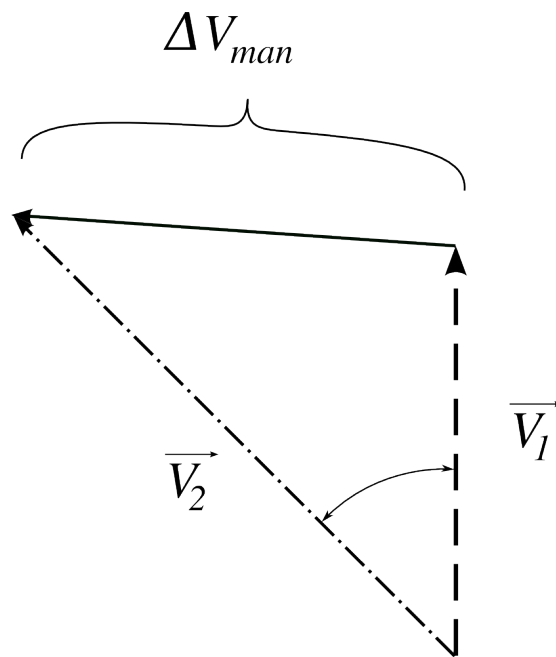


Figure 5.11 :

Torsion et changement de vitesse simultanés

Nous fournissons une vitesse ΔV_{man} pour passer du vecteur vitesse \vec{V}_1 au vecteur vitesse \vec{V}_2 .

$$\Delta V_{man} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2 V_1 V_2 \cos \theta} \quad (V-3.2)$$

où ΔV_{man} , la vitesse à fournir, est exprimée en fonction de

V_1 , vitesse initiale

V_2 , vitesse finale,

et θ , angle de torsion de trajectoire.

Un bon coup d'œil à la figure 5.11 nous permet de visualiser le fait que la norme ΔV_{man} est inférieure à la norme $(V_2 - V_1 + \Delta V_{Torsion})$, ce qui montre l'intérêt de la manœuvre.

Nous voici ainsi armés des concepts nécessaires à la quantification du carburant que nécessite un changement d'orbite combiné à une torsion.

⁵ غياث الدين الكاشي ou *Ghiyath ad-Din Jamshid Mas'ud al-Kashi*, génial mathématicien et astronome perse, grande figure de l'Islam médiéval, et dont le mauvais caractère et le théorème sur la géométrie du triangle ont traversé six siècles.