Curso: Engenharia Básica
Disciplina: Eletricidade e Calor
Professor: Douglas/ Wesley
Assunto: Eletrostática (Carga Elétrica, Processo de Eletrização, Força Elétrica e Campo Elétrico)

ELETROSTÁTICA

A eletrostática é basicamente descrita por dois princípios, o da atração e repulsão de cargas conforme seu sinal (sinais iguais se repelem e sinais contrários se atraem) e a conservação de cargas elétricas, a qual assegura que em um sistema isolado, a soma de todas as cargas existentes será sempre constante, ou seja, não há perdas.

Cargas Elétricas

A carga elétrica é uma propriedade intrínseca das partículas fundamentais de que é feita a matéria; Em outras palavras, é uma propriedade associada à própria existência dessas partículas, sabemos também que toda matéria que conhecemos é formada por moléculas. Esta, por sua vez, é formada de átomos, que são compostos por três tipos de partículas elementares: prótons, nêutrons e elétrons.

A grande quantidade de cargas que existem em qualquer objeto geralmente não pode ser observada porque o objeto contém quantidades iguais de dois tipos de cargas: cargas positivas e cargas negativas. Quando existe essa igualdade (ou equilíbrio) de cargas, dizemos que o objeto é eletricamente neutro. Porém se houver uma diferença entre essas cargas dizemos que o objeto está eletrizado.

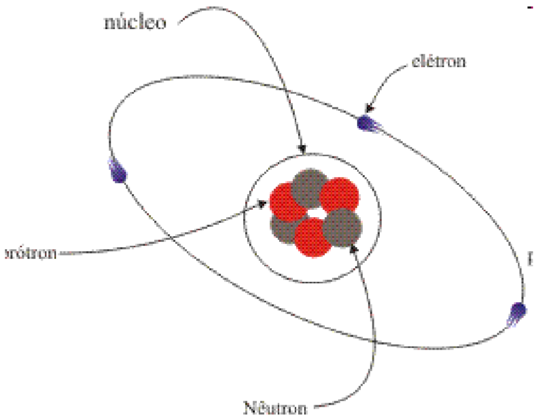
Os átomos são formados por um núcleo, onde ficam os prótons e nêutrons e uma eletrosfera, onde os elétrons permanecem, em órbita.

Os prótons e nêutrons têm massa praticamente igual, mas os elétrons têm massa milhares de vezes menor. Sendo **m** a massa dos prótons, podemos representar a massa dos elétrons como:

$$\boldsymbol{m_{elétron} = 9,109.10^{-31}kg \quad ; \quad m_{próton} = 1,673.10^{-27}kg}$$

$$\boldsymbol{m_{elétron} = \frac{1}{1837} . m_{próton}}$$

Podemos representar um átomo, embora fora de escala, por



Esta propriedade de cada uma das partículas é chamada **carga elétrica**. Os prótons são partículas com cargas positivas, os elétrons tem carga negativa e os nêutrons tem carga neutra.

Um prótons e um elétrons têm valores absolutos iguais embora tenham sinais opostos. O valor da carga de um próton ou um elétrons é chamado carga elétrica elementar e simbolizado por **e**.

A unidade de medida adotada internacionalmente para a medida de cargas elétricas é o **coulomb (C)**.

A carga elétrica elementar é a menor quantidade de carga encontrada na natureza, comparando-se este valor com coulomb, têm-se a relação:

$$\boldsymbol{e = 1,6 . 10^{-19}C}$$

A unidade coulomb é definida partindo-se do conhecimento de densidades de corrente elétrica, medida em ampère (A), já que suas unidades são interdependentes.

Um coulomb é definido como a quantidade de carga elétrica que atravessa em um segundo, a secção transversal de um condutor percorrido por uma corrente igual a 1 ampère.

Eletrização de Corpos

A única modificação que um átomo pode sofrer sem que haja reações de alta liberação e/ou absorção de energia é a perda ou ganho de elétrons.

Por isso, um corpo é chamado **neutro** se ele tiver número igual de prótons e de elétrons, fazendo com que a carga elétrica sobre o corpo seja nula.

Pela mesma analogia podemos definir corpos eletrizados positivamente e negativamente.

Um corpo eletrizado negativamente tem maior número de elétrons do que de prótons, fazendo com que a carga elétrica sobre o corpo seja negativa.

Um corpo eletrizado positivamente tem maior número de prótons do que de elétrons, fazendo com que a carga elétrica sobre o corpo seja positiva.

Eletrizar um corpo significa basicamente tornar diferente o número de prótons e de elétrons (adicionando ou reduzindo o número de elétrons).

A Carga é Quantizada

Os experimentos revelam que os fluidos elétricos não são contínuos, e sim composto de unidades elementares de carga. Todas as cargas positivas e negativas q que podem ser detectadas podem ser escritas na forma: $q = n.e$, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots..$, onde e, a **carga elementar**, tem o valor aproximado de:

$$\mathbf{e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C}$$

Processos de eletrização

Considera-se um corpo eletrizado quando este tiver número diferente de prótons e elétrons, ou seja, quando não estiver neutro. O processo de retirar ou acrescentar elétrons a um corpo neutro para que este passe a estar eletrizado denomina-se **eletrização**.

Eletrização por Atrito:

Dois corpos neutros feitos de materiais distintos, quando são atritados entre si, um deles fica eletrizado negativamente (ganha elétrons) e outro positivamente (perde elétrons).

Quando há eletrização por atrito, os dois corpos ficam com cargas de módulo igual, porém com sinais opostos.

Convenientemente foi elaborada uma lista em dada ordem que um elemento ao ser atritado com o sucessor da lista fica eletrizado positivamente. Esta lista é chamada **série triboelétrica**:

-

Materiais	
Pele humana seca	
Couro	+
Pele de coelho	
Vidro	
Cabelo humano	
Fibra sintética (nylon)	
Lã	
Chumbo	
Pele de gato	
Seda	
Alumínio	
Papel	
Algodão	
Aço	
Madeira	
Âmbar	
Borracha dura	
Níquel	
Cobre	
Latão	
Prata	
Ouro	
Platina	
Poliéster	
Isopor	
Filme PVC	
Poliuretano	
Polietileno ('fita adesiva')	-
Polipropileno	
Vinil	
Silicone	
Teflon	

Eletrização por contato

Outro processo capaz de eletrizar um corpo é feito por contato entre eles.
Se dois corpos condutores, sendo pelo menos um deles eletrizado, são postos em contato, a carga elétrica tende a se estabilizar, sendo redistribuída entre os dois, fazendo com que ambos tenham a mesma carga, inclusive com mesmo sinal. O cálculo da carga resultante é dado pela média aritmética entre a carga dos condutores em contato.

Exemplo:

Um corpo condutor A com carga QA = -1C é posto em contato com outro corpo condutor B com carga QB = -3 C , após serem separados os dois o corpo A é posto em contato com um terceiro corpo condutor C de carga QC= + 4 C qual é a carga em cada um após serem separados?

Resolução:

No primeiro contato temos: $Q' = \frac{Q_A + Q_B}{2} = \frac{-1-3}{2} = -2C$

ou seja neste momento:

$Q' = Q'_A = Q'_B = -2C$

Após o segundo contato, tem-se:

$$Q'' = \frac{Q'_A + Q_C}{2} = \frac{-2+4}{2} = +1C$$

E neste momento: $Q'' = Q''_A = Q'_C = +1C$

Ou seja, a carga após os contados no corpo A será +1C, no corpo B será -2C e no corpo C será +1C.

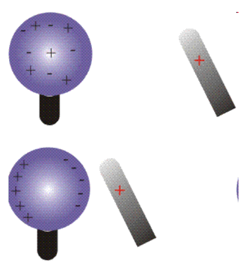
Obs:

Um corpo eletrizado em contato com a terra será neutralizado, pois se ele tiver falta de elétrons, estes serão doados pela terra e se tiver excesso de elétrons, estes serão descarregados na terra.

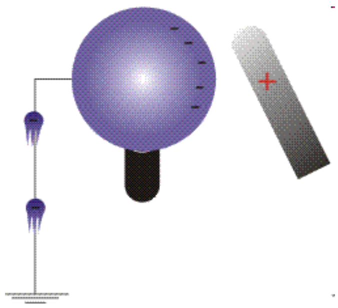
Eletrização por indução eletrostática:

Este processo de eletrização é totalmente baseado no princípio da atração e repulsão, já que a eletrização ocorre apenas com a aproximação de um corpo eletrizado (indutor) a um corpo neutro (induzido).
O processo é dividido em três etapas:

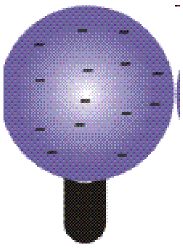
- Primeiramente um bastão eletrizado é aproximado de um condutor inicialmente neutro, pelo princípio de atração e repulsão, os elétrons livres do induzido são atraídos/repelidos dependendo do sinal da carga do indutor.



O próximo passo é ligar o induzido à terra, ainda na presença do indutor.



Desliga-se o induzido da terra, fazendo com que sua única carga seja a do sinal oposto ao indutor.



Após pode-se retirar o indutor das proximidades e o induzido estará eletrizado com sinal oposto à carga do indutor e as cargas se distribuem por todo o corpo.

Lei de Coulomb

Chales Coulomb (1736 – 1806) estudou a força exercida por uma carga em outra utilizando uma balança de torção que ele próprio inventou. No experimento de Coulomb, as esferas carregadas eram muito menores que as distâncias entre elas e, portanto podiam ser tratadas como cargas puntiformes.

Coulomb utilizou o método de carga por indução para produzir esferas igualmente carregadas e para variar a quantidade de cargas nas esferas. Por exemplo, começando com uma carga q_0 em cada esfera, ele poderia reduzir a carga para $\frac{1}{2}q_0$ através, primeiramente, do aterramento de uma das esferas para descarrega-la, depois a desconectando do aterramento e, finlmente colocando as duas esferas em contato.

Esta lei, formulada por Charles Augustin Coulomb, refere-se às forças de interação (atração e repulsão) entre duas cargas elétricas puntiformes, ou seja, com dimensão e massa desprezível.

O que a Lei de Coulomb enuncia é que a intensidade da força elétrica de interação entre cargas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos módulos de cada carga e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa. Ou seja:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

A constante k vale:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 \left(\frac{Nm^2}{C^2} \right)$$

A constante ε_0 é a **permissividade elétrica** do espaço livre. No S. I. (Sistema Internacional) seu valor é:

$$\varepsilon_0 = 8{,}854\text{x}10^{-12} = \frac{10^{-9}}{36\pi} (F/m)$$

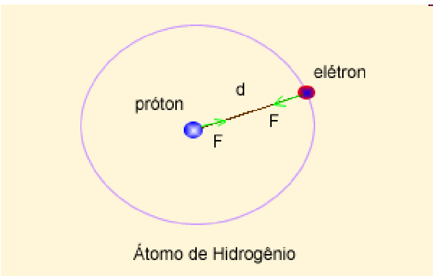
A força eletrostática é uma grandeza **vetorial**: possui **intensidade**, **direção** e **sentido**. Ela age ao longo da linha que une as duas cargas. Também é uma força mútua. Cada uma das cargas sofre a ação de uma força de mesma magnitude, porém, de sentido contrário. A força será repulsiva, se as duas cargas forem de mesma natureza (mesmo sinal), ou atrativa, se de sinais contrários. Reescrevendo-a vetorialmente:

Para se determinar se estas forças são de atração ou de repulsão utiliza-se o produto de suas cargas, ou seja:

$$Q_1 \cdot Q_2 > 0 \Rightarrow \textit{forças} \quad \textit{de} \quad \textit{repulsão}$$
$$Q_1 \cdot Q_2 < 0 \Rightarrow \textit{forças} \quad \textit{de} \quad \textit{atração}$$

Exemplo:

1)Determine a magnitude da força elétrica em um elétron no átomo de hidrogênio, exercida pelo próton situado no núcleo atômico. Assuma que a órbita eletrônica tem um raio médio de d = $0{,}5.10^{-10}$ m.



Solução:

Sabemos que a carga elétrica do elétron é $-1{,}6.10^{-19}$C e a carga do próton 1,6.10-19C, na aplicação da Lei de Coulomb temos:

$$F = \frac{k.q.Q}{d^2} = \frac{(9.10^9).(1{,}6.10^{-19}).(1{,}6.10^{-19})}{(0{,}5.10^{-10})^2}$$

$$F = \frac{23{,}04.10^{-29}}{0{,}25.10^{-20}} = 9{,}2.10^{-8}\,N$$

2)Quando a distância entre duas cargas elétricas iguais é dobrada, o módulo da força elétrica entre elas muda de F para:

a) F/4 b) F/2 c) 2F d) 4F e) 8F

3) Uma carga $Q_1 = 3\text{x}10^{-4}$ C está colocada no ponto $P_1(1,2,3)$ m. Uma outra carga $Q_2 = -10^{-4}$ C está colocada no ponto $P_2(2,0,5)$ m. Encontrar a força F sobre cada carga.

Solução:

Primeiro devemos encontrar o vetor que vai da carga 1 à carga 2.

$$\vec{R}_{12} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

$$\vec{R}_{12} = (2-1).\hat{a}_x + (0-2).\hat{a}_y + (5-3).\hat{a}_z$$

$$\vec{R}_{12} = \hat{a}_x - 2.\hat{a}_y + 2.\hat{a}_z$$

$$|R_{12}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$$

Logo o vetor unitário de $R_{1,2}$ será igual a:

$$\hat{a}_{r12} = \frac{\vec{R}_{1,2}}{|\vec{R}_{1,2}|} = \frac{\hat{a}_x - 2\hat{a}_y + 2\hat{a}_z}{3}$$

A força sobre a carga 2 será:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 \cdot Q_2}{R_{12}^2}.\hat{a}_{r12} \qquad \vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\text{x}10^{-4}.(-10^{-4})}{9}\frac{1}{3}(\hat{a}_x - 2.\hat{a}_y - 2.\hat{a}_z) \quad (\text{N})$$

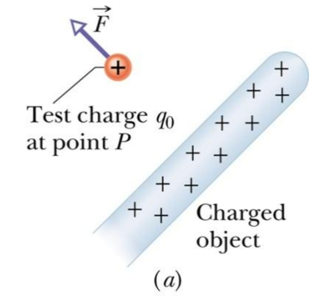
$$\vec{F}_2 = -10(\hat{a}_x - 2.\hat{a}_y + 2.\hat{a}_z) \qquad (\text{N})$$

A força sobre a carga 1 será:

$$\vec{F}_1 = 10(\hat{a}_x - 2.\hat{a}_y + 2.\hat{a}_z) \qquad (\text{N})$$

Campo Elétrico

O campo elétrico é um campo vetorial, constituído por uma distribuição de vetores, um para cada ponto de uma região, em torno de um objeto eletricamente carregado . Em princípio, podemos definir o campo elétrico em um ponto nas proximidades de um objeto carregado, como o ponto P da figura (a) abaixo da seguinte forma:



(a)

Colocamos no ponto P uma carga positiva q_0, chamada carga de prova, medimos a força eletrostática $\vec{F}$ que age sobre a carga q_0 e definimos o campo elétrico $\vec{E}$ produzido pelo objeto através da equação:

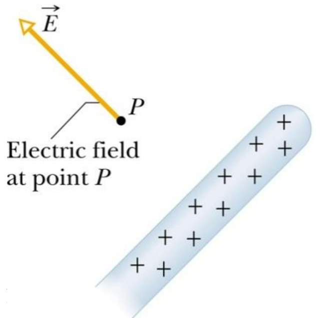
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\textit{campo elétrico})$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \frac{k\frac{Q \cdot \cancel{q}}{d^2}}{\cancel{q}} = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

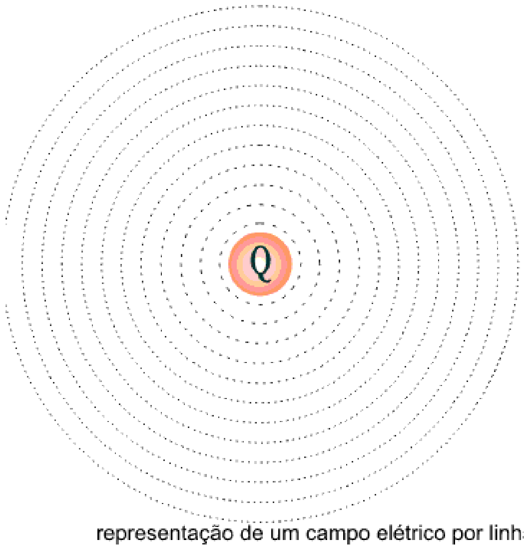
Assim, o módulo do campo elétrico $\vec{E}$ no ponto P é $E = F/q_0$ e a orientação de $\vec{E}$ é a da F que age sobre a carga de prova (que supomos positiva) como mostra a figura (b).

A unidade de campo elétrico no SI é o Newton por Coulomb (N/C).



(b)

Chama-se *Campo Elétrico* o campo estabelecido em todos os pontos do espaço sob a influência de uma carga geradora de intensidade **Q,** de forma que qualquer carga de prova de intensidade **q** fica sujeita a uma força de interação (atração ou repulsão) exercida por **Q**.

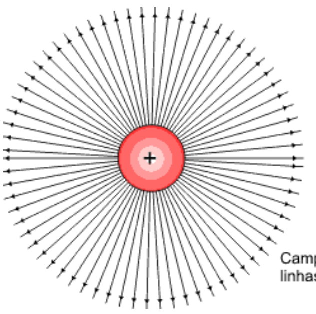


representação de um campo elétrico por linhas imaginárias

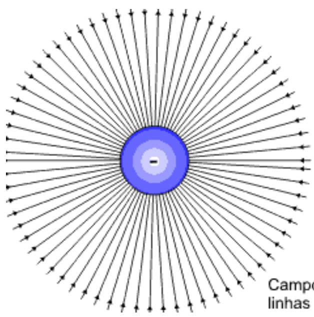
Linhas de força

Por convenção, as linhas de força têm a mesma orientação do vetor campo elétrico, de modo que para campos gerados por cargas positivas as linhas de força são divergentes (sentido de afastamento) e campos gerados por cargas elétricas negativas são representados por linhas de força convergentes (sentido de aproximação).

Quando se trabalha com cargas geradoras sem dimensões, as linhas de força são representadas radialmente, de modo que:



Campos gerados por cargas positivas têm linhas de força divergentes.



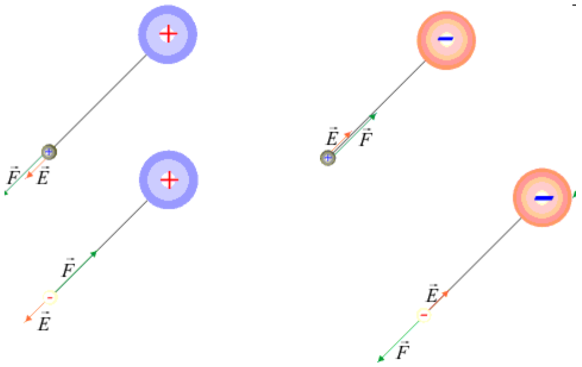
Campos gerados por cargas negativas têm linhas de força convergentes.

Vetor Campo Elétrico

O campo elétrico é definido como um vetor com mesma direção do vetor da força de interação entre a carga geradora **Q** e a carga de prova **q** e com mesmo sentido se q>0 e sentido oposto se q<0. Ou seja:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{|q|}$$

O campo elétrico pode ter pelo menos quatro orientações diferentes de seu vetor devido aos sinais de interação entre as cargas, quando o campo é gerado por apenas uma carga, estes são:



Exemplo:

1) Sobre uma carga elétrica de **2,0 . 10 $^{-6}$C**, colocada em certo ponto do espaço, age uma força de intensidade **0,80N**. Despreze as ações gravitacionais. A intensidade do campo elétrico nesse ponto é:

a) 1,6 **.** 10 $^{-6}$ N/C
b) 1,3 **.** 10 $^{-5}$ N/C
c) 2,0 **.** 10 ^{3} N/C
d) 1,6 **.** 10 ^{5} N/C
e) 4,0 **.** 10 ^{5} N/C

Solução:

$$E = \frac{F}{Q} \Rightarrow E = \frac{0{,}80}{2.10^{-6}} \Rightarrow E = 4.10^{5}\, N/C$$

2) Uma carga pontual Q, positiva, gera no espaço um campo elétrico. Num ponto P, a 0,5m dela, o campo tem intensidade **E = 7,2 . 10 ^{6}N/C**. Sendo o meio vácuo onde **K0 = 9.10 ^{9} unidades S. I.**, determine Q.

a) 2,0 **.** 10 $^{-4}$ C
b) 4,0 **.** 10 $^{-4}$ C
c) 2,0 **.** 10 $^{-6}$ C
d) 4,0 **.** 10 $^{-6}$ C
e) 2,0 **.** 10 $^{-2}$ C

Solução:

$$E = \frac{k.Q}{d^2} \Rightarrow 7{,}2.10^{6} = \frac{9.10^{9}.Q}{0{,}5^{2}} \Rightarrow 7{,}2.10^{6} = \frac{9.10^{9}.Q}{0{,}25}$$

$$7{,}2.10^{6}\, x\, 0{,}25 = 9.10^{9}.Q \Rightarrow 1{,}8.10^{6} = 9.10^{9}.Q$$

$$Q = \frac{1{,}8.10^{6}}{9.10^{9}} \Rightarrow Q = 2.10^{-4}\, C$$

Campo Elétrico Produzido por uma Carga Pontual

Para determinar o campo produzido a uma distância r de uma carga pontual q, colocamos uma carga de prova q_0 nesse ponto. De acordo com a lei de Coulomb o módulo da força eletrostática que age sobre q_0 é dado por:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \quad ou \quad \vec{F} = \frac{k \cdot q \cdot q}{r^2}$$

De acordo com a equação do vetor campo elétrico temos:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} \rightarrow \vec{E} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2}}{q_0} \rightarrow \vec{E} = \frac{k \cdot q}{r^2} \quad (\,carga\ pontual\,)$$

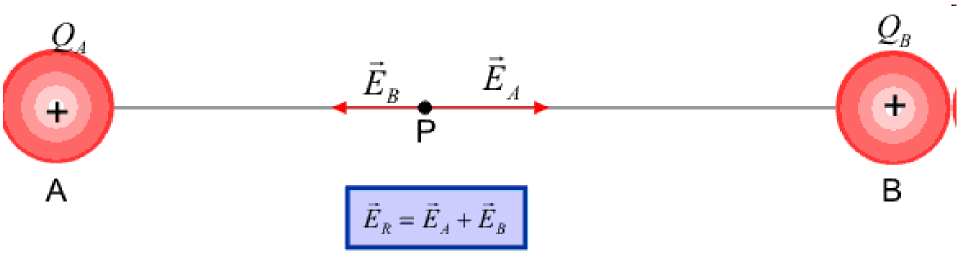
Campo Elétrico Produzido por várias Cargas Pontuais

Quando duas ou mais cargas estão próximas o suficiente para que os campos gerados por cada uma se interfiram, é possível determinar um campo elétrico resultante em um ponto desta região.

Para isto, analisa-se isoladamente a influência de cada um dos campos gerados sobre um determinado ponto**.**

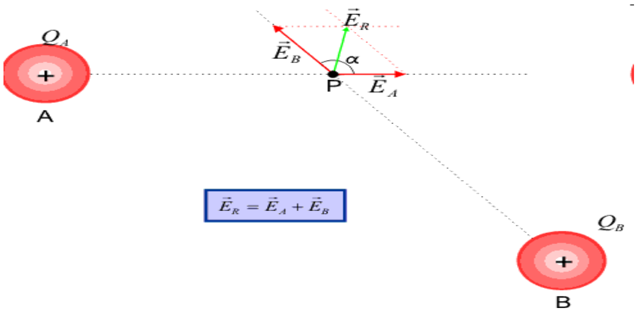
Por exemplo, imaginemos duas cargas postas arbitrariamente em um ponto **A** e outro **B**, com cargas QA e QB , respectivamente. Imaginemos também um ponto **P** sob a influência dos campos gerados pelas duas cargas simultaneamente.

O vetor do campo elétrico resultante será dado pela soma dos vetores EA e EB no ponto P. Como ilustram os exemplos a seguir:



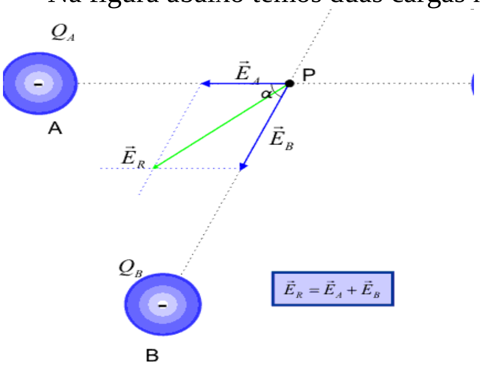
Como as duas cargas geradoras do campo têm sinal positivo, cada uma delas gera um campo divergente (de afastamento), logo o vetor resultante terá módulo igual à subtração entre os valores dos vetores e direção e sentido do maior valor absoluto.

Na figura ao lado temos:



Os campos elétricos gerados são divergentes, mas como existe um ângulo formado entre eles, esta soma vetorial é calculada através de regra do paralelogramo, ou seja, traçando-se o vetor soma dos dois vetores, tendo assim o módulo direção e sentido do vetor campo elétrico resultante.

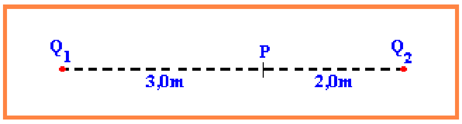
Na figura abaixo temos duas cargas negativas:



Como ambas as cargas que geram o campo tem sinais negativos, cada componente do vetor campo resultante é convergente, ou seja, tem sentido de aproximação. O módulo, a direção e o sentido deste vetor são calculados pela regra do paralelogramo.

Exemplo:

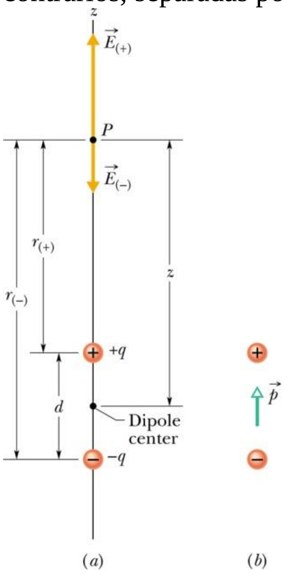
1)Determine a intensidade do campo elétrico resultante no ponto P, sabendo que ele foi gerado exclusivamente pelas duas cargas elétricas da figura.



Temos ainda: Q1 = +9,0nC; Q2 = +4,0nC; K0 = 9,0 **.** 10-9 unid. SI; o meio é vácuo.

Campo Elétrico Produzido por um Dipolo Elétrico

Um dipolo elétrico é um dispositivo que possui duas partículas carregadas de módulo q e sinais contrários, separadas por uma distância d. Conforme a figura:



Para calcular o campo elétrico produzido pelo dipolo em um ponto P situado a uma distância z do centro do dipolo, sobre a reta que liga as duas partículas, conhecida como eixo do dipolo.

Por simetria, o campo elétrico no ponto P (e também os campos $E_{(+)}$ e $E_{(-)}$ produzidos pelas partículas que formam o dipolo. Assim aplicando o princípio da superposição aos campos elétricos, vemos que o módulo do campo elétrico no ponto P é dado por:

$$E = E_{(+)} - E_{(-)}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{{r^2}_{(+)}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{{r^2}_{(-)}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(z + \frac{1}{2}d)^2}$$

Reagrupando os termos temos:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \cdot \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right)$$

Reduzindo as frações ao mesmo denominador e simplificando temos:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \cdot \left(\frac{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2 - \left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right) \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \cdot \left(\frac{\left(1 + \frac{d}{z} + \frac{d^2}{4z^2}\right) - \left(1 - \frac{d}{z} + \frac{d^2}{4z^2}\right)}{\left(\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \cdot \left(\frac{1 + \frac{d}{z} + \frac{d^2}{4z^2} - 1 + \frac{d}{z} - \frac{d^2}{4z^2}}{\left(\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} \right) \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \cdot \left(\frac{\frac{2d}{z}}{\left(\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 z^3} \cdot \left(\frac{d}{\left(\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} \right)$$

Em geral, estamos interessados nos efeitos elétricos de um dipolo apenas a distâncias relativamente grandes em comparação com as dimensões do dipolo, ou seja, a distâncias tais que z≫d. Nesse caso $\frac{d}{2z} \ll 1$, assim podemos desprezar o termo $\frac{d}{2z}$ no denominador, o que nos dá:

$$E = \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 z^3}$$

O produto qd, que envolve os dois parâmetros q e d que definem o dipolo, é o módulo p de uma grandeza conhecida como momento dipolar elétrico do dipolo, cuja a unidade é o Coulomb-metro (C.m)

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\rho}{z^3}$$

O sentido de $\vec{p}$ é tomado como sendo do lado negativo para o lado positivo do dipolo. Assim podemos usar o sentido do $\vec{p}$ para especificar a orientação do dipolo.

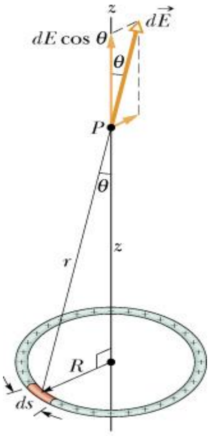
Se o campo elétrico de um dipolo é medido apenas em pontos distantes não é possível determinar os valores de q e d separadamente, mas apenas o produto qd. O campo em pontos distantes permanece inalterado quando por exemplo, o valor de q é multiplicado por 2 e, ao mesmo tempo, o valor de d é dividido por 2. Embora a equação do dipolo seja válida apenas para pontos distantes sobre o eixo do dipolo, para todos os pontos distantes, estejam ou não sobre o eixo do dipolo, o valor de E para um dipolo é proporcional a $1/r^3$, onde r é a distância entre o ponto em questão e o centro do dipolo.

Campo Elétrico Produzido por um Linha de Cargas

Até o momento consideramos apenas o campo elétrico produzido por uma ou no máximo, algumas cargas pontuais. Vamos agora discutir o caso de distribuição de cargas que envolvem um grande número de cargas muito próxima (bilhões, talvez) distribuídas ao longo de uma linha, superfície ou volume. Distribuições deste tipo podem ser consideradas contínuas, e calculamos o campo elétrico produzido pelas cargas usando os métodos de cálculo em vez de somar um a um, campo produzidos pelas cargas pontuais.

Quando lidamos com distribuição contínua de cargas é conveniente expressar a carga do objeto em termos de uma densidade de cargas, em vez de carga total. No caso de uma linha de cargas por exemplo, usamos a densidade linear de cargas (ou carga por unidade de comprimento) λ

A figura abaixo mostra um anel delgado de raio R com uma densidade linear de cargas positivas λ.



Vamos supor que o anel é feito de plástico ou outro material não condutor, de modo que as cargas permaneçam imóveis. Qual é o campo elétrico no ponto P, sobre o eixo central, a uma distância z do plano do anel?

<u>Solução:</u>

Seja ds o comprimento de um dos elementos de carga do anel. Como λ é a carga por unidade de comprimento, a carga do elemento é dada por:

$$\boldsymbol{dq = \lambda\, ds}$$

Este elemento de carga produz um campo elétrico no ponto P, que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga pontual , podemos escrever o módulo do campo elétrico na forma:

$$\mathrm{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{r}^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda\,\mathrm{ds}}{\mathrm{r}^2} \quad \rightarrow \quad \mathrm{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda\,\mathrm{ds}}{(\mathrm{z}^2 + \mathrm{R}^2)}$$

Como se pode ver na figura, $d\vec{E}$ faz um ângulo θ com o eixo central que foi tomado como sendo o eixo z e possui uma componente perpendicular e uma componente paralela a esse eixo. Cada elemento de carga do anel produz um campo elementar $d\vec{E}$ no ponto P, cujo o módulo é dado pela equação acima. As componentes dos campos $d\vec{E}$ paralelas ao eixo central são todas iguais; as componentes perpendiculares tem mesmo módulo mas orientações diferentes que faz com que elas se anulem, assim devemos considerar somente as componentes paralelas.

O módulo da componente paralela de $d\vec{E}$ que aparece na figura é $d\vec{E}$ cos θ. De acordo com a figura, temos também:

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

Multiplicando a equação $\mathrm{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda\,\mathrm{ds}}{(\mathrm{z}^2 + \mathrm{R}^2)}$ pela equação $\cos\theta = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$ obtemos:

$$dE\ cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}}\ ds.$$

Para somar a componente paralela dE cos θ produzidos por todos os elementos basta integrar a equação acima ao longo da circunferência do anel, de s = 0 a s = 2πR.

$$E = \int dE\cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds = \frac{z\lambda\,(2\pi R)}{4\pi\varepsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Como λ é a carga por unidade de comprimento do anel, o termo $\lambda(2\pi R)$ da equação é igual a q, a carga total do anel assim temos:

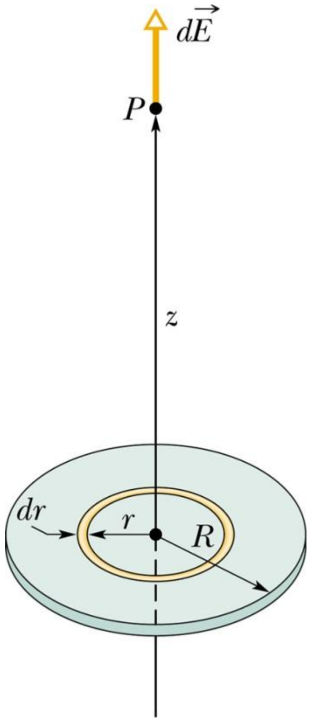
$$E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\,anel\ carregado\,)$$

Quando o anel carregado estiver a grandes distâncias z≫R o anel se comporta como uma carga puntiforme assim o campo elétrico é calculado pela equação:

$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}$ (anel carregado a grandes distâncias).

Campo Elétrico Produzido por um Disco Carregado

A figura abaixo mostra um disco circular de plástico, de raio R , com uma distribuição uniforme de cargas positivas na superfície superior. Qual é o campo elétrico no ponto P, situado no eixo central a uma



<u>Solução:</u>

A idéia é dividir o disco em anéis concêntricos elementares e calcular o campo elétrico no ponto P somando (ou seja integrando) as contribuições de todos os anéis.
A figura mostra um anel elementar de raio r e largura radial dr. Como σ é a carga por unidade de área, a carga do anel é dada por:

$$dq = \sigma\, dA = \sigma\,(2\pi r\, dr), onde\ dA\ é\ a\ área\ do\ anel\ elementar.$$

O campo elétrico produzido em um anel de cargas já foi equacionado anteriormente, então se substituirmos o q da equação do anel pelo dq acima obtemos o seguinte:

$$dE = \frac{z\sigma\,(2\pi r\, dr)}{4\pi\varepsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad que\ pode\ ser\ escrito\ na\ forma:$$

$$dE = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0} \frac{2r\, dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

Agora podemos calcular o campo elétrico integrando a equação acima para toda a superfície do disco, ou seja, integrando em relação à variável r de r = 0 a r = R.

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2}\,(2r)dr$$

Para resolver esta integral, basta coloca-la na forma $\int X^m\, dX\ fazendo\ x = (z^2 + r^2),\ m = \frac{-3}{2}\ e\ dX = (2r)dr. usando\ a\ relação$

$$\int X^m\, dx = \frac{X^{m+1}}{m+1}$$

Assim temos:

$$E = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_o}\left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{\frac{-1}{2}}\right]_0^R \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right). \quad (Disco\ Carregado)$$

Exercícios:

Quantização de Carga:

1) Um bastão plástico é esfregado contra um blusão de lã, adquirindo uma carga de -0,80μC. Quantos elétrons são transferidos do blusão de lã para o bastão plástico?

2) Uma carga igual à carga do número de Avogadro de prótons ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$) é denominada um faraday. Calcule o número de Coulombs em um faraday.

3) Qual é a carga total de todos os prótons em 1,00 kg de carbono?

4) Considere que um cubo de alumínio com aresta de 1 cm acumule uma carga resultante de + 2,5 pC. Que porcentagem dos elétrons originalmente presentes no cubo foi removida?

5) Quantos elétrons é preciso remover de uma moeda para deixá-la com uma carga com uma carga de $+1{,}0 \cdot 10^{-7}$ C ?

6) O módulo da força eletrostática entre dois íons iguais separados por uma distância de $5{,}0 \cdot 10^{-10}$m é $3{,}7 \cdot 10^{-9}$N. a) Qual é a carga em cada íon? b) Quantos elétrons estão faltando em cada íon?

7) Calcule o número de Coulombs de carga positiva que estão presentes em 250cm^3 de água (neutra). (sugestão: Um átomo de hidrogênio contém um próton; um átomo de oxigênio contém oito prótons).

Eletrização:

8) Colocamos um condutor carregado negativamente em contato elétrico com a Terra. Qual das afirmativas abaixo explica corretamente o que ocorre?
a) O condutor continua com a mesma carga.
b) Alguns elétrons do condutor "escoam' para a Terra, e ele fica com uma carga negativa que é aproximadamente a metade de sua carga inicial.
c) Praticamente todo o excesso de elétrons do condutor "escoa" para a Terra, devido ao seu grande tamanho, e ele se descarrega.
d)Elétrons escoam do condutor para a Terra e o condutor fica carregado positivamente.

9)Uma esfera metálica neutra encontra-se sobre um suporte isolante e dela se aproxima um bastão eletrizado negativamente. Mantendo-se o bastão próximo da esfera, que é então ligada pelo ponto A à Terra por um fio metálico não representado na Fig. 3.16. Em seguida, retira-se o fio e depois o bastão. Logo podemos afirmar que:
a) A esfera continua neutra.
b) A esfera fica carregada negativamente.
c) A esfera fica carregada positivamente.

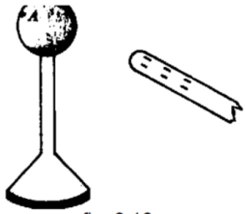


fig. 3.16

10) Considere uma esfera metálica oca, inicialmente com carga elétrica nula. Carregando a esfera com um certo número N de elétrons verifica-se que:

a) N elétrons excedentes se distribuem tanto na superfície interna como na externa;
b) N elétrons excedentes se distribuem em sus superfície interna;
c) N elétrons excedentes se distribuem em sua superfície externa;
d) a superfície interna fica carregada com cargas positivas;
e) a superfície externa fica carregada com cargas positivas.

11) Considere duas esferas metálicas idênticas. A carga elétrica de uma é Q e a da outra é -2Q. Colocando-se as duas esferas em contato, a carga elétrica da esfera que estava, no início, carregada positivamente fica igual a:

a) 3 Q/2 b) Q/2 c) -Q/2 d) -3Q/2 e) -Q/4

12)Três corpos X, Y e Z estão eletrizados. Se X atrai Y e este repele Z, podemos afirmar que certamente:

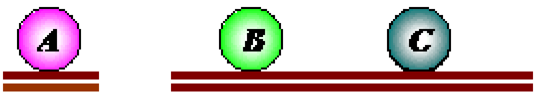
a) X e Y têm cargas positivas.
b) Y e Z têm cargas negativas.
c) X e Z têm cargas de mesmo sinal.
d) X e Z têm cargas de sinais diferentes.
e) Y e Z têm cargas positivas.

13) Duas esferas idênticas de alumínio estão eletrizadas com cargas elétricas $Q_1 = -3nC$ e $Q_2 = +7nC$. Feito um contato entre elas, qual foi a carga resultante em cada uma delas? ($Q'_1 = Q'_2 = 2nC$).

14) Uma esfera de alumínio possui carga elétrica *Q*. Uma segunda esfera de alumínio, idêntica à primeira, estando eletricamente neutra, é encostada a ela. A carga adquirida por essa segunda esfera foi:

a) $\frac{Q}{8}$. b) $\frac{Q}{4}$. c) $\frac{Q}{2}$. d) *Q*. e) 2*Q*.

15) Têm-se três esferas condutoras idênticas: *A*, *B* e *C*. A primeira delas possui uma carga elétrica positiva *Q*. As demais estão neutras. Tocando-se a primeira em *B* e depois em *C*, qual é a carga adquirida pela última?



a) $\frac{Q}{8}$. b) $\frac{Q}{6}$. c) $\frac{Q}{4}$. d) $\frac{Q}{3}$. e) $\frac{Q}{2}$.

<u>Força Elétrica</u>:

16) Qual é o módulo da força eletrostática entre um íon de sódio monoionizado (Na^+, de carga +e) e um íon de cloro monoionizado (Cl^-, de carga –e) em um cristal de sal de cozinha, se a distância entre os íons é $2{,}82 \cdot 10^{-10}$m?

17) Qual deve ser a distância entre a carga pontual $q_1 = 26{,}0\ \mu C$ e a carga pontual $q_2 = -47\ \mu C$ para que a força eletrostática entre as duas cargas tenha módulo de 5,70 N ?

18) Duas partículas de mesma carga são colocadas a 3,2 . 10^{-3}m de distância uma da outra e liberada a partir do repouso. A aceleração inicial da primeira partícula é 7,0 m/s^2 e a da segunda é 9,0 m/s^2. Se a massa da primeira partícula é 6,3. 10^{-7}kg, determine:

a) A massa da segunda partícula?

b) O módulo da carga de cada partícula?

19) Uma partícula com carga de + 3,00. 10^{-6} C está a 12,0 cm de distância de uma segunda partícula com uma carga de -1,5. 10^{-6} C . Calcule o módula da força eletrostática entre as duas partículas.

20) Duas esferas condutoras iguais, mantidas fixas, se atraem mutuamente com uma força eletrostática de 0,108 N quando a distância entre os centros é de 50,0 cm. As esferas são ligadas por um fio condutor de diâmetro desprezível. Quando o fio é removido, as esferas se repelem com uma força de 0,036 N. Supondo que a carga total das esferas era inicialmente positiva, determine:

a) A carga negativa inicial de uma das esferas?

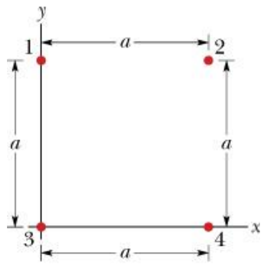
b)A carga positiva inicial da outra esfera?

21) Três partículas são mantidas sobre um eixo x. A partícula 1, de carga q_1, está em x = -a; a partícula 2, de carga q_2, está em x= +a. Determine a razão q_1 / q_2 para que a força eletrostática a que está submetida a partícula 3 seja nula:

a)Se a partícula 3 estiver no ponto x = + 0,5a;

b)Se a partícula 3 estiver no ponto x = + 1,5a

22) Na figura abaixo, as cargas das partículas são q_1 = q_2 = 100nC e q_3 = q_4 = 200nC. O lado do quadrado é a = 5,0cm. Determine a componente x e y da força eletrostática a que está submetida a partícula 3.



23) Uma primeira carga puntiforme de 2,0 μ C e uma segunda carga puntiforme de 4,0 μC estão separadas por uma distância L. Onde deveria ser colocada uma terceira carga puntiforme para que a força elétrica nesta terceira carga fosse igual a zero.

24) Uma primeira carga puntiforme de -2,0 μ C e uma segunda carga puntiforme de 4,0 μC estão separadas por uma distância L. Onde deveria ser colocada uma terceira carga puntiforme para que a força elétrica nesta terceira carga fosse igual a zero.

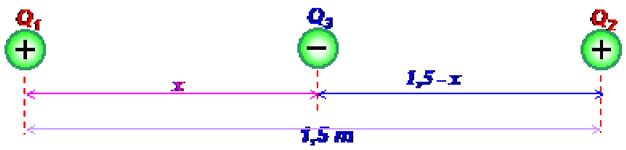
25) Três cargas puntiformes, cada uma com magnitude de 3,00 nC, estão nos vértices de um quadrado de aresta igual a 5,00 cm. As duas cargas puntiformes nos vértices opostos são positivas e a terceira carga é negativa. Determine a força exercida por estas cargas puntiformes em uma quarta carga puntiforme de magnitude 3,0 μC, que está no quarto vértice.

26) Uma carga puntiforme de 5,00μC está no eixo y em y = 3,00 cm, e uma segunda carga puntiforme de -5,00μC está no eixo y em y = - 3,00 cm. Determine a força elétrica em uma carga puntiforme de 2,0μC que está no eixo x em x = 8,00 cm.

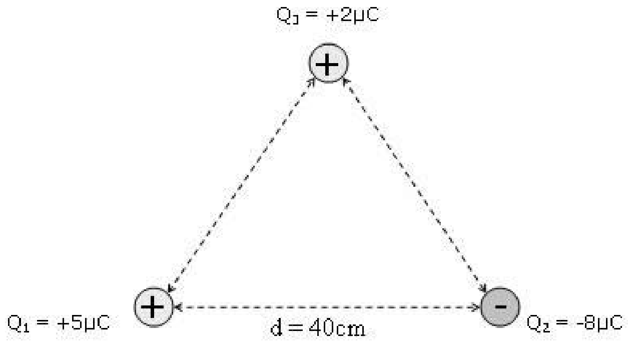
27) Uma partícula puntiforme que tem carga de – 2,5μC está localizada na origem. Uma segunda carga puntiforme que tem carga de 6,0μC está no eixo x = 0,1m e y = 0,5m. Uma terceira partícula puntiforme, um elétron, está no ponto cujas as coordenadas são (x,y). Determine os valores de x e y tal que o elétron esteja em equilíbrio.

28) As cargas Q e q estão separadas pela distância (2d) e se repelem com força (F). Calcule a intensidade da nova força de repulsão (F') se a distância for reduzida à metade e dobrada a carga Q.

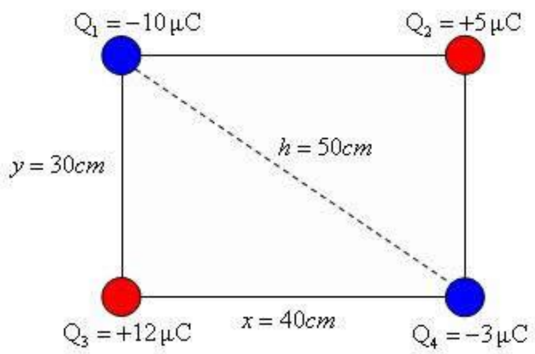
29) As cargas da figura estão localizadas no vácuo. As cargas elétricas Q_1= 8□C e Q_2 = 2□C estão fixas a uma distância de 1,5 m. Determine a posição de equilíbrio *x* para carga Q_3 = - 4□C sob a ação exclusiva das forças eletrostáticas, colocada entre as cargas Q_1 e Q_2.



30) Três partículas carregadas eletricamente são colacadas sobre um triângulo equilátero de lado d=40cm conforme a figura abaixo. Qual o módulo da força e um esboço do vetor força elétrica que atua sobre a carga 3?



31) Quatro cargas são colocadas sobre os vértices de um retângulo de lados 40cm e 30cm, como mostra a figura abaixo: Qual a intensidade da força sentida na partícula 4?



Campo Elétrico Produzido por uma carga pontual

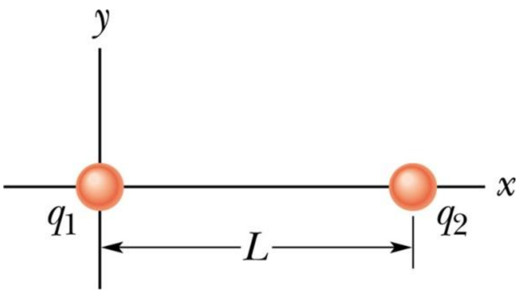
32) Qual é o módulo de uma carga pontual cujo campo elétrico a 50 cm de distância tem módulo de 2,0 N/C?

33) Qual é o módulo de uma carga pontual capaz de criar um campo elétrico de 1,00 N/C em um ponto a 1,00 de distância?

34) O núcleo de um átomo de plutônio 239 contém 94 prótons. Suponha que o núcleo é uma esfera com 6,64 fm de raio e que a carga dos prótons está distribuída uniformemente nessa esfera. Determine o módulo e o sentido (para dentro ou para fora) do campo elétrico produzido pelos prótons na superfície do núcleo.

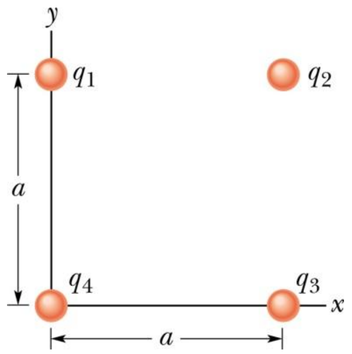
35) Duas partículas são mantidas fixas sobre o eixo x: a partícula 1, de carga q_1= 2,1 x 10^{-8} C, no ponto x = 20 cm, e a partícula 2, de carga q_2 = -4,00q_1, no ponto x= 70 cm. Em que ponto do eixo x o campo elétrico total é nulo?

36) Na figura abaixo a partícula 1, de carga q_1 = - 5,00q e a partícula 2 , de carga q_2 = + 2,00q, são mantidas fixas sobre o eixo x. Em que ponto do eixo, em termos da distância L, o campo elétrico total é nula?

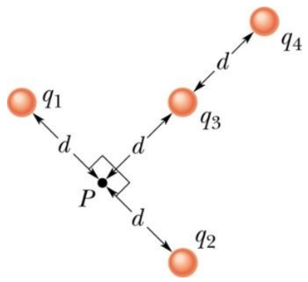


37) Na figura abaixo as quatro partículas formam um quadrado de lado a = 5,00 cm e têm cargas q_1 = +10nC, q_2 = -20nC, q_3= +20nC e q_4= -10nC. Qual é o campo elétrico no centro do quadrado, em termos dos vetores unitários?

:



38)Na figura abaixo as quatro partículas são mantidas fixas e têm cargas q_1 = q_2 = 5e , q_3 = 5e e q_4 = 12e. A distância d = 50μm. Qual é o módulo do campo elétrico no ponto P?



39) Uma carga puntiforme de 4μC está na origem. Quais são o módulo , a direção e o sentido do campo elétrico no eixo x em:
a) x = 6,0 m b) -10m

40) Duas carga puntiformes, cada uma com + 4,0μC, estão no eixo x; uma das cargas está na origem e a outra em x = 8 m. Determine o campo elétrico no eixo x em:
a) x = 6m b) Em que ponto no eixo x o campo elétrico é nulo.

41) Quando uma carga puntiforme de 2,0 nC é colocada na origem ela experimenta uma força elétrica de 8,0. 10^{-4} na direção de + y.
a) Qual é o campo elétrico na origem?
b) Qual seria a força elétrica em uma carga de 4 nC colocada na origem?

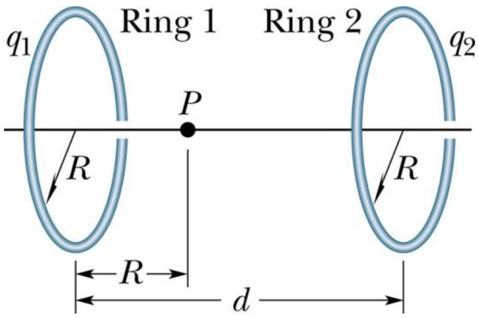
Campo Elétrico produzido por um dipolo Elétrico

42) Considere um ponto P que se encontra em um ponto sobre o eixo de um dipolo a uma distância z = 5d do centro do dipolo, onde d é a distância entre as partículas que formam o dipolo. Seja E_{apr} o valor aproximado do módulo do campo no ponto P e E_{ver} o valor verdadeiro do campo. Determine a razão E_{apr}/E_{ver}.

43) Uma carga de -300e está distribuída uniformemente em um arco de circunferência de 4,00 cm de raio, que subtende um ângulo de 40º. Qual é a densidade linear de cargas do arco?

44) Uma carga de -300e está distribuída uniformemente em uma das superfícies de um disco circular de 2,00 cm de raio. Qual é a densidade superficial de cargas da superfície?

45) A figura abaixo mostra dois anéis não condutores paralelos, com os centros sobre a mesma reta perpendicular aos planos dos anéis. O anel 1, de raio R, possui uma carga uniforme q_1; o anel 2, também de raio R, possui uma carga uniforme q_2. Os anéis estão separados por uma distância d = 3,00R. O campo elétrico no ponto P situado na reta que passa pelos centros dos anéis, a uma distância R do anel 1 é zero. Determine razão q_1 / q_2 .



46) Um elétron é liberado a partir do repouso em um campo elétrico uniforme de módulo 2.10^4N/C. Determine a aceleração do elétron. (Ignore os efeitos gravitacionais).

47) Um elétron adquire uma aceleração para leste de $1,8.10^9$ m/s^2 na presença de um campo elétrico. Determine o módulo deste campo elétrico.

48) Uma partícula alfa (núcleo do átomo de Hélio) tem uma massa de $6,64.10^{-27}$kg e uma carga de +2e. Determine o módulo do campo elétrico capaz de equililibrar o peso da partícula.

49) Feixes de prótons de alta energia podem ser produzidos por “canhões” que usam campos elétricos para acelerar os prótons. Qual é a aceleração experimentada por um próton em um campo elétrico de 2.10^4 N/C? Qual a velocidade adquirida pelo próton depois de percorrer uma distância de 1,00 cm?

Respostas:

1) $5.10^{12}\ elétrons$ 2) $Q = 9{,}6320.10^4 C$ 3) $Q = 4{,}12 . 10^7\ C$ 4) $1{,}99.10^{-15}\%$ 5) $6{,}25 . 10^{11}$

6) a) $3{,}2 . 10^{-19}\ C$; b) 2 elétrons 7) $Q = 1{,}3 . 10^7 C$ 8) C 9) A 10) C 11) C 12) D

13) ($Q'_1 = Q'_2 = 2nC$). 14) C 15) C 16) $F_e = 2{,}9.10^{-9}N$ 17) 1,39m 18) a) $4{,}8.10^{-7}$ kg

b)$7{,}1.10^{-11}C$ 19) 2,81N 20) a) $q_1 . q_2 = 3.10^{-6} C$; b) $-1{,}00.10^{-6}C$ 21) a) 9 b) 25

22)$F_R=0{,}17i+0{,}1J$ 23) a 0,4L a direita da carga 1 24) a 0,4L a esquerda da carga

25)$|F_R| = (2{,}11 . 10^{-2}\ i + 2{,}11 . 10^{-2} J)$ 26) $F_r = 0\ i - 8{,}43\ j$ 28) F' = 2F 29) x = 1m

30) F_R= 1,06N 31) 2,74N 32) $5{,}6.10^{-11}$ C 33) $1{,}11.10^{-10}C$ 34) $3{,}07.10^{21}$ N/C 35) x= -30 cm

36) 2,72L 37) eixo x= 0 eixo y=$14{,}4.10^4$N/C 39) a) 1kN b) 360N 40) a) 8kN b) x= 4m

41) a) 4.10^5N/C b) $F = -1{,}6 . 10^{-3} N\ j$ 42) 0,98 43) $1{,}74.10^{-15} C/m$ 44) $3{,}82.10^{-14} C/m^2$

45) 0,506 46) $3{,}51.10^{15}$m/s 47) - 0,0102i N/C 48) $2{,}03.10^{-7}$N/C 49) a) $1{,}92.10^{12}$ m/s^2 b) $1{,}96.10^5$m/s