

## UN SEMPLICE ESPEDIENTE NUMERICO PER LA PREVISIONE DELLA SUBSIDENZA INDOTTA DA SCAVI

Diego Bellavita, Alessia Vecchietti, Vincenzo Pane, Manuela Cecconi

*Dipartimento di Ingegneria, Università di Perugia*

*bellavita.die@libero.it, alessia.vecchietti@unipg.it, vincenzo.pane@unipg.it, manuela.cecconi@unipg.it*

### Sommario

Nella presente nota vengono dapprima evidenziati alcuni ben noti limiti della Teoria dell'Elasticità, con particolare riguardo alla previsione degli spostamenti di opere geotecniche. Successivamente viene illustrato un artificio numerico di estrema semplicità concettuale e applicativa che, qualora utilizzato in analisi numeriche convenzionali di scavi superficiali o in sotterraneo, può permettere di superare tali limiti e pervenire a profili di subsidenza in fondamentale accordo con l'evidenza sperimentale.

### 1. Introduzione

L'eccessiva capacità della Teoria dell'Elasticità nel diffondere tensioni e deformazioni è ben nota ed ampiamente documentata nella letteratura specializzata. Più precisamente, la schematizzazione del terreno come un mezzo elastico-isotropo di spessore infinito (semispazio elastico) conduce a una significativa sovrastima della propagazione delle perturbazioni applicate – sia in superficie che all'interno del mezzo – con la conseguenza che molte soluzioni elastiche necessitano opportune “correzioni” per fornire previsioni realistiche, o quantomeno più attendibili. Alcune di tali correzioni – o espedienti – sono entrate nella prassi progettuale corrente, mentre altre sono meno note o meno palesi.

Per la previsione di cedimenti in terreni coesivi, già nel 1943 Terzaghi proponeva di adottare il metodo edometrico limitando l'integrazione delle deformazioni verticali a uno spessore significativo - o spessore di influenza  $Z_1$  – in corrispondenza del quale l'incremento di tensione verticale ( $\Delta\sigma_v$ ) è maggiore del 10 % della tensione litostatica ( $\sigma'_{vo}$ ). È infatti ben noto che la Teoria della Elasticità tende ad una sensibile sovrastima dei cedimenti di fondazioni a pianta larga, a causa di una corrispondente sovrastima della profondità di influenza. Dopo Terzaghi, numerosi altri ricercatori hanno adottato simili espedienti, riducendo opportunamente la profondità del mezzo deformabile da introdurre nei diversi metodi per il calcolo dei cedimenti adoperati nella prassi professionale corrente (Schmertmann et al., 1978; Burland & Burbidge, 1984; Berardi et al, 1991) o incorporati negli standard di alcuni paesi europei (es: Seycek, 1991).

Rimanendo nell'ambito delle fondazioni dirette, l'eccessiva propagazione di perturbazioni associate al mezzo elastico si riflette anche sulle reazioni del terreno, che risentono – specie per elevati valori della rigidità relativa fondazione/terreno - di un'eccessiva “centrifugazione” verso i bordi. Per ovviare a questo inconveniente e pervenire a una stima realistica del momento flettente in fondazione, Koenig & Sherif (1975) propongono di assumere valori estremamente modesti dello spessore ( $H$ ) del mezzo elastico, dell'ordine di  $0.1B - 0.2B$ , rispettivamente per travi e piastre di fondazione. Operando in questo modo, la capacità di diffondere tensioni e deformazioni viene molto ridotta ed il modello elastico si avvicina a quello di Winkler, per il quale tale capacità è nulla.

Un simile problema si riscontra per le fondazioni su pali: in questo caso la Teoria dell'Elasticità conduce a una significativa sovrastima dei coefficienti di interazione ( $\alpha_{ij}$ ) tra pali in gruppo, che risultano non nulli anche per pali notevolmente distanti tra loro ( $s/d > 20$ ,  $\alpha_{ij} > 0$ ); per gruppi di pali di

grandi dimensioni, ciò inevitabilmente comporta una sottostima della rigidità assiale del gruppo, ed una conseguente sovrastima dei cedimenti verticali. Per ovviare a questo inconveniente, molti ricercatori (Randolph & Wroth, 1978; Mandolini, 1994) hanno proposto di introdurre nel calcolo una “distanza di estinzione” ( $r_m$ ) dei coefficienti di interazione, in modo che risulti :  $\alpha_{ij} = 0$ , per  $s > r_m$ .

Il problema è forse ancora più sentito per gli scavi a cielo aperto e in sotterraneo, oggetto della presente nota, per i quali ancora oggi sussistono note difficoltà nella modellazione e previsione degli spostamenti del terreno indotti dallo scavo. Uno dei primi esempi in tal senso è riportato da Burland & Hancock (1977) per lo scavo adiacente alla House of Commons, Londra; il profilo di subsidenza calcolato mediante analisi FEM in campo elastico, mostrato nella Figura 1, risulta irrealistico sia per entità che per forma. Due anni dopo, Simpson et al. (1979) osservano che lo stesso profilo può essere sensibilmente migliorato adottando per il terreno un modello di tipo elastico-bilineare. In questo approccio, la rigidità del terreno a deformazioni inferiori ad una determinata soglia è aumentata di un ordine di grandezza rispetto a quella impiegata per livelli di deformazione superiori. Un simile approccio è utilizzato per lo scavo descritto da Hight & Higgings (1995), che suggeriscono di adottare una “zonazione” del terreno in prossimità dello scavo, distinguendo le zone di compressione da quelle di estensione e assegnando ad esse rigidità elastiche diverse. I miglioramenti che si ottengono con tali espedienti vanno associati alla drastica riduzione delle deformazioni elastiche nelle zone di terreno lontane dallo scavo, attribuibili ancora una volta alla eccessiva diffusione delle perturbazioni propria del mezzo elastico.

Più recentemente, Pane & Tamagnini (2004) hanno notato che lo spessore del dominio di calcolo riveste una grande influenza sui risultati di analisi FDM nelle quali il terreno è modellato come un mezzo elastoplastico perfetto. La Figura 2 riporta i risultati relativi a una paratia ancorata in testa nelle condizioni di breve termine (criterio di snervamento di Von Mises) per due diversi valori dello spessore ( $A$ ) dello strato deformabile, per una altezza di scavo  $H = 10\text{m}$ . Si osserva come, riducendo del 60% lo spessore dello strato ( $A=100\text{m} \rightarrow A=40\text{m}$ ), gli spostamenti della parete rimangono pressoché inalterati mentre la deformata del piano campagna a tergo dello scavo risulta qualitativamente molto diversa dalla precedente, e decisamente più realistica.

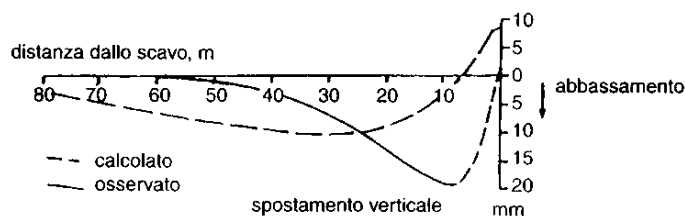


Fig. 1 – House of Commons Underground Car Park . Profili di subsidenza misurati e calcolati mediante analisi FEM in campo elastico (da Burland & Hancock, 1977).

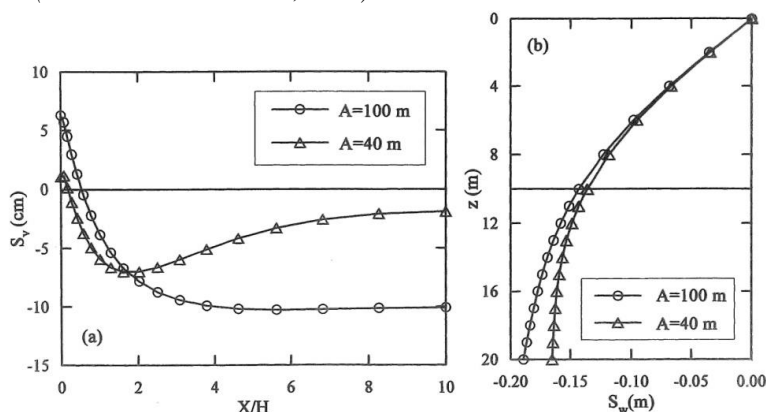


Fig. 2 – Influenza dello spessore  $A$  dello strato deformabile. a) spostamenti verticali del piano campagna; b) spostamenti orizzontali della parete (da Pane & Tamagnini, 2004).

## 2. Paratie a sbalzo e ancorate

I risultati precedenti, e in particolare quelli mostrati nella Figura 2, suggeriscono fortemente che, anche in condizioni lontane dal collasso, i movimenti del terreno adiacente agli scavi siano governati da un campo di deformazioni prevalentemente anelastico, e che il disaccordo comunemente riscontrato tra misure e analisi numeriche di tipo “convenzionale” sia da imputare alla sopravvalutazione della componente elastica della deformazione all’interno del volume significativo del terreno. Purtroppo, anche il ricorso a modelli costitutivi di tipo “avanzato” non produce risultati pienamente utilizzabili nella previsione delle subsidenze attese. A titolo di esempio, la Figura 3a confronta, per uno scavo di altezza  $H=10\text{m}$ , i risultati ottenuti adoperando modelli costitutivi di complessità crescente; utilizzando ad esempio un modello costitutivo avanzato a “plasticità diffusa” (modello Bounding Surface, Dafalias & Hermann, 1986); la curva di subsidenza migliora rispetto ad analisi convenzionali ma sovrastima sia la distanza del punto di massimo cedimento dalla parete, sia l’estensione della zona interessata dalla subsidenza ( $> 10 H$ ), se confrontata alle osservazioni sperimentali. Inoltre il notevole rigonfiamento associato allo scarico tensionale induce un sensibile sollevamento della parete e del terreno a tergo dello scavo. Risultati qualitativamente simili sono forniti da modelli di tipo “ipoplastico” (Viggiani & Tamagnini, 2000), riportati a titolo di esempio nella Figura 3b.

In definitiva, i limitati miglioramenti nelle capacità previsionali di modelli costitutivi avanzati non appaiono ancora sufficienti a giustificarne il loro uso nella pratica professionale corrente, attese le ben note difficoltà nella calibrazione delle costanti e delle condizioni iniziali del modello.

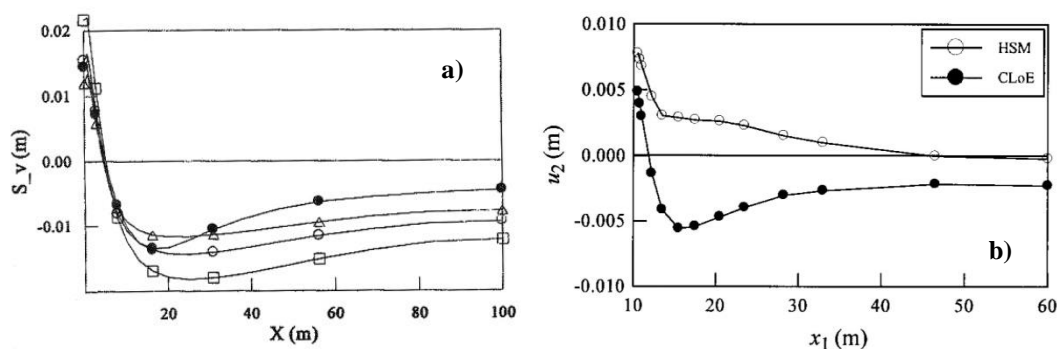


Fig.3 – Confronto tra profili di subsidenza ottenuti da analisi numeriche con modelli costitutivi diversi. a) modello di Dafalias - simboli pieni - vs. modello elasto-plastico perfetto - simboli vuoti (adattata da Pane & Tamagnini, 2004); b) modello ipoplastico – simboli pieni – vs. Hard Soil Model – simboli vuoti (adattata da Viggiani & Tamagnini, 2000).

Sulla scorta delle precedenti considerazioni, in questa breve nota si illustra come, tramite un semplice espediente numerico, si possa pervenire a un campo di spostamenti del terreno – e in particolare a profili di subsidenza – in sostanziale accordo con le osservazioni e misure raccolte su casi reali. Nello specifico sono stati analizzati due tipologie di paratie, in terreni sabbiosi e in assenza di falda. Per entrambi i casi sono state condotte analisi FDM con il codice di calcolo *FLAC* v. 7.0 (Itasca Consulting Group Inc., 2011) assumendo per il terreno un modello volutamente semplice, quale quello elasto-plastico perfetto con criterio di snervamento di Mohr-Coulomb ( $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ;  $\phi = 35^\circ$ ;  $c' = 0^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ ;  $k_0 = 0.7$ ). Per le paratie sono state modellate due possibili geometrie: una paratia a sbalzo ed una ancorata in testa, a sostegno di altezze di scavo pari a 6m e 10m, rispettivamente. In entrambi i casi la larghezza dello scavo è pari a 20m, e le paratie sono costituite da pali secanti  $\phi 800$  ( $EJ = 1300 \text{ MPa}\cdot\text{m}^4/\text{m}$ ). Per la paratia ancorata, è presente un solo livello di puntoni in testa costituiti da profilati di acciaio di media rigidezza ( $EA = 328 \text{ MPa}\cdot\text{m}^2/\text{m}$ ). Per la rigidezza elastica del terreno si è considerato sia il caso di modulo costante ( $E = 50 \text{ MPa}$ ) che di modulo linearmente variabile con la profondità; per brevità, solo quest’ultimo caso è descritto di seguito. Analogamente, sono state

considerate diverse modellazioni per l'interfaccia parete-terreno; i risultati qui presentati sono relativi a un'interfaccia di tipo *unglued*.

L'espedito numerico su citato consiste semplicemente nel dividere l'analisi in due fasi distinte, volte a depurare il campo di spostamenti verticali dovuti al rigonfiamento elastico associato allo scarico tensionale del problema. Più precisamente, nella prima fase di rimozione del terreno la parete è vincolata in direzione orizzontale tramite carrelli, mentre gli spostamenti verticali ( $u_2$ ) del terreno e della parete sono consentiti. Al termine dello scavo, nella fase successiva, gli spostamenti di tutti i nodi vengono azzerati e i carrelli vengono rimossi per consentire gli spostamenti orizzontali ( $u_1$ ) della parete.

A titolo di esempio, la Figura 4 confronta i risultati ottenuti per la paratia a sbalzo da una procedura convenzionale (Procedura 1) con quelli ottenuti con il suddetto espedito numerico (Procedura 2), in termini di: a), b) spostamenti orizzontali e momento flettente sulla parete; c), d) spostamenti verticali e orizzontali a fondo scavo; e), f) spostamenti verticali e orizzontali a tergo dello scavo. Si osserva innanzitutto che sia gli spostamenti che il momento flettente ottenuti nei due casi sono praticamente identici (Fig.4a, 4b). Al contrario, profonde differenze tra le due procedure si riscontrano per quanto riguarda gli spostamenti del terreno, sia a monte che al fondo dello scavo. A fondo scavo, gli *spostamenti verticali* (sollevamenti) ottenuti dall'analisi convenzionale (Fig.4c) sono decisamente rilevanti (60 – 80 mm) e irrealistici, se confrontati con quelli di entità trascurabile ottenuti con la Procedura 2. Differenze non solo quantitative, ma anche qualitative si ottengono per gli *spostamenti orizzontali* a fondo scavo (Fig.4d); per questi, infatti, l'analisi convenzionale indica un'inversione del segno degli spostamenti e la presenza di un'ampia zona di "estensione orizzontale" ( $\partial u_1 / \partial x_1 < 0$ ) attorno alla mezzeria dello scavo, mentre la Procedura 2 predice – più realisticamente – che tutta la zona passiva è soggetta a "compressione orizzontale" ( $\partial u_1 / \partial x_1 > 0$ ).

Importanti differenze tra le due procedure si osservano anche per gli spostamenti del terreno a monte dello scavo; qui gli *spostamenti orizzontali* calcolati con la Procedura 1 si invertono di segno ad una distanza di circa 10 m dalla parete, e sono diretti verso monte ( $u_1 > 0$ , v. Fig.4f). Al contrario, la Procedura 2 fornisce spostamenti orizzontali orientati – come atteso – verso valle ( $u_1 < 0$ ), e monotonamente decrescenti con l'aumentare della distanza dalla parete. Sostanziali differenze si riscontrano tra gli *spostamenti verticali* (profili di subsidenza) ottenuti dalle due procedure (Fig.4e). In questo caso la procedura convenzionale evidenzia i ben noti limiti ad essa ascrivibili, caratterizzati da importanti sollevamenti che si estendono a grandi distanze dallo scavo. Molto più realisticamente, la Procedura 2 coglie appieno la forma dei profili di subsidenza desunti da osservazioni sperimentali per strutture di sostegno a sbalzo (Pane & Tamagnini, 2004), con uno spostamento verticale che assume valore massimo (20 mm) in corrispondenza della parete e decresce rapidamente annullandosi ad una distanza relativa  $d/H \approx 1$ . Vale la pena sottolineare come queste differenze tra le due procedure rivestano una notevole importanza applicativa, in quanto – come noto – agli spostamenti orizzontali e verticali a tergo dello scavo sono correlabili, rispettivamente, le deformazioni orizzontali ( $\epsilon_h$ ) e le distorsioni angolari ( $\gamma_{vh}$ ) del piano campagna, e come tali grandezze rivestano un ruolo fondamentale nella valutazione del danno strutturale (es: Boscardin & Cording, 1989).

La Figura 5 mostra una analoga rappresentazione dei risultati delle due procedure, per la paratia vincolata in testa. Per questo problema, e relativamente agli spostamenti del terreno, valgono le stesse considerazioni su esposte per la parete a sbalzo; le due procedure numeriche conducono a risultati molto diversi sia dal punto di vista quantitativo (entità degli spostamenti) che qualitativo (forma del campo di spostamenti), e le evidenti difformità nei risultati della procedura convenzionale appaiono superate tramite l'espedito numerico. In particolare, si noti che la Procedura 2 è capace di riprodurre la forma "a conca" del profilo di subsidenza comunemente osservato per le paratie ancorate in testa, con un abbassamento massimo di circa 20 mm ad una distanza di circa 2.5 m dalla parete (Fig.5e). Un simile andamento non-monotono è ottenuto per gli spostamenti orizzontali a tergo dello scavo (Fig.5f).

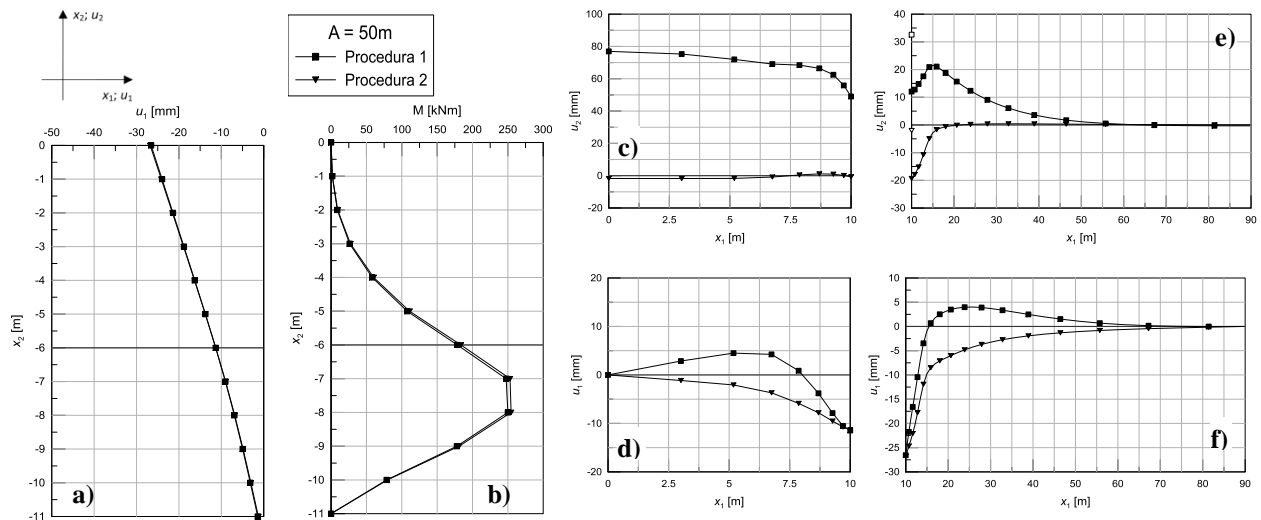


Fig.4 - Paratia a sbalzo. a) spostamenti orizzontali della paratia; b) momento flettente; c), d) spostamenti verticali e orizzontali del fondo scavo; e), f) spostamenti verticali e orizzontali del terreno a tergo della paratia.

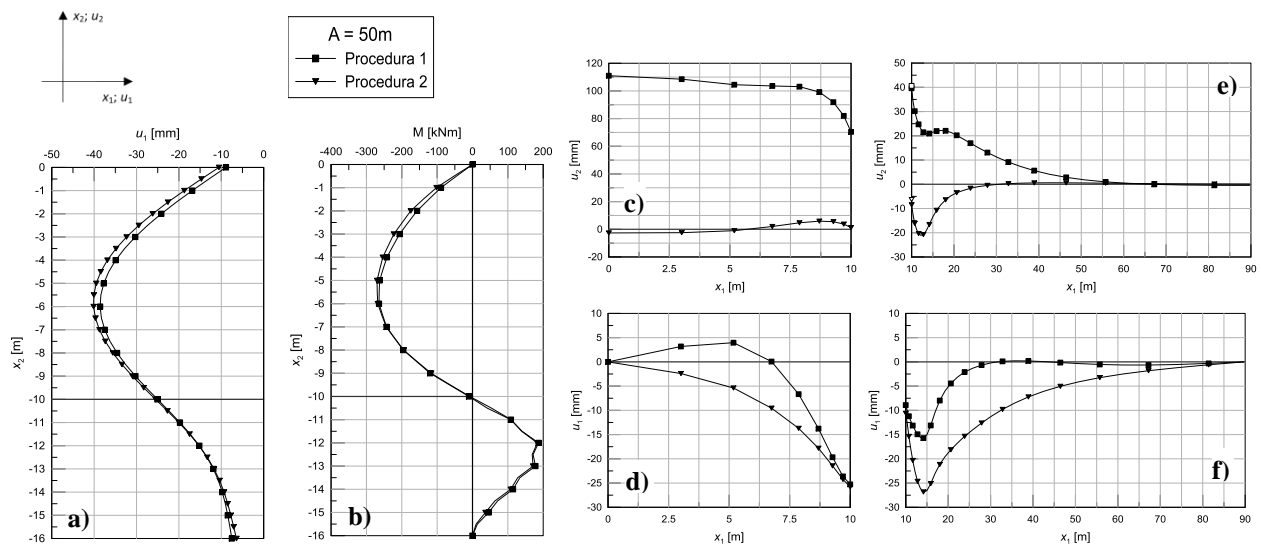


Fig.5 - Paratia ancorata. a) spostamenti orizzontali della paratia; b) momento flettente; c), d) spostamenti verticali e orizzontali del fondo scavo; e), f) spostamenti verticali e orizzontali del terreno a tergo della paratia.

I profili di subsidenza ottenuti con la Procedura 2 possono essere criticamente confrontati ai dati sperimentali desumibili dalla letteratura, sia con riferimento alla forma dei profili stessi che con riferimento alla entità degli spostamenti calcolati. Per quanto riguarda la forma, la Figura 6 confronta i profili con i dati sperimentali raccolti da Clough & O'Rourke (1990); si evince con chiarezza che gli abbassamenti normalizzati ottenuti per le due tipologie di paratie sono in ottimo accordo con le misure desunte dal comportamento di strutture in vera grandezza, diventando trascurabili a distanze relative  $d/H \approx 1.5 - 2$ , rispettivamente per paratie a sbalzo e ancorate in testa. Un'ulteriore conferma – qui omessa per brevità - sulla ragionevolezza dei risultati ottenuti è fornita dalle similitudini che si riscontrano, nei due casi studio, tra i profili di subsidenza e le deformate della parete, congruentemente con l'approccio basato sulle Linee di Estensione Nulla (*Zero Extension Lines*, v. Milligan, 1983; Maruoka et al., 1993; Pane & Tamagnini, 2004).

Per quanto riguarda l'entità degli spostamenti, il valore massimo dell'abbassamento può essere

nuovamente confrontato alle evidenze sperimentali riportate nella Figura 7, ove lo spostamento è normalizzato rispetto all'altezza di scavo ( $H$ ). I risultati della Procedura 2 forniscono valori dell'abbassamento massimo normalizzato pari a 0.2 – 0.3 %, rispettivamente per la paratia ancorata e a sbalzo, in ottimo accordo con i dati nella Figura 7. La massima subsidenza del terreno ( $u_{2\ max,terreno}$ ) può anche essere confrontata con il massimo spostamento orizzontale della parete ( $u_{1\ max,parete}$ ); le numerose osservazioni sperimentali desunte da *case histories* (Mana & Clough, 1981; Pane e Tamagnini, 2004) indicano che il rapporto  $u_{2max}/u_{1max}$  varia generalmente nell'intervallo 0.5 – 1. Ancora una volta, questo dato sperimentale sembra convalidare i risultati ottenuti dalla Procedura 2, secondo la quale detto rapporto vale 0.5 – 0.75, per le due tipologie di strutture di sostegno.

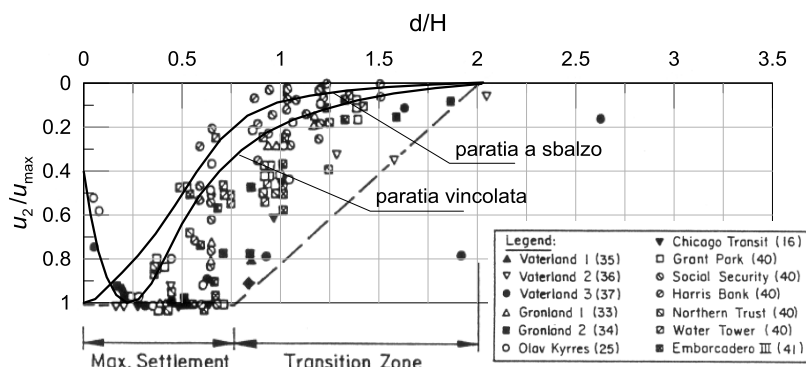


Fig.6 - Profili di subsidenza, normalizzati rispetto allo spostamento massimo del terreno: confronto tra la Procedura 2 e i dati sperimentali riportati da Clough e O'Rourke (1990).

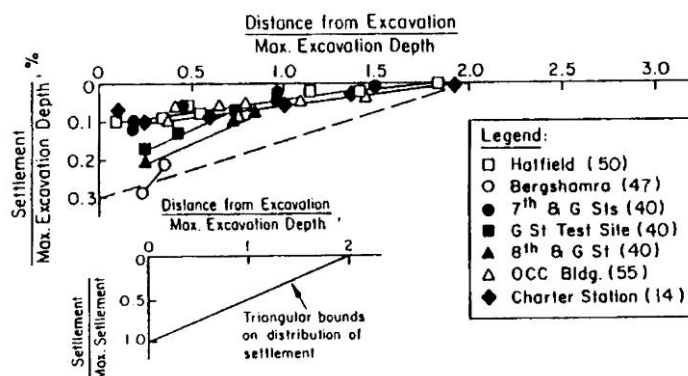


Fig.7 – Profili di subsidenza normalizzati rispetto all'altezza di scavo  $H$  (da Clough & O'Rourke, 1990)

### 3. Galleria superficiale

L'espedito numerico è stato utilizzato anche per la simulazione del bacino di subsidenza indotto dallo scavo di una galleria superficiale. Tramite il codice *FLAC* si è modellato lo scavo di una galleria circolare (copertura  $z_0 = \text{diametro} = 10\text{m}$ ) in un terreno coesivo mediamente consistente. Nelle analisi numeriche, il rivestimento del cavo è stato modellato per mezzo di un elemento *liner* elastico disponibile in *FLAC* ( $E = 5.56\text{ GPa}$ , spessore  $0.1\text{m}$ ) atto a simulare un pre-rivestimento in spritz-beton. Ancora una volta, per il terreno si è assunto un modello volutamente semplice, quale quello elasto-plastico perfetto con criterio di snervamento di Mohr-Coulomb ( $\gamma = 19\text{kN/m}^3$ ,  $\phi = 24^\circ$ ,  $c' = 40\text{ kPa}$ ,  $k_0 = 0.5, \psi = 0^\circ$ ). Per la rigidità elastica del terreno si è ipotizzato un modulo linearmente crescente con la profondità.

Anche per questa tipologia di problemi – come noto – le analisi numeriche convenzionali, quale quella utilizzata in questo esempio, possono fornire risultati enormemente difforni dalle osservazioni sperimentali. Ciò è evidenziato nella Figura 8a, dalla quale si evince che la procedura convenzionale

(Procedura 1) fornisce significativi sollevamenti (15 mm) in superficie, dovuti ancora una volta al rigonfiamento elastico associato allo scarico tensionale del problema.

Analogamente a quanto fatto per le paratie, l'espedito numerico (Procedura 2) consiste nel dividere l'analisi in due fasi distinte, volte a depurare il campo di spostamenti verticali dovuti al rigonfiamento elastico. Più precisamente, nella prima fase di rimozione del terreno gli spostamenti relativi del contorno del cavo (convergenza) sono impediti da un rivestimento fittizio, tipo *liner*, di elevata rigidità. Al termine dello scavo, nella fase successiva, gli spostamenti di tutti i nodi vengono azzerati e il rivestimento fittizio viene sostituito da quello "reale" per consentire al cavo di deformarsi. Il profilo di subsidenza ottenuto dalla Procedura 2 è confrontato con quello relativo alla Procedura 1 nella Figura 8a, e con la curva gaussiana di Peck (1969) nella Figura 8b.

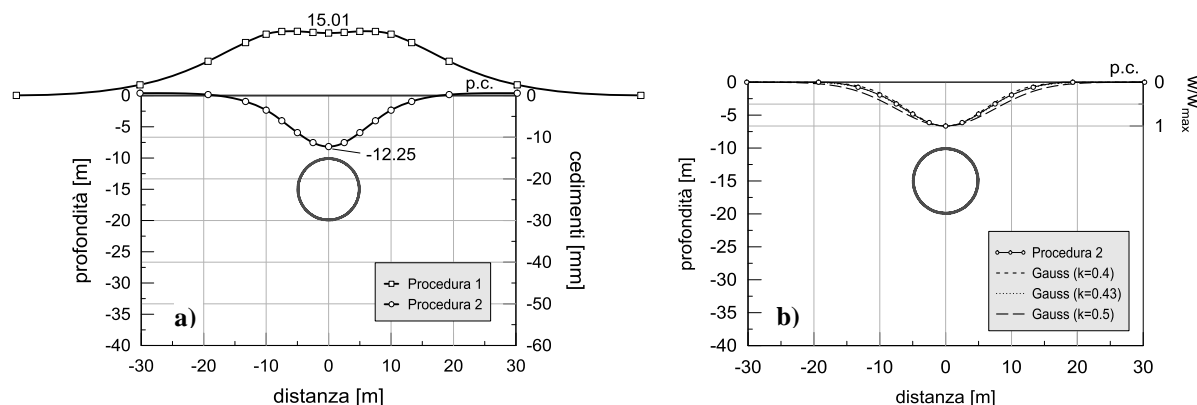


Fig.8 - Profili di subsidenza indotti dallo scavo di una galleria; a) confronto tra Procedura 1 e Procedura 2; b) confronto tra Procedura 2 e curva gaussiana di Peck (1969) al variare del coefficiente k.

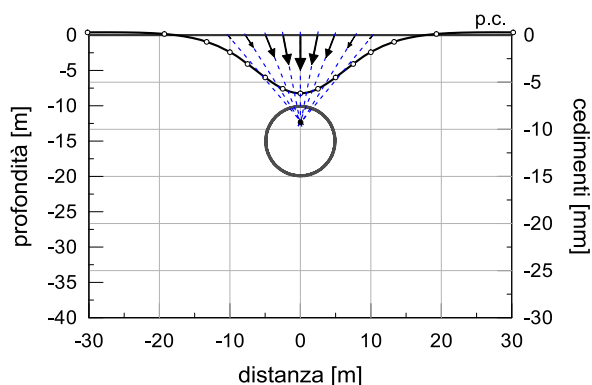


Fig.9 - Procedura 2 : profilo di subsidenza e vettori spostamento del piano campagna.

Le differenze tra le due procedure sono evidenti, così come l'eccellente – e inaspettato - accordo tra il profilo ottenuto con l'espedito numerico e quello di subsidenza gaussiano, definito dall'equazione:

$$w = w_{max} \exp\left(\frac{-x^2}{2i^2}\right) \quad (1)$$

nella quale  $x$  è la distanza orizzontale dall'asse della galleria e  $i = k \cdot z_0$  individua l'ascissa del punto di flesso della curva di subsidenza. Si nota che la sovrapposizione tra la curva numerica e quella teorica di Peck mostrata nella Figura 8b è ottenuta per un valore di  $k = 0.43$ , e che questo valore ricade appieno nel campo di valori suggerito in letteratura (0.4 – 0.5) per argille consistenti. Infine la Figura 9 mostra l'andamento dei vettori spostamento in superficie ottenuti dalla Procedura 2; si osservi che la componente orizzontale dello spostamento aumenta – come atteso – con la distanza dall'asse della galleria e che, come comunemente ipotizzato, i vettori spostamento concorrono verso un punto ben definito, interno al cavo.

## Bibliografia

- Berardi R. et al. (1991). *Settlement of shallow foundations in sands: selection of stiffness on the basis of penetration resistance*. Proc. ASCE Geotech. Engng Congress, Boulder, Co.
- Boscardin M.D., Cording E.J. (1989). *Building Response to Excavation-Induced Settlement*. J. Geot. Eng., ASCE, 115, n.1, pp. 1-21.
- Burland J.B. & M.C. Burbidge (1984). *Settlement of foundations on sand and gravel*. Papers Invited Lecturers Centenary Celebrations, Glasgow and West of Scotland Assoc. of ICE: 5-66.
- Burland J.B., Hancock R.J.R. (1977). *Underground car park at the House of Commons: geotechnical aspects*. The Structural Engineer, 55, pp. 87-100.
- Clough G.W., O'Rourke T.D. (1990). *Construction induced movements of insitu walls*. Design and Performance of Earth Retaining Structures, Lambe & Hansen eds., Ithaca (NY). ASCE GSP 25, pp. 430-470.
- Dafalias Y.F., Herrmann L.R. (1986). *Bounding surface plasticity. II: Application to isotropic cohesive soils*. J. Eng. Mech., ASCE, 112, n.12, pp. 1263-1291.
- FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) version 7.0 Manual* - Itasca Consulting Group Inc., (2011).
- Hight D.W., Higgins K.G. (1995). *An approach to the prediction of ground movements in engineering practice: Background and application*. Pre-failure of Geomaterials, Shibuya, Mitachi & Miura eds. Balkema, Rotterdam, pp. 909-918.
- Mana A.I., Clough G.W. (1981). *Prediction of Movements for Braced Cut in Clay*. J. Geot. Eng. Div., ASCE, 107, n.GT6, pp. 759-777.
- Mandolini A. (1994). *Modelling settlement behaviour of piled foundations*. Workshop on Pile foundations: experimental investigations, analysis and design, Napoli, dicembre 1994, pp. 361-406.
- Maruoka M. et al. (1993). *Ground movements caused by displacements of earth retaining walls*. Proc. ICE, Retaining Structures, T. Telford, London, pp.121-130.
- Milligan G.W.E. (1983). *Soil deformations near anchored sheet-pile walls*. Géotechnique, 33, n.1, pp. 41-55.
- Pane V., Tamagnini C. (2004). *Analisi dei diaframmi multiancorati*. Hevelius Edizioni.
- Peck R.B. (1969). *Deep excavations and tunnelling in soft ground*. V ECSCMFE, 3, 225-290, Mexico.
- Randolph M.F., Wroth C.P. (1978). *Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles*. J. Geot. Eng. Div., Proc. ASCE, Vol. 104, n.12., pp.1465-1488.
- Schmertmann, J.H. et al. (1978). *Improved strain factor influence diagrams*. J. Geot, Eng. Div. 104: 1131-1135.
- Seyčėk J. (1991). *Settlement calculation limited to actual deformation zone*. X ECSCMFE, Firenze.
- Sherif G., König G. (1975). *Rafts and beams on compressible subsoil. Tables for the calculation of soil pressure, settlement, shear forces and moments according to the modulus of compressibility-method*. Berlin/Heidelberg. Springer-Verlag.
- Simpson B. et al. (1979). *A computer model for the analysis of ground movements in London Clay*. Géotechnique, 29, n.2, pp. 149-175.
- Terzaghi K. (1943). *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, New York.
- Viggiani G., Tamagnini C. (2000). *Ground movements around excavations in granular soils: a few remarks on the influence of the constitutive assumptions on FE predictions*. Mech. Choes.-Frict. Mater., 5: pp. 399-423.