



Munich Personal RePEc Archive

Descriptive statistics of the financial time series

Stefanescu, Răzvan and Dumitriu, Ramona

Dunarea de Jos University of Galati, Dunarea de Jos University of Galati

28 June 2016

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/72268/>
MPRA Paper No. 72268, posted 01 Jul 2016 15:08 UTC

Statistica descriptivă a seriilor de timp financiare

Răzvan Ștefănescu
Ramona Dumitriu

Rezumat: Statistica descriptivă facilitează evidențierea unor trăsături importante ale evoluției variabilelor financiare. În această lucrare vom prezenta câțiva indicatori ai tendinței centrale și ai dispersiei. Vom aborda, de asemenea, asimetria și boltirea variabilelor financiare.

În această lucrare vom aborda câteva aspecte esențiale ale statisticii descriptive a seriilor de timp financiare:

- indicatorii tendinței centrale;
- indicatorii dispersiei;
- indicatori ai asimetriei și boltirii.

În general, se consideră că o serie de timp financiară este asimilată unui eșantion și nu unei populații. Din acest motiv, în cadrul aplicațiilor ne vom concentra asupra formulelor de calcul specifice eșantioanelor.

Adeseori, în demersul de analiză a fenomenelor financiare sunt utilizate serii de timp cu un număr foarte mare de observații. În astfel de situații este aproape obligatorie recurgerea la programe software specializate. În aceste condiții, pe lângă calculul clasic al valorilor unor indicatori ai statisticii descriptive vom prezenta și determinarea acestora prin funcții statistice ale programului Microsoft Excel.

1. Studiul tendinței centrale

1.1. Particularități ale studiului tendinței centrale a seriilor de timp financiare

Un indicator al tendinței centrale pentru o populație sau un eșantion se materializează într-o valoare prin care se încearcă descrierea ansamblului unităților statistice în raport cu o anumită caracteristică. În raport cu modul în care reflectă însușirile esențiale, mărimile din această categorie pot fi clasificate în două sub-categorii:

- mărimi medii, care indică, din diferite perspective, nivelul mediu al valorilor unităților;
- mărimi de poziție, care exprimă concentrarea unităților statistice în cadrul populației sau eșantionului.

Indicatorii tendințelor centrale asociați seriilor de timp financiare au multiple utilizări. Prin intermediul acestora pot fi relevate unele trăsături ale fenomenelor financiare. În plus, mărimile medii și de poziție calculate pentru randamentele activelor financiare sunt utile în analiza rentabilității investițiilor de portofoliu.

Pentru a aprecia măsura în care indicatorii tendinței centrale ai unei serii de timp financiare îi reflectă însușirile fundamentale trebuie luate în considerare câteva aspecte:

- trendul seriei;
- impactul factorilor cu acțiune repetitivă;
- impactul evenimentelor întâmplătoare.

Trendul unei serii, atribuit unor factori cu acțiune constantă, se materializează într-o anumită direcție, ascendentă sau descendentă, urmată de valorile seriei de timp. Pentru

caracterizarea unui trend pot fi utilizate diferite funcții matematice: liniare, polinomiale, exponențiale, logistice etc. (Nelson & Plosser, 1982; Watson, 1986; Aadland, 2002). În prezența unui trend pronunțat, reprezentativitatea indicatorilor tendinței centrale poate fi diminuată semnificativ. O soluție pentru astfel de situații este reprezentată de eliminarea trendului, prin diferite mijloace. De exemplu, în cazul seriilor care descriu prețurile unor active financiare, trecerea la randamentele simple sau logaritmice elimină, adeseori, trendul. În Figura 1.1. este prezentată evoluția valorilor lunare de închidere și randamentele logaritmice ale indicelui FTSE 100 în perioada ianuarie 2009 – iunie 2016. În cazul valorilor de închidere (FTSE 100) este evidentă prezența unui trend ascendent. În schimb, se poate considera că randamentele logaritmice (r_{FTSE_100}) oscilează în jurul unei axe horizontale.

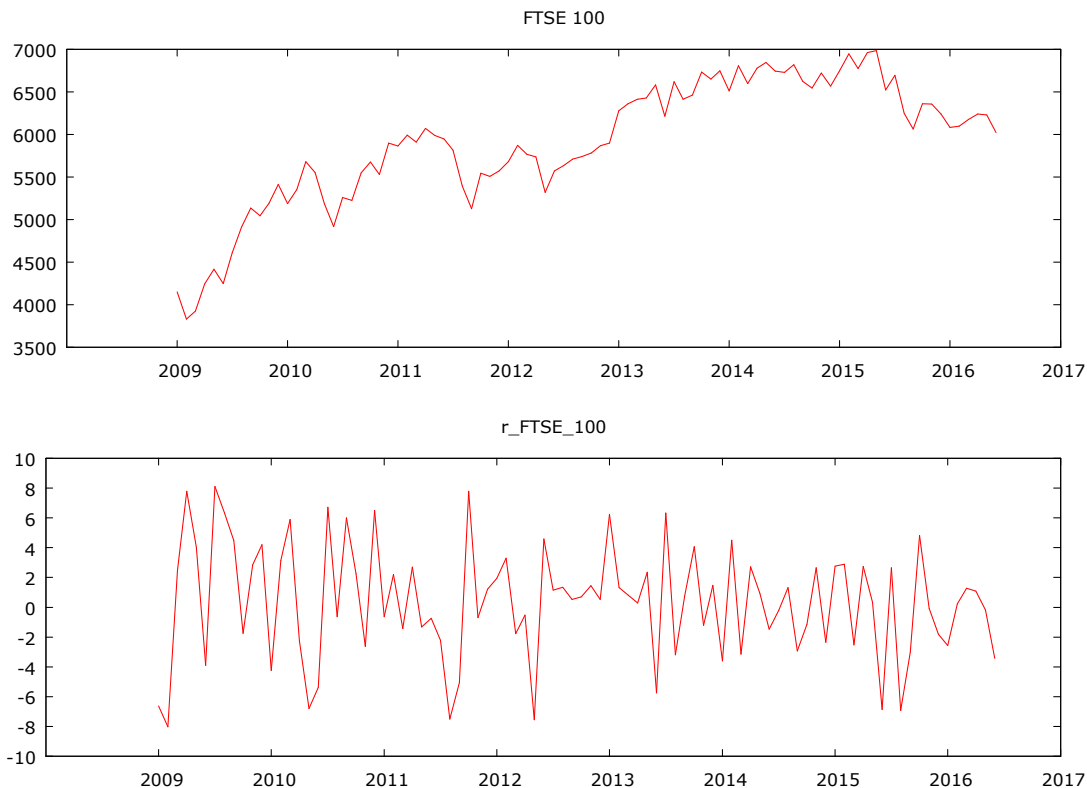


Figura 1.1. Valorile lunare de închidere și randamentele logaritmice ale indicelui FTSE 100 în perioada ianuarie 2009 – iunie 2016

Sursa valorilor lunare de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Factorii cu acțiune repetitivă generează componente oscilatorii pentru seriile de timp: ciclice sau sezoniere după cum se referă la perioade mai mari, respectiv, mai mici de un an. Variabilele financiare sunt afectate îndeosebi de diferite forme de sezonaliitate care pot fi exploatate în cadrul unor strategii specifice de investiții (Kaeppl, 2009). Deoarece impactul factorilor cu acțiune repetitivă poate distorsiona analiza tendinței evoluției unei variabile financiare, uneori se preferă ajustarea seriilor de timp prin excluderea componentelor ciclice sau sezoniere.

Impactul unor evenimente întâmplătoare poate afecta reprezentativitatea indicatorilor tendinței centrale, în special atunci când generează valorile extreme (exagerat de mari sau

de mici). Acestea urcă sau coboară mărimile medii până la niveluri care diferă substanțial de cele asociate acțiunii factorilor fundamentali. Un exemplu poate fi oferit de evoluția ratelor dobânzilor de pe piața interbancară în perioada octombrie – noiembrie 2008. După o perioadă marcată de un trend ușor descendent, în contextul tulburărilor de pe piețele financiare internaționale, ratele dobânzilor au crescut brusc. În Figura 1.1. este prezentată evoluția din intervalul 10 octombrie – 18 noiembrie 2008 a ROBOR 3M (rata medie a dobânzii pentru creditele de pe piața interbancară în lei cu scadență de trei luni) care a atins în scurt timp o valoare de peste trei ori mai mare decât cea de la începutul perioadei pentru ca, după câteva zile, să revină la niveluri apropiate de cele inițiale. Evident, această evoluție, care rămâne un episod destul de controversat (conducerea BNR a acuzat efectele unui atac speculativ asupra leului în timp ce alți observatori au atribuit escaladarea ratelor dobânzilor unei politici monetare neadaptată contextului crizei globale), a afectat reprezentativitatea nivelului mediu al ratelor dobânzilor (Croitoru, 2012). Dacă am considera că această situație a avut un caracter extraordinar, atunci, pentru a nu distorsiona analiza tendinței generale a ratelor dobânzilor, ar fi indicat să facem abstracție de valorile înregistrate în zilele cu creșteri exagerate.

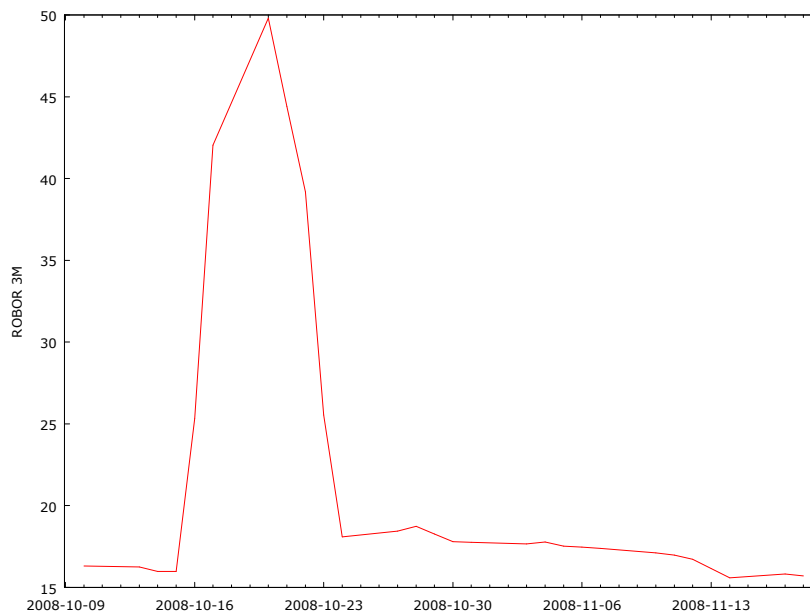


Figura 1.2. Evoluția ROBOR 3M în perioada 10 octombrie – 18 noiembrie 2008

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

1.2. Mărimi medii

Pentru studiul variabilelor financiare prin intermediul nivelului mediu sunt utilizate diferite mărimi:

- media aritmetică;
- media geometrică;
- media armonică;

- mediile ponderate;
- mediile trunchiate.

1.2.1. Media aritmetică

Media aritmetică a unei serii simple (\bar{y}_a) este reprezentată de suma valorilor seriei raportată la numărul de termeni. Atunci când se referă la o populație statistică, media aritmetică (μ) se calculează cu formula:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \quad (1.1.)$$

unde:

- N este numărul de unități statistice care alcătuiesc populația statistică;
- y_i este valoarea caracteristicii statistice y pentru termenul cu numărul de ordine i .

Pentru un eșantion, media aritmetică se determină printr-o relație de calcul practic similară:

$$\bar{y}_a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (1.2.)$$

unde n este volumul eșantionului (numărul de termeni ai seriei).

După cum am precizat anterior, seriile de timp sunt considerate, în general, drept eșantioane de populații. În consecința ne vom concentra, în continuare, asupra determinării mărimilor medii pentru eșantioane (de altfel, metodele de calcul sunt, practic, similare cu cele aplicate în cazul populațiilor).

Programul Microsoft Excel permite calculul mediei aritmetice prin intermediul funcției AVERAGE().

Acest indicator este recomandat pentru analiza unor fenomene care pot fi asimilate modelelor aditive. Mediile aritmetice ale randamentelor unor active financiare pot fi utilizate în cadrul comparațiilor dintre rentabilitățile investițiilor de portofoliu. Totuși, reprezentativitatea acestei mărimi poate fi afectată de valorile extreme.

Exemplul 1.1.: Determinarea mediei aritmetice a cursului oficial zilnic RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016

Termenii seriei sunt prezentați în Tabelul 1.1. Vom considera, bineînțeles, că aceste valori reprezintă un eșantion. Aplicând relația (1.2.), a rezultat o valoare a mediei aritmetice:

$$\bar{y}_a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{4,0318 + 4,0452 + 4,0491 + 4,0450 + 4,0361 + 4,0559}{6} = 4,04385 \text{ RON/USD}$$

Tabelul 1.1. Valorile zilnice ale cursului RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016

Zi	Curs valutar leu/dolar SUA (y_i) [RON/USD]
27.mai.2016	4,0318
30.mai.2016	4,0452
31.mai.2016	4,0491
01.iun.2016	4,0450
02.iun.2016	4,0361
03.iun.2016	4,0559

Sursa datelor : <http://www.bnr.ro>

În Figura 1.3. este prezentat modul de calcul al mediei aritmetice prin intermediul funcției Excel AVERAGE().

	A	B	C	D	E
1	Zi	Curs RON/USD			
2	27.mai.2016	4.0318		=AVERAGE(B2:B7)	
3	30.mai.2016	4.0452			
4	31.mai.2016	4.0491			
5	01.iun.2016	4.045			
6	02.iun.2016	4.0361			
7	03.iun.2016	4.0559			
8					

Figura 1.3. Determinarea mediei aritmetice a valorilor zilnice ale cursului RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016 prin intermediul funcției Excel AVERAGE()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

1.2.2. Media geometrică

O medie geometrică a unei serii simple (\bar{y}_g) cu n termeni poate fi obținută extrăgând din produsul termenilor rădăcina de ordinul n:

$$\bar{y}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i} \quad (1.3.)$$

Această mărime este recomandată pentru analiza evoluțiilor care pot fi asimilate modelelor multiplicative.

Exemplul 1.2.: Determinarea mediei aritmetice a cursului oficial zilnic RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016

Pentru valorile seriei de timp prezentată în Tabelul 1.1. aplicăm formula 1.3.:

$$\bar{y}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i} = \sqrt[6]{4,0318 \times 4,0452 \times 4,0491 \times 4,0450 \times 4,0361 \times 4,0559} =$$

$$= 4,043842 \text{ RON/USD}$$

În Figura 1.4. este prezentat modul de calcul al mediei geometrice prin intermediul funcției Excel GEOMEAN().

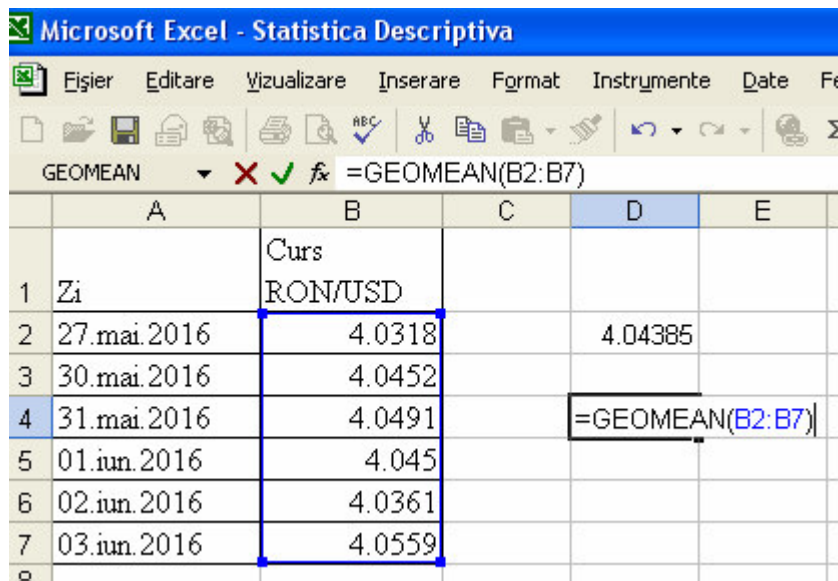


Figura 1.4. Determinarea mediei geometrice a valorilor zilnice ale cursului RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016 prin intermediul funcției Excel GEOMEAN()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

1.2.3. Media armonică

Media armonică a unei serii simple (\bar{y}_h), considerată o inversare a mediei aritmetice, poate fi calculată prin relația:

$$\bar{y}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i}} \quad (1.4.)$$

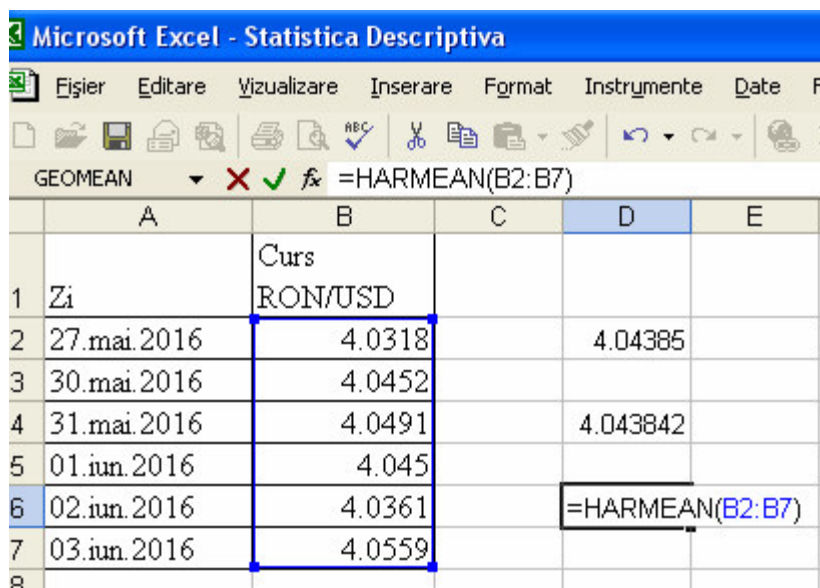
Acest indicator este recomandat pentru analiza unor evoluții asociate funcțiilor hiperbolice. În plus, poate fi utilizat pentru studiul variației unor mărimi calculate ca raporturi între alte variabile (Agrawal et al, 2010).

Exemplul 1.3.: Determinarea mediei armonice a cursului oficial zilnic RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016

Prin aplicarea relației (1.4.) valorilor cursului oficial RON/USD, prezentate în Tabelul 1.1., rezultă:

$$\bar{y}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i}} = \frac{6}{\frac{1}{4,0318} + \frac{1}{4,0452} + \frac{1}{4,0491} + \frac{1}{4,0450} + \frac{1}{4,0361} + \frac{1}{4,0559}} = 4.043834 \text{ RON/USD}$$

În Figura 1.5. este prezentat modul de calcul al mediei armonice utilizând funcția Excel HARMEAN().



	A	B	C	D	E
1	Zi	Curs RON/USD			
2	27.mai.2016	4.0318		4.04385	
3	30.mai.2016	4.0452			
4	31.mai.2016	4.0491		4.043842	
5	01.iun.2016	4.045			
6	02.iun.2016	4.0361		=HARMEAN(B2:B7)	
7	03.iun.2016	4.0559			
R					

Figura 1.5. Determinarea mediei armonice a valorilor zilnice ale cursului RON/USD din perioada 27 mai – 3 iunie 2016 prin intermediul funcției Excel HARMEAN()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

1.2.4. Mediile ponderate

O medie ponderată poate fi considerat un caz particular al unei medii aritmetice, geometrice sau armonice adaptată pentru a reflecta contribuțiile diferite ale elementelor luate în considerare pentru stabilirea nivelului mediu. De exemplu, pentru o medie aritmetică ponderată (\bar{y}_a^w) se aplică relația:

$$\bar{y}_a^w = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \times w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (1.5.)$$

unde w_i reprezintă ponderea asociată unității statistice i .

În practică, mediile ponderate sunt utilizate în diferite situații. De exemplu, în determinarea valorilor unui indice bursier prețurile acțiunilor luate în calcul sunt ponderate cu coeficienți stabiliți în funcție de importanța titlurilor financiare. De asemenea, mediile ponderate sunt aplicate în cadrul unor prognoze bazate pe ajustarea valorilor precedente.

Exemplul 1. 4. Ajustarea cursului acțiunilor OMV Petrom S.A. prin intermediul mediei aritmetice ponderate

Tabelul 1.2. Ajustarea valorilor de închidere ale acțiunilor OMV Petrom prin media ponderată

Nr. (0)	Zi (1)	Valoare de închidere (SNP _i) (2)	Medie ponderată ($\bar{y}_{a,i}^w$) (3)
1	31-mai.-16	0,222	x
1	1-iun.-16	0,229	x
2	2-iun.-16	0,231	x
3	3-iun.-16	0,237	0,229 = (0,231*3+0,229*2+0,222*1)/6
4	6-iun.-16	0,243	0,234 = (0,237*3+0,231*2+0,229*1)/6
5	7-iun.-16	0,253	0,239 = (0,243*3+0,237*2+0,231*1)/6
6	8-iun.-16	0,259	0,247 = (0,253*3+0,243*2+0,237*1)/6
7	9-iun.-16	0,253	0,254 = (0,259*3+0,253*2+0,243*1)/6
8	10-iun.-16	0,248	0,255 = (0,253*3+0,259*2+0,253*1)/6

Sursa valorilor de închidere: <http://www.bvb.ro>

Valorile zilnice de închidere ale acțiunilor OMV Petrom S.A. în perioada 31 mai – 10 iunie 2016 sunt prezentate în coloana cu numărul de ordine (2) a Tabelului 2.2. Din perspectiva percepțiilor unor investitori impactul unei valori precedente este cu atât mai mare cu cât este mai apropiată de momentul analizei. În aceste circumstanțe, vom stabili următoarele ponderi:

- 3 pentru cursul din ziua precedentă;
- 2 pentru cursul anterior cu o două zile;
- 1 pentru cursul anterior cu o trei zile.

Va rezulta, astfel, formula:

$$\bar{y}_{a,i}^w = \frac{3 \times y_{i-1} + 2 \times y_{i-2} + 1 \times y_{i-3}}{3 + 2 + 1}$$

utilizată pentru determinarea valorilor ajustate din coloana cu numărul de ordine (3).

Pe baza unei astfel de ajustări ar rezulta o valoare prognozată pentru următoarea zi lucrătoare:

$$\hat{y}_{i+1}^w = \frac{3 \times 0,259 + 2 \times 0,253 + 1 \times 0,248}{3 + 2 + 1} = 0,251$$

1.2.5. Mediile trunchiate

Mediile trunchiate sunt utilizate pentru a anula distorsiunile produse de valorile extreme asupra reprezentativității mărimilor medii. În principiu, trunchierea presupune eliminarea unui număr egal de valori extreme aflate în partea inferioară și în cea superioară a intervalului de variație. Acest număr este stabilit în legătură cu proporția termenilor supuși trunchierii (pr_{tr}). În literatura de specialitate sunt prezentate diferite modalități de calcul pentru acești indicatori. Vom prezenta, în continuare, o metodă de determinare a mediei aritmetice trunchiate compatibilă cu funcția TRIMMEAN() oferită de programul Excel.

Calculul demarează cu stabilirea numărului de valori care trebuie eliminate de la fiecare extremitate (n_{tr}). Se utilizează, în acest scop, formula de calcul :

$$n_{tr} = \frac{1}{2} \times ROUND_2(pr_{tr} \times n) \quad (1.6.)$$

unde $ROUND_2$ reprezintă un operator de rotunjire prin diminuare până la primul număr întreg par. Se vor exclude, astfel, primii și n_{tr} ultimii termeni. Se calculează, apoi, media aritmetică a valorilor rămase, care reprezintă media trunchiată de $pr_{tr} \%$.

Exemplul 1.5.: Calculul mediei aritmetice trunchiate de 28% a randamentelor logaritmice zilnice ale acțiunilor Bank of America Corporation în perioada 12 Iulie – 12 August 2011

În Tabelul 1.3. sunt prezentate valorile zilnice de închidere și randamentele logaritmice ale acțiunilor. În această perioadă, evoluția randamentelor a fost marcată de fluctuații

abrupte în care valori pozitive foarte mari au alternat cu valori negative foarte mari (Figura 1.6.).

Tabelul 1.3. Valori zilnice de închidere și randamentele logaritmice ale acțiunilor *Bank of America Corporation* în perioada 12 Iulie – 12 August 2011

Nr.	Observații	Valori zilnice de închidere (BAC _i)	Randamente logaritmice (r_BAC _i) [%]
1	12-Jul-11	9.83324	-1.36
2	13-Jul-11	9.8236	-0.10
3	14-Jul-11	9.6984	-1.28
4	15-Jul-11	9.63099	-0.70
5	18-Jul-11	9.36132	-2.84
6	19-Jul-11	9.21685	-1.56
7	20-Jul-11	9.48652	2.88
8	21-Jul-11	9.8525	3.79
9	22-Jul-11	9.75619	-0.98
10	25-Jul-11	9.64062	-1.19
11	26-Jul-11	9.63099	-0.10
12	27-Jul-11	9.32279	-3.25
13	28-Jul-11	9.42873	1.13
14	29-Jul-11	9.35169	-0.82
15	1-Aug-11	9.448	1.02
16	2-Aug-11	9.1398	-3.32
17	3-Aug-11	9.18796	0.53
18	4-Aug-11	8.50416	-7.73
19	5-Aug-11	7.86852	-7.77
20	8-Aug-11	6.26977	-22.71
21	9-Aug-11	7.31955	15.48
22	10-Aug-11	6.52018	-11.56
23	11-Aug-11	6.98246	6.85
24	12-Aug-11	6.92468	-0.83

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Vom începe prin a calcula numărul valorilor excluse de la fiecare extremitate:

$$n_{ir} = \frac{1}{2} \times \text{ROUND}_2(pr_{ir} \times n) = \frac{1}{2} \times \text{ROUND}_2(28\% \times 24) = \frac{1}{2} \times \text{ROUND}_2(6,72) = \frac{6}{2} = 3$$

Rezultă că trebuie excluse, din seria ordonată, primii trei și ultimii trei termeni.

-22,71; -11,56; -7,77; -7,73; -3,32; -3,25; -2,84; -1,56; -1,36; -1,28; -1,19; -0,98; -0,83; -0,82; -0,70; -0,10; -0,10; 0,53; 1,02; 1,13; 2,88; 3,79; 6,85; 15,48.

Media aritmetică trunchiată de 28% , calculată ca o medie aritmetică a celor 18 valori rămase reprezintă -1.13886%.

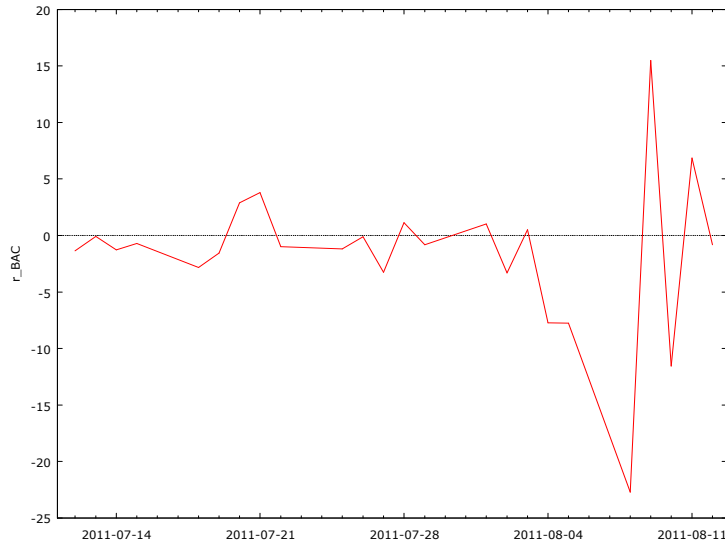


Figura 1.6. Evoluția randamentelor logaritmice zilnice ale acțiunilor *Bank of America Corporation* în perioada 12 Iulie – 12 August 2011

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

În Figura 1.7. este prezentat modul de determinare a mediei trunchiate prin intermediul funcției Excel TRIMMEAN(). Au fost precizate adresele celulelor în care se află valorile seriei (D2:D25) precum și procentajul valorilor excluse (28%).

Nr.	Obs.	BACi	r_BACi
1	12-Jul-11	9.833235	-1.36
2	13-Jul-11	9.823604	-0.10
3	14-Jul-11	9.698401	-1.28
4	15-Jul-11	9.630985	-0.70
5	18-Jul-11	9.361317	-2.84
6	19-Jul-11	9.216852	-1.56
7	20-Jul-11	9.48652	2.88
8	21-Jul-11	9.852497	3.79
9	22-Jul-11	9.756188	-0.98
10	25-Jul-11	9.640616	-1.19
11	26-Jul-11	9.630985	-0.10
12	27-Jul-11	9.322793	-3.25
13	28-Jul-11	9.428734	1.13
14	29-Jul-11	9.351686	-0.82
15	1-Aug-11	9.447996	1.02
16	2-Aug-11	9.139804	-3.32
17	3-Aug-11	9.187959	0.53
18	4-Aug-11	8.504159	-7.73
19	5-Aug-11	7.868515	-7.77
20	8-Aug-11	6.269771	-22.71
21	9-Aug-11	7.319548	15.48
22	10-Aug-11	6.520177	-11.56
23	11-Aug-11	6.982464	6.85
24	12-Aug-11	6.924678	-0.83

Figura 1.7. Determinarea mediei trunchiate de 28% pentru randamentele logaritmice zilnice ale acțiunilor *Bank of America Corporation* în perioada 12 Iulie – 12 August 2011 prin intermediul funcției Excel TRIMMEAN()

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

1.3. Indicatori de poziție

În acest capitol vom prezenta succint câteva dintre mărimile de poziție utilizate frecvent în analiza seriilor de timp financiare:

- mediana;
- modul;
- quartilele și percentilele;
- valorile minime și maxime.

1.3.1. Mediana

Mediana (\tilde{y}), numită și valoarea mediană, este asimilată termenului care împarte o serie ordonată în două sub-serii cu același număr de observații. Pentru o serie simplă, determinarea acestei mărimi începe cu ordonarea seriei în sens ascendent sau descendent. Dacă seria are un număr impar de termeni, mediana va corespunde celui termen care ocupă poziția centrală. În cazul unui număr par de termeni, situație în care doi termeni se află în centru, mediana poate fi obținută prin interpolare (o interpolare foarte simplă, deoarece mediana, care se află la distanțe egale de cei doi termeni, este egală cu media aritmetică a acestora).

Valoarea acestui indicator poate fi calculată și prin intermediul funcției MEDIAN() din Programul Microsoft Excel.

Mediana poate completa imaginea asupra tendinței centrale oferită de mărimile medii, mai ales atunci când reprezentativitatea acestora este afectată de valorile extreme.

Exemplul 1.6.: Calculul medianeii valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR in perioada Mai 2008 – Septembrie 2009

În Tabelul 1.4. sunt prezentate datele asupra evoluției valorilor ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009. Vom începe prin a ordona această serie în sens ascendent:

8,5; 8,53; 9,00; 9,5; 9,5; 9,71; 9,75; 9,75;10,00; 10,02; 10,07; 10,14; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25.

Fiind o serie cu un număr par de termeni, poziția centrală este deținută de doi termeni: 10,00 și 10,02%/an, iar mediana (\tilde{y}) va corespunde mediei aritmetice a acestora:

$$\tilde{y} = \frac{10,00 + 10,02}{2} = 10,01 \text{ %/an}$$

Tabelul 1.4. Valorile lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR in perioada Mai 2008 – Septembrie 2009

Luna	Rata dobânzii de referință (y_i) [%/an]
Mai. 2008	9,50
Iun. 2008	9,75
Iul. 2008	9,75
Aug. 2008	10,00
Sep. 2008	10,25
Oct. 2008	10,25
Nov. 2008	10,25
Dec. 2008	10,25
Jan. 2009	10,25
Feb. 2009	10,25
Mar. 2009	10,14
Apr. 2009	10,07
Mai. 2009	10,02
Iun. 2009	9,71
Iul. 2009	9,50
Aug. 2009	9,00
Sep. 2009	8,53

Oct. 2009

8,50

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În Figura 1.7. este prezentat calculul acestei mărimi prin intermediul funcției Excel MEDIAN().

	A	B	C	D	E
1	Luna	Rata dobânzii de referință			
2	Mai. 2008	9,5			
3	Iun. 2008	9,75		=MEDIAN(B2:B19)	
4	Iul. 2008	9,75			
5	Aug. 2008	10			
6	Sep. 2008	10,25			
7	Oct. 2008	10,25			
8	Nov. 2008	10,25			
9	Dec. 2008	10,25			
10	Jan. 2009	10,25			
11	Feb. 2009	10,25			
12	Mar. 2009	10,14			
13	Apr. 2009	10,07			
14	May. 2009	10,02			
15	Iun. 2009	9,71			
16	Iul. 2009	9,5			
17	Aug. 2009	9			
18	Sep. 2009	8,53			
19	Oct. 2009	8,5			
20					

Figura 1.7. Determinarea medianeii valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009 prin intermediul funcției Excel MEDIAN()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

1.3.2. Modul

Modul unei serii statistice corespunde valorii care se repetă de cele mai multe ori. Pentru o serie simplă, determinarea acestei mărimi presupune o trecere în revistă a valorilor ordonate în vederea identificării valorii cu cea mai mare frecvență sau, de preferat în cazul seriilor cu un număr mare de termeni, utilizarea funcției Excel MODE(). Principala limită a acestui indicator este dată de faptul că nu poate fi calculat pentru unele serii simple la care valorile nu se repetă.

Exemplul 1.7.: Calculul modului valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009

Prin ordonarea ascendentă a termenilor seriei prezentată în Tabelul 1.4. poate fi identificată facil valoarea cu cea mai mare frecvență, adică 10,25%/an.

8,5; 8,53; 9,00; 9,5; 9,5; 9,71; 9,75; 9,75; 10,00; 10,02; 10,07; 10,14; 10,25; 10,25; 10,25;
10,25; 10,25; 10,25.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
1	Luna	Rata dobânzii de referință			
2	Mai. 2008	9.5			
3	Iun. 2008	9.75		10.01	
4	Iul. 2008	9.75			
5	Aug. 2008	10		=MODE(B2:B19)	
6	Sep. 2008	10.25			
7	Oct. 2008	10.25			
8	Nov. 2008	10.25			
9	Dec. 2008	10.25			
10	Jan. 2009	10.25			
11	Feb. 2009	10.25			
12	Mar. 2009	10.14			
13	Apr. 2009	10.07			
14	May. 2009	10.02			
15	Iun. 2009	9.71			
16	Iul. 2009	9.5			
17	Aug. 2009	9			
18	Sep. 2009	8.53			
19	Oct. 2009	8.5			

Figura 1.8. Determinarea modului valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009 prin intermediul funcției Excel MODE()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În Figura 1.8. este prezentat modul de determinare a acestei valori prin intermediul funcției Excel MODE().

1.3.3. Quartilele și percentilele

Alături de mediană, quartilele și percentilele fac parte din categoria quantilelor, care reprezintă mărimi ce divid o serie ordonată în părți cu frecvențe egale (cu același număr de observații). În literatura de specialitate pot fi întâlnite diferite moduri de calcul ale acestor indicatori. Vom prezenta, în acest capitol, metodele compatibile cu funcțiile Microsoft Excel.

1.3.3.1. Quartilele

Quartilele sunt reprezentate de trei valori care împart valorile unei serii ordonate în patru sub-serii cu același număr de observații. De remarcat că a doua quartilă (Q_2) coincide cu mediana.

Poziția unei quartile ($Poz(Q_k)$) este dată de formula:

$$Poz(Q_k) = 1 + k \times \frac{N-1}{4} \quad (1.7.)$$

unde k este ordinul quartilei (k = 1, 2 sau 3).

Dacă valoarea $Poz(Q_k)$ este un număr întreg, atunci quartila (Q_k) este egală cu termenul care deține acest rang în cadrul seriei ordonate ascendent. Atunci când nu s-a obținut un număr întreg, valoarea quartilei (Q_k) trebuie determinată prin interpolare între cei doi termeni care mărginesc $Poz(Q_k)$.

Valoarea unei quartile poate fi calculată și prin intermediul funcției Excel QUARTILE() pentru care trebuie precizate adresele celulelor în care se găsesc valorile seriei precum și ordinul k al quartilei.

Exemplul 1.8.: Calculul primei quartile a valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009

Pentru datele prezentate în Tabelul 1.4. determinăm poziția primei quartile:

$$Poz(Q_1) = 1 + 1 \times \frac{N-1}{4} = 1 + \frac{18-1}{4} = 5,25$$

Întrucât nu a fost obținut un număr întreg, valoarea indicatorului va fi obținută prin interpolare. În cadrul seriei ordonate, prima quartilă, cu $Poz(Q_k) = 5,25$, se află între termenii cu rangurile 5 și 6, având valorile 9,5 și 9,71.

8,5; 8,53; 9,00; 9,5; 9,5; 9,71; 9,75; 9,75; 10,00; 10,02; 10,07; 10,14; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25.

Vom determina valoarea indicatorului interpolând valorile termenilor care mărginesc $Poz(Q_k) = 5,25$, adică 9,5 și 9,71%/an (Figura 1.9.).

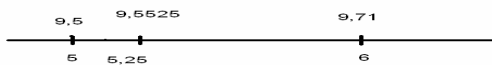


Figura 1.9. Determinarea valorii primei quartile prin interpolare

Prima quartilă se află la o pătrime ($5,25 - 5 = 0,25$) din distanța dintre termenii cu rangurile 5 și 6 având valoarea:

$$Q_1 = 9,5 + 0,25 \times (9,71 - 9,5) = 9,5525 \text{ %/an}$$

	A	B	C	D	E
1	Luna	Rata dobânzii de referință			
2	Mai. 2008	9.5			
3	Iun. 2008	9.75		10.01	
4	Iul. 2008	9.75			
5	Aug. 2008	10		10.25	
6	Sep. 2008	10.25			
7	Oct. 2008	10.25		=QUARTILE(B2:B19,1)	
8	Nov. 2008	10.25			
9	Dec. 2008	10.25			
10	Jan. 2009	10.25			
11	Feb. 2009	10.25			
12	Mar. 2009	10.14			
13	Apr. 2009	10.07			
14	May. 2009	10.02			
15	Iun. 2009	9.71			
16	Iul. 2009	9.5			
17	Aug. 2009	9			
18	Sep. 2009	8.53			
19	Oct. 2009	8.5			

Figura 1.10. Determinarea primei quartile a valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR in perioada Mai 2008 – Septembrie 2009 prin intermediul funcției Excel QUARTILE()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În Figura 1.10. este prezentat calculul primei quartile prin intermediul funcției Excel QUARTILE(). Au fost precizate adresele celulelor în care se află valorile ratelor dobânzilor (B2:B19) precum și ordinul quartilei (k=1).

1.3.3.2. Percentilele

Percentilele sunt quantile care împart o serie ordonată în 100 de părți egale ca frecvență. Valoarea unei percentile de ordinul $j\%$ ($Per_{j\%}$) corespunde unui nivel sub care se află $j\%$ din valorile seriei. De remarcat că percentila de ordin 25% este egală cu prima quartilă, cea de ordin 50% cu a doua quartilă (și cu mediana) iar cea de ordin 75% cu a treia quartilă.

Modul de calcul al percentilelor este asemănător cu determinarea valorilor quartilelor. Poziția unei percentile de ordinul $j\%$ ($Poz(Per_{j\%})$) este identificată cu ajutorul formulei:

$$Poz(Per_{10\%}) = 1 + j \times \frac{N-1}{100} \quad (1.8.)$$

Dacă această valoare reprezintă un număr întreg, percentila de ordinul $j\%$ corespunde termenului cu rangul $Poz(Per_{j\%})$ al seriei ordonate. În caz contrar, percentila se obține prin interpolarea celor doi termeni care îi mărginesc poziția.

O percentilă poate fi determinată și prin intermediul funcției Excel PERCENTILE() pentru care trebuie precizate adresele celulelor care conțin termenii seriei precum și ordinul $j\%$ al percentilei.

Exemplul 1.9.: Calculul percentilei de 10% a valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR in perioada Mai 2008 – Septembrie 2009

Calculăm poziția percentilei de 10% a seriei prezentate în Tabelul 1.4.:

$$Poz(Per_{10\%}) = 1 + j \times \frac{N - 1}{100} = 1 + 10 \times \frac{18 - 1}{100} = 2,7$$

Deoarece nu s-a obținut un număr întreg se va recurge la interpolarea între valorile termenilor cu rangurile 2 și 3 (Figura 1.11.).

8,5; 8,53; 9,00; 9,5; 9,5; 9,71; 9,75; 9,75; 10,00; 10,02; 10,07; 10,14; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25.

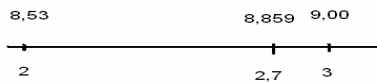


Figura 1.11. Determinarea percentilei de ordinul 10% prin interpolare

Valoarea percentilei de ordinul 10% se va afla la 70% ($2,7 - 2 = 0,7$) din distanța dintre cele 8,53 și 9,00, adică:

$$P_{10\%} = 8,53 + 0,7 \times (9 - 8,53) = 8,859 \text{ %/an}$$

În Figura 1.12. este prezentat modul de determinare a percentilei de ordinul 10% prin intermediul funcției Excel PERCENTILE(). Au fost precizate adresele celulelor în care se află valorile seriei (B2:B19) precum și ordinul percentilei (10%).

Microsoft Excel - Statistica Descriptiva

Fișier Editare Vizualizare Inserare Format Instrumente Date Fereastră

SUM =PERCENTILE(B2:B19,10%)

	A	B	C	D	E	F
1	Luna	Rata dobânzii de referință				
2	Mai. 2008	9.5				
3	Iun. 2008	9.75		10.01		
4	Iul. 2008	9.75				
5	Aug. 2008	10		10.25		
6	Sep. 2008	10.25				
7	Oct. 2008	10.25		9.5525		
8	Nov. 2008	10.25				
9	Dec. 2008	10.25		=PERCENTILE(B2:B19,10%)		
10	Jan. 2009	10.25				
11	Feb. 2009	10.25				
12	Mar. 2009	10.14				
13	Apr. 2009	10.07				
14	May. 2009	10.02				
15	Iun. 2009	9.71				
16	Iul. 2009	9.5				
17	Aug. 2009	9				
18	Sep. 2009	8.53				
19	Oct. 2009	8.5				
20						

Figura 1.12. Determinarea percentilei de 10% a valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009 prin intermediul funcției Excel PERCENTILE()

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

1.3.4. Valorile minime și maxime

Valoarea minimă (y_{\min}) și cea maximă (y_{\max}) a unei serii statistice simple reprezintă limita inferioară, respectiv, superioară, a intervalului de variație. Cei doi indicatori pot fi identificați, destul de simplu, prin ordonarea seriei. Pentru seriile cu un număr mare de termeni este recomandată utilizarea funcțiilor Excel MIN() și MAX().

Exemplul 1.10.: Calculul minimumului și maximumului valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR în perioada Mai 2008 – Septembrie 2009

Pentru valorile ordonate ascendent ale seriei prezentate în Tabelul 1.4. este simplu de determinat cele două limite ale intervalului de variație.

8,5; 8,53; 9,00; 9,5; 9,5; 9,71; 9,75; 9,75; 10,00; 10,02; 10,07; 10,14; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25; 10,25.

Se obțin, astfel, cele două valori:

$$y_{\min} = 8,5\%/an;$$

$$y_{\max} = 10,25\%/an.$$

Determinarea valorii minime prin funcția Excel MIN() este prezentată în Figura 1.13.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Luna	Rata dobânzii de referință			
Mai. 2008	9.5			
Iun. 2008	9.75		10.01	
Iul. 2008	9.75			
Aug. 2008	10		10.25	
Sep. 2008	10.25			
Oct. 2008	10.25		9.5525	
Nov. 2008	10.25			
Dec. 2008	10.25		8.859	
Jan. 2009	10.25			
Feb. 2009	10.25		=MIN(B2:B19)	
Mar. 2009	10.14			
Apr. 2009	10.07			
May. 2009	10.02			
Iun. 2009	9.71			
Iul. 2009	9.6			
Aug. 2009	9			
Sep. 2009	8.53			
Oct. 2009	8.5			

Figura 1.13. Determinarea minimumului valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR in perioada Mai 2008 – Septembrie 2009 prin intermediul funcției Excel MIN()
 Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În Figura 1.14. este prezentată identificarea valorii maxime prin funcția Excel MAX().

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Luna	Rata dobânzii de referință			
Mai. 2008	9.5			
Iun. 2008	9.75		10.01	
Iul. 2008	9.75			
Aug. 2008	10		10.25	
Sep. 2008	10.25			
Oct. 2008	10.25		9.5525	
Nov. 2008	10.25			
Dec. 2008	10.25		8.859	
Jan. 2009	10.25			
Feb. 2009	10.25		8.500	
Mar. 2009	10.14			
Apr. 2009	10.07		=MAX(B2:B19)	
May. 2009	10.02			
Iun. 2009	9.71			
Iul. 2009	9.6			
Aug. 2009	9			
Sep. 2009	8.53			
Oct. 2009	8.5			

Figura 1.14. Determinarea maximumului valorilor lunare ale ratei dobânzii de referință a BNR in perioada Mai 2008 – Septembrie 2009 prin intermediul funcției Excel MAX()
 Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

2. Indicatori ai dispersiei

2.1. Considerații generale asupra dispersiei variabilelor financiare

Indicatorii dispersiei pot completa imaginea oferită de cea a tendinței centrale asupra principalelor însușiri ale evoluției unei variabile financiare oferind informații asupra stabilității acesteia în timp. Unii dintre acești indicatori sunt utilizați în caracterizarea volatilității prețurilor sau a randamentelor unor active financiare servind, astfel, în unor categorii importante de riscuri aferente investițiilor de portofoliu.

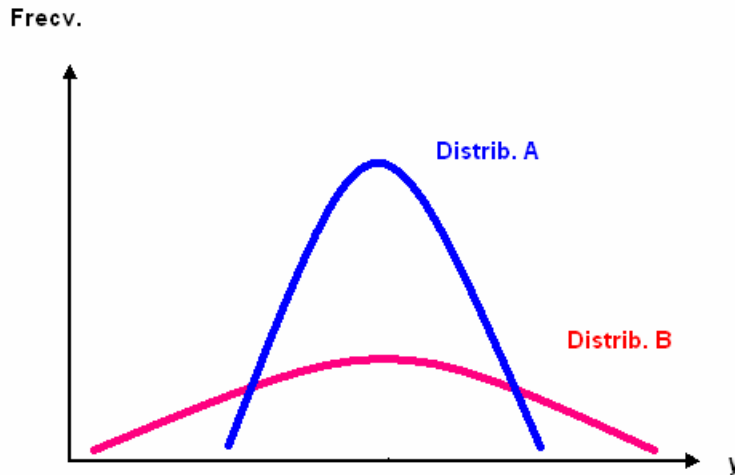


Figura 2.1. Distribuții cu grade diferite ale dispersiei

În Figura 2.1. sunt prezentate două distribuții care reflectă variația valorilor a două variabile cu aceeași medie aritmetică. În comparație cu valorile distribuției A, cele ale distribuției B sunt mai dispersate, acoperind un interval de variație mai larg. În aceste circumstanțe, media aritmetică a distribuției A este mai reprezentativă decât cea a distribuției B (valorile celei din urmă sunt mai îndepărtate, în ansamblu, față de nivelul mediu). Dacă ne imaginăm că cele două distribuții reprezintă valorile prețurilor a două active financiare vom constata că, deși investițiile în acestea ar avea aceeași rentabilitate medie așteptată (aceeași medie aritmetică) achiziția de titluri B ar fi mult mai riscantă, deoarece acoperă un interval mai larg, astfel încât pot aduce, în comparație cu titlurile A, câștiguri dar și pierderi mai mari.

Un aspect important al volatilității variabilelor financiare este reprezentat de stabilitatea acesteia în timp. Din această perspectivă pot fi definite două tipuri de serii de timp financiare:

- serii homoskedastice, cu volatilitate constantă în timp ;
- serii heteroskedastice, la care volatilitatea variază în timp.

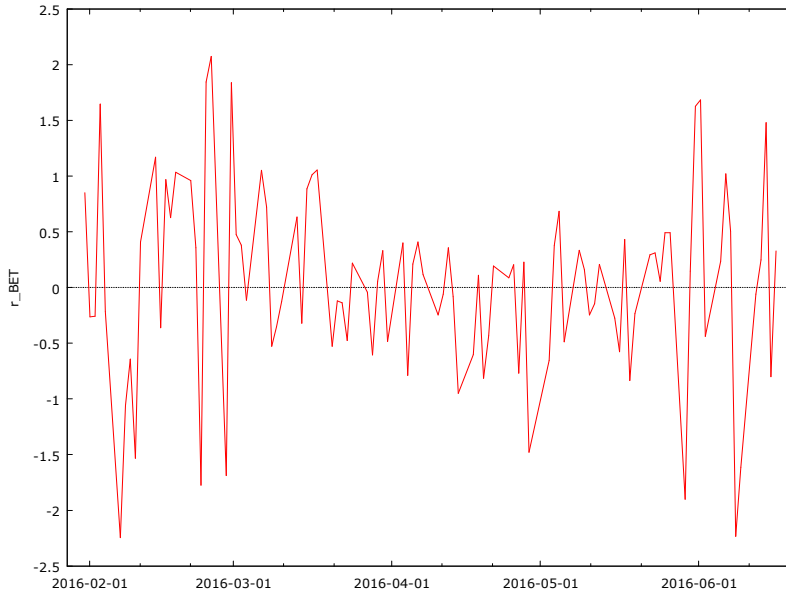


Figura 2.2. Evoluția randamentelor logaritmice zilnice ale indicelui BET în perioada 2 ianuarie – 20 iunie 2016

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://www.bvb.ro>

În Figura 2.2. este prezentată evoluția randamentelor logaritmice zilnice ale indicelui BET în perioada 2 ianuarie – 20 iunie 2016. Se poate observa că volatilitatea acestora este accentuată la începutul intervalului, scade către centru pentru a crește din nou spre sfârșit.

Unele piețe financiare, îndeosebi cele în care operațiunile speculative dețin un rol important, sunt caracterizate printr-o volatilitate semnificativă. Această volatilitate poate fi influențată de o multitudine de factori (economici, financiari, psihologici etc.) ceea ce îi induce o complexitate deosebită (Shiller, 1988; Schwert, 1989).

2.2. Indicatori ai dispersiei

În acest capitol vom aborda câteva dintre mărimile utilizate frecvent pentru analiza dispersiei variabilelor financiare:

- amplitudinile;
- lungimea intervalului interquartilic;
- varianța și abaterea medie pătratică (standard);
- coeficientul de variație.

2.2.1. Amplitudinile

Pentru caracterizarea variației valorilor unei serii statistice pot fi utilizate două tipuri de amplitudini: absolute și relative.

Amplitudinea absolută (A_y^a) este dată de diferența dintre valoarea maximă (y_{\max}) și cea minimă (y_{\min}):

$$A_y^a = y_{\max} - y_{\min} \quad (2.1.)$$

Amplitudinea relativă (A_y^r) este obținută raportând amplitudinea absolută la media aritmetică:

$$A_y^r = \frac{A_y^a}{\bar{y}_a} = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{\bar{y}_a} \quad (2.2.)$$

Această mărime poate fi exprimată și într-o formă procentuală:

$$A_y^{r\%} = \frac{A_y^a}{\bar{y}_a} \times 100 = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{\bar{y}_a} \times 100 \quad (2.3.)$$

Se consideră că dispersia este cu atât mai pronunțată cu cât amplitudinile sunt mai mari. Principala limită a acestor indicatori provine din faptul că sunt determinați pe baza limitelor intervalelor de variație care pot fi valori extreme, puțin relevante pentru evoluția variabilei analizate.

Exemplul 2.1. Calculul amplitudinilor valorilor zilnice ale cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016

Tabelul 2.1. Valori zilnice ale cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016

Zi	Curs oficial leu/euro (y_i) [RON/EUR]
18-May-16	4,4955
19-May-16	4,5025
20-May-16	4,5063
23-May-16	4,5194
24-May-16	4,5114
25-May-16	4,5061
26-May-16	4,5059
27-May-16	4,5074
30-May-16	4,5039
31-May-16	4,5115
1-Jun-16	4,5146
2-Jun-16	4,5216
3-Jun-16	4,5189
6-Jun-16	4,5177
7-Jun-16	4,5078
8-Jun-16	4,5070
9-Jun-16	4,5125
10-Jun-16	4,5110
13-Jun-16	4,5178
14-Jun-16	4,5218

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Pentru datele prezentate în Tabelul 2.1. începem prin a identifica, prin intermediul funcțiilor Excel, cele două extremități ale intervalului de variație.

Pentru determinarea valorii minime este utilizată funcția MIN() a programului Excel (Figura 2.3.). A rezultat, astfel, $y_{\min} = 4,4955$ RON/EUR.

	A	B	C	D	E
1	Zi	curs			
2	18-May-16	4.4955		=MIN(B2:B21)	
3	19-May-16	4.5025			
4	20-May-16	4.5063			
5	23-May-16	4.5194			
6	24-May-16	4.5114			
7	25-May-16	4.5061			
8	26-May-16	4.5059			
9	27-May-16	4.5074			
10	30-May-16	4.5039			
11	31-May-16	4.5115			
12	1-Jun-16	4.5146			
13	2-Jun-16	4.5216			
14	3-Jun-16	4.5189			
15	6-Jun-16	4.5177			
16	7-Jun-16	4.5078			
17	8-Jun-16	4.5070			
18	9-Jun-16	4.5125			
19	10-Jun-16	4.5110			
20	13-Jun-16	4.5178			
21	14-Jun-16	4.6218			

Figura 2.3. Identificarea valorii minime a cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel MIN().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Funcția MAX() a programului Excel furnizează valoarea maximă a seriei $y_{\max} = 4.5218$ RON/EUR (Figura 2.4.).

	A	B	C	D	E
1	Zi	curs			
2	18-May-16	4.4955		4.4955	
3	19-May-16	4.5025			
4	20-May-16	4.5063		=MAX(B2:B21)	
5	23-May-16	4.5194			
6	24-May-16	4.5114			
7	25-May-16	4.5061			
8	26-May-16	4.5059			
9	27-May-16	4.5074			
10	30-May-16	4.5039			
11	31-May-16	4.5115			
12	1-Jun-16	4.5146			
13	2-Jun-16	4.5216			
14	3-Jun-16	4.5189			
15	6-Jun-16	4.5177			
16	7-Jun-16	4.5078			
17	8-Jun-16	4.5070			
18	9-Jun-16	4.5125			
19	10-Jun-16	4.5110			
20	13-Jun-16	4.5178			
21	14-Jun-16	4.6218			

Figura 2.4. Identificarea valorii maxime a cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel MAX().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Aplicând formula (2.1.) rezultă o amplitudine absolută:

$$A_y^a = y_{\max} - y_{\min} = 4,5218 - 4,4955 = 0.0263 \text{ RON/EUR}$$

Pentru a determina amplitudinea relativă vom calcula, în prealabil, media aritmetică a seriei prin intermediul funcției AVERAGE() oferită de programul Excel (Figura 2.5.). A rezultat, astfel, o valoare a mediei aritmetice:

$$\bar{y}_a = 4.5110 \text{ RON/EUR}$$

Zi	curs	
18-May-16	4.4955	4.4955
19-May-16	4.5025	
20-May-16	4.5063	4.5218
23-May-16	4.5194	
24-May-16	4.5114	=AVERAGE(B2:B21)
25-May-16	4.5061	
26-May-16	4.5059	
27-May-16	4.5074	
30-May-16	4.5039	
31-May-16	4.5115	
1-Jun-16	4.5146	
2-Jun-16	4.5216	
3-Jun-16	4.5189	
6-Jun-16	4.5177	
7-Jun-16	4.5078	
8-Jun-16	4.5070	
9-Jun-16	4.5125	
10-Jun-16	4.5110	
13-Jun-16	4.5178	
14-Jun-16	4.5218	

Figura 2.5. Calculul mediei aritmetice a cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel AVERAGE().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Aplicând relația (2.3.) rezultă o amplitudine relativă, în formă procentuală:

$$A_y^{r,\%} = \frac{A_y^a}{\bar{y}_a} \times 100 = \frac{0,0263}{4,5110} \times 100 = 0,583\%$$

2.2.2. Lungimea intervalului interquartilic

Lungimea unui interval interquartilic (IQR) este reprezentată de diferența dintre a treia și prima quartilă:

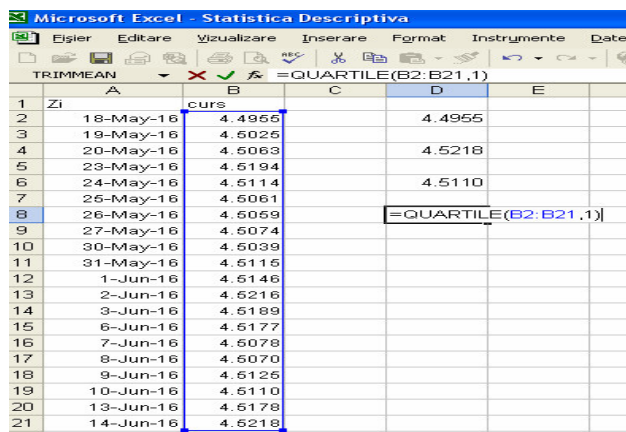
$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad (2.4.)$$

Se consideră că lungimea intervalului interquartilic, oferă, în comparație cu amplitudinile, o imagine mai aproape de realitate asupra dispersiei valorilor unei serii. Totuși, acest indicator are unele limite care provin din faptul că în determinarea sa nu intervin distanțele tuturor valorilor față de nivelul mediu.

Exemplul 2.2. Determinarea lungimii intervalului interquartilic al valorilor zilnice ale cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016

Vom începe prin a calcula prima și a treia quartilă pentru valorile seriei din Tabelul 2.1. utilizând funcția Excel QUART(). Pentru prima quartilă, a cărei mod de identificare este prezentat în Figura 2.6. a rezultat valoarea:

$$Q_1 = 4,5063 \text{ RON/EUR.}$$



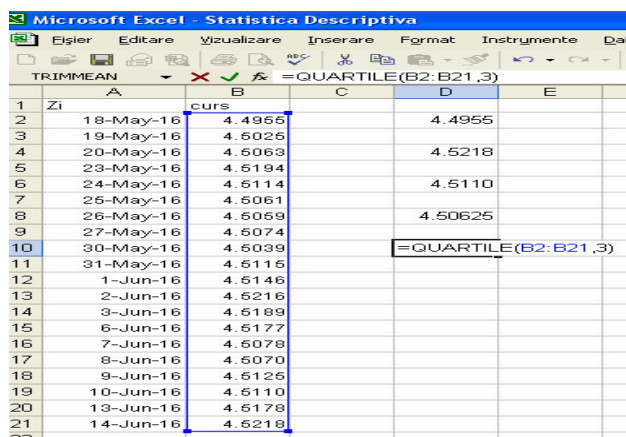
	A	B	C	D	E
1	Zi	curs			
2	18-May-16	4.4966		4.4955	
3	19-May-16	4.5026			
4	20-May-16	4.5063		4.5218	
5	23-May-16	4.5194			
6	24-May-16	4.5114		4.5110	
7	25-May-16	4.5061			
8	26-May-16	4.5069		=QUARTILE(B2:B21,1)	
9	27-May-16	4.5074			
10	30-May-16	4.5039			
11	31-May-16	4.5115			
12	1-Jun-16	4.5146			
13	2-Jun-16	4.5216			
14	3-Jun-16	4.5189			
15	6-Jun-16	4.5177			
16	7-Jun-16	4.5078			
17	8-Jun-16	4.5070			
18	9-Jun-16	4.5126			
19	10-Jun-16	4.5110			
20	13-Jun-16	4.5178			
21	14-Jun-16	4.5218			

Figura 2.6. Calculul primei quartile a cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel QUART().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În Figura 2.7. este prezentat calculul quartilei a treia prin funcția Excel QUART(). S-a obținut, astfel, valoarea:

$$Q_3 = 4,5177 \text{ RON/EUR.}$$



	A	B	C	D	E
1	Zi	curs			
2	18-May-16	4.4966		4.4955	
3	19-May-16	4.5026			
4	20-May-16	4.5063		4.5218	
5	23-May-16	4.5194			
6	24-May-16	4.5114		4.5110	
7	25-May-16	4.5061			
8	26-May-16	4.5069		4.50625	
9	27-May-16	4.5074			
10	30-May-16	4.5039		=QUARTILE(B2:B21,3)	
11	31-May-16	4.5115			
12	1-Jun-16	4.5146			
13	2-Jun-16	4.5216			
14	3-Jun-16	4.5189			
15	6-Jun-16	4.5177			
16	7-Jun-16	4.5078			
17	8-Jun-16	4.5070			
18	9-Jun-16	4.5126			
19	10-Jun-16	4.5110			
20	13-Jun-16	4.5178			
21	14-Jun-16	4.5218			

Figura 2.7. Calculul quartilei a treia a cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel QUART().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Aplicând relația (2.4.) rezultă lungimea intervalului interquartilic:

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 4,5177 - 4,5063 = 0,0114 \text{ RON/EUR}$$

2.2.3. Variația, abaterea medie pătratică (standard) și coeficientul de variație

Varianța, abaterea medie pătratică și coeficientul de variație sunt indicatori care măsoară dispersia valorilor unităților unei serii statistice pe baza distanțelor dintre acestea și media aritmetică. Aceste mărimi se calculează diferențiat pentru populațiile statistice și pentru eșantioane.

2.2.3.1. Variația

Pentru o populație statistică, varianța (σ_p^2) este calculată ca o medie a pătratelor diferențelor dintre valorile unităților statistice și media aritmetică:

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2}{N} \quad (2.5.)$$

Programul Excel oferă pentru determinarea acestui indicator funcția VARP().

Pentru varianța unui eșantion (s_s^2), care este considerată un estimator al valorii pentru populație, se utilizează o formulă modificată:

$$s_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^2}{n - 1} \quad (2.6.)$$

Abaterea medie pătratică a unui eșantion poate fi calculată prin funcția Excel VAR(). Valorile acestui indicator sunt, obligatoriu, pozitive. Cu cât varianța este mai mare cu atât dispersia este mai semnificativă. O valoare nulă se obține atunci când toate valorile seriei sunt egale. Principalele impedimente în analiza dispersiei pe baza varianței sunt date de unitatea în care este măsurată (pătratul unității de măsură a valorilor seriei) și de faptul că nu pot fi realizate comparații riguroase între variabile diferite.

2.2.3.2. Abaterea medie pătratică (standard)

Abaterea medie pătratică este calculată extrăgând rădăcina pătratică din valoarea varianței. Pentru o populație, acest indicator este calculat prin formula:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \quad (2.7.)$$

Abateră medie pătratică a unei populații poate fi determinată și prin funcția Excel STDEVP().

Pentru un eșantion, abaterea medie pătratică se calculează prin relația:

$$s_s = \sqrt{s_s^2} \quad (2.8.)$$

Programul Excel oferă funcția STDEV() pentru calculul abaterii medii pătratice pentru un eșantion.

Analiza dispersiei prin intermediul abaterii medii pătratice este destul de asemănătoare celei realizate cu ajutorul varianței, față de care are avantajul exprimării în aceeași unitate de măsură cu valorile seriei. Principala limită este reprezentată de dificultatea comparației între variabile diferite.

2.4.4. Coeficientul de variație

Coeficientul de variație este o mărime relativă care facilitează comparațiile între dispersiile unor diferite variabile. Este calculat ca un raport între abaterea medie pătratică și media aritmetică. Pentru o populație, valoarea indicatorului poate fi determinată prin formula:

$$v_\sigma = \frac{\sigma_p}{\mu} \quad (2.9.)$$

sau, într-o formă procentuală:

$$v_\sigma^{\%} = \frac{\sigma_p}{\mu} \times 100 \quad (2.10)$$

Coeficientul de variație al unui eșantion poate fi obținut prin relația:

$$v_s = \frac{s_s}{\bar{x}_a} \quad (2.11.)$$

sau, transpus într-o formă procentuală:

$$v_s^{\%} = \frac{s_s}{\bar{x}_a} \times 100 \quad (2.12)$$

Evident, coeficientul de variație nu poate fi calculat atunci când media aritmetică este nulă. Acest indicator poate avea valori pozitive sau negative în funcție de valoarea mediei aritmetice. Dispersia unei serii statistice este cu atât mai pronunțată cu cât valoarea absolută a coeficientului de variație este mai mare. Dintre două serii statistice, cea mai dispersată este considerată cea care are o valoare absolută mai mare a coeficientului de variație.

Exemplul 2.3. Determinarea varianței, abaterii medii pătratice și coeficientului de variație pentru evoluția cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016

Vom considera că seria prezentată în Tabelul 2.1. reprezintă un eșantion al unei populații statistice. În consecință, vom aplica formulele de calcul specifice eșantioanelor. Începem prin a determina media aritmetică (acest indicator a fost, de fapt, calculat anterior printr-o funcție Excel):

$$\bar{y}_a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{90,2206}{20} = 4.5110 \text{ RON/EUR}$$

Tabelul 2.2. Calcule intermediare pentru determinarea varianței cursului leu/euro

Nr.	(y_i) [RON/EUR]	$(y_i - \bar{y}_a)$ [RON/EUR]	$(y_i - \bar{y}_a)^2$ [(RON/EUR) ²]
(0)	(1)	(2)	(3) = (2) ²
1	4,4955	-0,01550	0,00024
2	4,5025	-0,00850	0,00007
3	4,5063	-0,00470	0,00002
4	4,5194	0,00840	0,00007
5	4,5114	0,00040	0,00000
6	4,5061	-0,00490	0,00002
7	4,5059	-0,00510	0,00003
8	4,5074	-0,00360	0,00001
9	4,5039	-0,00710	0,00005
10	4,5115	0,00050	0,00000
11	4,5146	0,00360	0,00001
12	4,5216	0,01060	0,00011
13	4,5189	0,00790	0,00006
14	4,5177	0,00670	0,00004
15	4,5078	-0,00320	0,00001
16	4,507	-0,00400	0,00002
17	4,5125	0,00150	0,00000
18	4,511	0,00000	0,00000
19	4,5178	0,00680	0,00005
20	4,5218	0,01080	0,00012
Total	90,2206	0,00000	0,00094
Simbol			
pentru	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^2$
total			

Sursa valorilor zilnice ale cursului leu/euro: <http://www.bnr.ro>

Varianța eșantionului se determină prin relația (2.6.) pentru care totalul pătratelor diferențelor dintre valorile seriei și media aritmetică a fost calculat în cadrul Tabelului 2.2.:

$$s_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^2}{n-1} = \frac{0,00094}{20-1} = 0,00005 \text{ (RON/EUR)}^2$$

În Figura 2.8. este prezentată determinarea varianței prin intermediul funcției Excel VAR().

Zi	curs
18-May-16	4.4956
19-May-16	4.5026
20-May-16	4.5063
23-May-16	4.5194
24-May-16	4.5114
25-May-16	4.5061
26-May-16	4.5059
27-May-16	4.5074
30-May-16	4.5039
31-May-16	4.5115
1-Jun-16	4.5146
2-Jun-16	4.5216
3-Jun-16	4.5189
6-Jun-16	4.5177
7-Jun-16	4.5078
8-Jun-16	4.5070
9-Jun-16	4.5125
10-Jun-16	4.5110
13-Jun-16	4.5178
14-Jun-16	4.5218

Figura 2.8. Calculul varianței cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel VAR().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Abaterea medie pătratică a seriei este calculată extrăgând rădăcina pătratică a varianței:

$$s_s = \sqrt{s_s^2} = \sqrt{0,00005} = 0,00704 \text{ RON/EUR}$$

Zi	curs
18-May-16	4.4956
19-May-16	4.5026
20-May-16	4.5063
23-May-16	4.5194
24-May-16	4.5114
25-May-16	4.5061
26-May-16	4.5059
27-May-16	4.5074
30-May-16	4.5039
31-May-16	4.5115
1-Jun-16	4.5146
2-Jun-16	4.5216
3-Jun-16	4.5189
6-Jun-16	4.5177
7-Jun-16	4.5078
8-Jun-16	4.5070
9-Jun-16	4.5125
10-Jun-16	4.5110
13-Jun-16	4.5178
14-Jun-16	4.5218

Figura 2.9. Calculul abaterii medii pătratice a cursului oficial leu/euro în perioada 18 mai – 14 iunie 2016 prin funcția Excel STDEV().

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Determinarea abaterii medii pătratice prin funcția Excel STDEV() este prezentată în Figura 2.9.

Vom calcula, în continuare, coeficientul de variație într-o formă procentuală prin intermediul formulei (2.12):

$$v_s\% = \frac{s_s}{\bar{x}_a} \times 100 = \frac{0,00704}{4,5110} \times 100 = 0.156\%$$

3. Indicatori ai asimetriei și boltirii

3.1. Coordonate ale analizei asimetriei și boltirii variabilelor financiare

În domeniul financiar sunt foarte răspândite modelele care pornesc de la premisa că variabilele luate în considerare urmează distribuții probabilistice normale. Curba ce reprezintă funcția densității de probabilități a unei astfel de distribuții are forma unui clopot, unimodală, perfect simetrică și cu o boltire moderată. Partea centrală a acestei curbe conține valorile cu probabilități relevante în timp ce în zona celor două cozi (tails) se află valorile cu probabilități relativ reduse (Figura 3.1.). Evident, în practică, nu toate aceste funcții corespund unor curbe perfect simetrice și cu boltiri moderate. Din acest motiv, analiza asimetriei și boltirii variabilelor financiare reprezintă o componentă importantă a demersului de stabilire dacă premisa distribuțiilor normale (sau a altor distribuții înrudite) poate fi acceptată.

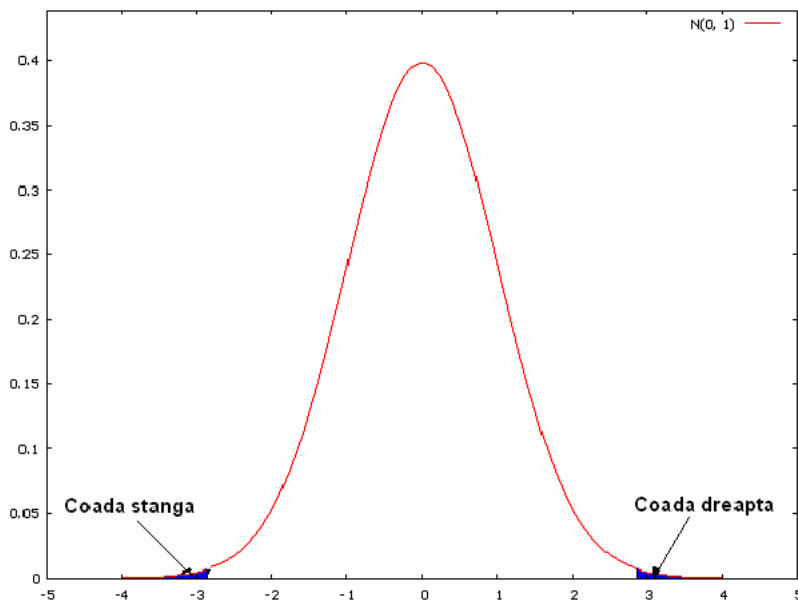


Figura 3.1. Reprezentarea grafică a densității de probabilități pentru o distribuție normală

Cea mai simplă modalitate de apreciere a asimetriei sau boltirii constă în reprezentarea grafică. În condițiile în care probabilitățile pot fi estimate prin intermediul frecvențelor relative, forma unei funcții a densității de probabilități poate fi apreciată, la rândul ei, prin intermediul reprezentării grafice a distribuțiilor de frecvențe. Totuși, pentru o analiză riguroasă se impune utilizarea indicatorilor numerici.

În literatura de specialitate au fost definite două forme ale asimetriei unei serii statistice:

- **asimetrie pozitivă sau de dreapta**, în care predomină valorile mici (la o distribuție unimodală coada dreaptă ocupă o suprafață mai mare decât cea stângă);
- **asimetrie negativă sau de stânga** în care valorile mari sunt mai numeroase decât valorile mici (la o distribuție unimodală coada stângă ocupă o suprafață mai mare decât cea dreaptă).

În Figura 3.2. sunt prezentate trei distribuții unimodale de frecvențe. Distribuția A este apropiată de o simetrie perfectă (media aritmetică, mediana și modul au valori aproximativ egale). Distribuția B are o asimetrie pozitivă în care modul și mediana sunt inferioare mediei aritmetice iar valorile mici sunt mai frecvente decât cele mari.

Distribuția C are o asimetrie negativă în care modul și mediana sunt superioare mediei aritmetice iar valorile mari predomină.

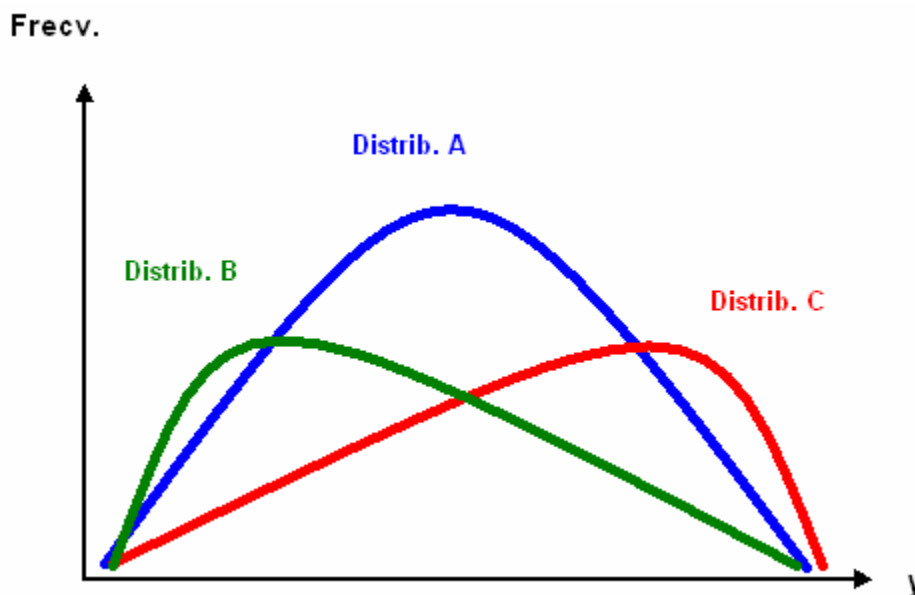


Figura 3.2. Distribuții de frecvențe cu diferite forme ale asimetriei

Analiza asimetriei distribuțiilor randamentelor activelor financiare poate oferi indicii utile pentru estimarea rentabilității investițiilor de portofoliu. În funcție de forma curbei distribuției de frecvențe, tipul de asimetrie poate indica raportul dintre șansele rezultatelor favorabile și nefavorabile.

Din perspectiva boltirii distribuțiile probabilistice pot fi împărțite în trei categorii:

- **distribuții mezokurtice**, cu boltiri similare curbei unei distribuții normale;
- **distribuții leptokurtice**, la care curba densității de frecvențe este mai ascuțită decât cea a unei distribuții normale;
- **distribuții platikurtice**, la care curba densității de frecvențe este mai plată decât cea a unei distribuții normale.

În Figura 3.3. sunt reprezentate cele trei categorii de distribuții. Distribuția A aproximează o distribuție normală, distribuția B este leptokurtică iar distribuția C platikurtică.

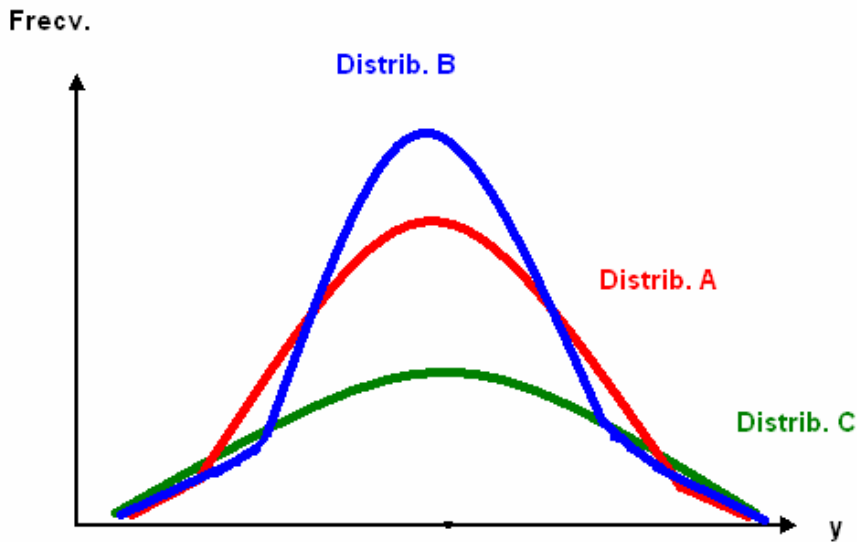


Figura 3.3. Distribuții cu diferite forme ale boltirii

Pentru variabilele financiare, studiul boltirii permite evaluarea șanselor asociate unor valori extreme. În cazul unei distribuții leptokurtice, probabilitățile acestora sunt mai mici decât pentru o distribuție normală. În schimb, pentru o distribuție platikurtică, valorile extreme au șanse de apariție semnificativ mai mari decât în cazul unei distribuții normale.

3.2. Indicatori ai asimetriei și boltirii

3.2.1. Indicatori ai asimetriei

Pentru studiul asimetriei unei serii statistice pot fi utilizate variate mărimi. Vom prezenta în continuare, doi indicatori aplicați frecvent în practică pentru eșantioane:

- coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson tradițional;
- coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat.

Valoarea **coeficientului de asimetrie Fisher – Pearson tradițional** (g_1) se determină prin formula:

$$g_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^3}{n \times s_s^3} \quad (3.1.)$$

Coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat (G_1), indicat pentru eșantioanele de volum redus, este obținut prin aplicarea unor corecții relației (3.1.):

$$G_1 = \frac{n \times \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^3}{(n-1) \times (n-2) \times s_s^3} \quad (3.2.)$$

Această formulă este compatibilă cu funcția Excel SKEW().

Sensul asimetriei este dat de valoarea pozitivă sau negativă a acestor indicatori. O valoare nulă semnifică o simetrie perfectă. Intensitatea asimetriei este cu atât mai mare cu cât valoarea absolută este mai mare (Groeneveld & Meeden, 1984; Doane & Seward, 2011).

3.2.2. Indicatori ai boltirii

Vom prezenta succint, în continuare, trei indicatori utilizați pentru aprecierea boltirii seriilor statistice:

- kurtosis-ul lui Pearson;
- kurtosis-ul lui Fisher;
- kurtosis-ul în exces ajustat.

Kurtosis-ul lui Pearson (β_2) poate servi la încadrarea seriilor statistice în una dintre cele trei categorii: mezokurtice, leptokurtice sau platikurtice. Pentru o populație statistică, acest indicator se determină prin formula:

$$\beta_2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^4}{N \times \sigma_p^4} \quad (3.3.)$$

În raport cu valoarea kurtosis-ului lui Pearson, o serie statistică poate fi repartizată către una dintre cele trei forme de boltire:

- distribuție mezokurtică, atunci când $\beta_2 = 3$;
- distribuție leptokurtică, atunci când $\beta_2 > 3$;
- distribuție platikurtică, atunci când $\beta_2 < 3$.

Kurtosis-ul lui Fisher (γ_2), numit și kurtosis în exces, permite o împărțire a seriilor în cele trei categorii în raport cu valorile nulă, strict pozitivă și strict negativă. Valoarea acestui indicator se obține scăzând trei unități din kurtosis-ul lui Pearson:

$$\gamma_2 = \beta_2 - 3 \quad (3.4.)$$

Clasificarea în cele trei categorii de boltire se realizează astfel:

- distribuție mezokurtică, atunci când $\gamma_2 = 0$;
- distribuție leptokurtică, atunci când $\gamma_2 > 0$;
- distribuție platikurtică, atunci când $\gamma_2 < 0$.

Kurtosis-ul în exces ajustat (g_2), recomandat pentru eșantioane, se calculează prin formula:

$$g_2 = \frac{n \times (n+1) \times \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^4}{(n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times s_s^4} - \frac{3 \times (n-1)^2}{(n-2) \times (n-3)} \quad (3.5.)$$

Acest indicator poate fi determinat și prin funcția Excel KURT(). Valoarea sa este utilizată pentru a încadra seriile statistice în una dintre cele trei forme de boltire în același mod în care este aplicat kurtosis-ul lui Fisher.

Exemplul 3.1.: Analiza asimetriei și boltirii pentru valorile randamentului logaritmice al indicelui DAX în perioada 19 mai – 15 iunie 2016

În Tabelul 3.1. sunt prezentate datele utilizate în cadrul analizei. Întrucât acestea constituie un eșantion de volum redus ($n < 30$) vom utiliza coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat pentru aprecierea asimetriei și kurtosis-ul în exces ajustat pentru caracterizarea boltirii.

Tabelul 3.1. Valori zilnice de închidere și randamente logaritmice ale indicelui DAX în perioada 19 mai – 15 iunie 2016

Nr.	Observații	Valori zilnice de închidere (DAX _i)	Randamente logaritmice (y _i) [%]
1	19-May-16	9795.89	-1.4929
2	20-May-16	9916.02	1.2189
3	23-May-16	9842.29	-0.7463
4	24-May-16	10057.31	2.1611
5	25-May-16	10205.21	1.4599
6	26-May-16	10272.71	0.6592
7	27-May-16	10286.31	0.1323
8	30-May-16	10333.23	0.4551
9	31-May-16	10262.74	-0.6845
10	1-Jun-16	10204.44	-0.5697
11	2-Jun-16	10208.00	0.0349
12	3-Jun-16	10103.26	-1.0314
13	6-Jun-16	10121.08	0.1762
14	7-Jun-16	10287.68	1.6327
15	8-Jun-16	10217.03	-0.6891
16	9-Jun-16	10088.87	-1.2623
17	10-Jun-16	9834.62	-2.5524
18	13-Jun-16	9657.44	-1.8180
19	14-Jun-16	9519.20	-1.4418
20	15-Jun-16	9606.71	0.9151

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

În Tabelul 3.2. sunt prezentate calculele intermediare pentru determinarea celor două mărimi. Începem prin a stabili valoarea mediei aritmetice:

$$\bar{y}_a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{-3,4430}{20} = -0.1722\%$$

Calculăm, în continuare, varianța eșantionului:

$$s_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^2}{n-1} = \frac{30,4987}{20-1} = 1.6052(\%)^2$$

Extrăgând rădăcina pătrată din varianță obținem abaterea medie pătratică a eșantionului:

$$s_s = \sqrt{s_s^2} = \sqrt{1,6052} = 1,2670\%$$

Tabelul 3.2. Calcule intermediare pentru determinarea unor indicatori ai asimetriei și boltirii

Nr.	(y_i) [%]	$(y_i - \bar{y}_a)$ [%]	$(y_i - \bar{y}_a)^2$ [(%) ²]	$(y_i - \bar{y}_a)^3$ [(%) ³]	$(y_i - \bar{y}_a)^4$ [(%) ⁴]
(0)	(1)	(2)	(3)=(2) ²	(4)=(2) ³	(5)=(2) ⁴
1	-1,4929	-1,3208	1,7444	-2,3039	3,0429
2	1,2189	1,3910	1,9349	2,6916	3,7440
3	-0,7463	-0,5742	0,3297	-0,1893	0,1087
4	2,1611	2,3333	5,4442	12,7029	29,6394
5	1,4599	1,6320	2,6635	4,3468	7,0941
6	0,6592	0,8314	0,6912	0,5747	0,4778
7	0,1323	0,3045	0,0927	0,0282	0,0086
8	0,4551	0,6273	0,3934	0,2468	0,1548
9	-0,6845	-0,5124	0,2625	-0,1345	0,0689
10	-0,5697	-0,3975	0,1580	-0,0628	0,0250
11	0,0349	0,2070	0,0429	0,0089	0,0018
12	-1,0314	-0,8592	0,7382	-0,6343	0,5450
13	0,1762	0,3484	0,1214	0,0423	0,0147
14	1,6327	1,8048	3,2574	5,8790	10,6105
15	-0,6891	-0,5170	0,2672	-0,1382	0,0714
16	-1,2623	-1,0902	1,1884	-1,2956	1,4124
17	-2,5524	-2,3803	5,6656	-13,4855	32,0990
18	-1,8180	-1,6459	2,7089	-4,4585	7,3381
19	-1,4418	-1,2696	1,6120	-2,0466	2,5984
20	0,9151	1,0873	1,1821	1,2853	1,3974
Total	-3,4430	0,0000	30,4987	3,0571	100,4529
Simbol pentru total	$\sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^2$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^3$	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^4$

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Aplicând relația (3.2.) determinăm coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat:

$$G_1 = \frac{n \times \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^3}{(n-1) \times (n-2) \times s_s^3} = \frac{20 \times 3,0571}{(20-1) \times (20-2) \times (1,2670)^3} = 0.0879$$

Figura 3.4. Determinarea coeficientului de asimetrie Fisher – Pearson ajustat prin intermediul funcției Excel SKEW()

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nr.	Zi	DAX	r_DAX			
2	1	19-May-16	9795.89	-1.4929		=SKEW(D2:D21)	
3	2	20-May-16	9916.02	1.2189			
4	3	23-May-16	9842.29	-0.7463			
5	4	24-May-16	10057.31	2.1611			
6	5	25-May-16	10205.21	1.4599			
7	6	26-May-16	10272.71	0.6592			
8	7	27-May-16	10286.31	0.1323			
9	8	30-May-16	10333.23	0.4551			
10	9	31-May-16	10262.74	-0.6845			
11	10	1-Jun-16	10204.44	-0.5697			
12	11	2-Jun-16	10208.00	0.0349			
13	12	3-Jun-16	10103.26	-1.0314			
14	13	6-Jun-16	10121.08	0.1762			
15	14	7-Jun-16	10287.68	1.6327			
16	15	8-Jun-16	10217.03	-0.6891			
17	16	9-Jun-16	10088.87	-1.2623			
18	17	10-Jun-16	9834.62	-2.5524			
19	18	13-Jun-16	9657.44	-1.8180			
20	19	14-Jun-16	9519.20	-1.4418			
21	20	15-Jun-16	9606.71	0.9151			

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

În Figura 3.4. este prezentat calculul coeficientului de asimetrie Fisher – Pearson ajustat prin intermediul funcției Excel SKEW().

Valoarea acestuia indică o asimetrie pozitivă.

Determinăm, în continuare valoarea kurtosis-ului în exces ajustat aplicând formula de (3.5.):

$$g_2 = \frac{n \times (n+1) \times \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_a)^4}{(n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times s_s^4} - \frac{3 \times (n-1)^2}{(n-2) \times (n-3)} =$$

$$= \frac{20 \times (20 + 1) \times 100,4529}{(20 - 1) \times (20 - 2) \times (20 - 3) \times (1,2670)^4} - \frac{3 \times (20 - 1)^2}{(20 - 2) \times (20 - 3)} = -0.7229$$

Figura 3.5. Determinarea kurtosis-ului în exces ajustat prin intermediul funcției Excel KURT()

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nr.	Zi	DAX	r_DAX			
2	1	19-May-16	9795.89	-1.4929		0.087908	
3	2	20-May-16	9916.02	1.2189			
4	3	23-May-16	9842.29	-0.7463			
5	4	24-May-16	10057.31	2.1611		=KURT(D2:D21)	
6	5	25-May-16	10205.21	1.4599			
7	6	26-May-16	10272.71	0.6592			
8	7	27-May-16	10286.31	0.1323			
9	8	30-May-16	10333.23	0.4551			
10	9	31-May-16	10262.74	-0.6845			
11	10	1-Jun-16	10204.44	-0.5697			
12	11	2-Jun-16	10208.00	0.0349			
13	12	3-Jun-16	10103.26	-1.0314			
14	13	6-Jun-16	10121.08	0.1762			
15	14	7-Jun-16	10287.68	1.6327			
16	15	8-Jun-16	10217.03	-0.6891			
17	16	9-Jun-16	10088.87	-1.2623			
18	17	10-Jun-16	9834.62	-2.5524			
19	18	13-Jun-16	9657.44	-1.8180			
20	19	14-Jun-16	9519.20	-1.4418			
21	20	15-Jun-16	9606.71	0.9151			

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

În Figura 3.5. este prezentat modul de calcul al acestei mărimi prin intermediul funcției Excel KURT().

Valoarea indicatorului sugerează o boltire platikurtică.

4. Aplicație rezolvată: Comparăție între randamentele logaritmice ale acțiunilor companiilor *Intel Corporation* și *Apple Inc.* din perioada 12 Mai – 10 Iunie 2016

În Tabelul 4.1. sunt prezentate valorile utilizate în cadrul comparației. Această serie multidimensională are doar 20 de observații, ceea ce indică un eșantion de volum redus. Reprezentarea grafică a evoluției randamentelor logaritmice sugerează, pentru ambele randamente, evoluții complexe, în care pierderile și câștigurile alternează (Figura 4.1.). Volatilitatea este semnificativă pentru ambele variabile. Totuși, reprezentarea grafică nu permite o comparație riguroasă între cele două variabile.

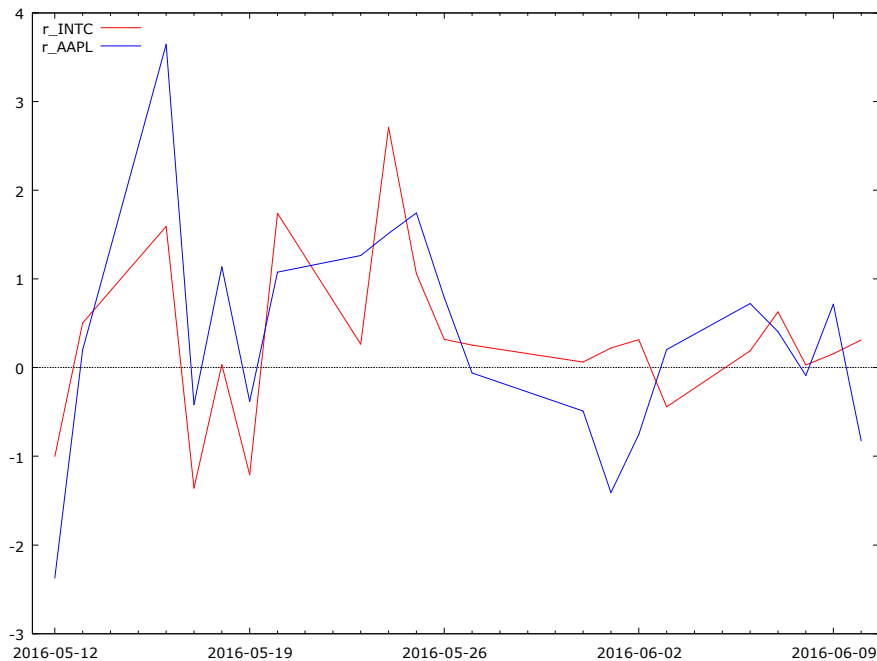


Figura 4.1. Evoluția randamentele logaritmice ale acțiunilor companiilor *Intel Corporation* și *Apple Inc.* din perioada 12 Mai – 10 Iunie 2016.

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Vom utiliza, în această aplicație, opțiunea „*Data Analysis*” din pachetul de instrumente „*Analysis ToolPak*” al programului Excel care facilitează calculul rapid al unor indicatori importanți ai statisticii descriptive pentru o serie simplă care prezintă valorile unui eșantion:

- media aritmetică, cu denumirea „Mean”;
- mediana, cu denumirea „Median”;
- modul, cu denumirea „Mode”;
- varianța, cu denumirea „Sample Variance”;
- abaterea medie pătratică, cu denumirea „Standard Deviation”;
- valoarea minimă, cu denumirea „Minimum”;
- valoarea maximă, cu denumirea „Maximum”;
- amplitudinea, cu denumirea „Range”;
- kurtosis-ul în exces ajustat, cu denumirea „Kurtosis”;
- coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat, cu denumirea „Skewness”;
- numărul de observații, cu denumirea „Count”.

Sunt calculați, de asemenea, unii indicatori ai statisticii inferențiale care nu fac obiectul acestei lucrări.

Menționăm că, la o primă folosire, pachetul de instrumente „*Analysis ToolPak*” trebuie activat în prealabil iar metodele de inițializare se diferențiază în raport cu versiunile programului Excel. Vom prezenta, în continuare, etapele de activare pentru versiunile Excel 2007 și a celor ulterioare :

- se aplică un click asupra Butonului „*Office*” (pentru versiunea 2007) sau asupra opțiunii „*File*” (pentru versiunile ulterioare), ceea ce va activa fereastra de dialog „*Excel Options*”;

- în fereastra „Excel Options” marcăm rubricile „Add-Ins” și „Analysis ToolPak” după care aplicăm un click rubricii „Go”, ceea ce va deschide fereastra de dialog „Add-Ins”;
- în fereastra „Add-Ins” marcăm rubrica „Analysis ToolPak” după care aplicăm un click rubricii „OK”;
- verificăm dacă în cadrul opțiunii „Data” a apărut rubrica „Data Analysis” .

Tabelul 4.1. Valorile zilnice de închidere și randamentele logaritmice ale acțiunilor companiilor *Intel Corporation* și *Apple Inc.* din perioada 12 Mai – 10 Iunie 2016.

Nr.	Observații	Valori zilnice de închidere Intel ($INTC_i$)	Valori zilnice de închidere Apple ($AAPL_i$)	Randamente logaritmice Intel (r_INTC_i) [%]	Randamente logaritmice Apple (r_AAPL_i) [%]
1	12-May-16	29,76	90,34	-1,00	-2,37
2	13-May-16	29,91	90,52	0,50	0,20
3	16-May-16	30,39	93,88	1,59	3,64
4	17-May-16	29,98	93,49	-1,36	-0,42
5	18-May-16	29,99	94,56	0,03	1,14
6	19-May-16	29,63	94,2	-1,21	-0,38
7	20-May-16	30,15	95,22	1,74	1,08
8	23-May-16	30,23	96,43	0,26	1,26
9	24-May-16	31,06	97,9	2,71	1,51
10	25-May-16	31,39	99,62	1,06	1,74
11	26-May-16	31,49	100,41	0,32	0,79
12	27-May-16	31,57	100,35	0,25	-0,06
13	31-May-16	31,59	99,86	0,06	-0,49
14	1-Jun-16	31,66	98,46	0,22	-1,41
15	2-Jun-16	31,76	97,72	0,32	-0,75
16	3-Jun-16	31,62	97,92	-0,44	0,20
17	6-Jun-16	31,68	98,63	0,19	0,72
18	7-Jun-16	31,88	99,03	0,63	0,40
19	8-Jun-16	31,89	98,94	0,03	-0,09
20	9-Jun-16	31,94	99,65	0,16	0,72
21	10-Jun-16	32,04	98,83	0,31	-0,83

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

După activarea componentei „Data Analysis” selectăm, din fereastra de dialog cu aceeași denumire, opțiunea „Descriptive Statistics” după care aplicăm un „click” asupra rubricii „OK” (Figura 4.2.).

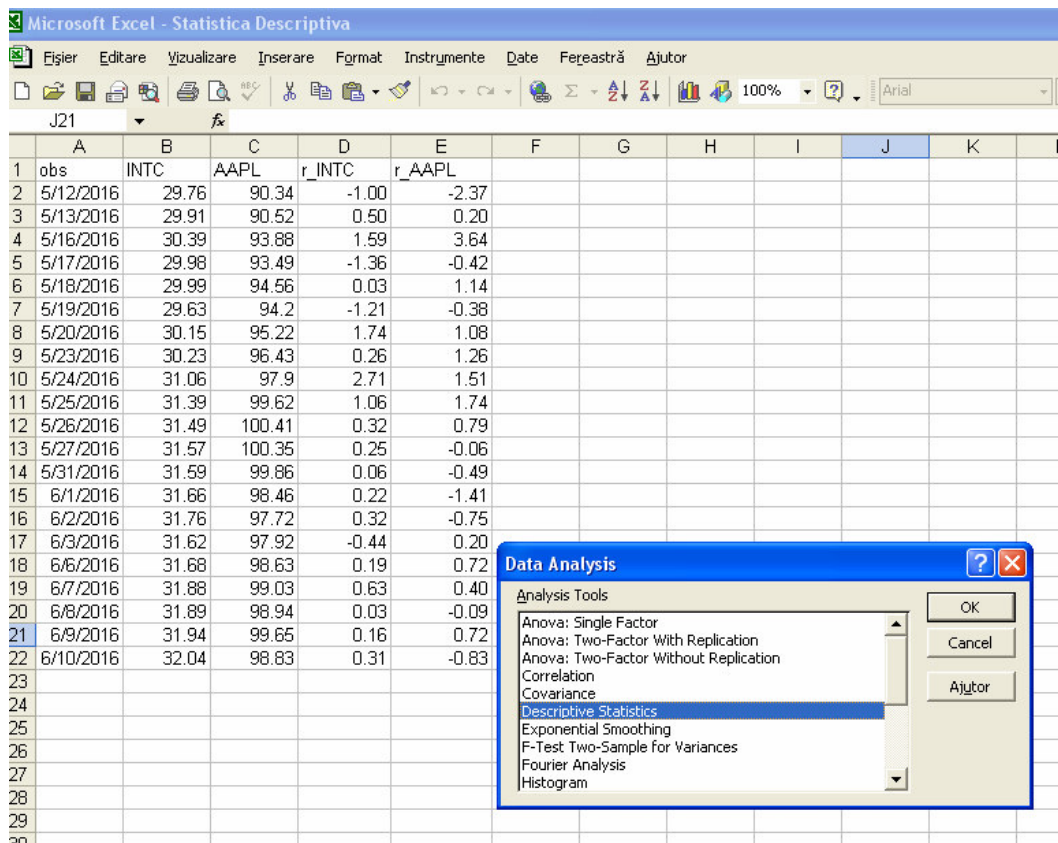


Figura 4.2. Alegerea opțiunii „Descriptive Statistics” din pachetul de instrumente „Data Analysis”

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Se deschide o fereastră de dialog pe care o completăm astfel :

- la rubrica „Input Range:” selectăm celulele (inclusiv etichetele r_INTC și r_AAPL) aferente celor două variabile;
- păstrăm opțiunea implicită a grupării datelor pe coloane (*Grouped By: Columns*);
- marcăm opțiunea „Labels in first row” deoarece au fost selectate și etichetele variabilelor;
- stabilim locul în care vor fi prezentate rezultatele alegând una dintre rubricile:
 - i. „Output Range” (dacă dorim ca valorile calculate să apară în foaia de calcul prezentă; în acest caz trebuie să precizăm și celulele unde vor figura rezultatele);
 - ii. „New Worksheet Ply” (cea mai simplă variantă, prin care rezultatele sunt prezentate într-o foaie de lucru specială, căreia trebuie să îi dăm o denumire; am ales: „SD Intel & Apple”);
 - iii. „New Workbook” (dacă dorim ca rezultatele să apară într-un nou registru Excel);
- marcăm opțiunea „Summary Statistics” prin care vor fi calculate valorile principalilor indicatori ai statisticii descriptive.

După aceste operațiuni vom aplica un click rubricii „OK” (Figura 4.3.).

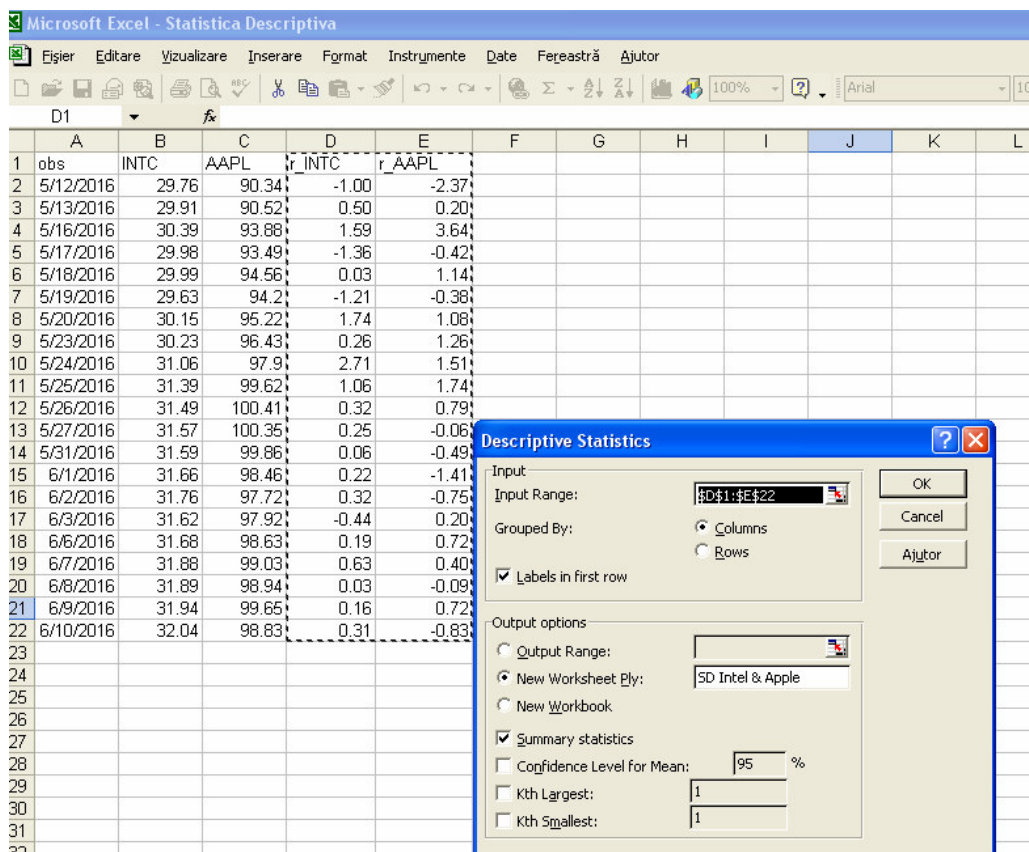


Figura 4.3. Completarea ferestrei de dialog „Descriptive Statistics”

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

În Tabelul 4.2. sunt prezentate valorile indicatorilor statisticii descriptive determinați prin componenta „Data Analysis”

Tabelul 4.2. Indicatori ai statisticii descriptive determinați prin componenta „Data Analysis” a programului Excel

Nr.	Indicator	r_INTC	r_AAPL
1	Media aritmetică	0.303761	0.314688
2	Mediana	0.253727	0.204454
3	Modul	x	x
4	Varianța	0.888961	1.596387
5	Abaterea medie pătratică	0.942847	1.263482
6	Coeficientul de variație în formă procentuală	310.39%	401.50%
7	Kurtosis-ul în exces ajustat	1.352586	1.68548
8	Coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat	0.57543	0.410723
9	Valoarea minimă	-1.35831	-2.37365
10	Valoarea maximă	2.708598	3.644655
11	Amplitudinea absolută	4.066906	6.018303

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Pentru cele două variabile nu a fost identificat modul deoarece nu există o valoare care să se fi repetat. Valorile coeficienților de variație în formă procentuală, pe care componenta „Descriptive Statistics” nu i-a determinat, sunt calculați pe baza relației (2.12). În Figura 4.4. este prezentat calculul coeficientului de variație pentru variabila r_AAPL .

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	r_INTC		r_AAPL					
2								
3	Mean	0.303761	Mean	0.314688		Coeficient de variație r_INTC	310.3911	
4	Standard Error	0.205746	Standard Error	0.275714				
5	Median	0.253727	Median	0.204454		Coeficient de variație r_AAPL	=100*D7/D3	
6	Mode	#N/A	Mode	#N/A				
7	Standard Deviation	0.942847	Standard Deviation	1.263482				
8	Sample Variance	0.888961	Sample Variance	1.596387				
9	Kurtosis	1.352586	Kurtosis	1.68548				
10	Skewness	0.57543	Skewness	0.410723				
11	Range	4.066906	Range	6.018303				
12	Minimum	-1.35831	Minimum	-2.37365				
13	Maximum	2.708598	Maximum	3.644655				
14	Sum	6.37898	Sum	6.608445				
15	Count	21	Count	21				
16								
17								
18								

Figura 4.4. Determinarea coeficientului de variație pentru randamentele logaritmice ale companiei *Apple Inc.* din perioada 12 Mai – 10 Iunie 2016

Sursa valorilor zilnice de închidere: <http://finance.yahoo.com>

Pe baza valorilor indicatorilor statisticii descriptive prezentați în Tabelul 4.2. poate fi realizată o comparație între cele două variabile. Pentru ambele companii media aritmetică a randamentelor logaritmice a avut valori pozitive, ceea ce sugerează, pe ansamblu, o perioadă rentabilă (totuși, aceste randamente ar trebui comparate și cu cele ale unor indici ai Burselor din New York). Randamentele AAPL au fost, în medie, mai mari decât cele INTC. În schimb, valorile coeficientului de variație în formă procentuală sugerează o volatilitate mai mare (și, implicit, un risc mai mare) a randamentelor AAPL în comparație cu cele ale INTC. De asemenea, amplitudinea absolută a randamentelor AAPL este mai mare decât cea a randamentelor INTC. Ambele distribuții au o asimetrie pozitivă, mai pronunțată în cazul randamentelor INTC. Coeficientul de asimetrie Fisher – Pearson ajustat indică, pentru ambele variabile, o distribuție leptokurtică, mai ascuțită în cazul randamentelor AAPL.

Bibliografie

Aadland, D. (2002). Detrending time-aggregated data. *Economics Research Institute Study Paper*, 5, 1. <ftp://129.123.19.10/RePEc/usu/pdf/ERI2002-05.pdf>

Agarwal, P., Borgman, R., Clark, J. M., & Strong, R. (2010). Using the Price-to-Earnings Harmonic Mean to Improve Firm Valuation Estimates. *Journal of Financial Education*, 98-110.

Baillie, R. T., & DeGennaro, R. P. (1990). Stock returns and volatility. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25(02), 203-214.

<https://msu.edu/user/baillie/JFOA.1990.pdf>

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1, 223-236.

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.480.6085&rep=rep1&type=pdf>

Croitoru, L. (2012). *Politica Monetară: Ipostaze Neconvenționale*, Editura Curtea Veche, Bucuresti.

DeCarlo, L. T. (1997). On the meaning and use of kurtosis. *Psychological Methods*, 2(3), 292. <http://www.columbia.edu/~ld208/psymeth97.pdf>

Doane, D. P., & Seward, L. E. (2011). Measuring skewness: a forgotten statistic. *Journal of Statistics Education*, 19(2), 1-18.

<http://www.amstat.org/publications/jse/v19n2/doane.pdf>

Doane, D. P., & Seward, L. E. (2013). *Applied statistics in business and economics. Fourth Edition*, McGraw-Hill/Irwin, New York.

French, K. R., Schwert, G. W., & Stambaugh, R. F. (1987). Expected stock returns and volatility. *Journal of Financial Economics*, 19(1), 3-29.

<http://schwert.ssb.rochester.edu/fss.pdf>

Groeneveld, R.A. & Meeden, G. (1984). Measuring skewness and kurtosis. *The Statistician*, 33, 391-399.

Kaepfel, J. (2009). *Seasonal stock market trends*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139-162.

<http://www.ccee.edu.uy/ensenian/catmetec/material/Plosser.PDF>

Poon, S. H., & Granger, C. W. (2003). Forecasting volatility in financial markets: A review. *Journal of Economic Literature*, 41(2), 478-539.

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.334.6366&rep=rep1&type=pdf>

Schwert, G. W. (1989). Why does stock market volatility change over time?. *The Journal of Finance*, 44(5), 1115-1153. <http://schwert.ssb.rochester.edu/jfin89.pdf>

Sewell, M. (2011). Characterization of financial time series. *UCL Department of Computer Science*, Research Note RN/11/1. http://www.cs.ucl.ac.uk/fileadmin/UCL-CS/images/Research_Student_Information/RN_11_01.pdf

Shiller, R. J. (1988). Causes of changing financial market volatility. *Proceedings – Economic Policy Symposium*, Federal Reserve Bank of Kansas City, 1-32. <https://www.kansascityfed.org/publicat/sympos/1988/s88shill.pdf>

Ștefănescu, R., & Dumitriu, R. (2010). *Bazele Statisticii*. Editura Europlus, Galați.

Ștefănescu, R., & Dumitriu, R. (2015). Conținutul analizei seriilor de timp financiare. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2672628>

Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series. Second Edition*. John Wiley & Sons.

Watson, M. W. (1986). Univariate detrending methods with stochastic trends. *Journal of monetary economics*, 18(1), 49-75. https://www.princeton.edu/~mwatson/papers/Watson_JME_1986.pdf

Wegner, T. (2007). *Applied Business Statistics: Methods and Excel-based applications. Second Edition*. Juta & Co. Ltd., Cape Town.

Weiers, R. (2011). *Introduction to Business Statistics*. Seventh Edition. Cengage Learning.