Diktat Kuliah
Mekanika Teknik (Statika Struktur)

Disusun oleh:
Agustinus Purna Irawan

Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik
Universitas Tarumanagara

Januari 2007

Kata Pengantar

Mekanika Teknik/Statika Struktur merupakan matakuliah dasar perancangan teknik yang dipelajari oleh mahasiswa Program Studi Teknik Mesin dan Teknik Industri. Tujuan pembelajaran matakuliah ini adalah mahasiswa mampu menerapkan prinsip-prinsip dasar mekanika teknik yang berkaitan dengan sistem gaya, konsep benda tegar, konsep kesimbangan, konsep gaya dalam dan konsep gesekan untuk menghitung dan merancang konstruksi sederhana dalam bidang mekanika teknik statis tertentu.

Untuk mencapai tujuan tersebut, perlu disiapkan bahan ajar yang dapat dijadikan acuan oleh mahasiswa dalam proses pembelajaan. Diktat ini disusun dengan tujuan memberikan panduan mahasiswa dalam proses pembelajaran, sehingga lebih terarah. Diharapkan melalui diktat ini, mahasiswa lebih mampu untuk memahami konsep-konsep dasar Mekanika Teknik Statis Tertentu.

Penulis menyadari bahwa Diktat ini masih perlu penyempurnaan terus menerus. Penulis sangat berharap masukan dari para Pembaca, untuk proses perbaikan dan penyempurnaan diktat ini sehingga menjadi lebih bermutu. Selamat membaca.

Jakarta, Januari 2007
Penulis

Agustinus Purna Irawan

Daftar Isi

Kata Pengantar	ii
Daftar Isi	iii
Rencana Pembelajaran	iv
Bab 1 Pendahuluan	1
Bab 2 Statika Benda Tegar	8
Bab 3 Konsep Keseimbangan	13
Bab 4 Aplikasi Konsep Keseimbangan	20
Bab 5 Struktur Portal	30
Bab 6 Konstruksi Rangka Batang (Metode Titik Simpul)	37
Bab 7 Konstruksi Rangka Batang (Metode Potongan)	46
Bab 8 Momen Inersia Massa	53
Bab 9 Penerapan Momen Inersia	64
Bab 10 Gesekan	70
Bab 11 Aplikasi Analisis Gesekan	79
Daftar Pustaka	88

Rencana Pembelajaran

Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti matakuliah Mekanika Teknik, mahasiswa mampu menerapkan prinsip-prinsip dasar Mekanika Teknik yang berkaitan dengan sistem gaya, konsep benda tegar, konsep kesimbangan, konsep gaya dalam dan konsep gesekan untuk menghitung dan merancang konstruksi sederhana dalam bidang Mekanika Teknik Statis Tertentu.

Kisi-kisi Materi

1. Pendahuluan
2. Statika Benda Tegar
3. Konsep Keseimbangan
4. Aplikasi Konsep Keseimbangan
5. Struktur Portal
6. Konstruksi Rangka Batang (Metode Titik Simpul)
7. Konstruksi Rangka Batang (Metode Potongan)
8. UTS
9. Analisis Gaya Dalam
10. Aplikasi Gaya Dalam : NFD, SFD, BMD
11. Momen Inersia Massa
12. Analisis Gesekan
13. Aplikasi Analisis Gesekan
14. Review Materi Kuliah
15. UAS

Buku Referensi

1. Beer, Ferdinand P. E. Russell Johnston, Jr. *Mechanics of Materials*. Second Edition. McGraw-Hill Book Co. Singapore. 1985.
2. Beer, Ferdinand P., E. Russell Johnston. *Vector Mechanics for Engineers : STATICS.* 2nd edition. McGraw Hill. New York. 1994.
3. El Nashie M. S. *Stress, Stability and Chaos in Structural Analysis: An Energy Approach.* McGraw-Hill Book Co. London. 1990.
4. Ghali. A. M. Neville. *Structural Analysis. An Unified Classical and Matrix Approach*. Third Edition. Chapman and Hall. New York. 1989.
5. Kamarwan, Sidharta S. *STATIKA Bagian Dari Mekanika Teknik.* edisi ke-2. Penerbit Universitas Indonesia. Jakarta. 1995.
6. Khurmi, R.S. J.K. Gupta. *A Textbook of Machine Design.* S.I. Units. Eurasia Publishing House (Pvt) Ltd. New Delhi. 2004.
7. Khurmi, R.S. *Strenght Of Materials.* S. Chand & Company Ltd. New Delhi. 2001.
8. Popov, E.P. *Mekanika Teknik*. Terjemahan Zainul Astamar. Penerbit Erlangga. Jakarta. 1984.

9. Shigly, Joseph Edward. *Mechanical Engineering Design.* Fifth Edition. McGraw-Hill Book Co. Singapore. 1989.
10. Singer, Ferdinand L. *Kekuatan Bahan***.** Terjemahan Darwin Sebayang. Penerbit Erlangga. Jakarta. 1995.
11. Spiegel, Leonard, George F. Limbrunner, *Applied Statics And Strength Of Materials.* 2nd edition. Merrill Publishing Company. New York. 1994.
12. Timoshenko, S.,D.H. Young. *Mekanika Teknik.* Terjemahan, edisi ke-4, Penerbit Erlangga. Jakarta. 1996.

Sistem Penilaian

1. Kehadiran
2. Tugas/PR/Kuis
3. UTS
4. UAS

BAB 1
PENDAHULUAN

Mekanika:
Ilmu yang mempelajari dan meramalkan kondisi benda diam atau bergerak akibat pengaruh gaya yang bereaksi pada benda tersebut.

Dibedakan:
1. Mekanika benda tegar (mechanics of rigid bodies)
2. Mekanika benda berubah bentuk
   (mechanics of deformable)
3. Mekanika fluida (mechanics of fluids)

Mekanika benda tegar:
- Statika : mempelajari benda dalam keadaan diam.
- Dinamika : mempelajari benda dalam keadaan bergerak.

Pada benda tegar tidak pernah benar-benar tegar, melainkan tetap mengalami deformasi akibat beban yang diterima tetapi umumnya deformasi kecil, sehingga tidak mempengaruhi kondisi keseimbangan atau gerakan struktur yang ditinjau maka diabaikan.

Fokus Mekanika Teknik (I):
Mempelajari benda tegar dalam keadaan diam

<u>Prinsip Dasar (6 hukum utama)</u>

1. Hukum Paralelogram
- Dua buah gaya yang bereaksi pada suatu partikel, dapat digantikan dengan satu gaya (gaya resultan) yang diperoleh dengan menggambarkan diagonal jajaran genjang dengan sisi kedua gaya tersebut.
- Dikenal juga dengan **<u>Hukum Jajaran Genjang</u>**

2. Hukum Transmisibilitas Gaya)

Kondisi keseimbangan atau gerak suatu benda tegar tidak akan berubah jika gaya yang bereaksi pada suatu titik diganti dengan gaya lain yang sama besar dan arahnya tapi bereaksi pada titik berbeda, asal masih dalam garis aksi yang sama.

Dikenal dengan **<u>Hukum Garis Gaya</u>**

3. Hukum I Newton :

Bila resultan gaya yang bekerja pada suatu partikel sama dengan nol (tidak ada gaya), maka partikel diam akan tetap diam dan atau partikel bergerak akan tetap bergerak dengan kecepatan konstan.

Dikenal dengan **<u>Hukum Kelembaman</u>**

4. Hukum II Newton :

Bila resultan gaya yang bekerja pada suatu partikel tidak sama dengan nol partikel tersebut akan memperoleh percepatan sebanding dengan besarnya gaya resultan dan dalam arah yang sama dengan arah gaya resultan tersebut. Jika F diterapkan pada massa m, maka berlaku:

$$\Sigma \mathbf{F = m \cdot a}$$

5. Hukum III Newton :

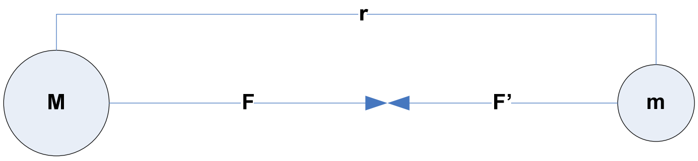
Gaya aksi dan reaksi antara benda yang berhubungan mempunyai besar dan garis aksi yang sama, tetapi arahnya berlawanan.

Aksi = Reaksi

6. Hukum Gravitasi Newton :

Dua partikel dengan massa M dan m akan saling tarik menarik yang sama dan berlawanan dengan gaya F dan F' , dimana besar F dinyatakan dengan :

$$F = G \frac{M \bullet m}{r^2}$$



G : kostanta gravitasi
r : jarak M dan m

<u>Sistem Satuan</u>

Mengacu pada Sistem Internasional (SI)

- Kecepatan : m/s
- Gaya : N
- Percepatan : m/s^2
- Momen : N m atau Nmm
- Massa : kg
- Panjang : m atau mm
- Daya : W
- Tekanan : N/m^2 atau pascal (Pa)
- Tegangan : N/mm^2 atau MPa
- dll

Simbol Satuan

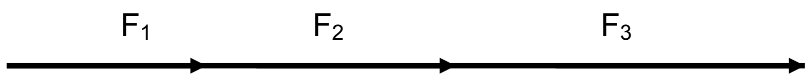
Faktor Pengali	Pengali	Awalan	Simbol
1 000 000 000 000	10^{12}	tera	T
1 000 000 000	10^{9}	giga	G
1 000 000	10^{6}	mega	M
1 000	10^{3}	kilo	k
100	10^{2}	hekto	h
10	10^{1}	deka	da
0,1	10^{-1}	desi	d
0,01	10^{-2}	senti	c
0,001	10^{-3}	mili	m
0,000001	10^{-6}	mikro	μ
0,000 000 001	10^{-9}	nano	n
0,000 000 000 001	10^{-12}	piko	p
0,000 000 000 000 001	10^{-15}	femto	f
0,000 000 000 000 000 001	10^{-18}	atto	a

Sistem Gaya

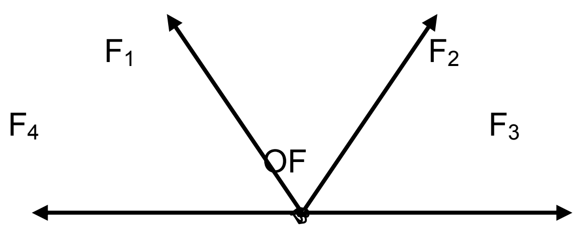
- Gaya merupakan aksi sebuah benda terhadap benda lain dan umumnya ditentukan oleh titik tangkap (kerja), besar dan arah.
- Sebuah gaya mempunyai besar, arah dan titik tangkap tertentu yang digambarkan dengan anak panah. Makin panjang anak panah maka makin besar gayanya.

Jenis Gaya

1. **Gaya Kolinier :**
   gaya-gaya yang garis kerjanya terletak pada satu garis lurus



2. **Gaya Konkuren :**
   gaya-gaya yang garis kerjanya berpotongan pada satu titik.

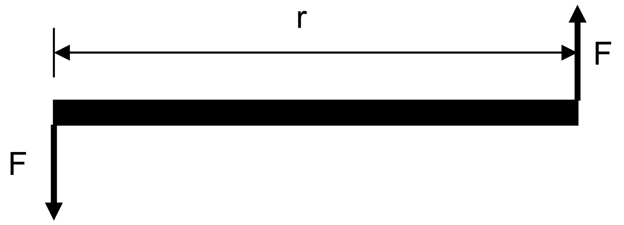


3. **Gaya Koplanar :**
   gaya-gaya yang garis kerjanya terletak pada satu bidang

4. Gaya Kopel :

Sepasang gaya yang sejajar sama besar dan berlawanan arah yang bekerja pada suatu batang (benda), akan menimbulkan menimbulkan kopel (momen) pada batang tersebut.

$M = F \times r$ dengan F adalah gaya dan r adalah jarak antar gaya

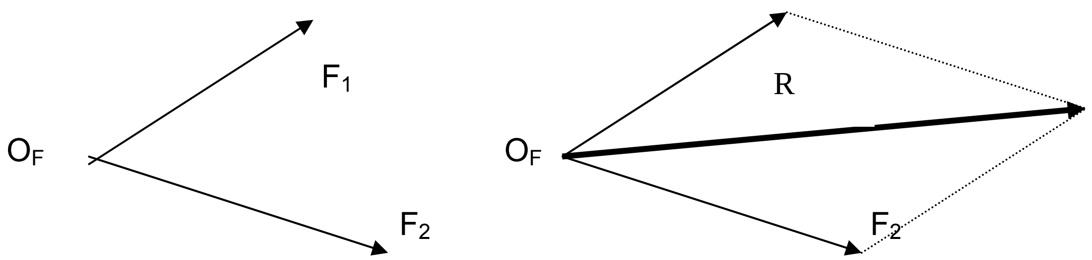


Resultan Gaya

Sebuah gaya yang menggantikan 2 gaya atau lebih yang mengakibatkan pengaruh yang sama terhadap sebuah benda, dimana gaya-gaya itu bekerja disebut dengan **resultan gaya.**

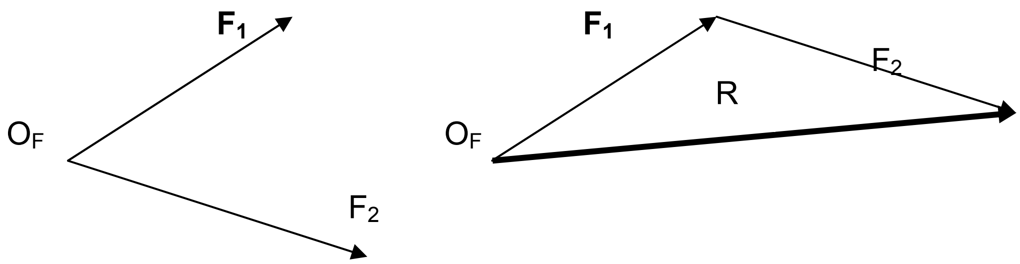
Metode untuk mencari resultan gaya :

1. Metode jajaran genjang (Hukum Paralelogram)

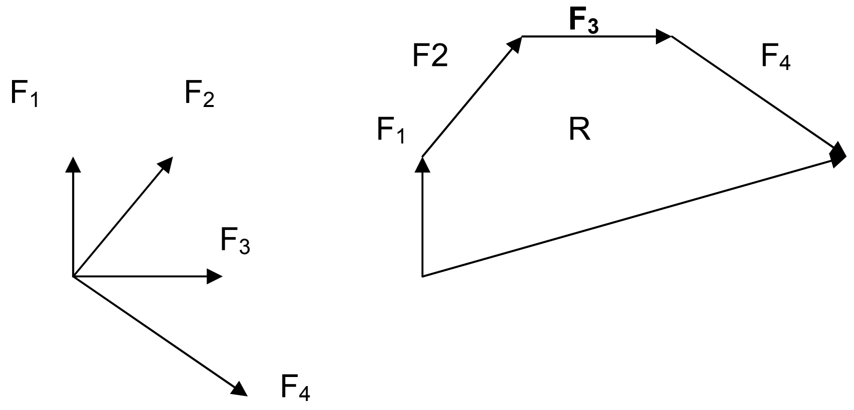


Metode jajaran genjang dengan cara membentuk bangun jajaran genjang dari dua gaya yang sudah diketahui sebelumnya. Garis tengah merupakan R gaya.

2. Metode Segitiga



3. Metode Poligon Gaya



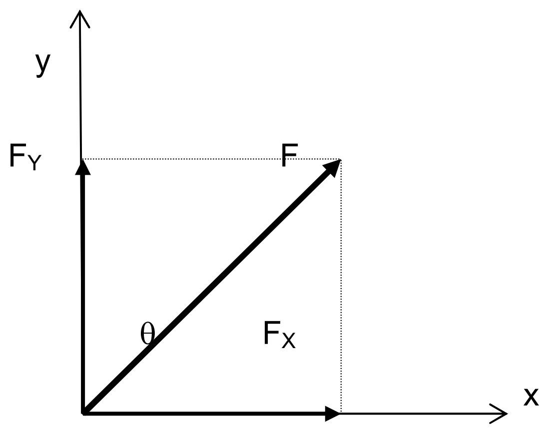
CATATAN

- Penggunaan metode segitiga dan poligon gaya, gaya-gaya yang dipindahkan harus mempunyai **besar, arah dan posisi yang sama** dengan **sebelum dipindahkan.**

- Untuk menghitung besarnya R dapat dilakukan secara grafis (diukur) dengan skala gaya yang telah ditentukan sebelumnya.

Komponen Gaya

Gaya dapat diuraikan menjadi komponen vertikal dan horizontal atau mengikuti sumbu x dan y.
F_X adalah gaya horisontal, sejajar sumbu x
F_Y adalah gaya vertikal, sejajar sumbu y



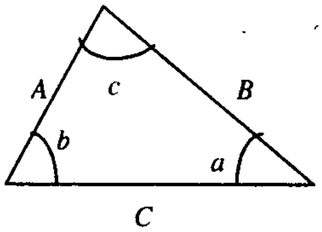
θ : sudut kemiringan gaya
$F_x = F \cos \theta$
$F_y = F \sin \theta$
$\sin \theta = \dfrac{Fy}{F}$
$\cos \theta = \dfrac{Fx}{F}$
$\text{tg}\ \theta = \dfrac{Fy}{Fx}$

- $F = \sqrt{Fx^2 + Fy^2}$

Jika terdapat beberapa gaya yang mempunyai komponen x dan y, maka resultan gaya dapat dicari dengan menjumlahkan gaya-gaya dalam komponen x dan y.

$$\mathbf{R_X = \sum F_X}$$
$$\mathbf{R_Y = \sum F_Y}$$

Aturan Segitiga :



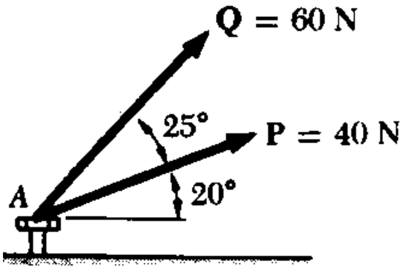
Hukum cosinus

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

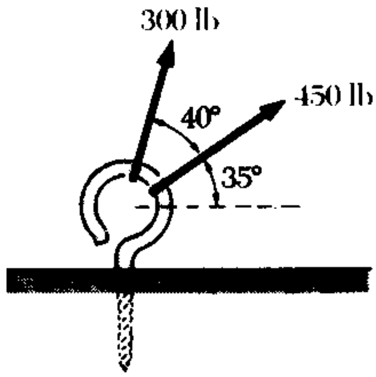
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\ \cos\ c}$$

Soal latihan dikerjakan dan dikumpulkan

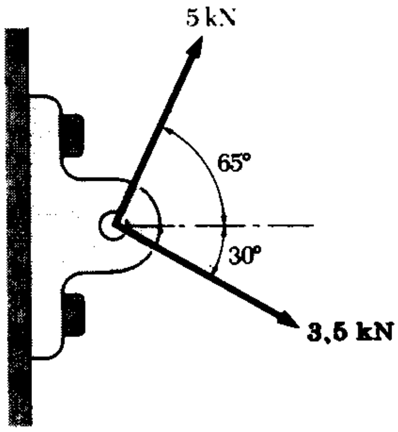
1. Tentukan resultan dari gaya-gaya berikut dengan metode grafis dan analisis.



(a)

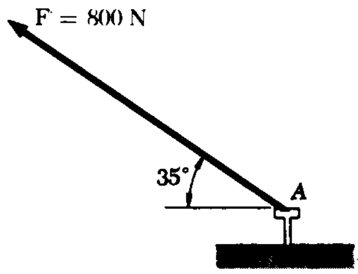


(b)

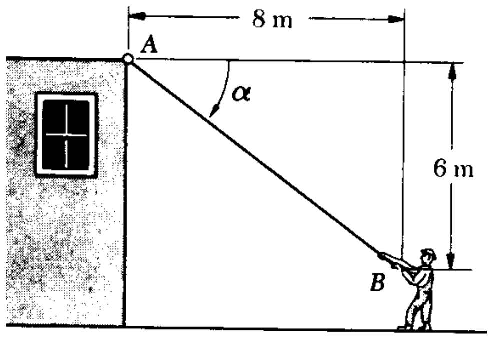


(c)

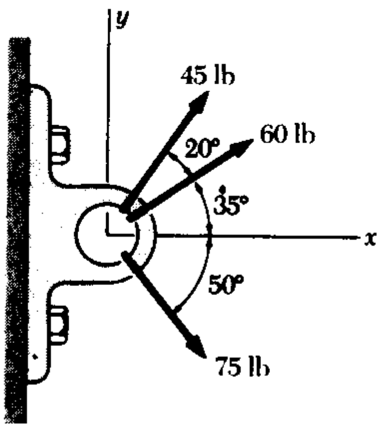
2. Tentukan komponen gaya arah X dan Y dari sistem gaya berikut :



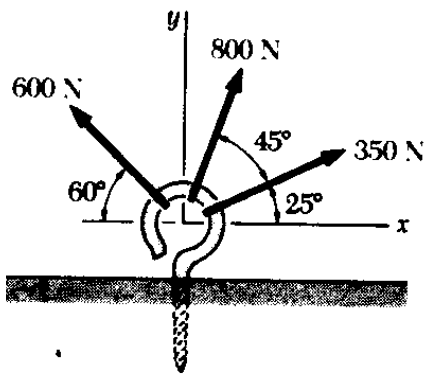
(a)



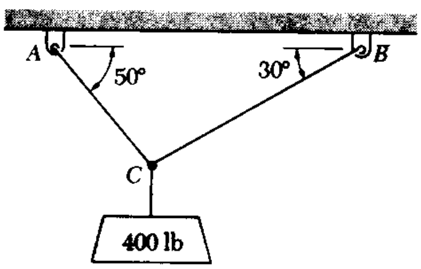
(b)



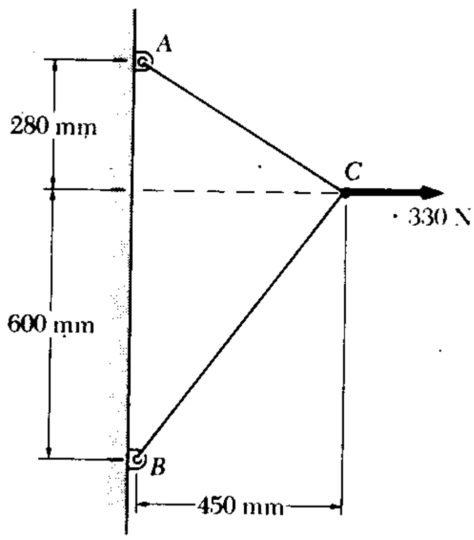
(c)



(d)



(e)

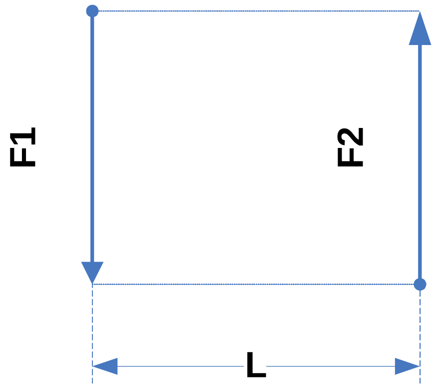


(f)

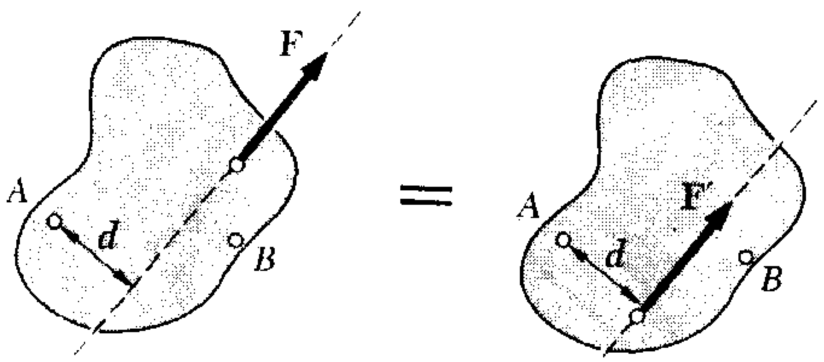
Bab 2
STATIKA BENDA TEGAR

Benda tegar : elemen yang tidak berubah bentuk.

- **Kopel**
  Kombinasi 2 buah gaya yang sama besar, garis aksi sejajar arah saling berlawanan.



- **Momen**
  Kecendurungan suatu gaya untuk memutar benda tegar sekitar sebuah sumbu diukur oleh momen gaya terhadap sumbu tersebut.
  Misal :

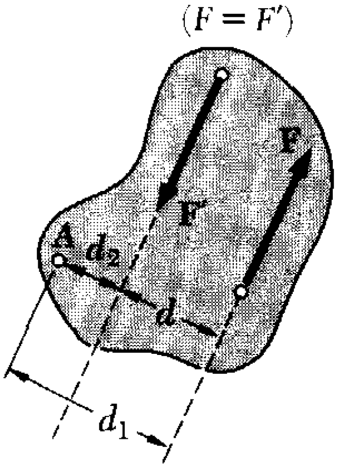


Momen M_A dari suatu gaya F terhadap suatu sumbu melalui A atau momen F terhadap A, didefinisikan sebagai : perkalian besar gaya F dengan jarak tegak lurus d dari A ke garis aksi F.

$$\mathbf{M_A = F \cdot d}$$

- Satuan dalam SI adalah: Nm atau Nmm

Momen Suatu Kopel



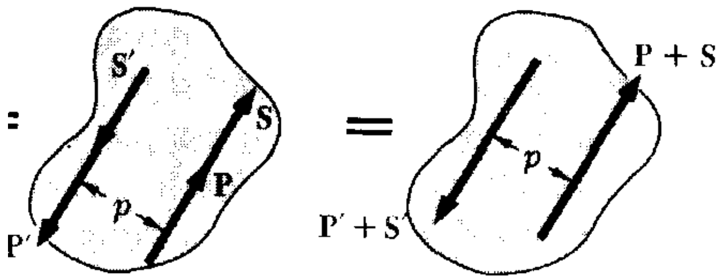
$F = F'$ $\quad$ $F \rightarrow M_A$ (+)
$d = d_1 - d_2$ $\quad$ $F' \rightarrow M_A$ (-)

Momen yang terjadi :
$M = Fd_1 - Fd_2$
$= F(d_1 - d_2)$

$M = Fd$

- Jumlah M disebut momen dari kopel. M tidak tergantung pada pemilihan A sehingga : momen M suatu kopel adalah tetap besarnya sama dengan Fd dimana F besar gaya dan d adalah jarak antara ke dua garis aksinya.

Penjumlahan Kopel



Momen yang terjadi jika P + S = R

$$M = (P + S)\,p = Pp + Sp = R.p$$

Dua kopel dapat diganti dengan kopel tunggal yang momennya sama dengan jumlah aljabar dari kedua momen semula.

Kedua gaya pada garis aksi yang sama dapat langsung dijumlahkan untuk mencari momen.

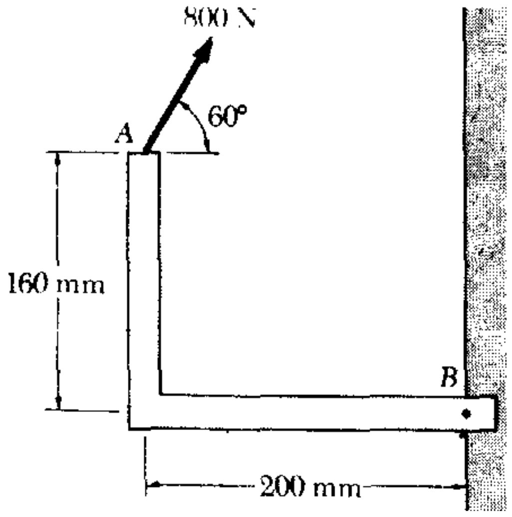
Teorema Varignon

Momen sebuah gaya terhadap setiap sumbu, sama dengan jumlah momen komponen gaya (Fx, Fy), terhadap sumbu yang bersangkutan.

- Momen dihitung dengan cara mengalikan gaya jarak terhadap satu pusat momen.
- Gaya harus tegak lurus terhadap sumbu momen.
- Jika tidak tegak lurus, maka harus dicari komponen gaya tegak lurus, baik Fx maupun Fy.

Contoh:

1. Sebuah gaya F : 800 N bekerja di braket seperti pada gambar. Tentukan momen terhadap B.

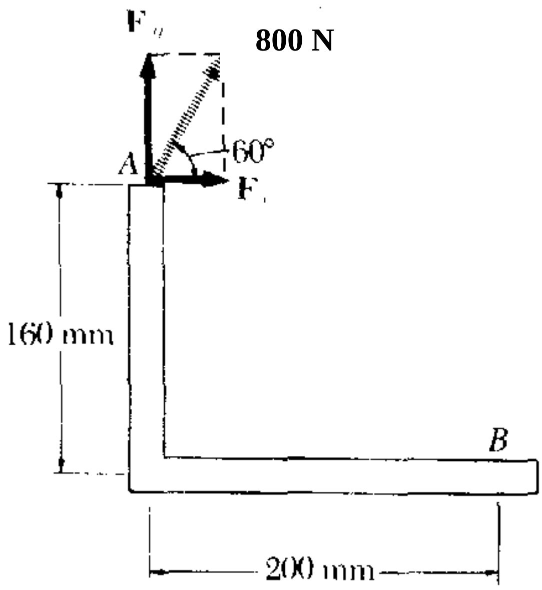


Jawab :

(i) Gaya F = 800 N dengan sudut 60°, gaya tersebut tidak tegak lurus terhadap batang. Maka seperti pada Teorema Varignon, bahwa harus dicari komponen gaya Fx dan Fy.

- Fx = F cos 60° = 800 cos 60° = 400 N
- Fy = F sin 60° = 800 sin 60° = 693 N

(ii) Gunakan prinsip garis gaya untuk menghitung momen di B akibat gaya Fx & Fy.



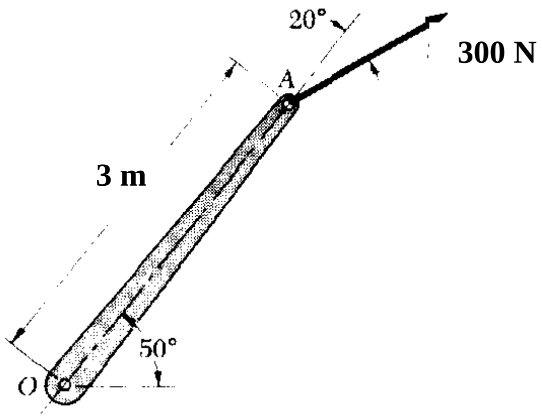
a) M_{Bx} = Fx . AC
= 400 . 0,160 = 64 N.m (searah jarum jam)

b) M_{By} = Fy . BC
= 693 . 200 = 138,6 N.m (searah jarum jam)

- Maka jumlah momen B dengan menggunakan Teorema varignon :

M_B $= M_{Bx} + M_{By}$
$= 64 + 138{,}6$
$= 202{,}6$ Nm (searah jarum jam)

2. Sebuah gaya 300 N bekerja pada ujung tuas yang panjangnya 3 m. Tentukan momen gaya tersebut terhadap O.

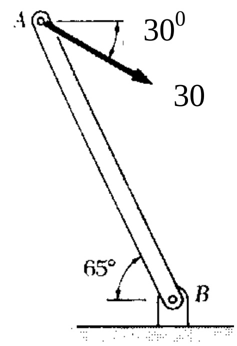


Jawab:

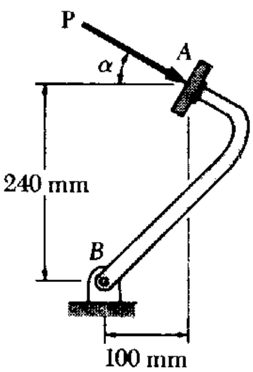
- Gaya 300 N dengan sudut 20º terhadap sumbu tuas. Maka harus diuraikan ke arah vertikal dan horisontal terhadap sumbu.
- P terhadap O tidak menimbulkan momen karena segaris dengan sumbu (tidak mempunyai jarak)
- Momen ke O, hanya disebabkan gaya Q yang tegak terhadap sumbu tuas.

Q $= 300$ N . sin 20º = 100,26 N
M_O = Q . 3 = 100,26 . 3 = 300,8 N.m

<u>Soal latihan dikerjakan dan dikumpulkan</u>

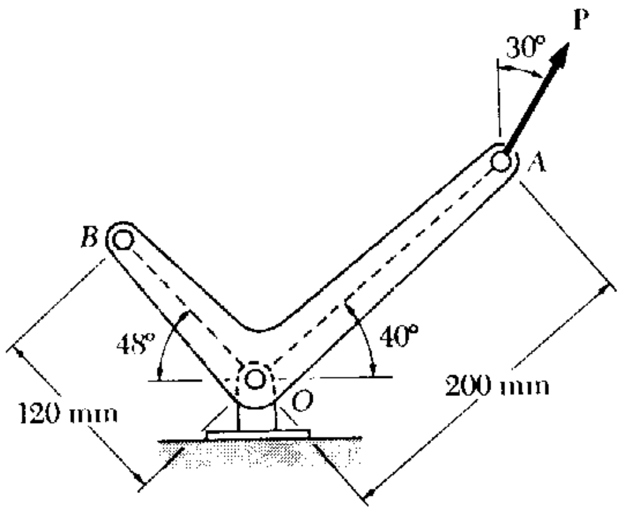
1. 

Sebuah gaya 30 N dikenakan pada batang pengontrol AB dengan panjang 80 mm dan sudut 30^0. tentukan momen gaya terhadap B dengan : a) menguraikan gaya menjadi komponen horisontal dan vertikal, b) menjadi komponen-komponen sepanjang AB dan yang berarah tegak lurus terhadap AB.



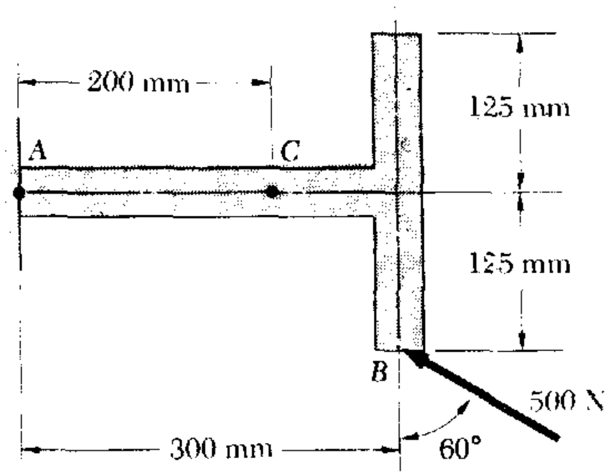
Sebuah gaya P sebesar 450 N dengan sudut $\alpha = 30^0$ dikenakan pada pedal rem di A. Tentukan momen akibat gaya P di titik B.

2.



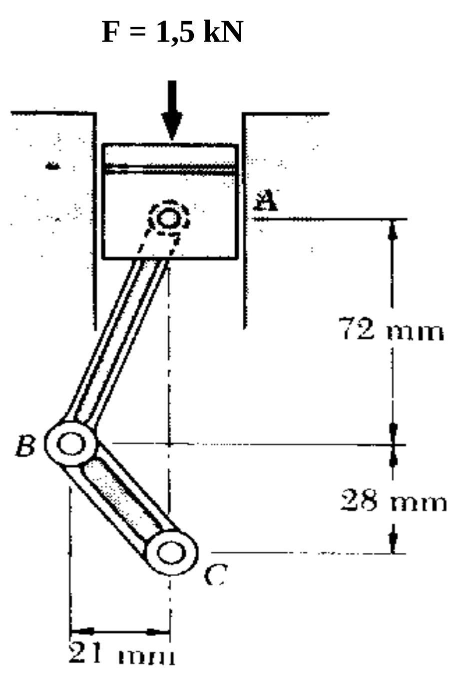
Sebuah gaya P sebesar 300 N dikenakan pada engkol lonceng. Hitunglah momen akibat gaya P terhadap O dengan menguraikan gaya menjadi komponen vertikal dan horisontal.

3.



Gaya F sebesar 1,5 kN menggerakkan piston ke bawah dan menekan AB sedemikian rupa sehingga BC berputar berlawanan arah jarum jam. Tentukan besar momen yang terjadi terhadap C akibat gaya F tersebut.

4.



Hitung momen di titik A akibat gaya F sebesar 500 N dengan menguraikan gaya ke komponen x dan Y.

Bab 3
KONSEP KESEIMBANGAN

- Suatu partikel dalam keadaan keseimbangan jika resultan semua gaya yang bekerja pada partikel tersebut nol.

- Jika pada suatu partikel diberi 2 gaya yang sama besar, mempunyai garis gaya yang sama dan arah berlawanan, maka resultan gaya tersebut adalah NOL. Hal tersebut menunjukkan partikel dalam keseimbangan.

- Sebuah benda tegar dikatakan dalam keseimbangan jika gaya–gaya yang bereaksi pada benda tersebut membentuk gaya / sistem gaya ekvivalen dengan nol.

- Sistem tidak mempunyai resultan gaya dan resultan kopel.

- Syarat perlu dan cukup untuk keseimbangan suatu benda tegar secara analitis adalah :
  (i) jumlah gaya arah x = 0 ($\sum Fx = 0$)
  (ii) jumlah gaya arah y = 0 ($\sum Fy = 0$)
  (iii) jumlah momen = 0 ($\sum M = 0$)

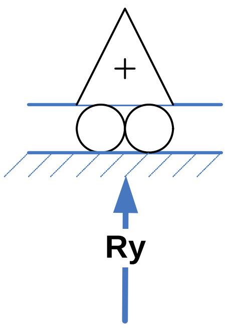
- Dari persamaan tersebut dapat dikatakan bahwa benda tidak bergerak dalam arah translasi atau arah rotasi (diam).

- Jika ditinjau dari Hukum III Newton, maka keseimbangan terjadi jika gaya aksi mendapat reaksi yang besarnya sama dengan gaya aksi tetapi arahnya saling berlawanan.

Tumpuan / Peletakan

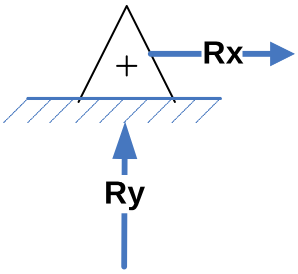
3 jenis tumpuan yang biasa digunakan dalam suatu konstruksi yaitu :
- tumpuan sendi
- tumpuan roll
- tumpuan jepit

1. Tumpuan Roll



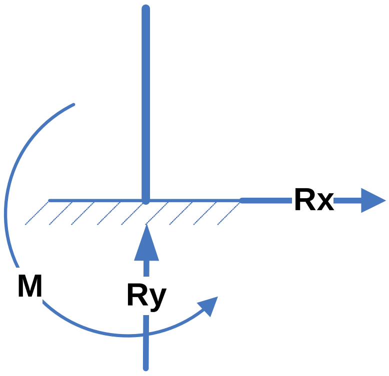
- Dapat memberikan reaksi berupa gaya vertikal ($R_y = F_y$)
- Tidak dapat menerima gaya horisontal (F_x).
- Tidak dapat menerima momen
- Jika diberi gaya horisontal, akan bergerak/menggelinding karena sifat roll.

2. Tumpuan Sendi (engsel)



- Mampu menerima 2 reaksi gaya :
    a) gaya vertikal (Fy)
    b) gaya horisontal (Fx)
- Tidak dapat menerima momen (M).
- Jika diberi beban momen, karena sifat sendi, maka akan berputar.

3. Tumpuan Jepit

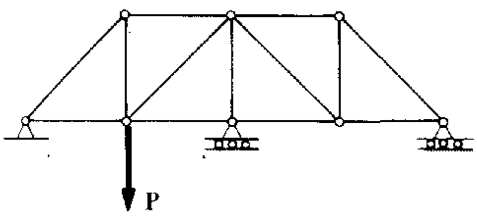


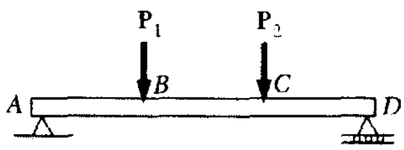
- Dapat menerima semua reaksi:
    a) gaya vertikal (Fy)
    b) gaya horizontal (Fx)
    c) momen (M)
- dijepit berarti dianggap tidak ada gerakan sama sekali.

Beban (muatan)

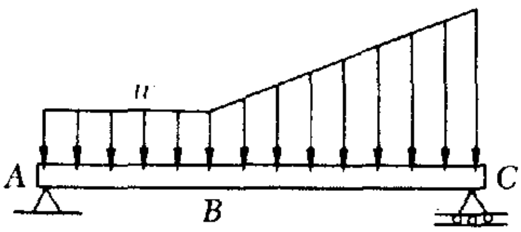
Merupakan aksi / gaya /beban yang mengenai struktur. Beban dapat dibedakan menjadi beberapa jenis berdasarkan cara bekerja dari beban tersebut.

1) Beban titik/beban terpusat.
   Beban yang mengenai struktur hanya pada satu titik tertentu secara terpusat.

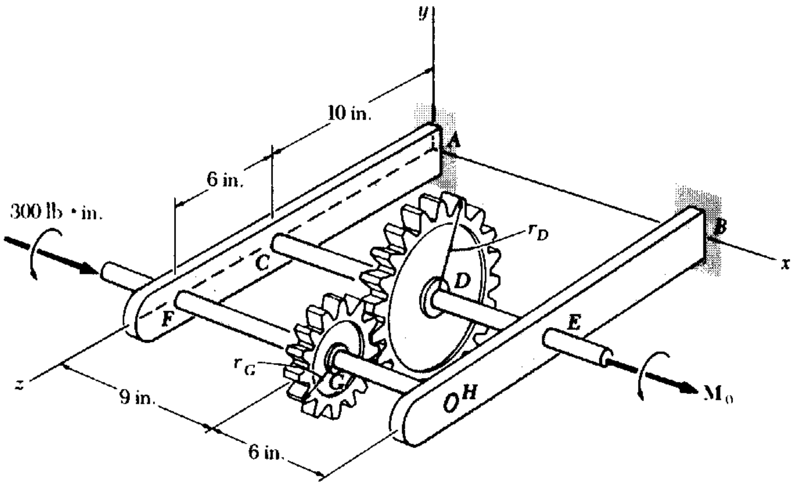




2) Beban terdistribusi merata.
   Beban yang mengenai struktur tidak terpusat tetapi terdistribusi, baik terdistribusi merata ataupun tidak merata. Sebagai contoh beban angin, air dan tekanan.



3) Beban momen.
   Beban momen dapat berupa adanya beban titik pada konstruksi menimbulkan momen atau momen yang memang diterima oleh konstruksi seperti momen puntir (torsi) pada poros transmisi.



- Dalam konstruksi mekanika teknik yang sesungguhnya, beban yang dialami oleh struktur merupakan beban gabungan.
  Misalnya sebuah jembatan dapat mengalami beban titik, beban bergerak, beban terbagi merata, beban angin dll.

- Semua beban harus dihitung dan menjadi komponen **AKSI**, yang akan diteruskan ke tumpuan/peletakan, dimana tumpuan akan memberikan **REAKSI**, sebesar aksi yang diterima, sehingga terpenuhi :

AKSI = REAKSI

- Fokus dalam Mekanika Teknik I (Statika Struktur) adalah : Statis Tertentu. Bahwa persoalan yang dipelajari dapat diselesaikan hanya dengan menggunakan 3 persamaan keseimbangan statik yaitu : $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$. Jika persoalan tidak dapat diselesaikan dengan 3 persamaan tersebut dan membutuhkan lebih banyak persamaan, maka disebut dengan : <u>STATIS TAK TENTU</u>

- Kesetabilan konstruksi statis tertentu diperoleh jika :
  a) Semua gejala gerakan (gaya) mengakibatkan perlawanan (reaksi) terhadap gerakan tersebut
  b) Suatu konstruksi statis tertentu akan stabil jika reaksi-reaksinya dapat dihitung dengan persamaan statis tertentu

- Dalam menganalisis suatu persoalan mekanika teknik, biasanya digunakan beberapa diagram yang dapat mendukung kemudahan analisis tersebut.

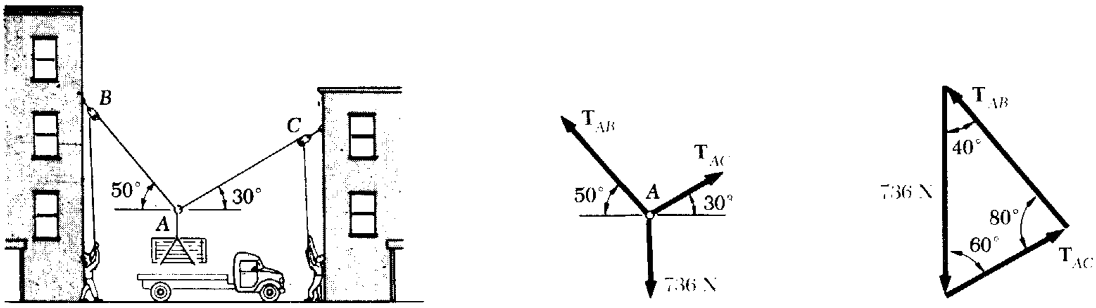
<u>Diagram Ruang</u>

- Suatu diagram yang menggambarkan kondisi/situasi suatu masalah teknik yang sesungguhnya.
  - Skema, sketsa, ilustrasi

Diagram Benda Bebas

- Diagram yang menggambarkan semua gaya-gaya yang bekerja pada suatu partikel dalam keadaan bebas. Dalam menganalisis persoalan mekanika diagram benda bebas ini sangat diperlukan untuk membantu memahami dan menggambarkan masalah keseimbangan gaya dari suatu partikel.

Contoh 1:



(*a*) Diagram ruang (*b*) Diagram benda-bebas (*c*) Segitiga gaya

Contoh 2 :

Diagram ruang

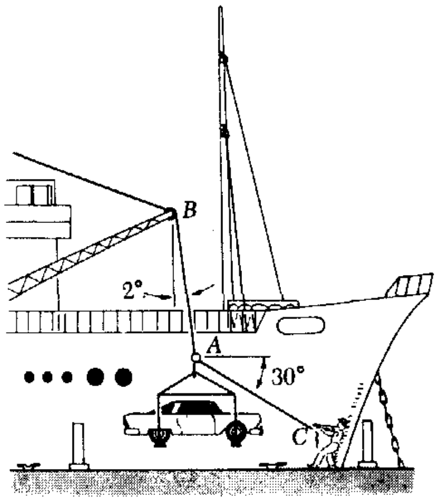
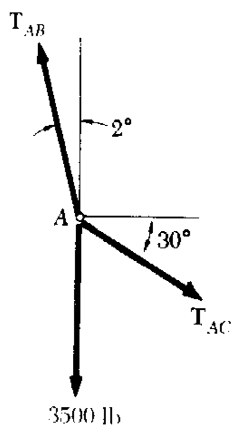
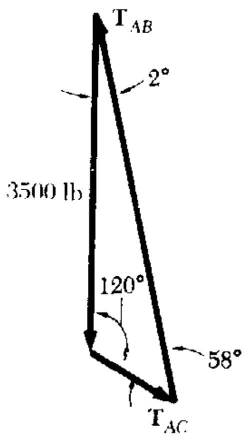


Diagram benda bebas

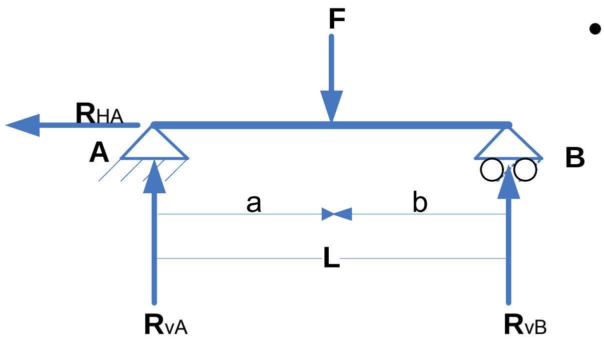




Poligon Gaya

Kasus Sederhana

1) Balok Sederhana



- 3 buah reaksi yang mungkin
  R_{HA} : reaksi horisontal A
  R_{VA} : reaksi vertikal A
  R_{VB} : reaksi vertikal B

Anggap AB sebagai free body (benda bebas)

Syarat keseimbangan statis :

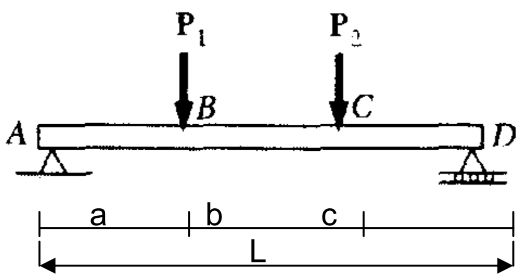
a) $\sum Fx = 0 \rightarrow R_{HA} = 0$ (tidak ada aksi)
b) $\sum Fy = 0 \rightarrow R_{VA} + R_{VB} - F = 0$
c) $\sum M_A = 0 \rightarrow F . a - R_{VB} . L = 0$

$$R_{VB} = \frac{F.a}{L} \; atau \left(\frac{a}{L}.F\right)$$

d) $\sum M_B = 0 \rightarrow F . b - R_{VA} . L = 0$

$$R_{VA} = \frac{b}{L}.F$$

2) Balok sederhana dengan muatan/beban lebih dari satu.

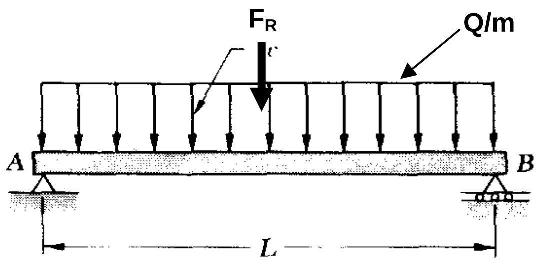


a) $\sum M_A = 0$ diperoleh R_{VB}
b) $\sum M_B = 0$ diperoleh R_{VA}
c) $\sum F_y = 0$ untuk pengecekan hasil perhitungan
d) $\sum F_x = 0 \rightarrow R_{HA} = 0$ (tidak ada aksi)

3. Balok sederhana dengan beban merata.

- Beban terbagi merata Q (N/m)
  Total beban = Q x L dengan L panjang beban.

- Beban terbagi merata dapat diwakili oleh satu beban titik yang posisinya berada ditengah-tengah (titik berat beban), digambarkan oleh F_R = Q x L

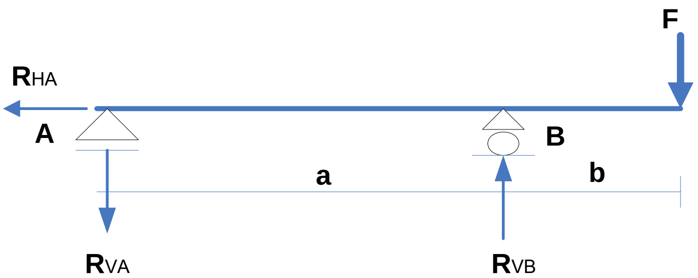


a) $\sum M_A = 0$
$R_{VB} = \frac{1}{2} QL = \frac{1}{2} F_R$

b) $\sum M_B = 0$
$R_{VA} = \frac{1}{2} QL = \frac{1}{2} F_R$

c) $\sum F_H = 0$
$R_{HA} = 0$ (tidak ada gaya horisontal)

4. Balok sederhana dengan beban overhang.



a) $\sum M_A = 0$
$F . (a + b) - R_{VB} . a = 0$

$$R_{VB} = \frac{F\,(a+b)}{a}$$

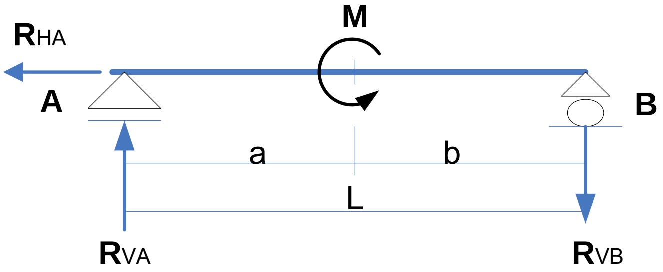
b) $\sum M_B = 0$
$F . b + R_{VA} . a$

$$R_{VA} = -\frac{F.b}{a}$$

Tanda (-) menunjukkan bahwa reaksi R_{VA} ke bawah.

c) $\sum F_H = 0$
$R_{HA} = 0$ (tidak ada gaya horisontal)

5. Balok sederhana dengan beban momen.



a) $\sum M_A = 0$

$M + R_{VB} \cdot L = 0$

$$R_{VB} = -\frac{M}{L} \quad (\downarrow)$$

b) $\sum M_B = 0$

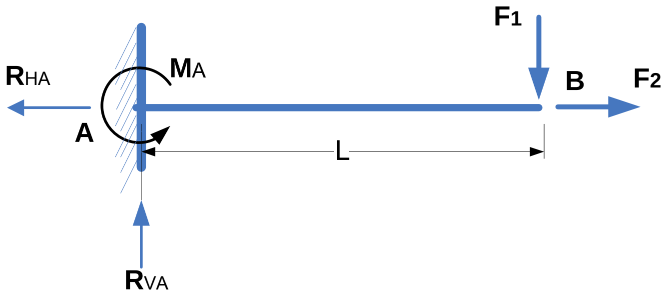
$M - R_{VA} \cdot L = 0$

$$R_{VA} = \frac{M}{L} \quad (\uparrow)$$

c) $\sum F_H = 0$

$R_{HA} = 0$ (tidak ada gaya horisontal)

6. Balok Kantilever



(i) $\sum F_x = 0 \rightarrow R_{HA} = F_2$

(ii) $\sum F_y = 0 \rightarrow R_{VA} = F_1$

(iii) $\sum M_A = 0 \rightarrow F_1 \cdot L - M_A = 0$

$$M_A = F_1 \cdot L$$

M_A adalah momen jepit ditumpuan A

******

BAB4
APLIKASI KONSEP KESIMBANGAN

Untuk menerapkan konsep keseimbangan dalam perhitungan konstruksi yang sesungguhnya, perlu diperhatikan beberapa hal sebagai berikut :

a. Gambarkan diagram benda bebas dengan benar untuk memudahkan analisis.

b. Jenis tumpuan yang digunakan harus diperhatikan dengan baik, hal ini berkaitan dengan reaksi yang dapat diterima oleh tumpuan tersebut.

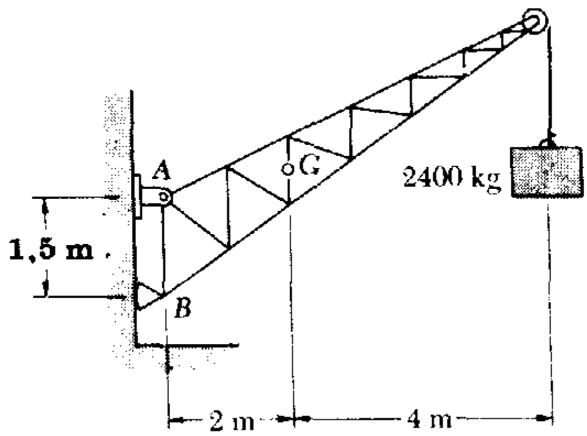
c. Bentuk dan arah beban (gaya/muatan) harus diperhatikan dengan baik. Gaya dengan posisi tidak tegak lurus terhadap sumbu utama harus diuraikan terlebih dahulu menjadi komponen gaya arah sumbu x dan y. Hal ini berkaitan dengan perhitungan momen yang terjadi. Momen hanya dapat dihitung jika gaya dan batang dalam posisi saling tegak lurus.

d. Buat asumsi awal terhadap arah reaksi di tumpuan. Jika hasil perhitungan bertanda negatif, maka arah gaya reaksi sesungguhnya berlawanan dengan arah asumsi awal.

e. Gunakan persamaan kesimbangan statis yaitu :
   - $\sum F_x = 0$
   - $\sum F_y = 0$
   - $\sum M = 0$

Kasus 1.

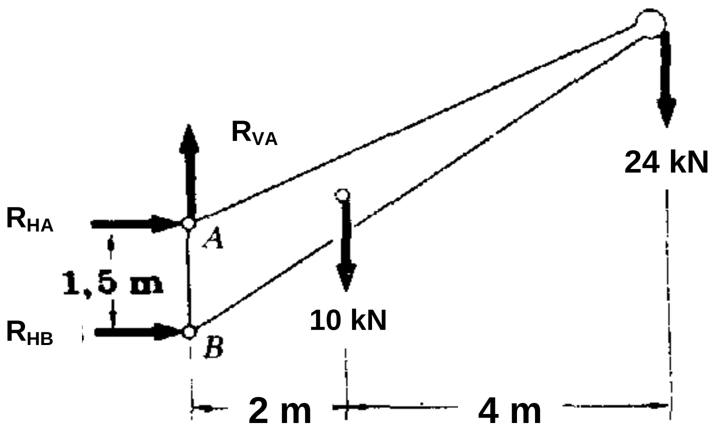
Perhatikan konstruksi derek (crane) berikut. A tumpuan sendi, B tumpuan roll. Beban Derek tetap = 1000 kg dengan pusat gravitasi di G. Derek digunakan untuk memindahkan beban seberat 2400 kg. Tentukan reaksi di A dan B dalam arah vertikal dan horisontal.



Jawab :

- F_{beban} = 2400 kg x 10 m/s^2 (percepatan gravitasi)
  = 24000 N = 24 kN
- F_{derek} = 1000 kg = 10000 N = 10 kN

Diagram benda bebas



a) $\sum M_A = 0$

$24 . 6 + 10 . 2 - R_{HB} . 1,5 = 0$

$$R_{HB} = \frac{24.6 + 10.2}{1,5} = 109,3 \text{kN} \ (\rightarrow)$$

b) $\sum M_B = 0$

$24 . 6 + 10 . 2 + R_{HA} . 1,5 = 0$

$$R_{HA} = -\frac{24.6 + 10.2}{1,5} = -109,3 \text{ kN} \ (\leftarrow)$$

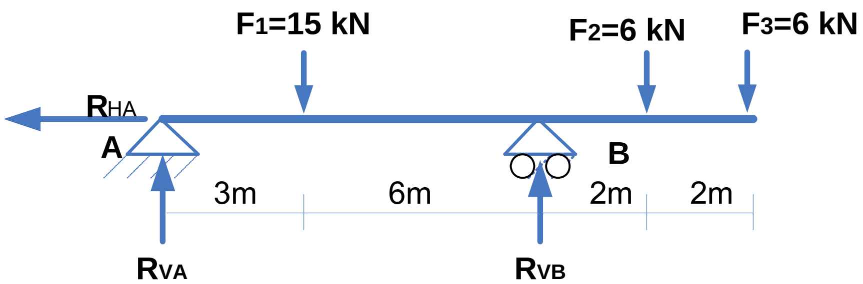
c) $\sum F_V = 0$

$R_{VA} - 10 - 24 = 0$

$R_{VA} = 34$ kN $(\uparrow)$

<u>Kasus 2</u>

Cari reaksi di A dan B dari konstruksi balok sederhana berikut ini. Asumsi awal R_{VA} dan R_{VB} ke atas $(\uparrow)$



Jawab :

- $\sum M_A = 0$

  $R_{VB} . 9 - (15 . 3) - (6 . 11) - (6 . 13) = 0$

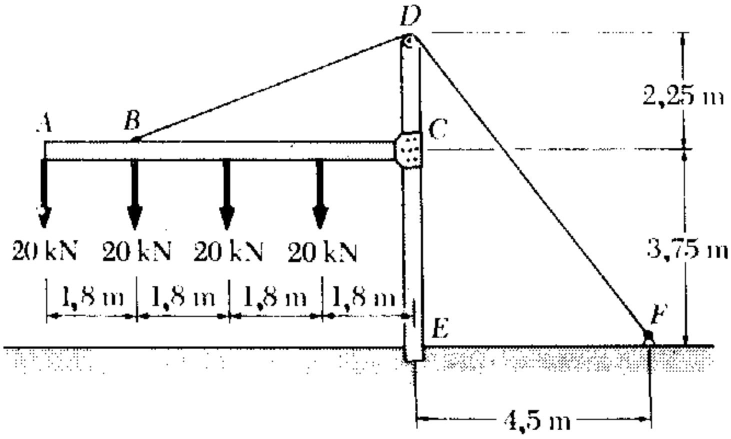
$$R_{VB} = \frac{15.3 + 6.11 + 6.13}{9} = 21 \ kN \quad (\uparrow)$$

- $\sum M_B = 0$
  $R_{VA} . 9 - (15 . 6) + (6 . 2) + (6 . 4) = 0$
  $$R_{VA} = \frac{15.6 - 6.2 - 6.4}{9} = 6\ kN \quad (\uparrow)$$

- Pemeriksaan perhitungan :
  $\sum F_V = 0$
  $F_1 + F_2 + F_3 - R_{VA} - R_{VB} = 0$
  $15 + 6 + 6 - 6 - 21 = 0$
  $0 = 0$ …….. terbukti
- $\sum F_H = 0$
  $R_{HB} = 0$ karena tidak ada beban horisontal.

Kasus 3.

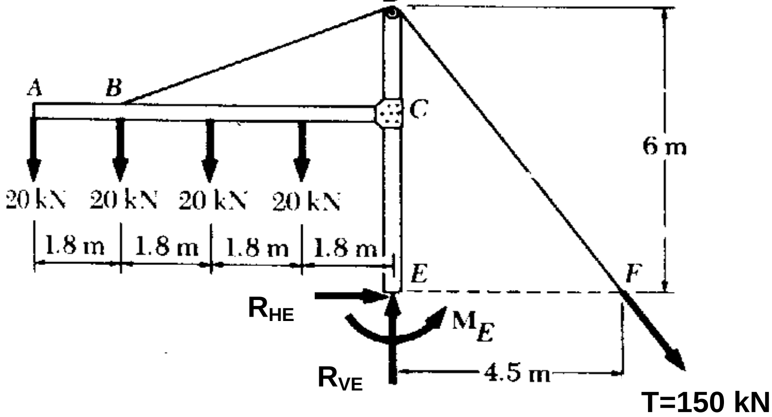
Struktur yang ada di bawah digunakan untuk mendukung sebagian atap bangunan. Jika diketahui tegangan pada tali sebesar 150 kN, tentukan reaksi di tumpuan E yang merupakan tumpuan jepit.



Jawab :

(i) Buat diagram benda bebas.

Reaksi di tumpuan E terdiri dari 3 karena E merupakan tumpuan jepit yaitu : reaksi vertikal, reaksi horisontal dan momen.



(ii) Sudut yang dibentuk oleh tali terhadap sumbu tegak adalah :

$$DF = \sqrt{ED^2 + EF^2} = \sqrt{6^2 + 4{,}5^2} = 7{,}5 \text{ m}$$

$$tg\,\theta = \frac{4{,}5}{6}$$

$$\theta = \text{arc tg } \frac{4{,}5}{6} = 36{,}87^o$$

- Tegangan tali (T) = 150 kN
  T_X = T sin 36,87° = 150 sin 36,87° = 90 kN
  T_y = T cos 36,87° = 150 cos 36,87° = 120 kN

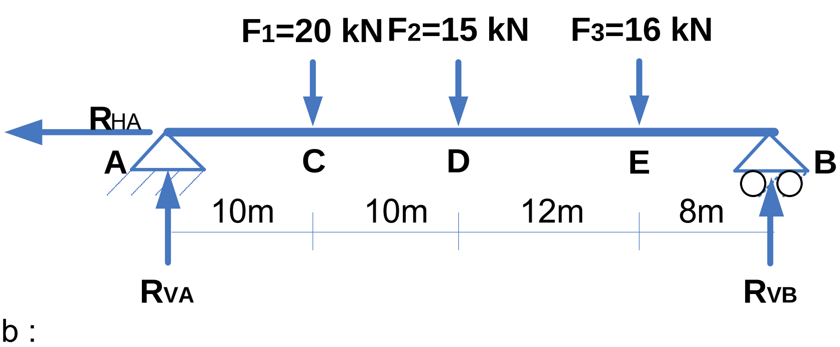
- $\sum F_X = 0$
  $R_{HE} - T_X = 0$
  $R_{HE} = T_X = 90$ kN (←)

- $\sum F_y = 0$
  $R_{VE} - T_y - 20 - 20 - 20 - 20 = 0$
  R_{VE} = 200 kN (↑)

- $\sum M_E = 0$
  $M_E + 20\,(7{,}5) + 20\,(5{,}4) + 20\,(3{,}6) + 20\,(1{,}8) - T_y\,(4{,}5) = 0$
  M_E = 174 kN.m (BJJ)

<u>Kasus 4</u>

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll, menerima beban terpusat F_1, F_2, dan F_3 vertikal ke bawah. Cari reaksi di tumpuan A dan B.



Jawab :

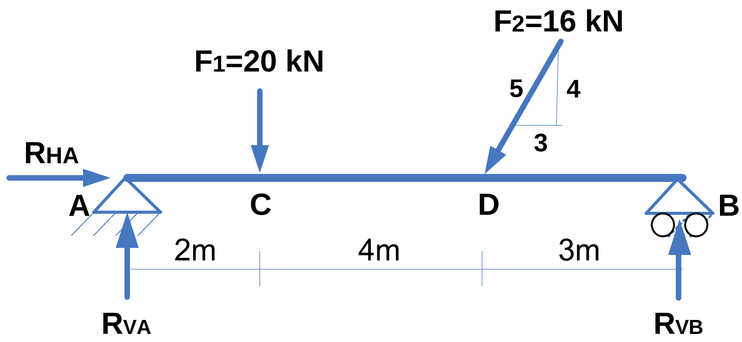
- $\sum M_A = 0$
  $R_{vB}\,(40) - 16\,(32) - 15\,(20) - 20\,(10) = 0$
  R_{VB} = 25,3 kN (↑)

- $\sum M_B = 0$
  $R_{vA}\,(40) - 20\,(30) - 15\,(20) - 16\,(8) = 0$
  R_{VA} = 25,7 kN (↑)

- $\sum F_H = 0$
  R_{HA} = 0 karena tidak ada beban horisontal.

Kasus 5

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll, menerima beban terpusat F_1, dan F_2 vertikal ke bawah yang posisinya miring dengan perbandingan 3,4,5. Cari reaksi di tumpuan A dan B.



Jawab:

- Gaya F_2 posisi miring, sehingga harus dicari gaya sumbu x dan y.

$$F_x = \frac{3}{5} F_2 = \frac{3}{5}(20) = 12\ kN$$

$$F_y = \frac{4}{5} F_2 = \frac{4}{5}(20) = 16\ kN$$

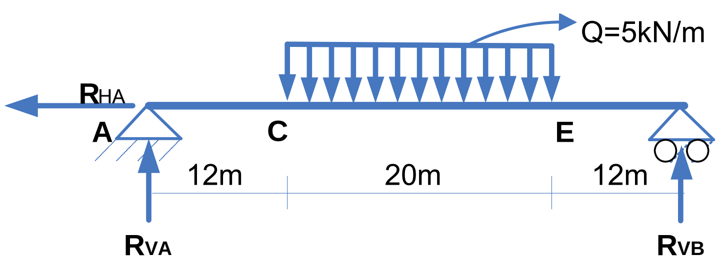
- $\sum M_A = 0$
  R_{VB} (9) – Fy (6) – 20 (2) = 0
  R_{VB} (9) – 16 (6) – 20 (2) = 0
  R_{VB} = 15,1 kN (↑)

- $\sum M_B = 0$
  R_{VA} (9) – Fy (3) – 20 (7) = 0
  R_{VA} (9) – 16 (3) – 20 (7) = 0
  R_{VA} = 20,9 kN (↑)

- $\sum F_{HA} = 0$
  $F_x - R_{HA} = 0$
  $R_{HA} = F_x$ = 12 kN (→)

Kasus 6

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll, menerima beban terdistribusi vertikal ke bawah sebesar Q = 5 kN/m. Cari reaksi di tumpuan A dan B.



Jawab :

- Beban terdistribusi dapat diwakili satu beban titik yang merupakan resultan dari beban terdistribusi tersebut dan posisinya berada di tengah-tengah panjang beban.
- Beban total dari beban terdistribusi diperoleh dari perkalian beban dengan panjang balok yang terkena beban.

  F_{total} = Q x L = 5 kN x 20 = 100 kN

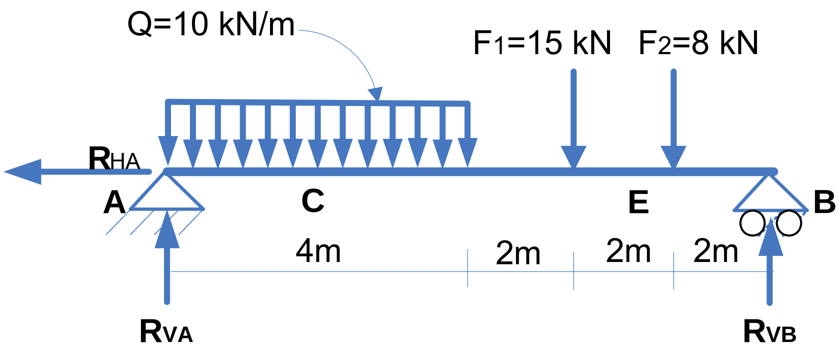
- $\sum M_A = 0$
  R_{vB} (44) – Q. (20) (22) = 0
  R_{vB} (44) – 5 (20) (22) = 0
  R_{VB} = 50 kN (↑)

- $\sum M_A = 0$
  R_{va} (44) – Q. (20) (22) = 0
  R_{va} (44) – 5 (20) (22) = 0
  R_{Va} = 50 kN (↑)

- $\sum F_{HA} = 0$
  R_{HA} = 0 karena tidak ada beban horisontal.

Kasus 7

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll, menerima beban terpusat F_1, dan F_2 serta beban terdistribusi merata Q=10 kN/m vertikal ke bawah. Cari reaksi di tumpuan A dan B.



Jawab :

F_{total} = Q x L = 10 kN x 4 = 40 kN

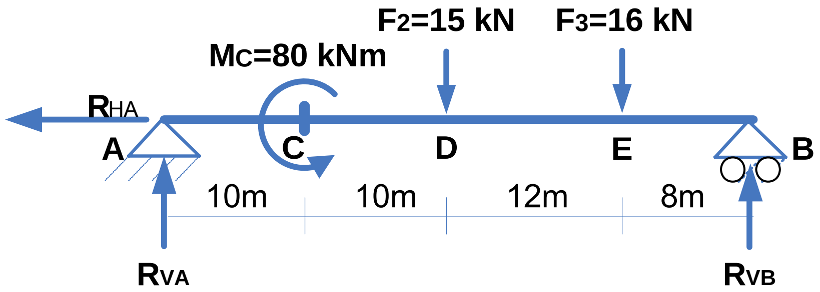
- $\sum M_A = 0$
  R_{vB} (10) – F_2(8) – F_1 (6) – Q (4) (2) = 0
  R_{vB} (10) – 8 (8) – 15 (6) – 10 (4) (2) = 0
  R_{VB} = 23,4 kN (↑)

- $\sum M_B = 0$
  R_{vA} (10) – Q(4)(8) – F_1 (4) – F_2 (2) = 0
  R_{vA} (10) – 10 (4)(8) – 15 (4) – 8 (2) = 0
  R_{VA} = 39,6 kN (↑)

- $\sum F_{HA} = 0$
  R_{HA} = 0 karena tidak ada beban horisontal.

Kasus 8

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll, menerima beban terpusat F_2, dan F_3 serta beban momen Mc=20 kNm (Berlawanan Jarum Jam = BJJ). Cari reaksi di tumpuan A dan B.



Jawab :

- Momen merupakan hasil perkalian antara gaya dengan jarak tertentu dalam posisi saling tegak lurus.

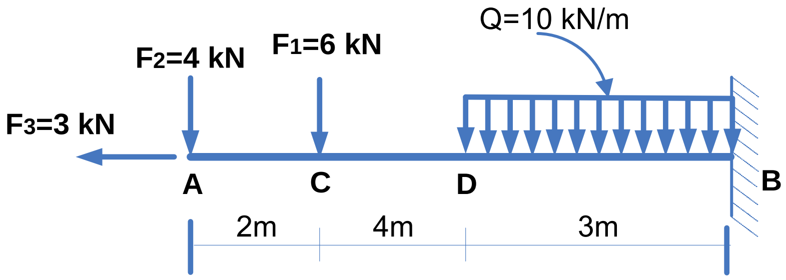
- $\sum M_A = 0$
  R_{vB} (40) – F_3(32) – F_2 (20) + M_C = 0
  R_{vB} (40) – 16 (32) – 15 (20) + 80 = 0
  R_{VB} = 18,3 kN (↑)

- $\sum M_B = 0$
  R_{vA} (40) – M_C – F_2 (20) – F_3 (8) = 0
  R_{vA} (40) – 80 – 15 (20) – 16 (8) = 0
  R_{VA} = 12,7 kN (↑)

- $\sum F_{HA} = 0$
  R_{HA} = 0 karena tidak ada beban horisontal.

Kasus 9

Konstruksi balok kantilever (balok dengan tumpuan jepit pada satu sisi), menerima beban terpusat F_2, F_2, dan F_3 serta beban terdistribusi Q=10 kN/m. Cari reaksi di tumpuan A dan B.



Jawab :

- Beban total terdistribusi = Q x 3 = 10 x 3 = 30 kN

- $\sum F_{vB} = 0$
  $R_{vB} - F_2 - F_1 - Q\ (3) = 0$
  $R_{vB} = 4 + 6 + 30$
  $R_{VB} = 40$ kN (↑)

- $\sum F_{HB} = 0$
  $R_{HA} - F_3 = 0$ karena tidak ada beban horisontal.
  $R_{HA} = 3$ kN (→)

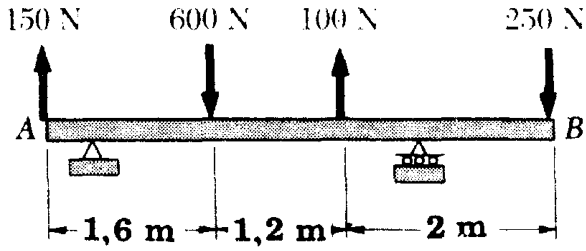
- $\sum M_B = 0$
  $M_B - F_2\ (9) - F_1\ (7) - Q\ (3)(1,5) = 0$
  $M_B = 4\ (9) - 6\ (7) - 10\ (3)(1,5)$
  $M_B = 123$ kNm (SJJ ke bawah)

Soal Latihan Untuk Dikumpulkan

Hitung reaksi di setiap tumpuan akibat beban yang diterima oleh konstruksi di bawah ini. Perhatikan jenis tumpuan dan jenis beban yang ada.

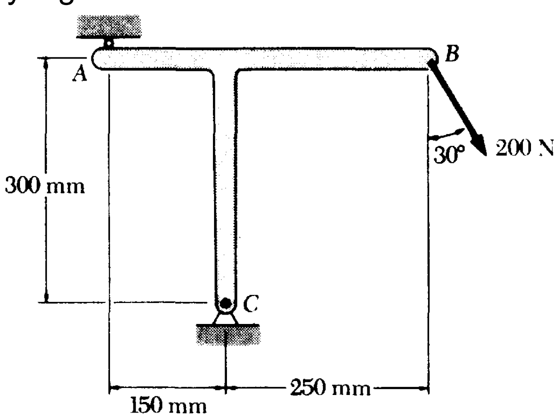
Soal 1.

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll menerima beban titik overhang. Cari reaksi di tumpuan akibat beban yang diterima konstruksi.



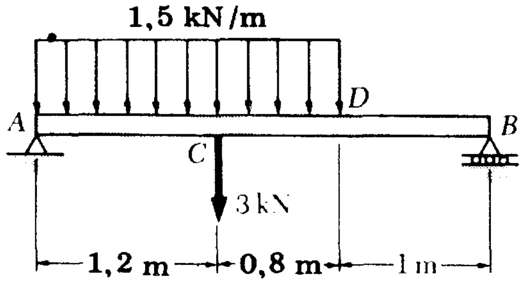
Soal 2.

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll menerima beban titik dengan posisi membentuk sudut 30^0 terhadap garis vertikal di titik B. Cari reaksi di tumpuan akibat beban yang diterima konstruksi.



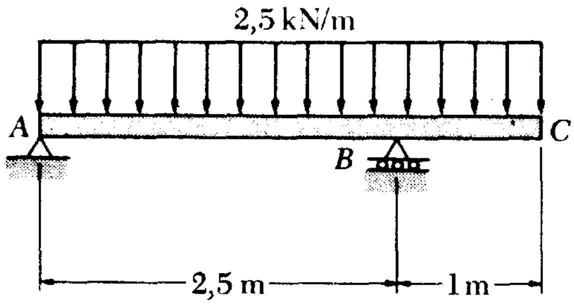
Soal 3.

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll menerima beban terdistribusi dan beban titik. Cari reaksi di tumpuan akibat beban yang diterima konstruksi.



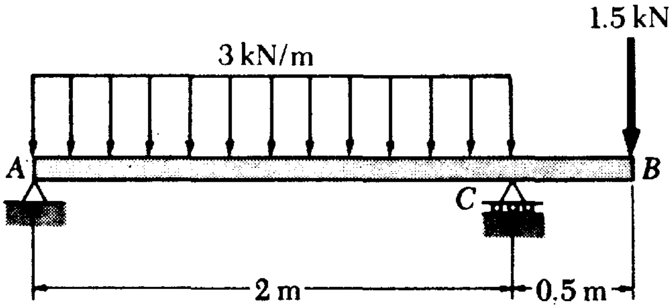
Soal 4.

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll menerima beban terdistribusi overhang. Cari reaksi di tumpuan akibat beban yang diterima konstruksi.



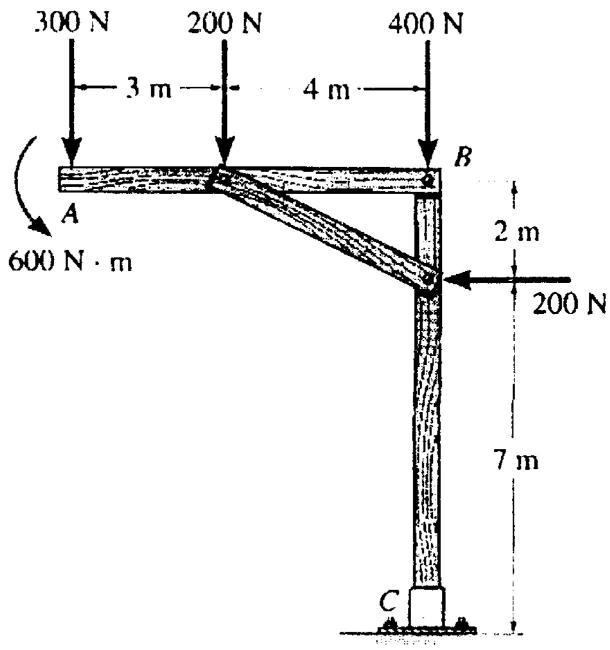
Soal 5.

Konstruksi balok sederhana dengan tumpuan sendi dan roll menerima beban titik overhang dan beban terdistribusi. Cari reaksi di tumpuan akibat beban yang diterima konstruksi.



Soal 6.

Konstruksi dengan satu tumpuan jepit menerima beban titik dan beban momen. Cari reaksi di tumpuan C akibat beban yang diterima konstruksi.


300 N
200 N
400 N
3 m
4 m
B
A
600 N · m
2 m
200 N
7 m
C

******

Bab 5
STRUKTUR PORTAL

- Struktur portal (rangka) merupakan struktur yang terdiri dari batang-batang yang mampu menahan beban :
  - gaya geser (shearing force)
  - gaya aksial
  - momen lentur

- Struktur portal terdiri dari batang yang disambung secara kaku berupa sambungan jepit.

- Didefinisikan sebagai struktur yang terdiri dari sejumlah batang yang dihubungkan bersama-sama dengan sambungan-sambungan yang sebagian atau semuanya adalah kaku (jepit) yang mampu menerima beban gaya geser, gaya aksial, dan meomen lentur.

- Contoh penggunaan struktur portal : struktur bangunan gedung, crane, jembatan, menara air dan lain-lain.

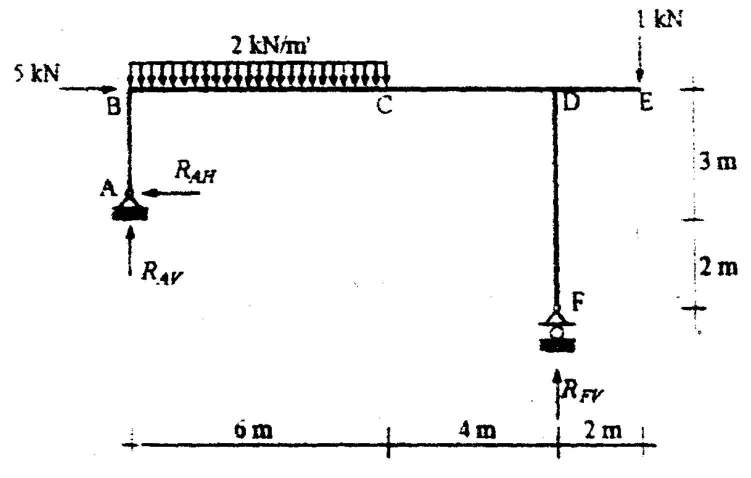
- Analisis struktur portal sederhana statis tertentu, menggunakan persamaan keseimbangan statis :
  1. $\Sigma F_V = 0$
  2. $\Sigma F_H = 0$
  3. $\Sigma M = 0$

- Setelah semua komponen reaksi dari tumpuan diperoleh, maka dapat ditentukan gaya geser, gaya aksial dan momen lentur pada setiap bagian struktur dengan menggunakan diagram benda bebas dan persamaan kesimbangan statika.

- Portal statis tertentu menggunakan dua tumpuan yaitu sendi dan roll.

<u>Kasus 1.</u>

Hitung reaksi pada tumpuan portal akibat pembebanan yang diterima berupa beban titik dan beban terdistribusi marata. A tumpuan sendi dan F tumpuan roll.



(i) $\Sigma M_A = 0$
$R_{VF} . 10 – 5 (3) – 2 (6) (3) – 1 (12) = 0$
$R_{VF} . 10 – 15 – 36 – 12 = 0$

$$R_{VF} = \frac{63}{10} = 6,3\,kN \qquad (\uparrow)$$

(ii) $\Sigma F_H = 0$
$R_{HA} – 5 = 0$
$R_{HA} = 5$ kN $(\leftarrow)$

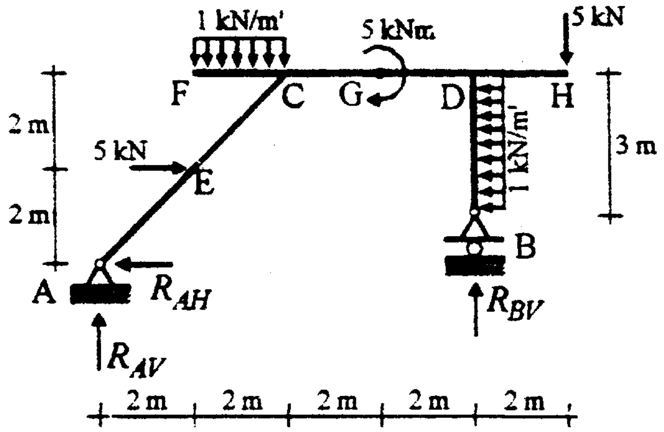
(iii) $\Sigma M_F = 0$
$R_{VA} . 10 - R_{HA} (2) + 5 (5) – 2 (6) (3 + 4) + 1 (2) = 0$
$R_{VA} . 10 – 5 (2) + 25 – 84 + 2 = 0$

$$R_{VA} = \frac{67}{10} = 6,7\ kN \qquad (\uparrow)$$

(iv) Pemeriksaan hasil perhitungan :
$\Sigma F_V = 0$
$R_{VA} + R_{VF} – 2 (6) + 1 = 0$
$6,7 + 6,3 – 12 + 1 = 0$
$13 = 13$ terbukti !

Kasus 2

Hitung reaksi di tumpuan portal berikut dan perhatikan beban yang diterima oleh portal. Periksa hasil perhitungan dengan menggunakan persamaan keseimbangan statis.



Jawab :

(i) $\Sigma F_H = 0$
$F_1 – R_{HA} – Q_1 (3)$
$R_{HA} = F_1 – Q_1 (3)$
$R_{HA} = 5 – (1)(3) = 5 – 3 = 2$ kN $(\leftarrow)$

(ii) $\Sigma M_A = 0$
$R_{VB} .8 + Q_2(3)(1,5 + 1) – F_2(10) – M – Q_1(2)(3) – F_1(2) = 0$
$R_{VB} .8 + 1 (3)(2,5) – 5 (10) – 5 – 1 (2)(3) – 5 (2) = 0$
$R_{VB} .8 + 7,5 – 50 – 5 – 6 – 10 = 0$

$$R_{VB} = \frac{63,5}{8} = 7,94\ kN \qquad (\uparrow)$$

(iii) $\Sigma M_B = 0$

$R_{VA}(8) + R_{HA}(1) + F_1(1) - Q_1(2)(5) + M + F_2(2) - Q_2(3)(1,5) = 0$

$R_{VA}.8 + 2\ (1) + 5\ (1) - 1\ (2)(5) + 5(2) - 1(3)(1,5) = 0$

$R_{VA}.8 + 2 + 5 - 10 + 5 + 10 - 4,5 = 0$

$$R_{VA} = -\frac{7,5}{8} = -0,94\ kN \qquad (\downarrow)$$

(iv) Pemeriksaan hasil perhitungan ;

$\Sigma F_V = 0$

$R_{VA} + R_{VB} - 1\ (2) - 5 = 0$

$-0,94 + 7,94 - 2 - 5 = 0$

$7 - 7 = 0$ terbukti !

Portal Tiga Sendi

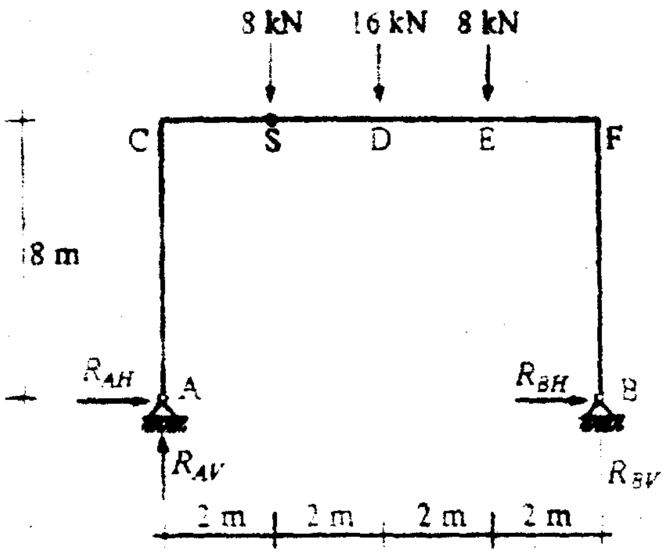
- Struktur portal yang ada, lebih banyak merupakan struktur portal statis tak tentu, yaitu jumlah komponen reaksi lebih dari 3.
- Misal, jika portal ditumpu pada 2 buah sendi yang masing-masing mempunyai 2 reaksi, sehingga mempunyai total reaksi 4 buah. Dengan 4 buah reaksi dan hanya 3 buah persamaan keseimbangan, maka tidak dapat diselesaikan.

- Untuk memperoleh jumlah persamaan sama dengan jumlah reaksi, ditambahkan satu buah sendi pada portal diantara 2 tumpuan.

- Syarat utama bahwa sendi tambahan tersebut tidak terjadi momen atau (M_S = 0). Dengan demikian diperoleh satu persamaan tambahan untuk menyelesaikan 4 buah reaksi.

Kasus 3

Cari reaksi yang terjadi di tumpuan dari konstruksi portal tiga sendi berikut ini.



Jawab :

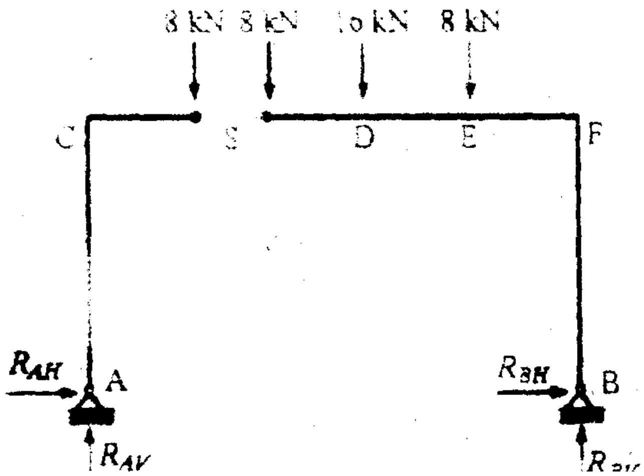
(i) $\Sigma M_A = 0$
R_{VB} .8 – 8 (2) – 16 (4) – 8 (6) = 0
R_{VB} .8 – 16 – 64 – 48 = 0

$$R_{VB} = \frac{128}{8} = 16\ kN \qquad (\uparrow)$$

(ii) $\Sigma M_B = 0$
R_{VA} .8 – 8 (6) – 16 (4) – 8 (2) = 0
R_{VA} .8 – 48 – 64 – 16 = 0

$$R_{VA} = \frac{128}{8} = 16\ kN \qquad (\uparrow)$$

(iii) Untuk mencari reaksi horizontal R_{HA} dan R_{HB} maka, struktur portal tiga sendi dipisahkan menjadi 2 bagian, sebelah kiri S dan sebelah kanan S.



Syarat :
Pada S (sendi) tidak boleh mengalami momen, sehingga $\Sigma M_S = 0$

(iv) Potongan portal sebelah kiri S :

ΣM_S kiri = 0
R_{HA} .8 – R_{VA} (2) = 0
R_{HA} .8 – 16 (2) = 0

$$R_{HA} = \frac{32}{8} = 4\ kN \quad (\rightarrow)$$

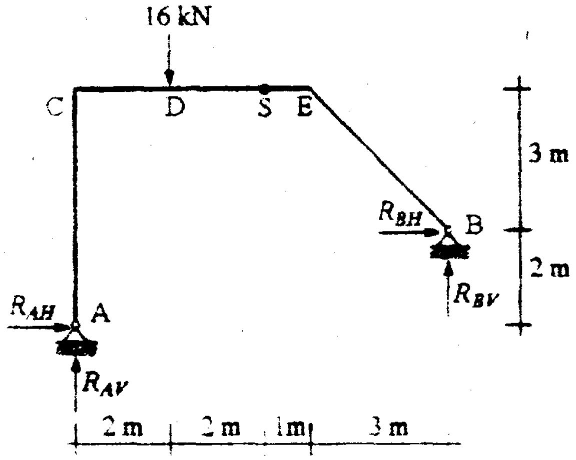
(v) Potongan portal sebelah kanan S :

ΣM_S kanan = 0
R_{HB} .8 – R_{VB} .6 – 16 (2) – 8 (4) = 0
R_{HB} .8 – 16 (6) – 16 (2) – 8 (4) = 0
R_{HB} .8 + 96 – 32 – 32 = 0

$$R_{HB} = -\frac{32}{8} = -4\ kN \qquad (\leftarrow)$$

Kasus 4

Hitung reaksi pada portal 3 sendi berikut. Perhatikan perbedaan posisi dari kedua tumpuan A dan B.



Jawab :

(i) $\Sigma M_A = 0$

$16\ (2) + R_{HB}\ (2) - R_{BV}\ (8) = 0$

$32 + 2\ R_{HB} - 8\ R_{BV} = 0$ ……….(1)

(ii) $\Sigma M_B = 0$

$R_{VA}\ (8) - R_{HA}\ (2) - 16\ (6) = 0$

$8\ R_{VA} - 2\ R_{HA} - 96 = 0$ ………..(2)

(iii) ΣM_S kiri = 0

$R_{VA}\ (4) - R_{HA}\ (5) - 16\ (2) = 0$

$4\ R_{VA} - 5\ R_{HA} - 32 = 0$ …………… (3)

(iv) ΣM_S kanan = 0

$4\ R_{VB} + 3\ R_{HB} = 0$ ……………. (4)

- Substitusi persamaan (1) dan (4)

$2\ R_{HB} - 8\ R_{VB} = -32$ x 3 $\rightarrow 6\ R_{HB} - 24\ R_{VB} = -96$

$3\ R_{HB} + 4\ R_{VB} = 0$ x 2 $\rightarrow 6\ R_{HB} - 8\ R_{VB} = 0$

$-32\ R_{VB} = -96$

$R_{VB} = 3$ kN $(\uparrow)$

$3\ R_{HB} + 4\ R_{VB} = 0$

$3\ R_{HB} + 4\ .3 = 0$

$$R_{HB} = \frac{-12}{3} = -4\,kN \qquad (\leftarrow)$$

- Substitusi (2) ke (3) :

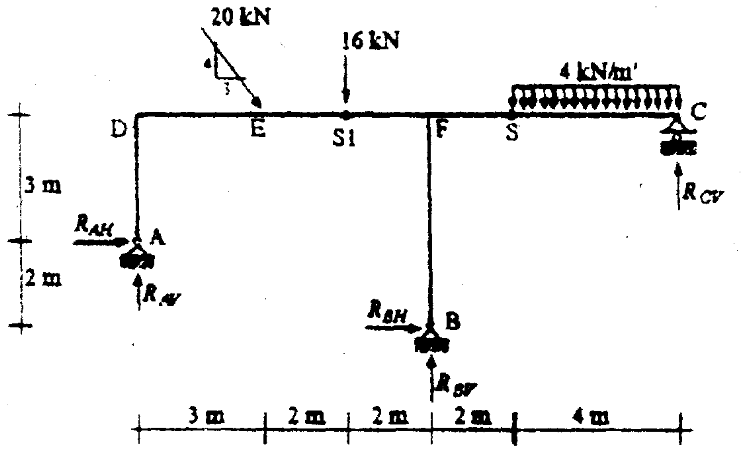
$8\ R_{VA} - 2\ R_{HA} = 96$ x 1 $\rightarrow 8\ R_{VA} - 2\ R_{HA} = 96$

$4\,R_{VA} - 5\,R_{HA} = 32 \quad x\,2 \qquad \rightarrow 8\,R_{VA} - 10\,R_{HA} = 64$

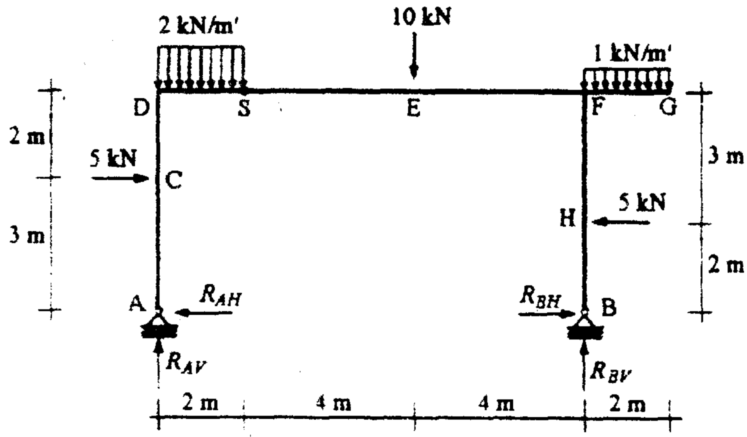
$8\,R_{HA} = 32$
$R_{HA} = 4$ kN (→)
$R_{AV} = 13$ kN (↑)

Soal Latihan :
Hitung reaksi di tumpuan dari konstruksi portal berikut ini.

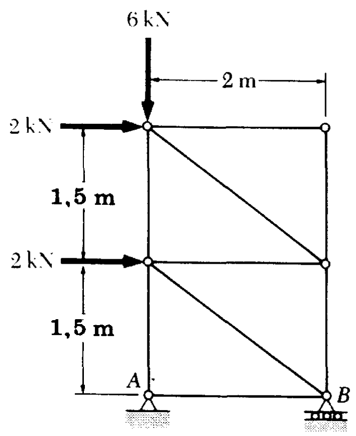
Soal 1.



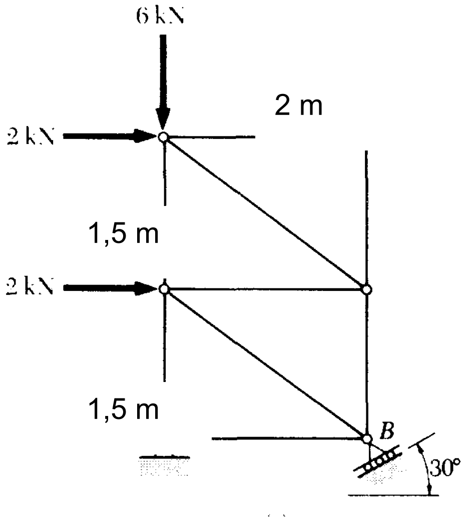
Soal 2



Soal 3



Soal 4.



Bab 6
KONSTRUKSI RANGKA BATANG (TRUSS)

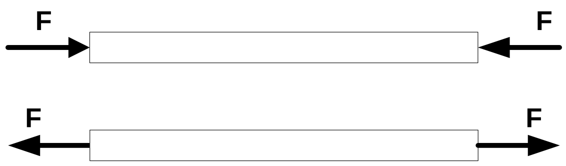
Rangka batang (Truss)

- Konstruksi yang dirancang untuk menumpu beban dan biasanya berupa struktur yang dikekang/disambung jepit penuh dan stasioner.

- Rangka batang terdiri dari batang-batang lurus yang berhubungan pada titik-titik kumpul (SIMPUL) yang terletak di setiap ujung batang.

- Oleh karena itu batang-batang ini merupakan BATANG DENGAN DUA GAYA : yaitu batang yang mengalami dua gaya sama besar dan berlawanan arah.

- Dua gaya tersebut merupakan gaya aksial yaitu berupa gaya tarik atau gaya tekan.



(gaya tekan)

(gaya tarik)

Berlaku Hukum III Newton : AKSI = REAKSI

- Pembahasan dibatasi pada : statis tertentu atau rangka batang sederhana.

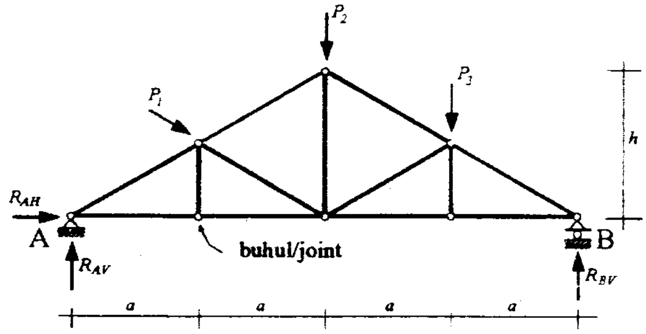
Syarat rangka batang sederhana

1. Sumbu batang berimpit dengan garis penghubung antara kedua ujung sendi / simpul. Titik pertemuan disebut : **titik simpul**. Garis yang menghubungkan semua simpul pada rangka batang disebut : **Garis Sistem**.

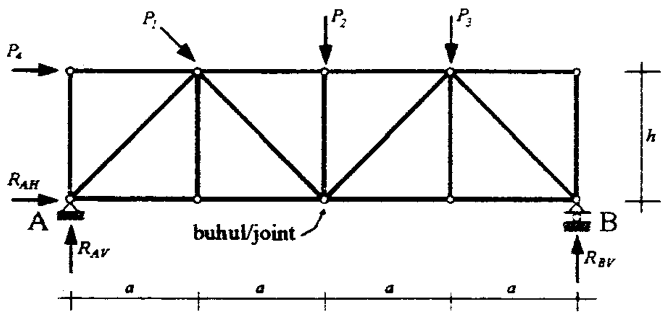
2. Muatan/beban yang bekerja pada rangka batang harus ditangkap / diteruskan pada simpul.

3. Garis sistem dan gaya luar harus terletak pada satu bidang datar.

4. Rangka batang ini harus merupakan rangka batang statis tertentu, baik ditinjau dari keseimbangan luar dan keseimbangan dalam.



(a) Rangka batang (truss) kuda-kuda



(b) Rangka batang (truss) jembatan

Bagian Rangka Batang :

- Batang Tepi : tepi atas dan tepi bawah.
- Batang Pengisi Diagonal
- Batang Pengisi Tegak
- Simpul
- Tumpuan

<u>Kekakuan Rangka Batang</u>

Jika jumlah simpul : S
jumlah batang : B
jumlah reaksi : R

maka :

- 2S – B – R = 0 rangka batang kaku
- 2S – B – R < 0 rangka batang tidak kaku
- 2S – B – R > 0 rangka batang statis tak tertentu.

Untuk rangka batang yang diletakkan pada tumpuan sendi dan roll, maka jumlah reaksi (R) yang diberikan berjumlah 3 reaksi (1 dari roll dan 2 dari sendi).

<u>Analisis Struktur Rangka Batang</u>

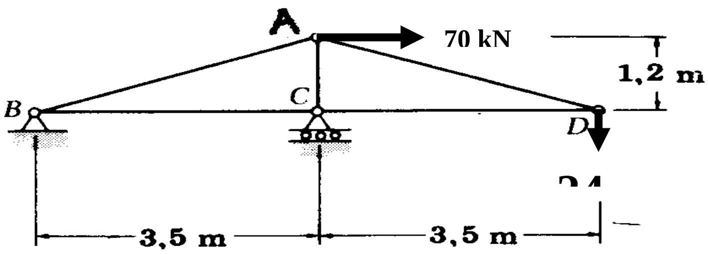
Untuk menganalisi struktur rangka batang, dilakukan 2 langkah :

1. Memeriksa kekakuan rangka, untuk statis tertentu harus memenuhi :
   2S – B – R = 0.
2. Menghitung keseimbangan gaya dalam.
   $\sum F_X = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$

Metode Sambungan
(Metode Kesimbangan Titik Simpul)

- Analisi dilakukan di sambungan / simpul / pin
- Batang merupakan batang dan gaya, dimana satu gaya pada setiap ujung batang.
- Berlaku hukum III Newton : Aksi = reaksi (gaya besar sama tetapi arah berlawanan).
- Digunakan untuk menghitung gaya pada semua.

Kasus 1.
Cari reaksi di tumpunan dari konstruksi rangka batang sederhana berikut dan hitung gaya masing-masing batang serta tentukan gaya tarik atau tekan.



Jawab :

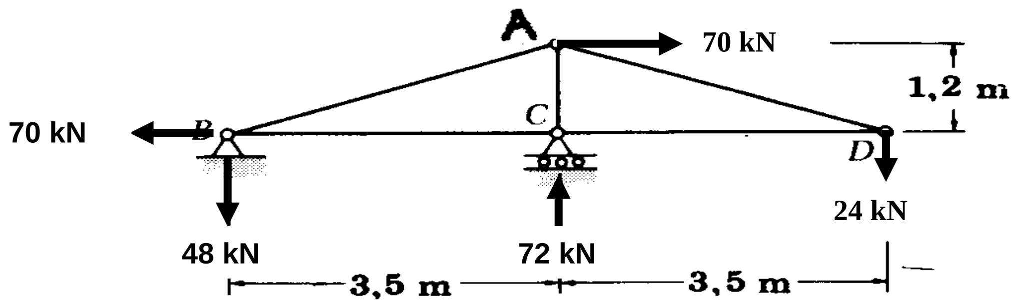
- Pengecekan stabilitas :
  Jumlah simpul (S) = 4
  Jumlah batang (B) = 5
  Jumlah reaksi (R) = 3

  2S – B – R = 2(4) – 5 – 3 = 0 Rangka batang stabil

- $\sum M_B = 0$
  R_{VC} (3,5) – 70 (1,2) – 24 (7) = 0
  R_{VC} = 72 kN (↑)
- $\sum M_C = 0$
  R_{VB} (3,5) + 70 (1,2) + 24 (3,5) = 0
  R_{VB} = - 48 kN (↓)

- Pengecekan :
  $\sum F_V$ = 0 = 72 – 24 – 48 = 0 perhitungan benar
- $\sum F_{HB} = 0$
  R_{HB} - 70 = 0
  R_{HB} = 70 kN (←)

- Untuk menghitung besar gaya pada tiap simpul, maka digunakan prinsip poligon gaya tertutup.
- Analisis tiap simpul dapat dibuat dalam bentuk diagram yang dikenal dengan Diagram Maxwell



Panjang batang miring :

$$AB = AD = \sqrt{(3,5)^2 + (1,2)^2} = 3,7\ m$$

- **Simpul B**
  a. $\sum F_{HB} = 0$
  $70 - F_{HBC} = 0$
  $F_{HBC} = 70$ kN (simpul B tarik, batang BC tekan)

  b. $\sum F_{VB} = 0$
  $48 - \frac{1,2}{3,7} F_{CA} = 0$ maka $F_{CA} = 148$ kN (tarik)

- **Simpul C**
  a. $\sum F_{HC} = 0$
  $70 - F_{HCB} = 0$
  $F_{HBC} = 70$ kN (simpul C tarik, batang CB tekan)

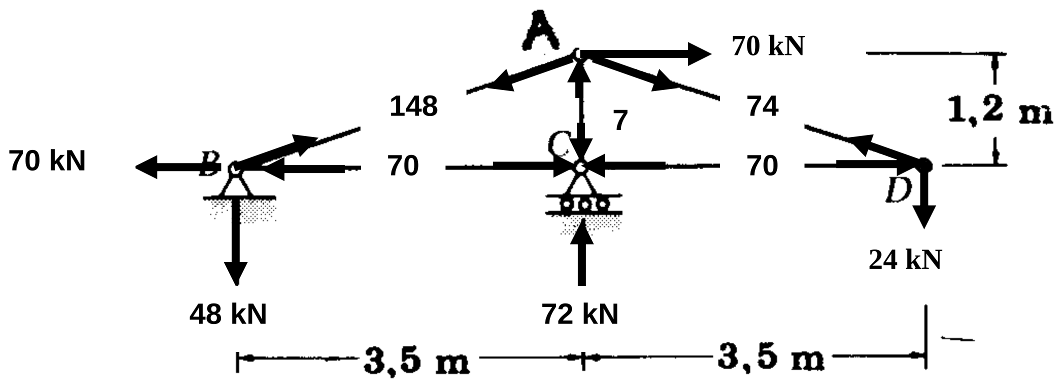
  b. $\sum F_{HC} = 0$
  $70 - F_{HCD} = 0$
  $F_{HBC} = 70$ kN (simpul C tarik, batang CD tekan)

  c. $\sum F_{VC} = 0$
  $72 - F_{VCA} = 0$
  $F_{VCA} = 72$ kN (tekan)

- **Simpul D**
  $\sum F_{VD} = 0$
  $24 - \frac{1,2}{3,7} F_{DA} = 0 = 0$
  $F_{DA} = 74$ kN (tarik)

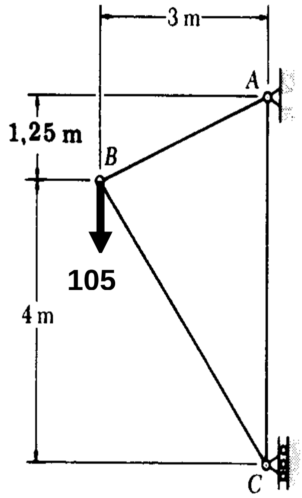
- **Simpul A**
  $\sum F_{HA} = 0$
  $70 - \frac{3,5}{3,7} F_{AB} + \frac{3,5}{3,7} F_{AD} = 0$
  $70 - \frac{3,5}{3,7}(148) + \frac{3,5}{3,7}(74) = 0$ terbukti

Hasil Akhir



Kasus 2

Hitung gaya reaksi di tumpuan dan gaya tiap batang. Berikan tanda pada batang tersebut gaya tarik atau gaya tekan.



Jawab :

- Pengecekan stabilitas :
  Jumlah simpul (S) = 3
  Jumlah batang (B) = 3
  Jumlah reaksi (R) = 3

  2S – B – R = 2(3) – 3 – 3 = 0 Rangka batang stabil
- $\sum M_A = 0$
  R_{VC} (5,25) – 105(3) = 0
  R_{VC} = 60 kN (←)
- $\sum M_C = 0$
  R_{VA} (5,25) + 105 (3) = 0
  R_{VA} = - 60 kN (→)
- $\sum F_{HA} = 0$
  R_{HA} - 105 = 0
  R_{HA} = 105 kN (↑)

Panjang batang miring :

$$AB = \sqrt{(3)^2 + (1,25)^2} = 3,25\ m$$

$$BC = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5\ m$$

- **Simpul A**

$\sum F_{VA} = 0$

$60 - \frac{3}{3,25} F_{AB} = 0$

F_{AB} = 65 kN (tarik di simpul)

$\sum F_{HA} = 0$

$105 - \frac{1,25}{3,25} F_{AB} - F_{HAC} = 0$

$105 – 25 - F_{HAC} = 0$

F_{HAC} = 80 kN (tarik di simpul)

- **Simpul B**

$\sum F_{HB} = 0$

$105 - \frac{1,25}{3,25} F_{BA} - \frac{4}{5} F_{BC} = 0$

$105 - \frac{1,25}{3,25}(65) - \frac{4}{5} F_{BC} = 0$

F_{BC} = 100 kN (tekan di simpul)

- **Simpul C**

$\sum F_{VC} = 0$

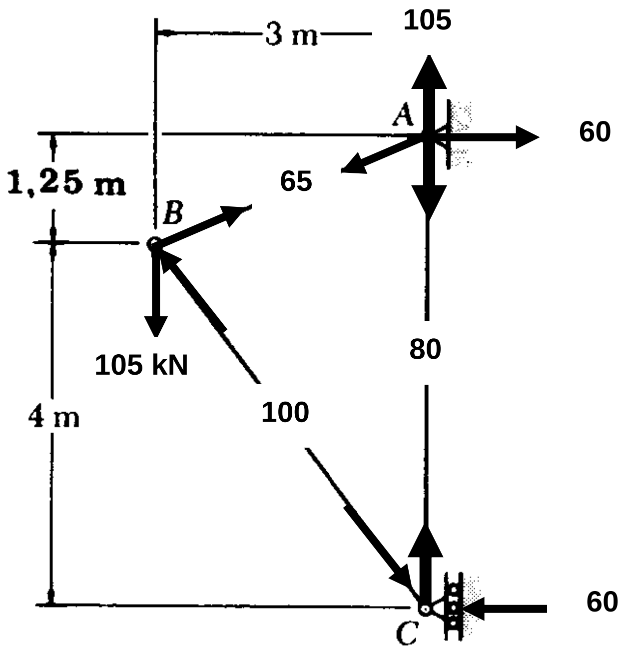
$60 - \frac{3}{5}(100) = 0$

$0 = 0$

$\sum F_{HC} = 0$

$80 - \frac{4}{5}(100) = 0$

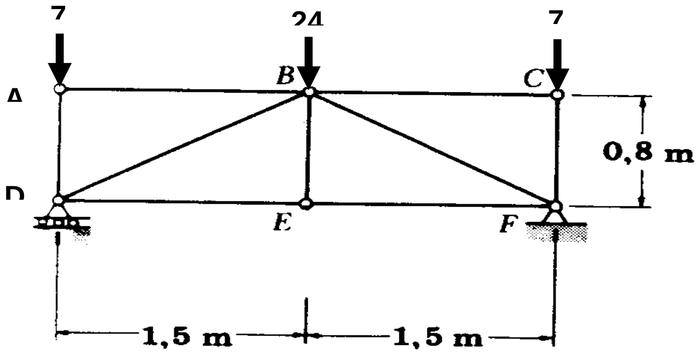
$0 = 0$



<u>Hasil Akhir :</u>

Kasus 3

Hitung gaya reaksi di tumpuan dan gaya tiap batang. Berikan tanda pada batang tersebut gaya tarik atau gaya tekan.



Jawab :

- Pengecekan stabilitas :
  Jumlah simpul (S) = 6
  Jumlah batang (B) = 9
  Jumlah reaksi (R) = 3

  2S – B – R = 2(6) – 9 – 3 = 0 Rangka batang stabil

- $\sum M_D = 0$
  R_{VF} (3) – 7(3) – 24 (1,5) = 0
  R_{VC} = 19 kN (↑)

- $\sum M_F = 0$
  R_{VD} (3) – 7(3) – 24 (1,5) = 0
  R_{VC} = 19 kN (↑)

- Pengecekan

  $\sum F_V = 0$
  7 + 24 + 7 – 19 – 19 = 0
  0 = 0

Panjang batang miring :

$$BD = BF = \sqrt{(1{,}5)^2 + (0{,}8)^2} = 1{,}7\ m$$

- **Simpul A**
  $\sum F_{VA} = 0$
  7 – F_{VDA} = 0
  F_{VDA} = 7 kN (tekan di simpul A)

- **Simpul D**
  $\sum F_{VD} = 0$
  $19 - 7 - \frac{0{,}8}{1{,}7} F_{BD} = 0$

F_{BD} = 25,5 kN (tekan di simpul D)

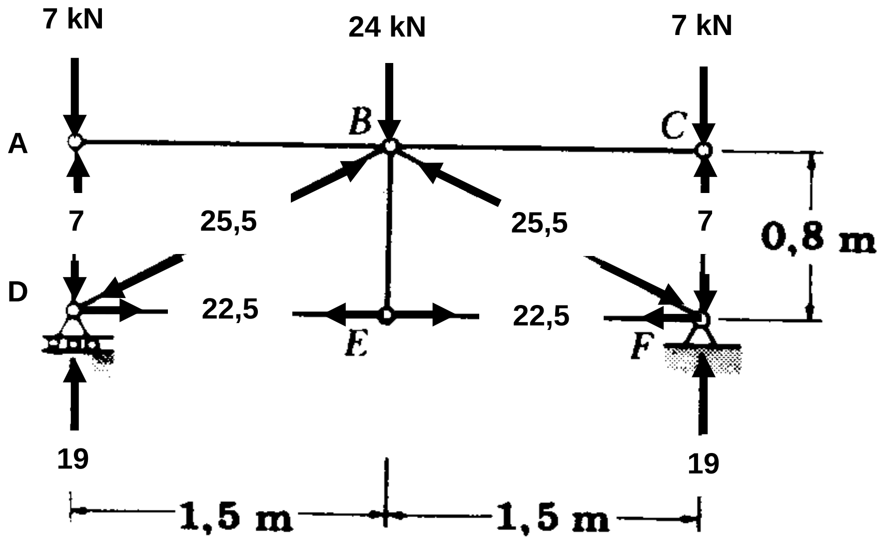
$\sum F_{HD} = 0$

$F_{HDE} - \frac{1,5}{1,7}(25,5) = 0$

F_{HDE} = 22,5 kN (tarik di simpul D)

- Karena bentuk rangka batang simetri, maka perhitungan simpul C = simpul A dan simpul F = simpul D.
- Batang AB, BC, dan BE merupakan **batang tanpa gaya,** yang merupakan **batang penyeimbang**.

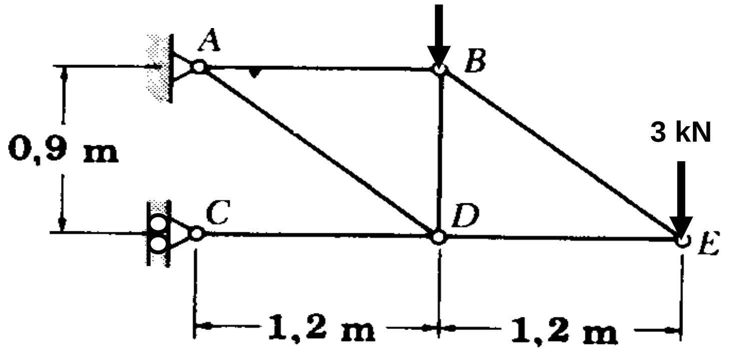
- **Hasil Akhir :**



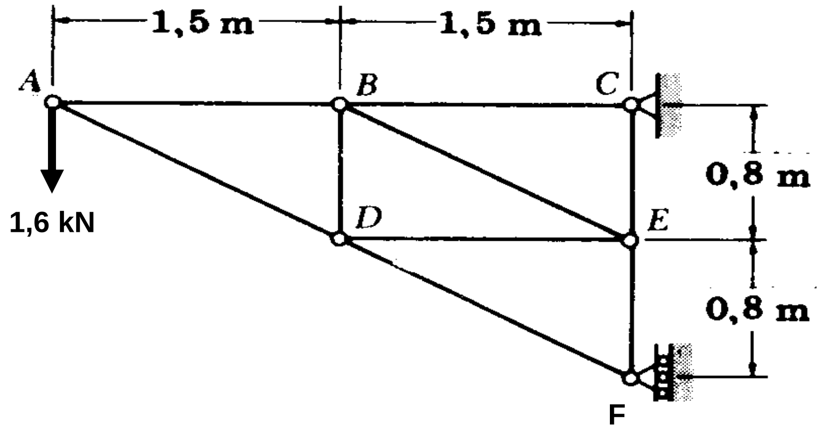
Soal Latihan

Hitung reaksi di tumpuan dari setiap rangka batang berikut, disertai analisis gaya batang beserta sifat gaya tarik atau tekan. Gunakan metode keseimbangan titik simpul.

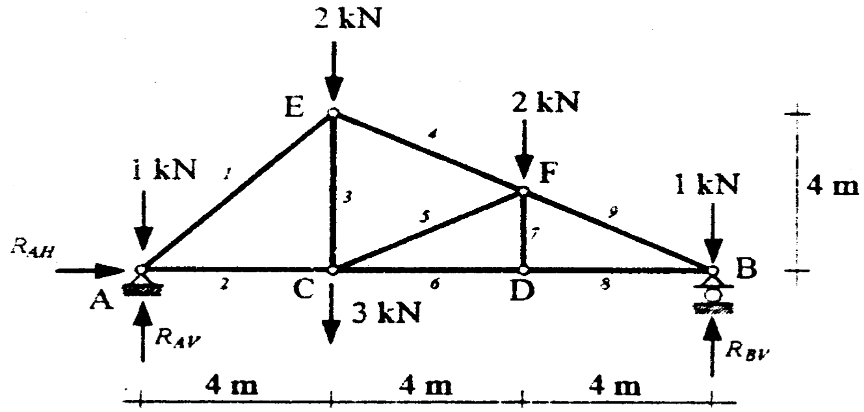
Soal 1.



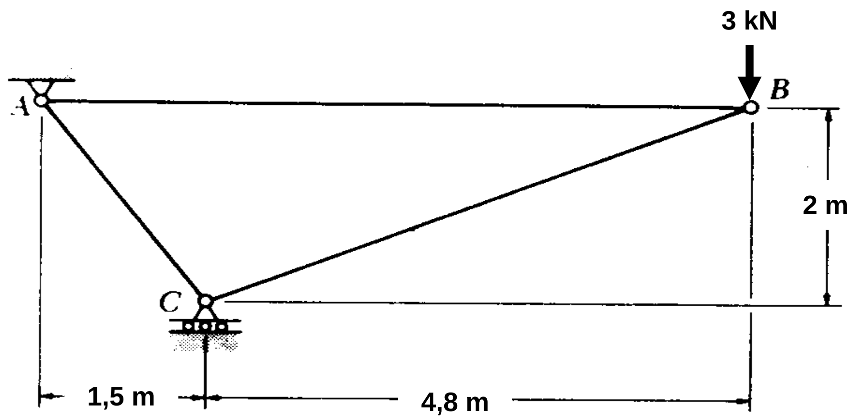
Soal 2.



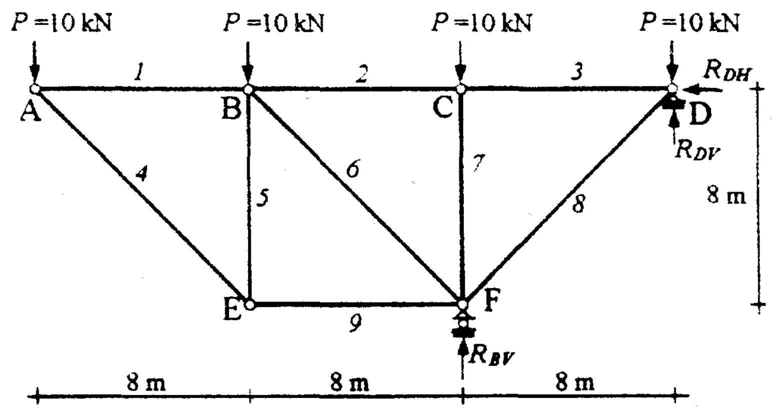
Soal 3.



Soal 4.



Soal 5



BAB 7
RANGKA BATANG
(METODE PEMBAGIAN / POTONGAN)

- Metode ini digunakan jika dihendaki untuk menghitung besarnya gaya pada batang tertentu.

- **Prinsip Dasar :**

  1) Seluruh gaya yang bekerja pada potongan (bagian kiri atau kanan struktur yang terpotong), harus memenuhi persamaan keseimbangan statis :
     $\sum F_X = 0$
     $\sum F_y = 0$
     $\sum M = 0$

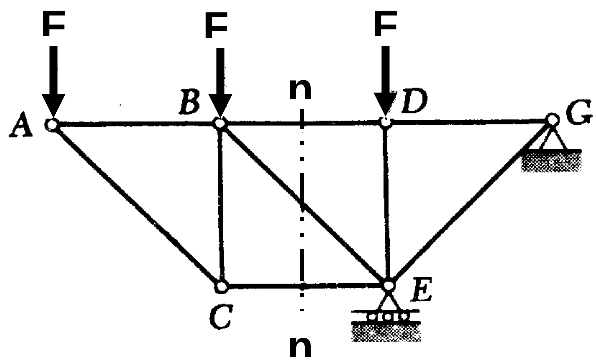
  2) Perhitungan gaya batang tidak harus dimulai secara berurutan, tetapi dapat langsung pada batang yang diinginkan.

  3) Potongan harus melalui/memotong batang yang akan dihitung gayanya, sehingga dapat digambarkan diagram benda bebasnya (DBB).

  4) Batang yang akan dihitung gaya batangnya dianggap mengalami tarikan dan diberi nilai positif (+). Hal ini dimaksudkan sebagai **asumsi awal** untuk mempermudah analisis.

  5) Maksimum jumlah batang yang dapat/boleh dipotong adalah : **3 batang.**

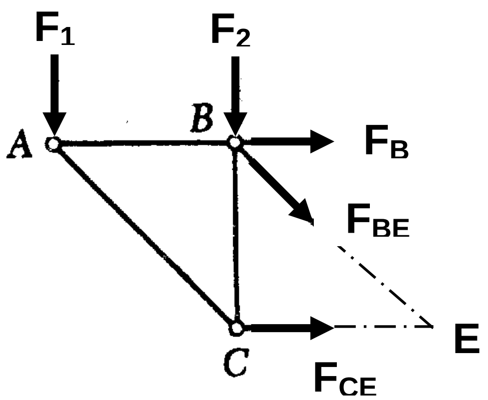
Contoh :



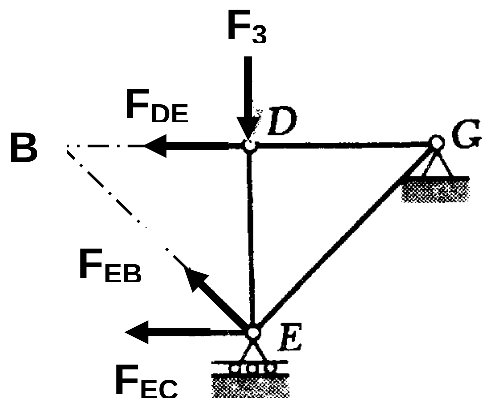
Jika diinginkan untuk mencari harga gaya pada batang BD, BE, BC maka dapat dilakukan pemotongan pada tersebut ditunjukkan dengan garis (n – n)

Hasil potongan n – n

Sisi kiri



Sisi kanan



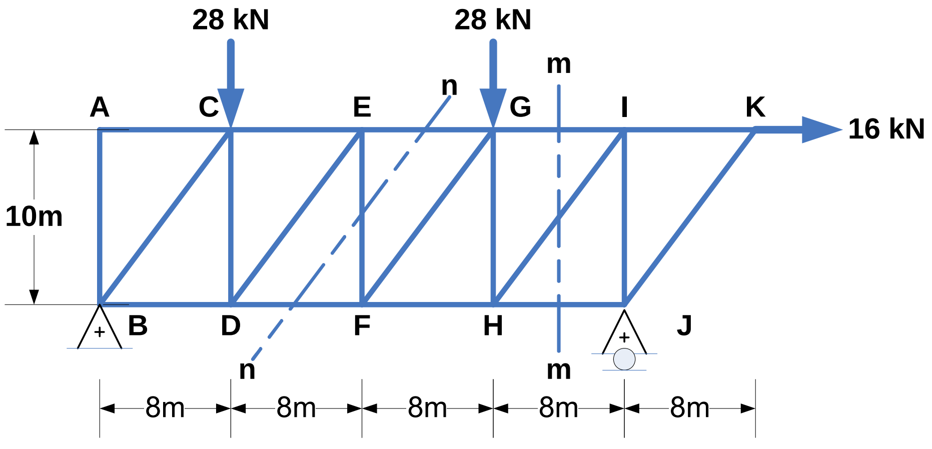
F_{BE} dapat diuraikan arah x dan y (vertikal dan horisontal)

Untuk menyelesaikan :

- F_{BD} dengan $\sum M_E = 0$
- F_{CE} dengan $\sum M_B = 0$
- F_{BE} dengan $\sum F_y = 0$
- Di cek dengan $\sum F_X = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$

<u>Kasus 1</u>

Cari gaya pada bagian EF dan GI pada rangka batang berikut. Apakah rangka batang seimbang/stabil ? Gunakan metode potongan.



Jawab :

- Potongan n – n untuk mencari F_{EF}
- Potongan m – m untuk mencari F_{GI}

(i) $\sum M_B = 0$

$R_{VJ}\,(32) – 28(8) – 28(24) – 16(10) = 0$

$R_{VJ} = 33$ kN (↑)

(ii) $\sum M_J = 0$

R_{VB} (32) + 16 (10) – 28 (24) – 28 (8) = 0

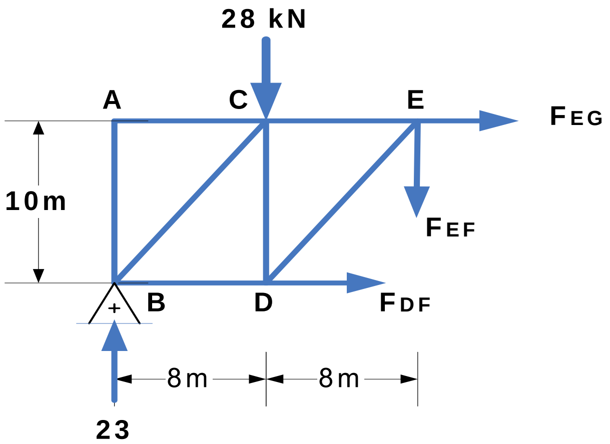
R_{VB} = 23 kN (↑)

(iii) $\sum F_X = 0$

R_{HB} – 16 = 0

R_{HB} = 16 kN (←)

Mencari F_{EF} / F_{DF} / F_{EG}



Asumsikan :

F_{EG} , F_{EF} , F_{DF} = gaya tarik

a) $\sum F_y = 0$

F_{EF} + 28 – 23 = 0

F_{EF} = - 5 kN (tekan)

b) $\sum M_E = 0$

F_{DF} (10) + 28 (8) – 16 (10) = 0

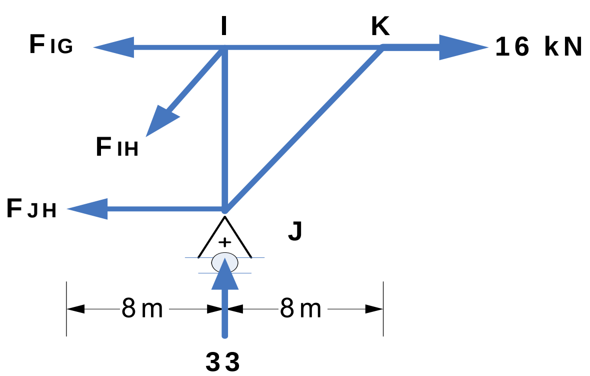
F_{DF} = - 6,4 kN (tekan)

c) $\sum M_X = 0$

F_{EG} – 16 – 6,4 = 0

F_{EG} = 22,4 kN (tarik)

Mencari F_{GI}



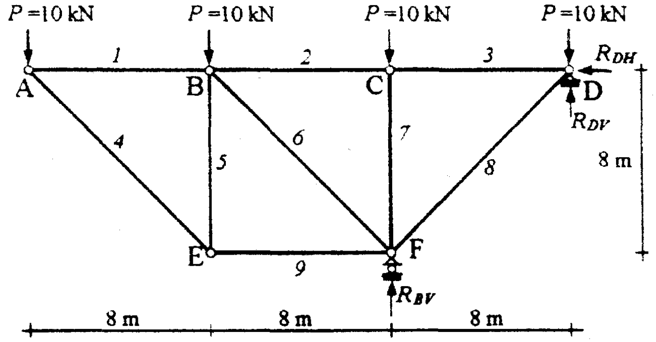
$\sum M_H = 0$

F_{GI} (10) + 33 (8) – 16 (10) = 0

F_{GI} = - 10,4 kN (tekan)

Kasus 2

Diketahui struktur dengan dimensi dan beban seperti gambar. Hitunglah gaya-gaya di batang no. 2, 6, 9, dengan metode potongan.



Jawab :

(i) Pemeriksaan stabilitas konstruksi rangka batang:

2S – B – R = 0

S = 6, B = 9, R = 3

2(6) – 9 – 3 = 0 (stabil)

(ii) Mencari reaksi di tumpuan D dan F

- $\sum M_F = 0$

  R_{VD} (8) + P_2 (8) + P_1 (16) – P_4 (8) = 0

  R_{VD} (8) + 10 (8) + 10 (16) – 10 (8) = 0

  $$R_{VD} = -\frac{160}{8} = -20\ kN \qquad (\downarrow)$$

- $\sum M_D = 0$

  R_{VF} (8) – P_3 (8) – P_2 (16) – P_1 (24) = 0

  R_{VF} (8) – 10 (8) – 10 (16) – 10 (24) = 0

  $$R_{VF} = \frac{80+160+240}{8} = 60\ kN \qquad (\uparrow)$$

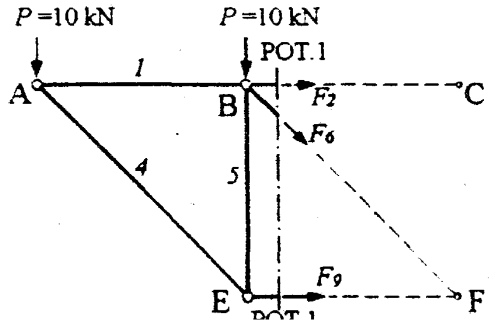
- Pemeriksaan hasil perhitungan :

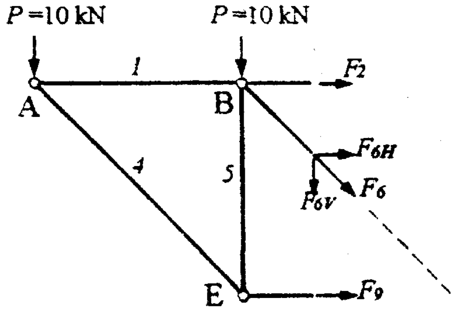
  $\sum F_V = 0$

  $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 - R_{VF} + R_{VD} = 0$

  10 + 10 + 10 + 10 - 60 + 20 = 0

(iii) Potongan n – n : sisi kiri





$F_2 = F_{BC}$, $F_6 = F_{BF}$, $F_9 = F_{EF}$
F_6 terdiri dari = F_{6H} dan F_{6V}

Sudut θ = 45º

- $F_{6H} = F_6 \sin 45^o$
- $F_{6V} = F_6 \cos 45^o$

a) $\sum M_B = 0$
$F_9 (8) + P_1 (8) = 0$

$$F_9 = -\frac{P_1 . 8}{8} = -\frac{10.8}{8} = -10\ kN\ \ (tekan)$$

b) $\sum M_F = 0$
$F_2 (8) - P_1 (16) - P_2 (8) = 0$
$F_2 (8) - 10 (16) - 10 (8) = 0$
$F_2 = 30$ kN (tarik)

c) $\sum F_V = \sum F_y = 0$
$F_{6V} + P_1 + P_2 = 0$
$F_{6V} = - P_1 - P_2 = - 10 - 10 = - 20$ kN (tekan)
$F_{6V} = F_6 \cos 45^o$

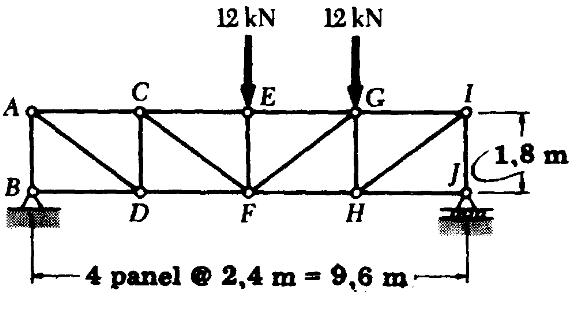
$$F_6 = -\frac{F_{6V}}{\cos 45^\circ} = \frac{-20}{\cos 45^\circ} = -28{,}3\ kN\ \ (tekan)$$

Kesimpulan :

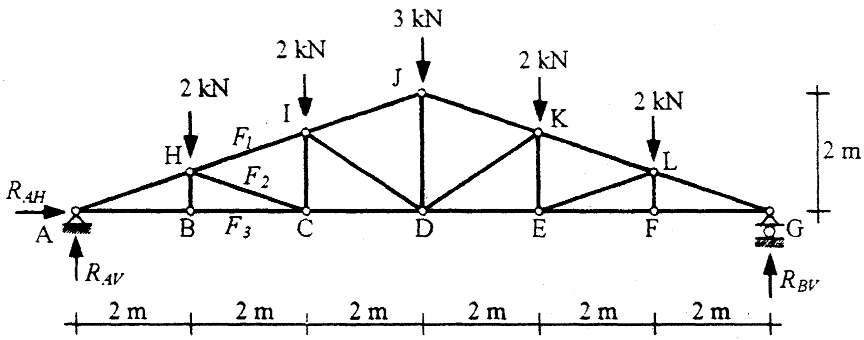
a) F_2 = 30 kN (tarik)
b) F_6 = - 28,3 kN (tekan)
c) F_9 = - 10 kN (tekan)

Soal latihan

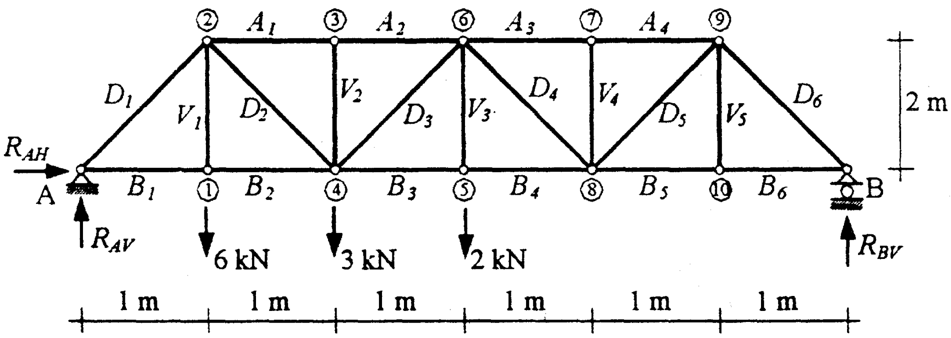
<u>Soal 1.</u>
Cari reaksi di tumpuan dan hitung gaya di batang CE dan CF dengan metode potongan.



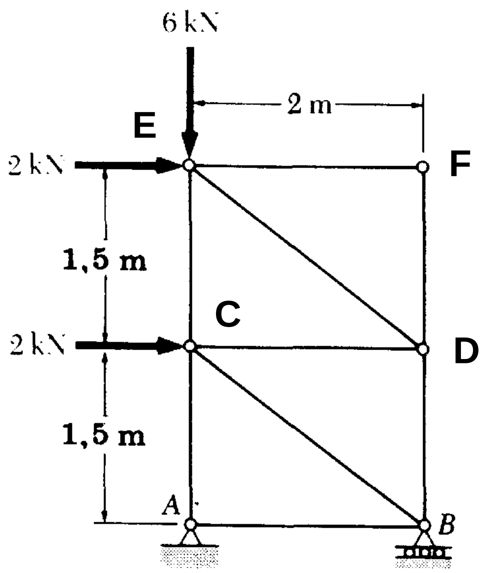
<u>Soal 2.</u>
Cari reaksi di tumpuan dan hitung gaya F_1, F_2, dan F_3 di batang HI, HC, dan BC dengan metode potongan.



Soal 3.
Cari reaksi di tumpuan dan hitung gaya di batang A_1, D_2, dan B_2 dengan metode potongan.

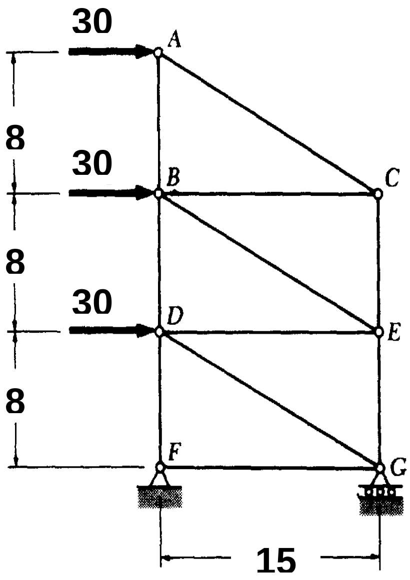


Soal 4.
Cari reaksi di tumpuan dan hitung gaya di batang CE, CD, dan BD dengan metode potongan.



Soal 5.

Cari reaksi di tumpuan dan hitung gaya di batang BD dan DE dengan metode potongan.



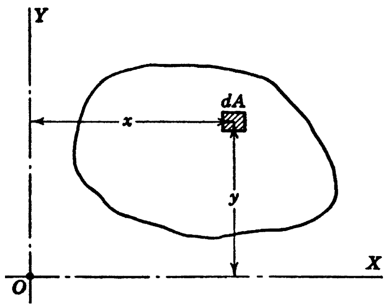
******

Bab 8
MOMEN INERSIA

Jika ρ : jarak tegak lurus dA ke sumbu inersia maka momen inersia di definisikan sebagai :

$$I = \int \rho^2 dA$$

Dari definisi ini maka menunjukkan bahwa luas dibagi menjadi elemen kecil (dA) dan masing-masing luas dikalikan dengan kuadrat lengan momennya (ρ) terhadap sumbu acuan.



(i) momen inersia terhadap sumbu x :

$$I_x = \int y^2 \, dA$$

(ii) momen inersia terhadap sumbu y :

$$I_y = \int x^2 \, dA$$

- Bandingkan dengan :

  $$Q_x = \int y \, dA$$

  $$Q_y = \int x \, dA$$

  momen pertama, pada saat mencari titik berat.

  Maka

  $$I_x = \int y^2 \, dA$$

  $$I_y = \int x^2 \, dA$$

  momen kedua, (second moment of area)

Jadi : momen inersia = momen kedua suatu bidang.

Satuan momen inersia adalah :
I : (mm^4) / cm^4 atau m^4, tergantung satuan dasar yang digunakan.

Momen inersia polar / kutub

Momen inersia luas relative terhadap garis atau sumbu tegak lurus bidang luas disebut dengan momen inersia polar / kutub dengan simbul (J_o)

$$I = \int r^2 \, dA$$

$$I_x = \int y^2 \, dA$$

$$I_y = \int x^2 \, dA$$

$$J_o = I_X + I_y = \int (x^2 + y^2) \, dA = \int x^2 \, dA + \int y^2 dA$$

Jari-jari Girasi

Tinjau suatu bidang A yang bermomen inersia I_X terhadap sumbu x. Agar bidang A yang berkonsentrasi mempunyai momen inersia terhadap sumbu x, maka harus diberikan jarak (k) dari sumbu x yang didefinisikan melalui hubungan :

$$I_X = k_X^2 A \rightarrow k_X = \sqrt{\frac{I_X}{A}}$$

k_X : jari-jari girasi terhadap sumbu x.

Catatan :
untuk mendapatkan momen maka gaya x jarak jari-jari girasi (k) adalah jarak momen.

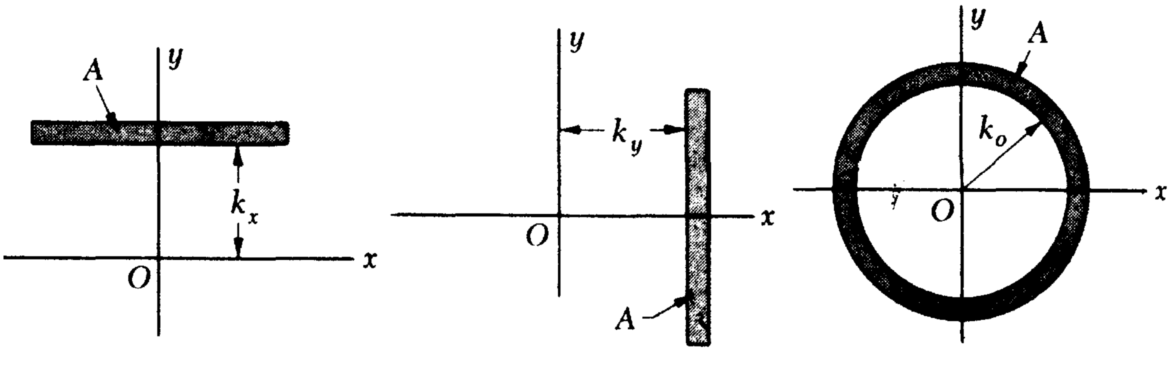
$$k_X = \sqrt{\frac{I_X}{A}} \quad \rightarrow \quad I_X = k_X^{\ 2} A$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad \rightarrow \quad I_y = k_y^{\ 2} A$$

$$k_o = \sqrt{\frac{I_o}{A}} \quad \rightarrow \quad j_o = k_o^{\ 2} A$$

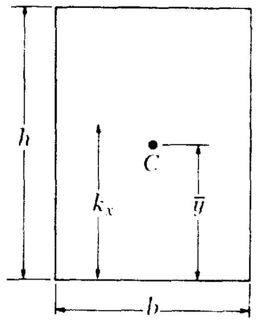
$$k_o^2 = k_X^2 + k_y^2 \quad \rightarrow \quad J_o = k_X + k_y$$

Beberapa posisi k :



Contoh :

Tentukan jari-jari girasi (k_X) dari persegi panjang seperti pada gambar :



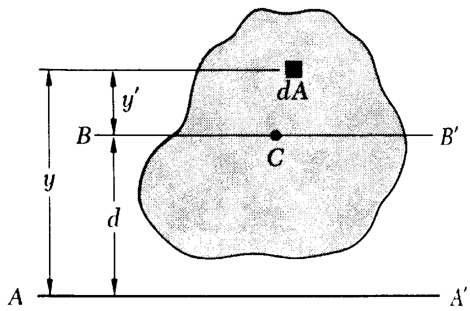
$$k_x{}^2 = \frac{I_X}{A} = \frac{\frac{1}{3} b h^2}{bh} = \frac{h^2}{3}$$

$$k_X = \sqrt{\frac{h^2}{3}} = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

Teorema Sumbu Sejajar

(i) Tinjau momen inersia (I) suatu bidang yang luasnya A terhadap sumbu A – A'. jika jarak antara sumbu referensi A – A' ke dA adalah y.
Maka :

$$I = \int y^2 \ dA$$



(ii) Tarik sumbu ke II yaitu B – B' yang melewati titik berat C pada bidang <u>sejajar dengan A - A'</u> sumbu B – B' yang melewati C disebut dengan : <u>**Sumbu Titik Berat**</u>. Jika jarak B – B' ke dA adalah y', maka jarak elemen dA ke B–B' dapat ditulis :

y = y' + d ,

dengan d adalah : jarak A-A' ke B-B'

Dengan substitusi y = y' + d ke $I = \int y^2 \ dA$ maka dapat diperoleh :

$$I = \int y^2 dA$$

$$= \int (y^1 + d)^2 \ dA$$

$$I = \int y^{1\,2} \ dA + 2d \int y^1 dA + dA \int dA$$

I II III

Dari integral di atas dapat disimpulkan sebagai berikut :

a) Integral I :

$\int y'^2 \, dA$ = menyatakan I_X yaitu momen inersia terhadap sumbu titik berat B-B'.

b) Integral II :

$2d\int y^1 dA = 0,$ karena $\int y^1 dA = A.y$ dimana y menyatakan jarak dan sumbu acuan B-B' ke titik berat. Karena titik berat C berada pada sumbu B-B' maka y = 0, maka hasil integrasi = 0

c) $d^2 \int dA = Ad^2$

Maka integral I = $\int (y^1 + d)^2 dA$ dapat ditulis sebagai :

$I_X = I_X + Ad^2$ yang merupakan teorema sumbu sejajar.

$I_X = I_X + Ad^2$ dengan A : luas dan d : jarak sumbu AA' – BB'

Artinya :

untuk setiap luas momen inersia terhadap setiap sumbu pada bidang luas, sama dengan momen inersia terhadap sumbu sejajar titik berat, ditambah terminologi perpindahan yang terdapat perkalian luas dengan kuadrat jarak antara kedua sumbu.

Dengan menggunakan hubungan dan cara yang sama dapat diambil :

(i) $Ak_X^2 = A\,\bar{k}_X^2 + Ad^2$

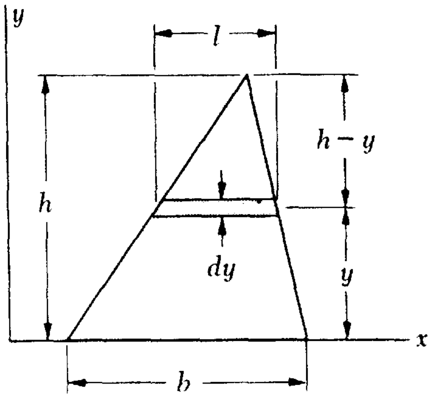
$k_X^2 = \bar{k}_X^2 + d^2$ (jari-jari girasi)

(ii) Momen inesia polar :

$J = \bar{J} + Ad^2$

Contoh soal :

1) Tentukan momen inesia segitiga terhadap alasanya.



$$I_X = \int y^2 dA$$

$dI_X = y^2 \, dA$

$$\therefore I_X = \int y^2 dA$$

dengan dA = *l* dy

untuk menentukan *l*, lihat segitiga sebangun (sama) :

$$\frac{\ell}{b} = \frac{h-y}{h}$$

$$\ell = b\left(\frac{h-y}{h}\right)$$

$$\therefore dA = \ell \, dy$$

$$dA = b\left(\frac{h-y}{h}\right) dy$$

- Batas integral : y = 0 ke y = h

$$\therefore I_X = \int y^2 dA$$

$$= \int_o^h y^2 \, b\left(\frac{h-y}{h}\right) dy$$

$$= \frac{b}{h}\int_o^h (h\,y^2 - y^3)\,dy$$

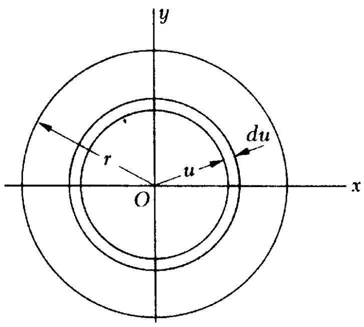
$$= \frac{b}{h}\left[h\frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4}\right]_o^h$$

$$= \frac{b}{h}\left[\left(h.\frac{h^3}{3} - \frac{h^4}{4}\right) - (o)\right]$$

$$= \frac{b}{h}\left[\frac{h^4}{3} - \frac{h^4}{4}\right] = \frac{b}{h}\left[\frac{4h^4 - 3h^4}{12}\right]$$

$$I_x = \frac{b}{h}\,\frac{h^4}{12} = \frac{bh^3}{12}$$

2. Tentukan momen inersia polar (Jo) terhadap titik berat suatu bidang lingkaran dengan integrasi langsung. Kemudian dengan menggunakan hasil Jo, tentukan momen inersia bidang lingkaran terhadap diameter



dJo = u^2 dA
dA = 2π u du

Jo = $\int d\,Jo = \int_o^r \mu^2 dA$

Batas integral adalah (o - r)

Jo = $\int_o^r \mu^2 (2\pi\,\mu\, d\mu)$

$$= 2\pi \int_o^r \mu^3 d\mu = 2\pi \left(\frac{\mu^4}{4} \right)_o^r$$

$$= 2\pi \left(\frac{r^4}{4} - 0 \right)$$

$$\therefore Jo = \frac{\pi}{2} r^4$$

Momen kelembaman terhadap diameter :

$I_X = I_y$ karena bidang lingkaran simetri.

$Jo = I_X + I_y$

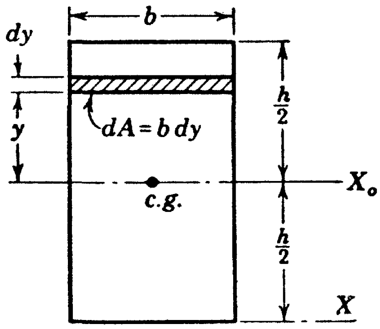
$Jo = 2\, I_X$

$$\frac{\pi}{r} r^4 = 2 I_X$$

momen inesia terhadap diameter.

$$I_X = I_y = \frac{\pi}{4} r^4$$

3. Tentukan momen inersia segi empat dengan dasar b dan tinggi h terhadap :
   a) sumbu titik berat
   b) sumbu berimpit dengan dasar



- $dA = b\ dy$
- $I = \int y^2\, dA$
- $A = b\, .h$
- $d = \dfrac{h}{2}$

a) $$\bar{I}_x = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2} (y^2 .b)\, d_y$$

$$\bar{I}_X = b \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-h/2}^{h/2} = b \left[\frac{(\frac{h}{2})^3}{3} - \frac{(-\frac{h}{2})^3}{3} \right]$$

$$\bar{I}_X = b \left[\frac{\frac{h^3}{8}}{3} - \frac{-\frac{h^3}{8}}{3} \right] = b \left[\frac{h^3}{24} + \frac{h^3}{24} \right]$$

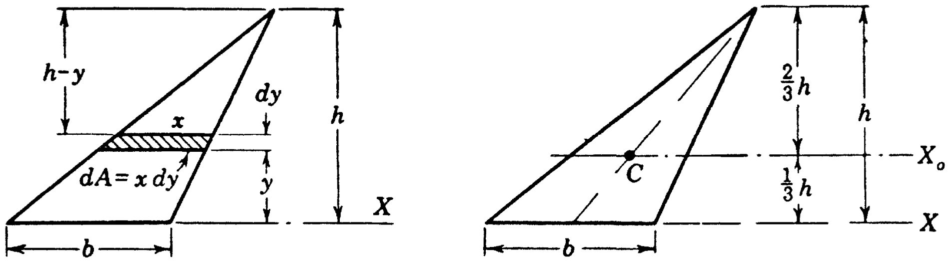
$$\bar{I}_x = b\, \frac{2h^3}{24} = \frac{bh^3}{12}$$

b) Teorema sumbu sejajar :

$I_X = \bar{I}_X + Ad^2 = \dfrac{bh^3}{12} + b.h.\left(\dfrac{h}{2}\right)^2$

$$I_X = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{4} = \frac{bh^3}{3}$$

4. Tentukan I_X dan I_X dari segitiga berikut.



Jawab :

(i) dA = x dy , $\quad x = \dfrac{b}{h}(h-y)$

$dA = \dfrac{b}{h}(h-y)$

I_X = momen inersia terhadap sumbu x (berimpit dengan b)

$I_X = \int_o^h y^2 x\,dy = \int_o^h y^2\left(\dfrac{b}{h}(h-y)\right)dy$

$= \dfrac{b}{h}\int_o^h (hy^2 - y^3)\,dy$

$$I_X = \frac{b}{h}\left[\frac{h\,y^3}{3} - \frac{y^4}{4}\right]_o^h = \frac{bh^3}{12}$$

(ii) momen inersia sumbu titik berat (sumbu X_o)

$I_X = \bar{I}_X + Ad^2$

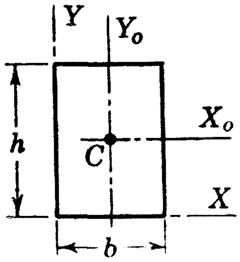
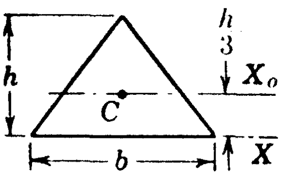
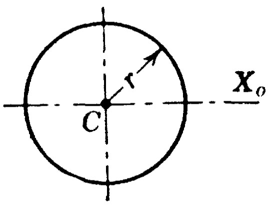
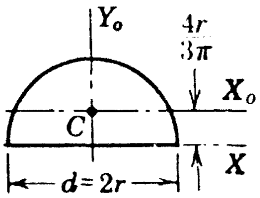
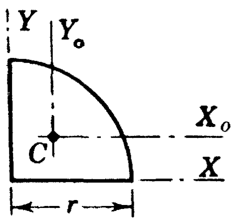
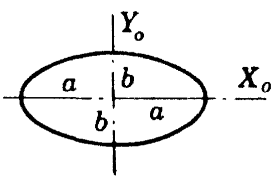
$$\frac{bh^3}{12} = I_X + (\tfrac{1}{2}.b.h)\,(\tfrac{1}{3}h)^2$$

$\dfrac{bh^3}{12} = I_X + \left(\dfrac{bh}{2}\right)\left(\dfrac{h^2}{9}\right) = I_X + \dfrac{bh^3}{18}$

$I_X = \dfrac{bh^3}{36}$

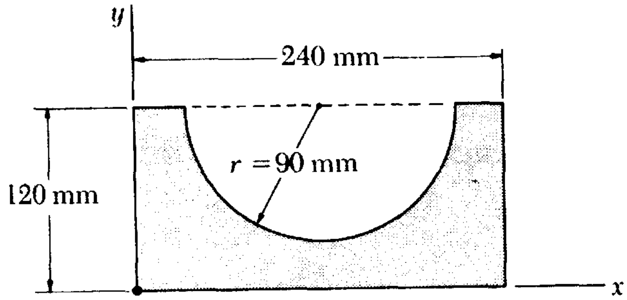
Momen Inersia Bidang Komposit

TABEL A-1. Momen Inersia untuk Berbagai Bentuk Geometris

BENTUK	MOMEN INERSIA	
Segi empat 	$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_x = \frac{bh^3}{3}$	$\bar{k}_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$ $k_x = \frac{h}{\sqrt{3}}$
Segi tiga sebarang 	$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_x = \frac{bh^3}{12}$	$\bar{k}_x = \frac{h}{\sqrt{18}}$ $k_x = \frac{h}{\sqrt{6}}$
Lingkaran 	$\bar{I}_x = \frac{\pi r^4}{4}$ $\bar{J} = \frac{\pi r^4}{2}$	$\bar{k}_x = \frac{r}{2}$ $\bar{k}_z = \frac{r}{\sqrt{2}}$
Setengah lingkaran 	$I_x = \bar{I}_y = \frac{\pi r^4}{8}$ $\bar{I}_x = 0.11r^4$	$k_x = \bar{k}_y = \frac{r}{2}$ $\bar{k}_x = 0.264r$
Seperempat lingkaran 	$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16}$ $\bar{I}_x = \bar{I}_y = 0.055r^4$	$k_x = k_y = \frac{r}{2}$ $\bar{k}_x = \bar{k}_y = 0.264r$
Elips 	$\bar{I}_x = \frac{\pi a b^3}{4}$ $\bar{I}_y = \frac{\pi b a^3}{4}$	$\bar{k}_x = \frac{b}{2}$ $\bar{k}_y = \frac{a}{2}$

Contoh :

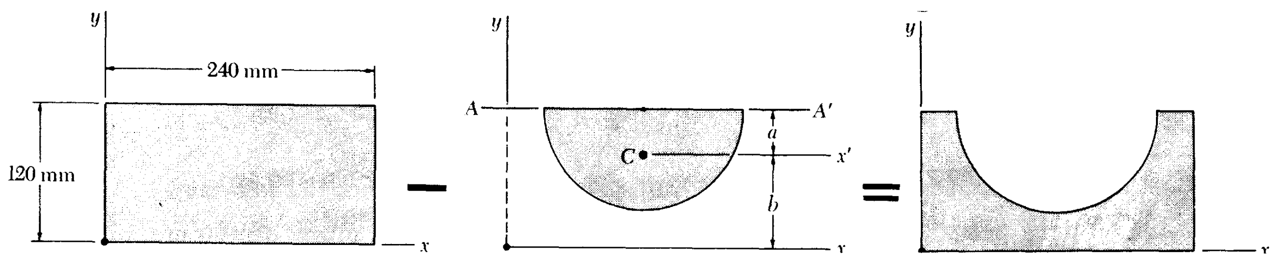
1. Tentukan momen kelembaman (inersia) bidang yang dihitami/diarsir terhadap sumbu x.



Jawab :

- Penyelesaian dengan cara mengurangi persegi empat dengan setengah lingkaran.
- I : persegi empat-
  I : setengah lingkaran dihitung

Sehingga :



(i) I_X untuk persegi empat.

$$I_X = \tfrac{1}{3} b h^3 = \tfrac{1}{3}(240)(120)^3 = 138{,}2.10^6 \text{mm}^4$$

(ii) I_X untuk setengah lingkaran :

- $I_X = I_{AA^1} = \tfrac{1}{8}\pi r^4 = \tfrac{1}{8}\pi\,(90)^4 = 25{,}76.10^6 \text{mm}^4$
- $A = \tfrac{1}{2}\pi r^2 = \tfrac{1}{2}\pi\,(90)^2 = 12{,}72.10^3 \text{mm}^2$
- Jarak a (jarak titik pusat ke sumbu $A - A^1$)

  $$a = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(90)}{3\pi} = 38{,}2 \text{mm}$$

  b = 120 – a = 120 – 38,2 = 81,8 mm.

- $\bar{I}_{X'}$ = dengan menggunakan teorema sumbu sejajar.

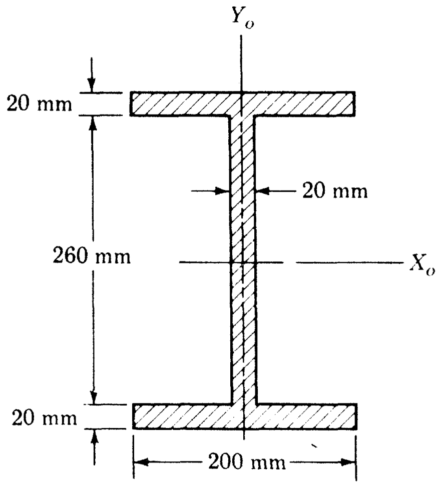
  $I_{AA'}$ = momen inersia titik berat

  $I_{AA'} = \bar{I}_X + A\,a^2$

  $25{,}76 . 10^6 = \bar{I}_X + (12{,}72 . 10^3)(38{,}2)^2$

  $\bar{I}_X = 7{,}2 \times 10^6 \text{ mm}^4$

2. Tentukan momen inersia terhadap sumbu titik berat X dan Y dari penampang balok flens lebar berikut :



Jawab :

Momen inersia komposit adalah : jumlah momen inersia dari berbagai luas bagian, semua momen inersia diberikan terhadap sumbu inersia sama sebelum ditambahkan.

Dari soal di atas terhadap sumbu X_o, membagi luas menjadi :

- Segiempat : 200 x 300 mm dikurangi dengan segiempat kecil : 90 x 260 mm.
- Sumbu masing-masing titik berat berimpit dengan X_o, sehingga ditambah dengan rumus perpindahan.

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$$

- Segi empat 200 x 300 mm

$$\bar{I}_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{200\,(260)^3}{12} = 450\,x\,10^6 \text{ mm}^4$$

- Dua segi empat 90 x 260 mm

$$\bar{I}_{x2} = 2\left[\frac{90\,(260)^3}{12}\right] = 263{,}6\,x\,10^6 \text{ mm}^4$$

- Momen inersia total :

$\bar{I}_{xtotal} = \bar{I}_{x1} - \bar{I}_{x2} = 186{,}4 \times 10^6$ mm^4

Terhadap sumbu Y_o :

$$\bar{I}_y = \frac{bh^3}{12}$$

- Segi empat 20 x 260 mm

$$\bar{I}_{y1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{260\,(20)^3}{12} = 0{,}173\,x\,10^6 \text{ mm}^4$$

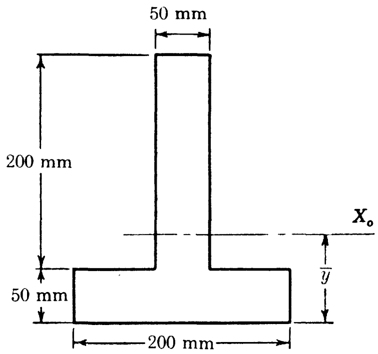
- Dua segi empat 20 x 200 mm

$$\bar{I}_{y2} = 2\left[\frac{20\,(200)^3}{12}\right] = 26{,}67\,x\,10^6 \text{ mm}^4$$

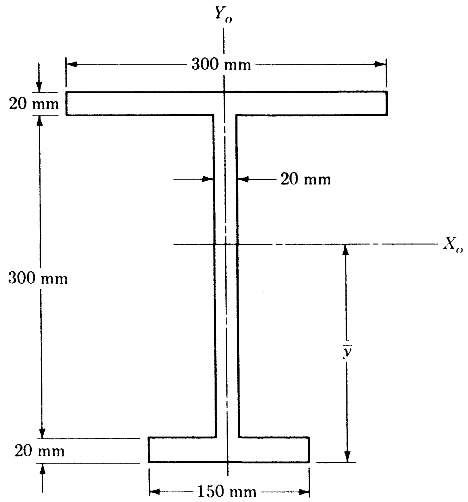
- Momen inersia total :
  $\bar{I}_{ytotal} = \bar{I}_{y1} + \bar{I}_{y2} = 26{,}84 \times 10^6\ mm^4$

Soal latihan :

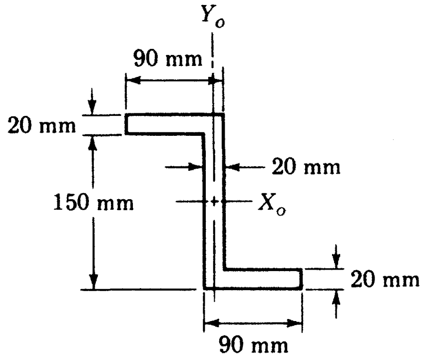
1. Tentukan momen inersia penampang T yang diperlihatkan pada gambar berikut terhadap sumbu Xo titik beratnya. Cari terlebih dahulu besar $\bar{y}$.
   (jawab : $\bar{y}$ = 87,5 mm dan $\bar{I}_x = 113{,}5 \times 10^6\ mm^4$)



2. Tentukan momen inersia luas seperti pada gambar terhadap sumbu titik beratnya.
   (jawab : $\bar{y}$ = 202 mm, $\bar{I}_x = 260 \times 10^6\ mm^4$, $\bar{I}_y = 260 \times 10^6\ mm^4$)



3. Potongan penampang yang diperlihatkan pada gambar berikut merupakan suatu batang struktur yang dikenal dengan penampang Z. Tentukan harga $\bar{I}_x$ dan $\bar{I}_y$.
   (jawab : $\bar{I}_x = 17{,}55 \times 10^6\ mm^4$, $\bar{I}_y = 691 \times 10^6\ mm^4$, luas = 5800 mm^2)



BAB 9

PENERAPAN MOMEN INERSIA

Momen inersia digunakan pada perhitungan konstruksi yang memperhitungkan kekuatan konstruksi tersebut, misalnya : defleksi, lendutan, tegangan.

Sebagai contoh akan diulas penggunaan momen inersia (I) dalam menghitung tegangan pada balok (beam).

Tegangan (σ)

Tegangan *(stress)* secara sederhana dapat didefinisikan sebagai gaya persatuan luas penampang.

$$\sigma = \frac{F}{A} \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

F : gaya (N)
A : luas penampang (mm^2)

a. Tegangan tarik (σ_t) : tegangan akibat gaya tarik
   Tegangan yang terjadi akibat gaya tarik. Gaya bekerja segaris dengan sumbu utama benda/komponen.

b. Tegangan tekan (σ_c) : tegangan akibat gaya tekan. Gaya bekerja segaris dengan sumbu utama benda/komponen.

   Tegangan tarik dan tekan disebut juga dengan tegangan normal (normal stress).

c. Tegangan geser (τ) : tegangan akibat gaya geser.

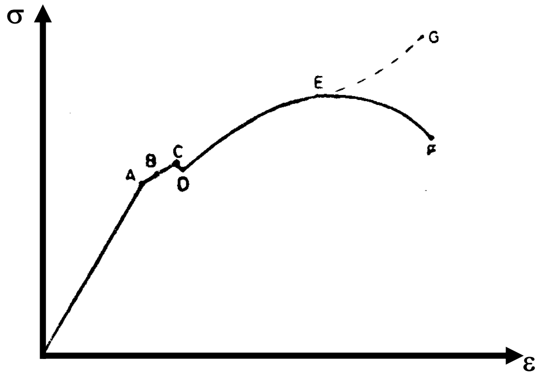
$$\tau = \frac{F}{A} \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

F : gaya (N)
A : luas penampang (mm^2)

Diagram Tegangan Regangan

Jika suatu bahan teknik dikenai gaya tarik sampai batas tertentu, bahan teknik tersebut akan mengalami perubahan panjang akibat tarikan.

Hasil uji tarik terhadap bahan teknik akan menghasilkan suatu diagram tegangan tegangan regangan. Secara umum hubungan antara tegangan dan regangan dapat dilihat pada diagram tegangan – regangan berikut ini :



Gambar 1. Diagram Tegangan Regangan

Keterangan :

A : Batas proposional
B : Batas elastis
C : Titik mulur
D : σ_y : tegangan luluh
E : σ_u : tegangan tarik maksimum
F : Putus

Dari diagram tegangan regangan pada Gambar 1 di atas, terdapat tiga daerah kerja sebagai berikut :

- **Daerah elastis** merupakan daerah yang digunakan dalam desain konstruksi mesin.
- **Daerah plastis** merupakan daerah yang digunakan untuk proses pembentukan material.
- **Daerah maksimum** merupakan daerah yang digunakan dalam proses pemotongan material.

Pada daerah elastis berlaku rasio tegangan dan regangan yang merupakan Modulus Elastisitas (E).

Perbandingan antara tegangan dan regangan yang berasal dari diagram tegangan regangan dapat ditulis:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Menurut **Hukum Hooke** tegangan sebanding dengan regangan, yang dikenal dengan deformasi aksial :

$$\sigma = E\,\varepsilon$$

Tegangan pada daerah elastis (proporsional) berbanding lurus dengan modulus elastisitas dikalikan dengan regangannya.

Tegangan yang dibahas di atas berdasarkan pada gaya yang bekerja. Perlu diingat bahwa gaya yang bekerja juga dapat menghasilkan momen :

$$M = F \times L$$

Pembahasan berikutnya menyajikan hubungan antara momen dan momen inersia penampang terhadap besarnya tegangan yang terjadi.

Secara umum, jika suatu konstruksi balok diberikan beban, maka akan mengalami lenturan.

Persamaan lenturan yang terjadi (berdasarkan persamaan kurva elastis):

$$\frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R}$$

Keterangan :
M : momen lentur
I : momen inersia
σ : tegangan lentur bahan
y : jari-jari girarsi
R : jari-jari kurva lenturan

Tegangan berbanding lurus dengan momen lentur dan modulus elastisitas bahan.

Dari persamaan di atas, diperoleh besar tegangan lentur pada balok :

$$\sigma = \frac{E}{R} y$$

Besar E dan R akan konstan pada daerah elastis, sehingga tidak perlu dibahas.

Hubungan tegangan berikutnya adalah :

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

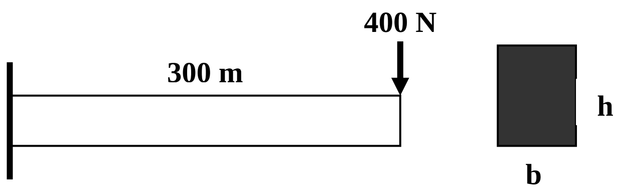
Modifikasi persamaan di atas, diperoleh persamaan tegangan dengan memperhitungkan modulus penampang (S) sebagai berikut :

$$\sigma = \frac{M}{S} \quad dengan \quad S = \frac{I}{y}$$

Keterangan :
S dan I biasanya disajikan dalam bentuk tabel penampang (profil).

Contoh soal :

1. Sebuah beam (balok) ditumpu dengan menggunkan tumpuan jepit. Gaya yang bekerja pada balok sebesar 400 N dengan jarak 300 mm dari tumpuan. Kekuatan lentur maksimum batang (σ_b) = 40 MPa. Hitung lebar dan tinggi profil, jika tinggi profil dua kali lebar profil (h = 2b).



Jawab :

F = 400 N
L = 300 mm
(σ_b) = 40 Mpa
h = 2b

- Besar momen lentur :
  M_L = F x L = 400 x 300 = 120 x 10^3 N mm

- $\sigma = \dfrac{M}{I} y$

- $\sigma = \dfrac{M}{S}$ *dengan* $S = \dfrac{I}{y}$ dan $I = \dfrac{bh^3}{12}$

- Maka dapat disubsitusikan persamaan I ke S.

$$S = \frac{I}{y} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

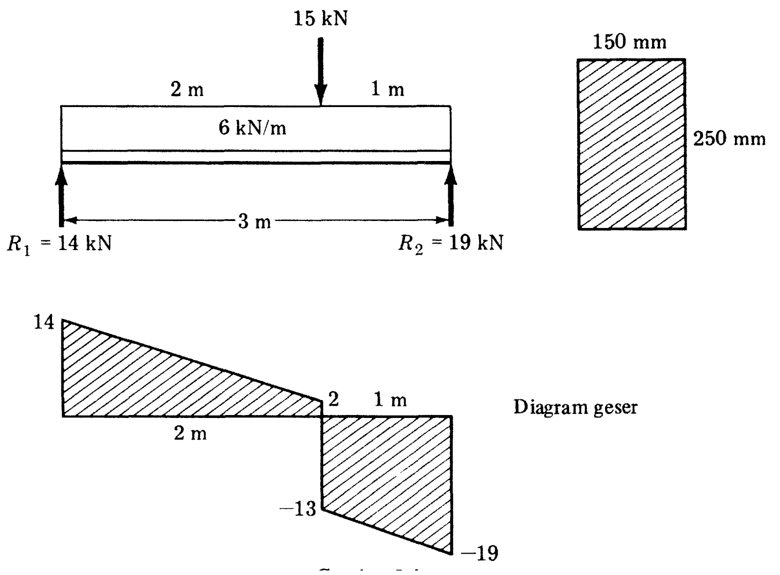
Sehingga :

$$\sigma = \frac{M}{S} = 40 = \frac{120\,x\,10^3}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{120x10^3}{\frac{b(2b)^2}{6}} = \frac{120x10^3x3}{2b^3}$$

$$b^3 = \frac{180\,x\,10^3}{40} = 4{,}5x10^3$$

b = 16,5 mm
h = 33 mm

2. Sebuah balok lebar 150 mm dan tebal 250 mm, menerima beban seperti gambar. Carilah tegangan lentur maksimum yang terjadi.

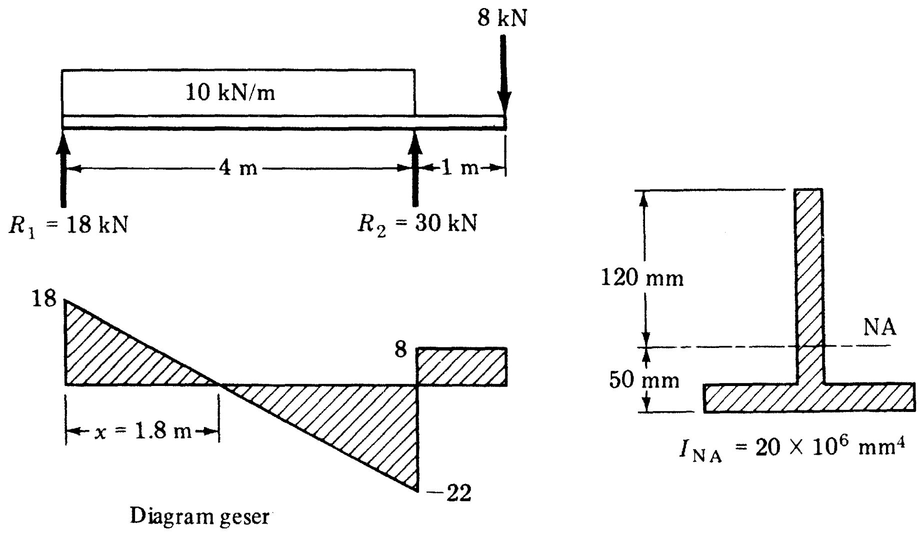


Dari SFD, dapat dihitung M_{maks}

$$M_{maks} = \frac{12\ x\ 2}{2} + 2\ x\ 2 = 16\ kNm$$

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{6M}{bh^2} = \frac{5\,(16\ x\,10^3)}{(0{,}150)(0{,}250)^2} = 10{,}24\ MPa$$

3. Hitung tegangan tarik dan tekan maksimum yang terjadi pada batang yang dibebani dan mempunyai sifat luas penampang seperti pada gambar berikut :



Jawab :

Dari SFD terlihat ada 2 posisi yang memotong sumbu x = 0.

- $M_{1,8\ m}$ = (18 x 1,8) / 2 = 16,2 kNm
- M_{4m} = – 8 x 1 = – 8 kNm
- Maka momen maksimum = 16,2 kNm.

Tegangan lentur pada x = 1,8 m

Pada $M_{1,8}$ bernilai positif, maka kurva cekung ke atas, sehingga bagian atas tegangan tekan dan bagian bawah berupa tegangan tarik.

$$\sigma_c = \frac{M}{I}\, y = \frac{(16{,}2\ x\,10^3)(0{,}120)}{20\ x\,10^{-6}} = 97{,}2\ MPa$$

$$\sigma_t = \frac{M}{I}\, y = \frac{(16{,}2\ x\,10^3)(0{,}050)}{20\ x\,10^{-6}} = 40{,}5\ MPa$$

Tegangan lentur pada x = 4 m

Pada M_{4m} bernilai negatif, maka kurva cekung ke bawah, sehingga bagian atas tegangan tarik dan bagian bawah berupa tegangan tekan.

$$\sigma_t = \frac{M}{I}\, y = \frac{(8\, x\, 10^3)(0{,}120)}{20\, x\, 10^{-6}} = 48\ MPa$$

$$\sigma_c = \frac{M}{I}\, y = \frac{(8\, x\, 10^3)(0{,}050)}{20\, x\, 10^{-6}} = 20\ MPa$$

Maka :
Tegangan tekan maksimum = 97,2 MPa
Tegangan tarik maksimum = 48 MPa

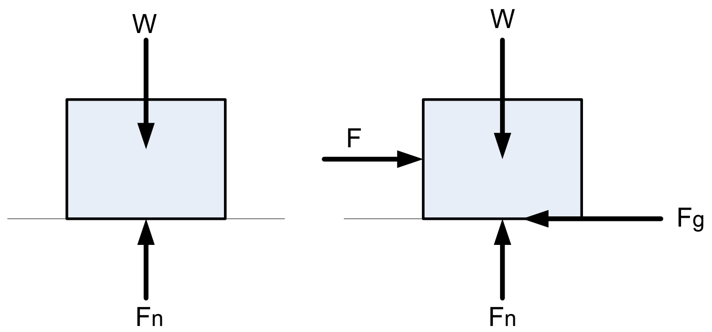
Bab 10
GESEKAN

- Tidak ada permukaan benda yang benar-benar sempurna tanpa gesekan.
- Jika dua buah permukaan saling kontak akan timbul gaya gesekan antara permukaan tersebut.
- Gaya gesek (F_g) merupakan gaya yang sejajar permukaan yang melawan pergeseran benda.

Ada 2 jenis gesekan :
- Gesekan kering (gesekan coulomb)
- Gesekan basah (fluida).

Fokus pembahasan pada gesekan kering

A. Koefisien Gesek



W : Gaya akibat berat balok
F_N : Gaya normal
F : Gaya pemaksa untuk menggerakkan balok
F_g : Gaya gesek

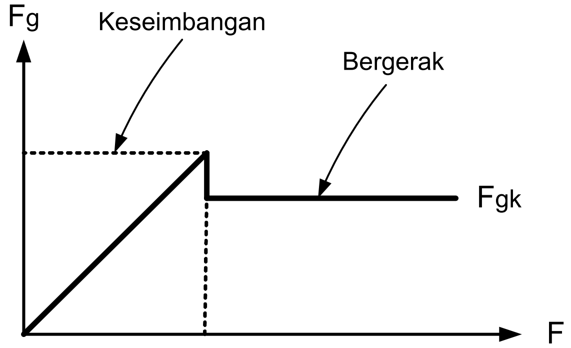
Gaya normal merupakan gaya tegak lurus terhadap permukaan benda atau gaya yang segaris dengan gaya berat, W.

Dari gambar di atas :

- Jika gaya F kecil, maka balok tetap diam. Balok diam karena gaya horisontal yang mengimbangi gaya F, lebih besar gaya ini adalah gaya gesek statis (F_g).

- Jika gaya F diperbesar, maka gaya gesek (F_g) juga bertambah besar, yang berusaha menekan gaya F, sampai besarnya mencapai F_{gm} (gaya gesek maksimum).

- Jika F diperbesar lebih lanjut, gaya gesek (F_g) tidak mampu lagi menekan gaya F, sehingga balik melalui bergerak. Jika balok mulai bergerak, maka besar F akan menurun dan F_{gm} juga mengecil sampai dibawah F_g k. (gaya gesek kinetik)



- Secara singkat dapat diilustrasikan sebagai berikut :

(i) $F \leq F_g$: maka balok diam ditempat

(ii) $F = F_{gm}$: balok diam di tempat, dengan gaya gesek yang sudah sampai batas maksimum yang dapat dilakukan untuk menekan gesekan (F)

(iii) $F > F_g$:balok bergerak. Selama bergerak, balok akan mengalami gesekan gesek kinetik (F_{gk}).

- Gaya gesek statis maksimum adalah berbanding lurus dengan komponen gaya normal (F_N) dari reaksi pada permukaan :

  $F_{gm} = \mu_s \,.\, F_N$

  μ_s = koefisien gesek kinetik.
- Gaya gesek kinetik dari gaya gesekan kinetik.

  $F_{gk} = \mu_k \,.\, F_N$

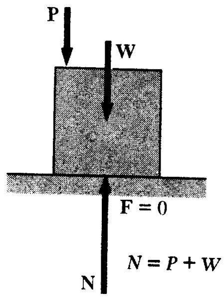
  μ_k = koefisien gesek kinetik.

  μ_s & μ_k : tidak tergantung pada luas permukaan bidang kontak. Tetapi sangat dipengaruhi sifat dari permukaan kontak.

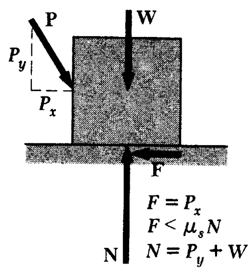
- Harga koefisien gesekan statis.

1. Logam terhadap logam	0,15 – 0,60
2. Logam terhadap kayu	0,20 – 0,60
3. Logam terhadap batu	0,30 – 0,70
4. Logam terhadap kulit	0,30 – 0,60
5. Kayu terhadap kayu	0,25 – 0,50
6. Kayu terhadap kulit	0,25 – 0,50
7. Batu terhadap batu	0,40 – 0,70
8. Tanah terhadap bumi	0,20 – 1,00
9. Karet terhadap beton	0,60 – 0,90

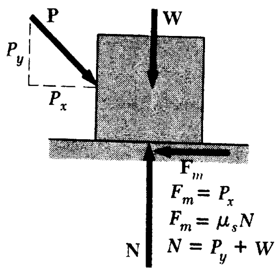
- Ilustrasi terhadap gesekan balok akibat gaya F & F_g



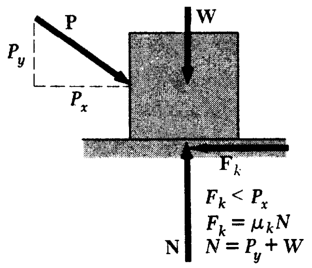
(a) Tak bergesekan ($P_x = 0$)



(b) Tak bergerak ($P_x < F_m$)

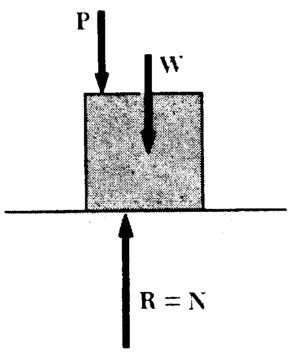


(c) Hampir bergerak ($P_x = F_m$)

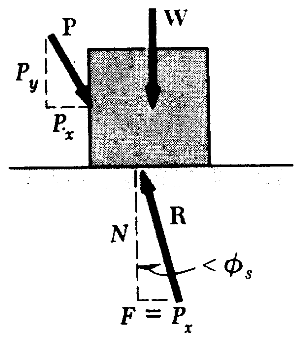


(d) Bergerak ⟶ ($P_x > F_m$)

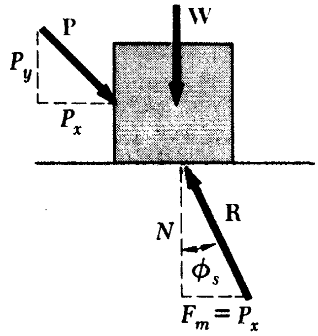
Sudut gesekan :



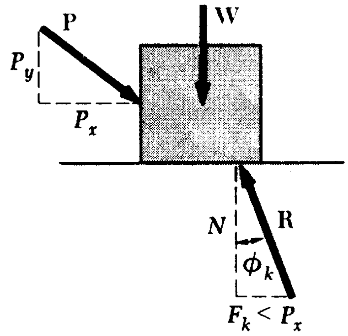
(a) Tak bergesekan



(b) Tak bergerak



(c) Hampir bergerak ⟶



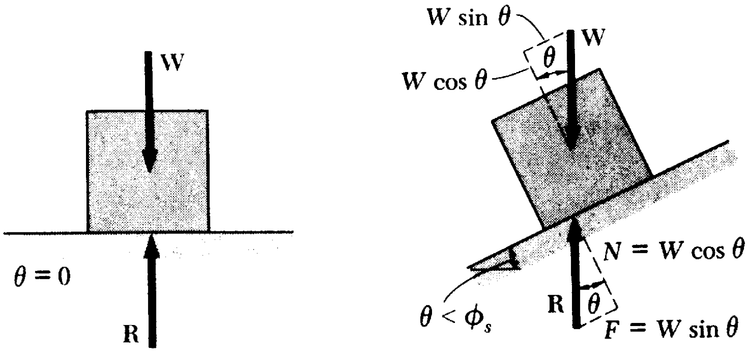
(d) Bergerak ⟶

R = resultan gaya

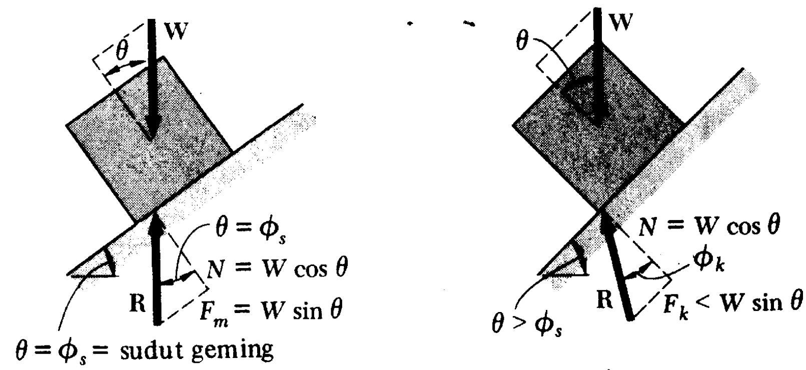
$$tg\ \phi_s = \frac{F_{gm}}{F_N} = \frac{\mu_s . F_N}{F_N} = \mu_s$$

$$tg\ \phi_k = \frac{F_{gk}}{F_N} = \frac{\mu_k . F_N}{F_N} = \mu_k$$

Balok Miring :



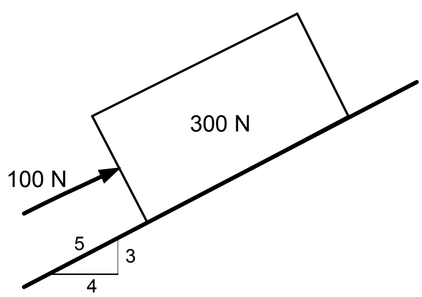
(*a*) Tak bergesekan (*b* Tak bergerak



(*c*) Hampir bergerak (*d*) Bergerak

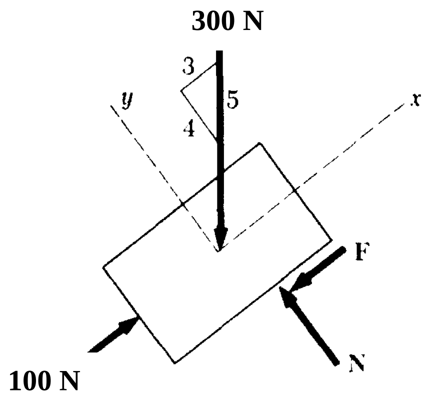
Contoh soal

1. Gaya sebesar 100 N bekerja pada balok dengan berat 300 N yang ditempatkan di atas bidang datar miring. Koefisien gesekan antara balok dan bidang datar μ_s = 0,25 dan μ_k = 0,20. Tentukan apakah balok dalam keseimbangan dan hitung nilai gaya gesekan.



Jawab:

(i) Gaya yang diperlukan untuk keseimbangan.



- Asumsi awal F_g ke kiri
- $\sum F_X = 0$

  $100 - \frac{3}{5}(300) - F_g = 0$

  $F_g = -80$ N (↑)

  (asumsi awal salah sehingga arah F_g ke atas / kekanan)

- $\sum F_y = 0$

  $F_N - \frac{4}{5}(300) = 0$

  $F_N = 240$ N (↑)

(ii) Gaya gesek maksimum :

$F_{gm} = \mu_s \cdot F_N = 0{,}25 \cdot (240)$
$= 60$ N

(iii) F_g untuk keseimbangan = 80 N
F_{gm} (gaya gesek maksimum) = 60 N
$F_g > F_{gm}$ maka balok akan meluncur ke bawah.
(tidak seimbang)

(iv) Gaya gesek aktual (kinetik)

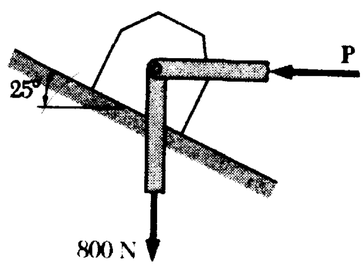
F_g aktual $= F_{gk} = \mu_k \cdot F_N$
$= 0{,}20\ (240)$
$= 48$ N

arah gaya F_{gk} berlawanan dengan arah gerakan, dimana gerakan balok meluncur ke bawah maka gaya gesek kinetik ke atas.

(v) Resultan gaya :

$R = \frac{3}{5}(300) - 100 - 48 = W_X - F - F_{gk}$
$= 32$ N (↓)

2. Sebuah balok penumpu diaktifkan oleh dua gaya seperti yang diperlihatkan pada gambar. Diketahui koefisien gesek antara balok dengan bidang miring $\mu_s = 0{,}35$ dan $\mu_k = 0{,}25$.

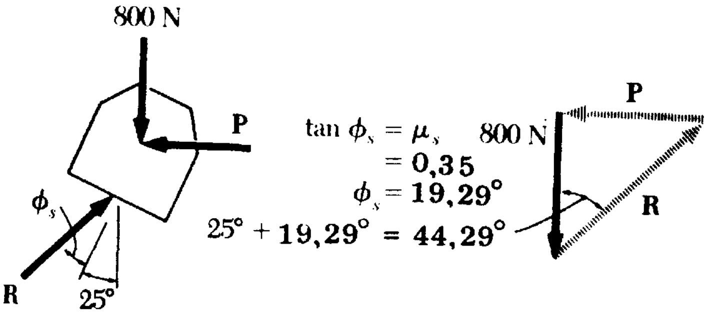


Tentukan gaya P yang diperlukan :

a) Balok mulai bergerak keatas bidang miring
b) Menjaga balok tetap bergerak keatas
c) Menahan balok tidak meluncur ke bawah.

Jawab :

(i) Diagram benda bebas   Poligon gaya :



Sudut gabungan antara
$\phi_s + \theta$ = 19,29° + 25°
= 44,29°

tg $\phi_s = \mu_s$
tg ϕ_s = 0,35
ϕ_s = arc tg 0,35
ϕ_s = 19,29°

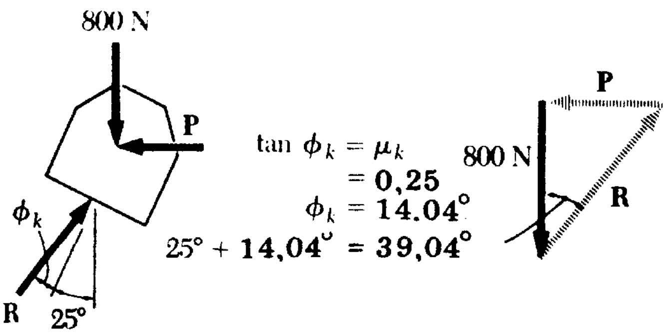
(ii) Besar gaya P agar balok mulai bergerak.

$$\text{tg } 44{,}29^\circ = \frac{P}{800}$$

P = 800 tg 44,29°
= 780 N (←)

(iii) Gaya P untuk menjaga balok tetap bergerak keatas.

Poligon gaya



$\theta + \phi_k$ = 25° + 14,04°
= 39,04°

- tg $\phi_k = \mu_k$ = 0,25
  ϕ_k = arc tg 0,25 = 14,04°

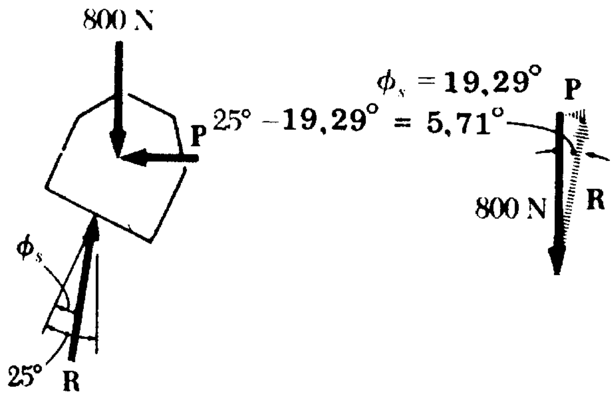
- Besar gaya P :

  $$\text{tg } 39{,}04^\circ = \frac{P}{800}$$

  P = 800 tg 39,04°
  = 649 N (←)

(iv) Gaya P untuk mencegah balok melumer ke bawah.

Poligon gaya :

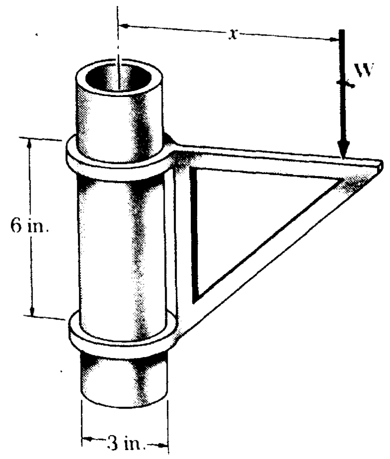


$\theta - \phi_s = 25° - 19{,}29° = 5{,}71°$

$\text{tg } 5{,}71° = \dfrac{P}{800}$

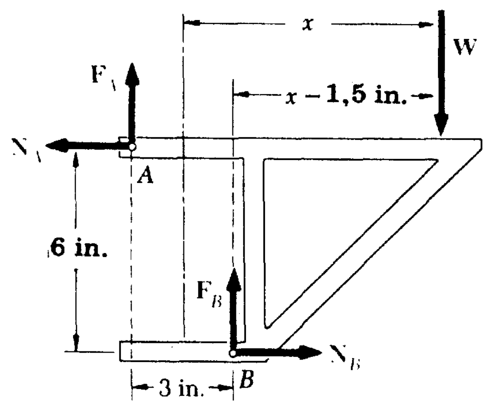
$P = 800 \text{ tg } 5{,}71° = 80 \text{ N} \quad (\leftarrow)$

3. Braket yang dapat bergerak ditempatkan dimanapun tingginya pada pipa diameter 3 in. Jika koefisien gesek statis (μ_s) antara pipa dan penopang (braket) = 0,25 , tentukan jarak minimum x dimana beban W dapat ditopang. Abaikan berat braket.



Jawab :

(i) Diagram benda bebas



- $F_{yA} = F_{NA}$
  $F_{HA} = F_{gA}$
- $F_{yB} = F_{NB}$
  $F_{HB} = F_{gB}$

(ii) $F_{gA} = \mu_s \,.\, F_{NA} = 0{,}25\ F_{NA}$
$F_{gB} = \mu_s \,.\, F_{NB} = 0{,}25\ F_{NB}$

(iii) Persamaan keseimbangan :

- $\sum F_X = 0$
  $F_{NB} - F_{NA} = 0$
  $F_{NB} = F_{NA}$

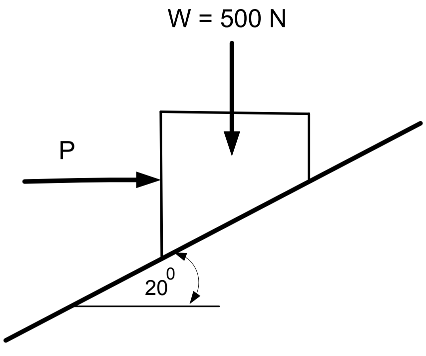
- $\sum F_y = 0$
  $F_{gA} + F_{gB} - W = 0$
  $0{,}25\ F_{NA} + 0{,}25\ F_{NB} - W = 0$
  $0{,}25\ F_{NA} + 0{,}25\ F_{NB} = W$

- Substitusi $F_{NB} = F_{NA}$
  $0{,}25\ F_{NA} + 0{,}25\ F_{NA} = W$
  $0{,}5\ F_{NA} = W$
  $F_{NA} = 2\ W$

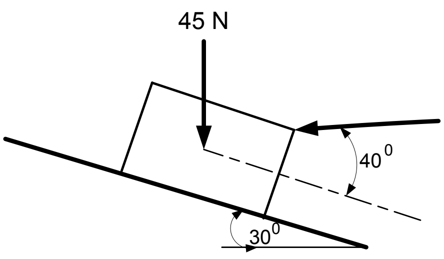
- $\sum M_B = 0$
  $F_{NA}\,.(6) - F_{gA}\ (3) - W\ (x - 1{,}5) = 0$
  $6\ F_{NA} - 3(0{,}25\ F_{NA}) - W\ x + 1{,}5\ W = 0$
  $6\ (2W) - 3(0'25\ .\ 2W) - Wx + 1{,}5\ W = 0$
  $12\ W - 1{,}5\ W - Wx + 1{,}5\ W = 0$
  $12 - x = 0$
  $x = 12$ cm

Soal Latihan

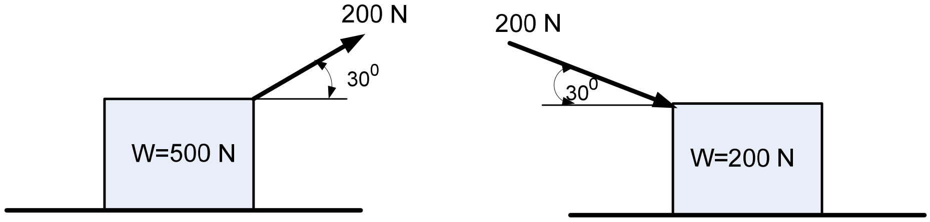
1. Koefisien gesek antara balok dan lereng $\mu_s = 0{,}30$ dan $\mu_k = 0{,}25$. Tentukan balok dalam keseimbangan dan cari besar dan arah dari gaya gesekan jika :
   a) P = 150 N
   b) P = 400 N



2. Koefisikan gesekan antara balok 45 N dan lereng adalah $\mu_s = 0{,}40$ dan $\mu_k = 0{,}30$. tentukan apakah balok dalam keseimbangan dan cari besar dan arah gaya gesekan jika P = 100 N



3. Tentukan gaya normal dan koefisien gesek kinetic permukaan, jika balok-balok berikut bergerak dengan laju konstan.



(a) (b)

*****

BAB 11
APLIKASI GESEKAN

Rem Blok

Rem (brake) adalah komponen mesin yang berfungsi untuk menghentikan putaran poros, mengatur putaran poros dan mencegah putaran yang tidak dikehendaki.

Efek pengereman diperoleh dari :

- gesekan jika secara mekanik
- serbuk magnet, arus pusar, fasa yang dibalik, arus searah yang dibalik, penukaran kutup jika secara listrik.

Secara umum jenis rem yang biasa digunakan :

- Rem blok (Block or Shoe Brake)
- Rem pita (Band Brake)
- Rem drum/tromol (Internal Expanding Brake)
- Rem cakram (Disc Brake)

Hal-hal penting yang harus diperhatikan dalam desain rem :

- Gaya penggerak rem
- Daya yang dipindahkan
- Energi yang hilang
- Kenaikan suhu

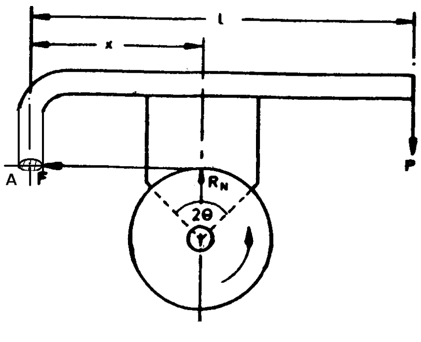
Prosedur analisis :

- Mencari distribusi tekanan pada permukaan gesek.
- Mencari hubungan tekanan maksimum dan tekanan pada setiap titik.
- Gunakan keseimbangan statis untuk : gaya gesek, daya, reaksi.

Konstruksi dari rem blok secara umum dapat dibedakan dalam tiga kondisi berdasarkan desain tumpuan handel penggerak rem. Rumus umum yang digunakan dalam perhitungan adalah :

- Gaya tangensial : $F_t = \mu \cdot Fn$
- Torsi (T) = Ft . r = μ . Fn .r

1. Rem Blok Kasus I



F : gaya untuk pengereman
F_n : gaya normal
Ft : gaya tangensial
μ : koefisien gesek
r : jari-jari roda
2θ = sudut kontak antara roda dan bidang gesek (brake shoe)

Gambar 1. Rem Blok Dengan Tumpuan Segaris Dengan Ft

Roda berputar berlawanan arah jarum jam maka Ft ke kiri
Roda berputar searah jarum jam maka Ft ke kanan

Untuk menganalisis kasus I digunakan persamaan keseimbangan statis :

$\Sigma M_A = 0$

$F . L - Fn . X = 0$

$$F_n = \frac{F.L}{X}$$

Besarnya torsi pada rem :

$$T = \mu.F_n.r \; = \mu.\frac{F.L}{X}.r$$

Note : Besar torsi rem sama untuk putaran Sjj atau Bjj

2. Rem Blok Kasus II

- Kasus ini terjadi karena tumpuan sendi dan gaya tengensial mempunyai jarak a sehingga menimbulkan momen Ft . a
- Analisis : (roda Bjj)

$\Sigma M_A = 0$

$F . L - F_n x + F_t . a = 0$

$F_n . x = F . L + F_t .a$

$F_n . x = F . L + F_t .a$ dimana $F_t = \mu . F_n$

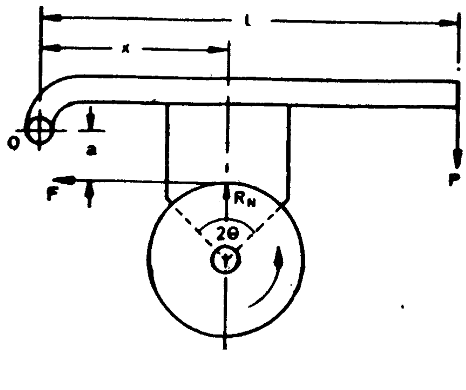
$F_n . x - F_t .a = F . L$

$F_n . x - (\mu . F_n . a) = F .L$

$F_n (x - \mu.a) = F.L$

Gaya normal : $F_n = \dfrac{F.L}{(x - \mu.a)}$

Torsi pengereman : $F_t . r = \mu . F_n .r = \dfrac{\mu.r.F.L}{x - \mu a}$



Gambar 2. Rem Blok Dengan Tumpuan Di atas Ft

- Untuk roda berputar SJJ, maka : F_t ke kanan.

$\Sigma M_A = 0$

$F . L - F_n . x - F_t . a = 0$

$F_n . x + F_t . a = F . L$

$F_n . x + \mu . F_n . a = F. L$

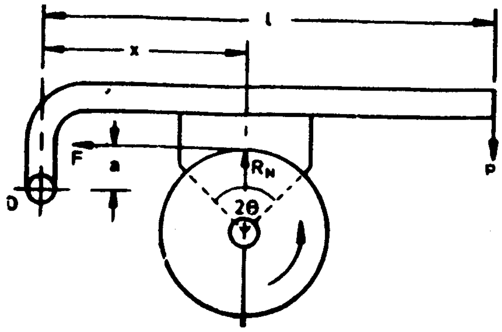
$F_n (x + \mu a) = F . L$

Gaya normal : $F_n = \dfrac{F.L}{(x + \mu a)}$

Torsi pengereman : $T = \mu . F_n . r = \mu . \dfrac{F.L.r}{(x + \mu a)}$

3. Rem Blok Kasus III

- Kasus ini terjadi karena tumpuan sendi dan gaya tengensial mempunyai jarak a sehingga menimbulkan momen Ft . a



Gambar 3. Rem Blok Dengan Tumpuan Di bawah Ft

- Analisis untuk roda berputar BJJ :
  $\Sigma M_A = 0$
  $F . L - F_n . x - F_t . a = 0$
  $F_n . x + F_t . a = F . L$
  $F_n . x + \mu . F_n . a = F . L$
  $$F_n = \frac{F.L}{x + \mu a}$$
  $$T = F_t . r = \mu . F_n . r = \frac{\mu . F.L.r}{(x + \mu a)}$$

- Untuk roda berputar SJJ :
  Gaya normal : $F_n = \dfrac{F.L}{x - \mu a}$
  Torsi pengereman : $T = \dfrac{\mu . F.L.r}{(\mu - x a)}$

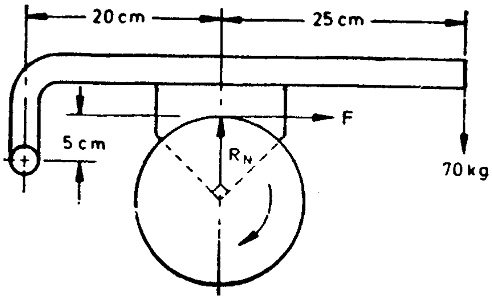
Catatan :

- Jika sudut kontak lebih dari 60^0 maka koefisien gesek yang digunakan adalah koefisien gesek ekuivalen.
  $2\theta > 60^o$, maka dipakai μ' : koefisien gesek ekvivalen.
  $$\mu' = \frac{4\mu \sin\theta}{2\theta + \sin 2\theta}$$
- Torsi pengereman :
  $T = \mu' . F_n . r$

- Untuk rem blok ganda berlaku :
  $T = (Ft_1 + Ft_2). r$
  F_{t1} : gaya tangensial pada blok 1
  F_{t2} : gaya tangensial pada blok 2

4. Contoh Soal

1. Rem blok tunggal seperti Gambar 15.4. Diameter drum rem (brake drum)/roda = 25 cm. Dan sudut kontak 90º . jika gaya yang diperlukan untuk mengoperasikan rem 700 N dan koefisien gesek antara drum dan sepatu rem : 0,35. Cari torsi yang dapat ditransmisikan oleh rem tersebut.

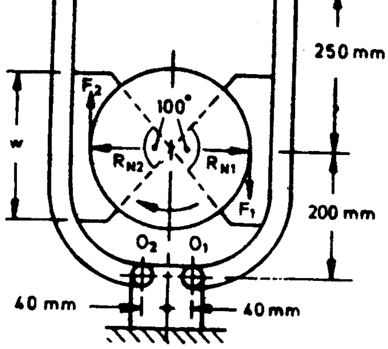


Gambar 4. Rem Blok Soal 1

Jawab :
Diketahui :
F = 700 N
X = 25 cm   μ = 0,35
L = 50 cm   d = 25 cm
a = 5 cm   r = 12,5 cm

- $\mu' = \dfrac{4\mu \sin\theta}{2\theta + \sin 2\theta} = \dfrac{4.(0{,}35)\sin\ 45°}{\frac{\pi}{2} + \sin\ 90°} = 0{,}385$
- $\Sigma M_A = 0$
  $F \,.\, L - F_n \,.\, x + F_t \,.\, a = 0$
  $- F_n \,.\, x + F_t \,.\, a = - F \,.\, L$
  $F_n \,.\, x - F_t \,.\, a = F \,.\, L$
  $F_n \,.\, x - \mu \,.\, F_n \,.\, a = F \,.\, L$
  $F_n (x - \mu a) = F \,.\, L$
  Gaya normal : $F_n = \dfrac{F.L}{(x - \mu a)} = \dfrac{700\ x\ 50}{(25 - 0{,}385\ x\ 5)}$ = 1517 N
  Torsi pengereman : $T = \mu \,.\, F_n \,.\, r$
  = 0,385 . 1517 . 12,5
  = 7 300 N. cm

2. Rem blok ganda dapat digunakan untuk menyerap torsi 1400 N.m. diameter drum rem 350 mm dan sudut kontak setiap sepatu 100º.jika koefisien gesek antara drum dan lining 0,4. Hitung a) pegas yang diperlukan untuk operasional drum.
   b) lebar sepatu rem, jika p = 0,3 N/mm^2.



Gambar 5. Rem Blok Ganda Soal 2

Jawab :
T = 1400 Nm = 1400 . 10^3 N mm.
d = 350 mm, r = 175 mm
2θ = 100º = 100 . $\frac{\pi}{180}$ = 1,75 rad
μ = 0,4
p = 0,5 N/mm^2
Note 2θ > 60º, maka dipakai μ' : koefisien gesek ekvivalen.

(i) Koefisien gesek ekvivalen :

$$\mu' = \frac{4\mu \sin\theta}{2\theta + \sin 2\theta} = \frac{4.(0,4)\sin 50°}{1,75 + \sin 100°} = 0,45$$

(ii) $\Sigma M_{o1} = 0$

s . 450 – F_{n1} . 200 – F_{t1} . (175 – 40) = 0 Note : $F_{t1} = \mu^1 F_n$

s . 450 - $\frac{F_{t1}}{0,45}.200 - F_{t1}.135 = 0,$ Note : $F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\mu^1}$

$Ft_1 = \frac{s.450}{579,4} = 0,776s$ …….. (1)

(iii) $\Sigma M_{o2} = 0$

s . 450 + Ft_2 . (175 – 40) – Fn_2 . 200 = 0

s . 4500 + Ft_2 (-135) - $\frac{Ft_2}{0,45}$. 200 = 0

$Ft_2 = \frac{s.450}{309,4}$ = 1,454 s ………. (2)

(iv) Torsi yang dapat diserap :

T = (Ft_1 + Ft_2). r = (0,776 s + 1,454 s) . 175
T = 390,25 s.

Gaya pegas yang diperlukan : S = $\frac{T}{390,25} = \frac{1400.10^3}{390,25} = 3587\,\mathrm{N}$

(v) Lebar bidang gesek (b) :

- A = 2 r sin θ . b
  = 2 . 175 . sin 50º . b = 268 b ……. (1)
- $Fn_1 = \frac{Ft_1}{\mu'} = \frac{0,776\ s}{0,45} = \frac{0,776.3587}{0,45}$
  = 6185,6 N
- $Fn_2 = \frac{Ft_1}{\mu'} = \frac{1454s}{0,45} = \frac{1454.3587}{0,45}$
  = 11590 N

- $Fn_1 < Fn_2$, digunakan Fn_2 untuk mencari lebar bidang gesek (b)
- $P = \frac{Fn_2}{A}$

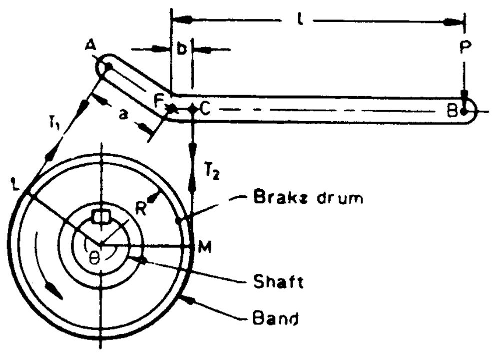
  $A = \frac{Fn_2}{p} = \frac{11590}{0,3} = 38633$

  268 b = 38633

lebar bidang gesek : $b = \frac{38633}{268} = 144{,}2\ \text{mm}$

Rem Pita

Rem pita (band brake) merupakan rem dengan bidang gesek untuk proses pengereman berupa pita atau tali. Bahan dasar dari pita antara lain terbuat dari : kulit, kain dan baja.

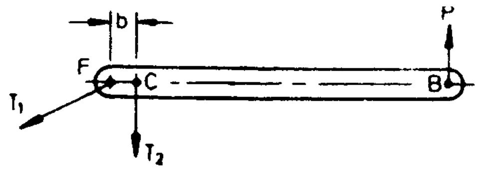


R : jari-jari drum
t : tabel pita
R_e : jari-jari efektif dari drum

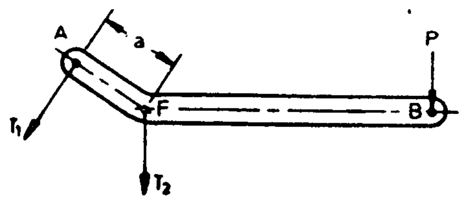
$$R_e = R + \frac{t}{2}$$

P : gaya untuk mengerem

Gambar 6. Konstruksi Rem Pita Tipe I



Gambar 7. Konstruksi Rem Pita Tipe II



Gambar 8. Konstruksi Rem Pita Tipe III

1. Torsi Pengereman

Jika :
T_1 : tegangan bagian tegangan dari pita
T_2 : tegangan bagian kendor dari pita
θ : sudut kontak tali / pita dengan drum
μ : koefisien gesek tali dan drum

Analisis tegangan tali menggunakan prinsip tegangan sabuk (belt)
Misal : drum berputar berlawanan arah jarum jam, maka :
T_1 : (tegangan pada sisi tegang) > T_2 (sisi kendor)
Berlaku persamaan tegangan sabuk (belt) :

(i) $\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta}$ atau $2{,}3 \log \frac{T_1}{T_2} = \mu\theta$

(ii) Gaya untuk pengereman = $T_1 - T_2$

(iii) Torsi pengereman :

- $T_B = (T_1 - T_2)\ R_e$ (jika ketebalan pita diperhitungkan)
- $T_B = (T_1 - T_2)\ R$ (jika ketebalan pita tidak dihitung)

(iv). Keseimbangan momen di F ($\sum M_F = 0$)

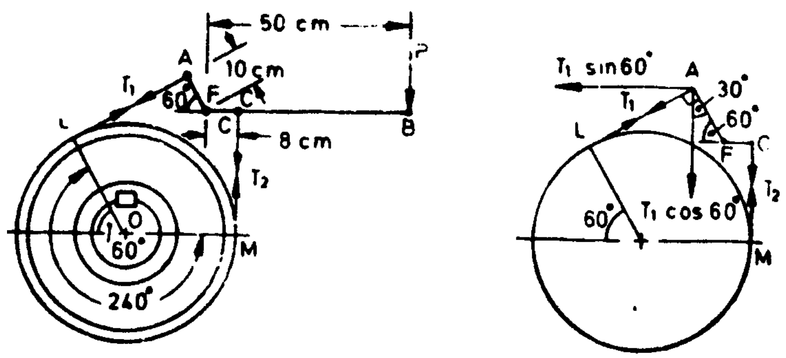
- $\sum M_F = 0$ (CCW) $T_1 > T_2$
  $P . L = T_1 . a - T_2 . b$
- $\sum M_F = 0$ (CW) $T_1 < T_2$
  $P . L = T_2 . a - T_1 . b$
- $\sum M_F = 0$ (Gambar 16.2.)
  $P . L = T_2 . b$
- $\sum M_F = 0$ (Gambar 16.3.)
  $P . L = T_1 . a$

(v) Untuk rem terjadi ***self locking***, nilai P = 0. Kondisi terjadi penguncian rem ini :

- CCW $\rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{a}{b}$
- CW $\rightarrow \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{a}{b}$

2. Contoh Soal

1. Sebuah rem pita dengan panjang handel 50 cm, diameter drm 50 cm dan torsi maksimum 10 000 kg.cm. Jika koefisien gesek 0,3 , hitung tegangan T_1, T_2 dan gaya untuk pengereman.



Gambar 9. Konstruksi Rem Pita Soal 1

Jawab :

(i) Torsi pengereman :

$T_B = (T_1 - T_2)\ R$

$10000 = (T_1 - T_2)\ \dfrac{50}{2}$

$T_1 - T_2 = \dfrac{10000}{25} = 400\,\text{kg}$..............(1)

(ii) Sudut kontak (θ) :

$$\theta = 240° = 240 \text{ x} \frac{\pi}{180°} = \frac{4}{3}\pi \text{ radian}$$

(iii) Mencari T_1 & T_2 =

$$2{,}3 \log \frac{T_1}{T_2} = \mu\theta$$

$$2{,}3 \log \frac{T_1}{T_2} = 0{,}3 \text{ x } \frac{4\pi}{3} = 1{,}26$$

$$\log \frac{T_1}{T_2} = \frac{1{,}26}{2{,}3} = 0{,}546$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 3{,}516$$

$T_1 = 3{,}516\ T_2$ ………….. (2)

(iv) Substitusi persamaan (2) → (1)

$T_1 - T_2 = 400$

$3{,}516\ T_2 - T_2 = 400$

$2{,}516\ T_2 = 400$

Tegangan tali : $T_2 = \dfrac{400}{2{,}516} = 159 \text{ kg} = 1590 \text{ N}$

Tegangan tali : $T_1 = 3{,}51\ T_2 = 3{,}516 \,.\, 159 = 559$ kg $= 5\ 590$ N

(v) Gaya untuk operasional rem

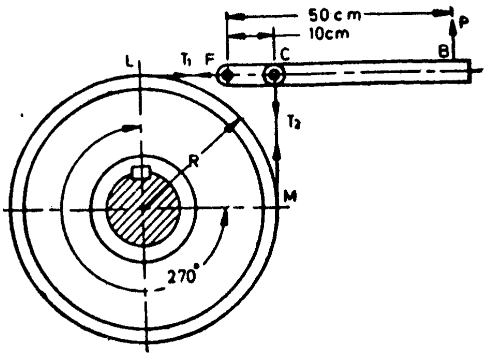
$\sum M_F = 0$

$P \,.\, 50 + T_2 \,.\, 8 - T_1 \,.\, 10 = 0$

$P \,.\, 50 + T_1 \,.\, 10 - T_2 \,.\, 8 = 559 \,.\, 10 - 159 \,.\, 8$

$$P = \frac{4318}{50} = 86{,}36 \text{ kg} = 864 \text{ N}$$

2. Sebuah rem pita seperti pada gambar. Diagram drum : 45 cm.,sudut kontak : 270° torsi pengereman maksimum : 2250 kg.cm., koefisien gesek μ = 0,25. Hitunglah : tegangan tali sisi kendor, tegang dan gaya untuk operasional reem.



Gambar 10. Konstruksi Rem Pita Soal 2

Jawab :

(i) Sudut kontak

$$\theta = 270° = 270° \text{ x } \frac{\pi}{180°} = 4{,}713 \text{ rad}$$

(ii) Torsi pengereman :

T_B = $(T_1 – T_2)$. R

2250 = $(T_1 – T_2)$ $\frac{45}{2}$

$T_1 – T_2$ = $\frac{2250}{22{,}5}$ = 100 ……………… (1)

(iii) Tegangan tali :

$$2{,}3 \log \frac{T_1}{T_2} = \mu\theta$$

$$2{,}3 \log \frac{T_1}{T_2} = 0{,}25\ .4{,}713 = 1{,}178$$

$$\log \frac{T_1}{T_2} = \frac{1{,}178}{2{,}3} = 0{,}5122$$

$\frac{T_1}{T_2} = 3{,}253$ → gunakan anti log 0,5122

T_1 = 3,253 T_2 …………… (2)

(iv) Substitusi persamaan (2) → (1) :

$(T_1 – T_2)$ = 100

3,253 T_2 - T_2 = 100

2,253 T_2 = 100

T_2 = 44,4 kg = 444 N

T_1 = 3,253 T_2 = 3,253 (44,4) = 144,4 N

(v) Gaya untuk mengoperasikan rem.

$\sum M_F = 0$

P . L – T_2 . b = 0

P . L = T_2 . b = 44,4 . 10 = 444

P = $\frac{444}{50}$ = 8,88 kg = 88,8 N

DAFTAR PUSTAKA

1. Beer, Ferdinand P. E. Russell Johnston, Jr. *Mechanics of Materials*. Second Edition. McGraw-Hill Book Co. Singapore. 1985.
2. Beer, Ferdinand P., E. Russell Johnston. *Vector Mechanics for Engineers : STATICS.* 2nd edition. McGraw Hill. New York. 1994.
3. El Nashie M. S. *Stress, Stability and Chaos in Structural Analysis: An Energy Approach.* McGraw-Hill Book Co. London. 1990.
4. Ghali. A. M. Neville. *Structural Analysis. An Unified Classical and Matrix Approach*. Third Edition. Chapman and Hall. New York. 1989.
5. Kamarwan, Sidharta S. *STATIKA Bagian Dari Mekanika Teknik.* edisi ke-2. Penerbit Universitas Indonesia. Jakarta. 1995.
6. Khurmi, R.S. J.K. Gupta. *A Textbook of Machine Design.* S.I. Units. Eurasia Publishing House (Pvt) Ltd. New Delhi. 2004.
7. Khurmi, R.S. *Strenght Of Materials.* S. Chand & Company Ltd. New Delhi. 2001.
8. Popov, E.P. *Mekanika Teknik*. Terjemahan Zainul Astamar. Penerbit Erlangga. Jakarta. 1984.
9. Shigly, Joseph Edward. *Mechanical Engineering Design.* Fifth Edition. McGraw-Hill Book Co. Singapore. 1989.
10. Singer, Ferdinand L. *Kekuatan Bahan*. Terjemahan Darwin Sebayang. Penerbit Erlangga. Jakarta. 1995.
11. Spiegel, Leonard, George F. Limbrunner, *Applied Statics And Strength Of Materials.* 2nd edition. Merrill Publishing Company. New York. 1994.
12. Timoshenko, S.,D.H. Young. *Mekanika Teknik.* Terjemahan, edisi ke-4, Penerbit Erlangga. Jakarta. 1996.