STATISTIKA 2

ANDI ASNUR PRANATA MH

DISTRIBUSI SAMPLING

DISTRIBUSI SAMPLING

- **Pengertian Dan Konsep Dasar**
- **Distribusi Sampling Rata – Rata :**
  a. **Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata**
  b. **Distribusi Sampling Bagi Beda 2 Rata-Rata**

PENGERTIAN DAN KONSEP DASAR

Teknik Sampling :

Teknik pengambilan sebagian anggota dari populasi untuk mengetahui fungsi distribusi dan karakteristik distribusi populasi tersebut.

Teknik sampling yang baik dapat menghemat biaya dan waktu tanpa harus mengorbankan keakuratan hasil-hasilnya.

Bidang Inferensia Statistik membahas generalisasi/penarikan kesimpulan dan prediksi/peramalan.

Generalisasi dan prediksi tersebut melibatkan sampel/contoh, sangat jarang menyangkut populasi! Mengapa?

a. **Pekerjaan yang melibatkan populasi memerlukan waktu dan biaya yang banyak.**
b. **Pada beberapa populasi, anggota populasi akan rusak/habis setelah dilakukan pendataan.**

PENGERTIAN DAN KONSEP DASAR

Sampel yang baik adalah Sampel yang representatif. Ukuran Sampel (Statistik) harus memberi gambaran yang tepat mengenai Ukuran Populasi (Parameter). Masih ingat apa itu Statistik Sampel vs Parameter Populasi ?

Contoh

Ukuran/Ciri	Statistik Sampel	Parameter Populasi
Rata-Rata	$\bar{x}$	μ : myu
Selisih 2 Rata-rata	$\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert$: nilai mutlak	$\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert$: nilai mutlak
Standar Deviasi = Simpangan Baku	s	σ : sigma
Varians = Ragam	s^2	σ^2
Proporsi	$\bar{p}$ atau $\hat{p}$	π : phi atau p
Selisih 2 proporsi	$\lvert\bar{p}_1 - \bar{p}_2\rvert$: nilai mutlak	$\lvert\pi_1 - \pi_2\rvert$: nilai mutlak

catatan : pada Nilai Mutlak, nilai negatif diabaikan misal : $\lvert 3 - 7 \rvert = \lvert -4 \rvert = 4$
atau gunakan asumsi $\bar{p}_1$ adalah nilai yang selalu lebih besar dari $\bar{p}_2$ atau $\bar{p}_1 > \bar{p}_2$

POPULASI TERHINGGA DAN TAK TERHINGGA

- **Populasi Terhingga (*Finite Population*)**

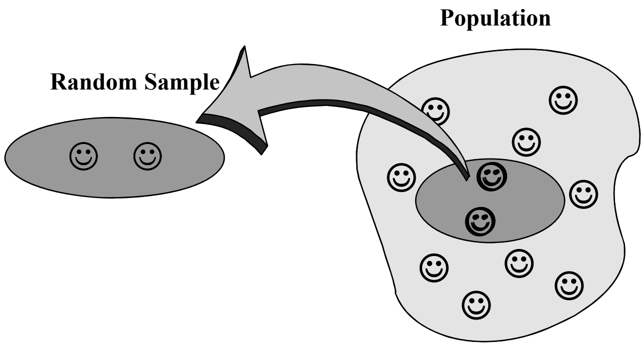
  adalah populasi yang jumlah seluruh anggotanya tetap dan dapat didaftar.

- **Populasi Tak Terhingga (*Infinite population*)**

  adalah populasi yang memiliki anggota yang banyaknya tak terhingga.

RANDOM SAMPLING

Sampling secara acak memungkinkan setiap anggota populasi memiliki kesempatan yang sama untuk terpilih sebagai sampel.



BAGAIMANA MEMPEROLEH SAMPEL YANG REPRESENTATIF ?

CARA MEMPEROLEH SAMPEL YANG REPRESENTATIF

a. **Keacakan (randomness) sampel**
b. **Ukuran sampel**
c. **Teknik penarikan contoh (sampling) yang sesuai dengan kondisi populasi**

TEKNIK PENARIKAN CONTOH

a. **Penarikan Contoh Acak Sederhana (*Simple Random Sampling*)**
b. **Penarikan Contoh Sistematik (*Systematic Sampling*). Tentukan terlebih dahulu interval untuk anggota populasi yang terpilih sebagai anggota sampel.**
c. **Penarikan Contoh Acak Berlapis (*Stratified Random Sampling*). Populasi terlebih dahulu dibagi ke dalam kelas yang (cenderung) homogen. Dalam Setiap Kelompok, ambil contoh acak.**
d. **Penarikan Contoh Kelompok (*Cluster Sampling*). Contoh yang diambil berupa kelompok dan bukan individu.**
e. **Penarikan Contoh Area (*Area Sampling*). Prinsipnya sama dengan Cluster Sampling. Pengelompokkan ditentukan oleh lokasi geografis/administratif.**

CONTOHNYA ?

a. **Penarikan Contoh Acak Sederhana (*Simple Random Sampling*)**
b. **Penarikan Contoh Sistematik (*Systematic Sampling*)**
c. **Penarikan Contoh Acak Berlapis (*Stratified Random Sampling*)**
d. **Penarikan Contoh Kelompok (*Cluster Sampling*)**
e. **Penarikan Contoh Area (*Area Sampling*)**

TEKNIK PENARIKAN CONTOH

Penarikan Contoh Acak Sederhana

(*Simple Random Sampling*)

Contoh :

Pengambilan sampel dengan menggunakan tabel random atau undian.

TEKNIK PENARIKAN CONTOH

Penarikan Contoh Sistematik
(Systematic Sampling)

Contoh :

Pengambilan sampel dengan menentukan interval , misalnya interval 20.

Suatu populasi memiliki 1.000 anggota, misalnya pengambilan sampel dimulai dari anggota ke – 7.

Maka yang terpilih adalah

a. **Anggota populasi ke-7 terpilih sebagai anggota ke-1 dalam sampel.**
b. **Anggota populasi ke-27 menjadi anggota ke-2 dalam sampel.**
c. **Anggota populasi ke-47 menjadi anggota ke-3 dalam sampel, dst.**

TEKNIK PENARIKAN CONTOH

Penarikan Contoh Acak Berlapis
(Stratified Random Sampling)

Contoh :

Dari 1500 penumpang KA (setiap kelas memiliki ukuran yang sama) akan diambil 150 orang sebagai sampel, dilakukan pendataan tentang tingkat kepuasan, maka sampel acak dapat diambil dari :

Kelas Eksekutif	**: 50 orang**
Kelas Bisnis	**: 50 orang**
Kelas Ekonomi	**: 50 orang**

TEKNIK PENARIKAN CONTOH

Penarikan Contoh Kelompok
(Cluster Sampling)

Contoh :

Dari 5.000 karung beras, masing-masing berisi 100 kg akan diambil contoh sebanyak 1000 kg.

Bagaimana caranya?

Caranya dengan melakukan pengacakan karungnya saja yaitu mengambil 10 karung (jadi tidak perlu seluruh isi ke 5.000 karung dituang, diacak baru diambil 1 000 kg) .

TEKNIK PENARIKAN CONTOH

Penarikan Contoh Area
(Area Sampling)

Contoh :

Pengambilan contoh di daerah JAWA BARAT, maka dapat dilakukan pengambilan contoh per Kotamadya. Misalkan, Terpilih Kodya Bogor, Sukabumi, Cirebon dan Depok.

DISTRIBUSI SAMPLING

- **Jumlah Sampel Acak yang dapat diambil dari suatu populasi adalah sangat banyak.**
- **Nilai setiap Statistik Sampel akan bervariasi/beragam antar sampel.**
- **Suatu statistik dapat dianggap sebagai peubah acak yang besarnya sangat tergantung dari sampel yang kita ambil.**
- **Karena statistik sampel adalah peubah acak maka ia mempunyai distribusi peluang yang kita sebut sebagai : Distribusi peluang statistik sampel = Distribusi Sampling = Distribusi Penarikan Sampel**

CONTOH

- **Suatu populasi terdiri dari empat hasil pengukuran :**

  3 6 7 10

  dari populasi ini hendak digunakan 2 hasil pengukuran sebagai sampel, distribusi sampling yang bisa dibentuk jika sampel tanpa pemulihan ialah sbb :
- **Kemungkinan sampel :**

  [3; 6] [3; 7] [3; 10] [6; 7] [6; 10] [7; 10]
- **Mean sampel yang terbentuk :**

  4,5 5 6,5 6,5 8 8,5
- **Sehingga distribusi mean sampling dari sampel - sampel yang terbentuk :**

Mean sampel	4,5	5	6,5	8	8,5
Frekuensi	1	1	2	1	1
Probabilitas	1/6	1/6	2/6	1/6	1/6

DISTRIBUSI SAMPLING RATA - RATA

a. Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata
b. Distribusi Sampling Bagi Beda 2 Rata-Rata

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

Notasi – notasi yang digunakan :

$\mu_{\bar{x}}$ = rata-rata dari semua rata-rata sampel

μ = rata - rata populasi

$\sigma_{\bar{x}}$ = standar deviasi antar semua rata - rata sampel = standard error = galat baku

σ = standar deviasi populasi

$\bar{x}$ = rata-rata sampel

s = standar deviasi sampel

N = ukuran populasi

n = ukuran sampel

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

Dalil 1

JIKA
Sampel:
berukuran = n ≥ 30 } diambil DENGAN PEMULIHAN dari
rata-rata = $\bar{x}$

{ Populasi berukuran = N
Terdistribusi NORMAL
Rata-rata = μ ; simpangan baku = σ

MAKA
Distribusi Rata-rata akan mendekati distribusi Normal dengan :

$\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ dan nilai $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

Dalil 2

JIKA
Sampel:
berukuran = n ≥ 30 } diambil TANPA PEMULIHAN dari
rata-rata = $\bar{x}$

{ Populasi berukuran = N
Terdistribusi NORMAL
Rata-rata = μ ; simpangan baku = σ

MAKA

Distribusi Rata-rata akan mendekati distribusi Normal dengan :

$\mu_{\bar{x}} = \mu$ dan $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ dan nilai $z = \frac{\bar{x} - \mu}{(\sigma / \sqrt{n})\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

- $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ disebut sebagai FAKTOR KOREKSI populasi terhingga.
- Faktor Koreksi (FK) akan menjadi penting jika sampel berukuran n diambil dari populasi berukuran N yang terhingga/ terbatas besarnya
- Jika sampel berukuran n diambil dari populasi berukuran N yang sangat besar maka FK akan mendekati 1 $\rightarrow \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \approx 1$, hal ini mengantar kita pada dalil ke-3 yaitu DALIL LIMIT PUSAT = DALIL BATAS TENGAH = *THE CENTRAL LIMIT THEOREM*

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

Dalil 3 DALIL LIMIT PUSAT

JIKA

Sampel:
berukuran = n
rata-rata = $\bar{x}$
} diambil dari

{ Populasi berukuran = N yang BESAR
distribusi : SEMBARANG
Rata-rata = μ ; simpangan baku = σ

MAKA

Distribusi Rata-rata akan mendekati distribusi Normal dengan :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad \text{dan} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \text{dan nilai } z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

Dalil Limit Pusat berlaku untuk :

a. **Penarikan sampel dari populasi yang sangat besar, distribusi populasi tidak dipersoalkan.**
b. **Populasi dianggap BESAR jika ukuran sampel KURANG DARI 5 % ukuran populasi atau n/N < 5%.**

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

CONTOH SOAL :

PT AQUI sebuah perusahaan air mineral rata - rata setiap hari memproduksi 100.000.000 gelas air mineral. Perusahaan ini menyatakan bahwa rata - rata isi segelas AQUI adalah 250 ml dengan standar deviasi sebesar 15 ml. Rata - rata populasi dianggap menyebar normal.

1. **Jika setiap hari diambil 100 gelas AQUI sebagai sampel acak DENGAN PEMULIHAN, hitunglah:**
   a. **Standard error atau galat baku sampel tersebut?**
   b. **Peluang rata - rata sampel akan berisi kurang dari 253 ml?**
2. **Jika sampel diperkecil menjadi 25 gelas, hitunglah :**
   a. **Standard error atau galat baku sampel tersebut?**
   b. **Peluang rata - rata sampel akan berisi lebih dari 255 ml?**

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

PENYELESAIAN :

N = 100.000.000

$\mu_{\bar{X}} = \mu = 250$

$\sigma = 15$

n = 100

P ($\bar{X}$ < 253) = P (z < ?)

Galat Baku = $\sigma_X = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{15}{\sqrt{100}} = 1.5$

Nilai z = $\dfrac{253 - 250}{1.5} = \dfrac{3}{1.5} = 2.0$

Jadi P ($\bar{X}$ < 253) = P (z < 2.0) = 0.5 + 0.4772 = 0.9772

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

PENYELESAIAN :

N = 100.000.000

$\mu_{\bar{X}} = \mu = 250$

$\sigma = 15$

n = 100

P ($\bar{X}$ > 255) = P (z > ?)

Galat Baku = $\sigma_X = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{15}{\sqrt{25}} = 3.0$

Nilai z = $\dfrac{255 - 250}{3.0} = \dfrac{5}{3.0} = 1.67$

Jadi P ($\bar{X}$ > 253) = P (z > 1.67) = 0.5 + 0.4525 = 0.0475

SOAL LATIHAN

Pemegang kartu kredit MUTERCard® rata – rata mengeluarkan $ 500/bulan dengan standar deviasi $ 100. Jumlah pemegang kartu tersebut kira - kira 200 orang dan rata – rata pengeluaran bulanan pelanggan terdistribusi normal; Sampel diambil dengan pemulihan. Dengan menggunakan sampel sebesar n = 25, hitung probabilitas sampling akan memiliki rata – rata pengeluaran bulan lebih dari $ 525 dan standar error atau alat baku sampel tersebut?

SOAL LATIHAN

Pemegang kartu kredit MoneyCard® rata – rata mengeluarkan $ 1.500/bulan dengan standar deviasi $ 750. Jumlah pemegang kartu tersebut kira - kira 10.000 orang dan rata – rata pengeluaran bulanan pelanggan terdistribusi normal; Sampel diambil dengan tanpa pemulihan. Dengan menggunakan sampel sebesar n = 125, hitung probabilitas sampling akan memiliki rata – rata pengeluaran bulan lebih dari $ 1.750 dan standar error atau alat baku sampel tersebut?

Distribusi Sampling Bagi Beda 2 Rata-rata

Dalil 4

JIKA

Dua (2) Sampel berukuran n_1 dan n_2 rata-rata = $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ } diambil dari { Dua (2) Populasi berukuran BESAR, Rata-rata μ_1 dan μ_2, Ragam σ_1^2 dan σ_2^2 }

MAKA

Distribusi Rata-rata akan mendekati distribusi Normal dengan :

$\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = |\mu_1 - \mu_2|$ dan standard error = $\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$ dan

nilai z
$$z = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - |\mu_1 - \mu_2|}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Distribusi Sampling Bagi Beda 2 Rata-rata

a. **Beda atau selisih 2 rata - rata = $|\mu 1 - \mu 2|$ → ambil nilai mutlaknya atau tetapkan bahwa $\mu 1 > \mu 2$.**
b. **Melibatkan 2 populasi yang BERBEDA dan SALING BEBAS.**
c. **Sampel - sampel yang diambil dalam banyak kasus (atau jika dilihat secara akumulatif) adalah sampel BESAR**

Distribusi Sampling Bagi Beda 2 Rata-rata

CONTOH SOAL :

Diketahui rata-rata IQ populasi mahasiswa Eropa = 125 dengan ragam = 119 sedangkan rata-rata IQ populasi mahasiswa Asia = 128 dengan ragam 181. Diasumsikan kedua populasi berukuran besar. Jika diambil 100 mahasiswa Eropa dan 100 mahasiswa Asia sebagai sampel, berapa

peluang terdapat perbedaan IQ kedua kelompok akan kurang dari 2?

Distribusi Sampling 1 Nilai Rata-Rata

PENYELESAIAN :

Parameter	populasi ke-1 (Mhs. Eropa)	populasi ke-2 (Mhs. Asia)
Rata-rata (μ)	$125 = \mu_2$	$128 = \mu_1$
Ragam (σ^2)	$119 = \sigma^2_2$	$181 = \sigma^2_1$

Beda 2 rata - rata = $\mu_{X1 - X2} = |\ \mu_{X1} - \mu_{X2}| = 128 - 125 = 3$

Sampel : $n_1 = 100$ dan $n_2 = 100$

$(|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 2) = P\ (z < ?)$

Galat Baku = $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\dfrac{181}{100} + \dfrac{119}{100}} = \sqrt{3}$

Nilai z = $\dfrac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - |\ \mu_{X1} - \mu_{X2}|}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \dfrac{2 - 3}{\sqrt{\dfrac{181}{100} + \dfrac{119}{100}}} = -\ 0.58$

Jadi $P\ (|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 2) = P\ (z < -\ 0.58) = 0.5 - 0.2190 = 0.2810$

LATIHAN SOAL

Manajemen MUTERCard® mengeluarkan dua produk MISTERCARD® dan MUSTERCARD®, di bawah ini terdapat data sampel yang diambil dari pemegang kartu - kartu tersebut.

Sampel	MISTERCARD ®	MUSTERCARD®
Rata-rata populasi	**$ 500**	**$ 505**
Ragam populasi	**13225**	**11000**
Ukuran sampel	**115**	**100**

Dengan mengasumsikan bahwa kedua populasi berukuran besar dan mempunyai distribusi normal, hitung peluang sampling perbedaan antara 2 nilai tengah sampel lebih dari $10.

PENDUGAAN PARAMETER

PENDUGAAN PARAMETER

a. **Pendugaan 1 Nilai Rata – Rata (2 Rumus)**
b. **Pendugaan Beda 2 Rata – Rata (4 Rumus)**
c. **Pendugaan Proporsi (2 Rumus)**

Pendugaan Beda 2 Rata – Rata

- **Pendugaan Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel besar dan nilai ragam populasi diketahui dan jika nilai ragam populasi tidak diketahui → gunakan ragam sampel.**
- **Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel kecil dan nilai kedua ragam populasi tidak sama dan tidak diketahui → gunakan ragam sampel.**
- **Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel kecil dan nilai kedua ragam populasi sama dan tidak diketahui → gunakan ragam sampel gabungan.**
- **Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari data berpasangan sampel-sampel kecil.**

Pendugaan Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel besar dan nilai ragam populasi diketahui dan jika nilai ragam populasi tidak diketahui → gunakan ragam sampel.

Selang Kepercayaan 3

Selang Kepercayaan sebesar (1 - α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah :

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| + (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$$

σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui $\rightarrow$ gunakan s_1^2 dan s_2^2

Catatan : Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak | | atau gunakan $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$

CONTOH SOAL (1)

Dari 64 orang Korea diketahui rata-rata setiap bulan mereka makan 48 kg ikan dengan ragam = 8. Dari 56 orang Perancis diketahui rata-rata setiap bulan mereka makan 28 kg ikan dengan ragam = 7. Tentukan selang kepercayaan 95 % untuk beda rata-rata banyak ikan yang dimakan setiap bulan oleh seluruh orang Korea dan orang Perancis.

$\bar{X}_1 = 48 \quad n_1 = 64 \quad s_1^2 = 8 \quad |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = |48 - 28| = 20$

$\bar{X}_1 = 28 \quad n_2 = 56 \quad s_2^2 = 7$

Selang kepercayaan 95% $\rightarrow \alpha = 5\% \rightarrow \alpha/2 = 2.5\%$

$\rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| + (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$$

$$20 - (1.96 \text{ x } \sqrt{\frac{8}{64} + \frac{7}{56}}) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| <) \ 20 + (1.96 \text{ x } \sqrt{\frac{8}{64} + \frac{7}{56}})$$

$$20 - 0.98 \quad < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 20 + 0.98$$

$$19.02 \quad < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 20.98$$

Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel kecil dan nilai kedua ragam populasi tidak sama dan tidak diketahui → gunakan ragam sampel.

Selang Kepercayaan 4

Selang Kepercayaan sebesar $(1 - \alpha)$ bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah :

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - \left(t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| + \left(t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\text{Derajat Bebas (db)} = \frac{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1}\right)^2}{(n_1 - 1)}\right] + \left[\frac{\left(\frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)^2}{(n_2 - 1)}\right]}$$

db : dibulatkan ke bilangan bulat terbesar terdekat (fungsi Ceiling)

LATIHAN SOAL (1)

Dari 25 orang Cina diketahui rata-rata setiap bulan mereka minum 35 liter teh dengan Ragam = 22. Dari 12 orang Jerman diketahui rata-rata setiap bulan mereka minum 42 liter teh dengan Ragam = 33. Jika dianggap bahwa ragam kedua populasi bernilai tidak sama, hitung :

a. Derajat bebas bagi distribusi t.

b. Tentukan selang kepercayaan 99 % untuk beda rata-rata banyak teh yang diminum setiap bulan oleh seluruh orang Cina dan orang Jerman.

Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel kecil dan nilai kedua ragam populasi sama dan tidak diketahui → gunakan ragam sampel gabungan

Selang Kepercayaan 5

Selang Kepercayaan sebesar (1 - α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah :

$$|\overline{X}_1 - \overline{X}_2| - (t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \text{ x } s_{gab} \text{ x } \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}) < |\overline{X}_1 - \overline{X}_2| < |\overline{X}_1 - \overline{X}_2| + (t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \text{ x } s_{gab} \text{ x } \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$$

$$s_{gab}^2 = \frac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_2 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \text{ dan } s_{gab} = \sqrt{s_{gab}^2} \text{ dan derajat bebas (db)} = n_1 + n_2 - 2$$

Catatan : Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak | | atau gunakan $\overline{X}_1 > \overline{X}_2$

CONTOH SOAL (2)

Dari 12 orang Cina diketahui rata-rata setiap bulan mereka minum 22 liter teh dengan Ragam = 16. Dari 10 orang Jerman diketahui rata-rata setiap bulan mereka minum 36 liter teh dengan Ragam = 25. Jika dianggap bahwa ragam kedua populasi bernilai sama, hitung :

a. **Derajat bebas.**
b. **Ragam dan Simpangan baku gabungan kedua sampel.**
c. **Tentukan selang kepercayaan 99 % untuk beda rata-rata banyak teh yang diminum setiap bulan oleh seluruh orang Jepang dan orang Inggris.**

PENYELESAIAN

a. db = $n_1 + n_2 - 2 = 10 + 12 - 2 = 20$

b. $s^2_{gab} = \dfrac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_1 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \dfrac{(9 \times 25) + (11 \times 16)}{20} = \dfrac{401}{20} = 20.05$

$s_{gab} = \sqrt{s^2_{gab}} = \sqrt{20.05} = 4.477$

c. Selang kepercayaan 99% $\rightarrow \alpha = 1\% \rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0.5\% = 0.005$

Nilai t (db = 20; $\dfrac{\alpha}{2} = 0.005$) = 2.845

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - (t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \times s_{gab} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| + (t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \times s_{gab} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$$

$$|36 - 22| - (2.845 \times 4.477 \times \sqrt{\frac{25}{10} + \frac{16}{12}}) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < |36 - 22| + (2.845 \times 4.477 \times \sqrt{\frac{25}{10} + \frac{16}{12}})$$

$$14 - 5.45 < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 14 + 5.45$$

$$8.55 < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < 19.45$$

Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari data berpasangan sampel-sampel kecil.

Selang Kepercayaan 6

Selang Kepercayaan sebesar (1 - α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah :

$$\bar{d} - (t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \times \frac{s_d}{\sqrt{n}}) < |\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < \bar{d} + (t_{(db,\frac{\alpha}{2})} \times \frac{s_d}{\sqrt{n}})$$

derajat bebas (db) = n - 1

Catatan : Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak | | atau gunakan $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$

Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari data berpasangan sampel-sampel kecil.

n : banyak pasangan data

d_i : selisih pasangan data ke-i untuk i = 1, 2, 3, ..., n

$\bar{d}$: rata - rata d_1 $\quad \bar{d} = \dfrac{\sum d_i}{n}$

s_d^2 : ragam nilai d $\quad s_d^2 = \dfrac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$

s_d : simpangan baku d $\quad s_d = \sqrt{s_d^2}$

LATIHAN SOAL (2)

Banyak produk rusak pada 2 shift diukur dari 4 karyawan :

NAMA	SHIFT MALAM	SHIFT PAGI
AKU	25	18
KAMU	7	3
DIA	12	9
KITA	4	14

Hitunglah :

a. **Selisih pasangan data, rata – rata di, ragam nilai d, simpangan baku d.**

b. **Selang kepercayaan 99% untuk data berpasangan tersebut .**

Pendugaan Proporsi

Pengertian Proporsi :
π = proporsi populasi
p = proporsi "sukses" dalam sampel acak
1 - p = q = proporsi "gagal" dalam sampel acak
Misal :
kelas "sukses" → "menyukai seafood"
kelas "gagal" → "tidak menyukai seafood“

- ❖ **Pendugaan 1 Nilai Proporsi dari sampel besar**
- ❖ **Pendugaan Beda 2 Proporsi dari sampel-sampel besar**

Pendugaan 1 Nilai Proporsi dari sampel besar

Selang Kepercayaan 7
Selang Kepercayaan sebesar (1 - α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah :

$$\overline{p} - (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\overline{p} \text{ x } \overline{q}}{n}}) < \pi < \overline{p} + (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\overline{p} \text{ x } \overline{q}}{n}})$$

Ukuran Sampel untuk Pendugaan Proporsi
Ukuran sampel pada selang kepercayaan (1 - α) dengan Error Maksimal = E

$$n = \left\lceil \frac{z^2_{\alpha/2} \text{ x } \overline{p} \text{ x } \overline{q}}{E^2} \right\rceil$$

CONTOH SOAL (3a)

Dari suatu sampel acak 500 orang diketahui bahwa 160 orang menyukai makan seafood.

- **Tentukan selang kepercayaan 95 % bagi proporsi populasi yang menyukai seafood.**

Selang kepercayaan 95% $\rightarrow$ α = 5% $\rightarrow$ $\alpha/2$ = 2.5%

$\rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

$\overline{p} = \frac{160}{500} = 0.32 \qquad \overline{q} = 1 - \overline{p} = 0.68$

$$\overline{p} - \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\overline{p} \text{ x } \overline{q}}{n}}\right) < \pi < \overline{p} + \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\overline{p} \text{ x } \overline{q}}{n}}\right)$$

$$0.32 - \left(1.96 \text{ x } \sqrt{\frac{0.32 \text{ x } 0.68}{500}}\right) < \pi <)\ 0.32 + \left(1.96 \text{ x } \sqrt{\frac{0.32 \text{ x } 0.68}{500}}\right)$$

$$0.28 < \pi < 0.36$$

CONTOH SOAL (3b)

Dari suatu sampel acak 500 orang diketahui bahwa 160 orang menyukai makan seafood.

- **Berapa ukuran sampel agar kita dapat percaya 95 % dan Error maksimal = 2%**

$$n = \left\lceil \frac{z^2_{\alpha/2} \text{ x } \overline{p} \text{ x } \overline{q}}{E^2} \right\rceil$$

$$= \left\lceil \frac{1.96^2 \text{ x } 0.32 \text{ x } 0.68}{0.02^2} \right\rceil$$

$$= \lceil 2089.8304 \rceil$$

$$= 2090$$

Pendugaan Beda 2 Proporsi dari sampel-sampel besar

Selang Kepercayaan 8

Selang Kepercayaan sebesar (1 - α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah :

$$|\overline{p}_1 - \overline{p}_2| - (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\overline{p}_1 \text{ x } \overline{q}_1}{n_1} + \frac{\overline{p}_2 \text{ x } \overline{q}_2}{n_2}}) < |\pi_1 - \pi_2| < |\overline{p}_1 - \overline{p}_2| + (z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ x } \sqrt{\frac{\overline{p}_1 \text{ x } \overline{q}_1}{n_1} + \frac{\overline{p}_2 \text{ x } \overline{q}_2}{n_2}})$$

Catatan : Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak | | atau gunakan $\overline{p}_1 > \overline{p}_2$

LATIHAN SOAL (3)

Dari 2500 penduduk Balikpapan, 1200 menyetujui berlakunya aturan lalulintas baru. Dari 3500 penduduk Makassar, hanya 1500 yang tidak menyetujui aturan lalulintas baru.

Tentukan selang kepercayaan 99 % bagi beda proporsi penduduk Jakarta dan Makassar yang menyetujui berlakunya aturan lalulintas baru.

(Kelas "sukses" = menyetujui berlakunya aturan lalulintas baru)

PENGUJIAN HIPOTESIS

PEMBAHASAN

- Pengertian Hipotesis dan Pengujian Hipotesis
- Tipe Kesalahan dalam Pengujian Hipotesis
- Arah Pengujian Hipotesis
- Interpretasi Output Pengujian Hipotesis dengan SPSS
- Langkah – Langkah Pengujian Hipotesis

APA ITU SUATU HIPOTESIS?

Hipotesis adalah suatu pernyataan (asumsi) tentang parameter populasi.

- **Contoh populasi adalah mean atau proporsi**
- **Parameter harus diidentifikasi sebelum analisa**

PENGERTIAN
HIPOTESIS DAN PENGUJIAN HIPOTESIS

- **Hipotesis**
  Suatu asumsi atau anggapan atau pernyataan yang mungkin benar atau mungkin salah mengenai parameter satu populasi atau lebih.

- **Pengujian Hipotesis**
  Suatu prosedur pengujian hipotesis tentang parameter populasi menggunakan informasi dari sampel dan teori probabilitas untuk menentukan apakah hipotesis tersebut secara statistik dapat diterima atau ditolak.

***) Pengujian hipotesis dijumpai dua jenis hipotesis, yaitu hipotesis nol (Ho) dan hipotesis alternatif (H1).**

HIPOTESIS NOL (Ho)

Hipotesis yang menyatakan tidak ada perbedaan sesuatu kejadian antara kedua kelompok. Atau hipotesis yang menyatakan tidak ada hubungan antara variabel satu dengan variabel yang lain.

CONTOH HIPOTESIS NOL (Ho)

Tidak ada perbedaan berat badan bayi antara mereka yang dilahirkan dari ibu yang merokok dengan mereka yang dilahirkan dari ibu yang tidak merokok.

Kesimpulan :

Tidak ada hubungan merokok dengan berat badan bayi.

HIPOTESIS ALTERNATIF (H1)

Hipotesis yang menyatakan ada perbedaan suatu kejadian antara kedua kelompok. Atau hipotesis yang menyatakan ada hubungan variabel satu dengan variabel yang lain.

CONTOH HIPOTESIS ALTERNATIF (H1)

Ada perbedaan berat badan bayi antara mereka yang dilahirkan dari ibu yang merokok dengan mereka yang dilahirkan dari ibu yang tidak merokok.

Kesimpulan :

Ada hubungan merokok dengan berat badan bayi.

TIPE KESALAHAN
DALAM PENGUJIAN HIPOTESIS

Dalam pengujian hipotesis kita selalu dihadapkan suatu kesalahan pengambilan keputusan. Ada dua jenis kesalahan pengambilan keputusan dalam uji statistik, yaitu :

a. Kesalahan tipe alpha

b. Kesalahan tipe beta

KESALAHAN TIPE I (α)

- **Merupakan kesalahan menolak Ho padahal sesungguhnya Ho benar. Artinya: menyimpulkan adanya perbedaan padahal sesungguhnya tidak ada perbedaan.**
- **Peluang kesalahan tipe satu (I) adalah α atau sering disebut Tingkat signifikansi (significance level).**
- **Sebaliknya peluang untuk tidak membuat kesalahan tipe I adalah sebesar 1-α, yang disebut dengan Tingkat Kepercayaan (confidence level).**

KESALAHAN TIPE II (β)

- **Merupakan kesalahan tidak menolak Ho padahal sesungguhnya Ho salah. Artinya: menyimpulkan tidak ada perbedaan padahal sesungguhnya ada perbedaan.**
- **Peluang untuk membuat kesalahan tipe kedua (II) ini adalah sebesar β.**
- **Peluang untuk tidak membuat kesalahan tipe kedua (II) adalah sebesar 1-β, dan dikenal sebagai Tingkat Kekuatan Uji (power of the test).**

RINGKASAN TIPE KESALAHAN

H_0: TAK SALAH

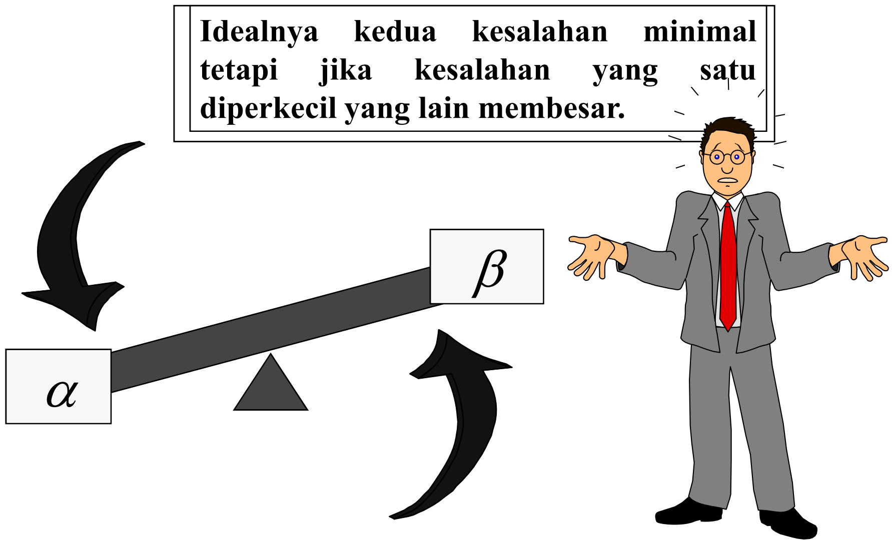
PERSIDANGAN

	KENYATAAN	
PUTUSAN	INNOCENT	GUILTY
INNOCENT	BENAR	SALAH
GUILTY	SALAH	BENAR

HIPOTESIS TEST

	KENYATAAN	
PUTUSAN	H_0 BENAR	H_0 SALAH
TIDAK TOLAK H_0	1 - α	TIPE II SALAH (β)
TOLAK H_0	TIPE I SALAH (α)	POWER (1 - β)

TIPE I DAN TIPE II MEMPUNYAI RELASI BERKEBALIKAN



MEMINIMALKAN KESALAHAN

- **Dalam pengujian hipotesis dikehendaki nilai α dan β kecil atau (1 - β) besar.**
- **Namun hal ini sulit dicapai karena bila α makin kecil nilai β akan semakin besar.**
- **Berhubung harus dibuat keputusan menolak atau tidak menolak Ho maka harus diputuskan untuk memilih salah satu saja yang harus diperhatikan yaitu α atau β yang diperhatikan.**
- **Pada umumnya untuk amannya dipilih nilai α.**

ARAH PENGUJIAN HIPOTESIS

Bentuk hipotesis alternatif akan menentukan arah uji statistik apakah ?

a. Uji Satu Arah (One Tail)

b. Uji Dua Arah (Two Tail)

UJI SATU ARAH (ONE TAIL)

Bila hipotesis alternatifnyanya menyatakan adanya perbedaan dan ada pernyataan yang mengatakan hal yang satu *lebih tinggi/rendah* dari hal yang lain.

UJI SATU ARAH (ONE TAIL)

Contoh :

Berat badan bayi dari ibu hamil yang merokok *<u>lebih kecil</u>* dibandingkan berat badan bayi dari ibu hamil yang tidak merokok.

UJI DUA ARAH (TWO TAIL)

Merupakan hipotesis alternatif yang hanya menyatakan perbedaan tanpa melihat apakah hal yang satu lebih tinggi/rendah dari hal yang lain.

UJI DUA ARAH (TWO TAIL)

Contoh :

Berat badan bayi dari ibu hamil yang merokok berbeda dibandingkan berat badan bayi dari ibu yang tidak merokok. Atau dengan kata lain : *Ada perbedaan* berat badan bayi antara mereka yang dilahirkan dari ibu yang merokok dibandingkan dari mereka yang tidak merokok.

INTERPRETASI OUTPUT PENGUJIAN HIPOTESIS DENGAN SPSS

Pada SPSS penerimaan/penolakan H0 dilakukan dengan membandingkan nilai probabilitas (p.) atau significance (sig.) dengan nilai α.

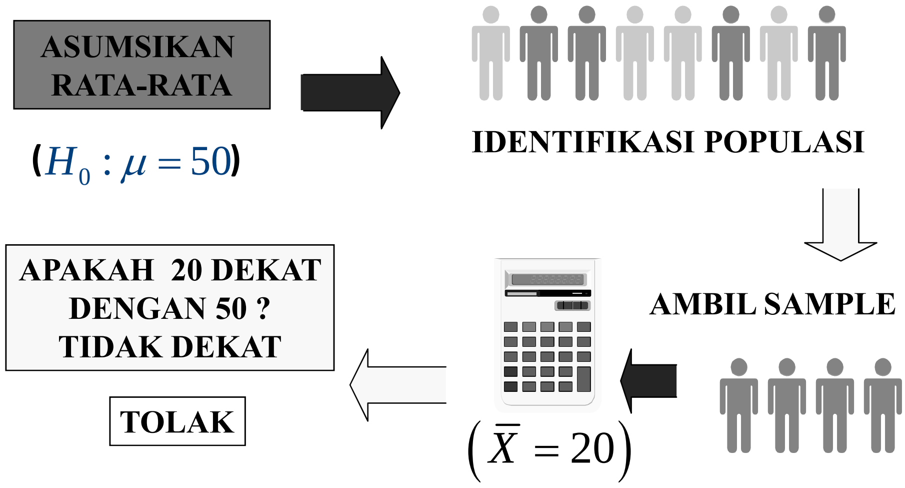
- ✓ **Jika sig < α maka Ho ditolak, H1 diterima**
- ✓ **Jika sig > α maka Ho diterima**

Contoh :

Ditentukan nilai α = 5% = 0.05

- ✓ **Didapat sig = 0.003 berarti sig < α, maka Ho ditolak, H1 diterima**
- ✓ **Didapat sig = 0.465 berarti sig > α, maka Ho diterima**

PROSES PENGUJIAN HIPOTHESIS



LANGKAH – LANGKAH PENGUJIAN HIPOTESIS

a. **Menetapkan Hipotesis**
b. **Menentukan Uji Statistik Yang Sesuai**
c. **Menentukan Arah Pengujian [1 Atau 2]**
d. **Menentukan Batas atau Tingkat Kemaknaan (Level Of Significance)**
e. **Menentukan Daerah Penolakan Ho**
f. **Penghitungan Nilai Uji Statistik**
g. **Pengambilan Keputusan**

LANGKAH PERTAMA :
MENETAPKAN HIPOTESIS

Langkah pertama adalah merumuskan hipotesis yang akan diuji. Hipotesis ini disebut Hipotesis nol disebut H0 (dibaca H nol).

Hipotesis alternatif menggambarkan apa yang akan anda simpulkan jika menolak hipotesis nol. Hipotesis alternatif ditulis H1 (dibaca H satu).

LANGKAH KEDUA :
PENENTUAN UJI STATISTIK YANG SESUAI

Merupakan suatu nilai yang ditentukan berdasar informasi dari sampel, dan akan digunakan untuk menentukan apakah akan menerima atau menolak hipotesis.

Ada bermacam-macam uji statistik, di sini kita akan menggunakan uji statistik seperti z, *student-t*, F, dan $\lambda 2$ (*Kai-kuadrat*).

LANGKAH KETIGA :
PENENTUAN ARAH PENGUJIAN [1 ATAU 2]

Penentuan arah pengujian diperhatikan dari bentuk hipotesis alternatif yang akan menentukan arah uji statistik apakah?

a. Uji Satu Arah (One Tail)

b. Uji Dua Arah (Two Tail)

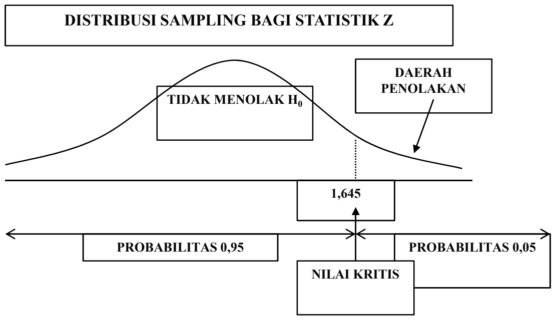
LANGKAH KEEMPAT :
MENENTUKAN BATAS ATAU TINGKAT KEMAKNAAN (LEVEL OF SIGNIFICANCE)

- **Taraf nyata diberi tanda α (*alpha*), disebut juga tingkat resiko karena menggambarkan resiko yang harus dipikul bila menolak hipotesis nol padahal hipotesis nol sebetulnya benar.**
- **Tidak ada satu taraf nyata yang diterapkan untuk semua penelitian yang menyangkut penarikan sampel. Kita harus mengambil suatu keputusan untuk memakai taraf 0,05 (disebut taraf 5 persen), taraf 0,01, atau taraf yang lain antara 0 dan 1.**
- **Pada umumnya pada proyek penelitian menggunakan taraf 0,05, sedangkan untuk pengendalian mutu dipilih 0,01, dan untuk pengumpulan jajak pendapat ilmu-ilmu sosial dipakai 0,10**

LANGKAH KELIMA :
TENTUKAN DAERAH PENOLAKAN Ho

Aturan pengambilan keputusan merupakan pernyataan mengenai kondisi di mana hipotesis nol ditolak dan kondisi di mana hipotesis nol tidak ditolak.

Gambar berikut menggambarkan daerah penolakan untuk suatu uji taraf nyata :



Perhatikan dalam gambar di atas bahwa :

a. Daerah di mana hipotesis nol tidak ditolak mencakup daerah di sebelah kiri 1,645.

b. Daerah penolakan adalah di sebelah kanan dari 1,645.

c. Diterapkan suatu uji satu arah.

d. Taraf nyata 0,05 dipilih.

e. Nilai 1,645 memisahkan daerah-daerah dimana hipotesis nol ditolak dan di mana hipotesis nol tidak ditolak.

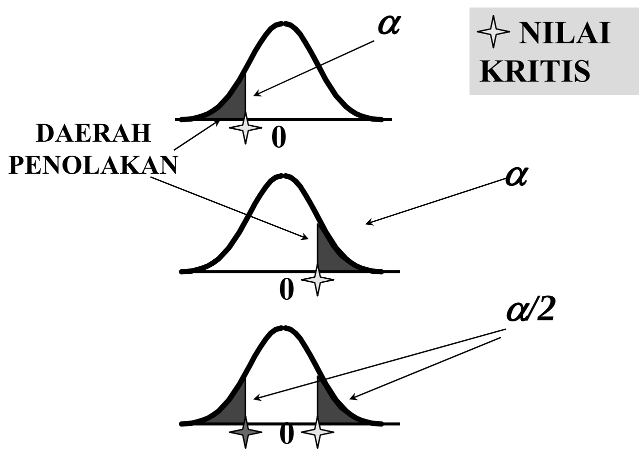
f. Nilai 1,645 dinamakan nilai kritis.

TINGKAT SIGNIFIKANSI DAN DAERAH PENOLAKAN

H_0: $\mu \geq 3$
H_1: $\mu < 3$

H_0: $\mu \leq 3$
H_1: $\mu > 3$

H_0: $\mu = 3$
H_1: $\mu \neq 3$



LANGKAH KEENAM : PENGHITUNGAN NILAI UJI STATISTIK

- **Penghitungan uji statistik adalah menghitung data sampel kedalam uji hipotesis yang sesuai.**
- **Misalnya kalau ingin menguji perbedan mean antara dua kelompok, maka data hasil pengukuran dimasukkan ke rumus uji t. Dari hasil perhitungan tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai populasi untuk mengetahui apakah ada hipotesis ditolak atau gagal menolak hipotesis.**

LANGKAH KETUJUH : PENGAMBILAN KEPUTUSAN

- **Langkah terakhir dalam uji statistik adalah mengambil keputusan untuk menolak atau tidak menolak hipotesis nol.**
- **Keputusan menolak hipotesis nol karena nilai uji statistik terletak di daerah penolakan.**

BEBERAPA NILAI Z YANG PENTING

$$z_{0.5\%} = z_{0.005\%} = 2.575$$
$$z_{2.5\%} = z_{0.025\%} = 1.96$$
$$z_{1\%} = z_{0.01\%} = 2.33$$
$$z_{5\%} = z_{0.05\%} = 1.645$$

UJI HIPOTESIS 1 NILAI RATA-RATA DARI SAMPEL BESAR

H_0 :

$\mu = \mu_0$ sampel besar $n \geq 30$

H_1 :	Daerah Penolakan H_0 :
a) $\mu < \mu_0$	a) $z < -z_\alpha$
b) $\mu > \mu_0$	b) $z > z_\alpha$
c) $\mu \neq \mu_0$	c) $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ dan $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Nilai Uji Statistik :

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$$

CONTOH SOAL (1a)

Dari 100 nasabah bank rata – rata melakukan penarikan \$495 per bulan melalui ATM dengan simpangan baku = \$45. Dengan taraf nyata 1% , ujilah :

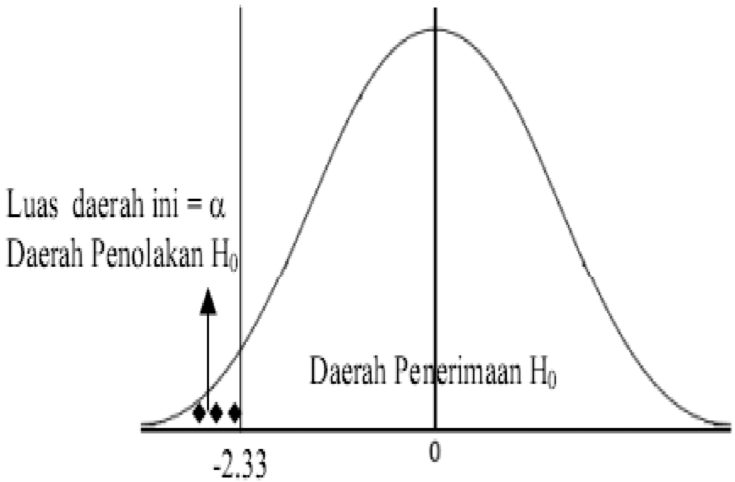
Apakah rata – rata nasabah menarik melalui ATM kurang dari \$500 per bulan?

Diketahui : $\bar{X} = 495$ $s = 45$ $n = 100$

1) $H_0 : \mu = 500$ $H_1 : \mu < 500$
2) Uji Statistik : z $\rightarrow$ karena sampel besar
3) Arah Pengujian : 1 arah
4) Taraf Nyata Pengujian = $\alpha = 1\% = 0.01$

CONTOH SOAL (1b)

5) Daerah Penolakan H_0 $\rightarrow$ $z < -z_{0.01}$ $\rightarrow$ $z < -2.33$



CONTOH SOAL (1c)

Dari 100 nasabah bank rata – rata melakukan penarikan $495 per bulan melalui ATM dengan simpangan baku = $45. Dengan taraf nyata 1% , ujilah :

Apakah rata – rata nasabah menarik melalui ATM kurang dari $500 per bulan?

6) Statistik Hitung

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)} = \frac{495 - 500}{\left(\frac{45}{\sqrt{100}}\right)} = \frac{-5}{4.5} = -1.11$$

7) Kesimpulan : z hitung = -1.11 ada di daerah penerimaan H_0

H0 diterima, rata - rata pengambilan uang di ATM masih = $ 500

SOAL LATIHAN (1)

Dari 100 nasabah bank rata – rata melakukan penarikan $495 per bulan melalui ATM dengan simpangan baku = $45. Dengan taraf nyata 5% , ujilah :

Apakah rata – rata nasabah menarik melalui ATM tidak sama dengan $500 per bulan ?

UJI HIPOTESIS 1 NILAI RATA-RATA DARI SAMPEL KECIL

H_0 :

$\mu = \mu_0$ sampel besar n < 30

H_1 :

a) $\mu < \mu_0$

b) $\mu > \mu_0$

c) $\mu \neq \mu_0$

Daerah Penolakan H_0 :

a) $t < -t_{(db;\alpha)}$

b) $t > t_{(db;\alpha)}$

c) $t < -t_{(db;\frac{\alpha}{2})}$ dan

$t > t_{(db;\frac{\alpha}{2})}$

db = n - 1

Nilai Uji Statistik :

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$$

CONTOH SOAL (2a)

Suatu HRD perusahan melakukan psikotes terhadap 25 calon karyawan dan mendapatkan bahwa rata – rata hasil psikotes adalah 22 point dengan simpangan baku = 4 point. Dengan taraf nyata 5% , ujilah :

Apakah rata – rata hasil psikotes tidak sama dengan 20 point?

Diketahui : $\overline{X} = 22$ $\quad s = 4$ $\quad n = 25$

1) $H_0 : \mu = 20$ $\quad H_1 : \mu \neq 20$
2) Uji Statistik : t $\rightarrow$ karena sampel kecil
3) Arah Pengujian : 2 arah
4) Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05 $\rightarrow \frac{\alpha}{2}$ = 2.5% = 0.025

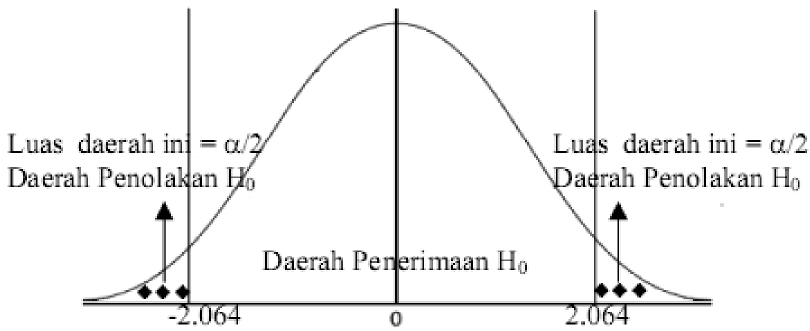
CONTOH SOAL (2b)

5) Daerah Penolakan $H_0 \rightarrow t < -t_{(db;\ \frac{\alpha}{2})}$ dan $t > -t_{(db;\ \frac{\alpha}{2})}$

db = n - 1 = 25 - 1 = 24

t < -t (24; 2.5%) $\rightarrow$ t < -2.064

t > t (24; 2.5%) $\rightarrow$ t > 2.064



CONTOH SOAL (2c)

Suatu HRD perusahan melakukan psikotes terhadap 25 calon karyawan dan mendapatkan bahwa rata – rata hasil psikotes adalah 22 point dengan simpangan baku = 4 point. Dengan taraf nyata 5% , ujilah :

Apakah rata – rata hasil psikotes tidak sama dengan 20 point?

6) Statistik Hitung

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)} = \frac{22 - 20}{\left(\frac{4}{\sqrt{25}}\right)} = \frac{2}{0.8} = 2.5$$

7) Kesimpulan : t hitung = 2.5 ada di daerah penolakan H_0

H0 ditolak, H_1 diterima, rata - rata hasil psikotes $\neq$ 20 point

LATIHAN SOAL (2)

Suatu HRD perusahan melakukan psikotes terhadap 25 calon karyawan dan mendapatkan bahwa rata – rata hasil psikotes adalah 22 point dengan simpangan baku = 4 point. Dengan taraf nyata 5% , ujilah :

Apakah rata – rata hasil psikotes lebih dari 20 point?

BEBERAPA NILAI Z YANG PENTING

$$z_{0.5\%} = z_{0.005\%} = 2.575$$
$$z_{2.5\%} = z_{0.025\%} = 1.96$$
$$z_{1\%} = z_{0.01\%} = 2.33$$
$$z_{5\%} = z_{0.05\%} = 1.645$$

Uji Hipotesis Beda 2 Nilai Rata-Rata dari Sampel Besar

H_0 :

$|\mu_1 - \mu_2| = d_0$

H_1 :	Daerah Penolakan H_0 :
a) $|\mu_1 - \mu_2| < d_0$	a) $z < -z_\alpha$
b) $|\mu_1 - \mu_2| > d_0$	b) $z > z_\alpha$
c) $|\mu_1 - \mu_2| \neq d_0$	c) $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ dan $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Nilai Uji Statistik :

$$z = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - d_0}{\sqrt{(\frac{\sigma^2_1}{n_1}) + (\frac{\sigma^2_2}{n_2})}}$$

CONTOH SOAL (1a)

Berikut adalah data nilai prestasi kerja karyawan yang mendapat training dengan yang tidak mendapat training :

	DGN TRAINING	TANPA TRAINING
rata-rata nilai prestasi	$\bar{x}_1 = 302$	$\bar{x}_2 = 300$
ragam	$s_1^2 = 4.5$	$s_2^2 = 4$
ukuran sampel	$n_1 = 30$	$n_2 = 40$

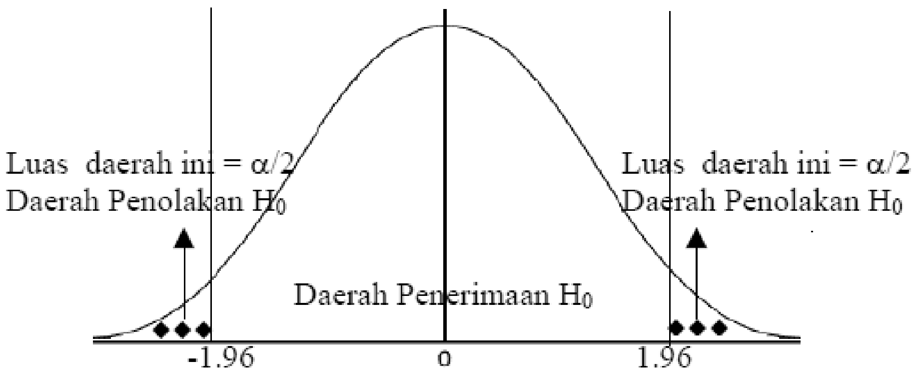
Dengan taraf nyata 5 % ujilah apakah ada perbedaan rata – rata prestasi kerja di kedua kelompok karyawan?

Diketahui : $\alpha = 5$ $d_0 = 0$

1) $H_0 : |\mu_1 - \mu_2| = d_0$ $H_1 : |\mu_1 - \mu_2| \neq d_0$
2) Uji Statistik : z $\rightarrow$ karena sampel besar
3) Arah Pengujian : 2 arah
4) Taraf Nyata Pengujian = α = 5% dan $\frac{\alpha}{2}$ = 2.5% = 0.025

CONTOH SOAL (1b)

5) Daerah Penolakan $H_0 \rightarrow z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ & $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$



CONTOH SOAL (1c)

Berikut adalah data nilai prestasi kerja karyawan yang mendapat training dengan yang tidak mendapat training :

	DGN TRAINING	TANPA TRAINING
rata-rata nilai prestasi	$\bar{x}_1 = 302$	$\bar{x}_2 = 300$
ragam	$s_1^2 = 4.5$	$s_2^2 = 4$
ukuran sampel	$n_1 = 30$	$n_2 = 40$

Dengan taraf nyata 5 % ujilah apakah ada perbedaan rata – rata prestasi kerja di kedua kelompok karyawan?

6) Statistik Hitung

$$z = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - d_0}{\sqrt{(\frac{\sigma^2{}_1}{n_1}) + (\frac{\sigma^2{}_2}{n_2})}} = \frac{|300 - 302| - 0}{\sqrt{(\frac{4}{40}) + (\frac{4.5}{30})}} = 4$$

7) Kesimpulan : z hitung = 4 ada di daerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_1 diterima, beda rata - rata prestasi kerja $\neq 0$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil Asumsi: Ragam Kedua Populasi Tidak Sama

H_0 :

$|\mu_1 - \mu_2| = d_0$

H_1 :	Daerah Penolakan H_0 :
a) $|\mu_1 - \mu_2| < d_0$	a) $t < -t_{(db,\alpha)}$
b) $|\mu_1 - \mu_2| > d_0$	b) $t > t_{(db,\alpha)}$
c) $|\mu_1 - \mu_2| \neq d_0$	c) $t < -t_{(db,\frac{\alpha}{2})}$ dan $t > t_{(db,\frac{\alpha}{2})}$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil
Asumsi: Ragam Kedua Populasi Tidak Sama

Nilai Uji Statistik :

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - d_0}{\sqrt{(\frac{s^2_1}{n_1}) + (\frac{s^2_2}{n_2})}}$$

$$\text{Derajat Bebas (db)} = \frac{(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2})^2}{[\frac{(\frac{s_1^2}{n_1})^2}{(n_1 - 1)}] + [\frac{(\frac{s_2^2}{n_2})^2}{(n_2 - 1)}]}$$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil
Asumsi : Ragam Kedua Populasi Sama

H_0 :

$|\mu_1 - \mu_2| = d_0$

H_1 :	Daerah Penolakan H_0 :
a) $|\mu_1 - \mu_2| < d_0$	a) $t < -t_{(db,\alpha)}$
b) $|\mu_1 - \mu_2| > d_0$	b) $t > t_{(db,\alpha)}$
c) $|\mu_1 - \mu_2| \neq d_0$	c) $t < -t_{(db,\frac{\alpha}{2})}$ dan $t > t_{(db,\frac{\alpha}{2})}$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil
Asumsi : Ragam Kedua Populasi Sama

Nilai Uji Statistik :

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - d_0}{s_{gab}\sqrt{(\frac{1}{n_1}) + (\frac{1}{n_2})}}$$

$$s_{gab}^2 = \frac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_1 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \text{ dan } s_{gab} = \sqrt{s_{gab}^2}$$

derajat bebas (db) = $n_1 + n_2 - 2$

LATIHAN 1

Berikut adalah data rata-rata banyak hari membolos karyawan (hari/tahun) di dua divisi yang berbeda.

	DIVISI BETON	DIVISI TEKNIK
RATA - RATA BANYAK MEMBOLOS (HARI/TAHUN)	12	7
RAGAM	1,25	1,40
UKURAN SAMPEL	28	29

Diasumsikan kedua sampel diambil dari dua populasi yang nilai ragamnya tidak sama dan nilainya tidak diketahui. Dengan Taraf Nyata 4%.

Apakah perbedaan rata-rata banyak membolos di kedua divisi lebih dari 5 hari per tahun?

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil Berpasangan

H_0 :

$|\mu_1 - \mu_2| = d_0$

H_1 :

a) $|\mu_1 - \mu_2| < d_0$

b) $|\mu_1 - \mu_2| > d_0$

c) $|\mu_1 - \mu_2| \neq d_0$

Daerah Penolakan H_0 :

a) $t < -t_{(db,\alpha)}$

b) $t > t_{(db,\alpha)}$

c) $t < -t_{(db,\frac{\alpha}{2})}$ dan

$t > t_{(db,\frac{\alpha}{2})}$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil Asumsi : Ragam Kedua Populasi Sama

Nilai Uji Statistik :

$$t = \frac{\bar{d} - d_0}{\left(\frac{s_d}{\sqrt{n}}\right)}$$

n : banyak pasangan data

d_i : selisih pasangan data ke-i untuk i = 1, 2, 3, ..., n

$\bar{d}$: rata - rata d_1 $\quad \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$

s_d^2 : ragam nilai d $\quad s_d^2 = \frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$

s_d : simpangan baku d $\quad s_d = \sqrt{s_d^2}$

Uji Hipotesis 1 Nilai Proporsi dari Sampel Besar

H_0 :

$\pi = p_0$

H_1 :	Daerah Penolakan H_0 :
a) $\pi < p_0$	a) $z < -z_{\alpha}$
b) $\pi > p_0$	b) $z > z_{\alpha}$
c) $\pi \neq p_0$	c) $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ dan $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil
Asumsi : Ragam Kedua Populasi Sama

Nilai Uji Statistik :

$$t = \frac{x - (n \cdot p_0)}{\sqrt{n \cdot p_0 \cdot q_0}}$$

SUKSES adalah kejadian yang ditanyakan/diujikan

x : banyak anggota SUKSES dalam sampel

n : ukuran sampel

p_0: proporsi SUKSES dalam H_0

q_0: $1 - p_0$

LATIHAN 2

Dari 350 mahasiswa yang dijadikan sampel, hanya 50 orang yang setuju kenaikan SPP.

Dengan taraf nyata 2%, ujilah apakah proporsi mahasiswa yang setuju kenaikan tidak sama dengan 15%?

Uji Hipotesis beda 2 Proporsi dari Sampel-Sampel Besar

H_0 :

$|\pi_1 - \pi_2| = p_0$

H_1 :	Daerah Penolakan H_0 :
a) $\|\pi_1 - \pi_2\| < p_0$	a) $z < -z_\alpha$
b) $\|\pi_1 - \pi_2\| > p_0$	b) $z > z_\alpha$
c) $\|\pi_1 - \pi_2\| \neq p_0$	c) $z < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ dan $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata dari Sampel-Sampel Kecil
Asumsi : Ragam Kedua Populasi Sama

Nilai Uji Statistik :

$$z = \frac{|\,\overline{p}_1 - \overline{p}_2| - d_0}{\sqrt{\left(\dfrac{\overline{p}_1 \text{ x } \overline{q}_1}{n_1}\right) + \left(\dfrac{\overline{p}_2 \text{ x } \overline{q}_2}{n_2}\right)}}$$

$$\overline{p}_1 > \overline{p}_2$$

CONTOH SOAL (2a)

Berikut adalah data banyak mahasiswa yang aktif berorganisasi di dua Fakultas.

	Fakultas Ekonomi	Fakultas Ilmu Komputer
Banyak Mhs yang **aktif** berorganisasi	325	240
Banyak Mahasiswa (Ukuran Sampel)	500	600

Dengan taraf nyata 5 %, ujilah apakah perbedaan proporsi mahasiswa yang aktif berorganisasi di kedua fakultas kurang dari 30%?

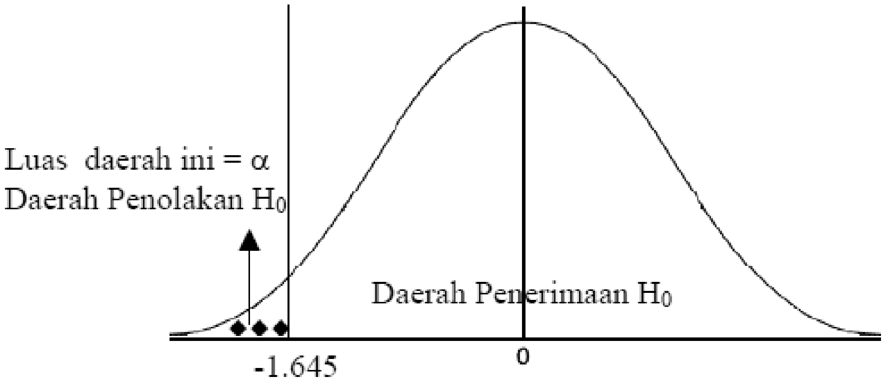
$\overline{p}_1 = \dfrac{325}{500} = 0.65 \quad \overline{q}_1 = 1 - \overline{p}_1 = 1 - 0.65 = 0.35$

$\overline{p}_2 = \dfrac{240}{500} = 0.40 \quad \overline{q}_2 = 1 - \overline{p}_2 = 1 - 0.40 = 0.60$

1) $H_0 : |\pi_1 - \pi_2| = 0.30 \qquad H_1 : |\pi_1 - \pi_2| < 0.30$
2) Uji Statistik : z $\rightarrow$ karena sampel besar
3) Arah Pengujian : 1 arah
4) Taraf Nyata Pengujian = α = 5% = 0.05

CONTOH SOAL (2b)

5) Daerah Penolakan $H_0 \rightarrow z < -1{,}645$



CONTOH SOAL (2c)

Berikut adalah data banyak mahasiswa yang aktif berorganisasi di dua Fakultas.

	Fakultas Ekonomi	Fakultas Ilmu Komputer
Banyak Mhs yang **aktif** berorganisasi	325	240
Banyak Mahasiswa (Ukuran Sampel)	500	600

Dengan taraf nyata 5 %, ujilah apakah perbedaan proporsi mahasiswa yang aktif berorganisasi di kedua fakultas kurang dari 30%?

6) $$z = \frac{|\bar{p}_1 - \bar{p}_2| - d_0}{\sqrt{(\frac{\bar{p}_1 \text{ x } \bar{q}_1}{n_1}) + (\frac{\bar{p}_2 \text{ x } \bar{q}_2}{n_2})}} = \frac{|0{,}65 - 0{,}40| - 0{,}30}{\sqrt{(\frac{0{,}65 \text{ x } 0{,}35}{500}) + (\frac{0{,}40 \text{ x } 0{,}60}{600})}} = -1{,}71$$

7) Kesimpulan :

$z = -1{,}71$ ada didaerah penolakan H_0

H_0 ditolak, H_1 diterima

Beda proporsi populasi mahasiswa yang aktif berorganisasi di kedua fakultas ternyata kurang dari 30%

UJI CHI KUADRAT (χ^2)

PENDAHULUAN

Pengertian Uji Chi Kuadrat (χ^2) :

Uji Chi Kuadrat adalah pengujian hipotesis mengenai perbandingan antara frekuensi observasi/yg benar – benar terjadi/aktual dengan frekuensi harapan/ekspektasi.

Pengertian Frekuensi Observasi :

Nilainya didapat dari hasil percobaan (Oi).

Pengertian Frekuensi Harapan :

Nilainya dapat dihitung secara teoritis (ei).

CONTOH

Sebuah dadu setimbang dilempar sebanyak 120 kali, data disajikan dalam tabel di bawah ini. Frekuensi ekspektasi (ei) dituliskan dalam kotak kecil dalam setiap sel.

kategori :	sisi-1	sisi-2	sisi-3	sisi-4	sisi-5	sisi-6
frekuensi observasi (o_i)	20 $\boxed{20}$	22 $\boxed{20}$	17 $\boxed{20}$	18 $\boxed{20}$	19 $\boxed{20}$	24 $\boxed{20}$

Frekuensi ekspektasi (ei) setiap kategori bernilai sama yaitu 1/6 × 120 = 20.

1/6 = peluang setiap sisi muncul pada pelemparan dadu 1 kali.

Bentuk Distribusi Chi Kuadrat (χ^2)

Nilai χ^2 adalah nilai kuadrat karena itu nilai χ^2 selalu positif. Bentuk distribusi χ^2 tergantung dari derajat bebas(db)/degree of freedom.

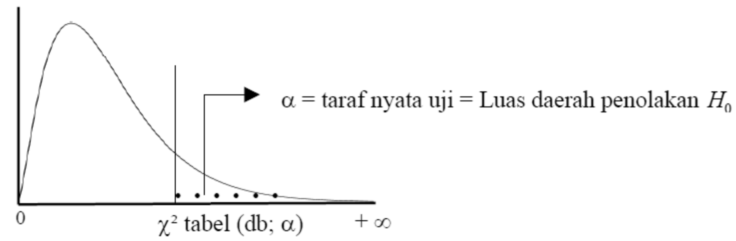
Contoh :

a. **Berapa nilai χ^2 untuk db = 5 dengan α = 0.010? (15.0863)**
b. **Berapa nilai χ^2 untuk db = 17 dengan α = 0.005? (35.7185)**

Bentuk Distribusi Chi Kuadrat (χ^2)

Pengertian α pada Uji χ^2 sama dengan pengujian hipotesis yang lain, yaitu luas daerah penolakan H0 atau taraf nyata pengujian.

Perhatikan gambar berikut :



- •daerah yang diarsir → daerah penolakan hipotesis H_0

Daerah penolakan $H_0 \rightarrow \chi^2 > \chi^2$ tabel (db; α)

Penggunaan Uji χ^2

Uji χ^2 dapat digunakan untuk :

a. Uji Kecocokan

b. Uji Kebebasan

c. Uji beberapa proporsi

Rumus pada (b) dan (c) sama saja, perbedaan (b) dan (c) pada penetapan *H0 dan H1* .

Uji Kecocokan

a. Penetapan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif

H0 : Frekuensi setiap kategori memenuhi suatu nilai/perbandingan.

H1 : Ada frekuensi suatu kategori yang tidak memenuhi nilai/perbandingan tersebut.

Contoh :

Pelemparan dadu 120 kali, kita akan menguji kesetimbangan dadu . Dadu setimbang jika setiap sisi dadu akan muncul 20 kali.

H0 : setiap sisi akan muncul = 20 kali.

H1 : ada sisi yang muncul ≠20 kali.

Uji Kecocokan

b. Rumus χ^2

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Keterangan :

k : Banyaknya kategori 1, 2, ..., k

o_i : Frekuensi observasi untuk kategori ke-i

e_i : Frekuensi ekspektasi untuk kategori ke-i

Derajat Bebas (db) = k - 1

CONTOH SOAL (1a)

Pelemparan dadu sebanyak 120 kali menghasilkan data sebagai berikut :

kategori :	sisi-1	sisi-2	sisi-3	sisi-4	sisi-5	sisi-6
frekuensi observasi (o_i)	20 $\boxed{20}$	22 $\boxed{20}$	17 $\boxed{20}$	18 $\boxed{20}$	19 $\boxed{20}$	24 $\boxed{20}$

Apakah dadu itu dapat dikatakan setimbang? Lakukan pengujian dengan taraf nyata = 5 %.

Penyelesaian :

1) H_0 : Dadu setimbang $\rightarrow$ Semua sisi akan muncul = 20 kali.
   H_1 : Dadu tidak setimbang $\rightarrow$ Ada sisi yang muncul $\neq$ 20 kali.
2) Uji Statistik : x^2
3) Nilai α = 5% = 0.05
   k = 6 ; db = k - 1 = 5

CONTOH SOAL (1b)

Pelemparan dadu sebanyak 120 kali menghasilkan data sebagai berikut :

kategori :	sisi-1	sisi-2	sisi-3	sisi-4	sisi-5	sisi-6
frekuensi observasi (o_i)	20 $\boxed{20}$	22 $\boxed{20}$	17 $\boxed{20}$	18 $\boxed{20}$	19 $\boxed{20}$	24 $\boxed{20}$

Apakah dadu itu dapat dikatakan setimbang? Lakukan pengujian dengan taraf nyata = 5 %.

Penyelesaian :

4) Nilai Tabel x^2
   k = 6 ; db = k - 1 = 6 - 1 = 5
   db = 5 ; α = 0.05 $\rightarrow$ x^2 tabel = 11,0705
5) Daerah Penolakan H_0 jika $x^2 > x^2$ tabel (db ; α)
   $x^2 > 11{,}0705$

CONTOH SOAL (1c)

Penyelesaian :

6) Perhitungan :

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = 1,70$$

7) Kesimpulan :

x^2 hitung = 1,70 < x^2 tabel

Nilai x^2 hitung ada di daerah penerimaan H_0

H_0 diterima, berarti pernyataan dadu setimbang tidak dapat diterima

LATIHAN SOAL 1

Sebuah mesin pencampur adonan es krim akan menghasilkan perbandingan antara Coklat : Gula : Susu : Krim = 4 : 3 : 2 : 1. Jika 500 kg adonan yang dihasilkan, diketahui mengandung 275 kg Coklat, 95 kg Gula, 70 kg Susu dan 60 kg Krim, apakah mesin itu bekerja sesuai dengan perbandingan yang telah ditentukan? Lakukan pengujian dengan taraf nyata = 1 %.

Uji Kebebasan dan Uji Beberapa Proporsi

a. Penetapan Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif

1) Uji Kebebasan :

H0 : variabel – variabel saling bebas (Tidak ada hubungan antar variabel)

H1 : variabel – variabel tidak saling bebas (Ada hubungan antar variabel)

2) Uji Beberapa Proporsi :

H0 : setiap proporsi bernilai sama

H1 : ada proporsi yang bernilai tidak sama

Uji Kebebasan dan Uji Beberapa Proporsi

b. Rumus χ^2

$$\text{Frekuensi Harapan Sel ke ij} = \frac{\text{(total baris ke i) x (total kolom ke j)}}{\text{total observasi}}$$

$$x^2 = \sum_{i,\, j = 1}^{r,\, k} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Keterangan :

Derajat Bebas = (r - 1) (k - 1)

r : Banyak baris

k : Banyak kolom

o_{ij} : Frekuensi observasi baris ke - i, kolom ke - j

e_{ij} : Frekuensi ekspektasi baris ke - i, kolom ke - j

CONTOH SOAL (2a)

Kita akan menguji kebebasan antara faktor gender (jenis kelamin) dengan jam kerja di suatu pabrik. Tabel kontingensi dapat dibuat sebagai berikut :

	pria	wanita	Total Baris
Kurang dari 25 jam/minggu	2.33 2	2.67 3	5
25 sampai 50 jam/minggu	6.07 7	6.93 6	13
lebih dari 50 jam/minggu	5.60 5	6.40 7	12
Total Kolom	14	16	Total Observasi= 30

*) Nilai dalam kotak kecil adalah frekuensi ekspektasi
Perhatikan cara mendapatkan frekuensi ekspektasi!

Apakah ada kaitan antara gender dengan jam kerja? Lakukan pengujian kebebasan variabel dengan taraf uji 5 %

CONTOH SOAL (2b)

Ukuran Tabel Kontingensi = 3 x 2

db = (3 - 1) (2 - 1) = 2 x 1 = 2

Penyelesaian :

1) H_0 : Gender dan jam kerja saling bebas
   H_1 : Gender dan jam kerja tidak saling bebas
2) Uji Statistik : x^2
3) Nilai α = 5% = 0.05
   db = (3 - 1) (2 - 1) = 2 x 1 = 2
4) Nilai Tabel x^2
   db = 2 ; α = 0.05 $\rightarrow$ x^2 tabel = 5,99147
5) Daerah Penolakan H_0 jika x^2 hitung > x^2 tabel (db ; α)
   x^2 hitung > 5,99147

CONTOH SOAL (2c)

Penyelesaian :

6) Perhitungan :

$$\text{Frekuensi Harapan Sel ke ij} = \frac{\text{(total baris ke i) x (total kolom ke j)}}{\text{total observasi}}$$

frekuensi harapan untuk :

pria, < 25 jam = $\frac{5 \times 14}{30} = 2.33$

pria, 25-50 jam = $\frac{13 \times 14}{30} = 6.07$

pria, > 50 jam = $\frac{12 \times 14}{30} = 5.60$

wanita, < 25 jam = $\frac{5 \times 16}{30} = 2.67$

wanita, 25-50 jam = $\frac{13 \times 16}{30} = 6.93$

wanita, > 50 jam = $\frac{12 \times 16}{30} = 6.40$

CONTOH SOAL (2d)

Penyelesaian :

6) Perhitungan :

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = 0{,}4755$$

7) Kesimpulan :

x^2 hitung = 0,4755 < x^2 tabel

Nilai x^2 hitung ada di daerah penerimaan H_0

H_0 diterima, berarti gender dan jam kerja saling bebas

Catatan : Kesimpulan hanya menyangkut kebebasan antar variabel dan bukan hubungan sebab - akibat (hubungan kausal)

LATIHAN SOAL 2

Berikut adalah data banyaknya penyiaran 3 jenis film di 3 stasiun TV. Apakah proporsi pemutaran Film India, Taiwan dan Latin di ketiga stasiun TV tersebut sama? Lakukan Pengujian proporsi dengan Taraf Nyata = 5 %.

	ATV	BTV	CTV	Total Baris
Film India	4.17 4	2.92 4	2.92 2	10
Film Taiwan	3.75 3	2.63 2	2.63 4	9
Film Latin	2.08 3	1.46 1	1.46 1	5
Total Kolom	10	7	7	Total Observasi = 24

*) Nilai dalam kotak kecil adalah frekuensi ekspektasi
Perhatikan cara mendapatkan frekuensi ekspektasi!

REGRESI LINIER

PENDAHULUAN

Analisa regresi digunakan untuk mempelajari dan mengukur hubungan statistik yang terjadi antara dua atau lebih varibel.

Jenis – jenis Persamaan Regresi :

a) Regresi Linier :
- **Regresi Linier Sederhana**
- **Regresi Linier Berganda**

b) Regresi Nonlinier
- **Regresi Eksponensial**

PENDAHULUAN

1. **Variabel dependen (variabel tak bebas) adalah variabel yang nilainya bergantung dari variabel lain. Biasanya diplot pada sumbu tegak (sumbu-y).**
2. **Variabel independen (variabel bebas) adalah variabel yang nilainya tidak bergantung dari variabel lain. Biasanya diplot pada sumbu datar (sumbu-x).**

PENDAHULUAN

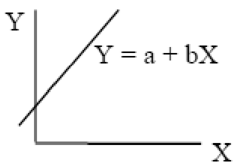
Langkah dalam menganalisa relasi antar variabel adalah dengan membuat diagram pencar (scatter diagram) yang menggambarkan titik – titik plot dari data yang diperoleh. Diagram pencar ini berguna untuk :

1. **Membantu dalam melihat apakah ada relasi yang berguna antar variabel.**
2. **Membantu dalam menentukan jenis persamaan yang akan digunakan untuk menentukan hubungan tersebut.**

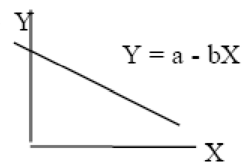
REGRESI LINIER
BENTUK UMUM REGRESI LINIER SEDERHANA

Nilai b dapat positif (+) dapat negartif (-)

b : positif →



b : negatif →



$Y = a + bX$

Keterangan :

Y : Variabel tak bebas

X : Variabel bebas

a : Konstanta

b : Kemiringan

REGRESI LINIER
PENETAPAN PERSAMAAN REGRESI LINIER SEDERHANA

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i \, y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \text{sehingga} \quad a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Keterangan :

n : Banyaknya pasang data

y_i : Nilai peubah tidak bebas Y ke - i

x_i : Nilai peubah bebas X ke - i

CONTOH SOAL

Berikut adalah data Biaya Promosi dan Volume Penjualan PT BEMOIL perusahaan Minyak Goreng.

TAHUN	BIAYA PROMOSI (JUTA RUPIAH)	VOLUME PENJUALAN (RATUSAN JUTA LITER)
2001	2	5
2002	4	6
2003	5	8
2004	7	10
2005	8	11

Tentukan :

a) **Persamaan regresi linier sederhananya !**

b) **Perkirakan Volume penjualan jika dikeluarkan biaya promosi Rp. 10 juta ?**

PENYELESAIAN

Persamaan regresi linier sederhananya !

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i\ y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = \frac{(5 \text{ x } 232) - (26 \text{ x } 40)}{(5 \text{ x } 158) - (26)^2} = 1.053$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{40}{5} - \left(1.053 \text{ x } \frac{26}{5}\right) = 2.530$$

$Y = a + b\ X \rightarrow Y = 2.530 + 1.053\ X$

PENYELESAIAN

Perkirakan Volume penjualan jika dikeluarkan biaya promosi Rp. 10 juta ?

Y = 2.530 + 1.053 X

X = 10

Y = 2.530 + 1.053 (10)

= 2.530 + 10.53

= 13.06 (ratusan juta liter)

Volume Penjualan = 13.06 x 100 000 000 Liter

REGRESI LINIER
BENTUK UMUM REGRESI LINIER BERGANDA

$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + ... + b_nX_n$

Keterangan :

Y : Variabel tak bebas

X_1 : Variabel bebas ke - 1

X_2 : Variabel bebas ke - 2

a : Konstanta

b_1 : Kemiringan ke - 1

b_2 : Kemiringan ke - 2

REGRESI LINIER
PENETAPAN PERSAMAAN REGRESI LINIER SEDERHANA

(i) $n\,a + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} = \sum_{i=1}^{n} y_i$

(ii) $a \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{1i} = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i$

(iii) $a \sum_{i=1}^{n} x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_{2i}y_i$

Keterangan :

n = Banyak pasangan data

y_i = Nilai variabel bebas Y ke - i

x_{1i} = Nilai variabel bebas X_1 ke - i

x_{2i} = Nilai variabel bebas X_2 ke - i

REGRESI NON LINIER
BENTUK UMUM REGRESI EKSPONENSIAL

$$Y = ab^X$$

$$\log Y = \log a + (\log b)\,x$$

LATIHAN SOAL

Berikut adalah data Volume Penjualan (juta unit) Mobil dihubungkan dengan variabel biaya promosi (X1 dalam juta rupiah/tahun) dan variabel biaya penambahan aksesoris (X2 dalam ratusan ribu rupiah/unit).

X1	X2	Y
2	3	4
3	4	5
5	6	8
6	8	10
7	9	11
8	10	12

Tentukan persamaan regresi bergandanya !