EJERCICIOS SELECTIVIDAD

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

LOGSE - 2º BACHILLERATO

BLOQUE I - ÁLGEBRA

SISTEMAS DE ECUACIONES

EJERCICIO 1 : Modelo. Obligatoria (1 pto)
Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿puede ser compatible determinado?

EJERCICIO 2 : Modelo. Optativa (3 ptos)
Discute y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} -x + 2y = 2 \\ x + y = -2 \\ -2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases}$

EJERCICIO 3 : Junio 95-96. Optativa (3 ptos)
Discutir y resolver el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z &= 1 \\ x + 2y &= -1 \\ 5x - y + z &= 21 \\ 5x - 2y - 3z &= 7 \end{aligned}$$

EJERCICIO 4 : Junio 96-97. Optativa (3 ptos)
Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} x + 2y + 2z + 3t &= 6 \\ 2x + 4y + 3z + 5t &= 10 \\ x + 2y - z &= 0 \end{aligned}$$

EJERCICIO 5 : Junio 97-98. Obligatoria (1 pto)
Todo sistema homogéneo es compatible determinado, ¿Verdadero o falso?

EJERCICIO 6 : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)
Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, ¿puede ser compatible determinado?

EJERCICIO 7 : Septiembre 97-98. Optativa (3 ptos)
Discute y resuelve (si son compatibles) los sistemas siguientes:

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 3 \\ 7x + 12y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ 3x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$

EJERCICIO 8 : Junio 98-99. Optativa (1 pto)
Discute y resuelve (si es compatible) el sistema siguiente:

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 0 \\ 2x + y - z &= 1 \\ 3x + 2y + z &= 10 \end{aligned}$$

EJERCICIO 9 : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)
Una persona ha invertido un millón de pesetas en acciones de la empresa A y dos millones de pesetas en acciones de la empresa B, obteniendo un beneficio total de 280000 ptas. Otra persona ha invertido dos millones en A y uno en B, obteniendo 260000 ptas de beneficio total, ¿ Cuál sería el beneficio total si se invirtieran tres millones en A y cinco millones en B?

EJERCICIO 10 : Junio 99-00. Optativa (3 ptos)
Una tienda de música ha obtenido 247250 ptas por la venta de 220 cintas de música clásica, rock y folk. Sabiendo que la cinta clásica cuesta 1250 ptas, que las otras dos son un 10 % y un 20 % más baratas que aquella, respectivamente, y que la suma de las cintas de rock y folk es el triple que las de clásica, halla el número de cintas vendidas de cada tipo de música.

EJERCICIO 11 : Septiembre 99-00. Obligatoria (1 pto)
Todo sistema con dos ecuaciones y dos incógnitas es compatible, ¿verdadero o falso?

EJERCICIO 12 : Junio 00-01. Optativa (3 ptos)
Discute y resuelve (si son compatibles) los dos sistemas siguientes:

$$\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ -2x + y = -6 \\ -6x + 3y = -3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 4z = 7 \\ 4x + y = 9 \end{array}$$

EJERCICIO 13 : Septiembre 00-01. Optativa (3 ptos)
Discute y resuelve (si son compatibles) los dos sistemas siguientes:

$$\begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 2x - 3y + z = 3 \\ -x - 7y - z = -2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 3 \\ x + z = 1 \\ 4x - y + 5z = 5 \end{array}$$

EJERCICIO 14 : Junio 01-02. Obligatoria (1 pto)
Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que sea compatible indeterminado.

EJERCICIO 15 : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)
Discute y resuelve (si son compatibles) los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - y + 2z = -3 \\ 3x - 2y + z = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ x + 2y = 4 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 16 : Junio 02-03. Obligatoria (1 pto)
Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que sea incompatible.

EJERCICIO 17 : Septiembre 02-03. Optativa (3 ptos)
En un taller de confección se han gastado un total de 300 euros en telas de tres precios: 6 euros/metro, 9 euros/metro y 12 euros/metro. En total se han comprado 32 metros, y del precio mediano se ha comprado un metro más que del precio más barato. Calcula cuántos metros se han comprado de cada precio.

EJERCICIO 18 : Junio 03-04. Obligatoria (1 pto)
Todo sistema con más ecuaciones que incógnitas es incompatible. ¿Verdadero o falso?

EJERCICIO 19 : Septiembre 03-04 Optativa (3 ptos)
Discute y resuelve (si son compatibles) los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l} x + y - 2z = -5 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} -x + 2y = -1 \\ x - 3y = 0 \\ 2x - 5y = 1 \end{array}\right\}$$

EJERCICIO 20 : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)
Tres hermanos quieren reunir 26 euros para comprar un regalo a sus padres. Después de una larga discusión han decidido que el mediano debe poner el doble que el pequeño y el mayor debe poner dos terceras partes de lo que ponga el mediano. ¿Cuánto debe poner cada uno?

EJERCICIO 21 : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)
En los tres cursos de una diplomatura hay matriculados un total de 350 alumnos. El número de matriculados en primer curso coincide con los de segundo más el doble de los de tercero. Los alumnos matriculados en segundo más el doble de los de primero superan en 250 al quíntuplo de los tercero. Calcula el número de alumnos que hay matriculados en cada curso.

EJERCICIO 22 : Junio 06-07. Obligatoria 81 pto)
Un sistema de 3 ecuaciones con 2 incógnitas, ¿puede ser compatible determinado? En caso afirmativo, da un ejemplo.

MATRICES

EJERCICIO 23 : Junio 97-98. Obligatoria (1 pto)
¿Puede ocurrir que dos matrices se puedan sumar pero no se puedan multiplicar?

EJERCICIO 24 : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)
¿Qué se puede decir acerca de las dimensiones de una matriz A si se sabe que se puede calcular su cuadrado $A^2 = A.A$?

EJERCICIO 25 : Junio 98-99. Obligatoria (1 pto)
¿Cómo tienen que ser dos matrices, A y B, para que su producto AB sea un escalar? ¿Cómo será entonces B.A?

EJERCICIO 26 : Junio 99-00. Obligatoria (1 pto)
De una matriz A se sabe que se transpuesta es $A^t = (2\ \ 4\ \ 1)$. Calcula $A.A^t$ y $A^t.A$.

EJERCICIO 27 : Septiembre 99-00. Optativa (1 pto)
El producto de una matriz por su transpuesta siempre es una matriz cuadrada, ¿verdadero o falso?

EJERCICIO 28 : Junio 00-01. Obligatoria (1 pto)
Sean las matrices: $A = (1\ \ -1\ \ 1)$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}$
Calcula el producto $A.B^t.B.A^t$

EJERCICIO 29 : Septiembre 00-01. Obligatoria (1 pto)
Sea la matriz $A = (a\ \ b\ \ c)$. Calcula AA^t y A^tA

EJERCICIO 30 : Junio 01-02. Obligatoria (1 pto)
Sea la matriz 2 x 2 : $A = \begin{pmatrix} a & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ Calcula el valor de “a” sabiendo que $A.A^t$ es una matriz diagonal

EJERCICIO 31 : Septiembre 01-02. Obligatoria (1 pto)

Sea la siguiente matriz 2 x 2: $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$. Calcula A^tA y AA^t.

EJERCICIO 32 : Septiembre 02-03. Obligatoria (1 pto)
Sea la matriz 1x3 $A = (1 \ \ 2 \ \ a)$. Calcula el valor de a sabiendo que $AA^T = 5$

EJERCICIO 33 : Junio 03-04. Obligatoria (1 pto)
Una matriz cualquiera, ¿siempre se puede multiplicar por su traspuesta?

EJERCICIO 34 : Septiembre 05-6. Obligatoria (1 pto)
Sean A y B dos matrices de tamaño 2x2. ¿Es cierta la igualdad $(A+B).(A–B) = A^2 – B^2$

DETERMINANTES

EJERCICIO 35 : Septiembre 98-99. Obligatoria (1 pto)
¿ Posee inversa la siguiente matriz? $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

EJERCICIO 36 : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)
Calcula los valores de a para los que la siguiente matriz no posee inversa:

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & -1 & -1 \\ 0 & a+2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 37 : Junio 02-03. Obligatoria (1 pto)
Sea la matriz 2x2: $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Calcula el valor de a sabiendo que no existe la matriz inversa de A.

EJERCICIO 38 : Junio 03-04. Optativa (3 ptos: 1 el primero y 2 el segundo)
Calcula el determinante de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 39 : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)
Sea la siguiente matriz 2x2: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Calcula A^T y A^{-1}.

EJERCICIO 40 : Junio 04-05. Obligatoria (1 pto)
¿Es posible que una matriz de tamaño 3x2 coincida con su traspuesta? ¿Y con su inversa?

EJERCICIO 41 : Septiembre 04-05. Obligatoria (1 pto)
Supongamos que A es una matriz 2x3 y B es una matriz 3x2. ¿Tiene sentido escribir

$(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$?

EJERCICIO 42 : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)

Encuentra el valor de a que hace que la siguiente matriz no tenga inversa:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & a \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 43 : Septiembre 06-07. Obligatoria (1 pto)
Encuentra el valor de a que hace que la siguiente matriz no tenga inversa:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ a & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

SISTEMAS CON PARÁMETROS

EJERCICIO 44 : Junio 94-95. Optativa (3 ptos)
Discutir y resolver el siguiente sistema, según los distintos valores del parámetro m:

$$\begin{aligned} &x + my + z = 3m \\ &x - y + z = 2 \\ &mx + y = 4m \end{aligned}$$

EJERCICIO 45 : Septiembre 94-95. Optativa (3 ptos)
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} &x + ay + z = a + 2 \\ &x + y + az = -2(a + 1) \\ &ax + y + z = a \end{aligned}$$

Determinar los valores de a para los cuales no se puede aplicar la regla de Cramer y resolverlo en estos casos.

EJERCICIO 46 : Junio 95-96. Optativa (3 ptos)
Discutir el siguiente sistema según los valores del parámetro k. Encontrar las soluciones si para algún valor de k el sistema es compatible.

$$\begin{aligned} &2x + y - z = 3 \\ &x + 2y + 3z = 2 \\ &x - y + kz = 1 \\ &3x + 2y + 2z = 2 \end{aligned}$$

EJERCICIO 47 : Septiembre 95-96. Optativa (4 ptos)
Estudiar el siguiente sistema para los distintos valores del parámetro a. Resolverlo en los casos de compatibilidad si los hay.

$$\begin{aligned} &x - y + z = 2 \\ &x + ay + z = 8 \\ &ax + y + az = 10 \end{aligned}$$

EJERCICIO 48 : Junio 96-97. Optativa (3 ptos)
Discutir y resolver el siguiente sistema según los distintos valores del parámetro a:

$$\begin{aligned} &ax + y - z = 1 \\ &x + 2y + z = 2 \\ &x + 3y - z = 0 \end{aligned}$$

EJERCICIO 49 : Septiembre 96-97. Optativa (4 ptos)
Estudiar el siguiente sistema para los distintos valores del parámetro k. Resolverlo en los casos de compatibilidad si los hay.

$3x + ky = 1$
$2x - y + kz = 1$
$kx - 3y + 2z = 1$

EJERCICIO 50 : Junio 97-98. Optativa (3 ptos)
Discute el siguiente sistema en función de los valores del parámetro k. Resuélvelo cuando sea compatible.

$x + y + z = 0$
$kx + 2z = 0$
$2x - y + kz = 0$

EJERCICIO 51 : Junio 98-99. Optativa (2 ptos)
Discute y resuelve (si es compatible) el sistema siguiente:

$4x - 4z = 0$
$x - y + az = 0$
$-x - ay - z = 0$

PROGRAMACIÓN LINEAL

EJERCICIO 52 : Junio 94-95. Optativa (3 ptos)
Una fábrica de ropa suministra a una tienda de ropa vaquera pantalones y chaquetas y dispone de 300 metros de tela para su fabricación. Para confeccionar una chaqueta se necesitan 4 metros de tela y para un pantalón 2 metros. Sabiendo que el precio de venta de la fábrica a la tienda es de 2000 ptas la chaqueta y de 1200 ptas el pantalón. Se pide calcular el número de prendas de cada tipo que se deben fabricar para obtener el máximo beneficio. Se sabe además que por falta de existencias de botones en la fábrica, no se pueden confeccionar más de 35 chaquetas ni tampoco más de 60 pantalones.

EJERCICIO 53 : Septiembre 94-95. Optativa (3 ptos)
La capacidad de montaje de un taller de electrónica es de 140 televisores por día y de 240 radios, también por día. El número diario total de aparatos está limitado a 210, cantidad máxima que puede ser revisada por los técnicos de control de calidad.
¿ Cuál debería ser la producción de cada tipo de aparato si se pretende obtener un beneficio máximo y los precios de venta son los siguientes: precio del televisor = 110.000 ptas; precio de la radio = 25.000 ptas?. Determinar el beneficio máximo.

EJERCICIO 54 : Septiembre 95-96. Optativa (4 ptos)
Un pastelero fabrica dos tipos de pasteles de chocolate C_1 y C_2. El pastel C_1 se hace con 1 litro de leche y 0,2 Kg de cacao y el pastel C_2 con 1 litro de leche y 0,4 Kg de cacao. Por cada pastel del tipo C_1 se obtiene un beneficio de 200 ptas y por cada pastel del tipo C_2 se obtiene un beneficio de 350 ptas. La maquinaria disponible sólo le permite fabricar como máximo 100 pasteles de cada tipo al día. Si se le suministran diariamente 120 litro de leche y 40 kilos de cacao. ¿Cuántos pasteles de cada tipo debe fabricar y vender para que el beneficio obtenido sea máximo?

EJERCICIO 55 : Septiembre 96-97. Optativa (4 ptos)
En una fábrica se producen dos tipos de juguetes J_1 y J_2. El beneficio en J_1 es de 300 ptas y en J_2 es de 200 ptas. J_1 necesita 3 horas de fabricación de las piezas, 6 horas de montaje y 5 horas de embalaje y J_2 necesita 6 horas de fabricación, 4 horas de montaje y 5 horas de embalaje. Debido a las características técnicas de las máquinas se dispone de 54 horas para la fabricación de las piezas, 48 horas para el montaje y 50 para el

embalaje. ¿Cuál debe ser la producción de ambos juguetes para que el beneficio sea máximo?

<u>EJERCICIO 56</u> : Junio 97-98. Optativa (3 ptos)
Un ganadero debe suministrar un mínimo de 4 mg de vitamina A y 6 de vitamina B por cada kilogramo de pienso que da a sus reses. Dispone para ello de dos tipos de pienso, P_1 y P_2, cuyos contenidos vitamínicos por kilo son los que aparecen en la siguiente tabla

	A	B
P_1	2	6
P_2	4	3

Si el kilo de pienso P_1, vale 40 ptas, y el de P_2, 60 ptas, ¿Cómo debe mezclar los piensos para suministrar las vitaminas requeridas con un coste mínimo?

<u>EJERCICIO 57</u> : Septiembre 97-98. Optativa (3 ptos)
Una empresa constructora dispone de 93.000 m^2 de terreno urbanizable. Decide construir dos tipos de viviendas unifamiliares: unas en parcelas de 400 m^2, que albergarán a familias de una media de cinco miembros, y cuyo precio de venta será de 40 millones de pesetas; otras, en parcelas de 300 m^2, en donde vivirán familias de una media de 4 miembros, y costarán 32 millones. Las autoridades del municipio imponen dos condiciones: (1) el número de casas no puede superar las 275; (2) el número de habitantes esperado no puede ser superior a 1200 personas. ¿Cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para maximizar los ingresos por ventas?

<u>EJERCICIO 58</u> : Junio 98-99. Optativa (3 ptos)
Una empresa fabrica tres productos (P_1, P_2 y P_3) en dos plantas (A, B). La planta A produce diariamente 1000 unidades de P_1, 3000 de P_2, 5000 de P_3. La planta B produce diariamente 2000 unidades de cada uno de los tres productos. La empresa se ha comprometido a entregar a sus clientes al menos 80000 unidades de P_1, 160000 de P_2 y 200000 de P_3. Sabiendo que el costo diario de producción es de 200000 ptas en cada planta, ¿ Cuántos días debe trabajar cada planta para que se cubran los objetivos comprometidos con el mínimo coste?

<u>EJERCICIO 59</u> : Septiembre 98-99. Obligatoria (1 pto)
Dibuja la región del plano definida por las siguientes inecuaciones: $x - 2y \geq 6$;
$2x + y \leq 17$; $x + 4y \geq 0$.

<u>EJERCICIO 60</u> : Junio 00-01. Optativa (3 ptos)
En un almacén hay 100 cajas pequeñas y 100 cajas grandes. cada una de las cajas pequeñas pesa 100 Kg, ocupa un volumen de 30 dm^3 y tiene un valor de 75000 ptas; cada una de las cajas grandes pesa 200 Kg, ocupa un volumen de 40 dm^3 y tiene un valor de 100000 ptas. Una camioneta puede cargar 10000 Kg y un volumen máximo de 2400 dm^3. Calcula cuántas cajas pequeñas y cuántas grandes hay que cargar de manera que el valor total de las cajas transportadas sea el máximo posible.

<u>EJERCICIO 61</u> : Septiembre 00-01. Optativa (3 ptos)
Una empresa de transporte se ha comprometido a destinar al menos 12 autocares para llevar 400 estudiantes a un viaje de estudios. La empresa dispone de autocares de 20 y de 40 plazas. El coste por kilómetro de los autocares pequeños es de 480 ptas, y el de los grandes de 720 ptas. ¿Cuántos autocares de cada tipo debe usar la empresa para cumplir el compromiso con gastos mínimos?

<u>EJERCICIO 62</u> : Septiembre 04-05. Optativa (1 pto)
Dibuja la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$x \geq 0, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad y + 2x \leq 4$

<u>EJERCICIO 63</u> : Junio 05-06. Optativa (3 ptos)
Una fábrica de conservas recibe el encargo de preparar dos tipos de lotes de fruta en almíbar. Dispone para ello de 7.500 botes de melocotón, 6.000 botes de piña y 6.000 botes de pera. Los lotes de tipo A están formados por 2 botes de melocotón, 2 botes de piña y 2 botes de pera y se venden a 20 euros. Los de tipo B, están formados por 3 botes de melocotón, 2 botes de piña y 1 bote de pera y se venden a 25 euros. Plantea y resuelve el problema de programación lineal que nos proporciona el número de lotes de cada tipo que debe producir la fábrica para que los ingresos sean máximos.

<u>EJERCICIO 64</u> : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)
Una bodega decide lanzar al mercado su nueva marca de vino. Dispone para ello de 900 botellas de blanco, 1200 de tinto de año y 1500 de crianza. Dispone las botellas en dos tipos de lotes, uno con dos botellas de crianza y una de blanco, y el otro con tres botellas de vino del año, 2 de blanco y una de crianza. El precio de cada uno de los lotes es de 15 euros y 20 euros respectivamente. ¿Cuántos lotes ha de preparar de cada clase para obtener un ingreso máximo? ¿Cuál es dicho ingreso?

<u>EJERCICIO 65</u> : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)
Un supermercado tiene para vender un máximo de 200 quesos y 100 botellas de vino. Para ello lanza dos promociones, en la primera se vende un lote con un queso y una botella de vino por 9 euros. En la segunda se ofrece un lote formado por tres quesos y una botella de vino por 15 euros. La promoción tiene un límite máximo de 65 lotes del primer tipo y 80 del segundo tipo. ¿Cuántos lotes de cada tipo se han de vender para obtener unos ingresos máximos? ¿Cuáles son dichos ingresos?

<u>EJERCICIO 66</u> : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)
Una empresa de construcción está formada por 20 oficiales y 12 peones. Para su siguiente trabajo se tienen que distribuir en grupos de dos tipos:

- Tipo A: Un oficial y un peón.
- Tipo B: Dos oficiales y un peón

Los grupos de tipo A tienen unos ingresos de 1.500 euros mensuales. Los grupos de tipo B tienen unos ingresos de 2.000 euros mensuales. Determina cómo se han de distribuir los trabajadores para obtener los ingresos máximos.

BLOQUE II - FUNCIONES

LÍMITES Y CONTINUIDAD

<u>EJERCICIO 67</u> : Junio 94-95. Optativa (2 ptos)

Hallar el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}\right]^{\frac{x^2+3}{x}}$

<u>EJERCICIO 68</u> : Junio 94-95. Optativa (2 ptos)

Sea la función f(x) definida como sigue: f(x) = $\begin{cases} \dfrac{-2}{1-x} & \text{si } x<0 \\ 0 & \text{si } x=0 \\ 2x & \text{si } x>0 \end{cases}$

Estudiar la continuidad de f(x) en todo punto de R (reales)

<u>EJERCICIO 69</u> : Junio 99-00. Obligatoria (1 pto)
Hallar k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

f(x) = $\begin{cases} x+k & \text{si } x<5 \\ \dfrac{1}{3}x^2-2x+8 & \text{si } x\geq 5 \end{cases}$

<u>EJERCICIO 70</u> : Junio 01-02. Obligatoria (1 pto)
Calcula la constante k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos

f(x) = $\begin{cases} x^2-1 & \text{si } x<5 \\ 4x+k & \text{si } x\geq 5 \end{cases}$

<u>EJERCICIO 71</u> : Septiembre 01-02. Obligatoria (1 pto)
Calcula el valor de k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

f(x) = $\begin{cases} k & \text{si } x<3 \\ \dfrac{x+3}{2} & \text{si } x\geq 3 \end{cases}$

<u>EJERCICIO 72</u> : Junio 02-03. Obligatoria (1 pto)
Calcula la constante k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

<u>EJERCICIO 73</u> : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)
Calcula el valor de k para que la siguiente función sea continua en todos los puntos:

f(x) = $\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x & \text{si } x<2 \\ 2x+k & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$

<u>EJERCICIO 74</u> : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)

La temperatura (en ºC) de un objeto viene dada por la función f(t) = $10.\dfrac{2t^2+3t+4}{t^2+2t+5}$ donde t es el tiempo en horas. Calcula la temperatura inicial, la temperatura cinco horas más tarde y la temperatura que puede alcanzar el objeto si se deja transcurrir mucho tiempo.

<u>EJERCICIO 75</u> : Septiembre 05-06. Obligatoria (1 Pto)
Halla el valor de k para que la siguiente función sea continua en todo punto:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-8}{x-2} & \text{si } x\neq 2\\ k & \text{si } x=2\end{cases}$$

<u>EJERCICIO 76</u> : Junio 06-07. Obligatoria (1 pto)
Calcula los valores de a, b $\in$ R para que la función:

$$f(x)=\begin{cases}x+a & \text{si } x\leq 0\\ \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x} & \text{si } 0<x<1\\ bx & \text{si } x\geq 1\end{cases}$$

sea continua en todo punto.

<u>EJERCICIO 77</u> : Septiembre 06-07. Obligatoria (1 pto)
El número de individuos, en millones, de una población viene dado por la función:

$$f(x)=\frac{18+t^2}{(t+3)^2},$$

donde t es el tiempo medido en años desde t = 0. Calcula la población inicial y el tamaño de la población a largo plazo, cuando el tiempo tiende a ∞.

DERIVADAS Y APLICACIONES

<u>EJERCICIO 78</u> : Septiembre 94-95. Optativa (1,5 ptos)
Dada la función f(x) definida como sigue: $f(x)\equiv\begin{cases}x.e^{-\frac{1}{x^4}} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$ Estudiar la derivabilidad en x = 0.

<u>EJERCICIO 79</u> : Junio 98-99. Obligatoria (1 pto)
Calcula la derivada de la función: f(x) = Ln (x^2 + 1)

<u>EJERCICIO 80</u> : Junio 99-00. Obligatoria (1 pto)
Calcula y simplifica la derivada de la función f(x) = Ln ($1/x^2$)

<u>EJERCICIO 81</u> : Junio 00-01. Obligatoria (1 pto)
Calcula la derivada de la función: g(x) = x.Ln(1 – x)

<u>EJERCICIO 82</u> : Septiembre 00-01. Obligatoria (1 pto)
Calcula y simplifica la derivada de la función: f(x) = $\dfrac{x^2+1}{(x-2)^2}$

EJERCICIO 83 : Septiembre 01-02. Obligatoria (1 pto)
Calcula la derivada de la función: $f(x) = \ln (x^2 + 1)$
(ln representa la función logaritmo neperiano)

EJERCICIO 84 : Septiembre 02-03. Obligatoria (1 pto)
Sean las funciones $f_1(x) = \ln x$, $f_2(x) = x^2$. Calcula y simplifica las derivadas de $f_1(x)f_2(x)$ y $f_1(x)/f_2(x)$

EJERCICIO 85 : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)
Calcula la derivada de la función $f(x) = \left(\frac{x+2}{x}\right)^2$

EJERCICIO 86 : Junio 04-05. Obligatoria (1 pto)
Calcula y simplifica la derivada de la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

EJERCICIO 87 : Septiembre 04-05. Obligatoria (1 pto)
¿Qué se puede decir de la gráfica de una función f(x) si se sabe que $f'(1) = 0$, $f''(1) < 0$, $f'(3) = 0$ y $f''(3) > 0$?

EJERCICIO 88 : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)
Determina el polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c$ que pasa por el punto (1,2) y tiene un mínimo en el punto (-1,-6)

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

EJERCICIO 89 : Septiembre 94-95. Optativa (1,5 ptos)
Hallar la ecuación de la recta que pasando por el punto (4,5) determina en el primer cuadrante con los ejes coordenados un triángulo de área mínima.

EJERCICIO 90 : Junio 95-96. Optativa (4 ptos)
De todos los triángulos que al menos tienen dos lados iguales, inscritos en una circunferencia de radio R. ¿Cuál es el de mayor área?. Justificar la respuesta.

EJERCICIO 91 : Septiembre 95-96. Optativa (3 ptos)
Queremos construir un depósito con una capacidad de 1.000 litros, que tenga forma de prisma de base cuadrada. El coste de los materiales utilizados en la construcción es el siguiente:
20 pesetas por dm^2 para las caras laterales
25 pesetas por dm^2 para la base
40 pesetas por dm^2 para la tapa
Determinar las dimensiones del depósito para que el coste económico de su construcción sea mínimo.

EJERCICIO 92 : Junio 96-97. Optativa (4 ptos)
De una cartulina rectangular de dimensiones a y b se recortan cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y con la superficie resultante se construye una caja. ¿Cómo deben hacerse los recortes para que la caja tenga volumen máximo?

EJERCICIO 93 : Junio 96-97. Optativa (4 ptos)

Sean A y B dos puntos situados en un mismo semiplano de los dos que tienen por borde la recta r. La distancia del punto A a la recta r es a y la distancia de B a la recta r es b. Encontrar sobre r, un punto C de tal manera que el recorrido AC + CB sea mínimo.

EJERCICIO 94 : Septiembre 96-97. Optativa (3 ptos)
El precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso. Demostrar que si se rompe en dos trozos, existe una depreciación de su valor y que esta depreciación es máxima si los dos trozos son iguales.

EJERCICIO 95 : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)
¿Qué punto de la recta $3x – y – 2 = 0$ está más cerca del origen de coordenadas?

EJERCICIO 96 : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)
Halla dos números a y b tales que $a.b = 100$ y $a^2 + b^2$ sea mínimo.

EJERCICIO 97 : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)
La producción de x unidades de un artículo en una empresa tiene un coste que se puede expresar mediante la función $C(x) = 1500x + 1000000$, y cada unidad producida se venderá a un precio dado por $P(x) = 4000 – x$

a) Calcula la función que expresa el beneficio obtenido por la venta de x unidades.
b) ¿Cuántas unidades hay que producir para no tener pérdidas?
c) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

EJERCICIO 98 : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)
El encargado del alquiler de hamacas de una playa ha comprobado que, cobrando la hora a 5 euros vende diariamente 200 horas. Por cada 10 céntimos que aumenta el precio, vende dos horas menos al día. El ayuntamiento de la ciudad le cobra un canon de 4 euros por hora de hamaca.

a) ¿A qué precio será máximo el beneficio diario del encargado?
b) Para dicho precio, ¿cuántas horas venderá? ¿a cuánto ascenderá el beneficio obtenido?

EJERCICIO 99 : Septiembre 02-03. Optativa (3 ptos)
Una empresa petrolera dispone de un stock de 50000 barriles que podría vender a 30 euros/barril. Sin embargo, el mercado del petróleo se encuentra en fase alcista, estimándose que el precio del barril aumentará 0,5 euros cada semana que transcurra. Los costes de almacenamiento ascienden a 1000 euros/semana, y además cada semana se pierden pedidos de 1000 barriles debido a los clientes que acuden a otros proveedores. Calcula cuándo interesa vender el stock para obtener el máximo beneficio posible, y a cuánto asciende dicho beneficio.

EJERCICIO 100 : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)
La suma de tres números positivos es 60. El primero, el doble del segundo y el triple del tercero suman 120. Halla los números que cumplen estas condiciones de manera que su producto sea máximo.

EJERCICIO 101 : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)
Determina cómo tienen que ser tres números reales positivos para que su suma valga 100, la suma del primero más 2 veces el segundo más tres veces el tercero valga 200 y su producto sea lo mayor posible.

EJERCICIO 102 : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)
De todos los rectángulos de perímetro 10 metros, halla las dimensiones del que tiene la diagonal mínima.

REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

EJERCICIO 103 : Modelo. Obligatoria (1 pto)
¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función f(x) si se sabe que
$f(0) = f'(0) = 0$?

EJERCICIO 104 : Modelo. Optativa (3 ptos)
Sea la función $f(x) = (2x^2 + 4) / (x^2 - 4)$
a) Calcula sus asíntotas horizontales y verticales.
b) Calcula sus máximos y mínimos
c) Represéntala gráficamente

EJERCICIO 105 : Septiembre 94-95. Optativa (3 ptos)
Estudia y representa gráficamente la curva de ecuación: $y = x + \dfrac{1}{x}$

EJERCICIO 106 : Junio 95-96. Optativa (4 ptos)
Estudiar y representar gráficamente la función: $y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$

EJERCICIO 107 : Junio 97-98. Obligatoria (1 pto)
¿ Cuál es la expresión matemática de una función f(x) de la que se sabe que al derivarla dos veces se obtiene una constante distinta de cero?

EJERCICIO 108 : Junio 97-98. Optativa (3 ptos)
Sea la función $f(x) = \dfrac{2x}{1-x^2}$
a) Hallar la ecuación de la recta tangente en el punto (2,-4/3)
b) Hallar sus asíntotas, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Represéntala gráficamente.

EJERCICIO 109 : Septiembre 97-98. Optativa (3ptos)
Sea la función $f(x) = \dfrac{2x^2+4}{x^2-4}$
a) calcula sus asíntotas horizontales y verticales
b) Calcula sus máximos y mínimos
c) Represéntala gráficamente.

EJERCICIO 110 : Junio 98-99. Optativa (3 ptos)
Sea la función: $f(x) = \dfrac{x}{(x-1)^2}$
a) Calcula sus asíntotas
b) Calcula sus extremos y puntos de inflexión
c) Represéntala gráficamente: (basándote en los resultados de los apartados anteriores y cualquier otro que puedas necesitar).

<u>EJERCICIO 111</u> : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)

¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función f(x) si se sabe que f(1)=f(3)= 0, f '(2) = 0 y f '' (2) > 0?

<u>EJERCICIO 112</u> : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)

Sea la función: $f(x) = \frac{3x^2}{x^2+1}$

a) Calcula sus asíntotas
b) Calcula sus extremos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Represéntala gráficamente.

<u>EJERCICIO 113</u> : Junio 99-00. Optativa (3 ptos)

Sea la función: $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$

a) Calcula sus asíntotas horizontales y verticales
b) Calcula sus máximos, mínimos y puntos de inflexión
c) Represéntala gráficamente (Basándote en los resultados de los apartados anteriores y cualquier otro que puedas necesitar)

<u>EJERCICIO 114</u> : Junio 99-00. Optativa (3 ptos)

La producción de cierta hortaliza en un invernadero (Q(x) en kilogramos) depende de la temperatura (x en ºC) según la función: $Q(x) = (x + 1)^2.(32 – x)$

a) Calcula la temperatura óptima a mantener en el invernadero (2 ptos)
b) ¿Qué producción de hortaliza se obtendrá a dicha temperatura? (1 pto)

<u>EJERCICIO 115</u> : Septiembre 99-00. Obligatoria (1 pto)

En los máximos relativos de una función f(x) la segunda derivada, si existe, es negativa, ¿verdadero o falso? (no es necesaria la demostración formal: basta con un razonamiento intuitivo de porqué tiene que ser así)

<u>EJERCICIO 116</u> : Junio 00-01. Optativa (3 ptos)

Sea la función: $f(x) = \frac{x}{x^2-16}$

a) Calcula sus asíntotas
b) Determina sus extremos, puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Represéntala gráficamente.

<u>EJERCICIO 117</u> : Septiembre 00-01. Optativa (3 ptos)

Sea la función: $f(x) = 4x^3 – 8x^2$

a) Calcula sus cortes con los ejes, puntos extremos y puntos de inflexión.
b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Represéntala gráficamente

<u>EJERCICIO 118</u> : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)

Sea la función: $f(x) = \frac{(x+1).(x-2)}{x^2}$

a) Calcula sus asíntotas horizontales y verticales
b) Calcula sus cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión
c) Represéntala gráficamente

<u>EJERCICIO 119</u> : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)
Sea la función: $f(x) = 6x^2 - x^3$

a) Determina sus puntos de corte con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
b) Determina las ecuaciones de las rectas tangentes en los puntos de corte con los ejes.
c) Represéntala gráficamente

<u>EJERCICIO 120</u> : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)
Sea la función: $f(x) = x^3 - 4x$

a) Obtener sus cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
b) Obtener las ecuaciones de las rectas tangente en los puntos de corte con los ejes.
c) Representarla gráficamente.

<u>EJERCICIO 121</u> : Septiembre 02-03. Optativa (3 ptos)
Sea la función: $f(x) = x^4 - 2x^3$

a) Halla la ecuación de la recta tangente en $x = 1$
b) Calcula los cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
c) Represéntala gráficamente.

<u>EJERCICIO 122</u> : Junio 03-04. Optativa (1 pto)
¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función $g(x)$ si se sabe que $g(0) = 0$ y $g'(0) = 0$?

<u>EJERCICIO 123</u> : Junio 03-04. Optativa (3 ptos)
Sea la función $f(x) = \dfrac{(x-1).(x-2)}{x^2}$

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva en $x = -3$
b) Calcula sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
c) Represéntala gráficamente

<u>EJERCICIO 124</u> : Septiembre 03-04. Optativa (3 ptos)
Sea la función $f(x) = \dfrac{-1}{4x^2}$

a) Determina sus asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento
b) Determina las ecuaciones de las rectas tangentes en $x = 1$ y $x = -1$
c) Represéntala gráficamente.

<u>EJERCICIO 125</u> : Junio 04-05. Obligatoria (1 pto)
¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2 - 4}$?

<u>EJERCICIO 126</u> : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)
Sea la función $f(x) = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^2$

a) Determina sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión
b) Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abcisa $x = 2$
c) Represéntala gráficamente.

<u>EJERCICIO 127</u> : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)
Dada la función $g(x) = x^2 - x^4$

a) Obtén la ecuación de la recta tangente en el punto (1,0)

b) Calcula sus extremos (máximos y mínimos), puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Represéntala gráficamente.

EJERCICIO 128 : Junio 05-06. Optativa (3 ptos)

Dada la función $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los máximos, mínimos.
b) Calcula su dominio, asíntotas y puntos de inflexión
c) Represéntala gráficamente.

EJERCICIO 129 : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)

Dada la función $f(x) = \frac{10x}{x^2+4}$

a) Determina sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
b) Halla sus intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Represéntala gráficamente

EJERCICIO 130 : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)

Dada la función $f(x) = \frac{4x^2+x+3}{3+4x^2}$

a) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x), así como sus posibles máximos, mínimos y puntos de inflexión.
b) Representa la gráfica de la función y = f(x), indicando con todo detalle cuál es su dominio y cuáles son sus asíntotas.

EJERCICIO 131 : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)

Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2$

a) Calcula sus puntos de corte con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Represéntala gráficamente.

INTEGRACIÓN Y APLICACIONES

EJERCICIO 132 : Junio 94-95. Optativa (4 ptos)

Dada la función $f(x) = x.e^{-x^2}$. Se pide:

a) Representar gráficamente la función.
b) Determinar el área limitada por la curva representativa, el eje de abscisas y las abscisas de los puntos mínimo y máximo.

EJERCICIO 133 : Septiembre 95-96. Optativa (3 ptos)

Calcular la integral definida: $\int_0^{2\pi} \text{sen}\, x dx$. ¿Cómo se puede interpretar geométricamente el resultado obtenido?. hallar el área de la figura determinada por la gráfica de y = sen x y el eje OX, entre 0 y 2π.

EJERCICIO 134 : Junio 96-97. Optativa (3 ptos)

Calcular el área del recinto limitado por las curvas y = x, $y = x^2$ e $y = (x/4)^2$

EJERCICIO 135 : Septiembre 96-97. Optativa (3 ptos)

Calcular el área que la recta de ecuación y = $\frac{1}{2}(x+1)$ delimita en la parábola de ecuación $y^2 = x + 1$

EJERCICIO 136 : Septiembre 97-98. Optativa (3 ptos)
Calcula el área encerrada entre las gráficas de las funciones y = 2, y = 4, $y = 1/x^2$

EJERCICIO 137 : Septiembre 00-01. Optativa (3 ptos)
Calcula la constante k de manera que valga 1 el área encerrada entre el eje de abscisas y la función f(x) = kx(1-x)

EJERCICIO 138 : Septiembre 02-03. Obligatoria (1 pto)

Calcula el valor de la constante k para que se cumpla: $\int_0^1 k(x^2+2)dx = 1$

EJERCICIO 139 : Junio 05-06. Optativa (3 ptos)
Dibuja la región limitada por las parábolas $y = x^2 - 4x + 4$, $y = -x^2 + 2x + 4$ y calcula el área de la región limitada por ambas curvas.

EJERCICIO 140 : Septiembre 05-06. Obligatoria (1 pto)

Calcula la siguiente integral indefinida: $\int \left(2+\sqrt{5x}\right)^2 dx$

EJERCICIO 141 : Junio 06-07. Obligatoria (1 pto)

Calcular el valor de la integral $\int_1^2 (x^2-2x+1)^2 dx$

EJERCICIO 142 : Septiembre 06-07. Obligatoria (1 pto)

Calcula la integral indefinida: $\int \frac{x^3+2x+1}{x^2} dx$

BLOQUE III – PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINATORIA

EJERCICIO 143 : Junio 97-98. Obligatoria (1 pto)
Una panda de cinco amigos, tres chicas y dos chicos, deciden ir al cine. Si van a ocupar cinco butacas contiguas, ¿de cuántas maneras se pueden sentar? ¿Y si las tres chicas quieren estar juntas?

EJERCICIO 144 : Junio 99-00. Obligatoria (1 pto)
Un grupo de 25 excursionistas acudió a un restaurante en el que se ofrecía un menú del día en el que se podía elegir entre tres primeros platos, cuatro segundos y dos postres. Antes de que nadie pidiera la comida uno de ellos contestó: “Si todos elegimos del menú del día, seguro que por lo menos dos de nosotros comemos lo mismo”. ¿ Cómo podía estar tan seguro?

EJERCICIO 145 : Septiembre 99-00. Obligatoria (1 pto)
Una panda de seis amigos decide ir al cine. Si van a ocupar seis butacas contiguas, ¿de cuántas maneras se pueden sentar? ¿Y si en el grupo hay una pareja de novios que quieren sentarse juntos?

EJERCICIO 146 : Junio 01-02. Obligatoria (1 pto)
Un cliente compra en una tienda 6 productos distintos: 3 de alimentación y 3 de limpieza. ¿De cuántas maneras pueden aparecer los 6 productos en el ticket de compra? ¿Y si el cliente pasa primero por caja los 3 productos de alimentación y después los 3 de limpieza?

EJERCICIO 147 : Septiembre 01-02. Obligatoria (1 pto)
¿De cuántas maneras se pueden combinar tres pantalones, cuatro camisetas y dos cazadoras?. ¿Y si hay un pantalón y una cazadora que no pueden ir juntos?

EJERCICIO 148 : Junio 02-03. Obligatoria (1 pto)
Los clientes de una tienda pueden elegir tres regalos distintos entre un surtido de siete. ¿Cuántas posibilidades de elección existen? ¿En cuántas de ellas está incluido un regalo determinado?

EJERCICIO 149 : Septiembre 03-04. Obligatoria (1 pto)
Un fabricante de automóviles ofrece un modelo con cuatro motores, tres niveles de acabado y dos carrocerías. ¿Cuántas versiones distintas existen de este modelo? ¿Y si uno de los cuatro motores sólo se ofrece con una de las dos carrocerías?

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

EJERCICIO 150 : Modelo. Obligatoria (1 pto)
La probabilidad de que cierto equipo de fútbol gane un partido es 0,4 y la de que pierda es 0,3. ¿Cuál es la probabilidad de que empate?

EJERCICIO 151 : Modelo. Optativa (3 ptos)
Para diagnosticar cierta enfermedad los médicos utilizan una prueba que puede fallar. Esta prueba da resultado positivo (es decir, indica la presencia de la enfermedad), aunque en realidad el paciente esté sano, con probabilidad 0,001, y da resultado

negativo (es decir, indica la ausencia de la enfermedad), aunque en realidad el paciente la padezca, con probabilidad 0,03. Se sabe que la enfermedad en cuestión afecta al 2 por mil de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente sufra realmente la enfermedad si en él la prueba ha dado resultado positivo?

<u>EJERCICIO 152</u> : Septiembre 94-95. Optativa (2 ptos)
El proceso de fabricación de un cierto aparato consta de dos partes A y B. La Probabilidad de un defecto en la parte A es de 0,04 y la probabilidad de un defecto en B es 0,01. ¿Cuál es la probabilidad de que un aparato no sea defectuoso?

<u>EJERCICIO 153</u> : Septiembre 94-95. Optativa (2 ptos)
Una urna contiene 4 bolas blancas y 5 rojas. Si se extraen dos bolas una a una sin reemplazamiento, calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea blanca y la segunda roja.

<u>EJERCICIO 154</u> : Septiembre 94-95. Optativa (4 ptos)
Se extraen sucesivamente tres bolas de una urna que contiene 4 bolas blancas, 3 rojas y 2 negras. Hallar la probabilidad de extraerlas en el orden 1ª blanca, 2ª roja y 3ª negra, si las extracciones se hacen:

a) Con reemplazamiento.
b) Sin reemplazamiento.

<u>EJERCICIO 155</u> : Junio 95-96. Optativa (3 ptos)
Un dado de seis caras numeradas del 1 al 6, está trucado de manera que la probabilidad de cada cara es proporcional al número que figura en ella. Consideramos el experimento consistente en lanzar una vez el dado y observar la puntuación obtenida. Se pide determinar el conjunto de resultados asociado a ese experimento, la probabilidad de cada uno de ellos y la probabilidad del suceso “obtener número par”.

<u>EJERCICIO 156</u> : En una fábrica de bombillas, las máquinas A, B y C producen respectivamente el 30 %, 50 % y 20 % del total. Por pruebas efectuadas por el control de calidad de la empresa se sabe que respectivamente el 1 %, 2 % y el 3 % de la producción de las máquinas es defectuosa. ¿ Cuál es la probabilidad de que una bombilla elegida al azar y que ha resultado defectuosa haya sido producida por la máquina B?

<u>EJERCICIO 157</u> : Septiembre 95-96. Optativa (3 ptos)
En un congreso de Matemáticas celebrado en Ezcaray en el año 1994, el 60 % de los asistentes fueron mujeres y el resto hombres. Del total de hombres el 55 % fueron extranjeros y el resto españoles y del total de mujeres el 65 % eran españolas y el resto extranjeras. Si se elige al azar a una de las personas asistentes al congreso de 1994, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre y español?, ¿cuál es la probabilidad de que sea extranjera (persona extranjera)?

<u>EJERCICIO 158</u> : Septiembre 95-96. Optativa (3 ptos)
Se realiza el experimento de lanzar dos dados – sus caras están numeradas respectivamente del 1 al 6- y sumar los valores de las dos caras que se obtienen. Describir los sucesos aleatorios asociados a este experimento. Hacer un diagrama o representación gráfica de los resultados y determinar la probabilidad de cada uno de los resultados.

<u>EJERCICIO 159</u> : Junio 96-97. optativa (3 ptos)

Al lanzar dos dados normales (seis caras numeradas del 1 al 6) ¿qué es más probable: que la suma de las caras sea dos o que la suma de las caras sea 3?, ¿Por qué?

EJERCICIO 160 : Septiembre 96-97. Optativa (3 ptos)
¿Cuál es la probabilidad de que en una baraja de póker de 52 cartas al repartir 5 cartas a un jugador este reciba 2 ases?, ¿Y de que tenga 2 o más ases?

EJERCICIO 161 : Septiembre 96-97. Optativa (3 ptos)
Los trabajadores de la enseñanza de un determinado país se encuentran distribuidos de la siguiente manera: el 10 % son de universidad, el 35 % de secundaria y el resto de primaria. La enfermedad vírica denominada “MALA” afecta al 5 % de los universitarios, al 8 % de los de secundaria y al 10 % de los de primaria. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador de la enseñanza elegido al azar y que padece la enfermedad “MALA” sea de primaria.

EJERCICIO 162 : Junio 97-98. Optativa (3 ptos)
Tenemos tres bolsas con bolas blancas y negras. En la bolsa 1 hay 10 blancas y ninguna negra, en la bolsa 2 hay 4 blancas y 6 negras, y en la bolsa 3 hay 5 blancas y 5 negras. De una de las tres bolsas elegida al azar se extraen dos bolas con reemplazamiento que resultan ser una blanca y una negra (no sabemos en qué orden). Si las probabilidades a priori de las tres bolsas era igual a 1/3, calcula sus nuevas probabilidades después de observar este resultado.

EJERCICIO 163 : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)
Se sabe que dos sucesos A y B poseen probabilidades respectivas 0,6 y 0,8. ¿ Pueden ser A y B incompatibles?

EJERCICIO 164 : Junio 98-99. Obligatoria (1 pto)
Dos sucesos tienen probabilidades 0,4 y 0,5. Sabiendo que son independientes, calcula la probabilidad de que no suceda ninguno de los dos.

EJERCICIO 165 : Junio 98-99. Optativa (3 ptos)
En un Universidad existen tres Facultades: A, B y C. En A hay matriculadas 150 chicas y 50 chicos, en B 300 chicas y 200 chicos y en C 150 chicas y 150 chicos.

a) Calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar sea chico.
b) Si un estudiante elegido al azar resuelta ser chico, ¿Cuál es su Facultad más probable?

EJERCICIO 166 : Septiembre 98-99. Obligatoria (1 pto)
La probabilidad de que cierto equipo de fútbol gane un partido es 0,4 y la de que empate es 0,2. ¿Cuál es la probabilidad de que no pierda?

EJERCICIO 167 : Junio 99-00. Optativa (3 ptos)
Se ha realizado una encuesta entre los estudiantes de una Universidad para conocer las actividades que realizan en el tiempo libre. El 80% de los entrevistados ve la televisión o lee, el 35 % realiza ambas cosas, el 60% no lee. Para un estudiante elegido al azar calcula la probabilidad de que:

a) Vea la televisión y no lea (1,5 ptos)
b) Lea y no vea la televisión (0,5 ptos)
c) Haga solamente una de ambas cosas (0,5 ptos)
d) No haga ninguna de las dos cosas (0,5 ptos)

<u>EJERCICIO 168</u> : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)

En un estudio sobre la relación entre el tabaco y el cáncer de pulmón se ha clasificado a 200 personas según fueran fumadoras o no, y según padecieran cáncer de pulmón o no. La tabla siguiente presenta los resultados obtenidos:

	Fumadores	No fumadores
Con cáncer	70	30
Sin cáncer	40	60

a) Calcula la probabilidad de que una persona sea fumadora y padezca cáncer de pulmón.
b) Calcula la probabilidad de que una persona padezca cáncer.
c) ¿Son independientes los sucesos "ser fumador" y "padecer cáncer de pulmón"?

<u>EJERCICIO 169</u> : Junio 00-01. Obligatoria (1 pto)

Dos sucesos incompatibles A y B, tienen probabilidades respectivas 0'20 y 0'60. Calcula la probabilidad de que suceda A pero no B.

<u>EJERCICIO 170</u> : Junio 00-01. Optativa (3 ptos)

Entre los estudiante matriculados en cierta asignatura de una carrera universitaria las chicas duplican a los chicos. Al final del curso han aprobado el 80 % de las chicas y el 60 % de los chicos. Calcula:

a) El porcentaje de chicas dentro del total de estudiantes matriculados.
b) El porcentaje de aprobados dentro del total de estudiantes matriculados
c) El porcentaje de chicas dentro de los estudiantes que no han aprobado.

<u>EJERCICIO 171</u> : Septiembre 00-01. Obligatoria (1 pto)

Se sabe que dos sucesos A y B poseen probabilidades respectivas 0,2 y 0,3. ¿Podría ser $P(A \cup B) = 0,75$

<u>EJERCICIO 172</u> : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)

Una empresa recibe lotes de material de 3 proveedores en proporciones del 50%, 30% y 20%. Se sabe que el 0,1 % de los lotes del primer proveedor, el 0,5 % de los del segundo y el 1 % de los del tercero es rechazado en el control de calidad que realiza la empresa a la recepción del material.

a) ¿Qué porcentaje de lotes es rechazado a la recepción?
b) Sabiendo que un lote ha sido rechazado. ¿cuál es su proveedor más probable?

<u>EJERCICIO 173</u> : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)

En una ciudad existen tres redes de cajeros automáticos: A, B y C. El 60% de los cajeros pertenecen a la red A, el 30% a la B, y el 10% a la C. El día 1 de Enero de 2002 dispensaban euros el 80% de los cajeros de la red A, el 75% de los de la B, y el 90% de los de la C.

a) Si un ciudadano eligió un cajero al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le dispensara euros?
b) Si un ciudadano consiguió euros en un cajero, ¿cuál es la probabilidad de que dicho cajero perteneciera a la red A?

<u>EJERCICIO 174</u> : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)

Entre los pacientes que acuden a una consulta médica, el 40 % padecen la enfermedad A, el 25 % la B, y el 35 % la C. Un determinado síntoma S está presente en el 10 % de los que padecen A, el 15 % de los que padecen B, y el 30 % de los que padecen C.

a) Calcular la probabilidad de que un paciente que acude a la consulta presente el síntoma S.
b) Calcular la probabilidad de que un paciente que presente el síntoma S padezca la enfermedad A.

EJERCICIO 175 : Septiembre 02-03. Obligatoria (1 pto)
Un granjero tiene 10 vacas: 9 sanas y 1 enferma. Si le compramos dos vacas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que las dos estén sanas?

EJERCICIO 176 : Septiembre 02-03. Optativa (3 ptos)
En un estudio sobre el perfil sociológico de sus clientes, un fabricante de automóviles ha observado que el 80 % de los compradores de cierto modelo son menores de 40 años, y de éstos el 60 % son mujeres. Entre los mayores de 40 años el 30 % son hombres. Calcula la probabilidad de que:
a) Un cliente mayor de 40 años sea mujer
b) Un cliente sea mujer menor de 40 años
c) Un cliente sea hombre

EJERCICIO 177 : Junio 03-04. Obligatoria (1 pto)
La probabilidad de que cierto equipo de fútbol gane un partido es 0,4 y la de que pierda es 0,3. ¿Cuál es la probabilidad de que empate?

EJERCICIO 178 : Junio 03-04. Optativa (3 ptos)
Dos parejas de novios deciden ir al cine. Si se sientan al azar en cuatro butacas contiguas, ¿cuál es la probabilidad de que cada uno esté al lado de su pareja?

EJERCICIO 179 : Septiembre 03-04. Optativa (3 ptos)
El 50 % de los estudiantes de una universidad acuden a las clases andando, el 30% en autobús, y el 20% en coche particular. Son mujeres el 75% de los que acuden andando, el 60% de los que acuden en autobús, y el 30% de los que acuden en coche particular.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido al azar sea mujer?
   b) Si un estudiante es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que acuda a clase en coche particular?

EJERCICIO 180 : Junio 04-05. Obligatoria (1 pto)
Se sabe que dado A, la probabilidad de que ocurra B es 0,3 , es decir, $P(B \mid A) = 0,3$. ¿Cuánto vale la probabilidad de que, dado A, no ocurra B: $P(B^c \mid A)$?

EJERCICIO 181 : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)
Un médico ha observado que el 40 % de sus pacientes fuma, y de éstos, el 75 % son hombres. Entre los que no fuman, el 60% son mujeres. Calcula:
   a) La probabilidad de que un paciente no fumador sea hombre.
   b) La probabilidad de que un paciente sea hombre fumador
   c) La probabilidad de que un paciente sea mujer

EJERCICIO 182 : Septiembre 04-05. Obligatoria (1 pto)
El director de un supermercado ha calculado que la probabilidad de que un cliente compre pan es 0,7, la de que compre chocolate es 0,5 y la de que compre ambas cosas es 0,4. ¿Cuál es la probabilidad de que compre pan o chocolate?

EJERCICIO 183 : Junio 05-06. Obligatoria (1 pto)

En un experimento, se sabe que p(A) = 0,6 p(B) = 0,3 y p(A|B) = 0,1. Calcula P(A∪B)

<u>EJERCICIO 184</u> : Septiembre 05-06. Obligatoria (1 pto)
¿Cuál es la probabilidad de que en un sorteo ordinario de lotería toque un número capicúa comprendido entre 5000 y 7000?
Nota: En los sorteos ordinarios de lotería hay 5 bombos con los números del 0 al 9

<u>EJERCICIO 185</u> : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)
Entre los alumnos de una clase, el 70% practica algún deporte. Además, se sabe que el fútbol les gusta al 40% de los que practican algún deporte y al 80% de los que nos practican ningún deporte.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que a un alumno elegido al azar no le guste el fútbol?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno practique algún deporte y le guste el fútbol?
c) Si a un alumno le gusta el fútbol, ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte?

<u>EJERCICIO 186</u> : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)
En una ciudad existen dos institutos, el Alfa y el Beta. Se sabe que el 70% de los estudiantes de la ciudad van al Alfa y el resto al Beta. En una encuesta se ha detectado que al 60% de los alumnos de Alfa le gustan las Matemáticas, mientras que sólo al 35% de los estudiantes de Beta le gustan las Matemáticas.

a) Calcula la probabilidad de que a un alumno elegido al azar le gusten las Matemáticas.
b) Sabiendo que a un alumno, elegido al azar, le gustan las Matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que sea del instituto Alfa?
c) Sabiendo que a un alumno, elegido al azar, no le gustan las Matemáticas, ¿Cuál es la probabilidad de que sea del instituto Beta?

<u>EJERCICIO 187</u> : Septiembre 06-07. Obligatoria (1 pto)
Tenemos dos urnas A y B. En A hay 6 bolas blancas y cuatro negras. En B hay 3 bolas blancas y 6 negras. Se saca una bola de A y se introduce en B. A continuación se saca una bola de B, ¿cuál es la probabilidad de que ésta sea negra?

LAS MUESTRAS ESTADÍSTICAS

<u>EJERCICIO 188</u> : Septiembre 97-98. Obligatoria (1 pto)
La longitud de las piezas que se producen en una fábrica es una variable aleatoria con distribución normal de media 15 cm y desviación típica 5 cm. Sabemos que las medias de muestras de tamaño 25 siguen también una distribución normal, ¿con qué media y qué desviación típica?

<u>EJERCICIO 189</u> : Septiembre 00-01. Obligatoria (1 pto)
La estatura de los habitantes de una ciudad es una variable aleatoria don distribución normal de media 160 cm y varianza 100. Sabemos que las estaturas medias en muestras de tamaño 4 siguen también una distribución normal: ¿Con qué media y qué varianza?

INFERENCIAS ESTADÍSTICAS

<u>EJERCICIO 190</u> : Modelo. Optativa (3 ptos)

La estatura de los miembros de una población se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica 9 cm. Con el fin de estimar la media desconocida se toma una muestra de 9 individuos de la población, obteniéndose para ellos una media aritmética igual a 170 cm.

a) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para la estatura media de la población.
b) Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la media de la población con una precisión de ± 5 cm y un nivel de confianza del 99 %.

EJERCICIO 191 : Junio 98-99. Obligatoria (1 pto)
Supongamos que a partir de una muestra aleatoria de tamaño n = 25 se ha calculado el intervalo de confianza para la media de una población normal, obteniéndose una amplitud igual a ± 4. Si el tamaño de la muestra hubiera sido n = 100, permaneciendo invariables todos los demás valores que intervienen en el cálculo, ¿Cuál habría sido la amplitud del intervalo?

EJERCICIO 192 : Septiembre 98-99. Optativa (3 ptos)
Según la normativa sobre contaminación atmosférica los motores de los automóviles no deben emitir más de 5 ppm (partes por millón) de CO_2. Dentro de sus procesos de control de calidad de un fabricante ha medido la emisión de CO_2 en una muestra de 36 motores, obteniendo una media de 5,5 ppm y una desviación típica de 0,6 ppm.

a) Contrasta, con un nivel de significación igual a 0,05 la hipótesis de que los motores de este fabricante cumplen en media la normativa sobre contaminación.
b) Calcula el intervalo de confianza al nivel de 95% para la emisión media de CO_2 de los motores de este fabricante.

EJERCICIO 193 : Septiembre 99-00. Optativa (3 ptos)
En los paquetes de arroz de cierta marca pone que el peso que contienen es de 500 g. Una asociación de consumidores toma una muestra de 100 paquetes para los que obtiene una media de 485 g y una desviación típica de 10 g.

a) ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación igual a 0,05 que el fabricante está empaquetando realmente una media de 500 g?
b) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para el peso medio de los paquetes de la marca en cuestión.

EJERCICIO 194 : Junio 00-01. Obligatoria (1 pto)
La conclusión de un contraste de hipótesis realizado con un nivel de significación igual a 0,10 ha sido “aceptar la hipótesis nula H_0”. ¿ Cuál habría sido la conclusión para un nivel de significación igual a 0,05?

EJERCICIO 195 : Junio 01-02. Optativa (3 Ptos)
Cuando una máquina funciona correctamente produce piezas cuya longitud sigue una ley normal de media 12 cm y desviación típica 1 cm. El encargado del control de calidad ha tomado una muestra de 25 piezas obteniendo una media de 11,5 cm.

a) Contrasta la hipótesis de que la máquina está funcionando correctamente, con un nivel de significación igual a 0,05
b) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la longitud media de las piezas que está produciendo la máquina.

EJERCICIO 196 : Septiembre 01-02. Optativa (3 ptos)
Una empresa de telefonía móvil está realizando un estudio sobre la antigüedad de sus clientes. Una muestra aleatoria de 100 clientes ha proporcionado una media de 20 meses

de antigüedad. Se puede suponer que la variable "antigüedad como cliente" sigue una ley normal con desviación típica igual a 2 meses.

a) Contrasta la hipótesis de que la antigüedad media de los clientes es de 18 meses (utiliza 0,05 como nivel de significación).
b) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la antigüedad media de los clientes.

<u>EJERCICIO 197</u> : Junio 02-03. Optativa (3 ptos)

Una empresa de conservas vegetales envasa espárragos en latas de 400 gramos. El encargado del control ha tomado una muestra de 16 latas, obteniendo una media de 380 gramos. Se sabe que el contenido de las latas varía aleatoriamente siguiendo una ley normal con desviación típica igual a 20 gramos.

a) Contrasta la hipótesis de que la empresa está envasando una media de 400 gramos, con un nivel de significación igual a 0,05.
b) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para el peso medio de las latas que produce la empresa.

<u>EJERCICIO 198</u> : Junio 03-04. Optativa (3 ptos: 2 puntos y 1 punto)

La estatura de los miembros de una población se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica 9 cm. Con el fin de estimar la media se toma una muestra de 9 individuos de la población, obteniéndose para ellos una media aritmética igual a 170 cm.

a) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para la estatura media de la población.
b) Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la media de la población con una precisión de ± 5 cm y un nivel de confianza del 99%.

<u>EJERCICIO 199</u> : Septiembre 03-04. Optativa (3 ptos)

En una investigación sobre contaminación del medio marino en una zona costera, se ha medido la concentración de una sustancia contaminante en una muestra de 36 moluscos de cierta especie, obteniéndose una media de 17 ppm (ppm significa partes por millón). Se sabe que la variable "concentración de la sustancia" sigue una ley normal con desviación típica igual a 6 ppm.

a) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para la concentración media del contaminante en los moluscos de esta especie (2 ptos).
b) Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la concentración media del contaminante con un error de ±3 ppm y un nivel de confianza del 95 % (1 pto).

<u>EJERCICIO 200</u> : Junio 04-05. Optativa (3 ptos)

El tiempo que cobran las cajeras de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley normal con media desconocida y desviación típica 0,5 minutos. Para una muestra aleatoria de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5,2 minutos.

a) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95 % para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes (2 ptos).
b) Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicho tiempo medio con un error de ±0,5 minutos y un nivel de confianza del 95% (1 pto).

<u>EJERCICIO 201</u> : Septiembre 04-05. Optativa (3 ptos)

En una encuesta sobre actividades en el tiempo libre realizada a una muestra de 50 estudiantes de Bachillerato, una de la preguntas era ¿Cuánto tiempo dedicas diariamente a ver la televisión?. Las 50 propuestas obtenidas proporcionan una media de 90 minutos. Se puede suponer que la variable "tiempo que los estudiantes de Bachillerato dedican diariamente a ver la televisión" obedece a una distribución normal con desviación típica igual a 20 minutos.

a) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para el tiempo medio que los estudiantes de Bachillerato dedican a ver diariamente la televisión (2 ptos).
b) Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicho tiempo medio con un error de ±2 minutos, para un nivel de confianza del 90% (1 pto).

<u>EJERCICIO 202</u> : Junio 05-06. Optativa (3 ptos)

El peso de los bebés al nacer sigue una ley normal de media μ = 3.200 gramos y desviación típica σ = 312.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño pese más de 3,4 kg. al nacer?
b) Para una muestra de 169 niños, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio sea menor que 3.150 gramos?
c) Encuentra el intervalo donde se encuentra el 95% de todos los pesos medios de las muestras de 169 recién nacidos.

<u>EJERCICIO 203</u> : Septiembre 05-06. Optativa (3 ptos)

Supongamos que un grupo de 144 alumnos de Secundaria seleccionados al azar en nuestra Comunidad realizan una prueba de conocimientos sobre geografía riojana, obteniendo una nota media de 6,7 puntos. Las puntuaciones obtenidas se distribuyen conforme a una ley normal de desviación típica 3.

a) (2 ptos) Calcula, con una confianza del 95%, el intervalo donde se encuentran las notas medias de los alumnos de la comunidad.
b) (1 Pto) Indica el tamaño muestral necesario para estimar dicha media con un error menor que ±0,5 minutos y un nivel de confianza del 99%.

<u>EJERCICIO 204</u> : Junio 06-07. Optativa (3 ptos)

Un estudio estadístico realizado a 49 personas nos dice que el tiempo de conexión anual a Internet de los habitantes de una ciudad sigue una distribución Normal de media 250 minutos y desviación típica 30 minutos. Halla el intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 95%, para el tiempo medio de conexión a Internet.

<u>EJERCICIO 205</u> : Septiembre 06-07. Optativa (3 ptos)

La temperatura media de una localidad sigue una ley normal de media 20,2 grados centígrados y desviación típica 6. se toman muestras de 100 días y se pregunta.

a) (0,5 ptos) ¿Qué tipo de distribución siguen las medias extraídas?
b) (1,5 ptos) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura media de la muestra esté entre 19,7 y 20,7 grados?
c) (1 pto) Encuentra el intervalo de confianza donde se encuentra el 95% de las temperaturas medias de las muestras de 100 días.