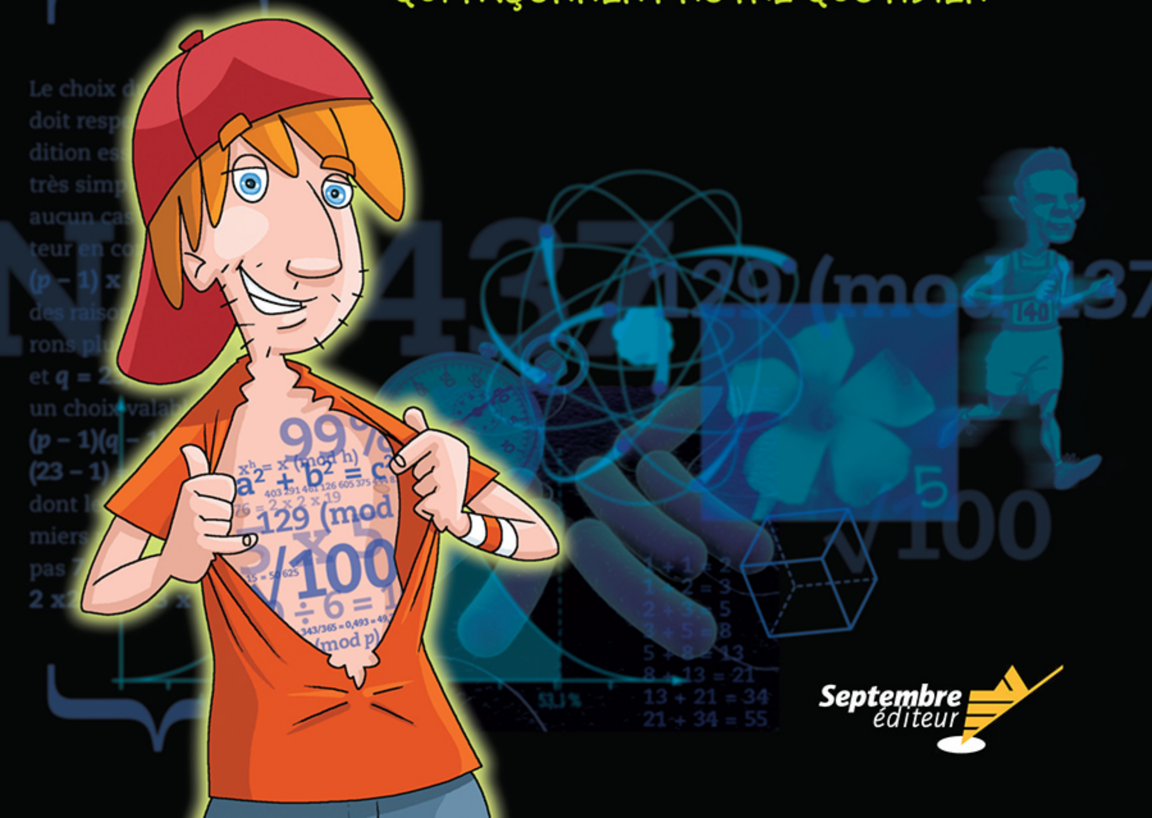
Jean-Marie De Koninck
en collaboration avec Jean-François Cliche

En chair et en MATHS

RENCONTRE AVEC LES MATHÉMATIQUES QUI FAÇONNENT NOTRE QUOTIDIEN



Septembre éditeur

Jean-Marie De Koninck

en collaboration avec Jean-François Cliche

préface de Bernard R. Hodgson

En chair et en MATHS

RENCONTRE AVEC LES MATHÉMATIQUES QUI FAÇONNENT NOTRE QUOTIDIEN

Septembre éditeur

Catalogage avant publication de Bibliothèque et Archives nationales du Québec et Bibliothèque et Archives Canada

De Koninck, Jean-Marie, 1948-

En chair et en maths : rencontre avec les mathématiques qui façonnent notre quotidien

ISBN 978-2-89471-265-8

1. Mathématiques - Ouvrages de vulgarisation. I. Cliche, Jean-François, 1975- . II. Titre.

QA93.D42 2008 510 C2008-942199-X

Auteur
Jean-Marie De Koninck

Collaboration à la rédaction
Jean-François Cliche

Coordination du projet
Lisa Nolet

Conception éditoriale
André Mercier

Conception graphique
Claude Baillargeon
Bernard Méoule

Mise en page et infographie
Claude Baillargeon

Illustrations
Patrick Bizier

Révision linguistique
et lecture d'épreuves
Michèle Jean

Septembre éditeur

Président-directeur général et éditeur
Martin Rochette

Téléphone : 418 658-7272
Sans frais : 1 800 361-7755
Télécopieur : 418 652-0986
www.septembre.com

Dépôt légal – 4e trimestre 2008
Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2008
Dépôt légal – Bibliothèque et Archives Canada, 2008

ISBN 978-2-89471-265-8 (imprimé)

ISBN 978-2-923683-24-9 (pdf)

Imprimé et relié au Canada

Références iconographiques

Page 4 : Sciences et mathématiques en action (SMAC)

Pages 10, 11, 12, 13, 17, 22, 23, 53, 54, 61, 62 et couverture : iStockphoto

Page 20 : Cette gravure est un document du domaine public. Cette version est tirée de : Yves Gingras, Peter Keating, Camille Limoges. *Du scribe au savant. Les porteurs du savoir de l'Antiquité à la révolution industrielle.* Boréal, Montréal, 1999, p.190.

Page 24 : Muséum des Sciences naturelles de Bruxelles

Page 26 : Jean-Paul Delahaye. *Merveilleux nombres premiers. Voyage au cœur de l'arithmétique.* Belin, Paris, 2000.

Page 36 : National Security Agency/ Central Security service

Page 39 : Ronald L. Rivest, Massachusetts Institute of Technology (MIT)

Page 59 : Hatos-Hall Productions

Septembre éditeur remercie le gouvernement du Québec de l'aide financière accordée à l'édition de cet ouvrage par l'entremise du Programme de crédit d'impôt pour l'édition de livres, administré par la SODEC.

L'éditeur bénéficie du soutien de la Société de développement des entreprises culturelles du Québec (SODEC) pour son programme d'édition et pour ses activités de promotion.

Nous reconnaissons l'aide financière du gouvernement du Canada par l'entremise du Programme d'aide au développement de l'industrie de l'édition (PADIÉ) pour nos activités d'édition.

Table des matières

Les mathématiques sur le terrain

Show Math

Show Math est un spectacle destiné au grand public où l'humour, les mathématiques et le multimédia sont au rendez-vous. Animé par des professeurs de mathématiques de l'Université Laval et appuyé par des vidéos ainsi que des sketches humoristiques, le spectacle aborde d'une manière simple et amusante une foule de sujets touchant les mathématiques.

Comment peut-on trouver la combinaison gagnante du prochain tirage de la 6/49 dans le développement des décimales du nombre Pi? Saviez-vous que c'est grâce aux mathématiques si un appareil MP3 peut contenir autant d'information? Comment savoir si quelqu'un a triché en tirant à pile ou face? Saviez-vous que dans toute salle où il y a au moins 23 personnes, il y a 50 % de chances qu'au moins deux d'entre elles aient la même date d'anniversaire?

Voilà quelques-uns des thèmes abordés dans *Show Math* et qui vous convaincront que les mathématiques sont bel et bien présentes dans notre vie de tous les jours.

Math en jeu

Peut-on s'amuser en faisant des maths? L'équipe de Sciences et mathématiques en action (SMAC) vous dit « oui »! **Math en jeu** est un jeu multimédia interactif développé par SMAC et accessible gratuitement sur Internet. L'objectif, en ligne avec la mission de SMAC, consiste à exposer les jeunes aux mathématiques par le jeu, tout en invitant le grand public à renouer avec les mathématiques.

Math en jeu est essentiellement un jeu de société à saveur mathématique. Jusqu'à quatre joueurs s'affrontent dans une même partie en se déplaçant sur un échiquier créé de façon aléatoire. Tous tentent d'amasser le plus de jetons possible avant que le temps ne soit écoulé. Pour pouvoir avancer et gagner des jetons, chacun doit répondre à des questions mathématiques : plus le déplacement souhaité est grand, plus la question posée est difficile, et plus elle rapporte!

Dans le cas où le joueur n'obtient pas la bonne réponse, une rétroaction unique à chaque question est affichée, expliquant au joueur la raison de son erreur et la façon d'obtenir la bonne réponse. De manière à rendre le jeu plus dynamique, tous les joueurs d'une même partie peuvent se déplacer simultanément, à leur rythme, et indépendamment des autres. On peut aussi jouer seul en demandant à l'ordinateur de fournir trois opposants virtuels.

Math en jeu est développé conjointement avec des étudiants et des enseignants et alimente sa banque de questions en fonction des programmes du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Préface

Les mathématiques se retrouvent dans une situation assez unique dans le champ du savoir : d'une part, fréquentées de tous par le biais de l'enseignement obligatoire, d'autre part méconnues trop souvent du grand public, peut-être même tenues quelquefois en aversion à la suite d'expériences scolaires personnelles plus ou moins heureuses. Et pourtant les mathématiques sont omniprésentes dans notre vie de tous les jours, parfois de façon explicite, mais le plus souvent à notre insu. Ne sommes-nous pas autant de monsieur Jourdain, nous qui pratiquons et utilisons régulièrement les mathématiques, mais sans en être vraiment conscients?

Démystifier les mathématiques et mieux les faire apercevoir, connaître, apprécier de tous, voilà autant de défis de taille, certes, mais des défis fort importants, voire essentiels. Il n'est donc pas étonnant que nombre de mathématiciens éminents défendent avec vigueur la nécessité de promouvoir, au sein de la communauté mathématique, les actions de vulgarisation.

Pour ma part, compte tenu de mes intérêts pour l'éducation, notamment en lien avec mes responsabilités à titre de Secrétaire général de la Commission internationale de l'enseignement mathématique, c'est avec un vif intérêt que j'ai été témoin au cours des dernières années des activités mathématiques mises en place par Jean-Marie De Koninck, afin de mieux faire apprécier du grand public ce domaine qu'il chérit tant. En particulier, le spectacle éducatif *Show Math*, lancé dans le cadre du projet « Sciences et mathématiques en action » (SMAC) de l'Université Laval, a permis à des milliers de jeunes des écoles secondaires de mieux voir et percevoir les mathématiques, en leur présentant celles-ci sous un jour à la fois sympathique, stimulant et inspirant.

Il y a tout lieu de se réjouir que par le truchement du présent ouvrage, certains éléments du *Show Math* deviennent maintenant accessibles à un public plus vaste. On peut espérer que, tant par sa concision et sa belle facture visuelle que par la pertinence de son contenu, le livre *En chair et en maths* saura favoriser, aussi bien chez les élèves et leurs parents qu'auprès de tous ceux qui s'intéressent à l'évolution des connaissances, une meilleure compréhension du monde fascinant des mathématiques, et du rôle fondamental que celles-ci jouent dans le développement du savoir humain.

Lorsque Jean-Marie De Koninck a été honoré en 2004 du prix Adrien-Pouliot de la Société mathématique du Canada, remis pour souligner des contributions importantes et soutenues à des activités mathématiques éducatives, il avait alors été présenté comme un « ambassadeur » de premier plan des mathématiques. Il demeure en effet tout à fait exceptionnel que Jean-Marie De Koninck ait réussi à conjuguer une brillante carrière de mathématicien chercheur et d'enseignant avec des actions de vulgarisation de grande envergure. De plus, il a souvent su mettre à profit, pour la promotion des mathématiques, la notoriété que lui confère son implication publique nettement hors du commun – je pense ici à son rôle d'analyste depuis plus de trente ans des compétitions de natation à la télévision de Radio-Canada, notamment lors des Jeux olympiques, ou encore à la célèbre « Opération Nez rouge » dont il a la paternité et qui a connu un impact social majeur.

J'émets le vœu que le présent ouvrage constituera un autre véhicule permettant à mon collègue et ami de rejoindre avec succès le grand public et de partager avec celui-ci son immense passion pour les mathématiques.

Bernard R. Hodgson

Professeur titulaire
Département de mathématiques et de statistique
Université Laval, Québec

Avant-propos

On entend parfois certains individus se vanter d'être « nuls en maths » ou alors mettre en doute leur utilité dans notre vie quotidienne. Pourtant, les mathématiques sont partout autour de nous et elles peuvent – contrairement à ce que plusieurs peuvent penser – être rendues compréhensibles pour tous les jeunes ainsi que pour le citoyen ordinaire. En effet, quand on les explore de près, les mathématiques ne cessent de nous étonner par leur beauté et de nous fasciner par leur omniprésence.

Par exemple, saviez-vous que le nombre 0 est considéré par plusieurs historiens comme une des plus grandes découvertes des mathématiques? Saviez-vous que la sécurité de vos transactions bancaires repose en grande partie sur les nombres premiers? Saviez-vous que dans une salle où il y a 23 personnes, il y a 1 chance sur 2 qu'au moins 2 d'entre elles aient la même date d'anniversaire? Voilà quelques-uns des sujets dont nous traitons dans ce petit volume. En fait, plusieurs parmi ceux-ci constituaient la trame de fond du spectacle *Show Math* que nous offrons dans les écoles secondaires du Québec depuis l'automne 2005.

C'est précisément le plaisir des mathématiques véhiculé par ce spectacle que nous voulons maintenant partager avec les lecteurs. Et en plus de montrer que les maths sont amusantes, importantes, voire indispensables, nous entendons montrer que les mathématiciens sont des personnages intéressants. En effet, malgré la croyance populaire, le mathématicien est loin d'être ce bonhomme austère, caché derrière ses lunettes et qui passe son temps à écrire des formules incompréhensibles pour le commun des mortels. Bien au contraire, les mathématiciens sont d'abord et avant tout des êtres passionnés, non seulement par les maths, mais aussi par d'autres activités de la vie, tels la musique ou le sport, ce qui les rend d'ailleurs encore plus sympathiques. C'est ainsi que Alan Turing, ce mathématicien anglais qui fut à l'origine de la création du premier ordinateur, était un excellent marathonien.

Cet ouvrage n'aurait jamais vu le jour n'eut été de l'enthousiasme de Jean-François Cliche, journaliste scientifique au quotidien *Le Soleil*, qui a accepté de participer à sa rédaction. Je suis également reconnaissant envers mes collègues Frédéric Gourdeau, Bernard R. Hodgson et André Deschênes qui ont si gentiment accepté de relire une version préliminaire du manuscrit.

En présentant cet ouvrage, je fais donc le pari que les mathématiques sont accessibles et qu'elles peuvent même nous procurer un immense plaisir. Croyez-moi, après avoir parcouru cet ouvrage, vous ne serez plus « nul en maths »!

Jean-Marie De Koninck

Professeur titulaire
Département de mathématiques et de statistique
Université Laval, Québec
jmdk@mat.ulaval.ca

Les maths apprennent à parler 1

Même si l'être humain possède un sens inné des nombres, les mathématiques sont venues au monde au terme d'un accouchement difficile. Les Anciens, qui furent les premiers à se frotter aux notions abstraites, mirent du temps à les apprivoiser.

Premiers balbutiements

Mettez-vous un instant dans les sandales d'un jeune berger vivant en Mésopotamie, quelque part dans ce qui est maintenant l'Irak, vers 5000 avant Jésus-Christ. Vous ne possédez rien d'autre que quelques maigres chèvres, votre bâton de marche et la peau de bête que vous avez sur le dos. Comme la plupart des gens, vous êtes parfaitement illettré et ne connaissez même pas votre âge.

Dans votre patelin, un éleveur prospère veut marier sa fille avec un jeunot du village voisin, auquel il entend offrir une dot de plusieurs chèvres. Ne pouvant lui-même se déplacer, il vous demande d'amener le troupeau au futur époux, en échange de quoi le bonhomme vous donnera un de ses animaux. Ça tombe bien, les temps sont durs. Vous acceptez volontiers.

Les roches ont joué un rôle insoupçonné dans la naissance des mathématiques. Que l'on songe simplement au fait que le mot *calcul* vient du latin *calculus* qui, des millénaires après notre berger, signifiait… cailloux!

Mais voilà, ce vieil enquiquineur ne vous fait pas du tout confiance; il sait que vous avez perdu la moitié de vos biquettes l'an dernier et vous soupçonne de vouloir profiter de votre contrat pour lui chaparder quelques têtes. Pour compliquer les choses, ni vous, ni lui ne savez compter. Il vous fait comprendre avec ses doigts qu'il entend donner 14 chèvres au nouveau couple, mais comment le destinataire, qui est aussi ignorant que vous deux, pourra-t-il vérifier qu'il reçoit le bon nombre d'animaux? Son beau-père ne peut l'inscrire nulle part, puisque l'écriture ne sera inventée que dans 1500 ans. Et de toute façon, dans votre dialecte comme dans bien d'autres de la même époque, les seuls mots qui permettent de dénombrer les choses sont «un», «deux» et… «beaucoup». Alors que faire?

Un, deux, plusieurs!

Le français a gardé des traces de ce passé où les nombres au-delà de 2 ou 3 n'avaient pas encore de nom. Ce n'est pas un hasard, en effet, si les adjectifs numéraux *premier* et *second* ne ressemblent pas à *un* et *deux*, contrairement à *troisième*, *quatrième* et les suivants, qui sont calqués sur *trois*, *quatre*, etc. (Le mot *deuxième* n'est apparu qu'au XIV^{e} siècle.) Les linguistes y voient un signe que nos lointains ancêtres comptaient eux aussi par « un », « deux » et « plusieurs ». La même chose s'observe dans beaucoup d'autres langues, d'ailleurs, comme l'anglais, où *one* et *two* deviennent bizarrement *first* et *second*, et le russe, où *odin* (1) et *dva* (2) n'ont rien à voir avec *piervyi* (1er) et *vtoroï* (2^{e}).

La solution, heureusement, existait déjà. Elle consistait à faire sortir les chèvres de l'enclos une par une et à déposer un caillou dans une bulle d'argile pour chaque animal qui passait. On refermait ensuite le contenant et le propriétaire y apposait son sceau, pour prévenir la fraude. C'est ainsi, ou encore en pratiquant des entailles sur des os, que l'on pouvait «compter» sans connaître les nombres supérieurs à **2** ou **3**.

1, 2 et 3 mènent à a, b et c…

Avec le temps, afin d'éviter de briser les bulles d'argile à chaque recomptage, des marchands se mirent à y graver des signes correspondant au nombre de pierres qu'elles contenaient. Ils abandonnèrent ensuite carrément les cailloux pour se contenter d'inscriptions sur des plaquettes d'argile. Contrairement à ce qu'on croit souvent, ce sont ces symboles comptables qui ont mené à l'invention de l'écriture, et non l'inverse.

Au début, plusieurs systèmes différents étaient utilisés, mais les scribes des empires naissants – autour de Sumer, puis de Babylone – sentirent vite le besoin de standardiser tout cela. Ils accouchèrent d'une numération qui peut nous sembler très étrange aujourd'hui, car elle était écrite en cunéiforme et fonctionnait en base **60** {voir l'encadré ci-dessous}, mais qui convenait aux problèmes de leur vie quotidienne : de combien de fermiers et de soldats disposons-nous? Quel volume de terre devrons-nous pelleter pour irriguer les champs autour de la ville? De combien de travailleurs aurons-nous besoin pour le faire? Et ainsi de suite.

{

Nous utilisons aujourd'hui les puissances de **10** (1, 10, 100, 1 000, etc.) pour compter. Mais les Mésopotamiens, eux, avaient plutôt choisi les puissances de **60** (1, 60, 3 600, 216 000, etc.) comme base de calcul, pour des raisons que nous ignorons. Il est possible qu'en observant les cieux, ils se soient aperçus qu'une année équivalait à environ **6** mois de **60** jours, mais ce n'est qu'une hypothèse.

Toujours est-il que leur système utilisait, essentiellement, deux symboles :
- « 𒁹 », qui pouvait valoir 1 ou les différentes puissances de **60** (60^0, 60^1, 60^2, 60^3, etc.);
- « 𒌋 », qui valait **10**;
- et, selon certains auteurs, la combinaison des 2, « 𒁹𒌋 », qui donnait **600**.

C'était une notation dite « positionnelle » : les symboles changeaient de valeur selon la position qu'ils occupaient dans le nombre, un peu comme dans notre système, où le chiffre le plus à droite est l'unité, celui à sa gauche est la dizaine, etc. Dans le système en base **60**, cette notation positionnelle convenait très bien pour exprimer de petits nombres, par exemple **37** :

puissance 0 : (10+10+10+1+1+1+1+1+1+1) x 60^0 = 37 x 1 = **37**
(Tout nombre à la puissance 0 donne 1)

Toutefois, elle pouvait rapidement devenir confondante, comme on s'en doute :

puissance 0 : (10+10+10+10+10+1+1) x 60^0 = 52 x 1 = **52**

puissance 1 : (10+10+10+1+1+1+1+1+1) x 60^1 = 36 x 60 = **2 160**

puissance 2 : (10+10+1+1+1+1) x 60^2 = 24 x 3 600 = **86 400**

puissance 3 : 60^3 = 60 x 60 x 60 = **216 000**

216 000 + 86 400 + 2 160 + 52 = 304 612

Il fallait, comme on le voit, une certaine pratique pour s'y retrouver.

En outre, les fractions étaient exprimées en **60e**, comme **12/60** ou **30/60**, mais les scribes n'écrivaient jamais le diviseur (le nombre au bas de la fraction). Il fallait donc se fier au contexte pour savoir si  valait **15** ou **15/60 (1/4)** ou même **15/60^2**!

Cela peut paraître simple, mais comme vous avez pu le constater lorsque vous étiez dans les sandales d'un berger de cette époque, on partait de loin. En fait, les mathématiques d'alors étaient tellement concrètes, tellement pratico-pratiques, qu'il nous fallut plusieurs siècles pour réaliser qu'un même nombre pouvait s'appliquer à n'importe quoi – **3** vaches, **3** paysans, **3** maisons, **3** unités de longueur , etc. À Sumer, les scribes utilisaient deux systèmes de numération en parallèle : un pour les choses qui se dénombrent une par une, comme les chèvres, et un autre pour les surfaces et les volumes. Ce n'est qu'entre -2500 et -2000 que l'on comprit que les nombres étaient des abstractions pures et qu'un système unique suffisait pour tout compter.

Mine de rien, l'humanité venait de faire un *très* grand pas…

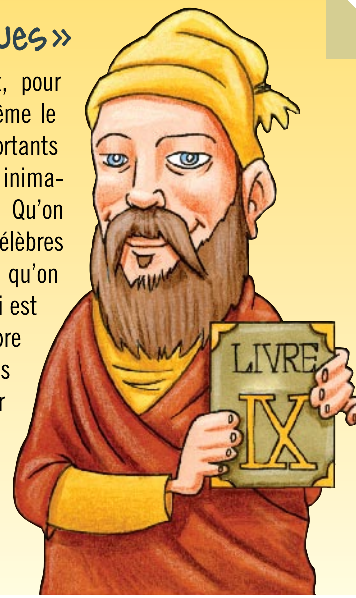
Nous avons hérité du système des Mésopotamiens pour mesurer le temps (60 secondes dans 1 minute, 60 minutes dans 1 heure) et les angles (360° = 6 x 60°). Il est tout de même remarquable qu'un si vieil usage fasse encore partie de notre quotidien.

La langue des triangles

Après avoir appris leur «b.a.-ba» en Mésopotamie, les mathématiques apprirent à dessiner dans la Grèce antique. Évidemment, les Grecs continuaient à compter le bétail, à calculer des superficies et des volumes, etc. Mais ils furent aussi des géomètres exceptionnels qui trouvèrent dans les triangles, les cercles, les carrés et les rectangles des supports concrets pour les concepts mathématiques. Cette maîtrise nouvelle des notions abstraites leur permit de faire de formidables avancées.

Dur, dur, de parler «mathématiques»

Encore toutes jeunes, les mathématiques avaient, pour ainsi dire, le vocabulaire d'un enfant de quatre ans. Même le vénérable Euclide (vers -330 à -275), l'un des plus importants mathématiciens de l'histoire, devait faire des détours inimaginables pour s'expliquer, faute d'avoir les bons mots. Qu'on en juge par cette phrase, tirée du « Livre IX » de ses célèbres *Éléments*: « Si, à partir de l'unité, tant de nombres qu'on voudra sont successivement proportionnels, et si celui qui est après l'unité est un nombre premier, aucun autre nombre ne mesurera le plus grand, excepté ceux qui sont dans les nombres proportionnels. » Ce qu'il voulait dire par là, c'était simplement qu'une puissance d'un nombre premier ne peut être divisée que par ce nombre premier et ses puissances inférieures. Par exemple, 13^4 (qui donne 28 561) n'est divisible que par 13, 13^2, 13^3 et 13^4.

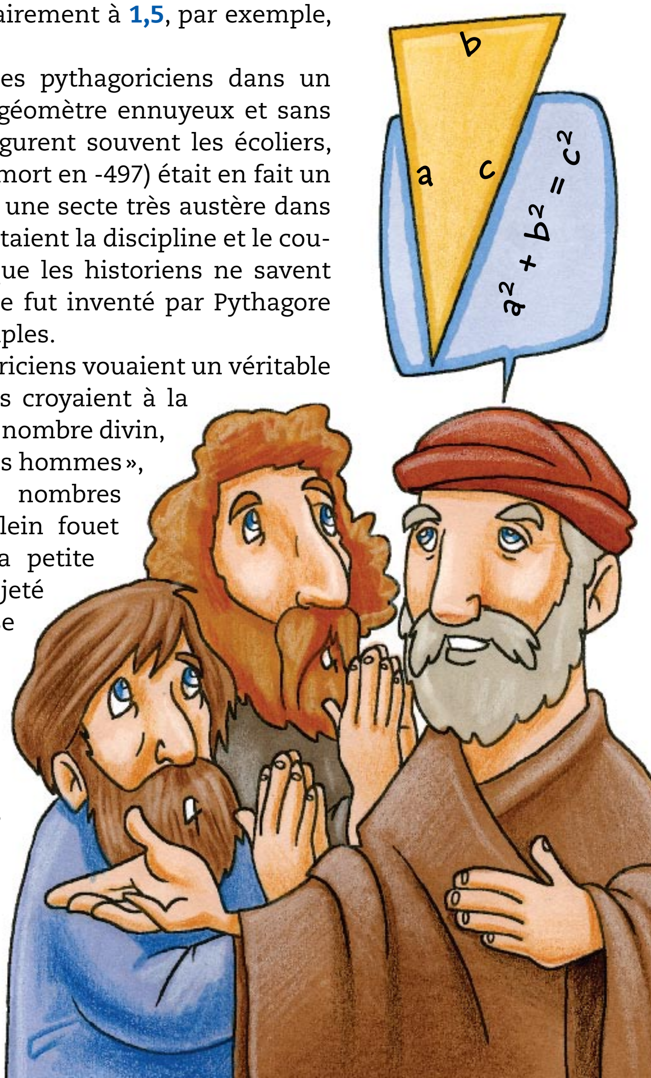


Chacun se souvient ainsi du fameux théorème de Pythagore, que tous les enfants apprennent encore aujourd'hui: dans un triangle rectangle, le carré de la diagonale est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Ce théorème, qui se traduit par l'équation mathématique $a^2 + b^2 = c^2$ est illustré à la page suivante.

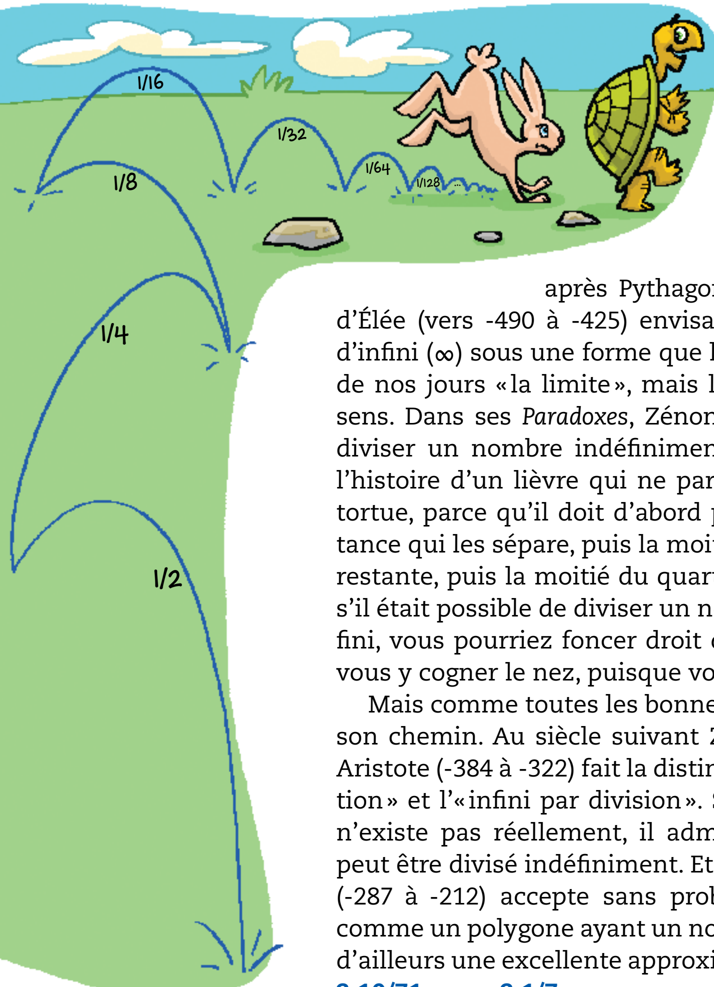
Ce qui est moins connu cependant, c'est que cette trouvaille mena rapidement à une autre découverte fondamentale : les nombres irrationnels. Que se passe-t-il, en effet, lorsque les côtés **a** et **b** du triangle ont une longueur de **1** ? On remplace **a** et **b** par **1** dans l'équation, ce qui donne $1^2 + 1^2 = c^2$, donc $1 + 1 = c^2$, et on obtient $c^2 = 2$. Par conséquent, pour trouver la longueur de la diagonale **c**, il faut extraire la racine carrée de **2**. Or, $\sqrt{2}$ (soit **1,4142135624…**) est un nombre dit « irrationnel », c'est-à-dire qu'il ne peut pas s'écrire comme le quotient de deux entiers – contrairement à **1,5**, par exemple, qui peut s'écrire comme **3/2**.

Ce développement plongea les pythagoriciens dans un profond désarroi. Loin d'être le géomètre ennuyeux et sans doute un brin sadique que se figurent souvent les écoliers, Pythagore (né entre -550 et -600, mort en -497) était en fait un assez drôle de moineau. Il fonda une secte très austère dans le sud de l'Italie dont les idéaux étaient la discipline et le courage. Ce groupe était si secret que les historiens ne savent même pas si le célèbre théorème fut inventé par Pythagore lui-même ou par l'un de ses disciples.

Et par-dessus tout, les pythagoriciens vouaient un véritable culte aux nombres entiers, qu'ils croyaient à la source de l'Univers. « Bénis-nous, nombre divin, toi qui as engendré les dieux et les hommes », priaient-ils ! La découverte des nombres irrationnels heurtait donc de plein fouet leurs convictions religieuses. La petite histoire veut même qu'ils aient jeté l'un des leurs au bas d'une falaise parce qu'il insistait un peu trop à leur goût sur cette difficulté…



Fort heureusement, l'histoire des mathématiques grecques ne fut pas toujours aussi dramatique, et les nombres irrationnels finirent par être acceptés « sereinement » par les savants grecs. Mais cet épisode illustre à quel



point certaines idées que l'on considère aujourd'hui comme allant de soi pouvaient déranger.

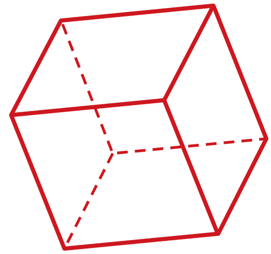
Ainsi, une centaine d'années après Pythagore, le philosophe grec Zénon d'Élée (vers -490 à -425) envisagea la notion mathématique d'infini (∞) sous une forme que les mathématiciens appellent de nos jours « la limite », mais la considéra comme un non-sens. Dans ses *Paradoxes*, Zénon soutient qu'on ne peut pas diviser un nombre indéfiniment. Il en veut pour « preuve » l'histoire d'un lièvre qui ne parvient jamais à rattraper une tortue, parce qu'il doit d'abord parcourir la moitié de la distance qui les sépare, puis la moitié de la moitié de la distance restante, puis la moitié du quart, etc. Bref, prétendait Zénon, s'il était possible de diviser un nombre ou une distance à l'infini, vous pourriez foncer droit dans un mur sans crainte de vous y cogner le nez, puisque vous ne l'atteindriez jamais...

Mais comme toutes les bonnes idées, celle-là finit par faire son chemin. Au siècle suivant Zénon, le célèbre philosophe Aristote (-384 à -322) fait la distinction entre l'« infini par addition » et l'« infini par division ». S'il considère que le premier n'existe pas réellement, il admet volontiers qu'un nombre peut être divisé indéfiniment. Et au siècle suivant, Archimède (-287 à -212) accepte sans problème d'envisager un cercle comme un polygone ayant un nombre infini de côtés. Il en tira d'ailleurs une excellente approximation du nombre Pi (π), soit **3 10/71 < π < 3 1/7**.

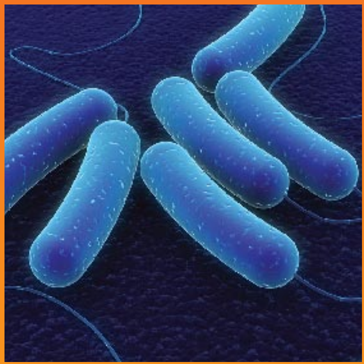
Prison carrée

Grâce aux Grecs, la géométrie joua donc un rôle essentiel dans l'avancement des mathématiques. Encore aujourd'hui, incidemment, nous parlons sans trop nous en rendre compte du « carré » et du « cube » d'un nombre, au lieu de dire « puissance 2 » et « puissance 3 ».

Mais en prenant trop de place, la science des formes finit par se changer en une véritable prison dont les maths mirent des siècles à sortir. Pendant longtemps, en effet, les exposants supérieurs à 3 furent considérés « contre nature », sous prétexte que nous vivions dans un univers tridimensionnel et que le cube était la plus grande dimension possible en géométrie. Même les rudiments d'algèbre de l'époque étaient vus comme un outil au service de la géométrie, guère plus. Et de toute façon, une règle d'« homogénéité des dimensions » interdisait d'écrire deux exposants différents dans la même formule, car on jugeait qu'additionner un carré et un cube, par exemple, n'avait aucun sens.



La « puissance » de la fonction exponentielle



Nous avons beau vivre dans un monde à trois dimensions, les exposants supérieurs à 3 n'en sont pas moins présents dans la nature. Par exemple, la fonction exponentielle 2^n permet de comprendre le foisonnement bactérien. Dans le cas de bactéries très prolifiques, comme *E. coli* (la fameuse « maladie du hamburger »), qui se sépare en 2 à toutes les 20 minutes *dans des conditions idéales*, 2^n signifie qu'après une heure (3 fois 20 minutes), un seul individu donne 8 bactéries – soit 2^3, ou 2 x 2 x 2. Théoriquement, après 24 heures, on obtiendrait une population de $2^{3x24} = 2^{72} = 4\,700$ milliards de milliards de bactéries. Puisque chaque *E. coli* pèse 10^{-12} gramme (ou un millionième de millionième de gramme), la colonie pèserait alors… 4 700 tonnes! En pratique, cependant, il est impossible que toutes les descendantes de la première bactérie jouissent de conditions optimales, puisque la nourriture viendrait assurément à leur manquer. C'est d'ailleurs une sacrée bonne nouvelle, car après 48 heures de prolifération effrénée, notre tas d'*E. coli* aurait une masse équivalente à 3 700 fois celle de la Terre!

Même si les maths avaient appris à parler, elles eurent un rectangle dans la gorge pendant des siècles, surtout en Europe.

Les maths se mettent à l'arabe

Après le déclin de la Grèce, tout le monde sembla se contenter des mathématiques existantes. Les Romains, grands admirateurs de la culture grecque, en reprirent de grands bouts, mais ne firent pratiquement aucune nouvelle découverte. Et après la chute de Rome, en 476, l'Europe médiévale oublia presque tout.

Il fallut attendre la naissance de l'Islam, au VII^e^ siècle de notre ère, pour que les mathématiques s'éveillent à nouveau. Peu après la mort du prophète Mahomet, en 632, les Arabes se sont mis à traduire les principaux ouvrages grecs et tentèrent de pousser les sciences un peu plus loin. Les plus grands esprits mathématiques du Moyen Âge habitaient des villes comme Bagdad, Damas et Le Caire, et portaient des noms comme Al-Khwarizmi, Abu-Kamil et Al-Kashi. Ce sont eux qui, les premiers, comprirent que l'algèbre pouvait servir à bien d'autres choses que la géométrie. Le mot lui-même vient d'ailleurs de l'arabe *al-jabr*, qui signifiait « restitution », « réduction d'une fracture ».

Signe, justement, que le calcul sortait petit à petit de sa prison géométrique, les Arabes se mettront à utiliser le mot « racine » pour désigner ce que les Européens appelaient encore le « côté ». En français, *racine* vient du latin *radix*, mais le sens arithmétique du mot (racine carrée, racine cubique, etc.) nous vient du monde islamique.

√racine ca√√ée

En 1525, l'Allemand Christoph Rudolff (1499-1545) introduit le symbole √ pour désigner une racine carrée. On croit qu'il a choisi ce signe en raison de sa ressemblance avec un r minuscule, puisque avant lui les mathématiciens notaient la racine carrée par la lettre R, mais les historiens n'en ont pas la preuve.

En chair et en MATHS

RENCONTRE AVEC LES MATHÉMATIQUES QUI FAÇONNENT NOTRE QUOTIDIEN

Les mathématiques sont partout autour de nous et pourtant, pour plusieurs, elles peuvent sembler compliquées, voire inaccessibles… C'est pourquoi le mathématicien Jean-Marie De Koninck et le journaliste Jean-François Cliche nous présentent ce bel ouvrage de vulgarisation dans lequel l'histoire des mathématiques, la cryptographie et les probabilités sont expliquées de façon simple, concrète et humoristique.

Pourquoi nous sommes-nous mis à compter, il y a des milliers d'années? Quel procédé nous permet de faire des opérations bancaires par Internet de façon sécuritaire? Pourquoi dans un groupe de 23 personnes, il y a 50 % de chances que 2 d'entre elles aient la même date d'anniversaire? Les réponses à ces questions – et à bien d'autres d'ailleurs! – se trouvent dans ce livre tout en chair et en maths qui vous invite à apprivoiser les mathématiques en les découvrant sous leur jour le plus sympathique!

Docteur en mathématiques, professeur à l'Université Laval (et président fondateur d'Opération Nez rouge), **Jean-Marie De Koninck** est un passionné des maths qui a fait de la vulgarisation son cheval de bataille. À la tête du programme Sciences et mathématiques en action (SMAC) de l'Université Laval, il sillonne depuis 2005 les écoles secondaires du Québec, de l'Ontario et du Nouveau-Brunswick avec *Show Math*, une conférence-spectacle multimédia et humoristique qui a inspiré ce livre. Il a d'ailleurs choisi de verser ses droits d'auteur au programme SMAC.

Jean-François Cliche est journaliste au quotidien *Le Soleil*. Il y signe notamment la chronique *Science au quotidien* dans laquelle il répond aux questions des lecteurs au sujet de phénomènes scientifiques rencontrés dans la vie de tous les jours.

9 782894 712658

UNIVERSITÉ LAVAL

Septembre éditeur