ESTIMASI MODEL LINIER TERGENERALISASI GAUSSIAN BERDASARKAN *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATOR* DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA *FISHER-SCORING*

SKRIPSI

ZAHROTUL UMMAH

PROGRAM STUDI S-1 MATEMARIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKONOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
2012

ESTIMASI MODEL LINIER TERGENERALISASI GAUSSIAN BERDASARKAN *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATOR* DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA *FISHER-SCORING*

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Disetujui oleh :

Pembimbing I,

Drs. Suliyanto, M.Si
NIP. 19650907 199102 1 001

Pembimbing II,

Drs. H. Sediono, M.Si
NIP. 19610712 198701 1 001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Estimasi Model Linier Tergeneralisasi Gaussian Berdasarkan *Maximum Likelihood Estimator* dengan Menggunakan Algoritma *Fisher-Scoring*
Penyusun : Zahrotul Ummah
Nomor Induk : 080710345
Tanggal Ujian :

Disetujui oleh :

Pembimbing I	Pembimbing II
Drs. Suliyanto, M.Si	**Drs. H. Sediono, M.Si**
NIP. 19650907 199102 1 001	**NIP. 19610712 198701 1 001**

Mengetahui :

Ketua Program Studi S-1 Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Dr. Miswanto, M.Si
NIP. 19680204 199303 1 002

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas airlangga.

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Puji syukur kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Estimasi Model Linier Tergeneralisasi Gaussian Berdasarkan *Maximum Likelihood* Dengan Menggunakan Algoritma *Fisher-Scoring*".

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis mengucapkan banyak terima kasih atas segala bimbingan, bantuan serta dorongan yang telah diberikan oleh :

1. ALLAH SWT
2. Nabi MUHAMMAD SAW
3. Kedua orang tua dan kedua adikku
4. Seluruh Keluarga Gresik, Surabaya dan Benjeng
5. Bapak Drs. Suliyanto, M.Si selaku dosen pembimbing I.
6. Bapak Drs. H. Sediono, M.Si selaku dosen pembimbing II.
7. Ibu Ir. Elly Ana, M.Si selaku dosen penguji I.
8. Bapak Herry Suprajitno, S.Si., M.Si selaku dosen penguji II.
9. Almarhum Bapak Dr Suwadi selaku guru matematika SMPN 33, Ibu Debora Ibrahim B.A selaku guru matematika SMAN 7 serta guru-guru SMPN 33 dan SMAN 7 yang tidak bisa saya sebutkan satu-satu.
10. Segenap dosen serta pegawai Departemen Matematika yang senantiasa membimbing dan membantu penulis selama kuliah di FST.
11. Arista A S, Trisfiyanti C, Ramadhani Tia, Herlina M, Sofia D, Dewi T U, Dini R dan teman-teman Matematika 2007.

12. Serta rekan – rekan lain yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih atas segala bantuannya dalam penyelesaian skripsi ini.

Skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Hal tersebut disebabkan keterbatasan penulis selaku manusia yang penuh dengan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan bimbingan, kritik dan saran sehingga dapat lebih baik dalam menyelesaikan skripsi selanjutnya.

Akhirnya penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan semua pihak yang berkepentingan terhadap skripsi ini.

Surabaya, Agustus 2012

Penyusun
Zahrotul Ummah

Zahrotul Ummah, 2012. **Estimasi Model Linier Tergeneralisasi *Gaussian* Berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation*.** Skripsi ini dibawah bimbingan Drs. Suliyanto, M.Si dan Drs. H. Sediono, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Model linier klasik merupakan model linier yang variable responnya berdistribusi normal. Ketika distribusi variabel responnya merupakan anggota keluarga eksponensial maka disebut model linier tergeneralisasi. Dalam skripsi ini digunakan distribusi gaussian .

Tujuan skripsi ini adalah unuk memperoleh estimator parameter model linier tergeneralisasi gaussian berdasarkan estimasi maksimum *likelihood* dan melakukan uji kecocokan model dengan uji *Residual Deviance* dengan menggunakan algoritma *Fisher Scoring*.

Metode maximum likelihood adalah sebuah metode yang tujuannya mencari estimator parameter dengan cara memaksimumkan parameter tersebut. Sedangkan uji *residual deviance* digunakan untuk mengukur seberapa besar variabel respon. Karena hasil estimasi yang didapat berbentuk implisit maka dalam skripsi ini digunakan algoritma *Fisher Scoring*. Algoritma *Fisher Scoring* adalah salah satu bentuk pengembangan dari metode *Newton-Rhapson* dimana mengganti matriks hessian menjadi matriks informasi *fisher*.

Dimana algoritma tersebut diterapkan pada *Software* S-Plus 2000 dengan mengambil Data Pertumbuhan Ekonomi Jawa Timur periode januari 2007 hingga desember 2010. Variabel respon yang digunakan adalah pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur dengan periode bulan januari 2007 hingga desember 2010, variabel prediktor yang digunakan adalah nilai ekspor, hasil pertanian dan nilai impor. Berdasarkan perhitungan didapat nilai dugaan untuk nilai ekspor adalah -3e-005, nilai dugaan untuk hasil pertanian adalah 0.02418 dan nilai dugaan untuk nilai impor adalah 0.0202. Dari hasil uji *Residual Deviance* dapat disimpulkan bahwa nilai ekspor, hasil pertanian dan nilai impor berpengaruh terhadap pertumbuhan ekonomi jawa timur sebesar 61%. Dalam uji kesesuaian model diperoleh model dugaan sesuai.

Kata Kunci : Model Linier Tergeneralisasi, Distribusi Gaussian, Maksimum *Likelihood*, Uji *Residual Deviance*.

Zahrotul Ummah, 2012. **Estimation of Generalized Linier Model-Gaussian Based on *Maximum Likelihood Estimation*.** This final report in guided by Drs. Suliyanto, M.Si dan Drs. H. Sediono, M.Si. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Airlangga University.

ABSTRACT

Linier classic model is linier model which is the response variable has normally distribution. When the distribution of the response variable is the exponential family then the distribution is called generalized linier model. In this final report used the gaussian distribution.

The aims of this final report are to obtain parameters estimators of generalized linier model- gaussian based on maximum likelihood estimation with *residual deviance* test.

Maximum *likelihood* method used to find parameter estimator with maximize the parameter , while residual deviance test is used to measure how big a group of predictor variable to response variable. Since the result implicit estimate, *Fisher Scoring* Algorithm used in this final report. The *Fisher Scoring* Algorithm is *Newton Raphson* development which replaces the hessian matrix by its expectation.

The final of applying generalized linier model-gaussian through *S-Pluss* 2000 *Software* on economic growth of east java on January 2007 until December 2010. Response variable used in this final report is economic growth of East Java on January 2007 until December 2010 and predictor variables are income from export, agriculture and import. Based on the data analysis we get the estimate of income export is -3e-005, income agriculture is 0.02418 and income agriculture is 0.0202. Based on the *residual deviance* test, it means that economic growth of east java will progressively 61% with increasing income from export, agriculture and import. In the suitability test the prediction is fairly well.

Keywords : *Generalized linear model, Gaussian Distribution, Maximum likelihood, Residual Deviance Test*

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

No.	Judul Lampiran
1.	Data Pertumbuhan Ekonomi Jawa Timur Periode 2007 hingga 2010 (Dalam Satuan Juta Rupiah)
2.	Program
3.	Output program

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model linier merupakan model statistika yang memegang peranan penting dalam suatu percobaan untuk melakukan analisis hubungan antar beberapa variabel. Model linier yang paling sederhana adalah model regresi sederhana yang hanya melibatkan satu variabel respon dan satu variabel prediktor. Model linier sederhana ini dikembangkan menjadi model linier klasik (*Classical Linear Model*). Menurut **Tirta (2008)** model linier klasik adalah model yang galatnya berdistribusi multivariat normal (MVN).

Seiring dengan perkembangan pengetahuan, **Nelder dan McCullagh (1983)** telah mengembangkan model linier yang dikenal dengan nama model linier tergeneralisasi. Model ini menggunakan asumsi bahwa respon memiliki distribusi keluarga eksponensial. Distribusi keluarga eksponensial adalah distribusi yang mempunyai sifat-sifat karakteristik tertentu antara lain untuk menentukan estimasi menurut kecukupan statistik. Beberapa distribusi yang termasuk keluarga eksponensial yaitu distribusi gaussian, invers-gaussian, gamma, poisson, binomial, binomial negatif dan bernoulli.

Pada dasarnya, distribusi berperan penting untuk menentukan model penyebaran dalam suatu data statistika. Dalam skripsi ini akan dibahas secara spesifik mengenai distribusi gaussian dalam kaitannya dengan model linier tergeneralisasi. Distribusi gaussian adalah distribusi yang memiliki kelebihan selain dapat dinyatakan sebagai distribusi keluarga eksponensial dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari lebih luas, distribusi gaussian juga bisa untuk menghitung beberapa distribusi hampiran. Beberapa contoh penerapan model linier tergeneralisasi gaussian adalah DCT- Daerah Cap Air pada Foto **(Hernandez dan Perez, 2000)**.

Estimasi parameter populasi merupakan salah satu hal penting didalam inferensi statistika. Terdapat beberapa metode untuk mengestimasi parameter model linier tergeneralisasi, diantaranya adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang menggunakan pendekatan distribusi dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* dan *least square method* (metode kuadrat terkecil) yang menggunakan pendekatan geometris dengan meminimumkan galatnya. Pada umumnya maksimum suatu fungsi tidak bisa diselesaikan secara analitik karena jika diperoleh bentuk implisit dan nonlinier maka tidak dapat diselesaikan sehingga dapat menggunakan Algoritma *Fisher-Scoring* **Tirta (2008).**

Menurut **Thomas, dkk (2001)** algoritma adalah prosedur komputasi dimana mengambil sebuah nilai atau menentukan nilai sebagai *input* dan menghasilkan beberapa nilai sebagai *output.* Sebuah algoritma adalah sebuah urutan langkah-langkah komputasi yang dapat merubah sebuah input menjadi output. Algoritma *Fisher-Scoring* Menurut **Smyth (2002)** adalah salah satu bentuk pengembangan dari metode *Newton-Raphson* dengan mengganti matriks hessian dengan $I(\beta)$. Adapun topik yang dibahas dalam skripsi ini adalah estimasi model linier tergeneralisasi gaussian berdasarkan MLE dengan menggunakan algoritma *Fisher-Scoring*. Alasan penulis memilih algoritma *Fisher-Scoring* karena hasilnya lebih akurat dan merupakan penyelesaian MLE ketika diperoleh hasil estimasi yang berbentuk implisit. Setelah diperoleh nilai estimator parameter, selanjutnya dilakukan uji kesesuaian model dengan menggunakan uji *Residual Deviance*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang , maka dapat disusun rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana mengestimasi model linier tergeneralisasi gaussian berdasarkan *Maximum Likelihood Estimator* ?
2. Bagaimana menguji kesesuaian model linier tergeneralisasi gaussian dengan menggunakan statistik uji *Residual Deviance* ?
3. Bagaimana model linier tergeneralisasi gaussian pada data pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur pada periode Januari 2007 – Desember 2010?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Mengestimasi model linier tergeneralisasi gaussian berdasarkan *Maximum Likelihood Estimator*.
2. Menguji kesesuaian model linier tergeneralisasi gaussian dengan menggunakan statistik uji *Residual Deviance*.

3. Mendapatkan model linier tergeneralisasi gaussian pada data pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur pada periode Januari 2007 – Desember 2010.

1.4 Manfaat

Berdasarkan tujuan, maka manfaat penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Menerapkan ilmu yang diperoleh diperkuliahan dalam menyelesaikan permasalahan di dunia nyata.
2. Memberikan informasi mengenai cara mengestimasi model linier tergeneralisasi gaussian berdasarkan *Maximum Likelihood Estimation*.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Metode yang digunakan dalam proses estimasi yaitu metode *maximum likelihood estimator*.
2. Data yang digunakan adalah data yang sesuai dengan model linear tergeneralisasi Gaussian.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Keluarga Eksponensial

Menurut **Hardle, dkk (2004)** Suatu variabel acak y dengan *probability density function* f dan parameter θ dikatakan menjadi anggota keluarga eksponensial, jika f dapat dinyatakan sebagai :

$$f(y_i;\theta_i,\psi) = \exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a(\psi)} + c\,(y_i,\psi)\right\} \tag{2.1}$$

dengan $a(.)$, $b(.)$ dan $c(.)$ masing-masing adalah fungsi khusus yang diketahui, θ adalah parameter kanonik (parameter lokasi) dan ψ adalah parameter dispersi (parameter skala).

Salah satu distribusi yang termasuk keluarga eksponensial adalah distribusi gaussian. Menurut **Czado (2004)** variabel acak kontinu y dikatakan berdistribusi gaussian dengan parameter μ_i dan σ^2 jika mempunyai *probability density function* (PDF) yang berbentuk

$$f(y_i;\ \mu_i,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}\ (y_i-\mu_i)^2\right\} \tag{2.2}$$

dengan $-\infty < y_i < \infty$; $-\infty < \mu_i < \infty$ dan $\sigma^2 > 0$ dan dinotasikan sebagai $y_i \sim Gaussian\ (\mu_i,\sigma^2)$.

Teorema 2.1

Menurut **Hardle, dkk (2004)** jika variabel acak y berdistribusi keluarga eksponensial dengan pdf pada persamaan (2.2), maka $E\left\{\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} log f(y,\theta,\psi)\right\} = -E\left\{\frac{\partial}{\partial\theta} log f(y,\theta,\psi)\right\}^2$.

Lemma 1.

Menurut **Ferguson (1996) j**ika $\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\ g(x,\theta)$ ada dan kontinu pada θ untuk setiap x dan θ setiap berada pada interval terbuka S. Jika $\left|\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\right)\ g(x,\theta)\right| \leq K(x)$ pada S dengan $\int K(x)\ dv(x) < \infty$, dan jika $\int g(x,\theta)\ dv(x)$ ada di dalam S,

maka

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\int g(x,\theta)\ dv(x) = \int \frac{\partial}{\partial\theta} g(x,\theta)\ dv(x)$$

Teorema 2.2

Menurut **Hardle, dkk (2004) j**ika variabel acak y berdistribusi keluarga eksponensial dengan pdf pada persamaan (2.2), maka mean dan varians dari Y adalah $E(y) = b'(\theta)$ dan $Var\ (y) = V(\mu)\ a(\psi) = b''(\theta)\alpha(\psi)$.

2.2 Model Linier Tergeneralisasi

Menurut **Hardle, dkk (2004)** model linier tergeneralisasi adalah model linier yang melibatkan lebih dari satu variabel prediktor dengan variabel respon diasumsikan berdistribusi keluarga eksponensial. Bentuk umum model linier tergeneralisasi adalah :

$$E(y_i|\boldsymbol{x}_i) = G(\boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}), \qquad i = 1,2,3,\dots\ ,n \qquad j = 1,2,3,\dots,p \qquad (2.3)$$

dengan y_i adalah variabel respon ke- i , $\boldsymbol{x}_i$ adalah variabel prediktor ke- i pada variabel prediktor ke- j, $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter yang diestimasi, dan G adalah fungsi link. Dalam model linier tergeneralisasi ada tiga komponen penting, yaitu :

1. komponen distribusi, yaitu y_i yang berdistribusi keluarga eksponensial
2. komponen prediktor linier, yaitu $\eta_i = \boldsymbol{x}_i^T\boldsymbol{\beta}$
3. fungsi link adalah fungsi monoton dan diferensiabel sedemikian sehingga $G(\eta_i) = \mu_i$.

2.3 *Maximum Likelihood Estimator*

Menurut **Hogg dan Craig (1995)** misalkan $y_1, y_2, \ldots, y_n$ merupakan variabel acak independen dari suatu distribusi dengan pdf $f(y_i, \boldsymbol{\beta})$, untuk $\boldsymbol{\beta} \in \Omega$ dengan Ω ruang parameter, maka pdf bersama antara $y_1, y_2, \ldots, y_n$ adalah $f(y_1, \boldsymbol{\beta}). f(y_2, \boldsymbol{\beta}) \ldots . . f(y_n, \boldsymbol{\beta})$. Jika pdf bersama tersebut dinyatakan sebagai fungsi terhadap $\boldsymbol{\beta}$ maka dinamakan fungsi *likelihood* yang dinotasikan L dan ditulis :

$$L(\boldsymbol{\beta}; y_1, y_2, \ldots, y_n) = f(y_1, \boldsymbol{\beta}). f(y_2, \boldsymbol{\beta}) \ldots . . f(y_n, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i, \boldsymbol{\beta}) \qquad (2.4)$$

Jika statistik $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = t(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ memaksimumkan $L(\boldsymbol{\beta}; y_1, y_2, \ldots, y_n)$ maka statistik $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = t(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ adalah *Maximum Likelihood Estimator* dari $\boldsymbol{\beta}$.

2.4 Algoritma *Fisher-Scoring*

Menurut **Thomas, dkk (2001)** algoritma adalah prosedur komputasi dimana mengambil sebuah nilai atau menentukan nilai sebagai *input* dan menghasilkan beberapa nilai sebagai *output*. Sebuah algoritma adalah sebuah urutan langkah-langkah komputasi yang dapat merubah sebuah input menjadi output. Menurut **Lawless (2003)** misalkan terdapat fungsi-fungsi $\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_j} = 0$ dengan $j = 1,2,\dots,p$, maka nilai-nilai β_j yang memenuhi fungsi implisit tersebut dapat diperoleh melalui iterasi N*ewton-Raphson* sebagai berikut :

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)} - H\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right)^{-1} D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right), \qquad r = 0,1,2,\dots \tag{2.5}$$

dengan

$\boldsymbol{\beta} = \left(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p\right)^T$, $D(\boldsymbol{\beta}) = \left(\frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j}, \dots, \frac{\partial l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j}\right)^T$, $H(\boldsymbol{\beta}) = \left[\frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_j \partial \beta_k}\right]$, dan j,k=0,1,2,..., p.

Adapun langkah-langkah dalam algoritma *Newton-Raphson* adalah sebagai berikut :

1. Menentukan nilai awal $\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{0}}$,
2. Menentukan $D(\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{0}})$ dan $H(\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{0}})$,
3. Menghitung estimator parameter untuk r=0,1,2,… dengan menggunakan persamaan (2.5),
4. Mengulangi iterasi sampai diperoleh nilai yang konvergen, yaitu max $\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right| \leq \varepsilon$ dengan ε adalah konstanta positif yang ditentukan.

Algoritma *Fisher-Scoring* Menurut **Smyth (2002)** adalah **s**alah satu bentuk pengembangan dari metode *Newton-Raphson* dengan mengganti $H(\boldsymbol{\beta})$ dengan $I(\boldsymbol{\beta})$. Bentuk persamaan iterasi *Fisher-Scoring* adalah sebagai berikut :

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r}+\mathbf{1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})} + I\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right)^{-\mathbf{1}} D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right)$$

dengan $I(\boldsymbol{\beta}) = -E[H(\boldsymbol{\beta})]$, dan $I(\boldsymbol{\beta})$ adalah matriks informasi *fisher* berukuran (p+1) x(p+1).

2.5 *Pearson's Generalized* χ^2

Menurut **Halekoh dan Hojsgaard (2004)** statistik *Pearson's Generalized* χ^2dengan derajat bebas $n-p$ didefinisikan sebagai :

$$\chi_p{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \widehat{\mu_i})^2}{V(\widehat{\mu_i})/w_i}$$

$$\hat{\psi} = \chi_p{}^2/(n-p)$$

dengan p adalah banyaknya parameter dalam model.

2.6 Uji Kesesuaian Model

Menurut **Czado (2004)** kesesuaian model digunakan untuk membandingkan model sebenarnya dengan model dugaan. Untuk menguji :

$H_0 : E(y_i|\boldsymbol{x}_i) = \mu_i$

$H_1 : E(y_i|\boldsymbol{x}_i) \neq \mu_i$

digunakan statistik uji *residual deviance* pada taraf α dengan derajat bebas *n-p* dan didefinisikan oleh :

$$\frac{D(y,\hat{\mu})^{\alpha}}{\hat{\psi}} \sim \chi^2{}_{(n-p)}$$

$D(y,\hat{\mu}) = 2[l(y) - l(\hat{\mu})]$

Keputusan : Tolak H_0 jika $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} > \chi^2{}_{(n-p)}$

dengan $\hat{\psi} = \frac{1}{n-p}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\widehat{\mu_i})^2}{V(\widehat{\mu_i})/w_i}$ adalah estimasi parameter dispersi ψ.

2.7 Jumlah Kuadrat Galat

Menurut **Drapper dan Smith (1992)** jumlah Kuadrat Galat digunakan untuk mengukur seberapa besar variabel prediktor mempengaruhi variabel respon, yang didefinisikan sebagai :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

2.8 Uji *Chi-Square*

Menurut **Siegel (1953)** uji *Chi-Square* dapat digunakan untuk menguji kesesuaian distribusi gaussian pada variabel respon. Hipotesis yang digunakan adalah :

H_0 : Distribusi gaussian pada variabel respon sesuai

H_1 : Distribusi gaussian pada variabel respon tidak sesuai

dengan $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(o_i-e_i)^2}{e_i}$

o_i = pengamatan sebenarnya

e_i = pengamatan harapan

tolak H_0 jika $\chi^2 > \chi^2{}_{(n-1,1-\alpha)}$

2.9 *Software S-Plus* 2000

Menurut **Everitt (1994)** S-Plus adalah suatu paket program yang memungkinkan membuat program sendiri walaupun didalamnya sudah tersedia banyak program internal yang siap digunakan. Kelebihan dari S-Plus adalah baik program internal maupun program yang pernah dibuat dapat digunakan sebagai sub program dari program yang akan dibuat.

Beberapa perintah internal yang digunakan dalam S-Plus adalah

a. function ( )

   Perintah function ( ) digunakan untuk menunjukkan fungsi yang akan digunakan dalam program.

b. length ( )

   Perintah length ( ) merupakan perintah untuk menunjukkan banyaknya data.

c. format( )

   perintah format( ) digunakan untuk mencetak output atau hasil.

d. cat( )

   perintah cat( ) digunakan untuk menuliskan argumentasi dalam bentuk karakter dan kemudian mencetak hasil atau file yang telah ditetapkan.

   Bentuk : cat("\n", ,format(file)))

e. for( )

   perintah for( ) digunakan untuk mengulang satu blok pernyataan berulang kali sesuai dengan kondisi yang telah ditentukan.

   Bentuk : for(kondisi){pernyataan}

f. perkalian matrix

misalkan A dan B adalah suatu matriks, maka bentuk perkalian matriksnya adalah A%*%B.

2.10 Pertumbuhan Ekonomi

Menurut **Alam S. (2007)** pertumbuhan ekonomi adalah suatu kondisi dimana terjadi peningkatan produk domestik bruto dari suatu negara atau suatu daerah. Pertumbuhan ekonomi dikatakan meningkat apabila presentase kenaikan Produk Domestik Bruto (PDB) pada suatu periode lebih besar dari periode sebelumnya. Kenaikan PDB tersebut tidak disertai penghitungan persentase terhadap tingkat pertumbuhan penduduk. Jadi pertumbuhan ekonomi adalah suatu keadaan dimana terjadi kenaikan PDB suatu negara tanpa memandang apakah kenaikan tersebut lebih besar atau lebih kecil dari tingkat pertumbuhan penduduk.

Pertumbuhan ekonomi merupakan kenaikan output perkapita dalam jangka panjang. Proses menggambarkan perkembangan perekonomian dari waktu ke waktu yang lebih bersifat dinamis, output perkapita mengaitkan aspek output total (GDP) dan aspek jumlah penduduk, sedangkan jangka panjang menunjukkan kecenderungan perubahan ekonomi dalam jangka waktu tertentu yang didorong oleh proses intern perekonomian (self generating). Berdasarkan laporan Badan Pengawas Statistik periode pertumbuhan ekonomi periode 2007 hingga 2010, dalam lima tahun terakhir sektor industri pengolahan dan pertanian merupakan penyumbang terbesar atas pertumbuhan ekonomi dari faktor eksternal. Begitu pula pendapatan swasta dan pemerintah menyumbang terbesar dari sisi pemasukan seperti investasi, penanaman modal dan kepercayaan dalam kredit yang diselenggarakan para UKM Jawa Timur.

Perekonomian Jawa Timur pada lima tahun ini tumbuh sebesar 6,5%, sedikit lebih tinggi dari perkiraan sebelumnya (5,5% - 6%). Petumbuhan ini sangat menggembirakan, karena telah melewati besaran pertumbuhan pada akhir tahun 2009 yang sebesar 4,95 persen. Kinerja pertumbuhan perekonomian Jawa Timur ditandai oleh pertumbuhan yang tinggi di sektor industri dan perdagangan sebesar 9,62 persen, sektor keuangan (penanaman modal) yang mencapai kisaran 9,24 persen serta sektor perhotelan dan restoran yang mencapai 8,37 persen. Pendorong pertumbuhan sektor industri dan perdagangan terutama dipengaruhi dari hasil sektor pertanian (kopi, tembakau, cabai dan lada) sedangkan disektor industri Jawa Timur cukup tinggi dalam memenuhi permintaan luar negeri dan domestik selain masuknya pasokan barang impor baik dari luar negeri maupun lintas provinsi serta laju ekspor Jawa Timur.

Variabel – variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Variabel respon (Y) yang digunakan yaitu pertumbuhan ekonomi di jawa timur dengan periode bulan januari 2007 hingga desember 2010.
2. Variabel prediktor (X) yang digunakan adalah nilai Ekspor, Pertanian, Impor pada periode bulan januari 2007 hingga desember 2010.

BAB III

METODE PENULISAN

3.1 Langkah-langkah Penulisan

Langkah-langkah penulisan yang berkaitan dengan tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Mengestimasi model linear tergeneralisasi Gaussian dengan langkah-langkah sebagai berikut :

Langkah 1: Mengasumsikan n data pengamatan $\{x_i, y_i\}_{i=1}^{n}$ memenuhi bentuk umum model linier tergeneralisasi, yaitu :

$$E(Y_i|\boldsymbol{x}_i) = G(\boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta})$$

dengan $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter berukuran (p+1)x1 yang tidak diketahui, G adalah fungsi link, y_i adalah variabel respon random pengamatan ke-i, $x_i = \left(x_{i0}, \dots, x_{ip}\right)^T$ adalah vektor kovariat yang bersesuaian dengan y_i dan dipilih x_{i0} adalah matrix vektor kolom yang semua elemennya berisi angka 1.

Langkah 2: Menyatakan bahwa vektor kovariat x_i mempengaruhi distribusi y_i melalui prediktor linier $\eta_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$.

Langkah 3: Mengasumsikan y_i berdistribusi gaussian dengan parameter μ_i dan σ^2, dan ditulis :

$$y_i \sim Gaussian\,(\mu_i, \sigma^2)$$

sehingga fungsi densitas dari y_i adalah :

$$f(y_i;\, \mu_i, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}\,(y_i - \mu_i)^2\right\};\; -\infty < y_i < \infty\,, \sigma^2 > 0 \text{ dan } \mu_i > 0$$

Langkah 4: Menyatakan fungsi densitas dari y_i yang berdistribusi gaussian kedalam bentuk fungsi densitas distribusi keluarga eksponensial, yaitu :

$$f(y_i;\theta_i,\psi) = \exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a(\psi)} + c\,(y_i,\psi)\right\}$$

dengan memilih $\theta_i = \mu_i$, $a(\psi) = \sigma^2$, $b(\theta_i) = \frac{{\mu_i}^2}{2}$,

$$c\,(y_i,\psi) = -\frac{{y_i}^2}{2\sigma^2} - \frac{\ln(2\pi\sigma^2)}{2}.$$

Langkah 5: Menentukan *link-function* G yang menghubungkan ekspektasi $E(y_i) = \mu_i$ dengan prediktor linier $\eta_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$, yaitu :

$$G(\eta_i) = \mu_i = \theta_i$$

sehingga diperoleh $\theta_i = \eta_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$.

Langkah 6: Menghitung fungsi *likelihood* dari langkah (4), yaitu :

$$L(\theta|Y) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i,\theta_i,\psi).$$

Langkah 7: Menghitung fungsi log-*likelihood* dari langkah (6), yaitu :

$$l(Y,\theta,\psi) = \log L(\theta|Y).$$

Langkah 8: Mengestimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan ψ dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Mengestimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ dengan cara menyederhanakan fungsi log-*likelihood* pada langkah (7) menjadi $\tilde{l}(Y|\theta) = \log\prod_{i=1}^{n} f(y_i,\theta_i)$, karena parameter ψ tidak bergantung pada parameter $\boldsymbol{\beta}$.
2. Mendiferensialkan hasil log-*likelihood* pada langkah (8.1) terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$.

3. Hasil dari diferensial pada langkah (8.1) disamakan dengan nol sebagai syarat perlu untuk memaksimumkan fungsi log-*likelihood*, dan diselesaikan.
4. Melakukan pendekatan iterasi, khususnya dengan menggunakan algoritma *Fisher-Scoring* karena pada langkah (8.3) masih diperoleh persamaan yang berbentuk implisit.
5. Mengestimasi parameter ψ dengan menggunakan statistik *Pearson's Generalized* χ^2.
6. Mendapatkan estimator dari parameter-parameter model linier tergeneralisasi gaussian.

2. Menguji kesesuaian model linier tergeneralisi gaussian menggunakan uji *Residual Deviance* dengan langkah-langkah sebagai berikut .

   Langkah 1: Menulis hipotesis H_0 dan H_1 yang digunakan dalam menguji kesesuaian model linier tergeneralisasi gaussian, yaitu :

   $H_0 : E(y_i|x_i) = \mu_i$

   $H_1 : E(y_i|x_i) \neq \mu_i$

   Langkah 2: Menghitung nilai *Residual Deviance* $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}}$

   Langkah 3: Menyusun hasil analisis uji *Residual devince* , yaitu tolak H_0 jika diperoleh $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} > \chi^2{}_{n-p}$

   Langkah 4: Menghitung nilai R^2

3. Membuat model linier tergeneralisasi gaussian pada data pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur pada periode Januari 2007 – Desember 2010 dengan langkah – langkah sebagai berikut :

Langkah 1 : Mengelompokkan data dengan beberapa vektor kovariat atau baris X yang memiliki nilai kovariat identik $(x_{i0}, \dots, x_{ip})$

Langkah 2 : Membuat algoritma dan program untuk estimasi model linier tergeneralisasi gaussian dengan menggunakan *Software* S-PLUS 2000

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Model Linier Tergeneralisasi Gaussian

Model linier tergeneralisasi *Gaussian* diperoleh dari model linier tergeneralisasi pada (2.3) dengan memilih fungsi identitas sebagai fungsi link, yaitu $G(\eta_i) = \eta_i$. Sehingga diperoleh model linier tergeneralisasi *Gaussian* sebagai berikut :

$$E(y_i|\boldsymbol{x}_i) = \mu_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta} \qquad (4.1)$$

dengan

y_i adalah variabel respon pada pengamatan ke-i,

$\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor berdimensi $(p+1)\times 1$ dari parameter yang tidak diketahui dengan p adalah banyaknya jumlah perlakuan

$\boldsymbol{x}_i = \left(x_{i0},\dots,x_{ip}\right)^T$ adalah vektor covariat pada pengamatan ke- i dengan

x_{i0} adalah sebuah vector kolom yang semua elemennya 1

Pada model linier tergeneralisasi *Gaussian*, maka terdapat vektor covariat $\boldsymbol{x}_i$ yang mempengaruhi distribusi y_i melalui prediktor linier $\eta_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$. Diasumsikan y_i berdistribusi gaussian dengan mean μ_i dan varian σ^2, dan ditulis $y_i \sim Gaussian\,(\mu_i,\sigma^2)$, sehingga fungsi densitas dari y_i adalah :

$$f(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}\,(y_i-\mu_i)^2\right\};\ -\infty < y_i < \infty\ , \sigma^2 > 0 \text{ dan } \mu_i > 0 \qquad (4.2)$$

Persamaan (4.2) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$f(y_i) = \exp\left\{\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}\,(y_i-\mu_i)^2\right\}\right)\right\}$$

$$= \exp\left\{\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}\ (y_i{}^2 - 2\mu_i y_i + \mu_i{}^2)\right\}\right)\right\}$$

$$= \exp\left\{-\ln\left(\sqrt{2\pi}\sigma\right) - \frac{1}{2\sigma^2}\ (y_i{}^2 - 2\mu_i y_i + \mu_i{}^2)\right\}$$

$$= \exp\left\{-\ln(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2\sigma^2}\ (y_i{}^2 - 2\mu_i y_i + \mu_i{}^2)\right\}$$

$$= \exp\left\{-\ln(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{y_i{}^2}{2\sigma^2} + \frac{\mu_i y_i}{\sigma^2} - \frac{\mu_i{}^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$= \exp\left\{y_i\frac{\mu_i}{\sigma^2} - \frac{\mu_i{}^2}{2\sigma^2} - \frac{y_i{}^2}{2\sigma^2} - \ln(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}}\right\} \qquad (4.3)$$

Persamaan (4.3) merupakan anggota keluarga eksponensial dengan fungsi densitas dari y_i berbentuk :

$$f(y_i, \theta_i, \psi) = \exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a(\psi)} + c\ (y_i, \psi)\right\}, \qquad i = 1, 2, \dots, n \qquad (4.4)$$

dengan

$\theta_i = \mu_i$

$a(\psi) = \sigma^2,$

$b(\theta_i) = \frac{\mu_i{}^2}{2}$

$c\ (y_i, \psi) = -\frac{1}{2\sigma^2} y_i{}^2 - \frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2)$,

Sehingga diperoleh

$b(\theta_i) = \frac{\theta_i{}^2}{2}$ dan $\psi = \sigma$.

Menurut Teorema 2.1 diperoleh

$E(y_i) = b'(\theta_i) = \theta_i = \mu_i$ dan

$Var\ (y) = V(\mu)\ a(\psi) = b''(\theta)\alpha(\psi) = 1.\sigma^2 = \sigma^2$.

Dalam model linier tergeneralisasi *Gaussian*, maka terdapat fungsi link G yang menghubungkan $E(y_i) = \mu_i$ dengan prediktor linier $\eta_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$, yaitu :

$$G(\eta_i) = \mu_i = \theta_i \tag{4.5}$$

Sehingga dari (4.5) diperoleh

$$\theta_i = \eta_i = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta} \tag{4.6}$$

Karena variabel respon y_i independen, maka dari fungsi densitas pada persamaan (4.4) diperoleh fungsi *likelihood*, maka diperoleh model sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L(\theta|Y) &= \prod_{i=1}^{n} f(y_i, \theta_i, \psi) \\ &= f(y_1, \theta_1, \psi). f(y_2, \theta_2, \psi). \cdots . f(y_n, \theta_n, \psi) \\ &= \exp\left\{\frac{y_1\theta_1 - b(\theta_1)}{a(\psi)} + c\,(y_1, \psi)\right\}. \cdots . \exp\left\{\frac{y_n\theta_n - b(\theta_n)}{a(\psi)} + c\,(y_n, \psi)\right\} \\ &= \exp\left(\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a(\psi)} + c\,(y_i, \psi)\right\}\right) \qquad (4.7) \end{aligned}$$

Fungsi log-*likelihood* dari persamaan (4.7) adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} l(Y, \theta, \psi) &= \ln L(\theta|Y) \\ &= \ln\left(\exp\left(\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a(\psi)} + c\,(y_i, \psi)\right\}\right)\right) \\ &= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a(\psi)} + c\,(y_i, \psi)\right\} \qquad (4.8) \end{aligned}$$

Oleh karena $a(\psi)$ dan $c\,(y_i, \psi)$ tidak bergantung pada vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$, maka untuk mengestimasi vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$ adalah dengan cara menyederhanakan fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) menjadi :

$$\tilde{l}(Y,\theta) = \sum_{i=1}^{n}\{y_i\theta_i - b(\theta_i)\} = \sum_{i=1}^{n}\{y_i\boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta} - b(\boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta})\} \tag{4.9}$$

Dengan mendiferensialkan fungsi log-*likelihood* (4.9) terhadap semua elemen vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$, maka diperoleh :

$$\frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_0} = \sum_{i=1}^{n}\{y_i - \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}\} \tag{4.10}$$

$$\frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_1} = \sum_{i=1}^{n}\{y_i x_{i1} - \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}x_{i1}\} \tag{4.11}$$

$$\frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_2} = \sum_{i=1}^{n}\{y_i x_{i2} - \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}x_{i2}\} \tag{4.12}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_p} = \sum_{i=1}^{n}\{y_i x_{ip} - \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}x_{ip}\} \tag{4.13}$$

Dari persamaan (4.10), (4.11), (4.12) dan (4.13) maka diperoleh :

$$\frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_j} = \sum_{i=1}^{n}\{y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}x_{ij}\}\ ,\ \ j = 0,1,2,\dots,p \tag{4.14}$$

Dari (4.14) diperoleh :

$$D(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\beta}} = \left(\frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_0}\ \ \frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_1}\ \dots\ \frac{\partial\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_p}\right)^T \tag{4.15}$$

Dari (4.10) diperoleh diferensial kedua dari fungsi log-*likelihood* (4.9) sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2\tilde{l}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_0\partial\beta_k} = \frac{\partial}{\partial\beta_k}\sum_{i=1}^{n}\{y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}x_{ij}\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_{ik} \quad , \quad k = 0,1,2,3, \dots, p \tag{4.16}$$

Dari (4.11) diperoleh diferensial kedua dari fungsi log-*likelihood* (4.9) sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 \tilde{l}(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_k} = \frac{\partial}{\partial \beta_k} \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta} x_{ij} \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{ik} \quad , \quad k = 0,1,2,3, \dots, p \tag{4.17}$$

Dari (4.12) diperoleh diferensial kedua dari fungsi log-*likelihood* (4.9) sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 \tilde{l}(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_2 \partial \beta_k} = \frac{\partial}{\partial \beta_k} \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta} x_{ij} \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{ik} \quad , \quad k = 0,1,2,3, \dots, p \tag{4.18}$$

Dari (4.13) diperoleh diferensial kedua dari fungsi log-*likelihood* (4.9) sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 \tilde{l}(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_p \partial \beta_k} = \frac{\partial}{\partial \beta_k} \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta} x_{ij} \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{ik} \quad , \quad k = 0,1,2,3, \dots, p \tag{4.19}$$

Persamaan (4.16), (4.17), (4.18) dan (4.19) secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 \tilde{l}(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_j \partial \beta_k} = \frac{\partial}{\partial \beta_k} \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta} x_{ij} \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\, x_{ik} \quad , \quad j, k = 0,1,2,3, \dots, p \tag{4.20}$$

Dari (4.20) diperoleh matrik Hessian:

$$H(\boldsymbol{\beta}) = \left[\frac{\partial^2 \tilde{l}(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_j \partial\beta_k}\right]$$

$$= \begin{bmatrix} -n & -\sum_{i=1}^{n} x_{i1} & -\sum_{i=1}^{n} x_{i2} & \cdots & -\sum_{i=1}^{n} x_{ip} \\ -\sum_{i=1}^{n} x_{i1} & -\sum_{i=1}^{n} {x_{i1}}^2 & -\sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{i2} & \cdots & -\sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{ip} \\ -\sum_{i=1}^{n} x_{i2} & -\sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{i1} & -\sum_{i=1}^{n} {x_{i2}}^2 & \cdots & -\sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\sum_{i=1}^{n} x_{ip} & -\sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{i1} & -\sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{i2} & \cdots & -\sum_{i=1}^{n} {x_{ip}}^2 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

Agar fungsi log-*likelihood* (4.9) mempunyai nilai maksimum adalah $\frac{\partial \tilde{l}(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0}$ sehingga diperoleh sistem persamaan homogen :

$$\sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i x_{ij} - {\boldsymbol{x}_i}^T \boldsymbol{\beta} x_{ij} \right\} = 0 \quad ; j = 0,1, \dots, p \tag{4.22}$$

Karena vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang memenuhi sistem persamaan (4.22) tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga untuk menyelesaikan persamaan tersebut digunakan metode iterasi dengan algoritma *Fisher-Scoring* sebagai berikut :

Langkah 1.

Menentukan vektor awal parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^0$ menggunakan usulan yang diajukan oleh **McCullagh dan Nelder (1989)**, dengan mengasumsikan data berpasangan $(y_i\ ;\ x_{i1}, \dots, x_{ip})$ memenuhi model regresi linier berganda :

$$\boldsymbol{Y}^* = {\beta_0}^0 + {x_{i1}}^T{\beta_1}^0 + \cdots + {x_{ip}}^T{\beta_p}^0 + \varepsilon_i\ ;\ i = 1,2, \dots, n \tag{4.23}$$

Dalam bentuk matriks yaitu:

$\boldsymbol{Y}^* = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{0}} + \boldsymbol{\varepsilon}$,

dengan

$$\boldsymbol{Y}^* = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}^{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} {\beta_0}^0 \\ {\beta_1}^0 \\ \vdots \\ {\beta_p}^0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Dengan metode kuadrat terkecil diperoleh:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{\mathbf{0}} = (\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Y}^* \tag{4.24}$$

Langkah 2

Untuk $r = 0,1,2, \dots,$ hitung

Langkah 2.1

Menghitung $D\big(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\big)$ dari persamaan (4.15)

Langkah 2.2

Menghitung matrik informasi Fisher dari (4.21) sebagai berikut :

$$\boldsymbol{I}\big(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\big) = -E\big[H\big(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\big)\big]$$

$$= -E\left(-\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{ip} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}{}^{2} & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{ip} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i2} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}{}^{2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ip} & \sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{ip}{}^{2} \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{ip} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}{}^{2} & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\, x_{ip} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i2} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}{}^{2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}\, x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ip} & \sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{ip}\, x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{ip}{}^{2} \end{bmatrix} \qquad (4.25)$$

Langkah 2.3

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)} + I\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right)^{-1} D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right)$$

Langkah 2.4

Jika $\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right| \leq \varepsilon$, maka lanjutkan ke langkah 3, tetapi apabila

$\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r+1)} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(r)}\right| > \varepsilon$, maka ulangi langkah 2

Langkah 3

Mendapatkan estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$

Untuk mengestimasi parameter $\hat{\psi}$ digunakan statistik *Pearson's Generalized* χ^2 yang telah didefinisikan oleh persamaan (2.10), yaitu :

$$\hat{\psi} = \frac{\chi^2}{(n-p)}$$

$$= \frac{1}{(n-p)}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{V(\hat{\mu}_i)}$$

$$= \frac{1}{(n-p)}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(y_i - \boldsymbol{x}_i{}^T\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right)^2}{1}$$

$$= \frac{1}{(n-p)}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{\mu}_i)^2 \qquad (4.26)$$

4.2 Uji Kesesuaian Model Linier Tergeneralisasi Gaussian

Uji kesesuaian model digunakan untuk membandingkan model sebenarnya dengan model dugaan. Adapun hipotesis yang digunakan untuk menguji kesesuaian model linier tergeneralisasi gaussian adalah sebagai berikut :

$H_0 : E(y_i|\boldsymbol{x}_i) = \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$

$H_1 : E(y_i|\boldsymbol{x}_i) \neq \boldsymbol{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}$

Dalam penyelesaian uji kesesuaian model tersebut digunakan statistik uji *Residual Deviance* pada taraf α dengan derajat bebas n - p yang didefinisikan oleh persamaan (2.10), yaitu :

$$\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} \sim \chi^2{}_{(n-p)}$$

Keputusan : Tolak H_0 jika $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} > \chi^2{}_{(n-p)}$

Berdasarkan persamaan (4.4) diperoleh bahwa $\psi = \sigma$, maka $\hat{\sigma} = \hat{\psi}$ (4.27)

Berdasarkan persamaan (2.11) telah didefinisikan bahwa $D(y,\hat{\mu}) = 2[\ell(y) - \ell\mu$, maka melalui perhitungan diperoleh :

$$\ell(\hat{\mu}) = \sum_{i=1}^{n}\left[y_i\frac{\hat{\mu}_i}{\sigma^2} - \frac{\hat{\mu}_i{}^2}{2\sigma^2} - \frac{y_i{}^2}{2\sigma^2} - \frac{\ln(2\pi\sigma^2)}{2}\right]$$

$$\ell(y) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\hat{\mu}_i{}^2}{\sigma^2} - \frac{\hat{\mu}_i{}^2}{2\sigma^2} - \frac{\hat{\mu}_i{}^2}{2\sigma^2} - \frac{\ln(2\pi\sigma^2)}{2}\right]$$

$$D(y,\hat{\mu}) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\hat{\mu}_i^2 - 2y_i\hat{\mu}_i + y_i{}^2}{\hat{\sigma}^2}\right] \tag{4.28}$$

Dengan mensubstitusikan estimasi $\hat{\psi} = \hat{\sigma}$ ke dalam perhitungan $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}}$ maka diperoleh :

$$\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} = \frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\sigma}^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}[\hat{\mu}_i^2 - 2y_i\hat{\mu}_i + y_i{}^2]}{\sigma}$$

$$= \frac{1}{\sigma^3}\sum_{i=1}^{n}[\hat{\mu}_i^2 - 2y_i\hat{\mu}_i + y_i{}^2] \tag{4.29}$$

4.3 Algoritma dan Program

a. Menginput data sekunder

b. Mendefinisikan $\boldsymbol{X}$ sesuai dengan persamaan (2.3)

c. Mendefinisikan $\boldsymbol{Y}$ sesuai dengan persamaan (2.3)

d. Mendefinisikan $\boldsymbol{Y}^*$ sesuai dengan persamaan (4.15)

e. Menghitung $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ awal sesuai dengan persamaan (4.16)

f. Untuk iterasi $r = 0,1,2,\ldots$, hitung :

f.1 $D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right)$ sesuai dengan persamaan (4.15)

f.2 $I\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right)$ sesuai dengan persamaan (4.24)

f.3 $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r}+\mathbf{1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})} + I\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right)^{-\mathbf{1}} D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right)$

f.4 Apabila max $\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right| \leq \varepsilon$, maka lanjutkan ke langkah (g) tetapi apabila$\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r}+\mathbf{1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{r})}\right| > \varepsilon$, maka ulangi langkah (f.1)

g. Menghitung $\hat{\eta}_i$ sesuai dengan persamaan (4.5)

h. Menghitung $\hat{\mu}_i$ sesuai dengan persamaan (4.6)

i. Menghitung nilai estimator $\hat{\psi}$ sesuai persamaan (4.26)

j. Menghitung $\hat{\sigma}^2$ sesuai dengan persamaan (4.27)

k. Menghitung $D(y, \hat{\mu})$ sesuai dengan persamaan (4.28)

l. Menghitung $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}}$ sesuai dengan persamaan (4.29)

m. Mendapatkan kesimpulan uji kesesuaian model

4.4 Penerapan Program pada Data Pertumbuhan Ekonomi Jawa Timur Periode 2007 hingga 2010

4.4.1 Estimasi Model Linier Tergeneralisasi Gaussian

Berdasarkan Lampiran 1 maka dapat dibentuk model linier tergeneralisasi gaussian dugaan untuk data pertumbuhan ekonomi di jawa timur yang secara umum ditulis sebagai berikut :

$$E\left(\widehat{Y}_i|\boldsymbol{x}_i\right) = \beta_0{}^0 + x_{i1}{}^T\beta_1{}^0 + x_{i2}{}^T\beta_2{}^0 + x_{i3}{}^T\beta_3{}^0 + \varepsilon_i \quad ; \; i = 1,2,3$$

dengan y_i merupakan pertumbuhan ekonomi di jawa timur dengan periode bulan januari 2007 hingga desember 2010, x_{i1} merupakan nilai ekspor, x_{i2} merupakan jumlah hasil pertanian, x_{i3} merupakan nilai impor.

Proses analisa data pertumbuhan ekonomi di jawa timur dengan periode bulan januari 2007 hingga desember 2010 dilakukan dengan menggunakan algoritma *Fisher-Scoring* melalui *Software S-Plus 2000*. Berdasarkan program pada Lampiran 2 dan output Lampiran 3 telah diperoleh nilai awal estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^0$ dan nilai estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ seperti terlihat pada **Tabel 4.1** dan **Tabel 4.2** yaitu :

Tabel 4.1 Nilai Estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^0$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^0$	Nilai Estimator
$\hat{\beta}_0{}^0$	$-3e-005$
$\hat{\beta}_1{}^0$	0.02418
$\hat{\beta}_2{}^0$	0.14451
$\hat{\beta}_3{}^0$	0.02020

Tabel 4.2 Nilai Estimator $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$	Nilai Estimator
$\hat{\beta}_0$	$-3e-005$
$\hat{\beta}_1$	0.02418
$\hat{\beta}_2$	0.14451
$\hat{\beta}_3$	0.02020

Berdasarkan **Tabel 4.2** maka diperoleh bentuk umum model linier tergeneralisasi Gaussian untuk data pertumbuhan ekonomi di jawa timur dengan periode bulan januari 2007 hingga desember 2010 sebagai berikut :

$E(Y_i|\boldsymbol{x}_i) = -3\text{e} - 005 x_{i0}{}^T + 0.02418 x_{i1}{}^T + 0.14451 x_{i2}{}^T + 0.0202 x_{i3}{}^T$

Dengan $i = 1,2,3$

Berdasarkan model dugaan tersebut dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi hasil pertanian, nilai ekspor dan nilai impor maka semakin meningkat juga perekonomian provinsi jawa timur.

4.4.2 Uji Kesesuaian Model Linier Tergeneralisasi Gaussian

Uji kesesuaian model digunakan untuk membandingkan model sebenarnya dengan model dugaan. Hipotesis yang digunakan untuk menguji kesesuaian model linier tergeneralisasi gaussian untuk data pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur adalah sebagai berikut :

$H_0 : E(y_i|\boldsymbol{x}_i) = -3\text{e} - 005 x_{i0}{}^T + 0.02418 x_{i1}{}^T + 0.14451 x_{i2}{}^T + 0.0202 x_{i3}{}^T$

$H_1 : E(y_i|\boldsymbol{x}_i) \neq -3\text{e} - 005 x_{i0}{}^T + 0.02418 x_{i1}{}^T + 0.14451 x_{i2}{}^T + 0.0202 x_{i3}{}^T$

Dengan tingkat signifikasi $\alpha = 0{,}05$

Dengan menggunakan uji *Residual Deviance* melalui *Software S-Plus* 2000 (lihat Lampiran 2 untuk program dan Lampiran 3 untuk output program) diperoleh nilai $\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} = 6.4$ dan ${\chi^2}_{0.00957} = 60.48088$. Maka dapat diperoleh keputusan terima H_0 pada tingkat kepercayaan 95%, sehingga dapat disimpulkan bahwa model dugaan sesuai. Berdasarkan Lampiran 9 diperoleh $R^2 = 0.61$ berarti dapat disimpulkan masih terdapat variabel lain yang belum masuk kedalam model dugaan sebesar 38.77 % selain nilai ekspor, jumlah hasil pertanian dan nilai impor yang digunakan *MSE* model diatas adalah 45.96

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat diambil beberapa kesimpulan yaitu sebagai berikut :

1. Hasil estimasi parameter model linier tergeneralisasi gaussian dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* adalah :

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i x_{ij} - \boldsymbol{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta} x_{ij}\right\}\ ,\quad j = 0,1,2,\dots,p$$

   Karena vektor parameter $\boldsymbol{\beta}$ tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga untuk menyelesaikan persamaan tersebut digunakan metode iterasi dengan algoritma *Fisher-Scoring*.

2. Uji kesesuaian model linier tergeneralisasi gaussian diperoleh melalui Uji *Residual Deviance* yaitu :

$$\frac{D(y,\hat{\mu})}{\hat{\psi}} = \frac{1}{\sigma^3}\sum_{i=1}^{n}[\hat{\mu}_i^2 - 2y_i\hat{\mu}_i + y_i{}^2]$$

   Hasil penerapan program estimasi parameter model linier tergeneralisasi gaussian pada data pertumbuhan ekonomi di Jawa Timur pada januari 2007 sampai desember 2010 diperoleh bentuk model dugaan sebagai berikut :

$$E(Y_i|\boldsymbol{x}_i) = -3\mathrm{e}-005 x_{i0}{}^T + 0.02418 x_{i1}{}^T + 0.14451 x_{i2}{}^T + 0.0202 x_{i3}{}^T$$

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan adalah untuk penulisan selanjutnya adalah mengestimasi model linier tergeneralisasi Gaussian dengan metode yang berbeda atau juga bisa tetap menggunakan metode ini dengan memilih anggota distribusi keluarga eksponensial yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

1. Alam, S., 2007, *Ekonomi*, Esis, Jakarta

2. Czado, C., 2004, *Gamma Regression Lecture Eighty*, Techische University, Munchen

3. Draper, N.R dan Smith, H., 1992, *Analisis Regresi Terapan* Edisi Kedua, PT. Gramedia, Jakarta

4. Everitt, S.B., 1994, *A Handbook of Statistical Analysis Using S-PLUS*, Chapman and Hall, London

5. Ferguson, T. S., 1996, *A Course in Large Sample Theory: Text in Statistical Science*, Chapman and Hall, Los Angeles, USA

6. Halekoh, U, and Hojsgaard, S., 2008, *Generalized Linear Models Lecture*, *http://gbi.agrsci.dk/statistics/course/Rcourse-DJF2008/* , 27 Juli 2011

7. Hardle, W., Muller, M., Sperlich, S dan Werwatz, A., 2004, *Nonparametric and Semiparametric Models*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany

8. Hernandez, J., R., Perez-Gonzales, F., Amado,M., 2000, Dct-Domain Image watermarking and Generalized Gaussian Models

9. Hogg dan Craig, 1995, *Introduction to Mathematical Statistic* First Edition, Prentice Hall, Englewood Clief, New Jersey

10. Jamaludin, M., 2010, Estimasi Model Linier Tergeneralisasi Gamma Berdasarkan Estimasi Maksimum Likelihood dengan Menggunakan Algoritma Fisher-Scoring, *Skripsi*, Departemen Matematika FST, Universitas Airlangga, Surabaya

11. Lawless, J. F., 1982, *Statistical Modells and Methods for Lifetime Data*, John Willey and Sons, University of Waterloo, New York

12. McCullagh, P. dan Nelder, J.A, 1989, *Generalized Linear Models* Second Edition, Chapman and Hall, London

13. Sembiring, R.K., 1995, *Analisis Regresi*, ITB, Bandung

14. Siegel, Sudrajat, S., W., M., 1985, *Nonparametrik Statistics for The Behavioral Sciences*, McGraw-Hill Kogakusa, Ltd., Tokyo.

15. Smyth, G.K, 2002, *Optimation*, Encyclopedia of Environmetrics, Volume 3, pp1481-14687 Edited : Abdel H. El Shaarawi and Walter W.Piegorsch, Chicester

16. Thomas, H. C., Charles E., Ronald L., Clifford S., 2001, *Introduction To Algorithms*, MIT Press, USA

17. Tirta, I.M., 2008, *Model Statistika Linier (Versi Elektronik)*, Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Jember

Lampiran 1. Data Pertumbuhan Ekonomi Jawa Timur Periode 2007 hingga 2010 (DalamSatuan Juta Rupiah)

Bulan	Pertumbuhan Ekonomi	Nilai Ekspor	Hasil Pertanian	Nilai Impor
1	33.10	833,46	25,4	652,32
2	33.30	924,37	23,56	697,36
3	33.60	782,44	22,56	725,69
4	33.70	956,33	19,67	829,76
5	33.90	736,57	13,9	821,63
6	34.20	964,29	34,85	786,82
7	34.30	861,79	13,89	699,56
8	34.50	943,76	54,78	770,59
9	34.80	794,85	56,9	736,78
10	35.30	927,07	36,16	605,36
11	35.60	993,65	15,89	843,26
12	36.60	866,14	34,76	698,54
13	37.10	818,02	14,89	891,21
14	37.30	971,83	17,89	856,43
15	37.90	841,92	12,67	961,95
16	38.40	884,48	14,67	955,93
17	38.90	969,54	23,69	998,68
18	39.30	952,07	45,78	989,78
19	39.80	982,34	23,77	999,31
20	40.40	942,39	26,78	997,46
21	41.00	942,77	26,12	981,28
22	41.50	775,27	26,13	999,47
23	42.20	701,96	23,56	876,55
24	42.40	728,4	26,75	780,16
25	42.60	708,35	18,98	615,71
26	42.80	657,91	18,18	485,43
27	43.40	737,85	17,89	747,24
28	43.70	715,74	18,9	668,78
29	44.20	725,94	18,76	696,74
30	44.60	825,04	18,67	838,78
31	44.80	853,35	18,98	896,8
32	45.40	853,5	17,96	888,21
33	46.30	831,65	45,67	600,35
34	46.50	927,07	36,16	605,36
35	46.70	993,65	38,78	843,26
36	47.30	866,14	34,17	698,54

Bulan	Pertumbuhan Ekonomi	Nilai Ekspor	Hasil Pertanian	Nilai Impor
37	48.30	962.91	35.87	905.79
38	49.00	967.95	32.87	880.21
39	49.30	996.55	34.89	922.25
40	49.50	914.49	35.89	939.53
41	50.10	883.75	36.98	966.54
42	50.50	991.74	39.89	950.25
43	50.90	997.42	38.76	926.76
44	51.40	961.49	39.26	927.52
45	51.90	923.32	26.54	827.46
46	52.30	982.16	26.89	952.27
47	53.00	995.02	26.95	983.56
48	53.50	906.82	36.87	912.52

Sumber : Badan Pusat Statistika Jawa Timur (PDRB, Nilai Ekspor, Hasil Pertanian, Nilai Impor)

Lampiran 2. Program

```
prog.hasil<-function(data,n)
{
    data<-as.matrix(data)
    y<-data[,1]
    g<-length(y)
    x<-data
    x[,1]<-rep(1,g)
    ystar<-y
    ybar<-sum(y)/n
    betaawal<-ginverse(t(x)%*%x)%*%t(x)%*%ystar
    betatopi<-betaawal
    p<-length(betatopi)
    db<-matrix(0,p,1)
    ib<-matrix(0,p,p)
    repeat
    {
        betalama<-betatopi
        teta<-x%*%betalama
        for(j in 1:p)
        {
            db[j]<-sum(y*x[,j]-((teta)* x[,j]))
        }
        for(j in 1:p)
        {
            for(k in 1:p)
            {
                ib[j,k]<-sum((x[,j]*x[,k]))
            }
        }
        betatopi<-betalama+ginverse(ib)%*%db
        if(max(abs(betatopi-betalama))<=0.00001)break
    }
    cat("************NILAI
    AWAL************\n\n",round(betaawal,5),"\n\n\n")
    cat("**********NILAI
    ESTIMASI**********\n\n",round(betatopi,5),"\n\n\n")
    etatopi<-x%*%betatopi
    miutopi<-etatopi
    psitopi<-(1/(n-p))*sum((y-miutopi)^2)
    cat("**********NILAI PSI TOPI**********\n\n",round(psitopi,5),"\n\n\n")
    cat("**********UJI KESESUAIAN MODEL**********\n\n")
    cat("    Ho : Model Sesuai\n ")
    cat(" H1 : Model tidak Sesuai\n ")
    cat(" alfa=0.05\n ")
    sigmatopi<-sqrt(psitopi)
```

```
    dyu<-sum((miutopi^2-(2*y*miutopi)+y^2)/psitopi)
    dyuperchi<-(1/sigmatopi)*dyu
    cat("\n D/chi =",round(dyuperchi,5),"\n")
    alfa<-0.05
    chikuadrattabel<-qchisq(1-alfa,n-p)
    cat("\n chi kuadrat tabel  = ",round(chikuadrattabel,5),"\n")
    cat("\n=============================\n")
    cat("\n Keputusan \n")
    if(dyuperchi>chikuadrattabel)
    {
        cat("      Tolak Ho \n ")
    }
    else
    {
        cat("      Terima Ho \n ")
    }
    cat("\n ============================\n")
    cat("\n E(y) = ",round(miutopi,5),"\n")
    rkuadrat<-sum((miutopi-ybar)^2)/sum((y-ybar)^2)
    MSE<-(1/(n-p))*sum((y-miutopi)^2)
    a<-(1-rkuadrat)*100
    cat("\n **R kuadrat  = ",round(rkuadrat,5),"\n")
    cat("Sehingga kemungkinan variabel lain yang belum masuk kedalam model
    sebesar = ",round(a,2),"%")
    cat("\n **MSE = ",round(MSE,5),"\n")
}
```

Lampiran 3. Output Program

```
> prog.hasil(data2,48)
************NILAI AWAL************

 -3e-005 0.02418 0.14451 0.0202


**********NILAI ESTIMASI**********

 -3e-005 0.02418 0.14451 0.0202


**********NILAI PSI TOPI**********

 45.9638

**********UJI KESESUAIAN MODEL**********

  Ho : Model Sesuai
  H1 : Model tidak Sesuai
  alfa=0.05

 D/chi = 6.49

 chi kuadrat tabel  =  60.48088

============================

 Keputusan
      Terima Ho

 ============================

 E(y) =  36.99838 39.84022 36.83682 42.72558 36.41471 44.2441 36.9744
46.29988 42.32319 39.86762 43.35432 40.07477 39.93257 43.38189 41.61871
42.81501 47.03848 49.62845 47.37222 46.80399 46.39092 42.71044 38.08344
37.23628 32.30643 28.33941 35.51936 33.54568 34.33691 39.58929 41.49066
41.17335 38.83381 39.86762 46.66204 39.98952 46.76165 45.93319 47.76583
46.27559 46.23562 48.93775 48.43722 47.65619 42.87383 46.86839 47.8201
45.68611

 **R kuadrat  =  0.61225
Sehingga kemungkinan variabel lain yang belum masuk kedalam model sebesar =
38.77 %
 **MSE =  45.9638
```