PAPER REF: 7405

ESTIMATIVA DAS CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DO BAMBU LAMINADO CRUZADO POR MEIO DE EXCITAÇÃO POR IMPULSO

Edgar Vladimiro Mantilla Carrasco, Luísa Gomes de Moura, Luiza Niskirara Okubo^(*), Otávio César da Paz Ferreira, Bárbara Mirelli de Oliveira Pinto

Escola de Arquitetura, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil. ^(*)*Email:* luizanokubo@gmail.com

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estimar por meio de ensaios não destrutivos de excitação por impulso, o módulo de elasticidade (E) e de deformação transversal (G) do bambu laminado cruzado (Cross Laminate Bamboo - CLB). Foram realizados ensaios em vinte e três corpos de prova, com medidas 180 x 40 x 12 mm e três lâminas cruzadas de bambu laminado. Doze CPs possuem duas lâminas com fibras a 0°, sentido longitudinal, e uma camada com fibras a 90°, sentido normal (longitudinais) e os outros onze corpos possuem duas camadas no sentido normal e uma no sentido longitudinal (normais). Os ensaios foram realizados utilizado o aparelho Sonelastic indicado para estimativa dos módulos de elasticidade dinâmicos e do amortecimento de materiais pela técnica de excitação por impulso. Um software anexo ao aparelho, analisa a onda acústica gerada, e a partir dela, determina-se os módulos de elasticidade dinâmicos. Para verificação da significância desta estimativa foram feitos ensaios semidestrutivos, de flexão a três pontos em uma máguina universal de ensaios, determinandose os E e G. Concluiu-se que a estimativa dos módulos de elasticidade é muito significante quando comparada com os ensaios semidestrutivos, podendo-se utilizar este método para a estimativa dos módulos de elasticidade do CLB com alta precisão (R2 = 99% e p-value < 0,001). Os módulos de elasticidade na direção longitudinal foram 5 vezes maiores que os na direção normal.

Palavras-chave: Bambu, bambu laminado cruzado, ensaio não destrutivo, propriedades elásticas.

INTRODUÇÃO

O bambu com sua estrutura naturalmente eficiente tem desenvolvido uma estratégia de sobrevivência na natureza através de anos. Em continentes como Ásia, África e América Latina, o bambu tem desempenhado importante papel, não só na cultura, como também na vida cotidiana das pessoas, sendo utilizado desde a fabricação de utensílios domésticos, a grandes obras como pontes e coberturas, entre outras, que são verdadeiras obras de arte. O bambu vem sido pesquisado há muito tempo, segundo [1] durante a Dinastia Jin (242-965 AC), na China, foi escrita monografia com estudos das propriedades botânicas de diversas espécies de bambu. O uso do bambu, em formato tubular, como elemento estrutural é a maneira tradicional de sua aplicação na construção e em estruturas [2]. Entretanto, sua configuração geométrica impossibilita a confecção de elementos estruturais convencionais, como vigas e pilares de seções transversais retangulares, [2]. Considerando as peculiaridades do bambu, principalmente seu rápido crescimento e fácil cultivo, os investigadores começaram a tentar processá-lo de modo que possa ser utilizado na indústria. O colmo do bambu pode ser desdobrado para produzir elementos estruturais de alta resistência. Entre as

numerosas aplicações do processamento avançado do bambu, o painel compensado, composto por lâminas de bambu, é hoje um dos produtos industrializados mais encontrados nos mercados do oriente. Já o Bambu Laminado Colado (BLC) e o Bambu Laminado Cruzado (CLB) foram concebidos a partir da técnica da colagem aliada à técnica da laminação, reconstituindo o material a partir de lâminas. Estas lâminas são unidas com adesivo sob pressão e quando são dispostas de tal maneira que as suas fibras estejam paralelas entre si, chama-se BLC e quando as fibras das laminas são dispostas perpendicularmente entre si chama-se CLB. O BLC é considerado por diversos pesquisadores [3-5] como um material de construção relativamente novo. Quanto ao CLB não se encontro estudos sobre as propriedades elasticas. As propriedades mecânicas do BLC foram estudados por muitos pesquisadores [6-10] inclusive o desempenho à flexão [11].

A investigação das propriedades elasticas do bamboo e BLC, através de ensaios não destrutivos, foi pouco estudado [12,13], já estudos sobre o CLB não se encontrou. Existem diversos tipos de ensaios não destrutivos, [14] afirmam que, dentre muitos métodos e técnicas de ensaios, os métodos não destrutivos têm ganhado especial interesse. Afirmam ainda que eles podem ser divididos em dois grandes grupos: métodos globais de ensaio (GTM) e métodos locais de ensaio (LTM). Aos primeiros estão incluídos os métodos de propagação de ondas de excitação (acústicas) e ultrassônicas, especialmente de interesse nesta pesquisa ora apresentada.

O estudo do princípio de propagação da onda aplicável a materiais ortotrópicos teve início em 1880, com o desenvolvimento da Equação de Christoffel [14]. Cerca de um século depois, foram iniciados novo estudos visando à caracterização física e mecânica da madeira [16]. Trabalhos como de [15, 17-21] já contribuíam para a técnica de propagação de ondas acústicas, com o objetivo de estimar as propriedades da madeira. Atualmente, este método é amplamente estudado por diversos autores, como: [16, 21-30].

Neste contexto o objetivo desta pesquisa é determinar as propriedades elasticas do bambu laminado cruzado atraves da tecnica de excitação por impulso.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os corpos de prova foram retirados de tábuas de bambu laminado colado (CLB). As dimensões nominais dos corpos de prova (CPs) foram 180 x 40 x 12 mm, num total de vinte e três. Doze CPs possuem duas lâminas com fibras a 0° com o eixo da viga, sentido longitudinal, e uma lâmina com fibras a 90° em relação ao eixo da viga, sentido normal, a estes CPs foram denominados longitudinais (L), e os outros onze corpos possuem duas lâminas no sentido normal e uma no sentido longitudinal, a estes CPs foram denominados normais (N), Figura 1.



Fig. 1 - Corpos de prova de CLB.

A determinação da massa dos CPs foi feita com uma balança digital marca marte, com capacidade de 5000 g e sensibilidade de 0,01 g. Para a determinação das dimensões foi utilizado um paquímetro digital da marca Mitutoyo com sensibilidade de 0,01 cm.

Para a estimativa do módulo de elasticidade foi realizado primeiro o ensaio não destrutivo e logo o ensaio semidestrutivo de flexão a 3 pontos.

Ensaio não destrutivo

A estimativa dos módulos dinâmicos de elasticidade e de deformação transversal foi realizada utilizando o sistema de ensaios da Sonielastic da ATCP que utiliza a técnica de excitação por impulso (técnica das frequências naturais de vibração). O equipamento consiste em um suporte ajustável para barras no qual são posicionados os CPs e estimulados mecanicamente por um pulsador, produzindo uma onda sonora que se propagará pelo CP e logo é captada por um microfone (captador direcional). As informações obtidas passam por processamento e, por meio do *software* da ATCP são determinadas as constantes elásticas, Figura 2. Existem diversos modos de vibração, neste estudo os CPs foram caracterizados com relação aos modos de vibração flexional e torcional.



Fig. 2 - Vista do ensaio por excitação por impulso.

A técnica de excitação por impulso utiliza a norma [31] para determinar as características mecânicas de um material isotrópico. Para determinar os módulos o software do aparelho Sonelastic utiliza as frequências naturais de vibração do CP. As frequências são excitadas por meio do pulsador, seguido da captação da resposta acústica por um sensor (capador direcional). Aplica-se um tratamento matemático ao sinal (transformada de Fourier) para a obtenção do espectro de frequências correspondente. A partir disso, são calculados os módulos elásticos dinâmicos. Para isso é necessário considerar a geometria do CP, a massa, as dimensões e a frequência obtida pelo equipamento utilizado.

Fundamentação teórica do ensaio

Os CPs são marcados com traços distantes 0,224 x L de cada extremidade, sendo L o comprimento do CP. Estas posições correspondem às linhas nodais do CP referentes ao modo de vibração fundamental flexional. Então o CP é posicionado num suporte ajustável. A função do suporte é sustentar o CP, apoiando-o nas linhas nodais de tal forma que fique livre para vibrar ao receber o impulso mecânico de excitação. Os CPs são apoiados nas linhas nodais referentes à flexão, independentemente do modo de vibração que se deseja excitar. O que se altera para cada modo é a posição de excitação e de captação da resposta acústica.

Na Figuras 3 e 4 é mostrado o posicionamento adequado dos CPs para cada modo de vibração. Para a obtenção do modo flexional, Figura 3, o impulso e a captação do sinal devem ser realizados no centro do CP. Já para a obtenção do modo torcional, Figura 4, o impulso deve ser aplicado em uma região lateral do CP, próximo de sua aresta.



Fig. 3 - Posição para a obtenção do modo de vibração Fig. 4 - Posição para a obtenção do modo de vibração flexional.

Segundo a norma ASTM E1876 [31], para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal dinâmico (E_d) é utilizada a frequência de vibração flexional (f_f) e pode ser determinado pela Eq. 1, enquanto que para o módulo de deformação transversal dinâmico (G_d) é utilizada a frequência de vibração torcional (f_t) e pode ser determinado pela Eq. 3.

$$E_d = 0,9465 \left(\frac{mf_f^2}{b}\right) \left(\frac{L^3}{t^3}\right) T 1 \tag{1}$$

Sendo: m é massa da barra, L o comprimento, b a largura e t a altura da barra; f_f é a frequência de ressonância fundamental flexional e T1 é um fator de correção para o modo fundamental flexional dado pela Eq. 2, sendo μ o coeficiente de Poisson.

$$T1 = 1 + 6,585 (1 + 0,0752\mu + 0,8109\mu^2) - \left(\frac{t}{L}\right)^2 - 0,868 \left(\frac{t}{L}\right)^4 - \left[\frac{8,34 (1 + 0,2023\mu + 2,173\mu^2) \left(\frac{t}{L}\right)^*}{1 + 6,338 (1 + 0,1408\mu + 1,536\mu^2) \left(\frac{t}{L}\right)^2}\right]$$
(2)
$$G_d = \left(\frac{4Lmf_t^2}{ht}\right) R$$
(3)

Onde f_t é a frequência de ressonância fundamental torcional e R é um fator dependente da relação entre a largura e altura da amostra dado pela Eq. 4.

$$R = \left[\frac{1 + \left(\frac{b}{t}\right)^2}{4 - 2.521\frac{t}{b}\left(1 - \frac{1.991}{e^{\pi\frac{b}{t}} + 1}\right)}\right] \left[1 + \frac{0.00851n^2b^2}{L^2}\right] - 0.060\left(\frac{nb}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{b}{t} - 1\right)^2$$
(4)

O *software* do equipamento Sonelastic utiliza esta formulação para determinação dos módulos elásticos dinámicos. Este *software* está estruturado em módulos (ACQUISITION, ELASTIC PROPERTIES, TIME-DAMPING, TIME-FREQUENCY DAMPING, EXPORTED RESULTS e 3D) que realizam o processamento sequencial da resposta acústica.

Após introdução das dimensões e massa do CP, inicia-se a aquisição, o sistema aciona o pulsador para realizar um impacto e o sinal do pulso é captado pelo captador acústico e logo feito um pré-processamento do sinal adquirido. Logo é apresentado o espectro capturado pré-

processado, nele pode-se observar os diversos harmônicos indicando a frequência com maior amplitude que corresponderá à frequência que dará origem ao E_d. Logo inicia-se o processamento para obtenção dos módulos de elasticidade, ELASTIC PROPERTIES, primeiramente no modo flexional e em seguida no modo torcional, escolhe-se as maiores amplitudes tanto para o modo flexional como torcional, tendo cuidado em não escolher uma harmônica. Na Figura 5 é mostrada uma tela com o espectro das frequências e o cálculo dos módulos.



Fig. 5 - Tela do software Sonelastic exibindo o espectro de frequências e o cálculo dos módulos elásticos.

Ensaio de flexão estática - semidestrutivo

A determinação dos módulos de elasticidade e de deformação transversal foi feita de acordo com a norma brasileira [32].

O equipamento utilizado para o ensaio de flexão foi a máquina universal de ensaios da marca EMIC modelo DL 3000 com capacidade máxima de 30 kN. Para medida da carga foi instalado uma célula de carga de capacidade de 10 kN calibrado por uma empresa acreditada no INMETRO. Para a medida do deslocamento (flecha) foi utilizado um transdutor de deslocamento com sensibilidade de 0,01 mm. Tanto a célula de carga como o transdutor de deslocamento foram conectados ao sistema de aquisição de dados da máquina, Figura 6.



Fig. 6 - Instrumentação para o ensaio de flexão.

O ensaio foi a flexão em três pontos, conforme Figura 6. Para automatizar os ensaios foi confeccionado um programa "script" na linguagem da máquina de ensaios. O ensaio foi realizado com carga monotônica crescente, com controle da carga equivalente a 10 MPa / minuto até atingir o limite de proporcionalidade.

Para a determinação dos módulos E e G, foram realizados dois ensaios, no mesmo corpo de prova, com vãos diferentes L1 e L2. Com a utilização da equação da linha elástica, Eq. 5, e o par de valores de deslocamento (Δf) e a carga no ponto de aplicação da mesma (Δf), determinados no ensaio, se obte duas equações em função de E e G, Eq. 6. A solução destas equações permite determinar os módulos E e G.

$$\Delta f = \left(\frac{\Delta NL^3}{48EI}\right) + \left(\frac{\alpha_c \Delta N}{4GA}L\right)$$

$$\Delta f_1 = \left(\frac{\Delta N_1 L_1^3}{48EI}\right) + \left(\frac{\alpha_c \Delta N_1}{4GA}L_1\right) \rightarrow \frac{\Delta f_1}{\Delta N_1} = \left(\frac{L_1^3}{48EI}\right) + \left(\frac{\alpha_c}{4GA}L_1\right)$$

$$\Delta f_2 = \left(\frac{\Delta N_2 L_2^3}{48EI}\right) + \left(\frac{\alpha_c \Delta N_2}{4GA}L_2\right) \rightarrow \frac{\Delta f_2}{\Delta N_2} = \left(\frac{L_2^3}{48EI}\right) + \left(\frac{\alpha_c}{4GA}L_2\right)$$
(6)

Sendo: $\frac{\Delta f_1}{\Delta N_1} e \frac{\Delta f_2}{\Delta N_2}$ a inclinação das retas nos ensaios 1 e 2 respectivamente, L₁ e L₂ os vãos nos ensaios 1 e 2, I o momento de inercia da viga, A a área da seção transversal e α_c o coeficiente de cisalhamento, podendo ser, para a seção transversal retangular, igual a 1,5 segundo [33] ou 1,18 segundo [34].

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas Figuras 7 e 8, são mostrados os resultados dos ensaios destrutivo e semidestrutivo, No eixo horizontal o Ed e no vertical o E determinado no ensaio semidestrutivo, foi feita uma regressão linear para verificar a correlação existente entre as duas variáveis. Os resultados das regressões: coeficiente de representação $R^2 = 0,987$ e p-value < 0,001 para corpo de prova (L) e $R^2 = 0,984$ e p-value < 0,001 para corpo de prova (N), indicam a eficiência do ensaio para estimar os módulos de elasticidade longitudinal e normal.



Fig. 7 - Resultados, E_L e E_{dL}, ensaio CP (L).

Fig. 8 - Resultados, E_N e E_{dN}, ensaio CP (N).

Assim, pode ser estimado o módulo de elasticidade longitudinal e normal através das Equações 7 e 8.

$$E_L = 1,1315 \times E_{dL} \tag{7}$$

$E_N = 1,064 \times E_{dN}$

Foi feita uma análise estatística de teste de diferencia nula, da média de todas as amostras. Pelos resultados com nível de significância de 95%, conclui-se que a média do E e Ed não são diferentes (p-value=0,575 >0,05, e intervalo de confiança para 95% contendo o zero), isto é, a estimativa dos módulos de elasticidade pode ser realizada diretamente pelo aparelho, significando que as equações utilizadas para analisar as ondas são validos também para a madeira (material ortotropico).

Já na Figura 9, é mostrado apenas os resultados dos módulos de deformação transversal apenas para a direção longitudinal. Os resultados na direção normal estavam incorretos, provavelmente devido a carga, nos ensaios à flexão, ser muito pequena. Os resultados da regressão: coeficiente de representação $R^2 = 0,987$ e p-value < 0,001 para corpo de prova (L), indica a eficiência do ensaio para estimar os módulos de deformação transversal longitudinal.



Fig. 9 - Resultados, G_L e G_{dL}, ensaio CP (L).

Assim, pode ser estimado o módulo de deformação transversal longitudinal através da Eq. 9.

$$G_L = 0,2709 \times G_{dL}$$

Observar que os valores de G_d são mito maiores do que os G, isto indica que os coeficientes utilizados no tratamento da onda devem ser reformulados, introduzindo correções na Eq. 4.

CONCLUSÕES

A estimativa dos módulos de elasticidade, tanto longitudinal como normal do BLC, através do ensaio não destrutivo de excitação por impulso é bastante precisa, podendo ser utilizada com as equações determinadas ou diretamente pelo aparelho. As equações utilizadas no tratamento da onda fornecem resultados muito próximos dos reais.

Quanto ao modulo de deformação transversal a estimativa apenas pode ser feita na direção longitudinal e utilizando a equação proposta. Isto indica que é necessário uma correção nas equações de tratamento da onda acústica, já que as equações utilizadas são para materiais isotrópicos. Percebe-se que a sensibilidade da artotropia é maior no módulo de deformação transversal.

(8)

(7)

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo á Pesquisa do estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

REFERÊNCIAS

[1]-Z. Wang, Y. Ren, A study on the physical properties of a bamboo molding compared with wood and MDF moldings. Beijing, China: INBAR Publications, Beijing Wang, Bamboo Culture, 2003.

[2]-Y. Xiao, et al., Two-by-four house construction using laminated bamboos. Proceedings of 11 world conference on timber engineering (WCTE), Riva del Garda, Italy, 20 jun. 2010.

[3]-W.Q. Wu Experimental analysis of bending resistance of bamboo composite I-shaped beam J. Bridge Eng., 19 (4), 2014, p. 04013014 (1-13).

[4]-M. Mahdavi, P. L. Clouston, S. R. Arwade, Development of laminated bamboo lumber: Review of processing, performance, and economical considerations, J. Mater. Civil Eng., 23 (7), 2011, p. 1036-1042.

[5]-M. X. Huang, X. C. Zhang, W. J. Yu, et al., Mechanical properties and structure characterization of bamboo softened by high temperature steam, J. Forestry Eng., 1 (4), 2016, p. 64-68.

[6]-L. F. Lopez, J. F. Correal, Exploratory study of the glued laminated bamboo Guadua angustifolia as a structural material, Maderas-Ciencia y Tecnologia 11(3), 2009, p. 171-182.

[7]-B. Sharma, A. Gatóo, M. H. Ramage, Effect of processing methods on the mechanical properties of engineered bamboo, Constr. Build. Mater. 83, 2015, p. 95-101.

[8]-H. T. Li, Q. S. Zhang, G. Wu, Stress-strain model under compression for side pressure laminated bamboo, J. Southeast Univ. (Nat. Sci.) 45 (6), 2015, p. 1130-1134.

[9]-I. M. Sulastiningsih, Nurwati, Physical and mechanical properties of laminated bamboo board, J. Tropical Forest Sci. 21 (3), 2009, p. 246-251.

[10]-H. T. Li, J. W. Su, Q. S. Zhang, G. Chen, Experimental study on mechanical performance of side pressure laminated bamboo beam, J. Build. Struct. 36 (3), 2015, p. 121-126.

[11]-A. W. C. Lee, X.S. Bai, A. P. Bangi, Selected properties of laboratory-made laminatedbamboo lumber, Holzforschung 52 (2), 1998,p. 207-210. [12]-R. Manikandan, T. R. Manimaran, W. R. Babu, M. Samuel, Fabrication of bamboo fibre reinforced polymer matrix composites.(Report) Advances in Natural and Applied Sciences, 2016, Vol.10 (4), p. 145-151.

[13]-T. Haiyan, Damage of bamboo and wooden materials based on linear elastic fracture mechanics in garden design. Frattura ed Integritá Strutturale, Jan 2016, Issue 35, pp.472-480.

[14]-A. O. Feio, P. B. Lourenço, Possibilidades e aplicações de ensaios não destrutivos. 2005. Proceedings of Encontro sobre a madeira e suas aplicações nobres. Bem Utilizar a Madeira. Guimaraes, Portugal, 2005.

[15]-V. BUCUR, Elastic constants for wood by an ultrasonic method. Wood Sci. Technol. 18, 1984, p. 255-265.

[16]-D. M. STANGERLIN, et al., Avaliação de tipos de ondas geradas por dois modelos de transdutores para determinação do módulo de elasticidade dinâmico. Floresta, 40 (4), 2010, p. 691-700.

[17]-E. Bolza, N. M. Kloot, The mechanical properties of 174 Australian timbers. Div. For. Prod. CSIRO Melbourne Tech. Paper. n. 25. 1963.

[18]-E. I. Kennedy, Strength and related properties of wood grown in Canada. Dept. of Forestry Puplications. n. 1104, Ottawa. 1965.

[19]-J. Bodig, J. R. Godmann, Prediction of elastic parameters for wood. Wood Sci. 5:249-264.1972.

[20]-G.H. Atherton, Preliminary study of proportional limit as a predictor of ultimate strength in bending. Oregon. Forest. Prod. J., 30(1), p. 47-53, 1980.

[21]-R. C. Alves, J. N. R. Mantilla, C. F. Bremer, E. V. M. Carrasco, Application of Acoustic Tomography and Ultrasonic Waves to Estimate Stiffness Constants of Muiracatiara Brazilian Wood. Bioresources, 10, 2014, p. 1845-1856.

[22]-V. BUCUR, Acoustics of wood. 2. ed. New York: CRC Press, 2006. v. 1. 399p.

[23]-Y. Sasaki, M. Hasegawa, Effect of anisotropy on acoustoelastic birefringence in wood. Ultrasonics, 46, 2007, p. 184-190.

[24]-V. D. Pizzol, J. N. R. Mantilla, E.V. M. Carrasco, Caracterização elástica de compensados de madeira utilizados e reutilizados em fôrmas através de excitação por impulso. Revista Matéria, 22, supl.1, 2018, pp. 8.

[25]-T. Ozyhar, S. Hering, S. J. Sanabria, P. Niemz, Determining moisture-dependent elastic characteristics of beech wood by means of ultrasonic waves, Wood Sci Technol 47, 2013, p. 329-341.

[26]-R. Riggio, R. M. Anthony, F. Augelli, B. Kasal, T. Lechner, W. Muller, T. Tannert, In situ assessment of structural timber using non-destructive techniques, Materials and Structures 47, 2014, p. 749-766.

[27]-R. Gonçalves, A. T. Trinca, Elastic constants of wood determined by ultrasound using three geometries of specimens. Wood Sci Technol 48, 2014, p. 269-287.

[28]-M. Nocetti, M. Brunetti, M. Bacher, Effect of moisture content on the flexural properties and dynamic modulus of elasticity of dimension chestnut timber. Eur. J. Wood Prod. 73, 2015, p. 51-60.

[29]-C. Vázquez, R. Gonçalves, C. Bertoldo, V. Baño, A. Vega, J. Crespo, M. Guaita, Determination of the mechanical properties of Castanea sativa Mill. using ultrasonic wave propagation and comparison with static compression and bending methods. Wood Sci Technol, 49(3), 2015, p. 325-331.

[30]-E. V. M. Carrasco, C. B. Varga, M. F. Souza, J. N. R. Mantilla, Avaliação das características mecânicas da madeira por meio de excitação por impulso, Revista Matéria, 22, supl. 1, 2017, pp. 12.

[31]-American Society for Testing Materials, ASTM - E1876 - 09, Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration, 2006.

[32]-Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT. NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997.

[33]-S. P. Timoshenko, J. E. Gere, Mecânica dos sólidos. Trad. J. RodriQues de Carvalho. Rio de Janeiro. Livros Técnicos e Científicos, 1983.

[34]-S. R. Cowper, The 5hear Coefficient in Timoshenko' s beam Theory, Journal of Applied Mechanics, ASME, 33(02), 1966, p. 335-340.