

FÍSICA

E INTRODUCCIÓN A LA

BIOFÍSICA



**Unidad 3 ~ Bases físicas de
los fenómenos bioeléctricos**

UBA ~ CBC

Física e introducción a la biofísica, Unidad 3
Bases físicas de los fenómenos bioeléctricos

© Ediciones Villoldo Yanele, Buenos Aires, Argentina

Correo electrónico: villoldoyanele@yahoo.com.ar

Tel. (15) 4045-8326

Printed in Argentina. Impreso en la Argentina.

Impreso en el mes de octubre de 2012, en Artes Gráficas Leo, Remedios de Escalada 3152, Valentín Alsina. Provincia de Buenos Aires.

Todos los derechos reservados.

Hecho el depósito que marca la ley 11.723.

ISBN: 978-987-27147-1-0

Prohibida la reproducción total o parcial de este trabajo, su almacenamiento en sistema informático, su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio electrónico, mecánico, fotocopia u otros métodos sin el permiso del editor.

Física e introducción a la biofísica : unidad 3. Bases físicas de los fenómenos bioeléctricos / Jorge Sztrajman ... [et.al.]. - 1a ed. - Buenos Aires : Editora Villoldo Yanele, 2012. 48 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-27147-1-0

1. Biofísica. 2. Enseñanza Universitaria. I. Satrajman, Jorge
CDD 571.407 11

La ilustración de tapa es de Fritz Kahn (1888 - 1968) ginecólogo alemán, divulgador de ciencia. En su obra *Das Leben des Menschen; eine volkstümliche Anatomie, Biologie, Physiologie und Entwick-lungs-geschichte des Menschen*, 1929, presentó más de 1000 imágenes en las que el cuerpo humano simula una máquina.

Física e introducción a la biofísica

UBA-CBC

Unidad 3

Bases físicas

de los fenómenos bioeléctricos

Autores:

Jorge Sztrajman

Agustín Rela

Elena Meurisse

Cecilia Sobico

Revisión:

Ezequiel Koile

Esta es la tercera unidad de las cuatro de un libro elaborado por profesores de la *Cátedra de Física del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires*. Su contenido se ajusta al programa de la materia *Física e Introducción a la Biofísica*.

Diseño editorial:
Cecilia Sobico

Octubre de 2012

ELECTROSTÁTICA

Electricidad y vida

El uso de la electricidad en nuestra sociedad tecnológica es ampliamente conocido: gracias a ella podemos iluminar casas y calles y disponer de aparatos que facilitan las tareas cotidianas.

Sin embargo, la relación entre la electricidad y la vida es menos familiar. Por ejemplo, los impulsos nerviosos son pequeñas corrientes eléctricas que transportan información a través del cuerpo; los latidos del corazón están gobernados por señales eléctricas que establecen cuándo se contrae y cuándo se relaja; la activación de los músculos también es controlada por corrientes eléctricas. Además, el funcionamiento de cada célula de nuestro organismo depende de un delicado equilibrio en el intercambio de partículas con carga eléctrica (iones) a través de la membrana celular. En definitiva, entender la física de la electricidad es esencial para comprender cómo funcionan muchos de los sistemas que nos mantienen con vida.

Historia de la electricidad

La experimentación eléctrica es tan antigua como la humanidad, y estuvo asociada a la magia y a las religiones. La mitología griega y la romana representan a sus dioses Zeus y Júpiter con un rayo en la mano, símbolo del poder. Fueron los antiguos griegos quienes notaron que al frotar una piedra de ámbar con un paño de piel, ésta era capaz de atraer objetos livianos. El ámbar es una piedra semipreciosa con la que se confeccionan adornos y que, en griego antiguo, se dice *electron*. De ahí viene *electricidad* y todos sus derivados.

El estudio moderno de la electricidad comienza con la llamada electricidad animal. El médico italiano **Luigi Galvani** (1737-1798) tocó con su bisturí un gancho de metal del que colgaba la pata de una rana; circuló una pequeña corriente eléctrica y la pata sufrió una contracción, como si la rana estuviera viva.

El siglo XIX fue el período en el que se aprendió a dominar la electricidad, estableciendo las leyes que la gobiernan.

Los primeros estudios cuantitativos de la electricidad se deben a **Joseph Priestley** (1733-1804) y **Charles de Coulomb** (1736-1806), quienes independientemente descubrieron la ley de atracción y repulsión entre las cargas eléctricas.

Alessandro Volta (1745-1827) resolvió el problema del almacenamiento de la energía eléctrica al construir la primera pila eléctrica.

André Marie Ampère (1775-1836) descubrió las leyes que rigen las atracciones y repulsiones entre corrientes eléctricas. En su honor se llamó *ampere* la unidad de corriente eléctrica en el sistema internacional.

Georg Simon Ohm (1787-1854) encontró la relación de proporcionalidad entre la tensión y la intensidad de corriente, que se conoce con el nombre de *ley de Ohm*.

Michael Faraday (1791-1867) fue el inventor del motor, del transformador y enunció las leyes de la electrólisis. En su honor, la unidad de capacidad en el sistema internacional se llamó *faraday*.

James Prescott Joule (1818-1889) formuló la ley que describe la producción de calor por el paso de una corriente eléctrica a través de un conductor.

Robert Andrews Millikan (1868-1889) realizó un experimento, que le permitió demostrar que en la naturaleza la carga eléctrica siempre se encuentra en múltiplos de una unidad fundamental.



Quizá las leyendas de hechos portentosos que ocurrían al frotar objetos (la lámpara de Aladino), o tocarlos con una vara (la varita mágica de los magos), tengan origen en experiencias eléctricas.



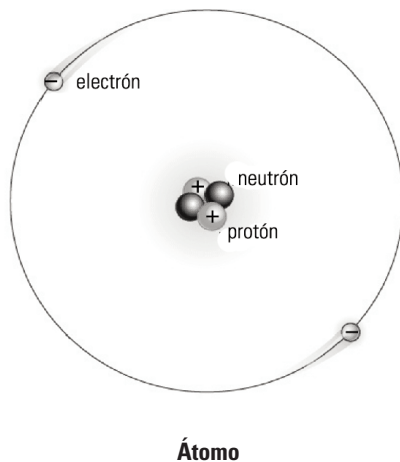
Las experiencias de Galvani llamaron mucho la atención en su época, ya que sugerían la idea de que la electricidad podía generar vida en un organismo muerto. No extraña entonces que la novela *Frankenstein o el moderno Prometeo* (Mary Shelley, 1818), en la que mediante un rayo se revivía un cadáver, fuera escrita poco después de los experimentos de Galvani.

Electricidad, atracción, repulsión y materia

Aunque no podemos contestar a la pregunta *¿qué es la electricidad?*, la teoría atómica se basa en que los átomos de la materia están compuestos por partículas que contienen dos clases diferentes de electricidad: *carga eléctrica positiva* y *carga eléctrica negativa*. Las cargas positivas se repelen entre sí y lo mismo ocurre con las cargas negativas. En cambio, las cargas positivas se atraen con las negativas.

Un átomo de cualquier sustancia está constituido, en esencia, por una región central o núcleo y una envoltura externa formada por *electrones*.

El núcleo está formado por dos tipos de partículas, los *protones*, dotados de carga eléctrica positiva, y los *neutrones*, sin carga eléctrica aunque con una masa semejante a la del protón. Tanto unos como otros se hallan unidos entre sí por efecto de unas fuerzas mucho más intensas que las de la repulsión electrostática –las fuerzas nucleares– formando un todo compacto. Su carga total es positiva debido a la presencia de los protones.



Los electrones son partículas mucho más ligeras que los protones y tienen carga eléctrica negativa. La carga de un electrón es igual en módulo, aunque de signo contrario, a la de un protón. Las fuerzas eléctricas atractivas que experimentan los electrones respecto del núcleo hacen que estos se muevan en torno a él en una situación que podría ser comparada a la de los planetas girando en torno al Sol por efecto de la atracción gravitatoria. El número de electrones en un átomo es, normalmente, igual al número de protones de su núcleo correspondiente; de ahí que en conjunto y a pesar de estar formado por partículas con carga, el átomo completo resulte eléctricamente neutro.

Aunque los electrones se encuentran ligados al núcleo por fuerzas de naturaleza eléctrica, en algunos tipos de átomos les resulta sencillo liberarse de ellas. Cuando un electrón logra escapar de dicha influencia, el átomo correspondiente pierde la neutralidad eléctrica y se convierte en un *ion positivo*, al poseer un número de protones superior al número de electrones. Lo contrario sucede cuando se incorpora un electrón adicional a un átomo neutro. Entonces el *ion* formado es *negativo*.

Cómo electrizar un cuerpo

Cuando a un cuerpo se lo dota de propiedades eléctricas se dice que ha sido *electrizado*. Hay diferentes maneras de electrizar un cuerpo: por frotamiento, por inducción y por conducción. Veámoslas en detalle.

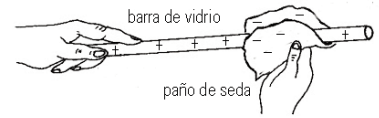
Electrización por frotamiento

La electrización por frotamiento (en rigor lo que importa es que haya contacto aunque no exista fricción) permitió, a través de unas cuantas experiencias fundamentales y de una interpretación de las mismas cada vez más completa, sentar las bases de lo que se entiende por *electrostática*.

Si una varilla de ámbar (o de plástico) se frota con un paño de lana, esta se electriza. Lo mismo sucede si una varilla de vidrio se frota con un paño de seda. Aun cuando ambas varillas pueden atraer objetos livianos, como hilos o trocitos de papel, la propiedad eléctrica adquirida por frotamiento no es la misma en ambos casos. Así, se puede observar que dos barras de ámbar electrizadas se repelen entre sí, y lo mismo sucede en el caso de que ambas sean de vidrio. Sin embargo, la barra de ámbar es capaz de atraer a la de vidrio y viceversa.

Este tipo de experiencias llevaron a **Charles de Cisternay du Fay** (1698 – 1739) a distinguir, por primera vez, en 1733, entre la electricidad que adquiere el vidrio y la que adquiere el ámbar. Posteriormente Franklin al tratar de explicar los fenómenos eléctricos consideró la electricidad como un fluido sutil; llamó a la electricidad «vítrea» de du Fay *electricidad positiva (+)* y a la «resinosa» *electricidad negativa (-)*. Las experiencias de electrización pusieron de manifiesto que:

Cargas eléctricas de distinto signo se atraen y cargas eléctricas de igual signo se repelen.



Al frotar la barra de vidrio con el paño de seda algunos electrones del vidrio se mudan a la seda. La carga no se crea, sino que se redistribuye con la transferencia de electrones.

Una experiencia sencilla sirvió de apoyo a Franklin para avanzar en la descripción de la carga eléctrica como propiedad de la materia. Cuando se frota la barra de vidrio con el paño de seda, se observa que tanto la barra como el paño se electrizan, ejerciendo por separado fuerzas de diferente sentido sobre un tercer cuerpo cargado. Pero si una vez efectuada la electrización se envuelve la barra con el paño de seda, no se aprecia fuerza alguna sobre el cuerpo anterior. Ello indica que a pesar de estar electrizadas sus partes, el conjunto paño-barra se comporta como si no lo estuviera, manteniendo una *neutralidad eléctrica*.

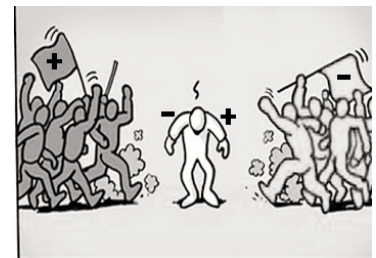
Este fenómeno fue interpretado por Franklin introduciendo el *principio de conservación de la carga*, según el cual cuando un cuerpo es electrizado por otro, la cantidad de electricidad que recibe uno de los cuerpos es igual a la que cede el otro, pero en conjunto no hay producción neta de carga. En términos de cargas positivas y negativas ello significa que la aparición de una carga positiva en el vidrio va acompañada de otra negativa de igual magnitud en el paño de lana o viceversa, de modo que la suma de ambas es cero.

Electrización por conducción o contacto

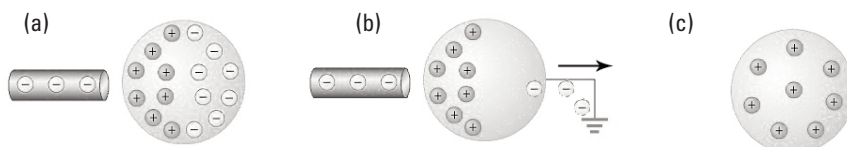
Cuando un cuerpo cargado eléctricamente se pone en contacto con otro inicialmente neutro, puede transmitirle sus propiedades eléctricas. Este tipo de electrización denominada *por contacto* o *por conducción* se caracteriza porque es permanente y se produce tras un reparto de carga eléctrica que se efectúa en una proporción que depende de la geometría de los cuerpos y de su composición.

Electrización por inducción

Existe la posibilidad de electrizar un cuerpo neutro mediante otro cargado sin que se toquen entre sí. Se trata, en este caso, de una electrización a distancia o *por influencia* o *inducción*. Si el cuerpo cargado lo está negativamente la parte del cuerpo neutro más próximo se cargará con electricidad positiva y la opuesta con electricidad negativa. La formación de estas dos regiones o *polos*, de características eléctricas opuestas, hace que a la electrización por inducción se la denomine también *polarización eléctrica*. Este tipo de electrización es transitoria y dura mientras el cuerpo cargado se mantiene suficientemente próximo al neutro. Si conectamos el cuerpo neutro a tierra permitiendo que los electrones salgan del cuerpo se consigue cargarlo permanentemente con carga positiva.



Cuando las opiniones sobre algún tema están divididas en dos posturas opuestas, se dice que están polarizadas. Se trata de una metáfora basada en la electricidad.



(a) Una varilla con electricidad negativa puesta próxima a una esfera metálica neutra repele en parte a los electrones libres de la esfera hacia el lado opuesto.

(b) Al conectar la esfera a tierra mediante un cable conductor, los electrones móviles pueden alejarse más ya que la Tierra tiene capacidad para almacenar grandes cantidades de carga.

(c) Al quitar el cable conector, la esfera, que ha perdido algunos electrones, queda con carga positiva.

Conductores, aisladores y semiconductores

Cuando un cuerpo neutro es electrizado, sus cargas eléctricas, bajo la acción de las fuerzas correspondientes, se redistribuyen hasta alcanzar una situación de equilibrio. Algunos cuerpos, sin embargo, ponen muchas dificultades a este movimiento de las cargas eléctricas por su interior y solo permanece cargado el lugar en donde se depositó la carga neta. Otros, por el contrario, facilitan tal redistribución de modo que la electricidad afecta finalmente a todo el cuerpo. Los primeros se denominan *aisladores* y los segundos *conductores*.

Esta diferencia de comportamiento de los materiales respecto del desplazamiento de las cargas en su interior depende de la cantidad de electrones de sus átomos. Así, los átomos de los materiales conductores poseen electrones externos muy débilmente ligados al núcleo en un estado de semilibertad que les otorga una gran movilidad. Tal es el caso de los metales. En los materiales aislantes, sin embargo, los núcleos atómicos retienen con mayor fuerza a todos sus electrones, lo que hace que su movilidad sea escasa.

Entre los buenos conductores y los aisladores existe una gran variedad de situaciones intermedias. Es de destacar entre ellas la de los *materiales semiconductores* por su importancia en la fabricación de dispositivos electrónicos, que son la base de la actual revolución tecnológica. En condiciones ordinarias se comportan como malos conductores (es decir como aisladores), pero desde un punto de vista físico su interés radica en que se pueden convertir en conductores con cierta facilidad, ya sea mediante pequeños cambios en su composición, ya sea sometidos a condiciones especiales, como elevada temperatura o intensa iluminación.

La ley de Coulomb

Aun cuando los fenómenos electrostáticos fundamentales eran ya conocidos en la época de Charles Coulomb (1736-1806), no se conocía todavía la proporción en la que variaban esas fuerzas de atracción y repulsión. Fue este físico francés quien, tras poner a punto un método de medida de fuerzas sensible a pequeñas magnitudes, lo aplicó al estudio de las interacciones entre pequeñas esferas cargadas.

Toda la electrostática surge del enunciado cuantitativo de la ley de Coulomb, referente a las fuerzas que actúan entre cuerpos cargados en reposo unos respecto a otros. Coulomb demostró experimentalmente que la fuerza entre dos cuerpos pequeños y cargados situados en el aire y separados por una distancia grande comparada con sus dimensiones cumple con las características enumeradas a continuación.

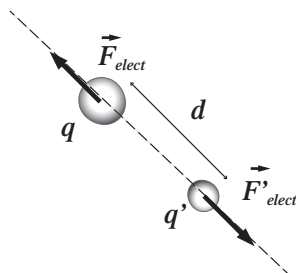
1. Está dirigida a lo largo de la línea que une las cargas,
2. Varía directamente con la magnitud de cada una de sus cargas

$F \propto q \cdot q'$ denotaremos con q y q' los valores de las cargas eléctricas
(\propto significa directamente proporcional)

3. Varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia entre ellas,

$$F \propto \frac{1}{d^2}$$

4. Es atractiva si los cuerpos tienen cargas opuestas y repulsiva si tienen el mismo tipo de carga.



La recta de acción de las fuerzas eléctricas de interacción entre dos cuerpos pequeños cargados es la de la línea que une las cargas.



La fuerza eléctrica es atractiva para cargas de signo opuesto, y repulsiva para cargas de igual signo.

La expresión matemática de la ley de Coulomb que permite calcular el módulo de la fuerza eléctrica es:

$$F_{elect} = k \cdot \frac{q \cdot q'}{d^2}$$

Donde q y q' corresponden a los valores de las cargas que interactúan, d representa la distancia que las separa supuestas concentradas cada una de ellas en un punto y k es una constante de proporcionalidad que depende del medio en que se hallen dichas cargas.

En el Sistema Internacional, la unidad de carga eléctrica es el *coulomb* (C) en homenaje a ese físico francés. El valor experimental de la constante k , en el vacío o en el aire, es de $k_0 = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, aproximadamente.

Como ejercicio, calculemos cuántos electrones tiene que haber para reunir una carga eléctrica de -1 C :

Cada electrón tiene una carga de $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ y, por eso, para juntar una carga de -1 C hay reunir $1/1,6 \times 10^{-19} = 6,25 \times 10^{18}$ electrones.

Por otra parte, se ha comprobado experimentalmente que si las cargas q y q' se sitúan en un medio distinto del aire, la magnitud de las fuerzas de interacción se ve afectada. Así, por ejemplo, en el agua la intensidad de la fuerza electrostática entre las mismas cargas, situadas a igual distancia, es unas 80 veces menor, con respecto a la que experimentarían en el vacío o en el aire. La ley de Coulomb se puede escribir considerando la influencia del medio:

$$F_{elect} = \frac{k_0}{\epsilon_r} \cdot \frac{q \cdot q'}{d^2}$$

Donde ϵ_r se denomina *permitividad eléctrica relativa* (o *constante dieléctrica relativa*) del medio en el que se encuentran las cargas. Para el vacío ϵ_r vale 1; para el aire a la presión y temperatura normales vale prácticamente 1; para el aceite y muchos plásticos varía entre 3 y 5; para el agua y las membranas lipídicas es aproximadamente 80, y hay sustancias como el titanato de bario cuya constante dieléctrica relativa vale más de 100.

La ley de Coulomb se asemeja a la ley de la variación inversa del cuadrado de la distancia enunciada por Newton para la gravitación, $F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$, la cual tenía ya más de cien años en el momento en que se realizaron los experimentos de Coulomb. Ambas son leyes del inverso de los cuadrados; la carga q desempeña el papel de la masa m en la ley de la gravitación de Newton. Una diferencia entre las dos leyes es que las fuerzas gravitatorias, hasta donde sabemos, son siempre de atracción, mientras que las fuerzas electrostáticas pueden ser de repulsión o atracción, dependiendo de que las dos cargas tengan el mismo signo o signos opuestos. Otra diferencia importante es que la intensidad de la fuerza electrostática depende del medio en que están las cargas, mientras que la intensidad de la fuerza gravitatoria es independiente del medio.

Ejemplo

Un átomo de hidrógeno está formado por un protón y un electrón que se mueve en torno a él. Sabiendo que sus cargas, iguales y de signo contrario, equivalen a $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ y que la intensidad de la fuerza atractiva que experimentan es de $8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$, determinar el valor de la distancia media que los separa.

Si despejamos la distancia de la ley de Coulomb, queda:

$$d = \sqrt{\frac{k \cdot q \cdot q'}{F}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \cdot (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}}} = 5,3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

De acuerdo con la ley de Coulomb, dos cargas eléctricas de 1 C cada una separadas por una distancia de un metro, interactúan en el aire con una fuerza de $9 \times 10^9 \text{ N}$.

Esto significa que el coulomb es una cantidad de carga muy grande para un cuerpo puntual o de pequeña superficie; por eso son muy usados los submúltiplos del coulomb:

milicoulomb ($1 \text{ mC} = 10^{-3} \text{ C}$),
microcoulomb ($1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$),
nanocoulomb ($1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$)
picocoulomb ($1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C}$).

La variación con el inverso del cuadrado de la distancia indica que pequeños aumentos en la distancia entre las cargas reducen considerablemente la intensidad de la fuerza o, en otras palabras, que las fuerzas electrostáticas son muy sensibles a los cambios en la distancia.

Campo Eléctrico

La idea de campo

Las cargas eléctricas no precisan de ningún medio material para ejercer su influencia sobre otras, de ahí que las fuerzas eléctricas se puedan considerar como *fuerzas de acción a distancia*. Otra manera de pensar la fuerza entre cargas es que la carga genera un *campo* en el espacio que la rodea y es ese campo el que ejerce fuerzas sobre otras cargas.

La noción de campo no es exclusiva de la electricidad. Por ejemplo, se puede pensar que la Tierra genera a su alrededor un *campo gravitatorio* que ejerce la fuerza de gravedad sobre los cuerpos próximos. De un modo análogo se introduce la noción de *campo magnético* y también la de *campo eléctrico*.

Cada cuerpo cargado modifica las propiedades del espacio que lo rodea con su sola presencia. Supongamos que solamente está presente la carga Q . Se dice que la carga Q crea un campo eléctrico en en todos los puntos del espacio.

Supongamos (fig.1) que ponemos una carga exploratoria q de, por ejemplo $1 \mu\text{C}$, en el punto P, y que sobre ella actúa una fuerza de, digamos, $5 \mu\text{N}$. Podemos imaginar que esa fuerza la ejerce el campo eléctrico creado por la carga Q .

Si ahora (fig.2) cambiamos la carga q por otra de valor doble que la anterior ($2 \mu\text{C}$), la ley de Coulomb nos asegura que también se duplicará la fuerza sobre esa carga ($10 \mu\text{N}$). A pesar de que cambió la carga y también cambió la fuerza, no cambió la relación entre ellas:

$$\frac{F}{q} = \frac{5 \mu\text{N}}{1 \mu\text{C}} = \frac{10 \mu\text{N}}{2 \mu\text{C}} = 5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Ese valor, 5 N/C en este ejemplo, no depende del valor de la carga que coloquemos en el punto P y, por lo tanto, es una propiedad de ese punto. Lo llamaremos *intensidad de campo eléctrico (en el punto P)* y lo designaremos con la letra E (de eléctrico). Así, en este caso diremos que en el punto P el campo eléctrico tiene una intensidad de 5 N/C ; es decir, ejercerá una fuerza de 5 N por cada coulomb de carga que haya en ese punto.

El campo eléctrico es un vector, es decir que además de su intensidad está caracterizado por una dirección y un sentido. Por eso se puede representar mediante una flecha. El vector campo eléctrico en un punto tiene dirección y sentido coincidentes con los del vector fuerza que tendría aplicada una carga positiva ubicada en ese lugar.

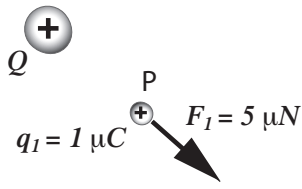


Fig. 1

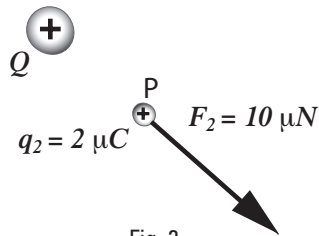
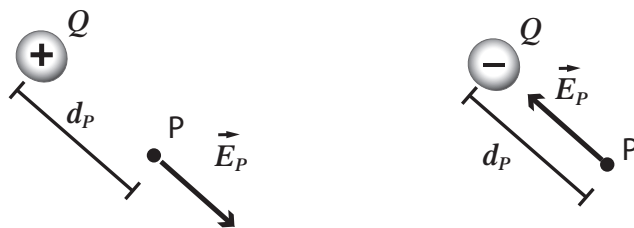


Fig. 2

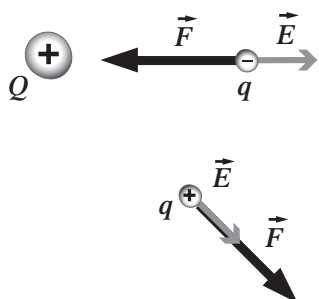


En la figura anterior, hemos dibujado el campo en el punto P producido por una carga Q positiva y negativa respectivamente.

La fuerza sobre la carga q , colocada en el punto P, se puede expresar como la multiplicación entre el valor de esa carga y el campo eléctrico en ese punto:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

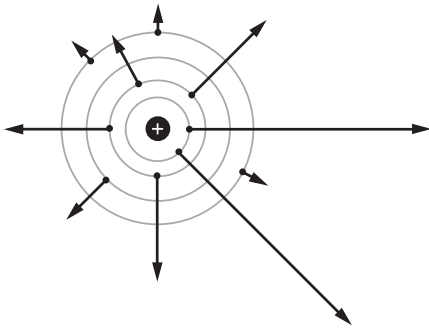
La expresión matemática anterior indica que la fuerza y el campo eléctrico tienen igual dirección. El sentido es el mismo si la carga q es positiva y es contrario si la carga es negativa.



Líneas de campo o de fuerza

De acuerdo con la ley de Coulomb, y la definición de campo eléctrico, el módulo del campo eléctrico generado por una carga puntual Q es directamente proporcional al valor de esa carga e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

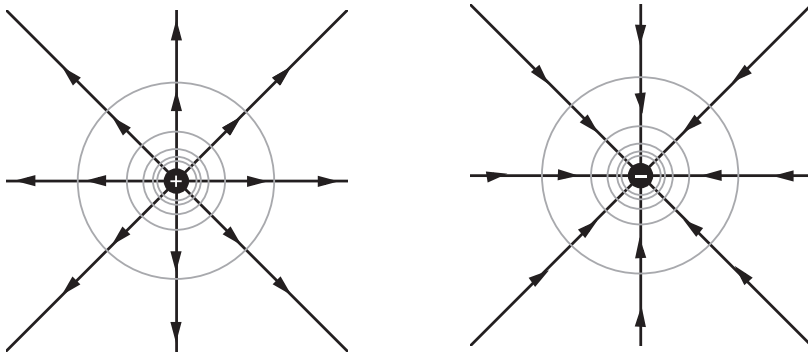
$$|\vec{E}| = \frac{|\vec{F}|}{|q|} = \frac{k \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2} = \frac{k \cdot |Q|}{d^2}$$



Vector campo eléctrico en diversos puntos en la cercanías de una carga puntual positiva. Recordemos que estamos representando en dos dimensiones lo que es en tres dimensiones: las líneas grises circulares representan superficies esféricas concéntricas con la carga puntual. El vector campo eléctrico en todos los puntos ubicados en la misma superficie esférica (que son vectores perpendiculares a ella) tienen el mismo valor.

Dibujar el vector campo eléctrico en todos los puntos del espacio es obviamente imposible y aunque eligiéramos graficarlo solo en varios puntos, el diagrama sería engorroso pues se superpondrían las flechas. Michael Faraday ideó un diagrama, conocido como *diagrama de líneas de campo (o de fuerza)*, que resulta de mucha utilidad para representar un campo eléctrico. Las líneas de campo se orientan de manera que, en cada punto, la tangente a la línea tiene la dirección del campo eléctrico en dicho punto y apunta en el mismo sentido.

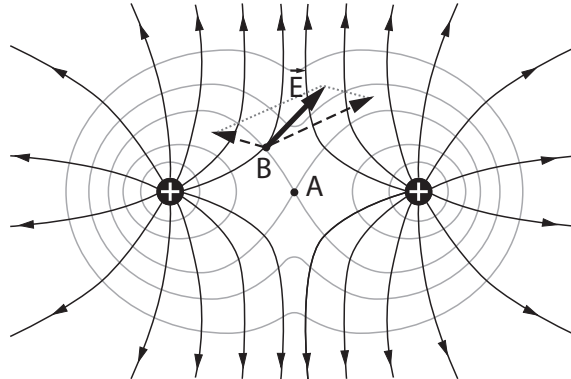
Una carga puntual positiva da lugar a un diagrama de líneas de campo radiales: las fuerzas eléctricas actúan en la dirección de la recta que une a las cargas que interactúan, y dirigidas hacia afuera porque las cargas positivas próximas recibirían fuerzas repulsivas. Para una carga puntual negativa el diagrama es semejante, pero las líneas radiales están dirigidas hacia la carga central. Recordemos que en cada uno de los dos casos el sentido de la fuerza electrostática será el de las líneas de campo si la carga exploratoria es positiva, mientras que será opuesto a este si la carga exploratoria es negativa.



Líneas de campo de una carga puntual. Se observa que en las cercanías de la carga, donde el campo eléctrico es más intenso, las líneas de campo están más apretadas, mientras que en zonas más alejadas de la carga, donde el campo eléctrico es más débil, las líneas de campo están más espaciadas: la densidad de líneas de campo da idea de la intensidad del campo en cada lugar del espacio. (Entre dos líneas de campo siempre hay otra. No es que las fuerzas se limiten a ciertas líneas en particular. Ya que es imposible dibujar infinitas líneas, se representan solo algunas).

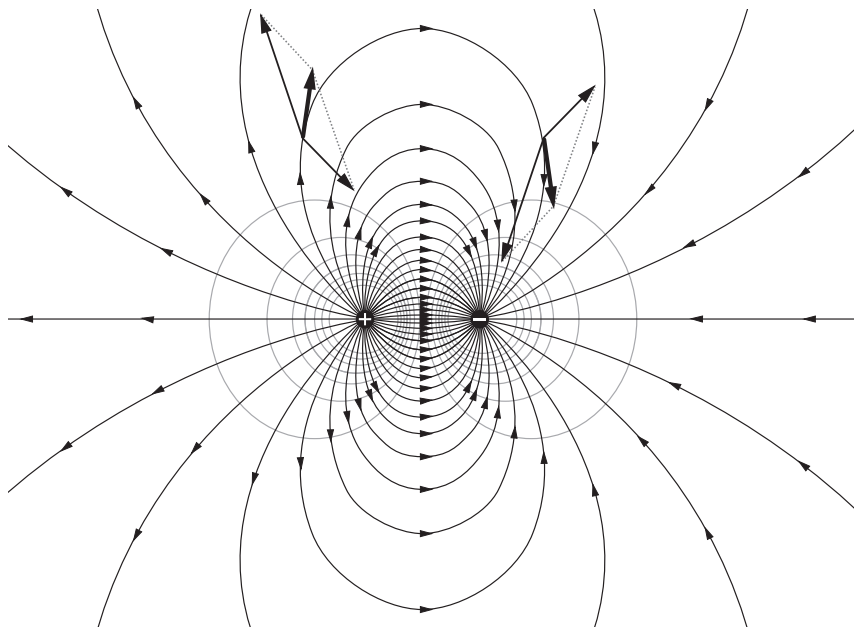
Cuando existen varias cargas, el campo eléctrico en cada punto del espacio resulta ser la suma vectorial de los campos eléctricos producidos por cada carga.

En la figura siguiente se muestra las líneas de campo en la proximidad de dos cargas positivas idénticas.



Líneas de campo producida por dos cargas positivas iguales. En el punto B se muestra cómo el vector campo eléctrico E , tangente a la línea de campo, es la suma vectorial de los campos eléctricos que crea cada una de las cargas. En el punto medio del segmento que une ambas cargas (punto A) el campo es nulo, pues los campos que crean las cargas son de igual valor y sentidos opuestos. Esta configuración de líneas de campo, vista de lejos, se asemeja a la de una única carga puntual positiva, de valor $2q$.

En la figura siguiente se muestran las líneas de campo eléctrico en la proximidad de dos cargas de igual magnitud y de diferente signo que, en conjunto, se denomina *dipolo* eléctrico. Aunque la carga neta de un dipolo eléctrico es cero, el hecho de que las cargas de igual valor y signo contrario estén ligeramente desplazadas produce un campo eléctrico. En algunas sustancias como el agua, los centros de las cargas positivas y negativas de las moléculas están desplazados, y por eso funcionan como dipolos. En ese caso decimos que la sustancia está compuesta por *moléculas polares*, lo que tiene importantes consecuencias en sus propiedades fisicoquímicas.



Dipolo eléctrico. En la zona entre ambas cargas el campo es más intenso (mayor densidad de líneas de campo) pues los campos eléctricos creados por cada una de las cargas se refuerzan. Las líneas son cerradas, salen de la carga positiva y entran a la negativa. Visto desde lejos un dipolo tiene un campo nulo, es decir es un elemento neutro; es decir, es un cuerpo eléctricamente neutro.

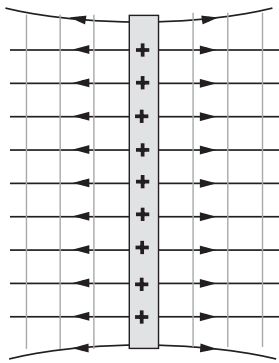


Fig. 1

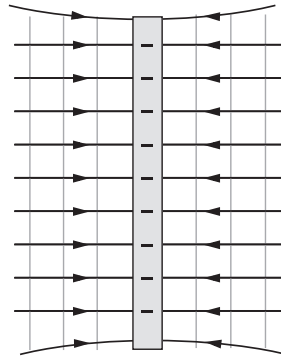


Fig. 2

Superficie plana uniformemente cargada. Una lámina plana infinita (o muy extensa, de modo que podamos ignorar los efectos de borde sin cometer errores importantes) con una cierta carga que se distribuye uniformemente, genera un campo eléctrico uniforme de ambos lados, es decir que tiene el mismo valor en todo el espacio. Las líneas del campo son perpendiculares al plano cargado: si la carga es positiva el sentido es saliente (Fig. 1) y si la carga es negativa el sentido es entrante al plano (Fig.2). Las líneas son paralelas y equidistantes, ya que el campo eléctrico tiene la misma dirección, sentido e intensidad en todos los puntos del espacio.

Es interesante estudiar el campo eléctrico entre dos superficies planas cargadas igual y uniformemente porque es la configuración que existe en un capacitor plano, como veremos más adelante, y explica el comportamiento eléctrico de la membrana celular.

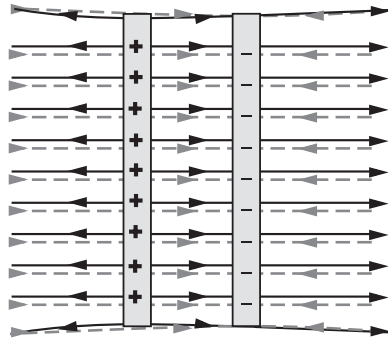


Fig. 1

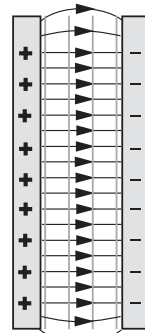


Fig. 2

Dos superficies planas paralelas uniformemente cargadas con igual carga pero de signo opuesto. En la figura 1 se dibujan superpuestas las líneas de campo de cada uno de los planos: los campos por fuera de los planos se anulan mientras que los del interior se refuerzan. El campo resultante se muestra en la figura 2: un campo eléctrico uniforme de doble intensidad que el creado por solo una de ellas y confinado en la región comprendida entre las placas.

Características generales de las líneas de campo

- La tangente a la línea en cualquier punto tiene la dirección del campo eléctrico en ese punto.
- Las líneas comienzan (nacen) en las cargas positivas y terminan (mueren) en las negativas.
- El número de líneas que abandonan una carga puntual positiva o entran en una carga negativa es proporcional al valor de la carga.
- Las líneas se dibujan simétricamente saliendo o entrando a la carga puntual.
- La separación entre las líneas en una región da idea del valor del campo allí, de manera que donde las líneas están más cerca entre sí, el campo es más intenso.
- Las líneas de campo nunca se cortan.

Las líneas de campo "nacen" en las cargas positivas y "mueren" en las negativas. Se dice por ello que las primeras son «manantiales o fuentes» y las segundas «sumideros» de líneas de campo

Fuerza y aceleración en el campo eléctrico

Una carga puntual en un campo eléctrico experimenta una fuerza proporcional al valor de la carga y a la intensidad del campo eléctrico en ese lugar:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

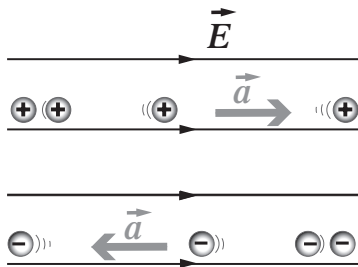
Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \cdot \vec{E}$$

que indica que la aceleración de la carga tiene la misma dirección que el vector campo eléctrico.

- Si la carga es positiva, la aceleración de la carga tiene el mismo sentido del campo.
- Si la carga es negativa, la aceleración de la carga es contraria al campo.



Ejemplo

Determinar la intensidad de campo eléctrico en el vacío debido a una carga puntual $Q = 1,6 \times 10^{-6} \text{ C}$ en un punto situado a una distancia de 0,4 m de la carga e indicar en dicho punto el vector que lo representa. ¿Cuál sería la fuerza eléctrica que se ejercería sobre otra carga de valor $3 \times 10^{-8} \text{ C}$ si se la situara en ese punto?

Solución:

El módulo de la intensidad de campo E debido a una carga puntual Q viene dada por la expresión:

$$|\vec{E}| = \frac{k \cdot |Q|}{d^2}$$

Donde Q es la carga que genera el campo y d la distancia entre esa carga y el punto considerado. Sustituyendo en la expresión anterior se tiene:

$$|\vec{E}| = \frac{9 \times 10^9 \text{ NmC}^{-2} \cdot 1,6 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0,4\text{m})^2} = 9 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Por tratarse de un campo eléctrico debido a una carga positiva el vector correspondiente estará dirigido sobre la recta que une Q con el punto considerado y en el sentido que se aleja de la carga Q .

Conociendo el campo eléctrico, el cálculo de la fuerza se reduce a multiplicar E por el valor de la carga que se sitúa en el punto:

$$|\vec{F}| = |q| \cdot |\vec{E}|$$

$$|\vec{F}| = 3 \times 10^{-8} \text{ C} \cdot 9 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$|\vec{F}| = 2,7 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Como la carga q es positiva, el vector fuerza tendrá la misma dirección y sentido que el vector campo eléctrico.

Energía potencial electrostática

Una carga ubicada en un campo eléctrico uniforme recibe una fuerza eléctrica constante y se mueve, entonces, con una aceleración constante. El caso es semejante al de un cuerpo en caída libre en las proximidades de la Tierra.

Se puede demostrar que el trabajo de la fuerza eléctrica sobre una carga que va de un lugar a otro no depende del camino (es una fuerza conservativa). Igual que en el caso de la fuerza peso, se le puede asociar una energía potencial, de tal manera que *el trabajo de la fuerza eléctrica cuando la carga va de un punto a otro es igual a la variación de la energía potencial eléctrica cambiada de signo*:

$$L_{F_{e_{A \rightarrow B}}} = -\Delta E_{Pe}$$

Si el trabajo de la fuerza eléctrica es positivo, la variación de energía es negativa, es decir el sistema pierde energía potencial eléctrica. Si el trabajo de la fuerza eléctrica es negativo el sistema gana energía potencial eléctrica.

$\vec{P} = \vec{F}_{grav} = m \cdot \vec{g}$

Cuando un cuerpo cae desde el reposo bajo la sola acción de su peso, pierde energía potencial gravitatoria y aumenta su energía cinética. Para llevarlo hasta la altura inicial hace falta entregar energía mediante el trabajo positivo de una fuerza que contrarreste el trabajo negativo del peso que se opone al desplazamiento en contra del campo gravitatorio.

$\vec{F}_{elect} = q \cdot \vec{E}$

Cuando una carga positiva se mueve, desde el reposo, bajo la sola acción de la fuerza eléctrica, es decir en el sentido del campo, pierde energía potencial eléctrica y aumenta su energía cinética. Para llevarla hasta la posición inicial hay que entregar energía mediante el trabajo positivo de una fuerza que contrarreste el trabajo negativo de la fuerza eléctrica, que se opone al desplazamiento en contra del campo eléctrico.

Cuando una carga en reposo se suelta en un campo electrostático, bajo la única acción de la fuerza eléctrica, se mueve espontáneamente tendiendo a minimizar su energía potencial eléctrica. Para aumentar su energía potencial eléctrica se requiere un aporte energético. Un cuerpo que cae en el campo gravitatorio pierde más energía potencial gravitatoria cuanto mayor es su masa. Análogamente, una carga positiva que se mueve en el sentido del campo eléctrico pierde más energía potencial eléctrica cuanto mayor es el valor de su carga.

El módulo del trabajo de la fuerza eléctrica es directamente proporcional al valor de la carga (si la carga es doble pierde el doble de energía, si la carga es triple pierde el triple de energía, etc). Es útil saber cuánta es la energía puesta en juego por unidad de carga que se mueve en un campo eléctrico fijo. Esta cantidad de energía por unidad de carga depende exclusivamente de la configuración del campo (de la carga que lo crea y de la posición) y es independiente de cuál sea la carga que circunstancialmente se mueva. Desarrollamos a continuación el concepto de *diferencia de potencial*.

¿Hacia dónde empieza a moverse una carga negativa bajo la sola acción de la fuerza eléctrica? ¿Gana o pierde energía potencial eléctrica? ¿Gana o pierde energía cinética? ¿Qué se requiere para llevarlo hasta la posición inicial?

Campo eléctrico y energía: la diferencia de potencial

Muchas veces, la transferencia de cargas eléctricas de un lugar a otro requiere aporte de energía. En relación con ese aporte de energía resulta útil el concepto de *diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico*. Para entender esta idea recurriremos al ejemplo de la membrana celular.

El interior de las células suele ser eléctricamente neutro (hay tanta carga positiva como negativa). Sin embargo, una delgada capa de iones negativos se ubica en la cara interna de la membrana y atrae una capa de iones positivos que se ubica en el lado externo de la membrana. El resultado es que se establece un campo eléctrico dentro de la membrana, como puede verse en la figura adjunta.

Si se desea expulsar carga positiva fuera de la célula, por ejemplo iones K^+ , el campo eléctrico de la membrana se opondrá a dicho pasaje y, por lo tanto, para pasar habrá que gastar energía (hacer trabajo). El trabajo es tanto mayor cuanto más carga se quiera transportar. Dicho más precisamente, el trabajo es directamente proporcional a la carga transportada. Para muchas células ese trabajo es de unos 80 mJ (milijoules) por cada coulomb transportado del interior al exterior. Naturalmente, si se quiere transportar 2 C habrá que gastar 160 mJ (el doble). Entonces, se puede decir que el trabajo por unidad de carga es 80 mJ/C. A ese trabajo por unidad de carga positiva transportada a velocidad constante en el campo eléctrico de la membrana se lo denomina *diferencia de potencial eléctrico* (ΔV) entre ambas caras de la membrana. La diferencia de potencial se expresa en J/C, unidad denominada *volt* (V), en homenaje a quien ideó la primera pila eléctrica. Entonces, en nuestro caso:

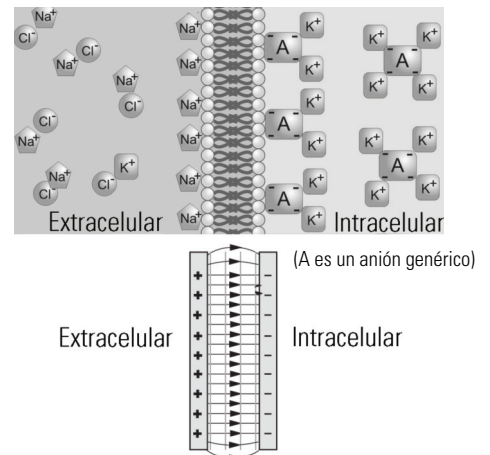
$$\Delta V = 80 \frac{mJ}{C} = 80 mV$$

Notemos que solo consideramos la diferencia de potencial entre dos puntos y no el potencial en cada punto. Este último es arbitrario, como lo es el valor de energía potencial gravitatoria. Es cómodo tomar que el potencial es cero en el medio extracelular. Con esa convención, el potencial en la cara interna de la membrana resulta de $-80 mV$.

En nuestro ejemplo, mediante el trabajo positivo de la fuerza aplicada sobre los iones K^+ (opuesta a la fuerza eléctrica) se aumenta la energía potencial eléctrica del sistema. La diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos se puede interpretar también como la variación de energía potencial del sistema por unidad de carga positiva transportada entre dichos puntos.

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = \frac{\Delta E_{pot A \rightarrow B}}{q} = \frac{-L_{F_{elect}} A \rightarrow B}{q}$$

Otro nombres con los que a veces se designa a la diferencia de potencial (eléctrica) es *tensión (eléctrica)* y *voltaje*.



Campo eléctrico en una membrana celular

La diferencia de potencial puede pensarse como un peaje o impuesto que deben pagar las cargas para atravesar esa región. Ese impuesto no se paga en \$ sino en joules.

La limitación de esta analogía es que en el caso vial si vuelvo a pasar por el puesto de peaje en sentido contrario vuelvo a pagar por el derecho de tránsito, en cambio en el caso eléctrico el gasto de capital que hice a la ida lo recupero en el camino de vuelta...

Ejemplo

Calcular el gasto de energía para sacar de la célula un mol de iones K^+ .

$$L = q \cdot \Delta V = 6,02 \times 10^{23} \cdot 1,6 \times 10^{-19} C \cdot 80 \times 10^{-3} V = 7706 J$$

Electronvolt

En muchos fenómenos eléctricos naturales se describe el comportamiento de cargas eléctricas del orden de magnitud de la carga eléctrica del electrón: $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$. Resulta práctico definir una unidad de energía, el *electronvoltio* (eV), que representa la energía cinética que adquiere un electrón (o un protón) cuando es acelerado por el campo eléctrico entre dos puntos entre los que existe una diferencia de potencial de 1 volt. Busquemos la equivalencia entre el electrovolt y el joule considerando que la ganancia de energía cinética de la carga tiene el mismo valor que su pérdida de energía potencial:

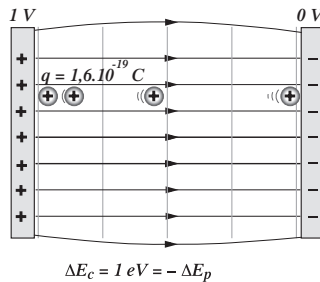
$$\Delta E_c = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V$$

para un protón:

$$1eV = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot (-1V)$$

$$1eV = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \frac{J}{C}$$

$$1eV = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$



Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme

Cuando el campo eléctrico puede considerarse uniforme (es decir que no varía con la posición) se puede recurrir a una expresión sencilla para expresar la diferencia de potencial entre dos puntos.

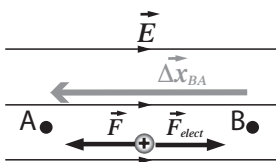
La diferencia de potencial entre dos puntos se puede pensar como el trabajo por unidad de carga que hay que hacer contra la fuerza eléctrica, para llevar cargas positivas con velocidad constante, desde el primer hasta el segundo punto. Analicemos primero su valor absoluto:

$$|\Delta V_{A \rightarrow B}| = \frac{|L_{F \ A \rightarrow B}|}{|q|} = \frac{|F| \cdot d}{|q|} = |E| \cdot d$$

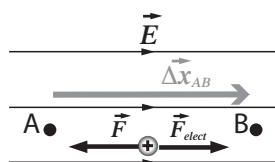
De manera que el valor absoluto de la diferencia de potencial entre dos puntos se expresa como el producto del módulo del campo eléctrico por la distancia d que separa a los puntos en la dirección del campo eléctrico (distancia horizontal en nuestro ejemplo).

$$|\Delta V| = |E| \cdot d$$

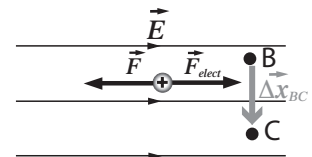
Analicemos el signo de la diferencia de potencial teniendo en cuenta el signo del trabajo de la fuerza aplicada para el traslado con velocidad constante:



Para trasladar la carga en el sentido contrario al del campo eléctrico (de B a A) el trabajo de la fuerza aplicada (contraria a la fuerza eléctrica) es positivo. Entonces la diferencia de potencial $V_A - V_B$ también es positiva: V_A es mayor que V_B .



Para trasladar la carga en el mismo sentido al del campo eléctrico (de A a B), el trabajo de la fuerza aplicada (contraria a la fuerza eléctrica) es negativo. Entonces la diferencia de potencial $V_B - V_A$ también es negativa: V_A es mayor que V_B .



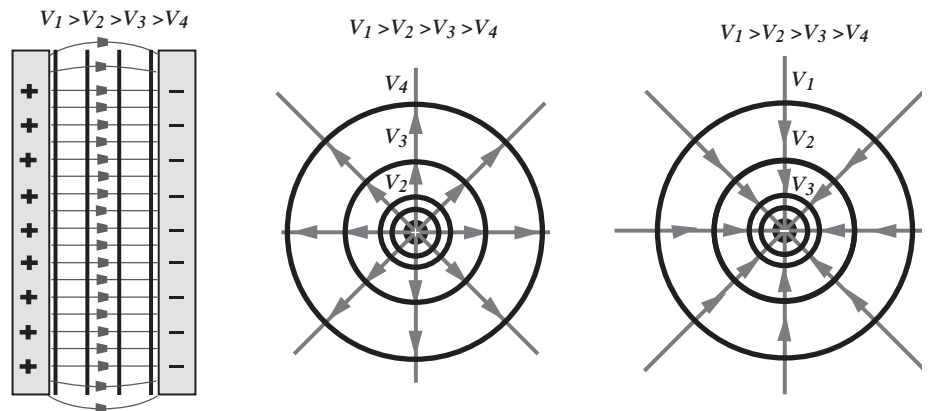
Para trasladar la carga en dirección perpendicular al del campo eléctrico, el trabajo de la fuerza aplicada (contraria a la fuerza eléctrica) es nulo. Entonces la diferencia de potencial $V_C - V_B$ también es nula así que ambos tienen el mismo potencial: V_C es igual que V_B .

El potencial eléctrico V tiene un valor determinado para cada punto del espacio y este valor disminuye en el sentido del campo eléctrico.

Superficie equipotencial

Si una carga se mueve en dirección perpendicular a las líneas de campo, no varía su energía potencial pues el trabajo eléctrico es nulo (la fuerza es perpendicular al desplazamiento). En ese caso todos los puntos de la superficie por los que pasa la carga tienen el mismo valor de potencial. Se llama *superficie equipotencial* a aquella superficie, perpendicular a las líneas de campo, en la que todos los puntos tienen el mismo potencial.

Superficies equipotenciales. Las líneas de campo (líneas grises) y las superficies equipotenciales (líneas negras) son perpendiculares entre sí. Para el caso del campo uniforme confinado entre dos planos cargados, las superficies equipotenciales son superficies planas paralelas a los planos generadores del campo. Para una carga puntual las superficies equipotenciales son superficies esféricas centradas en la carga.



Si se recorre el espacio en la dirección y sentido de las líneas de campo, se atraviesan perpendicularmente diferentes superficies equipotenciales con niveles decrecientes de potencial.

El potencial disminuye en el sentido de las líneas de campo porque las cargas positivas al moverse en ese sentido pierden energía potencial y, si no existe otra fuerza que la eléctrica, ganan energía cinética. Para llevar una carga positiva en ese sentido con velocidad constante se debe aplicar una fuerza cuyo trabajo negativo contrarreste el trabajo positivo de la fuerza eléctrica del campo.

La dirección y sentido del campo eléctrico indican la dirección y sentido en que más decrece el potencial. Su módulo indica cuánto cambia el potencial por unidad de longitud y coincide con el módulo del *gradiente* de potencial:

$$|E| = \frac{|\Delta V|}{|\Delta x|}$$

La última expresión permite observar que el campo eléctrico (que se mide N/C) también puede expresarse en V/m, unidad que es mucho más habitual.

Ejemplo

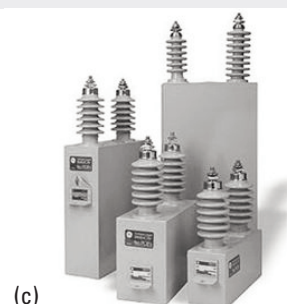
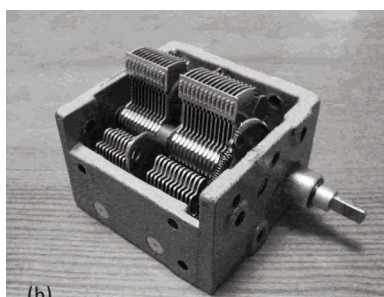
Una pequeña esfera cargada negativamente se encuentra en un campo electrostático. Si se traslada **siguiendo la dirección de una línea de campo, desde un punto A hasta otro B donde el potencial es mayor**, ¿cuál es la única opción correcta entre las que siguen?

- La energía potencial electrostática de la esfera permanece constante.
- El trabajo de la fuerza eléctrica es negativo.
- La esfera se mueve en el sentido del campo, y su energía potencial electrostática disminuye.
- La esfera se mueve en el sentido del campo, y su energía potencial electrostática aumenta.
- La esfera se mueve en el sentido opuesto del campo, y su energía potencial electrostática disminuye.
- La esfera se mueve en el sentido opuesto del campo, y su energía potencial electrostática aumenta.

Capacitores y dieléctricos

En el ambiente eléctrico se llama *capacitor* cualquier elemento de un circuito cuya función principal sea la de acumular cargas eléctricas de igual módulo y de polaridad opuesta en sus dos electrodos, armaduras o placas.

Una expresión más antigua para designar los capacitores es *condensadores*, en el sentido de que acumulan o condensan carga eléctrica.



Capacitores variados. (a) capacitores electrolíticos diversos usados en circuitos de baja tensión. (b) capacitor variable para sintonía de radio. (c) capacitores utilizados en líneas de distribución de 15.000 V.

El estudio de los capacitores es importante en las ciencias biológicas y médicas, no sólo porque forman parte de instrumental de investigación y terapéutico, sino porque los nervios de los animales y las paredes de las células se comportan como capacitores.

Capacitores planos

Una forma de construir un capacitor capaz de almacenar cargas importantes con tensiones moderadas es tomar dos placas conductoras de gran superficie (las armaduras) y colocarlas a una pequeña distancia una de otra, apenas la necesaria para soportar la tensión que se le aplique, sea en el vacío, en el aire, o con aislantes gaseosos, líquidos o sólidos entre ellas. Ese aislante se llama *dieléctrico*. A este tipo de capacitor, cuando la separación entre las armaduras es mucho menor que sus dimensiones, se lo llama *capacitor plano*. Este nombre es independiente de que las placas sean o no planas; de hecho se los suele construir con cintas de papel metálico separadas por una lámina de plástico, y el conjunto se enrolla para que ocupe menos sitio; eso también es un capacitor plano.

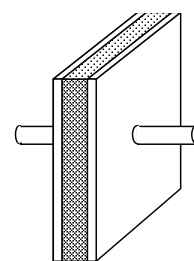
Para cargar el capacitor, hay que introducir cargas positivas en una placa y negativas en la otra. Sin embargo, eso no es gratis: requiere energía. Lo usual es conectar una pila, que suministra una diferencia de potencial ΔV y moviliza las cargas hacia las placas. La cantidad de carga adquirida por el capacitor ($+q$ en una placa y $-q$ en la otra) resulta directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada:

$$q = C \cdot \Delta V$$

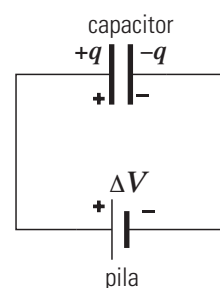
La constante $C = q / \Delta V$ es una característica constructiva del capacitor y se denomina *capacidad* o *capacitancia*. Sus unidades de medida son coulomb/volt y esta combinación recibe el nombre de *faraday* (F), aunque en nuestro país se lo suele llamar *faradio*^[1]. Por ejemplo, un capacitor que adquiere una carga de 30 microcoulomb bajo la acción de una diferencia de potencial de 10 volts, tiene una capacidad de:

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{30 \mu C}{10 V} = 3 \mu F$$

Este cociente es característico del capacitor: la capacidad está determinada por el tamaño, la geometría y el material que separa las placas del capacitor. El mismo capacitor del ejemplo adquiriría una carga de 60 μC si la diferencia de potencial fuera 20 V, y de 300 μC si la diferencia de potencial fuera de 100 V.



Capacitor



Carga de un capacitor

Como en el caso del coulomb, el faradio resulta una unidad muy grande para las aplicaciones cotidianas. Por eso se usa: el microfaradio ($1 \mu F = 10^{-6} F$), el nanofaradio ($1 nF = 10^{-9} F$) el picofaradio ($1 pF = 10^{-12} F$).

[1] En nuestro país se suele decir faradio en vez de farad; en cambio es igualmente habitual hablar de volts o de voltios, de watts y de vatios. Y es raro oír, en la Argentina, amperios, newtonios, culombios u ohmios.

Significado de la capacidad eléctrica



La atmósfera de nuestro planeta se puede considerar como el dieléctrico de un gigantesco capacitor plano (en rigor, esférico), una de cuyas armaduras es el suelo conductor, y la otra es la ionosfera, también conductora, cuyo límite inferior se encuentra a unos 80 km de altura cuando es de día y actúan las radiaciones *ionizantes** provenientes del Sol. Al producirse un rayo, lo que vemos es la ruptura del dieléctrico (aire).

**Ionizante* significa que ioniza, que produce iones. Los iones son partículas de carga positiva o negativa, generalmente átomos a los que les faltan o les sobran electrones, y los propios electrones arrancados de los átomos por la radiación.

Exploremos un poco el concepto de capacidad. En el caso de los recipientes para líquidos, por ejemplo una botella, la capacidad se refiere al volumen máximo de líquido que puede contener. Sin embargo, en el caso eléctrico la capacidad es un concepto diferente ya que, en principio, podemos poner tanta carga como queramos dentro del capacitor, a condición de aumentar lo suficiente la diferencia de potencial. En ese sentido, el capacitor se parece más a un recipiente para contener gas (a una garrafa) que a uno para líquidos, ya que tanto el gas como la carga eléctrica pueden ser introducidos "a presión" dentro del recipiente.

La comparación podría resumirse en el siguiente cuadro:

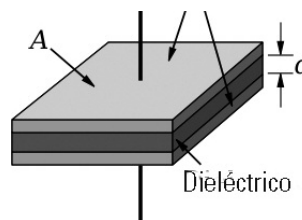
Gas	Electricidad
Garrafa	Capacitor
Carga de gas (m en kilogramos)	Carga eléctrica (q en coulombs)
Diferencia de presión (Δp en pascales)	Diferencia de potencial (ΔV , en volts)
Capacidad ($C = m/\Delta p$, en kg/Pa)	Capacidad ($C = q/\Delta V$, en C/V)

¿Y cuál es la carga máxima que podemos introducir en un capacitor? Idealmente no hay un límite, pero en la realidad sí. Igual que una garrafa se puede romper si la presión es muy elevada, lo mismo le ocurre al capacitor si la diferencia de potencial es demasiado grande: si el campo eléctrico entre las placas se vuelve muy elevado, el dieléctrico comienza a conducir, salta una chispa y el capacitor queda inservible.

Damos, sin demostración, la expresión que permite calcular la capacidad de un capacitor plano:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

donde A es el área de una de sus placas, d la distancia entre ellas y ϵ es la *permitividad eléctrica* (o *constante dieléctrica*) del material que separa las placas.



La constante ϵ puede expresarse como

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

donde ϵ_r es la permitividad relativa del material (que vimos cuando tratamos la ley de Coulomb) y ϵ_0 es la permitividad del vacío, que está relacionada con la constante k_0 de la ley de Coulomb:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}} = 9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

Ejemplo

¿Cuál es la capacidad de un capacitor plano formado por dos placas de 1 cm² de área cada una, separadas por 1 mm de material de constante dieléctrica relativa 25?

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = 25 \cdot 9 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \frac{10^{-4} \text{ m}^2}{10^{-3} \text{ m}}$$

$$C = 2,25 \times 10^{-11} \text{ F} = 22,5 \text{ pF}$$

Campo eléctrico entre las placas y su valor de ruptura

Si el tamaño de las placas de un capacitor es mucho mayor que la distancia que las separa, se puede suponer que el campo eléctrico es aproximadamente uniforme en el espacio entre placas. El valor de ese campo se puede calcular a partir de la diferencia de potencial ΔV entre las placas y la distancia d entre ellas:

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

Si ese valor llegara a ser muy elevado, podría alcanzarse el campo eléctrico de ruptura, E_{rup} , de ese material, lo que significa que el material deja de ser aislante y salta una chispa eléctrica entre las placas. La tabla siguiente muestra ese valor crítico para diferentes dieléctricos.

Material	Campo eléctrico de ruptura [KV/(mm)]
Aire seco	3
Vidrio Pyrex	14
Vacío	30
Polietileno	20
Agua pura	30
Porcelana	5,7

Asociación de capacitores en serie y en paralelo

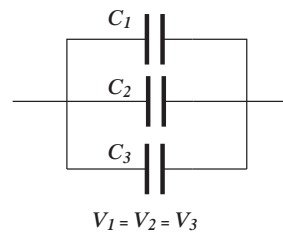
De aquí en adelante, por simplicidad, la diferencia de potencial ΔV , será llamada tensión V . Recordemos que la capacidad se calcula como el cociente entre la carga y la tensión:

$$C = q / V$$

Esta expresión vale para cada uno de los capacitores de un circuito. Si se la aplica al conjunto, hay que considerar la carga conjunta y la tensión conjunta; la capacidad que se obtiene así se llama *capacidad equivalente*, y es la de un capacitor único que reemplazaría a la totalidad conectada, y que adquiriría la misma carga, cuando se le aplica la misma tensión que al conjunto.

Capacitores conectados en paralelo.

En una conexión en paralelo, las cargas se suman, y la tensión del conjunto es la misma que la de cualquiera de los capacitores conectados, que tienen la misma diferencia de potencial.



Capacitores en paralelo. Las cargas se suman, y las tensiones son iguales.

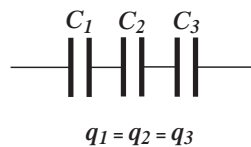
Entonces:

$$C_{eq} = \frac{Q_{total}}{V_{total}} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots}{V} = \frac{C_1 V + C_2 V + C_3 V + \dots}{V}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Capacitores conectados en serie.

En una conexión en serie, en cambio, son las tensiones las que se suman (del mismo modo en que se suman las diferencias de altura entre localidades para hallar la diferencia de altitud entre la primera y la última), pero la carga de todos los capacitores es la misma:



Capacitores en serie. Las cargas son iguales, y las tensiones se suman.

Entonces:

$$C_{eq} = \frac{Q_{total}}{V_{total}} = \frac{Q}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots} = \frac{1}{\frac{Q}{V_1} + \frac{Q}{V_2} + \frac{Q}{V_3} + \dots} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Cuando se conectan en serie sólo dos capacitores, hay una expresión más sencilla que se puede aplicar mentalmente^[2]:

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Por ejemplo, un capacitor de un microfaradio en serie con otro de dos microfaradios, tienen una capacidad equivalente de dos tercios de microfaradio.

^[2] La expresión siguiente, extendida de la anterior, es **incorrecta**, ni siquiera da un resultado en unidades de capacidad.

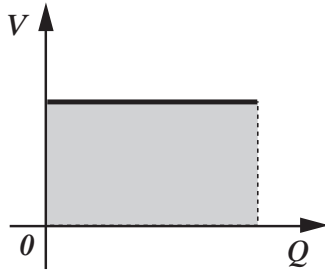
$$C_{123} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Energía acumulada por un capacitor

Cuando una pila que mantiene una tensión constante V transfiere una carga eléctrica Q , la energía U entregada por la pila es simplemente el producto de V por Q , ya que la tensión se interpreta como la energía por unidad de carga:

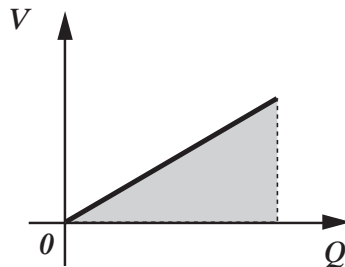
$$U = V \cdot Q$$

Esta energía se puede representar como el área de un rectángulo



Para calcular la energía almacenada por el capacitor la situación es diferente, ya que la tensión entre las placas NO se mantiene constante a medida que se lo carga.

En la carga de un capacitor, como la tensión varía proporcionalmente con la carga, el área que representa la energía es la de un triángulo.



Si llamamos V y Q a la tensión y carga finales, respectivamente, tenemos:

$$U = \frac{1}{2} \cdot V \cdot Q$$

donde U es la energía electrostática acumulada, en joules, V es la tensión final, en volts, y Q la carga final en coulombs. Si recordamos la definición de capacidad como el cociente entre la carga y la tensión, obtenemos las siguientes expresiones alternativas:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

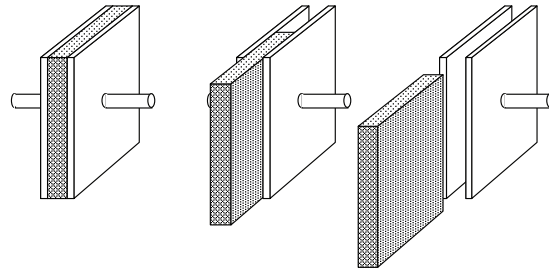
¿Dónde está la diferencia?

Cuando un capacitor adquiere una carga Q mediante una pila de tensión V , la pila entrega una energía $Q \cdot V$. Sin embargo, la energía acumulada por el capacitor es apenas la mitad, $Q \cdot V / 2$. ¿Qué pasó con la diferencia? ¿O es que en este caso no se conserva la energía?

Se puede demostrar que la mitad de la energía se pierde, en forma de calor, durante la conducción a través de los cables.

Ejemplo

Un capacitor de $100 \mu\text{F}$ que tiene un dieléctrico de constante relativa igual a 5 se carga por completo con una fuente de 100V . Se lo desconecta de la fuente y se le retira el dieléctrico. ¿Cuánto vale la nueva tensión, y cuánto el trabajo empleado para extraer el dieléctrico?



El capacitor cargado tiene una energía acumulada:

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 \cdot V_1^2 = 0,5\text{J}$$

Cuando se le retira el dieléctrico la capacidad disminuye a sólo un quinto de la anterior,

$$C_1 = 5 \cdot \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{C_1}{5}$$

El capacitor está desconectado de la fuente y las placas están aisladas mientras se retira el dieléctrico por lo que la carga se mantiene, y la nueva tensión tiene que ser cinco veces mayor que la primitiva para que $C \cdot V$, que es la carga, se mantenga. A igualdad de carga, la nueva energía $U_2 = Q \cdot V_2 / 2$ es cinco veces mayor, o sea de $2,5\text{J}$;

$$U_1 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V_1 \quad U_2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V_2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot 5V_1 \quad \Rightarrow \quad U_2 = 5U_1 = 2,5\text{J}$$

De ahí deducimos que el trabajo necesario para extraer el dieléctrico es de 2J , igual a la diferencia entre la energía final y la inicial.

$$L_F = \Delta U = U_2 - U_1 = 2,5\text{J} - 0,5\text{J} = 2\text{J}$$

Ejemplo

Un capacitor de $100 \mu\text{F}$ de dieléctrico de aire se carga con 100V . Se desconecta de la fuente y se separan sus placas hasta el doble de la distancia original. ¿Cuánto vale la nueva tensión, y cuánto el trabajo necesario para separar las placas?

Solución

Igual que en el caso anterior el capacitor cargado tiene una energía $U = CV^2/2 = 0,5\text{J}$. Cuando se separan las placas hasta el doble de la distancia original la carga se mantiene, pero la capacidad disminuye a la mitad, por lo que la nueva tensión tiene que ser el doble de la original, es decir 200V , para que $C \cdot V$, que es la carga, se mantenga. A igualdad de carga, la nueva energía $Q \cdot V/2$ es el doble que la original, o sea de 1J ; de ahí deducimos que el trabajo necesario para separar las placas es de $0,5\text{J}$, igual a la diferencia entre la energía final y la inicial ^[3].

^[3] Al separar las placas de un capacitor desconectado crece la tensión. Sin embargo, la intensidad de campo eléctrico entre las placas no se modifica.