Profesor: **Daniel Pascual Gallegos**
tutordani@gmail.com
https://www.tecnopatafisica.com/

Fundación F. Viértola
Colegio Beata Filipina

FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO

"Tema 10: Trabajo, potencia y energía"

«Un hombre puede imaginar cosas que son falsas, pero sólo puede entender cosas que son ciertas».
Isaac Newton (1642-1727) Matemático y físico británico

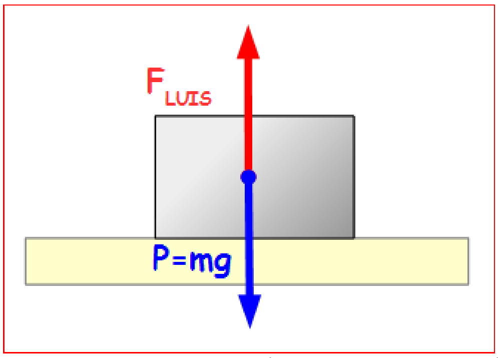
1) Luis sostiene un bloque de libros de 3 kg con las manos durante un tiempo de 10 segundos. ¿Qué trabajo ha realizado?

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 3 kg **Tiempo** t = 10 s	**Trabajo W**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1)

El **trabajo W** realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Si dibujamos el **diagrama de fuerzas** de nuestro sistema:



En este caso estamos interesados en conocer el **trabajo** que realiza la fuerza de Luis (F_{LUIS}) pero debemos tener en cuenta la siguiente consideración: **una fuerza no realiza trabajo si no produce un desplazamiento en el cuerpo sobre el que actúa**.

Es decir, como en este caso el desplazamiento es 0 ($\Delta x = 0$) al aplicar la fórmula (1):

$W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$ → dado que $\Delta x = 0$ → $\boxed{W=0\,J}$

2) Calcula el trabajo que realiza una máquina cuando eleva con velocidad constante una masa de 30 kg desde el suelo hasta una altura de 3 m. Calcula la potencia que tiene la máquina si ha tardado en realizar el trayecto un tiempo de 10 s.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 30 kg **Altura alcanzada** h = 3 m **Altura salida (suelo)** h = 0 m **Velocidad** v = constante **Tiempo** t = 10 s	**Trabajo W** **Potencia P**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1) $\boxed{W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}}$ (2) $\boxed{E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2}$ (3) $\boxed{E_{potencial}=mgh}$ (4) $\boxed{P=\frac{W}{t}}$ (5)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio vamos a desarrollar los dos métodos y dejaremos al lector que elija el que le parece más sencillo (suele ser trabajar con energía ya que nos ahorramos los cálculos vectoriales).

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo W** realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica (ΔEmecánica)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética (ΔEcinética)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial (ΔEpotencial)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (2):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo se mueve a una velocidad constante → su velocidad no varía durante el trayecto → su energía cinética inicial es la misma que su energía cinética final:

$$\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\,final}-E_{cinética,\,inicial} \rightarrow \text{como } v = cte \rightarrow \boxed{\Delta E_{cinética}=0\,J}$$

- **Energía potencial**: en este caso vemos que el cuerpo varía su **altura h** con respecto al suelo → se produce una variación en la energía potencial del cuerpo dada por:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial}$ → aplicando la fórmula (4) $E_{potencial}=mgh$ debemos calcular este valor para la posición inicial y final:

  - **Energía potencial inicial**: como el cuerpo parte del suelo **h = 0 m** →
    $E_{potencial\,,\,inicial}=mgh$ → $\boxed{E_{potencial\,,\,inicial}=0\,J}$
  - **Energía potencial final**: como se eleva hasta una altura de 3 m (**h = 3 m**) introduciremos los valores numéricos (**m = 30 kg** y **g = 9,8 m/s²**) →
    $E_{potencial\,,\,final}=mgh$ → $E_{potencial\,,\,final}=30.9.8.3$ → $\boxed{E_{potencial\,,\,final}=882\,J}$

  Por tanto la **variación de energía potencial**:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{potencial}=882\,J}$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo ha servido para variar la energía potencial del cuerpo (su altura h). Calculando el citado valor usando (2):

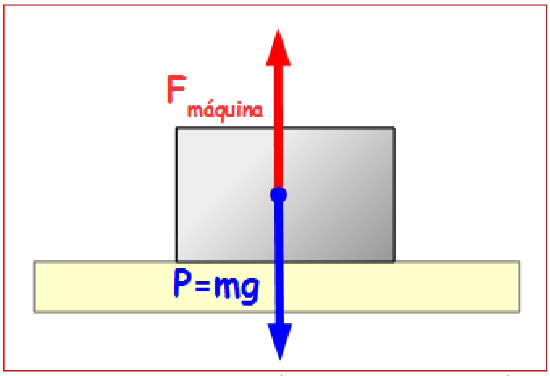
$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ en nuestro caso $\Delta E_{cinética}=0$, $\Delta E_{potencial}=882\,J$:

$$\boxed{W=0+882=882\,J}$$

MÉTODO 2: "Fuerzas"

El **trabajo W** realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Si dibujamos el **diagrama de fuerzas** de nuestro sistema:



En este caso estamos interesados en conocer el **trabajo** que realiza la fuerza producida por la máquina ($F_{MÁQUINA}$) que produce el **desplazamiento del cuerpo cuyo valor es 3 m** (desde la altura inicial (suelo) hasta la altura final (h = 3 m)).

Para conocer el valor de dicha fuerza debe ser tenida en cuenta la siguiente consideración: el **sistema se mueve con velocidad constante**. Como se mueve con **velocidad constante**, aplicando los conceptos de las leyes de Newton, la suma de la fuerzas que actúan sobre él debe ser 0 ($\vec{F}_{res}=0N$)(**principio de la inercia o primera ley de Newton**) por lo que el sistema se encuentra en equilibrio. Si hacemos la **suma vectorial de fuerzas**:

$F_{resultante}=F_{máquina}-P$ como P = mg y el **sistema** se encuentra en **equilibrio** $\vec{F}_{res}=0N$:

$0=F_{máquina}-mg \rightarrow \boxed{F_{máquina}=P=mg}$

Con lo que introduciendo los valores numéricos (**m = 30 kg** y **g = 9,8 m/s²**):

$$\boxed{F_{máquina}=30.9,8=294\,N}$$

Una vez conocida la **fuerza de la máquina** usaremos la expresión (2) para calcular el **trabajo** que genera la citada máquina:

$$W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$$

Como en nuestro caso el **desplazamiento** Δx (vertical y hacia arriba) tiene la misma dirección y sentido que la **fuerza de la máquina** (vertical y hacia arriba) el **ángulo α** que forman es de **0°** y, como sabemos, el coseno de 0° es 1 (**cos 0 = 1**) por lo que:

$W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$ dado que **Fmáquina** = 294 N, **Δx** = 3 m y **cos α** = cos 0 = 1:

$$\boxed{W=294.3.1=882\,J}$$

Que, evidentemente coincide con el resultado anterior. La física nunca falla!!!!

Para hallar la **potencia** P que desarrolla la máquina solo es necesario aplicar la fórmula (5) conociendo que realiza un **trabajo de 882 J (W = 882 J)** durante un **tiempo de 10 segundos (t = 10 s)**:

$P=\frac{W}{t} \rightarrow P=\frac{882\,J}{10\,s} \rightarrow \boxed{P=88,2\,W}$

Profesor: **Daniel Pascual Gallegos**
tutordani@gmail.com
https://www.tecnopatafisica.com/

3) Con ayuda de las medidas realizadas en el parque de atracciones calcula el trabajo que tiene que se aplicado en cada una de las atracciones para subir el vehículo desde el suelo al punto más alto teniendo en cuenta que la masa de la atracción y de los clientes es de 500 kg.

En este caso, como las medidas fueron estimadas por el alumnado vamos a usar datos que se conocen de las mismas para realizar el problema. En este caso analizaremos 1 atracción muy exigente y emocionante: la caída libre desde **la lanzadera**.

La lanzadera

La lanzadera es una atracción en la que el vehículo se eleva por la acción de un motor hasta una altura máxima de 63 m de altura desde donde se produce una caída libre.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 500 kg **Altura máxima alcanzada** h = 63 m **Altura salida (suelo)** h = 0 m **Velocidad final** v =0 (parado) **Velocidad inicial** v = 0 (parado)	**Trabajo W**	$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ (1) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (2) $E_{potencial}=mgh$ (3)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio como la fuerza del motor es difícil de analizar (se produce una aceleración inicial y una deceleración final) nos vemos obligados a analizar el problema desde el punto de vista energético.

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo** W realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica ($\Delta E_{mecánica}$)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética ($\Delta E_{cinética}$)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial ($\Delta E_{potencial}$)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (1):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como en los instantes inicial (en el suelo) y en el final (en la altura máxima) el vehículo se encuentra **parado** (v = 0 m/s) la **energía cinética inicial y la energía cinética final** es 0 :
  - $E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,inicial}=0\,J}$
  - $E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}mv^2_{final}$ como v_{final}= 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,final}=0\,J}$

  $$\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\,final}-E_{cinética,\,inicial} \rightarrow \boxed{\Delta E_{cinética}=0\,J}$$

- **Energía potencial**: en este caso vemos que el cuerpo varía su **altura h** con respecto al suelo → se produce una variación en la energía potencial del cuerpo dada por:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial}$ → aplicando la fórmula (4) $E_{potencial}=mgh$ debemos calcular este valor para la posición inicial y final:

  - **Energía potencial inicial**: como el cuerpo parte del suelo h = 0 m → $E_{potencial\,,\,inicial}=mgh$ → $\boxed{E_{potencial\,,\,inicial}=0\,J}$
  - **Energía potencial final**: como se eleva hasta una altura de 63 m (h = 63 m) introduciremos los valores numéricos (m = 500 kg y g = 9,8 m/s²) → $E_{potencial\,,\,final}=mgh$ → $E_{potencial\,,\,final}=500.9.8.63$ → $\boxed{E_{potencial\,,\,final}=308700\,J}$

  Por tanto la **variación de energía potencial**:

  $$\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial} \rightarrow \boxed{\Delta E_{potencial}=308700\,J}$$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo **ha servido para variar la energía potencial del cuerpo (su altura h)**. Calculando el citado valor usando (2):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial} \rightarrow \boxed{W=0+308700=308700\,J}$$

4) Un coche de masa 500 kg acelera de 0 a 100 km/h en un tiempo de 20 segundos. ¿Cuál es el trabajo que ha realizado? ¿Cuál es la potencia que desarrolla (expresar el resultado final en caballos de vapor sabiendo que 1 CV = 735 W)?

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 500 kg **Altura inicial (suelo)** h = 0 m **Altura final (suelo)** h = 0 m **Velocidad inicial** v = 0 km/h = 0 m/s **Velocidad final** v = 100 km/h = 27,78 m/s **Tiempo** t = 20 s	**Trabajo W** **Potencia P**	$W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$ (1) $W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ (2) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (3) $E_{potencial}=mgh$ (4) $P=\frac{W}{t}$ (5)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio vamos a desarrollar los dos métodos y dejaremos al lector que elija el que le parece más sencillo (suele ser trabajar con energía ya que nos ahorramos los cálculos vectoriales).

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo W** realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica ($\Delta E_{mecánica}$)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética ($\Delta E_{cinética}$)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial** **($\Delta E_{potencial}$)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (2):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo acelera y modifica su velocidad desde un valor inicial de 0 m/s a un valor final de 27,78 m/s. Por tanto, se ha producido una variación de su energía cinética:

- $E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,inicial}=0\,J}$
- $E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}mv^2_{final}$ como v_{final}= 27,78 m/s, m = 500 kg →

  $E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}.500.(27,78)^2$ → $\boxed{E_{cinética,\,final}=192932,1\,J}$

$\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\,final}-E_{cinética,\,inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{cinética}=192932,1-0=192932,1\,J}$

- **Energía potencial:** en este caso como el cuerpo no varía su altura la variación de energía potencial es 0.
  - **Energía potencial inicial**: como el cuerpo parte del suelo h = 0 m →
    $E_{potencial,\,inicial}=mgh$ → $\boxed{E_{potencial,\,inicial}=0\,J}$
  - **Energía potencial final**: como se mantiene en el suelo (h = 0 m) →
    $E_{potencial,\,final}=mgh$ → $\boxed{E_{potencial,\,final}=0\,J}$

  Por tanto la **variación de energía potencial**:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{potencial}=0\,J}$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo ha servido para **variar la energía cinética del cuerpo (su velocidad v)**. Calculando el citado valor usando (2):

$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ como $\Delta E_{cinética}$ = 192932,1 J, $\Delta E_{potencial}$= 0 J:

$$\boxed{W=192932,1+0=192932,1\,J}$$

MÉTODO 2: "Fuerzas"

El **trabajo** W realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Como el coche pasa de una **velocidad 0** a una **velocidad de 27,78 m/s** → se ha producido una **aceleración** → dicha aceleración ha sido producida por una **fuerza** (**segunda ley de Newton**) cuya fórmula viene dada por:

$$\boxed{\vec{F}=m\vec{a}}$$

Para calcular el valor de la citada fuerza debemos conocer en primer lugar la **aceleración** que se ha producido sobre el cuerpo. Usando expresiones del **MRUA**:

$\boxed{v=v_0+at}$ → $\boxed{a=\frac{v-v_0}{t}}$ con lo que introduciendo los valores de v = 27,78 m/s, v_0 = 0 m/s, t = 20 s → $a=\frac{27,78-0}{20}$ → $\boxed{a=1,389\,m/s^2}$

Una vez conocida la aceleración hallamos **la fuerza que produce el trabajo** conociendo la masa m = 500 kg:

$$F_{motor}=ma \rightarrow F_{motor}=500.1,389 \rightarrow \boxed{F_{motor}=694,5\,N}$$

En este caso estamos interesados en conocer el **trabajo** que realiza la fuerza producida por la máquina ($F_{MÁQUINA}$) que produce el **desplazamiento del cuerpo** . Para conocer el desplazamiento del cuerpo usaremos la expresión del MRUA (a = 1,389 m/s^2, v_0 = 0 m/s, t = 20 s):

$$\Delta x=v_0 t+\frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta x=0+\frac{1}{2}1,389.(20)^2 \rightarrow \boxed{\Delta x=277,8\,m}$$

Una vez conocida la **fuerza del motor y el desplazamiento** que se produce usaremos la expresión (1) para calcular el **trabajo** que genera la citada máquina:

$$W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$$

Como en nuestro caso el **desplazamiento Δx** (horizontal) tiene la misma dirección y sentido que la **fuerza del motor →** el **ángulo α** que forman es de **0°** y, como sabemos, el coseno de 0° es 1 (**cos 0 = 1**) por lo que:

$W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$ dado que F_{motor} = 694,5 N, **Δx** = 277,8 m y cos **α** = cos 0 = 1:

$$\boxed{W=694,5.277,8.1=192932,1\,J}$$

Que, evidentemente coincide con el resultado anterior. La física nunca falla!!!!

Para hallar la **potencia P** que desarrolla la máquina solo es necesario aplicar la fórmula (5) conociendo que realiza un **trabajo de 192932,1 (W = 192932,1)** durante un **tiempo de 20 segundos** (t = 20 s):

$$P=\frac{W}{t} \rightarrow P=\frac{192932,1\,J}{20\,s} \rightarrow \boxed{P=9646,605\,W}$$

5) Carlos arrastra una caja de 20 kg 10 m de longitud sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el valor de la fuerza que aplica es de 40 N, halla el trabajo que realiza si:

a) La fuerza es paralela al desplazamiento.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 20 kg **Espacio recorrido** Δx = 10 m **Fuerza aplicada** F = 40 N **No hay rozamiento** **Fuerza paralela al desplazamiento**	**Trabajo W**	$\boxed{W = F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares).

En este ejercicio vamos a desarrollar el método de las fuerzas porque al no conocer la velocidad del cuerpo tendríamos que hallar primero la aceleración (a partir de la fuerza y la masa) para, posteriormente, conocer el tiempo que tarda en recorrer los citados 10 m y por último conocer la velocidad final. Además no conocemos la velocidad inicial por lo que solo podríamos hablar de variaciones de velocidad. Por todos estos motivos, es mucho más sencillo acometer el problema desde el enfoque de las fuerzas.

MÉTODO 1: "Fuerzas"

El **trabajo W** realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Como en este problema no existen rozamientos el valor de la **fuerza resultante** coincide con la **fuerza aplicada**:

$$\boxed{F_{resultante} = F = 40\,N}$$

Una vez conocida la **fuerza del motor (F = 40 N)** y **el desplazamiento (Δx = 10 m)** que se produce usaremos la expresión (1) para calcular el **trabajo** que genera la citada máquina:

$$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$$

Como en nuestro caso el **desplazamiento Δx** (horizontal) tiene la misma dirección y sentido que la **fuerza del motor** → el **ángulo α** que forman es de **0°** y, como sabemos, el coseno de 0°

es 1 (cos 0 = 1) por lo que:

$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$ dado que F = 40 N, Δx = 10 m y cos α = cos 0 = 1:

$$\boxed{W = 40.10.1 = 400\,J}$$

b) La fuerza forma un ángulo de 30° con el plano.

MÉTODO 1: "Fuerzas"

El **trabajo** W realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Como en este problema no existen rozamientos el valor de la **fuerza resultante** coincide con la **fuerza aplicada**:

$$\boxed{F_{resultante} = F = 40\,N}$$

Una vez conocida la **fuerza del motor (F = 40 N)** y **el desplazamiento (Δx = 10 m)** que se produce usaremos la expresión (1) para calcular el **trabajo** que genera la citada máquina:

$$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$$

Como en nuestro caso el **desplazamiento Δx** forma un ángulo de 30° con la **fuerza aplicada** → el **ángulo α** que forman es de **30°** y, como sabemos, el coseno de 30° es 0,866 (**cos 30 = 0,866**) por lo que:

$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$ dado que F = 40 N, Δx = 10 m y cos α = cos 30 = 0,866:

$$\boxed{W = 40.10.0{,}866 = 346{,}4\,J}$$

c) La fuerza forma un ángulo de 45° con el plano.

MÉTODO 1: "Fuerzas"

El **trabajo** W realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Como en este problema no existen rozamientos el valor de la **fuerza resultante** coincide con la **fuerza aplicada**:

$$\boxed{F_{resultante} = F = 40\,N}$$

Una vez conocida la **fuerza del motor (F = 40 N)** y **el desplazamiento (Δx = 10 m)** que se produce usaremos la expresión (1) para calcular el **trabajo** que genera la citada máquina:

$$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$$

Profesor: **Daniel Pascual Gallegos**
tutordani@gmail.com
https://www.tecnopatafisica.com/

Como en nuestro caso el **desplazamiento Δx** forma un ángulo de 45º con la **fuerza aplicada** → el **ángulo α** que forman es de **45º** y, como sabemos, el coseno de 45º es 0,707 (**cos 45 = 0,707**) por lo que:

$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$ dado que F = 40 N, Δx = 10 m y cos α = cos 45 = 0,707:

$$\boxed{W = 40.10.0{,}707 = 282{,}8\,J}$$

d) La fuerza es perpendicular al desplazamiento

MÉTODO 1: "Fuerzas"

El **trabajo W** realizado por una fuerza se puede expresar como el producto **del módulo de la fuerza, por el desplazamiento por el ángulo que forman ambos vectores**.

Como en este problema no existen rozamientos el valor de la **fuerza resultante** coincide con la **fuerza aplicada**:

$$\boxed{F_{resultante} = F = 40\,N}$$

Una vez conocida la **fuerza del motor (F = 40 N)** y **el desplazamiento (Δx = 10 m)** que se produce usaremos la expresión (1) para calcular el **trabajo** que genera la citada máquina:

$$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$$

Como en nuestro caso el **desplazamiento Δx** es perpendicular con la **fuerza aplicada** → el **ángulo α** que forman es de **90º** y, como sabemos, el coseno de 90º es 0 (**cos 90 = 0**) por lo que:

$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$ dado que F = 40 N, Δx = 10 m y cos α = cos 90 = 0:

$$\boxed{W = 40.10.0 = 0\,J}$$

No habría sido necesario realizar los cálculos ya que, como sabemos, el trabajo que ejerce una fuerza perpendicular al desplazamiento es siempre 0!!!!

6) Se aplica una fuerza para subir un objeto de 40 kg por una rampa sin rozamiento. Si la altura de la rampa es de 1,5 m y el cuerpo partiendo del reposo llega arriba con una velocidad de 2 m/s, calcula el trabajo realizado por dicha fuerza.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 40 kg **Altura máxima alcanzada** h = 1,5 m **Altura salida (suelo)** h = 0 m **Velocidad inicial** v = 0 (reposo) **Velocidad final** v = 2 m/s	**Trabajo W**	$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ (1) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (2) $E_{potencial}=mgh$ (3)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio como la si planteamos el problema mediante fuerzas el problema se complica muchísimo ya que tendríamos que hallar el ángulo de la rampa y trabajar con trigonometría. Por este motivo se analizará el problema desde el enfoque de las energías.

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo W** realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica ($\Delta E_{mecánica}$)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética ($\Delta E_{cinética}$)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial ($\Delta E_{potencial}$)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (1):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo acelera y modifica su velocidad desde un valor inicial de 0 m/s a un valor final de 2 m/s. Por tanto, se ha producido una variación de su energía cinética:
  - $E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,inicial}=0\,J}$

- $E_{cinética,\ final}=\frac{1}{2}mv^2_{final}$ como v_{final}= 2 m/s , m = 40 kg →

  $E_{cinética,\ final}=\frac{1}{2}.40.(2)^2$ → $\boxed{E_{cinética,\ final}=80\,J}$

  $\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\ final}-E_{cinética,\ inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{cinética}=80-0=80\,J}$

- **Energía potencial:** en este caso vemos que el cuerpo varía su **altura h** con respecto al suelo desde una altura inicial de 0 m (suelo h = 0 m) hasta una altura final de 1,5m (h = 1,5 m) → se produce una variación en la energía potencial del cuerpo dada por:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\ final}-E_{potencial,\ inicial}$ → aplicando la fórmula (4) $E_{potencial}=mgh$ debemos calcular este valor para la posición inicial y final:

  - **Energía potencial inicial:** como el cuerpo parte del suelo h = 0 m →
    $E_{potencial,\ inicial}=mgh$ → $\boxed{E_{potencial,\ inicial}=0\,J}$
  - **Energía potencial final:** como se eleva hasta una altura de 1,5 m (h = 1,5 m) introduciremos los valores numéricos (m = 40 kg y g = 9,8 m/s^2) →
    $E_{potencial,\ final}=mgh$ → $E_{potencial,\ final}=40.9{,}8.1{,}5$ → $\boxed{E_{potencial,\ final}=588\,J}$

  Por tanto la **variación de energía potencial**:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\ final}-E_{potencial,\ inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{potencial}=588-0=588\,J}$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo **ha servido para variar tanto la energía potencial del cuerpo (su altura h) como la energía cinética (su velocidad v).** Calculando el citado valor usando (2):

$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ → $\boxed{W=80+588=668\,J}$

7) Se aplica una fuerza sobre un objeto de 10 kg de masa cuando se encuentra en reposo. La fuerza realiza un trabajo de 3000 J y, al final el objeto asciende 10 m por encima del punto inicial. Calcula la velocidad que llevará.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m = 10 kg **Variación de altura** $h_{final} - h_{inicial} = 10$ m **Velocidad inicial** v = 0 (reposo) **Trabajo W** W = 3000 J	**Velocidad final v**	$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ (1) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (2) $E_{potencial}=mgh$ (3)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio por no contar con la suficiente información para realizar el análisis de fuerzas nos vemos obligados a realizar un balance energético.

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo** W realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica ($\Delta E_{mecánica}$)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética ($\Delta E_{cinética}$)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial ($\Delta E_{potencial}$)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (1):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo acelera y modifica su velocidad desde un valor inicial de 0 m/s a un valor final de v que desconocemos. Por tanto, se ha producido una variación de su energía cinética:
  - $E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial} = 0$ m/s → $\boxed{E_{cinética,\,inicial}=0\ J}$
  - $E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}mv^2_{final}$ como v_{final}= v , m = 40 kg →

$$E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}.40.(v_{final})^2 \rightarrow \boxed{E_{cinética,\,final}=20\,v_{final}^2}$$

$$\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\,final}-E_{cinética,\,inicial} \rightarrow \boxed{\Delta E_{cinética}=20\,v_{final}^2-0=20\,v_{final}^2}$$

- **Energía potencial:** en este caso vemos que el cuerpo varía su **altura h una cantidad total de 10 m**→ se produce una variación en la energía potencial del cuerpo dada por:

$\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial} \rightarrow$ aplicando la fórmula (4) $E_{potencial}=mgh \rightarrow$ $\Delta E_{potencial}=mgh_{final}-mgh_{inicial} \rightarrow$ $\boxed{\Delta E_{potencial}=mg(h_{final}-h_{inicial})}$

Conociendo que h_{final} - $h_{inicial}$ = 10 m, m = 10 kg, g = 9,8 m/s^2, la **variación de energía potencial** es:

$$\Delta E_{potencial}=mg(h_{final}-h_{inicial}) \rightarrow \Delta E_{potencial}=10.9{,}8.10=980\,J$$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo **ha servido para variar tanto la energía potencial del cuerpo (su altura h) como la energía cinética (su velocidad v).**

Para hallar la **velocidad final**:

$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial} \rightarrow$ como $\Delta E_{cinética}=20\,v_{final}^2$, $\Delta E_{potencial}=980\,J$ y $W=3000\,J \rightarrow 3000=20v_{final}^2+980$ con lo que despejando:

$$3000-980=20v_{final}^2 \rightarrow \frac{2020}{20}=v_{final}^2 \rightarrow v_{final}=\sqrt{101} \rightarrow \boxed{v_{final}=10{,}05\,m/s}$$

8) El motor de un coche desarrolla una potencia de 100 caballos a vapor. Considera si será posible con dicha potencia conseguir que un automóvil pase en 20 segundos de estar parado a llevar una velocidad de 108 km/h si no existe rozamiento. ¿Qué pasará si el rozamiento provoca una disipación de energía del 20%? Masa del vehículo 1000 kg.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa m = 1000 kg **Potencia** P = 100 CV **Altura inicial (suelo)** h = 0 m **Altura final (suelo)** h = 0 m **Velocidad inicial** v = 0 m/s (parado) **Velocidad final** v = 108 km/h = 30 m/s **Tiempo** t = 20 s **No hay rozamientos**	**Trabajo W**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1) $\boxed{W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}}$ (2) $\boxed{E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2}$ (3) $\boxed{E_{potencial}=mgh}$ (4) $\boxed{P=\frac{W}{t}}$ (5)

En este ejercicio nos informan de una potencia (P = 100 CV) aplicada durante un tiempo (t = 20 s) por lo que los pasos que vamos a seguir en el problema son los siguientes:

- Con la expresión de la **potencia (5) calcularemos el trabajo realizado**.

En primer lugar como la potencia tiene como unidades los caballos de vapor pasaremos esta unidad a la unidad del sistema internacional (SI), es decir, los watios (W).

$P=100\,CV$ conociendo que 1 CV = 735 W → $\boxed{P=100.735=73500\,W}$

Despejando de la ecuación (5) obtenemos el **trabajo realizado**:

$P=\frac{W}{t}$ → $\boxed{W=P.t}$ → conociendo que P = 73500 W, t = 20 s → $W=73500.20$ →

$$\boxed{W=1470000\,W=1,47.10^6 W}$$

- Veremos si ese **trabajo es superior o igual al trabajo necesario para producir en el cuerpo ese incremento de energía mecánica** (en este caso cinética) que proporciona la **variación de velocidad** del mismo.

El **trabajo** W realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica (ΔEmecánica)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética (ΔEcinética)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial** (**ΔEpotencial**)(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (1):

$$W = \Delta E_{mecánica} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo acelera y modifica su velocidad desde un valor inicial de 0 m/s a un valor final de v = 30 m/s. Por tanto, se ha producido una variación de su energía cinética:
  - $E_{cinética,\,inicial} = \frac{1}{2} m v^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,inicial} = 0\,J}$
  - $E_{cinética,\,final} = \frac{1}{2} m v^2_{final}$ como v_{final}= 30 m/s , m = 1000 kg →

    $E_{cinética,\,final} = \frac{1}{2} . 1000 . (30)^2$ → $\boxed{E_{cinética,\,final} = 450000\,J = 4{,}5.10^5\,J}$

  $\Delta E_{cinética} = E_{cinética,\,final} - E_{cinética,\,inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{cinética} = 450000 - 0 = 450000\,J}$

- **Energía potencial**: en este caso como el cuerpo no varía su altura la variación de energía potencial es 0.
  - **Energía potencial inicial**: como el cuerpo parte del suelo h = 0 m → $E_{potencial,\,inicial} = mgh$ → $\boxed{E_{potencial,\,inicial} = 0\,J}$
  - **Energía potencial final**: como se mantiene en el suelo (h = 0 m) → $E_{potencial,\,final} = mgh$ → $\boxed{E_{potencial,\,final} = 0\,J}$

  Por tanto la **variación de energía potencial**:

  $\Delta E_{potencial} = E_{potencial,\,final} - E_{potencial,\,inicial}$ → $\boxed{\Delta E_{potencial} = 0\,J}$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo ha servido para **variar la energía cinética del cuerpo (su velocidad v)**.

Calculando el citado valor usando (2):

$W = \Delta E_{mecánica} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial}$ → $\boxed{W = 450000 + 0 = 450000\,J = 4{,}5.10^5\,J}$

Como el **trabajo necesario** para modificar la velocidad del cuerpo es de $\boxed{W = 450000\,J = 4{,}5.10^5\,J}$ y el **trabajo** que puede desarrollar el **motor** (calculado a partir de la potencia) es de $\boxed{W = 1470000\,W = 1{,}47.10^6\,W}$ → el motor puede realizar más trabajo que el necesario: → $\boxed{W_{motor} > W_{necesario}}$ SERÍA CAPAZ DE REALIZAR LA CITADA MODIFICACIÓN DE VELOCIDAD!!!!

¿Qué pasará si el rozamiento provoca una disipación de energía del 20%?

Si existe un rozamiento parte de la energía se pierde en forma de rozamiento de manera que parte del trabajo se pierde en disipación de energía (normalmente en forma de calor).

Como en nuestro caso nos dicen que la disipación de energía es de un 20% → el 20% del trabajo o energía invertido se pierde en forma de calor → la **energía disipada** será:

$E_{disipada} = 20\,\%\,\mathrm{de}\,W$ → como W = 450000 J → $\boxed{E_{disipada} = \frac{20}{100} \cdot 450000 = 90000\,J}$

Es decir, el motor debería ser capaz de generar la energía necesaria **para producir el trabajo necesario incluyendo la disipación:**

$\boxed{W_{necesario} = W + E_{disipada}}$ → $W_{necesario} = 450000 + 90000$ → $\boxed{W_{necesario} = 540000\,J}$

Como el **trabajo necesario** para modificar la velocidad del cuerpo INCLUYENDO la disipación de energía producida por el rozamiento es de $\boxed{W = 540000\,J = 5{,}4 \cdot 10^5\,J}$ y el **trabajo** que puede desarrollar el **motor** (calculado a partir de la potencia) es de $\boxed{W = 1470000\,W = 1{,}47 \cdot 10^6\,W}$ → el motor puede realizar más trabajo que el necesario: → $\boxed{W_{motor} > W_{necesario}}$ SERÍA CAPAZ DE REALIZAR LA CITADA MODIFICACIÓN DE VELOCIDAD INCLUYENDO LA DISIPACIÓN DE ENERGÍA!!!!

9) Un cuerpo de masa 20 kg descansa sobre una superficie horizontal. Calcula:

a) Trabajo necesario para elevarlo sobre el suelo 5 m.
b) Energía potencial ganada.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 20 kg **Altura alcanzada** h = 5 m **Altura salida (suelo)** h = 0 m **Velocidad inicial** v = 0 m/s (parado) **Velocidad final** v = 0 m/s (parado)	**Trabajo W** **Variación de Ep**	$W = F.\Delta x.\cos(\alpha)$ (1) $W = \Delta E_{mecánica} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial}$ (2) $E_{cinética} = \frac{1}{2}mv^2$ (3) $E_{potencial} = mgh$ (4)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio por no contar con la suficiente información para realizar el análisis de fuerzas nos vemos obligados a realizar un balance energético.

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo** W realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica (ΔEmecánica)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética (ΔEcinética)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial (ΔEpotencial)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (2):

$$W = \Delta E_{mecánica} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como en los instantes inicial (en el suelo) y en el final (en la altura máxima) el vehículo se encuentra **parado** (v = 0 m/s) la **energía cinética inicial** y la **energía cinética final** es 0 :
  - $E_{cinética,\,inicial} = \frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,inicial} = 0\,J}$

- $E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}mv^2_{final}$ como v_{final}= 0 m/s → $\boxed{E_{cinética,\,final}=0\,J}$

$$\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\,final}-E_{cinética,\,inicial} \rightarrow \boxed{\Delta E_{cinética}=0\,J}$$

- **Energía potencial:** en este caso vemos que el cuerpo varía su **altura h** con respecto al suelo → se produce una variación en la energía potencial del cuerpo dada por:

  $\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial}$ → aplicando la fórmula (4) $E_{potencial}=mgh$ debemos calcular este valor para la posición inicial y final:

  - **Energía potencial inicial**: como el cuerpo parte del suelo h = 0 m → $E_{potencial\,,\,inicial}=mgh$ → $\boxed{E_{potencial\,,\,inicial}=0\,J}$
  - **Energía potencial final**: como se eleva hasta una altura de 5 m (h = 5 m) introduciremos los valores numéricos (m = 20 kg y g = 9,8 m/s²) → $E_{potencial\,,\,final}=mgh$ → $E_{potencial\,,\,final}=20.9{,}8.5$ → $\boxed{E_{potencial\,,\,final}=980\,J}$

  Por tanto la **variación de energía potencial**:

  $$\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial} \quad \boxed{\Delta E_{potencial}=980\,J}$$

  Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo ha servido para variar la **energía potencial del cuerpo (su altura h)**. Calculando el citado valor usando (2):

$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ en nuestro caso **ΔEcinética** = 0 , **ΔEpotencial**= 980 J

$$\boxed{W=0+980=980\,J}$$

Profesor: **Daniel Pascual Gallegos**
tutordani@gmail.com
https://www.tecnopatafisica.com/

Fundación F. Viértola
Colegio Beata Filipina

10) Un coche de masa 500 kg se mueve con una velocidad de 108 km/h cuando choca contra una pared, halla el trabajo que ha realizado sobre la citada pared.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 500 kg **Altura máxima (suelo)** h = 0 m **Altura salida (suelo)** h = 0 m **Velocidad inicial** v = 108 km/h = 30 m/s **Velocidad final** v = 0 m/s (parado)	**Trabajo W**	$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ (1) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (2) $E_{potencial}=mgh$ (3)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio por no contar con la suficiente información para realizar el análisis de fuerzas nos vemos obligados a realizar un balance energético.

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo** W realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica** (**ΔEmecánica**), es decir, produce una **variación en su energía cinética** (**ΔEcinética**) (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial** (**ΔEpotencial**)(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (1):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo decelera y modifica su velocidad desde un valor inicial de 30 m/s a un valor final de 0 m/s. Por tanto, se ha producido una variación de su energía cinética:
  - $E_{cinética,inicial}=\frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 30 m/s , m = 500 kg →

    $E_{cinética,inicial}=\frac{1}{2}.500.(30)^2$ → $E_{cinética,inicial}=225000\,J$

- $E_{cinética,\,final} = \frac{1}{2} m v^2_{final}$ como v_{final}= 0 m/s →

  $E_{cinética,\,final} = 0\,J$

$$\Delta E_{cinética} = E_{cinética,\,final} - E_{cinética,\,inicial} \rightarrow$$

$$\boxed{\Delta E_{cinética} = 0 - 225000 = -225000\,J}$$

- **Energía potencial:** en este caso vemos que el cuerpo NO varía su **altura h** con respecto al suelo desde una altura inicial por lo que NO se produce una variación en la energía potencial:

$$\Delta E_{potencial} = E_{potencial,\,final} - E_{potencial,\,inicial} \rightarrow \boxed{\Delta E_{potencial} = 0\,J}$$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo **ha servido para variar la energía cinética (su velocidad v)**. Calculando el citado valor usando (2):

$W = \Delta E_{mecánica} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial} \rightarrow \boxed{W = -225000 + 0 = -225000\,J}$ que, como vemos es un trabajo negativo **ya que se opone al movimiento y produce una disminución de la energía mecánica.**

11) Un coche de masa 1000 kg se mueve con una velocidad de 72 km/h cuando acelera y cambia su velocidad a 108 km/h. En este proceso recorre una distancia de 125 m.

a) Halla el trabajo realizado por el coche.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 1000 kg **Altura máxima (suelo)** h = 0 m **Altura salida (suelo)** h = 0 m **Velocidad inicial** v = 72 km/h = 20 m/s **Velocidad final** v = 108 km/h = 30 m/s	**Trabajo W**	$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$ (1) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (2) $E_{potencial}=mgh$ (3)

Dependiendo de la información que nos proporcione el problema para hallar el trabajo, en muchas ocasiones, podemos emplear **2 métodos alternativos**: el primer método sería usando la fuerza y el desplazamiento que produce (tenemos que trabajar con vectores) y el segundo sería trabajando con conceptos energéticos (trabajando con magnitudes escalares). En este ejercicio por facilidad comenzaremos realizando el cálculo del trabajo usando los conceptos de energías.

MÉTODO 1: "Energías"

El **trabajo W** realizado por un cuerpo **produce sobre el cuerpo una variación de su energía mecánica ($\Delta E_{mecánica}$)**, es decir, produce una **variación en su energía cinética ($\Delta E_{cinética}$)** (por tanto en la **velocidad** del cuerpo) o en su **energía potencial ($\Delta E_{potencial}$)**(por tanto en la **altura** con respecto al suelo que ocupa) **o las dos a la vez** (cambia su **velocidad** y su **altura** de manera simultánea), de acuerdo a la expresión (1):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}$$

Para conocer el trabajo vamos a calcular las citadas **variaciones en la energía cinética y potencial del cuerpo**:

- **Energía cinética**: como indica el problema el cuerpo acelera y modifica su velocidad desde un valor inicial de 30 m/s a un valor final de 0 m/s. Por tanto, se ha producido una variación de su energía cinética:
  - $E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}mv^2_{inicial}$ como $v_{inicial}$ = 20 m/s , m = 1000 kg →

$$E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}.1000.(20)^2 \rightarrow E_{cinética,\,inicial}=200000\,J$$

- $E_{cinética,\,final}=\frac{1}{2}mv_{final}^2$ como v_{final}= 30 m/s , m = 1000 kg →

$$E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}.1000.(30)^2 \rightarrow E_{cinética,\,inicial}=450000\,J$$

$$\Delta E_{cinética}=E_{cinética,\,final}-E_{cinética,\,inicial} \rightarrow$$

$$\boxed{\Delta E_{cinética}=450000-200000=250000\,J}$$

- **Energía potencial:** en este caso vemos que el cuerpo NO varía su **altura h** con respecto al suelo desde una altura inicial por lo que NO se produce una variación en la energía potencial:

$$\Delta E_{potencial}=E_{potencial,\,final}-E_{potencial,\,inicial} \rightarrow \boxed{\Delta E_{potencial}=0\,J}$$

Como se puede apreciar en este caso el **trabajo aplicado** sobre el cuerpo **ha servido para variar la energía cinética (su velocidad v)**. Calculando el citado valor usando (2):

$$W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial} \rightarrow \boxed{W=250000+0=250000\,J}$$

b) Si suponemos que sobre el sistema no hay rozamientos, ¿qué fuerza habrá sido necesaria aplicar al cuerpo?

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa del objeto m= 1000 kg **Trabajo W** W = 250000 J **Espacio recorrido** Δx = 10 m **Velocidad inicial** v = 72 km/h = 20 m/s **Velocidad final** v = 108 km/h = 30 m/s	**Fuerza F**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1) $\boxed{\vec{F}=m\vec{a}}$ (2)

En este ejercicio se puede trabajar de 2 maneras diferentes.

- Por un lado podemos usar el **trabajo** calculado en el ejercicio anterior (W = 250000 J) junto con el **espacio recorrido** (Δx = 10 m) para aplicando la expresión (1) hallar la fuerza que nos solicita el problema ($W=F.\Delta x.\cos(\alpha)$)

- Por un lado podemos la **segunda ley de Newton (ley fundamental de la Dinámica)** y hallar la **fuerza** a partir de la **aceleración** que produce en el cuerpo. Para hallar la **aceleración** que se produce en el cuerpo usaremos la **velocidad** y el **espacio recorrido**.

Usando el trabajo.....

Dado que conocemos el **trabajo** W realizado por la fuerza (W = 250000 J), el **espacio recorrido** (Δx = 10 m) y suponiendo que el **ángulo α** formado por la fuerza y el desplazamiento es 0º (la fuerza se ejerce en el mismo sentido que se produce el movimiento), no hay que hacer más que despejar la fuerza de la ecuación (1):

$$W = F.\Delta x.\cos(\alpha) \rightarrow \boxed{F = \frac{W}{\Delta x.\cos(\alpha)}}$$ conocido W = 250000 J, Δx = 10 m, cos 0 = 1:

$$F = \frac{W}{\Delta x.\cos(\alpha)} \rightarrow F = \frac{250000}{10.1} \rightarrow \boxed{F = 25000\,N}$$

Segunda ley de Newton

El objetivo es hallar la **fuerza** a partir de la **aceleración** que ha producido, usando la expresión (2) del principio fundamental de la Dinámica:

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

Pero para hallar la **aceleración** podríamos usar la expresión del MRUA:

$$\boxed{v = v_0 + at} \rightarrow \boxed{a = \frac{v - v_0}{t}}$$

Pero, aunque conocemos las velocidades, no conocemos el tiempo empleado en realizar el desplazamiento. Por ello, es mucho más recomendable usar la siguiente expresión del MRUA:

$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x}$ con lo que despejando **a** → $\boxed{a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}}$

Introduciendo en la expresión anterior los valores del problema (v_0= 20 m/s, v= 30 m/s, Δx = 10 m):

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} \rightarrow a = \frac{(30)^2 - (20)^2}{2.10} \rightarrow \boxed{a = 25\,m/s^2}$$

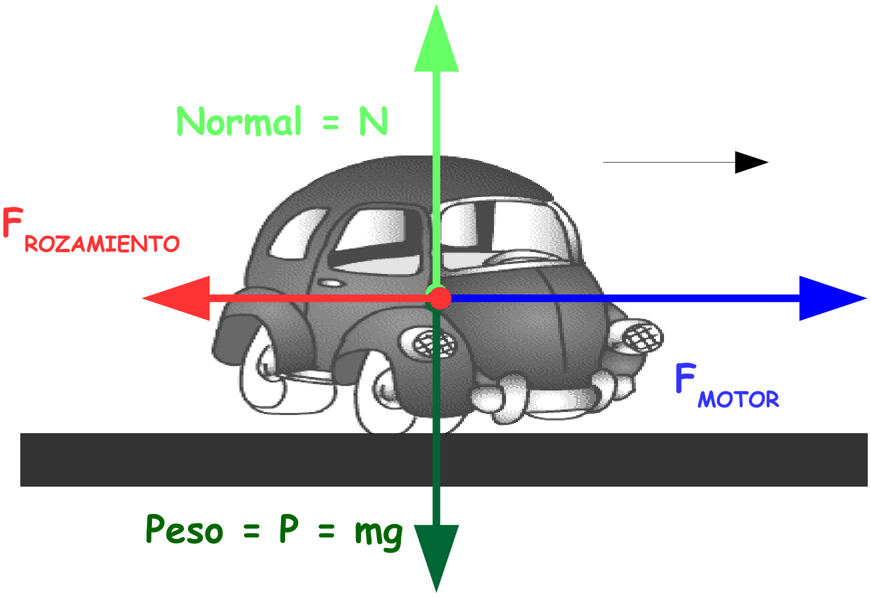
Usando la expresión (2) del principio fundamental de la Dinámica:

$$F = ma \rightarrow F = 1000.25 \rightarrow \boxed{F = 25000\,N}$$

Que, evidentemente coincide con el resultado anterior. La física nunca falla!!!!

c) Si el coeficiente de rozamiento con el suelo es de 0,3, ¿qué fuerza habrá sido necesaria aplicar al cuerpo?

En estos problemas de Dinámica es de vital importancia empezar representando el **diagrama de fuerzas** de nuestro movimiento.



Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas**

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULA
Masa del objeto m= 1000 kg **Trabajo W** W = 250000 J **Espacio recorrido** Δx = 10 m **Velocidad inicial** v = 72 km/h = 20 m/s **Velocidad final** v = 108 km/h = 30 m/s **Coeficiente de rozamiento** μ = 0,3	**Fuerza F**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1) $\boxed{\Sigma\vec{F}=\vec{F}_{RES}=m\vec{a}}$ (2)

Como cualquier problema de vectores realizaremos la suma vectorial por componentes: **por un lado el eje vertical (eje Y) y, por otro lado, el eje horizontal (eje X).**

EJE Y

En el **eje Y no se produce ninguna aceleración** y esto es debido a que la fuerza resultante en este eje es 0:

$\boxed{F_{RES,y}=N-P=N-mg}$ como en este eje la fuerza resultante es nula → $\boxed{N-mg=0}$ → $\boxed{N=mg}$

EJE X

Si consideramos el sentido positivo del movimiento como el sentido en el que se desplaza inicialmente el móvil se puede apreciar que, en este eje, **existe una fuerza resultante (que será la fuerza del motor menos la fuerza de rozamiento) que produce una aceleración constante sobre el coche.**

$$\boxed{F_{RES,X}=F_{MOTOR}-F_{ROZ}}$$

Como sabemos la fuerza de rozamiento se relaciona con la fuerza normal que actúa sobre el cuerpo según la siguiente expresión:

$$\boxed{F_{ROZ}=\mu N}$$

Como en este caso se cumple que:

$$\boxed{N=P=mg=1000.9{,}8=98000\,N}$$

Por lo que la **fuerza de rozamiento** del cuerpo es de:

$$F_{ROZ}=\mu N \rightarrow \boxed{F_{ROZ}=0{,}3.98000=29400\,N}$$

Dado que conocemos el **trabajo** W realizado por la fuerza (W = 250000 J), el **espacio recorrido** (Δx = 10 m) y suponiendo que el **ángulo α** formado por la fuerza y el desplazamiento es 0° (la fuerza se ejerce en el mismo sentido que se produce el movimiento), no hay que hacer más que despejar la fuerza de la ecuación (1):

$$W=F.\Delta x.\cos(\alpha) \rightarrow \boxed{F=\frac{W}{\Delta x.\cos(\alpha)}}$$ conocido W = 250000 J, Δx = 10 m, cos 0 = 1:

$$F=\frac{W}{\Delta x.\cos(\alpha)} \rightarrow F=\frac{250000}{10.1} \rightarrow \boxed{F=25000\,N}$$

O sea que para producir el citado trabajo hay que realizar una fuerza resultante de 25000 N. Como existen rozamientos, **la fuerza del motor debe ser mayor para superar los citados rozamientos:**

$$F_{RES,X}=F_{MOTOR}-F_{ROZ} \rightarrow F_{MOTOR}=F_{RES}+F_{ROZ} \rightarrow F_{MOTOR}=25000+29500\ ;$$

$$\boxed{F_{MOTOR}=54500\,N}$$

Profesor: **Daniel Pascual Gallegos**
tutordani@gmail.com
https://www.tecnopatafisica.com/

12) Un cuerpo en lo alto de un plano inclinado tiene una energía mecánica de 2000 J mientras que al final del plano su energía mecánica es de 1750 J. ¿En qué se habrá transformado el resto de la energía? ¿Cuánto valdrá la fuerza de rozamiento si la longitud del plano es de 5 m?

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Energía mecánica inicial $E_{mecánica,\ inicial}$ = 2000 J **Energía mecánica final** $E_{mecánica,\ final}$ = 1750 J **Longitud plano** Δx = 10 m	**En qué se transformado el resto de la energía??** **Fuerza rozamiento**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1) $\boxed{W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}}$ (2)

En este ejemplo vemos que **la energía mecánica del sistema no se conserva** ya que la energía mecánica inicial no es la misma que la energía mecánica final. **Esto es debido a que existen rozamientos que implican una disipación de energía en forma de calor.**

En nuestro caso la **energía disipada es un trabajo** dado por la expresión (1):

$$\boxed{W=F_{ROZ}\Delta x.\cos(\alpha)}$$

En nuestro caso como la **energía mecánica inicial es de 2000 J** y la **energía mecánica final es de 1750 J** se ha producido un **trabajo negativo** (ya que es **debido al rozamiento y representa la energía disipada**) dado por:

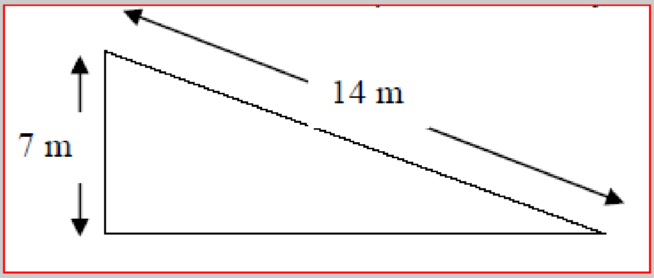
$$W=\Delta E_{mecánica}=E_{mecánica,final}-E_{mecánica,inicial} \rightarrow \boxed{W=1750-2000=-250\,J}$$

Para conocer el valor de la fuerza de rozamiento usaremos la expresión (1) teniendo en cuenta que **la fuerza de rozamiento se opone al movimiento** → el **ángulo α** formado por la fuerza de rozamiento y el desplazamiento es de **180°** (sentidos opuestos) → el coseno de 180° vale -1 (cos 180 = -1) por lo que **el trabajo que realiza el rozamiento siempre es negativo (energía disipada).**

Introduciendo los valores numéricos de **W = -250 J, cos 180 = -1** y **Δx = 10 m** en (1):

$$W=F_{ROZ}\Delta x.\cos(\alpha) \rightarrow \boxed{F_{ROZ}=\frac{W}{\Delta x.\cos(\alpha)}} \rightarrow F_{ROZ}=\frac{-250}{10.(-1)} \rightarrow \boxed{F_{ROZ}=25\,N}$$

13) Un objeto de masa 10 kg deja caer sin rozamiento por un plano inclinado como el que se muestra en la figura.



a) ¿Qué velocidad llevará en el punto más bajo?

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa m = 10 kg **Velocidad inicial** $v_{inicial}$ = 0 m/s (parado) **Velocidad final** v_{final} =?? **Altura inicial** $h_{inicial}$ = 7 m **Altura final** h_{final} = 0 m (suelo)	**Velocidad final**	**Principio de conservación de la energía.** $E_{mecánica,\,inicial}=E_{mecánica,\,final}$ (1) $E_{mecánica}=E_{cinética}+E_{potencial}$ (2) $E_{cinética}=\frac{1}{2}mv^2$ (3) $E_{potencial}=mgh$ (4)

En este ejemplo vemos que **la energía mecánica del sistema se conserva** ya que **no existen rozamientos**. Por tanto, según el principio de conservación de la energía la **energía mecánica inicial** del sistema **será igual** a la **energía mecánica final** (1)

$$E_{mecánica,\,inicial}=E_{mecánica,\,final}$$

Como sabemos la **energía mecánica** es la suma de la **cinética** y la **potencial**:

$$E_{mecánica}=E_{cinética}+E_{potencial}$$

Por tanto, calcularemos la **energía cinética y potencial iniciales y finales** para poder obtener la **velocidad al final** del trayecto:

- Energía mecánica inicial:
  - **Energía cinética inicial**: como el cuerpo parte del reposo → $v_{inicial}$ = 0 m/s →

$$E_{cinética,\,inicial}=\frac{1}{2}mv_{inicial}^2=0\,J$$

- **Energía potencial inicial**: como el cuerpo parte desde una altura h = 7 m, y conociendo la masa m = 10 kg y la g = 9,8 m/s² → $E_{potencial,inicial}=mgh_{inicial}$:

$$E_{potencial,inicial}=10.9,8.7 \rightarrow \boxed{E_{potencial,inicial}=686\,J}$$

➜ Energía mecánica final:

- **Energía cinética final**: como el cuerpo parte del reposo → vfinal= ??, m = 10 kg →

$$\boxed{E_{cinética,final}=\frac{1}{2}mv_{final}^2=5v_{final}^2}$$

- **Energía potencial final:** como el llega al suelo h = 0 m, por lo que →

$$\boxed{E_{potencial,final}=mgh_{final}=0\,J}$$

Como, según el principio de conservación de la energía, la **energía mecánica inicial es igual a la energía mecánica final**, igualaremos ambos valores para obtener la velocidad pedida:

$$E_{mecánica,inicial}=E_{mecánica,final} \rightarrow \boxed{E_{cinética,inicial}+E_{potencial,inicial}=E_{cinética,final}+E_{potencial,final}}$$

Introduciendo los valores obtenidos anteriormente:

$$E_{cinética,inicial}+E_{potencial,inicial}=E_{cinética,final}+E_{potencial,final} \rightarrow 0+686=5v_{final}^2+0 \rightarrow$$

$$v_{final}=\sqrt{\frac{686}{5}} \rightarrow \boxed{v_{final}=11,71\,m/s}$$

b) Si aparece una fuerza de rozamiento de 10 N, ¿qué velocidad llevará en esta nueva situación? ¿Se conserva la energía mecánica? ¿Adonde habrá ido a parar dicha energía?

Cuando aparecen fuerzas de rozamiento la energía mecánica del sistema no se conserva ya que estas fuerzas de rozamiento producen un trabajo negativo (energía disipada en forma de calor) ya que actúan en sentido opuesto al movimiento.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Fuerza de rozamiento $F_{rozamiento}$ = 10 N **Longitud plano** Δx = 14 m	**En qué se transformado el resto de la energía??** **Fuerza rozamiento**	$\boxed{W=F.\Delta x.\cos(\alpha)}$ (1) $\boxed{W=\Delta E_{mecánica}=\Delta E_{cinética}+\Delta E_{potencial}}$ (2)

En este ejemplo vemos que **la energía mecánica del sistema no se conserva** ya que la energía mecánica inicial no es la misma que la energía mecánica final. **Esto es debido a que existen**

rozamientos que implican una disipación de energía en forma de calor.

En nuestro caso la **energía disipada es un trabajo** dado por la expresión (1):

$$\boxed{W = F_{ROZ} \Delta x . \cos(\alpha)}$$

Para calcular el **trabajo negativo que produce la fuerza de rozamiento (energía disipada)** usaremos la expresión (1) teniendo en cuenta que **la fuerza de rozamiento se opone al movimiento** → el **ángulo α** formado por la fuerza de rozamiento y el desplazamiento es de **180º** (sentidos opuestos) → el coseno de 180º vale -1 (cos 180 = -1) por lo que **el trabajo que realiza el rozamiento siempre es negativo (energía disipada).**

Introduciendo los valores numéricos de F_{ROZ} **= 10 N, cos 180 = -1** y **Δx = 14 m** en (1):

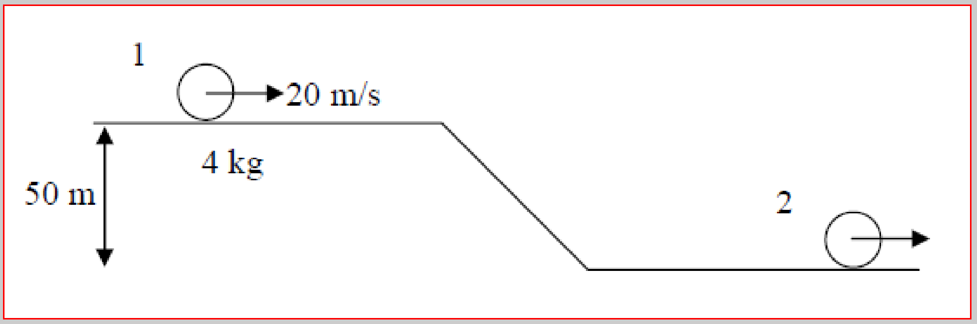
$$W = F_{ROZ} \Delta x . \cos(\alpha) \rightarrow W = 10.14.\cos(180) = 10.14.(-1) \rightarrow \boxed{W = -140 J}$$

Por tanto, **la energía disipada en forma de calor que se va a la atmósfera es de 140 J!!!!**

Profesor: **Daniel Pascual Gallegos**
tutordani@gmail.com
https://www.tecnopatafisica.com/

Fundación F. Viértola
Colegio Beata Filipina

14) Calcula la velocidad del cuerpo en el punto 2 de la gráfica:



a) Suponiendo que no existen fuerzas de rozamiento.

Empezaremos planteando los **datos del problema**, las **incógnitas solicitadas** y las **fórmulas** que se utilizarán:

DATOS	INCÓGNITAS	FÓRMULAS
Masa m = 4 kg **Velocidad inicial** $v_{inicial}$ = 20 m/s **Velocidad final** v_{final} =?? **Altura inicial** $h_{inicial}$ = 50 m **Altura final** h_{final} = 0 m (suelo)	**Velocidad final**	**Principio de conservación de la energía.** $E_{mecánica,\ inicial} = E_{mecánica,\ final}$ (1) $E_{mecánica} = E_{cinética} + E_{potencial}$ (2) $E_{cinética} = \frac{1}{2}mv^2$ (3) $E_{potencial} = mgh$ (4)

En este ejemplo vemos que **la energía mecánica del sistema se conserva** ya que **no existen rozamientos.** Por tanto, según el principio de conservación de la energía la **energía mecánica inicial** del sistema **será igual** a la **energía mecánica final** (1)

$$E_{mecánica,\ inicial} = E_{mecánica,\ final}$$

Como sabemos la **energía mecánica** es la suma de la **cinética** y la **potencial**:

$$E_{mecánica} = E_{cinética} + E_{potencial}$$

En estos problemas **la masa del cuerpo no afecta**, por lo que si igualamos expresiones:

$E_{mecánica,\ inicial} = E_{mecánica,\ final} \rightarrow E_{cinética,\ inicial} + E_{potencial,\ inicial} = E_{cinética,\ final} + E_{potencial,\ final} \rightarrow$ $\frac{1}{2}mv^2_{inicial} + mgh_{inicial} = \frac{1}{2}mv^2_{final} + mgh_{final}$ como vemos se puede simplificar las masas de todos los sumandos, obteniéndose:

$$\boxed{\frac{1}{2}v_{inicial}^2+gh_{inicial}=\frac{1}{2}v_{final}^2+gh_{final}}$$

A partir de aquí comenzaremos a introducir datos: $v_{inicial}$ =20 m/s, v_{final}= ??, $h_{inicial}$ = 50 m, h_{final}= 0 m, g = 9,8 m/s^2

$$\frac{1}{2}v_{inicial}^2+gh_{inicial}=\frac{1}{2}v_{final}^2+gh_{final} \rightarrow \qquad \frac{1}{2}(20)^2+9,8.50=\frac{1}{2}v_{final}^2+9,8.0 \rightarrow$$

$$690=\frac{1}{2}v_{final}^2 \rightarrow v_{final}=\sqrt{690.2} \rightarrow \boxed{v_{final}=37,15\,m/s}$$

b) Suponiendo que el 25% de la energía inicial se pierde en forma de calor por el rozamiento.

Si debido al rozamiento se ha perdido una parte de la energía final debido a rozamientos:

$$\boxed{E_{mecánica,\,inicial}=E_{mecánica,\,final}+E_{pérdidas,\,rozamiento}}$$

Como esta **energía de pérdidas** es del **25% de la energía inicial**:

$$E_{pérdidas,\,rozamiento}=25\,\%E_{mecánica,\,inicial} \rightarrow \boxed{E_{pérdidas,\,rozamiento}=\frac{25}{100}E_{mecánica,\,inicial}}$$

Calculando **la energía mecánica inicial** como la **suma de la energía cinética inicial más la energía potencial inicial**:

$$E_{mecánica,\,inicial}=E_{cinética,\,inicial}+E_{potencial,\,inicial} \rightarrow E_{mecánica,\,inicial}=\frac{1}{2}mv_{inicial}^2+mgh_{inicial} \rightarrow$$

introduciendo los datos ($v_{inicial}$ =20 m/s, $h_{inicial}$ = 50 m, m = 4 kg , g = 9,8 m/s^2) →

$$E_{mecánica,\,inicial}=\frac{1}{2}4.(20)^2+4.9,8.50 \rightarrow \boxed{E_{mecánica,\,inicial}=2760\,J}$$

Por tanto la **energía perdida** es:

$$E_{rozamiento}=\frac{25}{100}E_{m,\,inicial} \rightarrow E_{rozamiento}=\frac{25}{100}(2760) \rightarrow \boxed{E_{pérdidas,\,rozamiento}=690\,J}$$

Por tanto ya podemos obtener la **energía mecánica final** del cuerpo:

$$E_{mecánica,\,inicial}=E_{mecánica,\,final}+E_{pérdidas,\,rozamiento} \rightarrow$$

$$E_{mecánica,\,final}=E_{mecánica,\,inicial}-E_{pérdidas,\,rozamiento} \rightarrow \qquad E_{mecánica,\,final}=2760-690 \rightarrow$$

$$\boxed{E_{mecánica,\,final}=2070\,J}$$

Calculando **la energía mecánica final** como la **suma de la energía cinética final más la energía** potencial final

$E_{mecánica,\,final} = E_{cinética,\,final} + E_{potencial,\,final}$ → $E_{mecánica,\,final} = \frac{1}{2} m v_{final}^2 + m g h_{final}$ pero como la $h_{final} = 0$ m → $E_{mecánica,\,final} = \frac{1}{2} m v_{final}^2$

Introduciendo los datos ($E_{mecánica,final}$ = 2070 J, m = 4 kg) podremos hallar la **velocidad final** objetivo del problema:

$$E_{mecánica,\,final} = \frac{1}{2} m v_{final}^2 \rightarrow v_{final}^2 = \frac{2E_{mecánica,\,final}}{m} \rightarrow v_{final} = \sqrt{\frac{2E_{mecánica,\,final}}{m}} \rightarrow$$

$$v_{final} = \sqrt{\frac{2.2070}{4}} \rightarrow \boxed{v_{final} = 32{,}17\,m/s}$$