

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI  
BOUMEDIENE

FACULTE DE PHYSIQUE

POLYCOPIE D'EXAMENS

DE MECANIQUE DU POINT

SYSTEME L.M.D: ST

Elaboré par:

- A. CHAFA
- A.DIB
- F.CHAFA - MEKIDECHE
- A. DERBOUZ
- F. KAOUAH
- M. HACHEMANE

## Introduction

Ce fascicule a été élaboré par une équipe de six enseignants de première année du système Licence -Master-Doctorat (L.M.D.) spécialité Sciences et technologie (S.T). IL comporte les différents examens élaborés par cette équipe entre 2007 et 2011 avec les corrections respectives. Nous donnons également un petit rappel de cours sur les différents chapitres du module de physique 1 (mécanique).

L'équipe est constituée par les enseignants suivants :

F. MEKIDECHE - CHAFA

A. CHAFA

A. DERBOUZ

A. DIB

M. HACHEMANE

F. KAOUAH

L'esprit de ce fascicule est d'aider les étudiants de première année à apprendre à traiter un sujet de mécanique du point. Il comporte des solutions ainsi que le barème appliquer pour leur permettre de s'auto - noter.

Nous cherchons, à travers ce modeste travail, à montrer aux étudiants que le module de mécanique n'est pas difficile pour les étudiants qui travaillent régulièrement.

Nous suggérons la méthode suivante pour traiter un sujet de mécanique lors d'un examen :

- Lire le sujet jusqu'au bout avant de commencer à écrire quoi que ce soit.
- Souligner les mots clés et qui donnent les informations sur l'exercice.
- Commencer par l'exercice qui vous parait le plus simple.
- Si vous coincez sur une question passez à autre chose.
- Ne perdez pas beaucoup de temps à tout écrire au brouillon.
- Relire avant de remettre la copie.

Bonne lecture et bon courage

Les co - auteurs

**Sujet 1**

Deux corps A et B de masse  $m_A$  et  $m_B$  respectivement, sont reliés par un fil inextensible passant par la gorge d'une poulie de masse négligeable. Initialement le corps B se trouve à une hauteur  $h$  du sol, il est lâché sans vitesse initiale.

Le contact entre le corps A et le plan horizontal est caractérisé par des coefficients de frottement statique  $\mu_s$  et dynamique  $\mu_g$ .

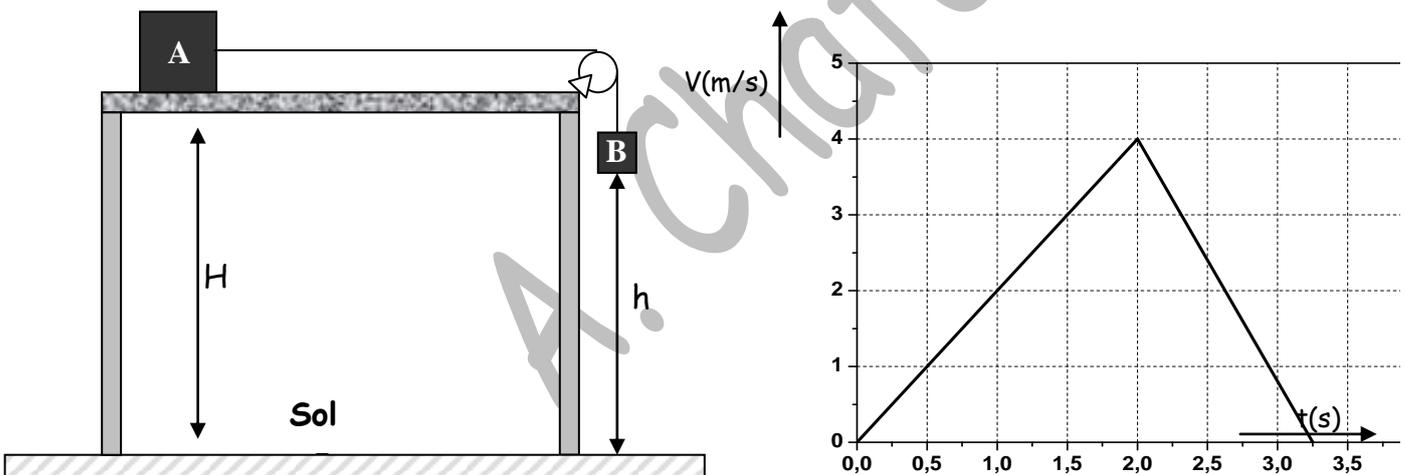
On suppose que le corps B s'immobilise en touchant le sol.

Données :  $\mu_s = 0.6$ ,  $\mu_g = 0.326$ ,  $m_A = 6$  kg,  $h = 4$  m,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>

**Les parties I, II et III sont indépendantes**

**Partie I: (05.5 points)**

Le graphe donnant l'évolution de la vitesse en fonction du temps de la masse A est donné par :



- 1- Tracer le diagramme de l'accélération en fonction du temps (1 point)
- 2- Déterminer la nature de chaque phase. Justifiez (1.5 points)
- 3- Déterminer la distance parcourue par A dans la première phase (0.5 points)
- 4- Déterminer la distance parcourue par la masse A dans la seconde phase.(0.5 points)
- 5- Représenter le vecteur vitesse,  $(\vec{V}_{A/B})$ , de la masse A par rapport à la masse B aux instants  $t_1 = 1$  s et  $t_2 = 2.5$  s et calculer son module. (2 points)

**Partie II : (09.5 points)**

Calculer la valeur minimale de la masse B ( $m_{Bmin}$ ) pour que le système se mette en mouvement. (02.5 points)

1- On prend, maintenant, la valeur de la masse B,  $m_B = 4$  kg, le système se met en mouvement jusqu'à l'arrêt. (a- 02 points, b- 04 points, c- 01 point)

- a- Représenter qualitativement les forces agissant sur A et B dans chaque phase.
- b- En déduire l'expression des accélérations dans chaque phase. Donner leur valeur.
- c- Exprimer et calculer la vitesse à la fin de la première phase.

**Partie III : (05 points)**

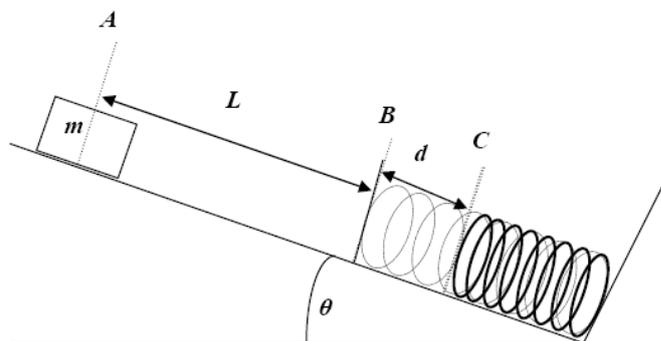
1- Si la vitesse à la fin de la première phase est de 4 m/s et en utilisant des considérations énergétiques sur le système des deux masses (A+B), donner l'expression et la valeur du coefficient de frottement  $\mu_g$  entre la table et le corps A.

A. Chafa

**Sujet 2 :**

**Exercice 1 :**

On abandonne sans vitesse initiale un bloc de masse  $m$  à partir du sommet (**position A**) d'un plan incliné faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale. Le bloc glisse sans frottement et vient comprimer un ressort de constante de raideur  $k$  en bas du plan incliné. On note  $L$  la distance initiale entre le bloc et le ressort (en **position B** lorsqu'il n'est pas comprimé). Au moment du choc, le ressort est comprimé d'une longueur  $d$  (**position C**) avant qu'il ne se détende à nouveau. Les frottements entre la masse et le sol sont négligeables.



**(Remarque : Aucune application numérique n'est demandée dans cet exercice)**

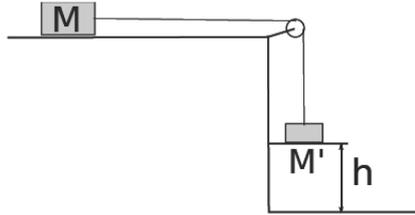
- 1- Démontrer que l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  du ressort en fonction de son allongement  $x$  s'écrit  $E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$  (préciser l'origine de cette énergie).
- 2- Rappeler le théorème de l'énergie mécanique totale. Que peut-on dire de l'énergie mécanique pour le système que vous étudiez ?
- 3- Calculer les énergies totales aux points A et C.
- 4- Déduire l'expression de la constante de raideur  $k$  en fonction de  $m$ ,  $\theta$ ,  $L$  et  $d$ .
- 5- Si maintenant le contact entre le corps et le plan incliné est caractérisé par un coefficient de frottements  $\mu_g$ , quelle est l'expression de la hauteur maximale atteinte par la masse  $M$  lorsqu'elle lâchée du point C sans vitesse initiale (le ressort est comprimé d'une longueur  $d$ ) ?

### Exercice 2 :

Deux corps M et M' de masse m et m' respectivement, sont reliés par un fil inextensible passant par la gorge d'une poulie de masse négligeable. Initialement le corps M' se trouve à une hauteur h du sol, il est lâché sans vitesse initiale. Le contact entre le corps M et le plan horizontal est caractérisé par des coefficients de frottement statique  $\mu_s$  et glissement  $\mu_g$ .

Données :

$$\mu_s = 0.6, \mu_g = 0.4, m = 6 \text{ kg}, \\ h = 1.5 \text{ m et } g = 10 \text{ m/s}^2$$



- 1- Donner l'expression de la masse  $m'_{\min}$  pour que le système se mette en mouvement, en fonction de m et  $\mu_s$ .
- 2- On prend maintenant un masse  $m' = 4 \text{ kg}$ , le système se met en mouvement. En considérant les deux phases du mouvement de la masse M jusqu'à son arrêt:
  - a- Quelle est la nature du mouvement de la masse M. Justifier.
  - b- Calculer l'accélération dans la première phase
  - c- Déduire la vitesse à la fin de cette phase.
  - d- Calculer l'accélération dans la deuxième phase
  - e- Déduire la distance totale D parcourue par la masse M. Donner sa valeur.

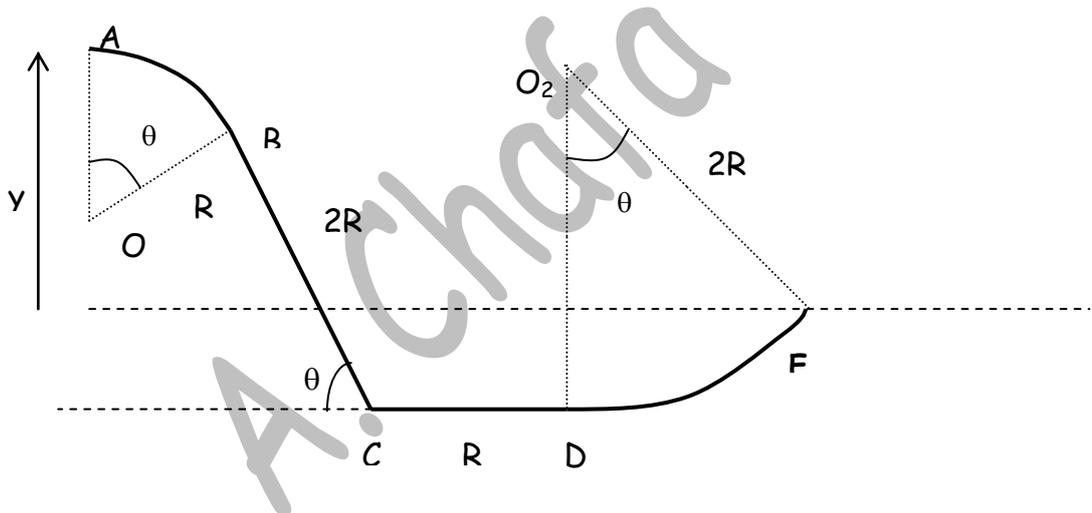
**Sujet 3**

Exercice 1 :

Un chariot de masse  $m = 1 \text{ kg}$  assimilé à un point matériel  $M$ , est mobile sur une piste située dans le plan vertical. La piste est formée de plusieurs parties :

- $AB$  : partie circulaire de centre  $O$ , de rayon  $R$  constant et d'angle  $\theta = \angle AOB$ .
- $BC$  : partie rectiligne inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale et de longueur  $2R$ .
- $CD$  : partie rectiligne horizontale de longueur  $R$ .
- $DE$  : partie circulaire de centre  $O_2$ , de rayon  $2R$  constant et d'angle  $\theta = \angle DO_2E$ , le rayon  $O_2D$  étant vertical.

Les parties circulaires sont lisses. Les frottements entre le sol et le chariot dans la partie  $BCD$



sont caractérisés par un coefficient

de frottement dynamique  $\mu_d$ . Le chariot est abandonné sans vitesse en  $A$ .

- 1- Déterminer l'expression de la vitesse du chariot au point  $B$ .
- 2- Quelle est la valeur de l'angle  $\theta$  pour laquelle le chariot quitte la piste au point  $B$
- 3- Calculer le coefficient de frottements dynamique  $\mu_d$  dans la partie  $BD$  pour que le chariot s'arrête au point  $D$ .
- 4- Application numérique : Calculer  $v_B$  et  $\mu_d$  si  $\theta = 30^\circ$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  et  $R = 1 \text{ m}$ ,
- 5- S'il arrive au point  $D$  avec une vitesse de  $3 \text{ m/s}$ , pour quel angle  $\theta$ , il arrive au point  $E$  avec une vitesse nulle.

Exercice 2 :

Une comète se déplace dans le système solaire. Sa position a pour expression :

$$\overrightarrow{OM} = (t-1)\vec{i} + \frac{t^2}{2}\vec{j}$$

Où  $O$  est l'origine du repère (le soleil) et  $t$  représente le temps exprimé en secondes. On suppose que la comète reste dans le plan  $(O, x, y)$ .

1. Déterminez les composantes du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur accélération  $\vec{a}$
2. En partant de l'expression de l'accélération normale en fonction du rayon de courbure  $\rho$ ,

démontrez la relation :  $\rho = \frac{v^3}{\|\vec{v} \times \vec{a}\|}$

En déduire le rayon de courbure  $\rho$  de la trajectoire en fonction de  $t$ .

3. Déterminez l'expression l'accélération tangentielle  $\vec{a}_t$ .

4. En déduire celle de l'accélération normale  $\vec{a}_n$ .

5. Tracez la trajectoire  $y = f(x)$  pour  $0 \leq t \leq 4s$ . Représentez les vecteurs vitesses, accélérations normale et tangentielle à  $t = 0$  et  $t = 2$  et déduire le vecteur accélération  $\vec{a}$  à ces instants.

Echelle : 1 cm  $\longrightarrow$  1 m/s      1 cm  $\longrightarrow$  0.45 m/s<sup>2</sup>

**Sujet 4 :**

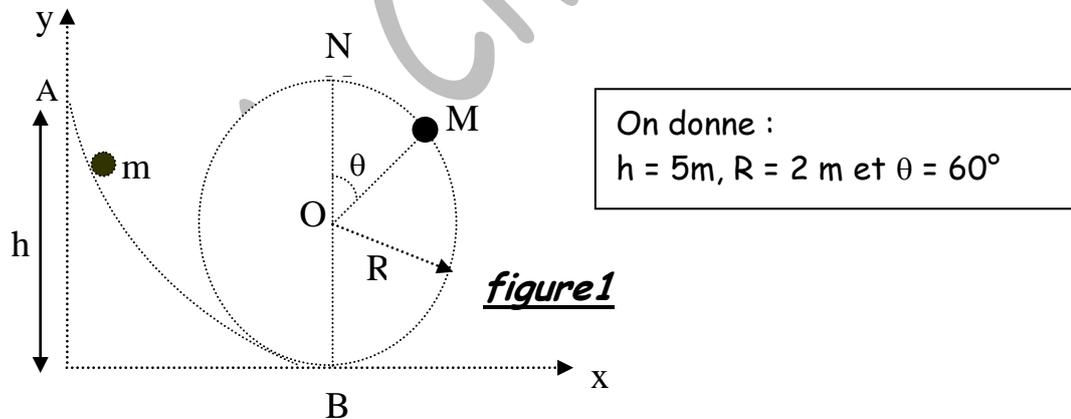
**EXERCICE 1 : (7.5 points)**

Un point  $M$  est repéré, par rapport au repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , à l'instant  $t$  par les coordonnées suivantes :  $x(t) = t^2 - 1$  et  $y(t) = 2t$

- 1) Donner l'expression de la trajectoire du point  $M$ .
- 2) Donner l'expression de la vitesse du point  $M$ .
- 3) Donner l'expression de l'accélération du point  $M$ .
- 4) Quelle est la nature du mouvement? Justifier.
- 5) Déterminer la composante tangentielle de l'accélération.
- 6) En déduire la composante normale de l'accélération.
- 7) Calculer le sinus de l'angle  $\alpha = (\vec{Ox}, \vec{v})$ .
- 8) A l'aide de l'expression de l'accélération et de l'angle  $\alpha$ , retrouver l'expression de la composante normale de l'accélération.

**EXERCICE 2 : (7 points)**

Un bloc de masse  $m$  glisse, sans frottements, sur un rail formé d'une partie curviligne  $AB$  et d'une boucle circulaire de rayon  $R$  (figure1).

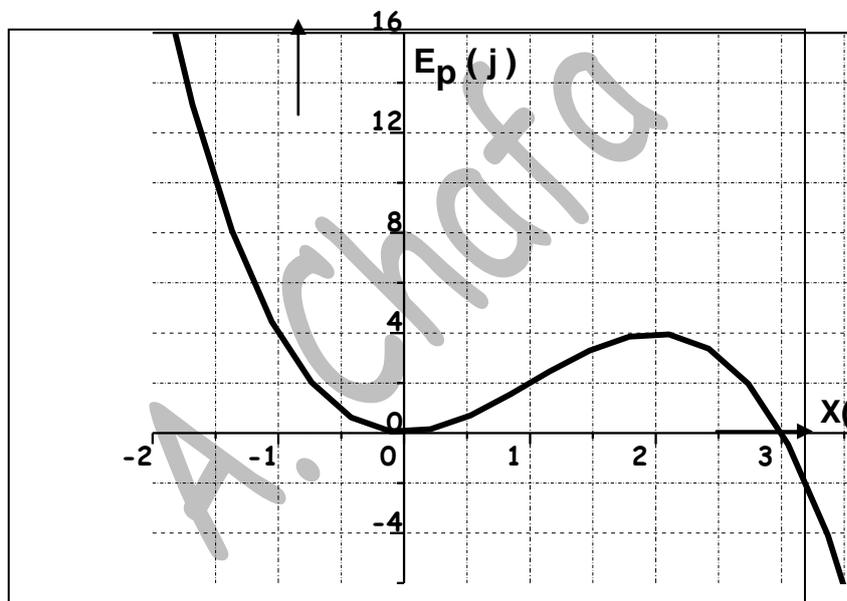


- 1) Le bloc est lâché sans vitesse initiale d'un point  $A$  situé à une hauteur  $h$ . Quelle est la vitesse  $V_B$  du bloc au point  $B$ .
- 2) Le bloc aborde ensuite la partie circulaire ( $BMN$ ) sur laquelle on repère sa position par l'angle  $\theta$  entre les points  $M$  et  $N$ . Quelle est l'expression de la vitesse du bloc au point  $M$  en fonction de  $h$ ,  $R$  et  $\theta$ . Calculer cette vitesse.
- 3) a- En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'expression de la force de contact  $C$  au point  $M$  en fonction de  $V_M$ ,  $m$ ,  $R$  et  $\theta$ .  
b- Si  $V_M = 4$  m/s, en déduire alors l'angle  $\theta_0$  pour lequel le bloc quitte le rail.

**Exercice 3 : (5.5 points)**

Une particule de masse  $m$  se déplace suivant l'axe  $ox$  sous l'effet d'une force qui dérive d'un potentiel. La courbe de son énergie potentielle en fonction de  $x$  est donnée sur la figure 2.

- 1- Déterminer les positions d'équilibre en précisant leur nature. Justifier
- 2- En supposant que l'énergie mécanique totale est égale à 2 Joules, représenter sur la figure du document joint, le graphe de l'énergie cinétique en fonction de  $x$ .
- 3- Discuter le mouvement de la particule dans les différentes régions possibles de  $x$ .

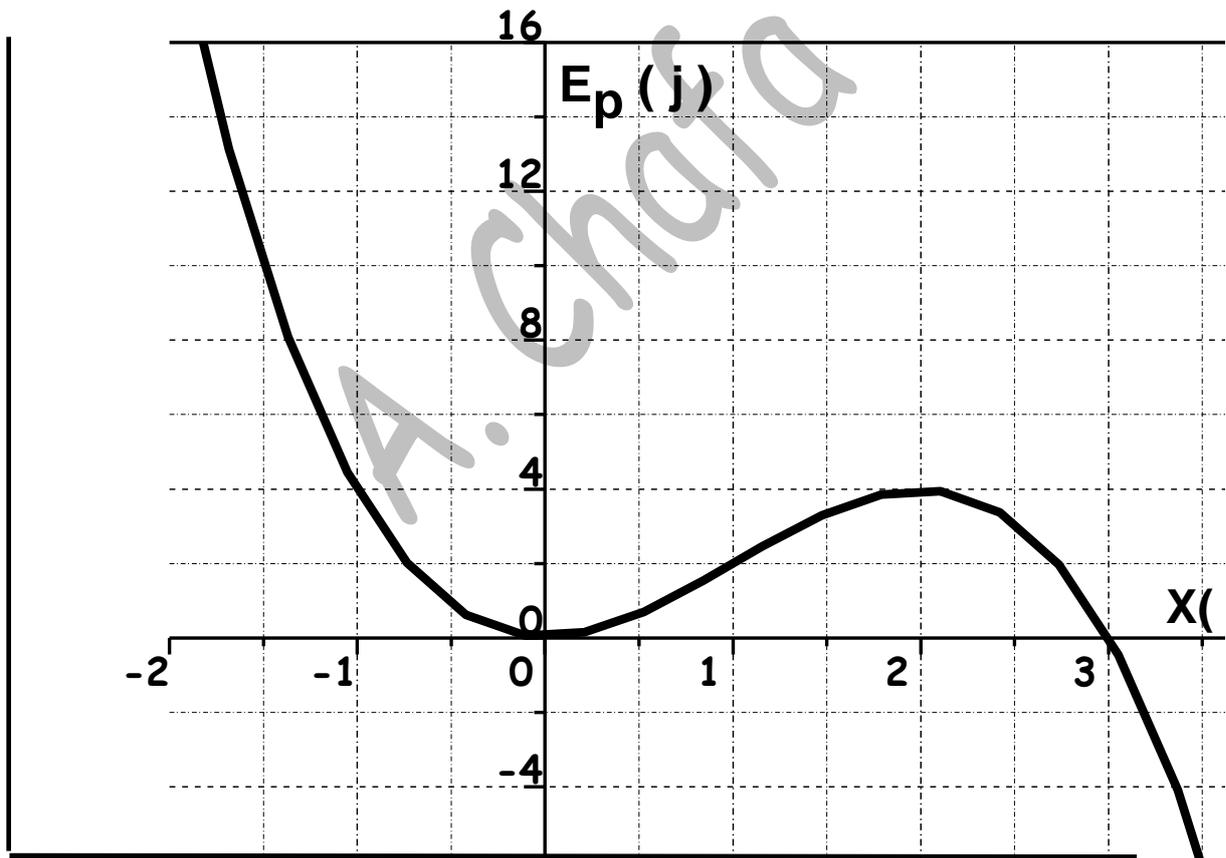


**Figure2**

Nom :

Prénom :

Matricule :



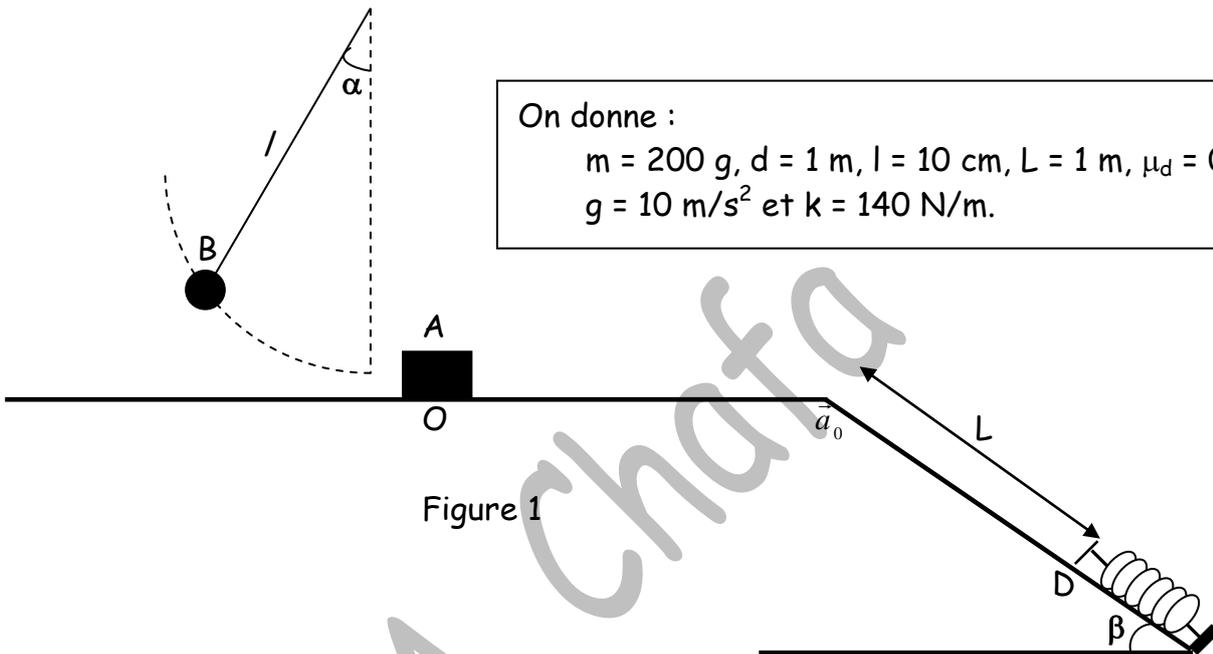
**Sujet 5 :**

Exercice 1:(10.5 points)

Une boule B de masse  $m$ , accrochée à un fil inextensible de longueur  $l$ , est écartée de sa position d'équilibre d'un angle  $\alpha$  et est abandonnée sans vitesse initiale.

A son passage par la position verticale, la boule percute un corps A de même masse et s'arrête. Le corps A glisse sur une piste OCD de la figure 1.

La partie  $OC = d$  est un plan horizontal rugueux de coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$ . La portion  $CD = L$ , parfaitement lisse, est inclinée d'un angle  $\beta = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale.



On donne :

$m = 200 \text{ g}$ ,  $d = 1 \text{ m}$ ,  $l = 10 \text{ cm}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $\mu_d = 0.1$ ,  
 $g = 10 \text{ m/s}^2$  et  $k = 140 \text{ N/m}$ .

Figure 1

- 1- Dessiner les forces exercées sur le corps A en une position entre O et C.
- 2- Calculer l'accélération du corps A entre O et C. Déduire la nature du mouvement.
- 3- Donner l'expression de la vitesse de la boule B juste avant de toucher le corps A
- 4- En utilisant la conservation de la quantité de mouvement du système, déterminer la vitesse du corps A après l'interaction.
- 5- Exprimer la vitesse du corps A au point C en fonction de  $g$ ,  $l$ ,  $d$ ,  $\alpha$  et  $\mu_d$
- 6- De quel angle  $\alpha_m$  doit - on écarter la boule B pour que le corps A arrive en C avec une vitesse nulle.
- 7- A partir du point C, le corps A aborde la partie CD avec une vitesse nulle. Il arrive sur un ressort parfait de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$ .
  - Représenter les forces exercées sur A au cours de la compression du ressort.
  - Quelle est la valeur de la compression maximale du ressort.

Exercice 2 :(5 points)

Une comète se déplace dans le système solaire. Sa position a pour expression :

$$x(t) = (t - 1) \quad \text{et} \quad y(t) = \frac{t^2}{2}$$

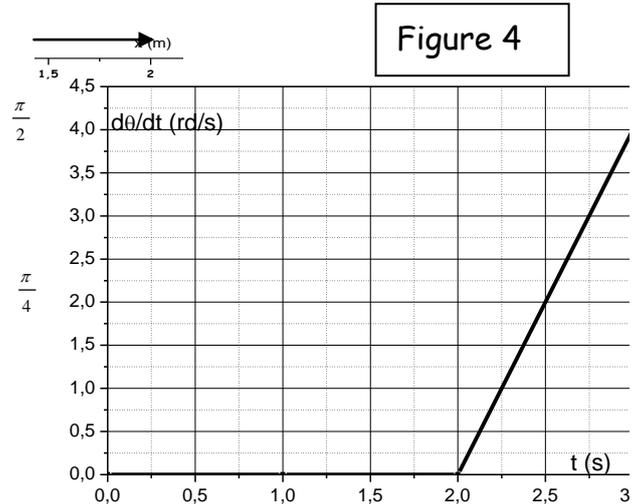
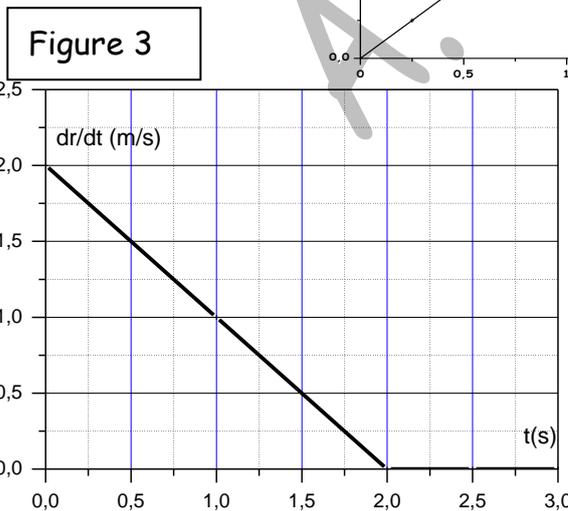
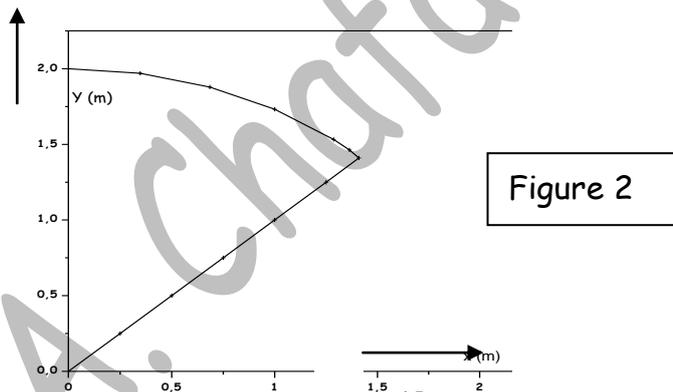
On suppose que la comète reste dans le plan  $(O, x, y)$ .

1. Déterminez les composantes et le module du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur accélération  $\vec{a}$ .
2. Déterminez l'expression de l'accélération tangentielle  $\vec{a}_t$ .
3. En déduire celle de l'accélération normale  $\vec{a}_n$ .
4. Donner le rayon de courbure  $\rho$  de la trajectoire en fonction de  $t$ .

Exercice 3:(4.5 points)

La trajectoire d'un mobile est constituée d'un segment rectiligne faisant un angle  $\theta = \pi/4$  rd et d'un arc de cercle de rayon  $R = 2$  m (figure 2). En utilisant les coordonnées polaires, les variations des vitesses radiale  $(\frac{dr}{dt})$  et angulaire  $(\frac{d\theta}{dt})$  sont données par les figures 3 et 4.

On supposera qu'à  $t = 1$ s le mobile se trouve à  $r = 1.5$  m et  $\theta = \pi/4$  rd.



- 1- Trouver les valeurs de  $r$  et  $\theta$  à l'instant  $t = 2.5$  s
- 2- Calculer le vecteur vitesse à l'instant  $t = 2.5$  s
- 3- Calculer le vecteur accélération à  $t = 2.5$  s.

On donne :  $a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2$  ,  $a_\theta = 2 \left( \frac{dr}{dt} \right) \left( \frac{d\theta}{dt} \right) + r \left( \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right)$  et  $\pi^2 = 10$

- 4- En déduire les composantes intrinsèques  $a_n$  et  $a_t$  de l'accélération à l'instant  $t = 2.5$  s.

Sujet 6

**Exercice 1 (10pts)**

I. Le diagramme des vitesses d'un mobile A animé d'un mouvement rectiligne sur un axe Ox est donné par la figure 1.

1. Tracer le diagramme de l'accélération en fonction du temps.
2. Quelles sont les différentes phases du mouvement et leur nature. Justifier.
3. Déterminer la position du mobile aux instants  $t = 6s$ ,  $t = 10s$  et  $t = 20s$ , sachant qu'à  $t = 0s$ ,  $x_{A0} = 10m$ .
4. A quel instant le mobile rebrousse-t-il chemin ?
5. A quel instant passe-t-il par l'origine ?
6. Représenter, sur la trajectoire, les vecteurs position, vitesse et accélération à l'instant  $t=10s$ .

Echelle : position :  $1cm \rightarrow 20m$ , vitesse :  $1cm \rightarrow 2m/s$ , accélération :  $1cm \rightarrow 1m/s^2$ .

7. A l'instant initial  $t=0s$ , un second mobile B passe par l'abscisse  $x_{B0} = 0m$  avec une vitesse  $v_B=10m/s$ , constante au cours de son déplacement sur l'axe des x. Quelle est la vitesse du mobile A par rapport au mobile B ( $\vec{V}_{A/B}$ ) à l'instant  $t = 20s$  ?

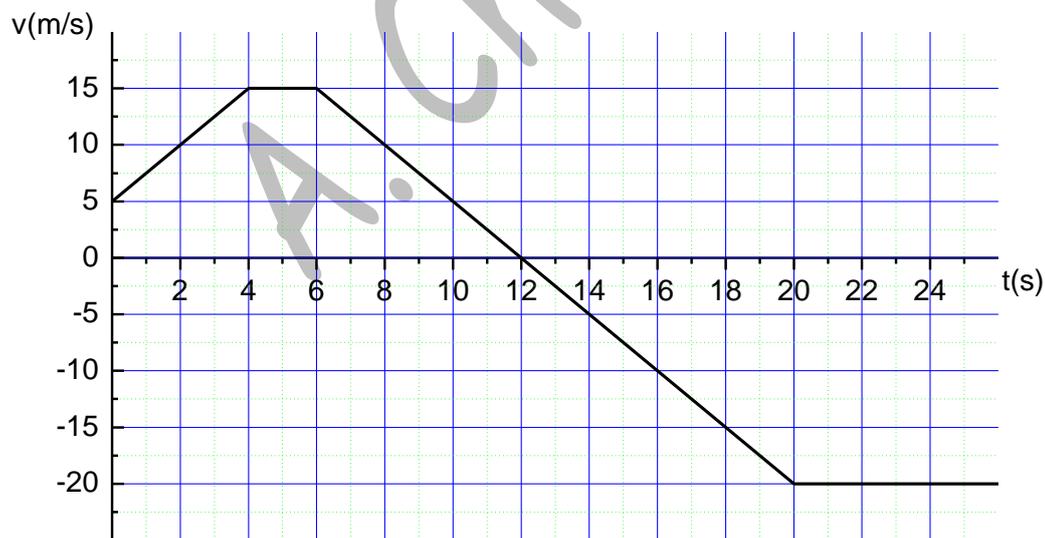


Figure 1

**Exercice 2 (10pts)**

Deux masses  $m_1$  et  $m_2$  sont liées par un fil inextensible qui passe par une poulie de masse négligeable et d'axe fixe. La masse  $m_1$  glisse sur un plan incliné qui fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale (figure 2). Le contact entre la masse  $m_1$  et le plan incliné est caractérisé par les coefficients de frottement  $\mu_s = 0,7$  et  $\mu_g = 0,3$ .

On prendra  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Partie I :

1) Sachant que  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , déterminer la valeur maximum  $m_{2\text{max}}$  de  $m_2$  pour que le système reste au repos.

2) Pour  $m_2 = m_{2\text{max}}$ , calculer puis représenter les forces qui agissent sur  $m_1$  et  $m_2$ .

Echelle :  $1\text{cm} \rightarrow 4\text{N}$ .

Partie II :

On prend, maintenant une masse  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ . Elle est lâchée, sans vitesse initiale, d'une hauteur  $h = 20\text{cm}$ .

1) Calculer les accélérations prises par les deux masses, la tension  $T$  du fil et la force de contact  $C$  exercée par le plan incliné sur la masse  $m_1$ .

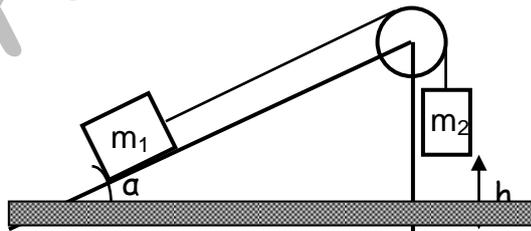
2) Calculer les vitesses des deux masses lorsque la masse  $m_2$  heurte le sol.

3) La masse  $m_2$  s'immobilise, le fil se détend et la masse  $m_1$  continue son mouvement.

a. Déterminer la nouvelle accélération de la masse  $m_1$ .

b. En déduire la distance totale parcourue par la masse  $m_1$  avant de s'arrêter ?

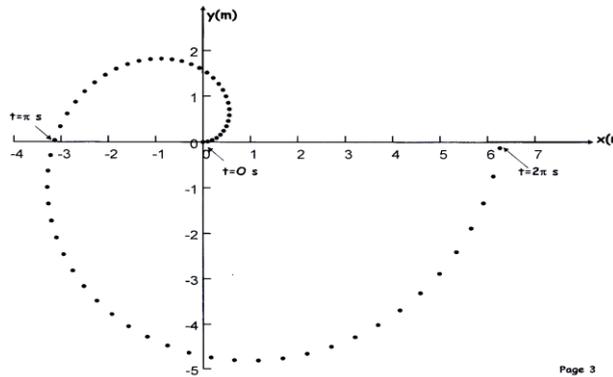
Figure 2



**Sujet 7**

**EXERCICE 1 :**

Le mouvement d'une particule  $M$  se déplaçant dans le plan ( $xoy$ ) est décrit par les équations suivantes :  $x(t) = t \cos t$  et  $y(t) = t \sin t$   
 Où  $t$  varie entre 0 et  $2\pi$  secondes. La figure ci - dessous représente la trajectoire décrite par la particule  $M$ .

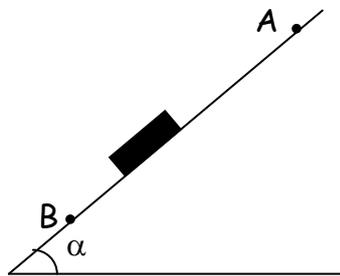


Page 3

- 1- Déterminer les composantes du vecteur vitesse et son module.
- 2- Déterminer les composantes du vecteur accélération et son module.
- 3- Représenter les vecteurs vitesses et accélérations sur le document fourni en page 3 (à remettre avec la copie d'examen) aux instants  $t_1=0$  s et  $t_2 = \pi$  s.  
 Echelles : 1 cm  $\longrightarrow$  0.5 m/s et 1 cm  $\longrightarrow$  0.5 m/s<sup>2</sup>
- 4- Déterminer les expressions des composantes intrinsèques  $\vec{a}_t$  et  $\vec{a}_n$  de l'accélération en fonction du temps.
- 5- Déduire le rayon de courbure de la trajectoire en fonction du temps.

**Exercice 2 :**

Un solide  $S$ , que l'on assimilera à un point matériel, de masse  $m = 0.1$  kg, glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné qui forme un angle  $\alpha = 20^\circ$  avec l'horizontale.



- 1- Le solide est abandonné depuis le point A sans vitesse initiale. En considérant les frottements négligeables, déterminer la nature du mouvement de  $S$ . Justifiez.  
 Calculer la durée du Un solide  $S$ , que l'on assimilera à un point matériel, de masse  $m = 0.1$  kg, glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné qui forme un angle  $\alpha = 20^\circ$  avec l'horizontale.

- 2- Le solide est abandonné depuis le point A sans vitesse initiale. En considérant les frottements négligeables, déterminer la nature du mouvement de S. Justifiez.(02 points)
- 3- Calculer la durée du parcours AB. A.N.  $AB = 2$  m.(01 point)
- 4- En fait, cette durée est de 1.3 s, en admettant l'existence des frottements caractérisés par un coefficient de frottements de glissement  $\mu_g$ . Déterminer ce coefficient. (02.5 points)
- 5- Représenter les forces agissant sur S dans ce cas. (01 point)
- 6- Le solide est maintenant lancé du point B vers le point A. Au point B sa vitesse est de 3 m/s. Déterminer la position du point C où la vitesse du solide s'arrête :
  - a- Si on néglige les frottements (1.5 points)
  - b- Si le coefficient de frottement est de  $\mu_g = 0.11$ . (02 points)

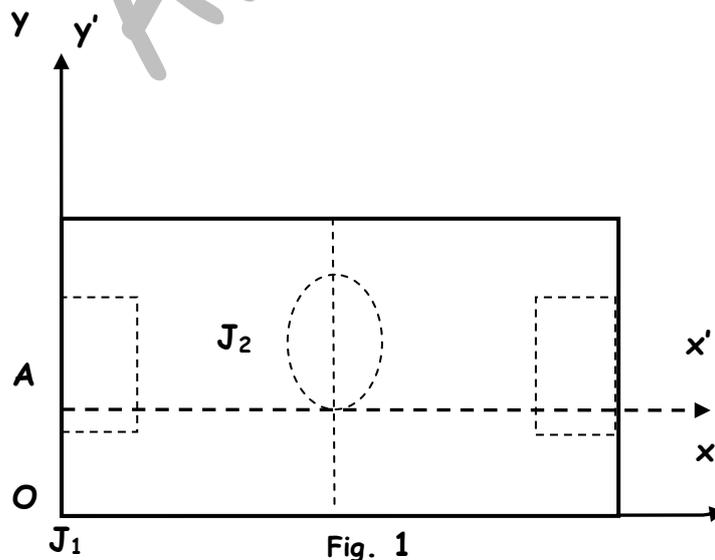
On prendra dans le problème  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

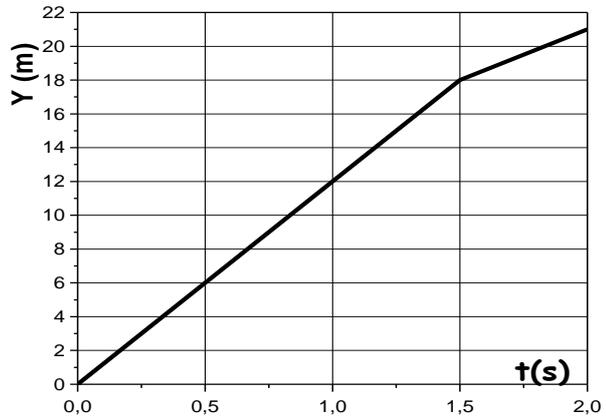
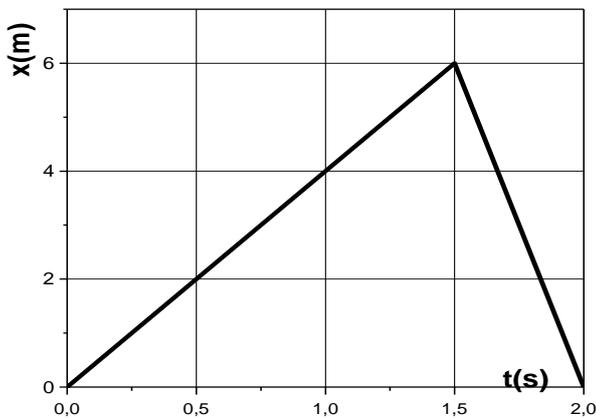
7- parcours AB. A.N.  $AB = 2$  m.

- 8- En fait, cette durée est de 1.3 s, en admettant l'existence des frottements caractérisés par un coefficient de frottements de glissement  $\mu_g$ . Déterminer la valeur de ce coefficient.

### EXERCICE 3 :

Un terrain de football est repéré par les axes Ox et Oy (figure 1). Un second repère mobile ( $Ax'$ ,  $Ay'$ ) lié à l'arbitre A se déplace avec une vitesse  $\vec{V}_A = 4 \vec{j}$ . A l'instant  $t = 0$ s, le joueur  $J_1$  se trouve au point O et tire le ballon qui est dévié par un joueur  $J_2$ . Le mouvement du ballon, dans le repère Oxy, est donné sur les graphes suivants :



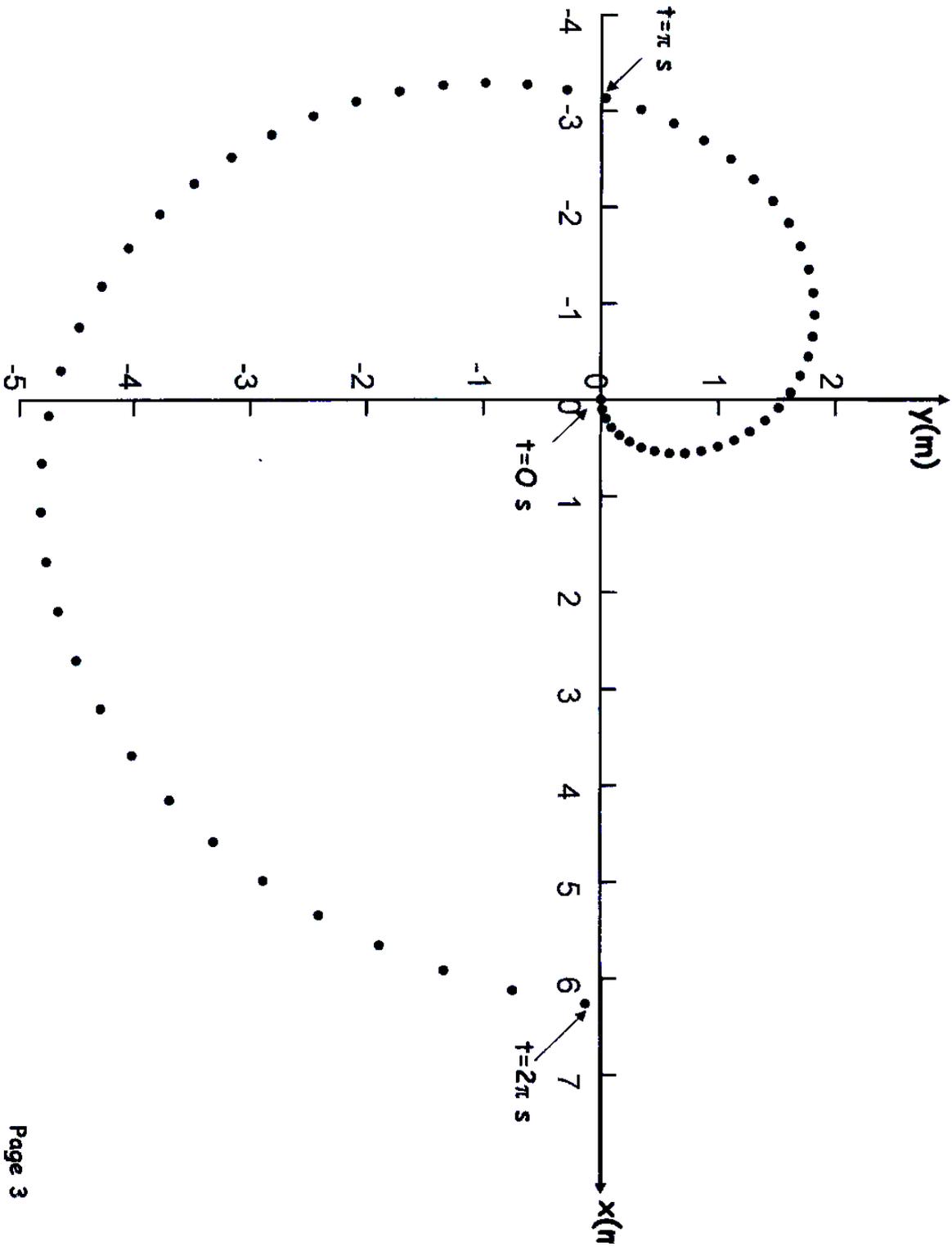


- 1- Donner les coordonnées du joueur  $J_2$  dans le repère  $Oxy$ .
- 2- Déterminer les vitesses du ballon avant et après sa déviation.
- 3- Dédire la variation de quantité de mouvement  $\Delta P$  si le ballon pèse 850g.
- 4- Déterminer les vitesses du ballon dans le repère  $Ax'y'$  lié à l'arbitre.
- 5- Dessiner la trajectoire du ballon dans ce repère sachant qu'à  $t = 0s$  les coordonnées de l'arbitre dans le repère  $Oxy$  sont  $x_A = 0m$  et  $y_A = 5 m$ .

Nom :

Prénom :

Groupe :



**Sujet 8 :**

Exercice 1 :(14 points)

Partie I :

Une voiture, assimilée à un point matériel M, se déplace sur une trajectoire OABC, constituée d'une partie rectiligne OA et une circulaire ABC de rayon R (figure 1).

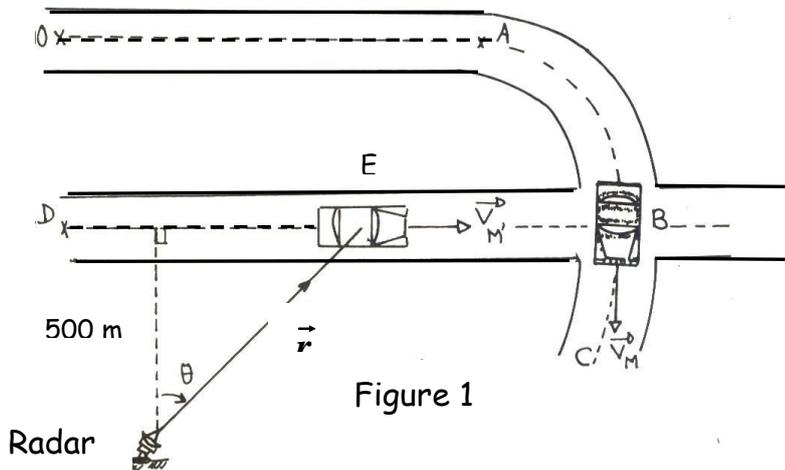


Figure 1

A  $t = 0s$  la voiture est au point O, elle arrive au point A à  $t = 20s$ . Elle atteint le point B à  $t = 30s$  avec une accélération de  $2 m/s^2$ . La figure 2 représente l'évolution de la vitesse de la voiture M en fonction du temps.

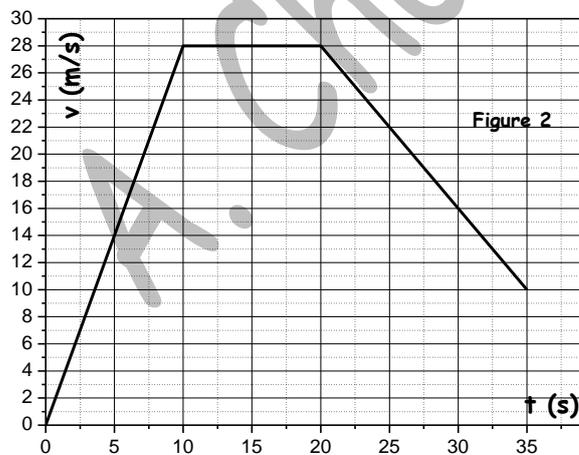


Figure 2

- 1- Ecrire les équations du mouvement dans la partie OA en précisant la nature.
- 2- Quelle est la longueur de l'arc AB.
- 3- Tracer le graphe de l'accélération tangentielle entre 0 et 35 s.
- 4- Déterminer le rayon de courbure R au point B.
- 5- Dessiner les vecteurs vitesses et accélérations à  $t = 30s$ .

Partie II :

Une seconde voiture, assimilée à un point matériel M', se déplace avec une vitesse constante  $V_M$  sur une route DEB perpendiculaire à la partie circulaire ABC en B. Un radar, placé à 500 m de la droite DEB, permet de détecter la voiture M', au point E par son angle  $\theta = 60^\circ$  et sa vitesse

angulaire  $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ rd/s}$ .

## Examens de mécanique -1ère Année S.T

---

- 1- Déterminer l'expression de la vitesse de  $M'$ ,  $V_{M'}$ , au point E en fonction de  $V_\theta$  (vitesse transversale de  $V_{M'}$ ). Déduire la valeur de  $V_{M'}$ .
- 2- Dessiner et calculer la valeur la vitesse de M par rapport à  $M'$ ,  $\vec{V}_{M/M'}$ .

### Exercice 2 :(06 points)

Un point P se déplace dans un plan Oxy, ses coordonnées à l'instant t sont données par :

$$x = 20\alpha(t - \tau) \quad y = 10\beta(t - \tau)^2 \quad \text{avec : } \alpha = 1 \text{ m/s}, \beta = 1\text{m/s}^2 \text{ et } \tau = 1\text{s}$$

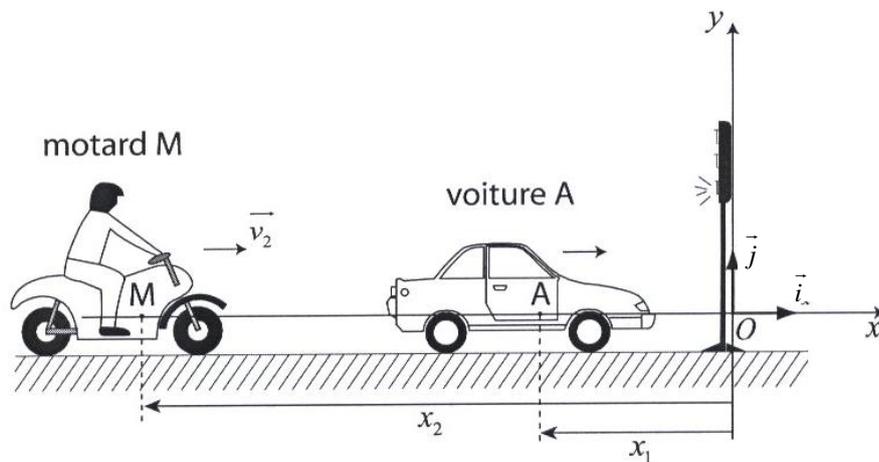
- a) Trouver l'équation cartésienne de la trajectoire, de représenter la courbe correspondante entre 0 et 4s;
- b) Calculer les composantes cartésiennes de  $\vec{v}$  et  $\vec{a}$  ainsi que leurs modules ;
- c) Calculer les composantes intrinsèques de  $\vec{a}$  ( $a_t$  et  $a_n$ ) ;
- d) Représenter les vecteurs vitesses et accélérations à  $t = 3\text{s}$ .  
Echelles : 1 cm  $\longrightarrow$  10 m/s                      1 cm  $\longrightarrow$  4 m/s<sup>2</sup>
- e) Calculer le rayon de courbure lorsque  $t = 3\text{s}$ .

**Sujet 9 :**

**Exercice 1 :**

Une voiture A est arrêtée sur une route horizontale rectiligne à une distance  $d_1=3$  m d'un feu rouge .lorsque le feu passe au vert à l'instant  $t=0$ , la voiture démarre avec une accélération constante  $a_1=3 \text{ m/s}^2$ . Au même moment un motard M roulant à une vitesse constante  $v_2=54 \text{ km/h}$  se trouve à une distance  $d_2=24$  m de la voiture. La voiture et le motard considérés comme des points matériels sont repérée à l'instant  $t$  à l'aide de leurs vecteurs positions respectifs  $\overrightarrow{OA} = x_1\vec{i}$  et  $\overrightarrow{OM} = x_2\vec{i}$ . On choisira comme origine O des abscisses la position du feu tricolore.

- 1° Déterminer les équations horaires  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  de la voiture et du motard respectivement.
- 2° Déterminer les instant des dépassements ainsi que les positions de la voiture et du motard à ces instants.
- 3° Si le motard roulait à la vitesse  $v_2=36 \text{ km/h}^{-1}$  pourrait-il rattraper la voiture ?
- 4° a- Calculer, dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare le motard à la voiture est minimale.  
b- En déduire cette distance.



**Exercice 2 :**

Une particule décrivant une trajectoire curviligne dans le plan  $(ox, oy)$  est repérées, en coordonnées polaires par les équations :

$$r(t) = r_0 e^{-\frac{t}{a}} \text{ et } \theta(t) = \frac{t}{a} \text{ (} r_0 \text{ et } a \text{ sont des constantes positives)}$$

- 1- Donner l'expression du vecteur vitesse de cette particule.
- 2- Montrer que l'angle  $(\vec{V}, \vec{u}_\theta)$  est constant. Quelle est sa valeur ?
- 3- Donner l'expression du vecteur accélération

- 4- Montrer que l'angle entre le vecteur accélération et la normale  $(\vec{a}, \vec{u}_N)$  est constant.  
Donner sa valeur (On se servira de la question 2)
- 5- Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.

**Exercice 3 :**

Un skieur que l'on assimilera à un point matériel  $M$ , de masse  $m = 80 \text{ kg}$ , part avec une vitesse nulle du point  $S$ , situé à une hauteur  $h_s = 1540 \text{ m}$ , pour arriver au point  $O$ , situé à une hauteur  $h_o = 1440 \text{ m}$ .

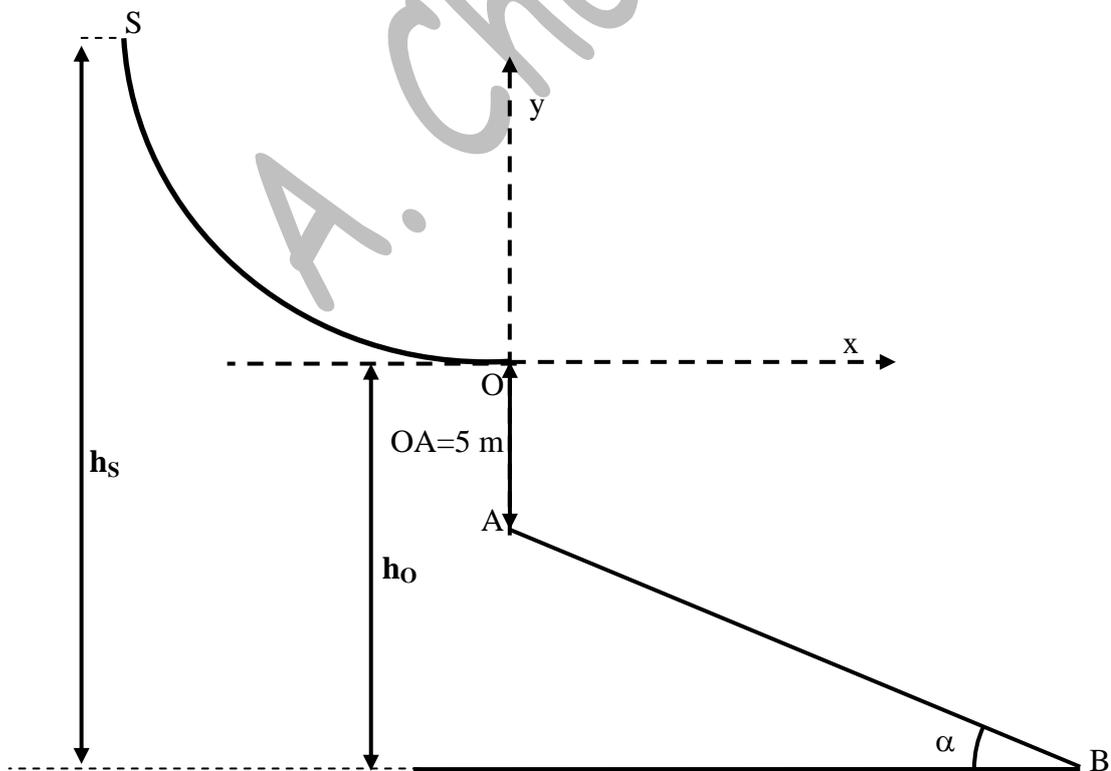
1 - Sachant que le long de la piste  $SO$ , de longueur  $150\text{m}$ , les frottements entre la piste est les skis sont caractérisés par une force  $C_{//} = 400 \text{ N}$ , dans la direction de la vitesse :

- a - Donner l'expression de l'énergie totale aux points  $S$  et  $O$ ,  
b - Déduire la vitesse  $V_0$  du skieur au point  $O$ .

2- En  $O$ , le skieur quitte la piste avec une vitesse horizontale  $\vec{v}_0$ , en supposant les frottements dus à l'air négligeables, déterminer l'équation de la trajectoire suivie par le skieur.

3- A quelle distance de  $O$  le skieur touchera-t-il le plan incliné  $AB$ , faisant un angle  $\alpha = 45^\circ$  avec l'horizontale ?

4- Quelle est sa vitesse à cet endroit ?



### Exercice 4 :

Soit un satellite de masse  $m$  tournant autour de la terre de masse  $M$  à distance  $r$  du centre de la terre. En supposant que sa trajectoire est circulaire :

- 1- Donner l'expression l'énergie potentielle correspondant à la force de gravitation entre le satellite et la terre, préciser l'origine choisie pour l'énergie potentielle.
- 2- Donner l'énergie mécanique totale en fonction de  $G$ ,  $M$ ,  $m$  et  $r$
- 3- Montrer que les trajectoires circulaires vérifient la troisième loi de Kepler  $\omega^2 r^3 = GM$  , où  $\omega$  est la vitesse angulaire.
- 4- Si un satellite paraît immobile dans le ciel, calculer sa hauteur, sa vitesse et son énergie totale.

On donne :

$$M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}, R_T = 6400 \text{ km}, m = 68 \text{ kg} \text{ et } G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

A. Chafa

**Sujet 10**

**Exercice 1 :(12 points)**

**Partie I :**

Une voiture, assimilée à un point matériel M, se déplace sur une trajectoire OABC, constituée d'une partie rectiligne OA et une circulaire ABC de rayon R (figure 1).

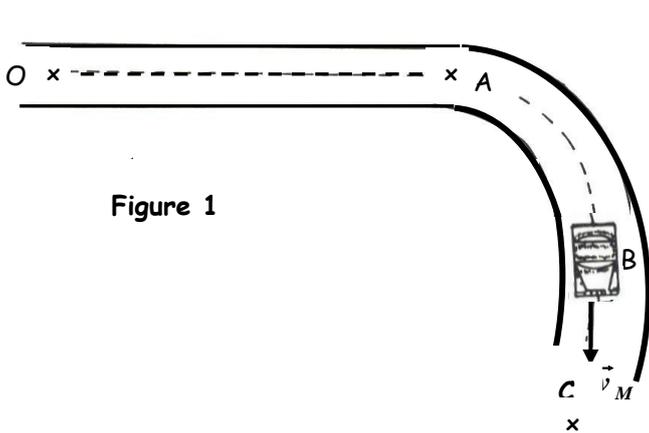


Figure 1

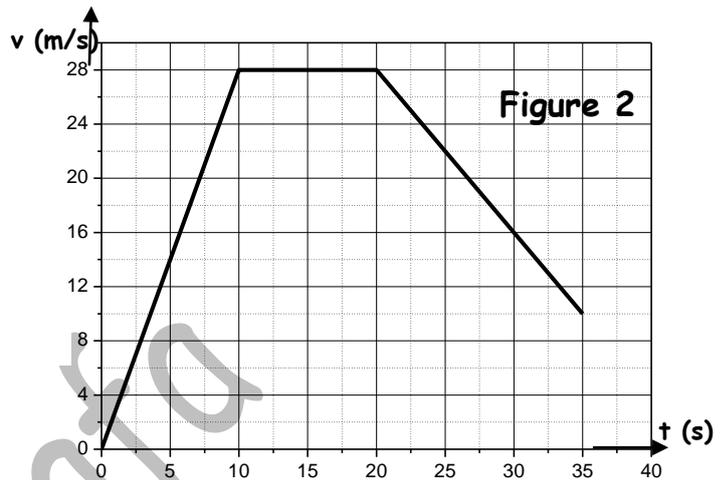


Figure 2

À  $t = 0$  s, la voiture est au point O. Elle arrive au point A à  $t = 20$  s et atteint le point B à  $t = 30$  s avec une accélération de  $2.18 \text{ m/s}^2$ . La figure 2 représente l'évolution de la vitesse de la voiture M en fonction du temps.

- 1- Ecrire les équations horaires dans la partie OA en précisant la nature du mouvement.
- 2- Quelle est la longueur de l'arc AB.
- 3- Tracer le graphe de l'accélération tangentielle entre 0 et 35 s.
- 4- Déterminer le rayon de courbure R au point B.
- 5- Dessiner les vecteurs vitesse et accélération, à  $t = 30$  s.

**Partie II :**

Une seconde voiture, assimilée à un point matériel M', se déplace avec une vitesse constante  $V_M$  sur une route DEB perpendiculaire à la partie circulaire ABC en B. Elle est repérée par ses coordonnées polaires  $(r, \theta)$  au point E (figure 3).

On donne la distance  $O'H=500\text{m}$ , l'angle  $\theta = 30^\circ$  et la vitesse angulaire  $\frac{d\theta}{dt} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ rd/s}$ .

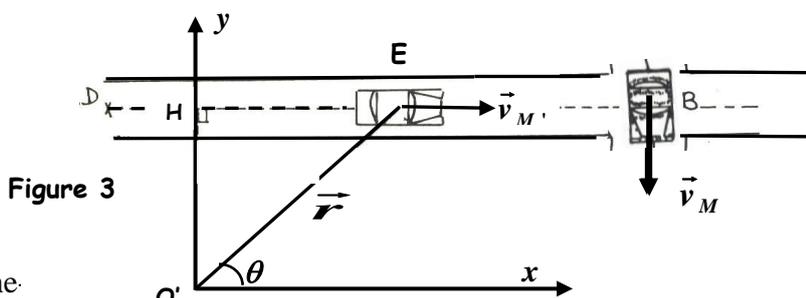


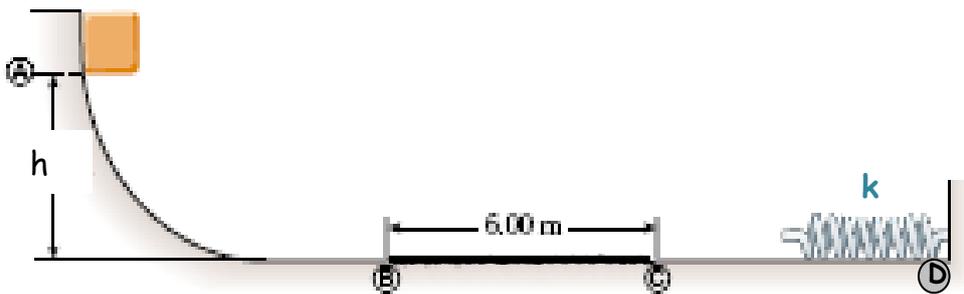
Figure 3

- 1- Représenter, en coordonnées polaires, les composantes  $\vec{V}_r$  et  $\vec{V}_\theta$  de la vitesse  $\vec{V}_M$ .
- 2- Déduire l'expression de la vitesse  $V_M$  au point E en fonction de  $V_0$ .
- 3- Calculer la valeur de  $V_M$ .
- 4- Dessiner la vitesse  $\vec{V}_{M/M'}$  de M par rapport à M' et calculer son module.

**Exercice 2 : (08 points)**

On dispose d'une piste constituée de deux parties parfaitement lisses AB et CD et d'une partie rugueuse BC longue de 6 m (voir figure). A l'extrémité de la piste est placé un ressort de constante de raideur  $k = 2250 \text{ N/m}$ .

Un bloc de masse  $m = 10 \text{ kg}$  est lâché, sans vitesse initiale, du point A situé à une hauteur  $h = 5 \text{ m}$ . On donne  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- 1- Déterminer la vitesse au point B

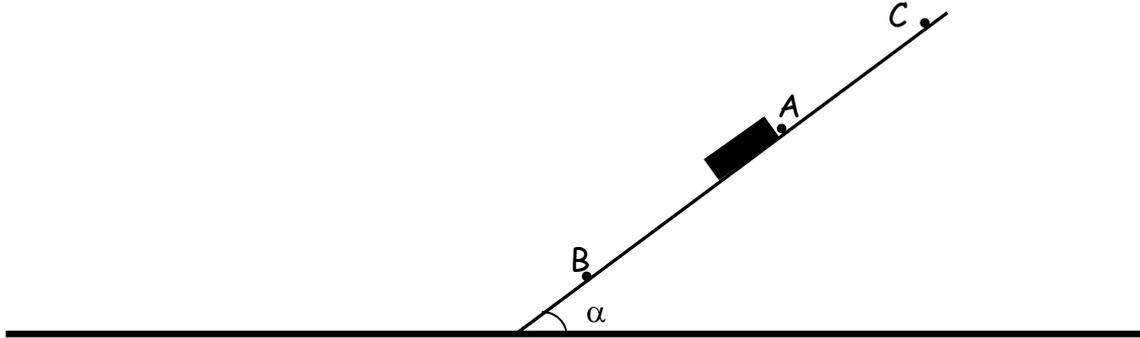
La masse arrive sur le ressort et la compression maximale est de 30 cm par rapport à sa longueur à vide.

- 2- Quelle est la valeur de la vitesse au point C.
- 3- Représenter qualitativement les forces agissant sur la masse entre B et C.
- 4- Donner l'expression de l'accélération dans cette région.
- 5- En utilisant la variation de l'énergie totale entre B et C, déterminer l'expression du coefficient de frottements dynamique sur la partie BC.
- 6- Donner la valeur de ce coefficient et celle de l'accélération.

**Sujet 11**

Exercice 1 :(09 points)

Un solide  $S$ , que l'on assimilera à un point matériel, de masse  $m = 0.1 \text{ kg}$ , glisse sur la pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale.



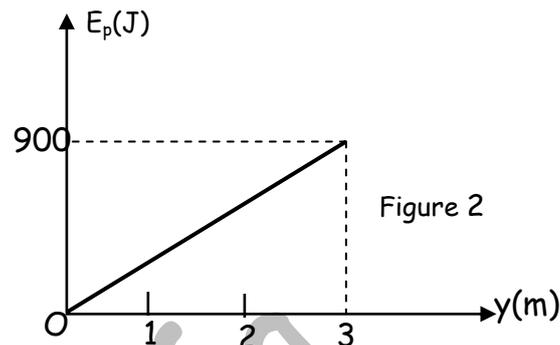
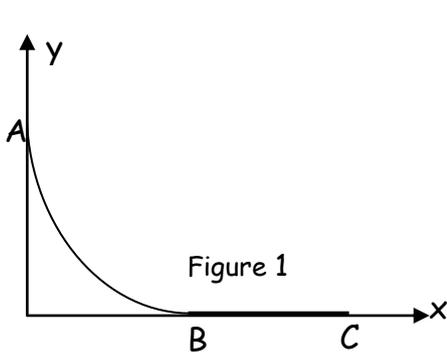
- 1- Le solide est abandonné depuis le point A sans vitesse initiale. En considérant les frottements négligeables, déterminer la nature du mouvement de  $S$ . Justifiez.
- 2- Calculer le temps mis par la masse pour arriver au point B si  $AB = 2 \text{ m}$ .
- 3- En fait, cette durée est de  $1.3 \text{ s}$ , en admettant l'existence des frottements caractérisés par un coefficient de frottements de glissement  $\mu_g$  :
  - a - Représenter les forces agissant sur  $S$  dans ce cas.
  - b- Déduire la valeur de ce coefficient de frottement  $\mu_g$ .
- 4- Le solide est maintenant lancé du point B vers le point A avec une vitesse de  $3 \text{ m/s}$ . Déterminer la position du point C où la vitesse du solide s'annule :
  - a. Si on néglige les frottements
  - b. Si le coefficient de frottement est de  $\mu_g = 0.11$ .

On prendra dans cet exercice :  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

Exercice 2 :(06 points)

Un enfant de masse  $m$  se laisse glisser, sans vitesse initiale, d'un point A situé à une hauteur  $y_A = 3 \text{ m}$  sur une piste ABC. La partie AB est parfaitement lisse. Le contact entre l'enfant et le tronçon rectiligne BC est caractérisé par un coefficient de frottement dynamique  $\mu_d = 0.4$  (figure 1). La figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle de l'enfant en fonction de  $y$  ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

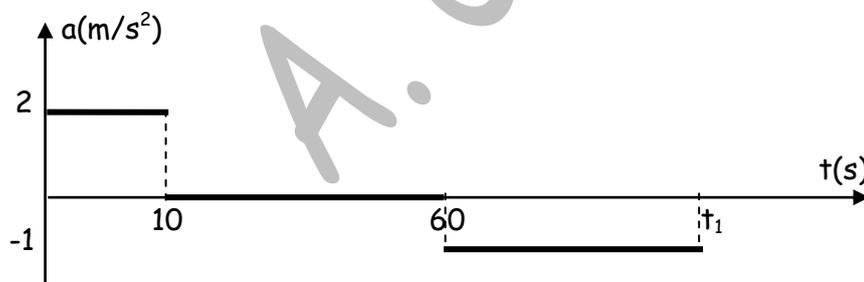
- 1- Dédurre, du graphe de l'énergie potentielle :
  - a- Le graphe de l'énergie cinétique de l'enfant sur la piste AB
  - b- La masse de l'enfant
  - c- Sa vitesse quand il passe par le point B.
- 2- En utilisant des considérations énergétiques, déterminer la distance du point B à laquelle l'enfant s'arrête de glisser sur la partie BC.



Exercice 3 :(05 points)

Une rame de tramway démarre d'une station A à  $t = 0s$  et arrive à une station B au bout d'un temps  $t_1$  que l'on déterminera.

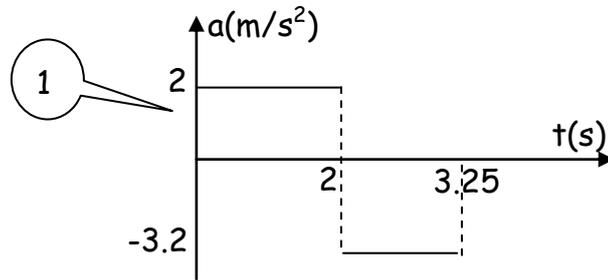
Le graphe de son accélération en fonction du temps est donné sur la figure 1.



- 1- Donner l'équation de la vitesse en fonction du temps, ainsi que la nature du mouvement dans chaque phase.
- 2- Tracer le graphe de  $v(t)$
- 3- Dédurre le temps  $t_1$ .
- 4- A quelle distance de la gare A est située la gare B
- 5- Déterminer les équations horaires  $x(t)$  de chaque phase.
- 6- Tracer qualitativement le diagramme des espaces  $x(t)$ .

**Corrigé Sujet 1 :**

Partie I : (05.5 points)



1- Accélération :

- Entre 0 et 2 s :  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$
- Entre 2 et 3.25 s :  $a_2 = -3.2 \text{ m/s}^2$

2- Nature du mouvement :

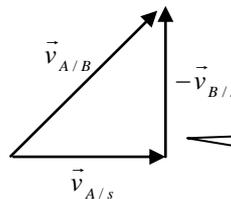
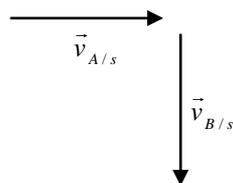
- Entre 0 et 2 s :  $a_1 = \text{Cte}$  et  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$  Mouvement rectiligne uniformément accéléré (0.75)
- Entre 2 et 3.25 s :  $a_2 = \text{Cte}$  et  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$  Mouvement rectiligne uniformément décéléré (0.75)

3- Distance parcourue dans 1<sup>ère</sup> phase :  $d_1 = \int v dt = \text{Aire sous } v(t) = 4 \text{ m} = h$  (0.5)

4- Distance parcourue dans 2<sup>ème</sup> phase :  $d_2 = \int v dt = \text{Aire sous } v(t) = 2.5 \text{ m}$  (0.5)

5- Vitesse de A par rapport à B  $\vec{v}_{A/s} = \vec{v}_{A/B} + \vec{v}_{B/s} \Rightarrow \vec{v}_{A/B} = \vec{v}_{A/s} - \vec{v}_{B/s}$  (0.5)

- à  $t = 1 \text{ s}$   $v_{A/s} = v_{B/s} = 2 \text{ m/s}$  donc :  $v_{A/B} = \sqrt{v_{A/s}^2 + v_{B/s}^2} = \sqrt{8} = 2.82 \text{ m/s}$  (0.5)



- à  $t = 2.5 \text{ s}$   $v_{A/s} = 2.4 \text{ m/s}$  et  $v_{B/s} = 0$  donc  $v_{A/B} = v_{A/s} = 2.4 \text{ m/s}$  (du graphe  $v(t)$ ) (0.5)

Partie II : (09.5 points)

1- Masse de B minimale :

Sur A :  $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_A + \vec{C} + \vec{T}_A = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} ox : T_A - C_x = 0 \\ oy : C_y - P_A = 0 \end{cases}$

Sur B :  $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_B + \vec{T}_B = \vec{0} \Rightarrow P_B - T_B = 0$       fil inextensible :  $T_A = T_B$

En combinant ces relation avec :  $\mu_s = \frac{C_x}{C_y}$  on a :  $m_{Bmin} = \mu_s m_A \Rightarrow m_{Bmin} = 3.6 \text{ kg}$

2- a- Forces agissant sur A et B dans 1<sup>ère</sup> phase :

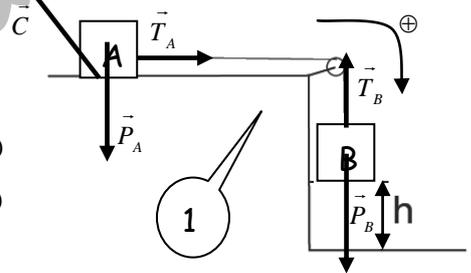
- Accélération dans 1<sup>ère</sup> phase

Sur A :  $\sum \vec{F} = m_A \vec{a} \Rightarrow \vec{P}_A + \vec{C} + \vec{T}_A = m_A \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} ox : T_A - C_x = m_A a \text{ -----(1)} \\ oy : C_y - P_A = 0 \text{ -----(2)} \end{cases}$

Sur B :  $\sum \vec{F} = m_B \vec{a} \Rightarrow \vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B \vec{a} \Rightarrow P_B - T_B = m_B a \text{ -----(3)}$

En combinant (1) + (3) avec  $T_A = T_B$  et  $C_x = \mu_g C_y$  on a :

$a = \frac{(m_B - \mu_g m_A)}{(m_A + m_B)} g$       A.N :  $a = 2 \text{ m/s}^2$



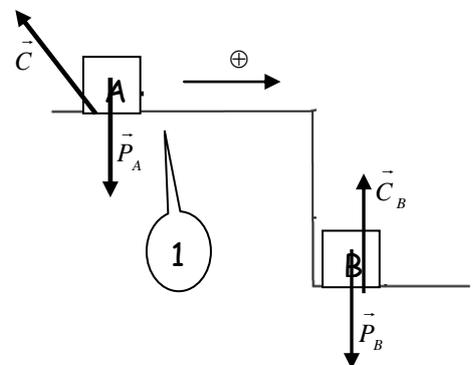
b- Forces dans 2<sup>ème</sup> phase :

- Accélération dans la 2<sup>ème</sup> phase :

$\sum \vec{F} = m_A \vec{a} \Rightarrow \vec{P}_A + \vec{C} = m_A \vec{a}_2 \Rightarrow \begin{cases} ox : -C_x = m_A a_2 \text{ -----(1)} \\ oy : C_y - P_A = 0 \text{ -----(2)} \end{cases}$

On tire que :  $-\mu_g mg = ma_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = -\mu_g g$  et  $\vec{a}_2 = -3.2 \text{ m/s}^2$

c- Vitesse à la fin de la 1<sup>ère</sup> phase :



## Examens de mécanique -1ère Année S.T

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a_1 d_1 \Rightarrow v_f = \sqrt{2a_1 d_1} \quad \text{A.N : } v_f = 4 \text{ m/s}^2$$

Ou alors du graphe  $v_f = v(2 \text{ s}) = 4 \text{ m/s}$

1

Partie III : (05 points)

Comme il y a des frottements  $\Delta E_T = W_{\vec{C}_x}$  (On prend  $E_p = 0$  au niveau du sol)

$$E_T^i = m_B g h + m_A g H \quad E_T^f = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v_f^2 + m_A g H$$

$$\text{et donc : } \Delta E_T = E_T^f - E_T^i = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v_f^2 - m_B g h$$

$$W_{\vec{C}_x} = \int \vec{C}_x \cdot \vec{dl} = -\int_A^f C_x dx = -C_x d_1 = -\mu_g m_A g d_1 \quad (\text{avec : } h = d_1) \text{ on obtient :}$$

$$\mu_g = \frac{2 m_B g h - (m_A + m_B)v_f^2}{2 m_A g h} \quad \mu_g = 0.327$$

1

1

0.5

Corrigé Sujet 2 :

Exercice 1 :

1- Force élastique dérive d'un potentiel  $\vec{F}_e = -kx\vec{i}$  donc on a :

$$dE_p = -\vec{F} \cdot d\vec{l} \Rightarrow E_p = \int dE_p = -\int (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int kx dx = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

Si on prend  $E_p(0) = 0$  on a  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

2- S'il n'y a pas de frottements donc :

$$W = \Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E_T = 0 \Rightarrow E_T = cte$$

3- Energie totale en A et C :

si on choisi le point C comme origine des énergies potentielles gravitationnelles

$$E_{TA} = mg(L+d) \sin \theta \quad \text{et} \quad E_{TC} = \frac{1}{2}kd^2$$

$$4- E_{TA} = E_{TC} \Rightarrow mg(L+d) \sin \theta = \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow k = \frac{2mg}{d^2}(L+d) \sin \theta$$

5- Il y a frottements donc :  $\Delta E_T = W_{\vec{C}_x}$

$$\Delta E_T = E_{TA} - E_{TC} = mgD \sin \theta - \frac{1}{2}kd^2 \quad \text{et} \quad W_{\vec{C}_x} = \int_C^A \vec{C}_x \cdot d\vec{l} = -\int_C^A C_x dx = -C_x D$$

Calcul de  $C_x$  :

$$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow C_y = P_y = mg \cos \theta \quad \text{et} \quad C_x = \mu_g C_y = \mu_g mg \cos \theta \quad \text{donc} :$$

$$mgD \sin \theta - \frac{1}{2}kd^2 = -\mu_g mg \cos \theta D \quad \text{et enfin} : D = \frac{kd^2}{2mg(\sin \theta + \mu_g \cos \theta)}$$

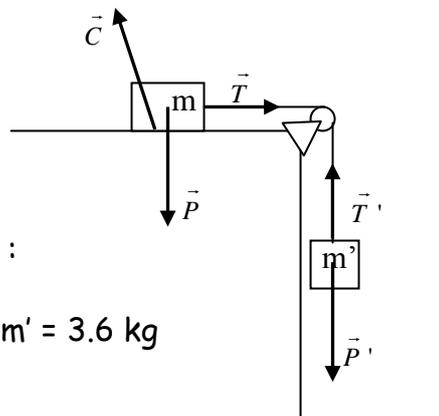
Exercice 2 :

1- A l'équilibre :

$$\text{sur } M' - \vec{P}' + \vec{T}' = \vec{0} \Rightarrow P' - T' = 0$$

$$\text{sur } M - \vec{P} + \vec{C} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} T - C_x = 0 \\ C_y - P = 0 \end{cases} \quad \text{comme } T = T' \text{ on a} :$$

$$P' = C_x \quad \text{et} \quad C_x = \mu_g C_y = \mu_g mg \Rightarrow m' = \mu_g m \quad \text{A. N : } m' = 3.6 \text{ kg}$$



2- a- Le mouvement de M se décompose en deux phases :

- 1<sup>ère</sup> phase : M et M' ensemble, les forces sont constantes donc a est constante et v augmente  $\Rightarrow$  mouvement uniformément accéléré
- 2<sup>ème</sup> phase : M seule et il y a frottements donc a est constante et v diminue  $\Rightarrow$  mouvement uniformément décéléré.

b- Accélération, de la 1<sup>ère</sup> phase :

Sur M' -  $\vec{P}' + \vec{T}' = m' \vec{a}_1 \Rightarrow P' - T' = m' a_1$

Sur M -  $\vec{P} + \vec{C} + \vec{T} = m \vec{a}_1 \Rightarrow \begin{cases} T - C_x = m a_1 \\ C_y - P = 0 \end{cases}$

en combinant les deux premières équations on :

$P' - C_x = (m + m') a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{(m' - \mu_g m)}{m + m'} g$  A.N :  $a_1 = 1.6 \text{ m/s}^2$

c- Vitesse à la fin de la 1<sup>ère</sup> phase :

$v_1^2 - v_0^2 = 2 a_1 h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 g h}$  A.N :  $v_1 = 2.2 \text{ m/s}$

d- Accélération dans la 2<sup>ème</sup> phase : M est seule donc :

$\vec{P} + \vec{C} = m a_2 \Rightarrow \begin{cases} -C_x = m a_2 \\ C_y - P = 0 \end{cases} \Rightarrow -\mu_g m g = m a_2 \Rightarrow a_2 = -\mu_g g$  A.N :  $a_2 = -4 \text{ m/s}^2$

d- Distance parcourue par M :

1<sup>ère</sup> phase : Elle parcourt la distance  $D_1 = h = 1.5 \text{ m}$

2<sup>ème</sup> phase : Elle parcourt la distance  $D_2$  telle que :

$v_f^2 - v_1^2 = 2 a_2 D_2 \Rightarrow D_2 = \frac{v_1^2}{2 a_2}$  A.N :  $D_2 = 0.6 \text{ m}$

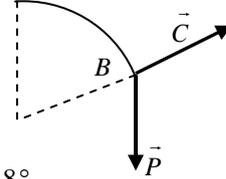
Et enfin :  $D = D_1 + D_2 = 2.1 \text{ m}$

Corrigé Sujet 3

Exercice 1 :(09.5 points)

1- Vitesse au point B :  $E_{TA} = E_{TB}$   $v_B = \sqrt{2gR(1 - \cos \theta)}$  1

2- Angle  $\theta$  :  $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} T : P_T = ma_T \\ N : P_N - C = ma_N \end{cases}$  0.5 0.5



Le chariot qui la piste si  $C = 0 \Rightarrow P_N = ma_N \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = 48.18^\circ$  1

3- Coefficient de frottement entre B et D :

$\Delta E_T = W_{\vec{C}_x} \Rightarrow E_{TD} - E_{TB} = W_{\vec{C}_x}|_B^C + W_{\vec{C}_x}|_C^D$  1

$E_{TB} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$   $E_{TD} = 0$  avec :  $h_B = 2R \sin \theta$  1

$W_{\vec{C}_x} = -C_{x1}BC - C_{x2}CD = -\mu_d mg \cos \theta BC - \mu_d mg CD$  avec :  $BC = 2R$  et  $CD = R$

Donc :  $\frac{1}{2}mv_B^2 + 2mgR \sin \theta = \mu_d mg \cos \theta BC + \mu_d mg CD$  et  $\mu_d = \frac{v_B^2 + 4gR \sin \theta}{2gR(2 \cos \theta + 1)}$

4- A.N :  $v_B = 3.16$  m/s et  $\mu_d = 0.55$  0.5 2

5-  $E_{TD} = \frac{1}{2}mv_D^2$   $E_{TE} = \frac{1}{2}mv_E^2 + mgh_E$  avec :  $h_E = 2R(1 - \cos \theta)$  0.5 1

$E_{TD} = E_{TE} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}mv_E^2 + 2mgR(1 - \cos \theta)$  et  $\cos \theta = 1 - \frac{v_D^2}{4gR} \Rightarrow \theta = 39.2^\circ$  0.5

Exercice 2 :(10.5 points)

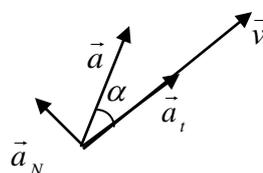
1-  $\vec{OM} \begin{cases} x(t) = t - 1 \\ y(t) = t^2 / 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = 1 \\ v_y(t) = t \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 1 \end{cases}$  et  $v = \sqrt{1+t^2}$  et  $a = 1$  m/s<sup>2</sup> 1 1 0.5

2- on sait que :  $\|\vec{v} \times \vec{a}\| = v.a.\sin \alpha$  et  $a_N = \frac{v^2}{\rho} = a \sin \alpha$  2

on a :  $\rho = \frac{v^2}{a_N} = \frac{v^2}{a \sin \alpha}$  et  $\sin \alpha = \frac{\|\vec{v} \times \vec{a}\|}{v.a}$  en remplaçant on a :  $\rho = \frac{v^3}{\|\vec{v} \times \vec{a}\|}$

comme  $v^3 = (\sqrt{1+t^2})^3 = (1+t^2)^{3/2}$  et  $\|\vec{v} \times \vec{a}\| = 1 \Rightarrow \rho = (1+t^2)^{3/2}$

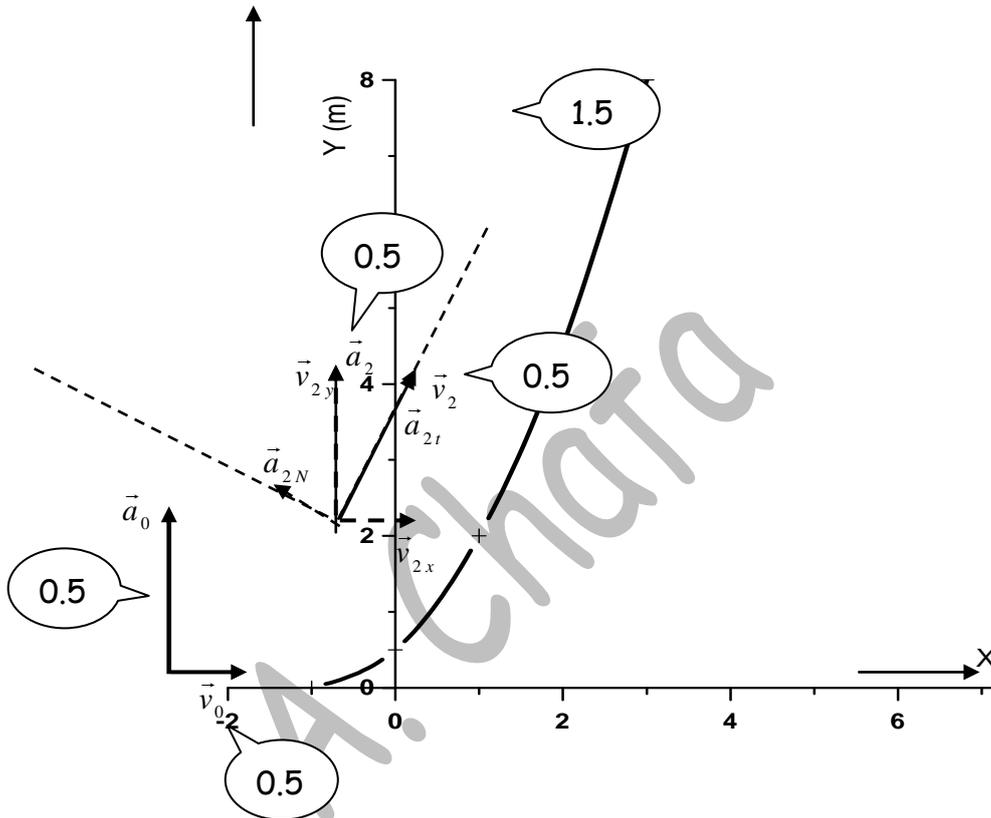
3- Composante  $a_t$  :  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$  1 1



## Examens de mécanique -1ère Année S.T

4- composante  $a_N$  :  $a_N = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$  1

5- graphe de  $y = f(x)$



$t(s)$	$v_x (m/s)$	$V_y (m/s)$	$a_t (m/s^2)$	$A_N (m/s^2)$
0	1	0	0	1
2	1	2	0.894	0.447

Corrigé Sujet 4

**Exercice 1 (7.5 points)**

1- En remplaçant t dans x on obtient :  $x = \frac{y^2}{4} - 1$  ou  $y = 2\sqrt{x+1}$

2- Vitesse :  $v(t) = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 2 \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{4(t^2+1)} = 2\sqrt{(t^2+1)}$

3- Accélération :  $a(t) = \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 2 \text{ m/s}^2 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$

4-  $a = \text{cte}$  et  $a.v$  positif donc mouvement uniformément accéléré

5- Composante tangentielle de l'accélération :  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{(t^2+1)}}$

6- Accélération normale :  $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{2}{\sqrt{(t^2+1)}}$

7- Angle entre Ox et v :  $\sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{1}{\sqrt{(t^2+1)}}$

8- Sachant  $\sin \alpha = \frac{a_n}{a} \Rightarrow a_n = a \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{(t^2+1)}}$

**Exercice 2 : (7 points)**

1- Vitesse au point B : Pas de frottements donc  $E_{TA} = E_{TB}$

$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = 10 \text{ m/s}$

2- Vitesse au point M :  $E_{TA} = E_{TM} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_M^2 + mgh_M$  avec :  $h_M = R(1 + \cos \theta)$

$v_M = \sqrt{2g\{h - R(1 + \cos \theta)\}} \Rightarrow v_M = 6.32 \text{ m/s}$

3- a- Force de contact :

$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{normale : } C + P_n = ma_n = m \frac{v_M^2}{R} \Rightarrow C = m \left( \frac{v_M^2}{R} - g \cos \theta \right) \\ \text{Tangentielle : } P_t = ma_t \end{cases}$

b- Le bloc quitte la piste si  $\vec{C} = \vec{0} \Rightarrow \cos \theta = \frac{v_M^2}{Rg} \Rightarrow \theta = 36.87^\circ$

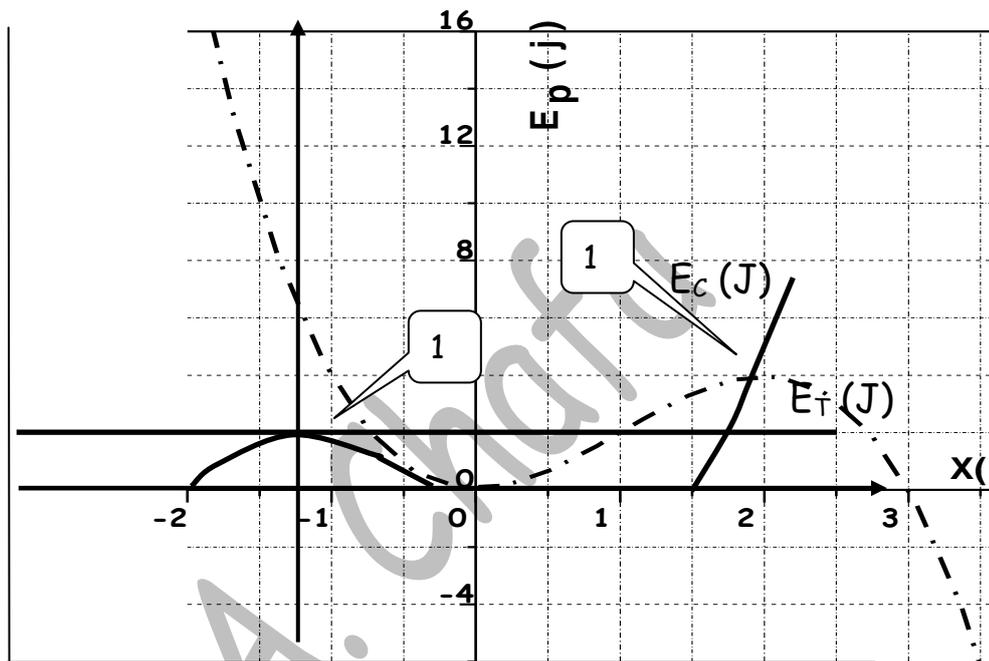
**Exercice 3 : (5.5 points)**

0.5

- 1- Positions d'équilibre :  
 - Stable  $x = 0$  m car minimum de  $E_p(x)$   
 - Instable  $x = 2$  m car maximum de  $E_p(x)$
- 2- Si  $E_T = 2$  Joules, l'énergie cinétique  $E_c = E_T - E_p \geq 0$

0.5

0.5



3- Discussion de la courbe, en traçant le graphe de  $E_c(x)$  on constate que:

- Si la particule se trouve dans le domaine  $-0.7 \leq x \leq 0.9$  m : elle oscille entre ces deux positions

- Si elle se trouve en  $x \geq 2.8$  m il ya deux cas :

- si elle se déplace vers les  $x$  positifs elle part vers l'infini
- si elle va vers les  $x$  négatifs elle arrive jusqu'à  $x = 2.8$  m et elle rebrousse chemin pour aller vers l'infini.

0.5

0.5

1

Corrigé Sujet 5 :

Exercice 1 :(10.5 points)

1- Forces

2- Accélération :  $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} ox: -C_x = ma \\ oy: C_y = mg \end{cases} \Rightarrow a = -\mu_d g = -1 \text{ m/s}^2$

3- Pas de frottements :  $E_{Ti} = E_{Tf} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgl(1 - \cos \alpha) \Rightarrow v_B = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$

4- Conservation de la quantité de mvt :  $m\vec{v}_B + 0 = 0 + m\vec{v}_A \Rightarrow v_A = v_B = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$

5- Vitesse au point C :

$\Delta E_T = W_{\vec{C}_x} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_c^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -C_x OC = -\mu_d mgd$  donc :  $v_c = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha) - 2\mu_d gd}$

6-  $v_c = 0 \Rightarrow \cos \alpha_m = 1 - \frac{\mu_d d}{l} \Rightarrow \alpha_m = \frac{\pi}{2}$

7- a- Forces

b- compression maximale

$E_{T1} = mgh = mg(L + x) \sin \beta$  et  $E_{T2} = \frac{1}{2} kx^2$

Pas de frottements donc :  $E_{T1} = E_{T2}$  alors :

$\frac{1}{2} kx^2 - mgx \sin \beta - mgL \sin \beta = 0 \Rightarrow 70x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = 12.7 \text{ cm}$

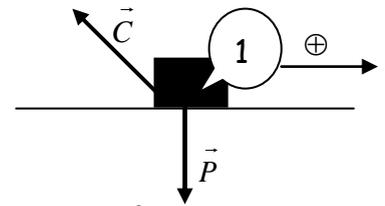
Exercice 2 :(5 points)

1-  $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = t - 1 \\ y(t) = t^2 / 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = 1 \\ v_y(t) = t \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 1 \end{cases}$  et  $v = \sqrt{1+t^2}$  et  $a = 1 \text{ m/s}^2$

2- Composante  $a_t$  :  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$

3- Composante  $a_N$  :  $a_N = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

4- rayon de courbure :  $\rho = \frac{v^2}{a_n} = (1+t^2)^{3/2}$



1

1

1

1

1

1

1

1

1

0.5

0.5

0.5

0.5

0.5

1

1

Exercice 3 :(4.5 points)

1-  $r(t) = \int \frac{dr}{dt} dt = \text{aire sous } \frac{dr}{dt}$  et  $\theta(t) = \int \frac{d\theta}{dt} dt = \text{aire sous } \frac{d\theta}{dt}$  donc à  $t = 2.5$  s on a :

0.5  $r(2.5 \text{ s}) = 2 \text{ m}$  et  $\theta(2.5 \text{ s}) = \frac{5}{16} \pi = 0.98 \text{ rd}$  0.5

2- Vitesse :  $v_r(2.5 \text{ s}) = \frac{dr}{dt} = 0 \text{ m/s}$  0.5  
 $v_\theta(2.5 \text{ s}) = r \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{2} = 1.57 \text{ m/s}$   
 et  $v(2.5 \text{ s}) = v_\theta = 1.57 \text{ m/s}$  0.5 0.5

3- Accélération :  $a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{\pi^2}{8} = -1.25 \text{ m/s}^2$  0.5  
 $a_\theta = 2 \left( \frac{dr}{dt} \right) \left( \frac{d\theta}{dt} \right) + r \left( \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) = \pi = 3.14 \text{ m/s}^2$  0.5

5- Composantes intrinsèques de l'accélération :

$a_t = a_\theta = 3.14 \text{ m/s}^2$  et  $a_N = -a_r = 1.25 \text{ m/s}^2$   
 0.5 0.5

Corrigé sujet 7:

Exercice 1 :

1-  $v_x = (\cos t - t \sin t)$ ,  $v_y = (\sin t + t \cos t)$  et  $v = \sqrt{1 + t^2}$

2-  $a_x = -(2 \sin t + t \cos t)$ ,  $a_y = (2 \cos t - t \sin t)$  et  $a = \sqrt{4 + t^2}$

3-  $t=0s \begin{cases} v_x = 1 \\ v_y = 0 \end{cases} \text{ m/s} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 2 \end{cases} \text{ m/s}^2 \quad \Delta t = \pi s \begin{cases} v_x = -1 \\ v_y = -\pi \end{cases} \text{ m/s} \begin{cases} a_x = \pi \\ a_y = -2 \end{cases} \text{ m/s}^2$

4-  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$   $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{t^2 + 2}{\sqrt{1+t^2}}$

5- Rayon de courbure :  $\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(t^2 + 1)^{3/2}}{t^2 + 2}$

Exercice 2 :(08 points)

1- Nature du mouvement :  $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{ox} : P_x = mg \sin \alpha = ma \\ \text{oy} : C - P_y = 0 \end{cases} \Rightarrow a = g \sin \alpha = 3.35 \text{ m/s}^2$

1

$a = \text{cste}$  et  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$  donc : Mouvement Uniformément Accéléré

2- temps de parcours :  $AB = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2AB}{a}} = \sqrt{\frac{2AB}{g \sin \alpha}} = 1.1s$

1

3- coefficient de frottement :

$AB = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2AB}{t^2} = 2.37 \text{ m/s}^2$

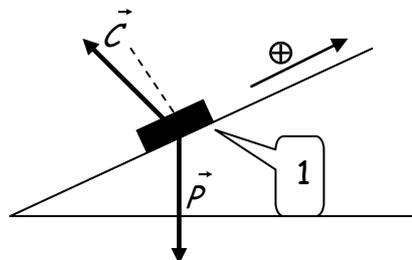
1

0.5

$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{ox} : P_x - C_x = ma \\ \text{oy} : C_y - P_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \mu_d = \frac{C_x}{C_y} = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = 0.107$

1.5 + 0.5

4- Représentation des forces :



5- Calcul de la distance BC :

a- Sans frottements :

$E_{TB} = E_{TC} \Rightarrow BC = \frac{v_B^2}{2g \sin \alpha} = 1.39 \text{ m}$

1 + 0.5

b- Avec frottements :

$$\Delta E_T = W_{cx} \Rightarrow BC = \frac{v_B^2}{2g(\sin \alpha + \mu_g \cos \alpha)} = 1.03 \text{ m}$$

1.5      0.5

Exercice 3 :

1- Position de  $J_2$  des graphes  $x_2 = 6 \text{ m}$  et  $y_2 = 18 \text{ m}$

2- Vitesses pentes de  $x(t)$  et  $y(t)$

Entre 0 et 1.5 s :  $v_{1x} = 4 \text{ m/s}$  et  $v_{1y} = 12 \text{ m/s}$

Entre 1.5 et 2 s :  $v_{2x} = -12 \text{ m/s}$  et  $v_{2y} = 6 \text{ m/s}$

$$3- \vec{\Delta P} = m \Delta \vec{v} \begin{cases} \Delta P_x = m \Delta v_x = -13.6 \text{ kgm/s} \\ \Delta P_y = m \Delta v_y = -5.1 \text{ kgm/s} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = 14.52 \text{ kgm/s}$$

$$4- \vec{v}_{B/S} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/S} \Rightarrow \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_{B/S} - \vec{v}_{A/S}$$

Entre 0 et 1.5 s :  $v'_{1x} = 4 \text{ m/s}$  et  $v'_{1y} = 8 \text{ m/s}$

Entre 1.5 et 2 s :  $v'_{2x} = -12 \text{ m/s}$  et  $v'_{2y} = 2 \text{ m/s}$

5- trajectoire :

Entre 0 et 1.5 s :  $x_1 = 4t$  et  $y_1 = 8t - 5$  donc  $y_1 = 2x_1 - 5$  : droite

Entre 1.5 et 2 s :  $x_2 = -12t + 24$  et  $y_2 = 2t + 4$  donc  $y_2 = -x_2/6 + 8$  : droite

6- Variation de quantité de mouvement dans  $Ax'y'$  :

$$\vec{\Delta P}' = m \Delta \vec{v}' \begin{cases} \Delta P'_x = m \Delta v'_x = -13.6 \text{ kgm/s} \\ \Delta P'_y = m \Delta v'_y = -5.1 \text{ kgm/s} \end{cases}$$

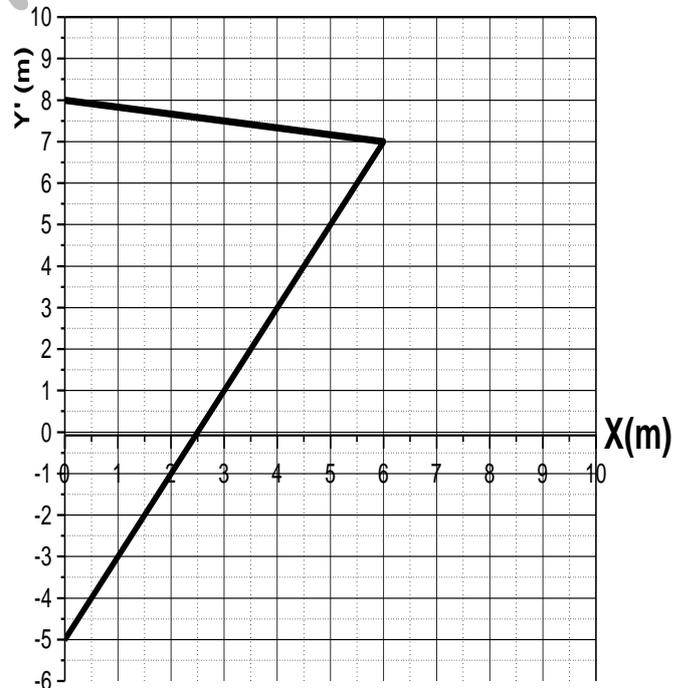
$$\Delta P' = 14.52 \text{ kgm/s}$$

Conclusion la variation de quantité de mouvement est la même dans tout repère Galiléen.

7- Représentation de la quantité de mouvement :

Echelle 1 cm = 5 kgm/s

$$\vec{\Delta P} = m \Delta \vec{v} \begin{cases} \Delta P_x = -13.6 \text{ kgm/s} & (2.72 \text{ cm}) \\ \Delta P_y = -5.1 \text{ kgm/s} & (1.02 \text{ cm}) \end{cases}$$



# Examens de mécanique - 1ère Année S.T

## Corrigé sujet 8 :

### Exercice 1 :(13 points)

#### Partie I :

##### 1- Phases du mouvement entre 0 et 20 s :

Phases	a (m/s <sup>2</sup> )	V(m/s)	x(m)	Nature
Entre 0 et 10s	2.8	2.8 t	1.4 t <sup>2</sup>	Mouvement rectiligne uniformément accéléré
Entre 10et 20	0	28	28t-140	Mouvement rectiligne uniforme

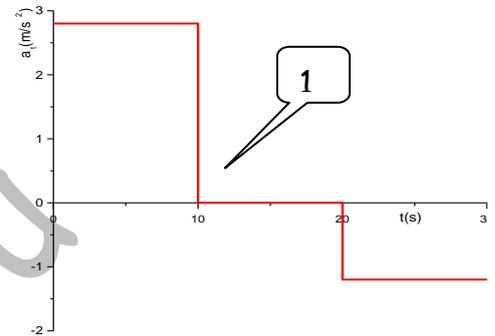
15

1.5

2- L'arc AB :  $AB = \int_{20}^{30} v(t)dt = \text{aire sous } v(t) = 220 \text{ m}$

1

- 3- Entre 0 et 10 s :  $a_1 = 2.8 \text{ m/s}^2$   
 Entre 10 et 20 s :  $a_2 = 0 \text{ m/s}^2$   
 Entre 20 et 30 s :  $a_3 = -1.2 \text{ m/s}^2$



4- A t = 30 s on a

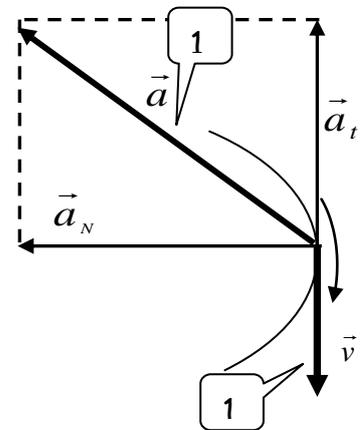
$a = 2 \text{ m/s}^2$  et  $a_t = -1.2 \text{ m/s}^2$  alors  $a_N = 1.6 \text{ m/s}^2$

et  $R = \frac{v^2}{a_N} = 160 \text{ m}$

0.5

15

5- t = 30 s v = 16 m/s et  $a_t = -1.2 \text{ m/s}^2$  et  $a_N = 1.6 \text{ m/s}^2$



1

1

#### Partie II:

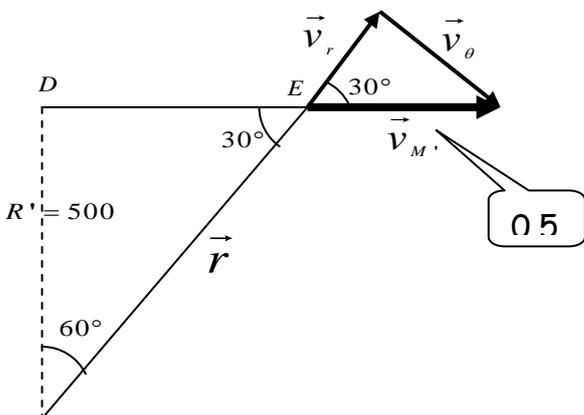
1 - vitesse de la voiture :

$\cos 60^\circ = \frac{R'}{r} \Rightarrow r = \frac{R'}{\cos 60^\circ} = 1000 \text{ m}$

0.5

et:  $v_{M'} = v_\theta \sin 30^\circ = 12 \text{ m/s}$

1

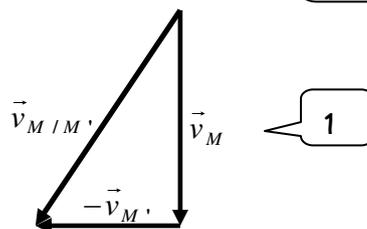


0.5

2- Vitesse de M par rapport à M' :

$\vec{v}_{M/M'} = \vec{v}_M - \vec{v}_{M'}$

0.5



1

D'où :  $v_{M/M'} = 20 \text{ m/s}$

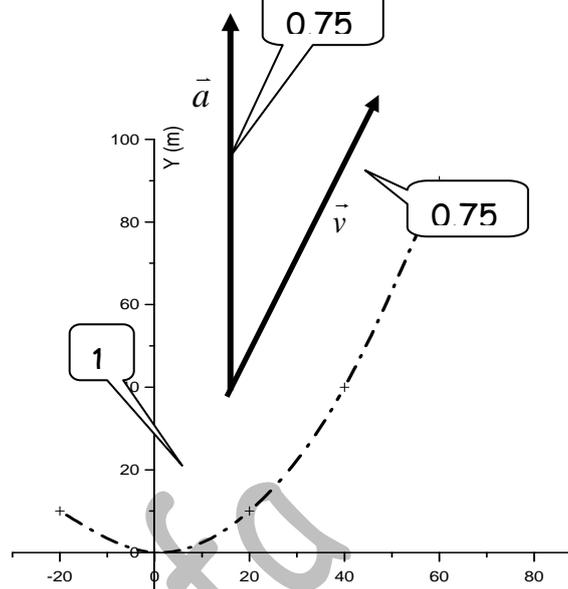
0.5

Exercice 2 :(07 points)

a- Equation de la trajectoire :

$$\begin{cases} x(t) = 20(t-1) \\ x(t) = 10(t-1)^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{40}x^2 \quad \text{0.5}$$

- graphe de la trajectoire  $y = f(x)$



b- composantes de la vitesse et de l'accélération :

vitesse :  $\begin{cases} v_x = 20 \\ v_y = 20(t-1) \end{cases} \Rightarrow v = 20\sqrt{1+(t-1)^2} \quad \text{0.5}$

accélération :  $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 20 \end{cases} \Rightarrow a = 20 \text{ m/s}^2 \quad \text{0.5}$

c- composantes intrinsèques de l'accélération :

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{20(t-1)}{\sqrt{1+(t-1)^2}} \quad \text{1} \quad \text{et} \quad a_N = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{20}{\sqrt{1+(t-1)^2}} \quad \text{1}$$

d- accélération et vitesse à  $t = 3s$  :

$v_x(3s) = 20 \text{ m/s}$ ,  $v_y(3s) = 40 \text{ m/s}$  et  $v(3s) = 44.72 \text{ m/s}$  (voir graphe  $y=f(x)$ )

$a_t(3s) = 17.88 \text{ m/s}^2$ ,  $a_N = 8.94 \text{ m/s}^2$  et  $a(3s) = 20 \text{ m/s}^2$

e- Rayon de courbure:

$$\rho = \frac{v^2}{a_N} = 223.6 \text{ m} \quad \text{1}$$

Corrigé sujet 9:

**Exercice 1 :**

1- Pour la voiture :  $x_1(t) = \frac{a_1}{2}t^2 + d_1 = \frac{3}{2}t^2 - 3$ ,

Pour la moto :  $x_2(t) = v_2t + d_2 = 15t - 24$

2- Il y a dépassement si  $x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - 3 = 15t - 24 \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - 15t + 21 = 0$

En résolvant cette équations on :  $t_1 = 1.68 \text{ s}$  et  $x = 1.2 \text{ m}$   
 $t_2 = 8.32 \text{ s}$  et  $x' = 100.65 \text{ m}$

3- Si  $v_2 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} \Rightarrow x_2'(t) = 10t - 24$ , il y a dépassement si :  $x_1(t) = x_2'(t)$  ce qui revient à résoudre l'équation :

$\frac{3}{2}t^2 - 10t + 21 = 0$  qui n'a pas de solution car  $\Delta$  est négatif donc ils ne vont pas se rencontrer.

4- Détermination de la distance minimale :

a-  $\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{3}{2}t^2 - 10t + 21 = 0$ , est minimale si sa dérivée est nulle :

$\Delta x' = 3t - 10 = 0 \Rightarrow t = \frac{10}{3} \text{ s}$

b-  $\Delta x_{\min} = 4.33 \text{ m}$

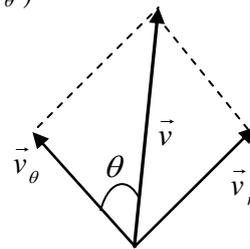
**Exercice 2 :**

1- Calcul du vecteur vitesse :

$\vec{v} = v_r \vec{u}_r + v_\theta \vec{u}_\theta = \frac{dr}{dt} \vec{u}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta = \frac{r_0}{a} e^{-\frac{t}{a}} (-\vec{u}_r + \vec{u}_\theta)$

2- L'angle  $(\vec{V}, \vec{u}_\theta)$  s'écrit :

$\text{tg } \alpha = \frac{v_r}{v_\theta} = -1 \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$



3- Vecteur accélération :

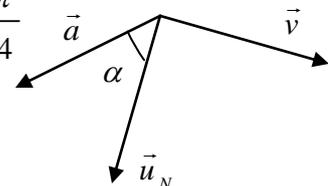
$\vec{a} = a_r \vec{u}_r + a_\theta \vec{u}_\theta = -2 \frac{r_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \vec{u}_\theta$

4- Calcul de l'angle  $(\vec{a}, \vec{u}_N)$  :

$\vec{a}$  est porté par  $-\vec{u}_\theta$  et à la question 2 on a vu que  $(\vec{V}, \vec{u}_\theta) = -\frac{\pi}{4}$  donc  $(\vec{V}, \vec{a}) = \frac{3\pi}{4}$

comme  $(\vec{V}, \vec{u}_T) = 0$  donc  $(\vec{u}_T, \vec{u}_N) = \frac{\pi}{2}$  donc :  $(\vec{a}, \vec{u}_N) = \frac{\pi}{4}$

5- Calcul du rayon de courbure :



A partir de la question 1 on déduit que  $v = \sqrt{2} \frac{r_0}{a} e^{-\frac{t}{a}}$

A partir de la question 3 on déduit que

$$a_T = a \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \frac{r_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \quad \text{et} \quad a_N = a \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \frac{r_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \quad \text{et comme}$$

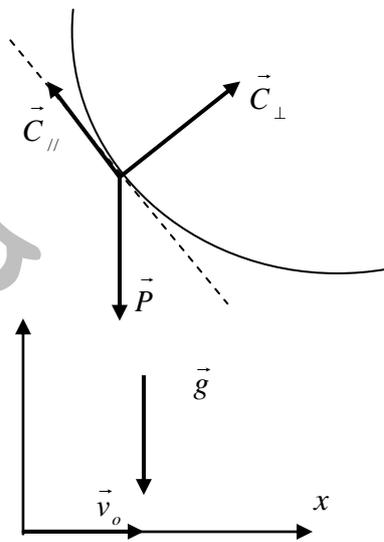
$$a_N = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_N} = \sqrt{2} r_0 e^{-\frac{t}{a}}$$

**Exercice 3 :**

1- a- au point S :  $E_{TS} = E_c + E_p = mgh_s$  ; au point O :  $E_{TS} = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o$

b-  $\Delta E_T = W_{C_{//}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_o^2 - mg(h_s - h_o) = -C_{//} SO$

$$v_o = \sqrt{\frac{2}{m}(mgh - C_{//} SO)} = 22.36 \text{ m/s}$$



2- trajectoire :

$$\left. \begin{array}{l} ox : v_x = v_o \Rightarrow x(t) = v_o t \\ oy : v_y = -gt \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_o^2}x^2 = -\frac{1}{100}x^2$$

3- Il touche le sol lorsque l'équation du mouvement est égale à celle de la droite représentant le sol.

Pour la droite on a :  $y = ax + b = -x - 5$ . Elles se coupent si

$$\frac{1}{100}x^2 = -x - 5 \Rightarrow \frac{1}{100}x^2 + x + 5 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 104.8 \text{ m} \\ y = -109.8 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow OI = \sqrt{x^2 + y^2} = 151.7 \text{ m}$$

4- Sa vitesse à cet instant est : on a

$$t = 4.69 \text{ s} \Rightarrow v_x = 22.36 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad v_y = -46.9 \text{ m/s} \Rightarrow v = 51.96 \text{ m/s}$$

**Exercice 4 :**

La force entre la terre et le satellite s'écrit :  $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}$

1- F est force qui dérive d'un potentiel donc

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_r^\infty \frac{GMm}{r^2} \vec{u} \cdot d\vec{l} = -GMm \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{GMm}{r} \quad \text{et} \quad W = -\Delta E_p = E_p(r) - E_p(\infty)$$

En posant  $E_p(\infty) = 0 \Rightarrow E_p(r) = -\frac{GMm}{r}$

2- Energie totale : Comme  $F = \frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$

donc:  $E_T = E_c + E_p = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$

3- on a :  $F = \frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = mr\omega^2 \Rightarrow r^3\omega^2 = GM$

4- Si le satellite ne bouge pas  $\Rightarrow$  il a la même période que la terre  $T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$

Or  $F = \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = mr \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow r = (R_T + h) = \left( GM \frac{T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 4.2 \cdot 10^7 \text{ m} \Rightarrow h = 3.6 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$v = \frac{2\pi}{T} r = 3052.77 \text{ m/s}$$

$$E_T = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} = -3.210^8 \text{ J}$$

A. Chafa

Corrigé sujet 10

Exercice 1 :(12 points)

Partie I :

6- Phases du mouvement entre 0 et 20 s :

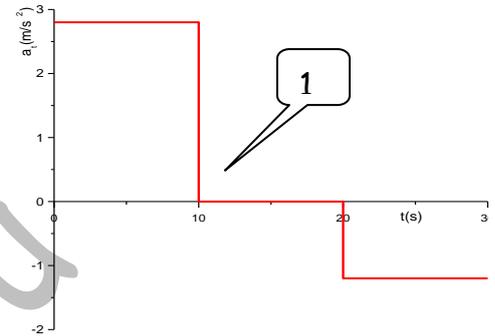
Phases	a (m/s <sup>2</sup> )	V(m/s)	x(m)	Nature
Entre 0 et 10s	2.8	2.8 t	1.4 t <sup>2</sup>	Mouvement rectiligne uniformément accéléré
Entre 10et 20	0	28	28t-140	Mouvement rectiligne uniforme

1.5  
1.5

7- L'arc AB :  $AB = \int_{20}^{30} v(t)dt = \text{aire sous } v(t) = 220 \text{ m}$

1

- 8- Entre 0 et 10 s :  $a_1 = 2.8 \text{ m/s}^2$
- Entre 10 et 20 s :  $a_2 = 0 \text{ m/s}^2$
- Entre 20 et 30 s :  $a_3 = -1.2 \text{ m/s}^2$



9- A t = 30 s on a

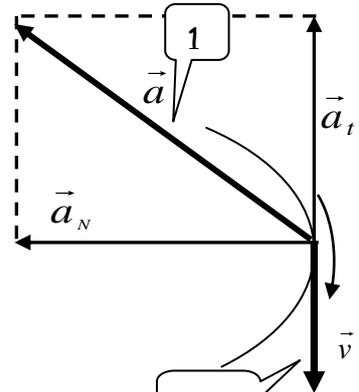
$a = 2.18 \text{ m/s}^2$  et  $a_t = -1.2 \text{ m/s}^2$  alors:  $a_N = 1.82 \text{ m/s}^2$

et  $R = \frac{v^2}{a_N} \approx 140 \text{ m}$

1

0.5

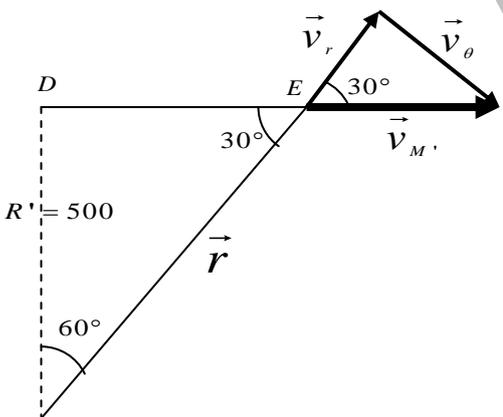
10-t = 30 s  $v = 16 \text{ m/s}$  et  $a_t = -1.2 \text{ m/s}^2$  et  $a_N = 1.82 \text{ m/s}^2$



0.5

Partie II:

1 - Vitesse en coordonnées polaires:



0.5

2- vitesse de la voiture en fonction de  $v_\theta$ :

$\sin 30^\circ = \frac{v_\theta}{v_{M'}} = \frac{R'}{r}$  et  $r = \frac{R'}{\sin 30^\circ} = 1000 \text{ m}$

0.5

$v_{M'} = \frac{v_\theta}{\sin 30^\circ} = \frac{r}{\sin 30^\circ} \frac{d\theta}{dt}$

1

3- Vitesse de M' :

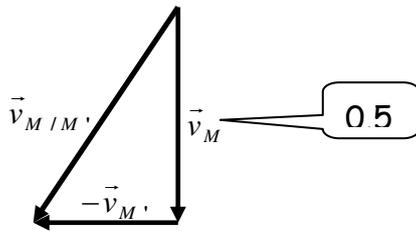
$v_{M'} = 12 \text{ m/s}$

0.5

1- Vitesse de M par rapport à M' :

$\vec{v}_{M/M'} = \vec{v}_M - \vec{v}_{M'}$

0.5



D'où :  $v_{M/M'} = 20 \text{ m/s}$  0.5

**Exercice 2 : (08 points)**

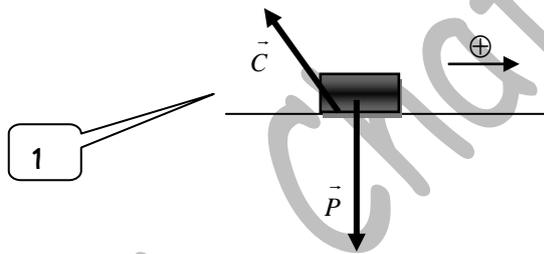
1- Pas de frottements  $\Rightarrow E_{TA} = E_{TB}$  0.5

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = mgh \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_B = 10 \text{ m/s}$$
 0.5

2- Pas de frottements  $\Rightarrow E_{TC} = E_{TE}$  1

$$\frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} \Rightarrow v_C = 4.5 \text{ m/s}$$
 0.5

3- Représentation des forces :



4- Expression de l'accélération :

$$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} ox : -C_x = ma \\ Cy - P = 0 \end{cases} \text{ et } C_x = \mu_g mg \Rightarrow a = -\frac{C_x}{m} = -\mu_d g$$
 1  
0.5

5- Expression du coefficient de frottement :

$$\Delta E_T = W_{\vec{C}_x} \Rightarrow E_{TC} - E_{TB} = -C_x BC \Rightarrow v_C^2 - v_B^2 = -2\mu_g gBC \Rightarrow \mu_g = \frac{(v_B^2 - v_C^2)}{2gBC}$$

0.5

6- Valeur coefficient de frottement et accélération :

$$\mu_g = 0.665 \text{ et } a = -6.65 \text{ m/s}^2.$$

0.5

0.5

1.5

Corrigé sujet 11

Exercice 1 :(09 points)

0.5

1- Nature du mouvement :  $\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{ox} : P_x = mg \sin \alpha = ma \\ \text{oy} : C - P_y = 0 \end{cases} \Rightarrow a = g \sin \alpha = 3.35 \text{ m/s}^2.$

0.5

$a = \text{cste}$  et  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$  donc : Mouvement Uniformément Accéléré

2- temps de parcours :  $AB = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2AB}{a}} = \sqrt{\frac{2AB}{g \sin \alpha}} = 1.1\text{s}$

0.5

1

3- coefficient de frottement :

$AB = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2AB}{t^2} = 2.37 \text{ m/s}^2$

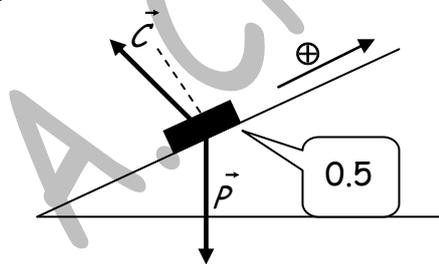
0.5

$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{ox} : P_x - C_x = ma \\ \text{oy} : C_y - P_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \mu_d = \frac{C_x}{C_y} = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = 0.107$

0.5

4- Représentation des forces :

1.5



0.5

5- Calcul de la distance BC :

a- Sans frottements :  $E_{TB} = E_{TC} \Rightarrow BC = \frac{v_B^2}{2g \sin \alpha} = 1.34 \text{ m}$

0.5

c- Avec frottements :

0.5

$\Delta E_T = W_{Cx} \Rightarrow BC = \frac{v_B^2}{2g(\sin \alpha + \mu_g \cos \alpha)} = 1.03 \text{ m}$

2

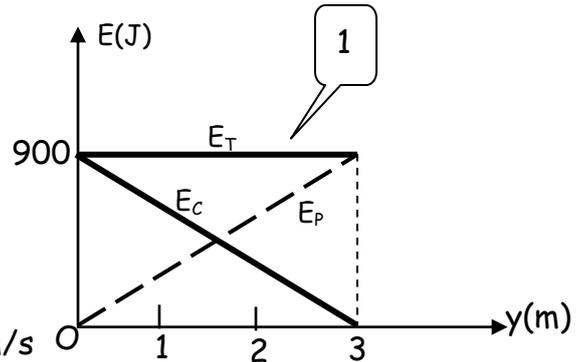
0.5

# Examens de mécanique -1ère Année S.T

## Exercice 2 :(06 points)

1- a- Les frottements sont négligeables donc  $E_T$  est constante

$$E_T = E_{TA} = mgh = 900 \text{ Joules}$$



b- masse :  $E_{CA} = E_T \Rightarrow m = \frac{E_T}{gh} \Rightarrow m = 30 \text{ kg}$

c- Vitesse en B :  $E_{CB} = E_T \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_T}{m}} \Rightarrow v_B = 7.74 \text{ m/s}$

2- Distance parcourue :

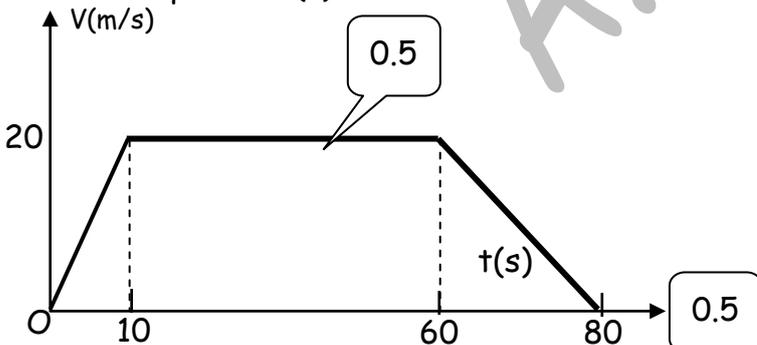
$$\Delta E_T = W_{\vec{c}_x} \Rightarrow E_{TC} - E_{TB} = -C_x BC \Rightarrow -\frac{1}{2} m v_B^2 = -\mu_d mg BC \Rightarrow BC = \frac{v_B^2}{2\mu_d g} = 7.5 \text{ m}$$

## Exercice 3 :(05 points)

1- Equations de la vitesse et nature :

temps	a(m/s <sup>2</sup> )	V(m/s)	Nature du mvt
[0,10s]	2	2t	$\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ M. Uniformément accéléré
[10, 60s]	0	20	M. Uniforme
[60, t <sub>1</sub> ]	-1	-t+80	$\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ M. Uniformément retardé

2- Graphe de v(t)



3- valeur de t<sub>1</sub> :

pour t = t<sub>1</sub> on a : v(t<sub>1</sub>) = 0

donc : t<sub>1</sub> = 80 0s

4- Distance AB = Aire sous v(t) = 1300 m

9- équations horaires :

temps	x(m)
[0,10s]	t <sup>2</sup>
[10, 60s]	20t - 100
[60, t <sub>1</sub> ]	$-\frac{t^2}{2} + 80t - 1900$

6- graphe de x(t) :

