Nom : ____

Date : __________________________ Groupe : ________

Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

Fiche de soutien

Les probabilités conditionnelles

La probabilité conditionnelle est la probabilité qu'un événement se produise, considérant qu'un autre événement s'est déjà produit.

On peut calculer une probabilité conditionnelle en représentant la situation à l'aide de divers modes de représentation, dont les tableaux à double entrée, les diagrammes en arbre ou les diagrammes de Venn.

Rappel :

Deux événements sont dépendants si la réalisation ou non de l'un des événements influence la probabilité de la réalisation de l'autre. Dans le cas contraire, on dit que les événements sont indépendants. Si la réalisation d'un événement exclut la réalisation de l'autre (en réduisant sa probabilité à zéro), on dit alors que ces événements sont mutuellement exclusifs.

1. Les événements associés aux situations décrites ci-dessous sont-ils dépendants ou indépendants ? Expliquez votre réponse.

a) Dans un groupe de 10 personnes, on tire successivement et sans remise le nom de deux personnes.

Les événements sont dépendants, car la probabilité de tirer le nom d'une personne donnée au second tirage sera modifiée en fonction du résultat du premier tirage.

b) En lançant successivement deux dés, on s'intéresse à la probabilité qu'ils donnent tous les deux le même résultat.

Les événements sont indépendants, car le résultat du premier dé n'a aucun effet sur le résultat du second.

2. On tire une carte dans un jeu de 52 cartes. Parmi les événements ci-dessous, lesquels sont mutuellement exclusifs ? Expliquez votre réponse.

A : Tirer un as.

B : Tirer une carte rouge.

C : Tirer une figure.

Les événements A et C sont mutuellement exclusifs, car la probabilité de tirer un as qui serait une figure est impossible.

Nom : ______________________________________

Date : ________________________ Groupe : ________

Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

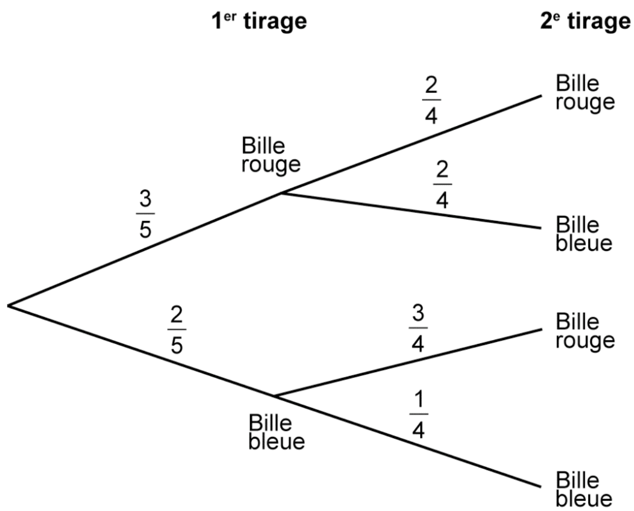
Fiche de soutien

Le diagramme en arbre

Exemple :

Dans une boîte contenant 3 billes rouges et 2 billes bleues, on tire une bille au hasard. Puis on effectue un second tirage, sans avoir remis la première bille dans la boîte.

La situation peut être représentée à l'aide du diagramme en arbre suivant.



Si la première bille tirée est bleue, quelle est la probabilité P qu'on tire une bille rouge au second tirage ?

$$P = \frac{3}{4}$$

Cette branche de l'arbre correspond au cas qui nous intéresse.

Quelle est la probabilité de tirer une bille rouge au second tirage ?

$$P\begin{pmatrix}\text{Tirer une}\\ \text{bille rouge}\\ \text{au 1}^{\text{er}}\text{ tirage}\end{pmatrix} \text{ et } P\begin{pmatrix}\text{Tirer une bille rouge au 2}^{\text{e}}\text{ tirage}\\ \text{sachant qu'une bille rouge}\\ \text{a été tirée au 1}^{\text{er}}\text{ tirage}\end{pmatrix} \text{ ou } P\begin{pmatrix}\text{Tirer une}\\ \text{bille bleue}\\ \text{au 1}^{\text{er}}\text{ tirage}\end{pmatrix} \text{ et } P\begin{pmatrix}\text{Tirer une bille rouge au 2}^{\text{e}}\text{ tirage}\\ \text{sachant qu'une bille bleue}\\ \text{a été tirée au 1}^{\text{er}}\text{ tirage}\end{pmatrix}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} \text{ ou } \frac{3}{5}$$

Répondez aux questions suivantes en vous référant à la situation de l'exemple ci-dessus.

a) Quelle est la probabilité de tirer une bille bleue et une bille rouge ?

$$\boldsymbol{P = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{4} = 0,6}$$

b) Quelle est la probabilité de tirer deux billes bleues ?

$$\boldsymbol{P = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1}$$

c) Quelle est la probabilité de tirer une bille bleue au second tirage ?

$$\boldsymbol{P = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4}$$

Nom : ____

Date : __________________________ Groupe : ________

Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

Fiche de soutien

Le tableau à double entrée

Exemple :

Le tableau ci-dessous représente les gens assistant à une conférence. Si, à leur sortie de la salle, on choisit une personne au hasard et qu'il s'agit d'une femme, quelle est la probabilité que cette femme soit âgée de 18 ans ou plus ?

	Hommes	**Femmes**	**Total**
18 ans ou plus	28	36	64
Moins de 18 ans	34	46	80
Total	62	82	144

Dans ce cas, on sait déjà que la personne choisie est une femme. Par conséquent, on peut travailler uniquement avec les nombres de la colonne des femmes.

La probabilité P que la personne choisie soit âgée de 18 ans ou plus sachant qu'il s'agit d'une femme est calculée de la façon suivante.

$$P = \frac{36}{82} \text{ ou } \frac{18}{41}$$

Répondez aux questions suivantes en vous référant à la situation de l'exemple ci-dessus.

a) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit une femme ?

$$P = \frac{82}{144} = \frac{41}{72} \approx 0{,}5694$$

b) Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une personne de sexe masculin de moins de 18 ans ?

$$P = \frac{34}{144} = \frac{17}{72} \approx 0{,}2361$$

c) Quelle est la probabilité, sachant que la personne choisie est de sexe masculin, qu'elle ait moins de 18 ans ?

$$P = \frac{34}{62} = \frac{17}{31} \approx 0{,}5484$$

d) Si l'on sait que la personne choisie est âgée de 18 ans ou plus, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une femme ?

$$P = \frac{36}{64} = \frac{18}{32} = 0{,}5625$$

e) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit une femme âgée de 18 ans ou plus ?

$$P = \frac{36}{144} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Nom : ______________________________

Date : ____________________ Groupe : ________

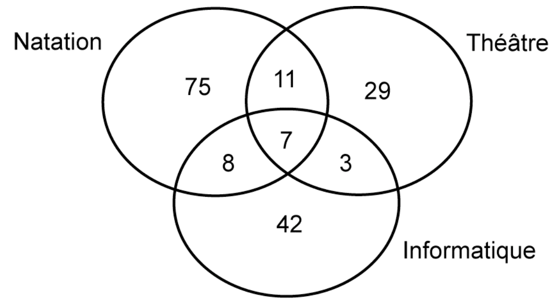
Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

Fiche de soutien

Le diagramme de Venn

Exemple :

Le diagramme ci-contre représente les inscriptions à trois activités, enregistrées au Service des loisirs d'une ville.



Si l'on choisit au hasard une personne inscrite à l'activité Informatique, quelle est la probabilité qu'elle soit aussi inscrite au théâtre ?

À l'aide du diagramme de Venn, on constate que 60 personnes (soit 8 + 7 + 3 + 42) ont choisi l'activité Informatique et que 10 d'entre elles (soit 7 + 3) sont incluses dans l'intersection des cercles Informatique et Théâtre : elles sont donc aussi inscrites au théâtre.

Ainsi, la probabilité P que la personne choisie soit inscrite à l'activité de théâtre sachant qu'elle est inscrite à celle d'informatique est calculée de la façon suivante.

$$P = \frac{7 + 3}{8 + 7 + 3 + 42} = \frac{10}{60} \text{ ou } \frac{1}{6}$$

Cet exemple permet de constater que si A et B sont deux événements de l'ensemble des résultats possibles (Ω) d'une expérience aléatoire, alors la probabilité conditionnelle que l'événement A se produise sachant que l'événement B s'est produit est donnée par la formule suivante.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Répondez aux questions suivantes en vous référant à la situation de l'exemple ci-dessus.

a) Si l'on choisit une personne au hasard parmi toutes celles inscrites, quelle est la probabilité que cette personne soit inscrite en natation ?

$$P = \frac{75 + 11 + 7 + 8}{75 + 11 + 29 + 3 + 42 + 8 + 7} = \frac{101}{175} \approx 0{,}5771$$

b) Si l'on choisit une personne au hasard parmi toutes celles inscrites, quelle est la probabilité que cette personne soit inscrite en natation et en informatique ?

$$P = \frac{8 + 7}{75 + 11 + 29 + 3 + 42 + 8 + 7} = \frac{15}{175} = \frac{3}{35} \approx 0{,}0857$$

c) Si l'on choisit une personne au hasard parmi celles inscrites en natation, quelle est la probabilité que cette personne soit aussi inscrite à l'activité de théâtre ?

$$P = \frac{11 + 7}{75 + 11 + 7 + 8} = \frac{18}{101} = 0{,}1782$$

d) Si l'on choisit une personne au hasard parmi celles inscrites en natation et en théâtre, quelle est la probabilité que cette personne soit aussi inscrite en informatique ?

$$P = \frac{7}{11 + 7} = \frac{7}{18} \approx 0{,}3889$$

Nom : ______________________________

Date : ____________________ Groupe : ________

Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

Exercices supplémentaires

1. Parmi les situations suivantes, lesquelles font appel à des calculs de probabilités conditionnelles ?

a) On tire deux billes dans un sac qui contient des billes noires et des billes blanches. On veut déterminer la probabilité d'obtenir une bille blanche au second tirage.

b) Dans une classe de 30 élèves, on tire au hasard un représentant ou une représentante de classe. On cherche à évaluer la probabilité que la personne choisie soit une fille si l'on sait qu'elle a 16 ans.

c) Au Cégep de Valleyfield, huit programmes d'études comprennent des cours de mathématiques et quatre n'en contiennent pas. On souhaite évaluer la probabilité de choisir un programme avec des mathématiques lorsqu'on sélectionne un programme au hasard.

d) On lance un dé trois fois de suite. On veut déterminer la probabilité d'obtenir le nombre 6 dans les trois cas.

Les situations a), b) et d).

2. Un conseiller pédagogique a dressé le portrait des élèves de la 3e année du 3e cycle de l'École de la Baie-Saint-François selon leur profil (c'est-à-dire en fonction de la séquence choisie en mathématiques) et leur inscription au collégial.

Si l'on choisit au hasard un ou une élève parmi ce groupe, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une personne :

	Secteur d'études au collégial		
Profil	Technique	Préuniversitaire	Total
Sciences naturelles	11	52	63
Technico-sciences	42	38	80
Culture, société et technique	63	22	85
Total	116	112	228

a) du profil Culture, société et technique ? $P = \frac{85}{228} \approx 0,3728$

b) du profil Sciences naturelles inscrite à un programme technique au collégial ? $P = \frac{11}{228} \approx 0,0482$

c) du profil Culture, société et technique, sachant qu'elle est inscrite à un programme préuniversitaire ? $P = \frac{22}{112} \approx 0,1964$

d) inscrite à un programme technique, si l'on sait que son profil est Culture, société et technique ? $P = \frac{63}{85} \approx 0,7412$

e) du profil Technico-sciences ou Sciences naturelles ? $P = \frac{80 + 63}{228} = \frac{143}{228} \approx 0,6272$

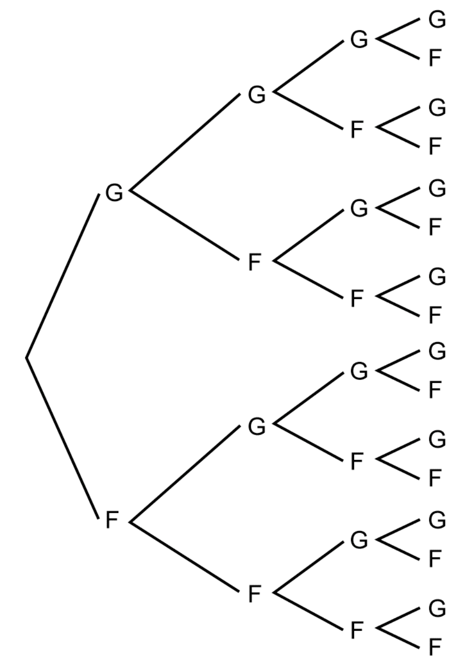
Nom : ______________________________________

Date : _________________________ Groupe : ________

Exercices supplémentaires (*suite*)

3. On suppose que, au moment d'une naissance, la probabilité d'avoir un garçon est de 1 sur 2. On s'intéresse à la composition d'une famille de quatre enfants.

a) Dans l'encadré ci-contre, tracez le diagramme en arbre représentant la situation.



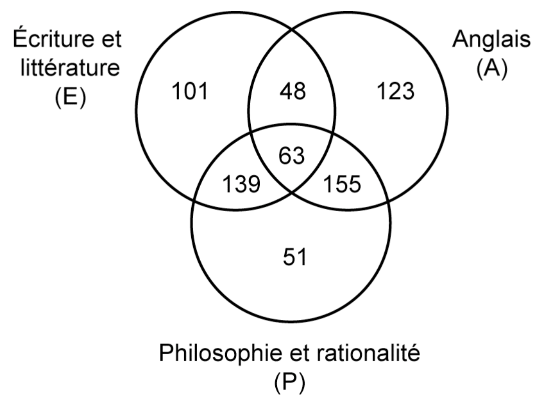
b) Combien de familles différentes possibles y a-t-il ?

Il y a 16 familles différentes possibles.

c) Quelle est la probabilité que la famille compte deux garçons si l'on sait que l'aînée est une fille ?

La probabilité est de 18,75 %, soit
$\boldsymbol{P = \frac{3}{16} = 0{,}1875}$.

4. Le diagramme de Venn ci-contre représente la répartition du nombre d'étudiants et étudiantes inscrits aux trois cours de base de la formation générale au Cégep du Vieux Montréal pour la session d'automne. On choisit une personne au hasard. Évaluez les probabilités conditionnelles demandées.



a) P(E et P) $\boldsymbol{P = \frac{63 + 139}{101 + 48 + 63 + 123 + 155 + 51 + 139} = \frac{202}{680} = \frac{101}{340} \approx 0{,}2971}$

b) P(E ou P) $\boldsymbol{P = \frac{101 + 48 + 63 + 155 + 51 + 139}{101 + 48 + 63 + 123 + 155 + 51 + 139} = \frac{557}{680} \approx 0{,}8191}$

c) P(E | P) $\boldsymbol{P = \frac{63 + 139}{63 + 155 + 51 + 139} = \frac{202}{408} = \frac{101}{204} \approx 0{,}4951}$

d) P(A | P) $\boldsymbol{P = \frac{63 + 155}{63 + 155 + 51 + 139} = \frac{218}{408} = \frac{109}{204} \approx 0{,}5343}$

e) P(E | A) $\boldsymbol{P = \frac{63 + 48}{63 + 48 + 123 + 155} = \frac{111}{389} \approx 0{,}2853}$

Nom : ____

Date : _________________________ Groupe : ________

Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

Évaluation des connaissances Fiche 1

1. Une entreprise fabrique des téléphones dans deux usines. Parmi la production, on trouve des appareils défectueux. Le taux de production d'appareils défectueux diffère selon l'usine. Au cours de la dernière semaine, la compagnie a fabriqué un total de 2857 téléphones. Parmi ceux-ci, 1237 ont été produits sans défectuosité à l'usine **1** et 1563 ont été produits sans défectuosité à l'usine **2.** Sachant que l'usine **1** a produit 1261 appareils au total, déterminez la probabilité que l'usine **2** produise un appareil défectueux.

La probabilité est d'environ 2,07 %. Démarche :

À partir des informations du texte, on remplit le tableau à double entrée ci-dessous afin de connaître le nombre d'appareils défectueux produits par l'usine 2.

	Usine 1	*Usine 2*	*Total*
Appareils sans défectuosité	*1237*	*1563*	*2800*
Appareils avec défectuosité	*24*	*33*	*57*
Total	*1261*	*1596*	*2857*

La probabilité qu'un appareil soit défectueux, sachant qu'il est produit à l'usine 2, est d'environ 2,07 %, soit $P = \frac{33}{1596} \approx 0{,}0207$.

2. Le tableau ci-contre présente les résultats d'une activité de collecte de sang, soit le nombre d'échantillons recueillis. Au cours d'une prochaine activité, on espère récolter 40 échantillons du groupe sanguin O^-. Combien de donneurs et donneuses devrait-il y avoir ?

	Rh+	**Rh-**
Groupe O	154	31
Groupe A	117	12
Groupe B	49	18
Groupe AB	20	3

Il devrait y avoir environ 522 donneurs et donneuses. Démarche :

Probabilité fréquentielle d'obtenir un échantillon de sang O^- ***:***

$$P = \frac{31}{154 + 117 + 49 + 20 + 31 + 12 + 18 + 3} = \frac{31}{404} \approx 0{,}0767$$

Nombre de donneurs et donneuses :

$$40 = \frac{31}{404} \cdot x$$

$$x = \frac{40 \cdot 404}{31} \approx 521{,}29$$

Il faudrait donc 522 donneurs et donneuses.

Évaluation des connaissances Fiche 1 (*suite*)

DÉVELOPPEMENT CD 2

3. Une compagnie de jus de fruits vient de lancer une nouvelle saveur. Afin de faciliter la commercialisation de ce nouveau produit, elle a accompagné le lancement d'une publicité à la télévision. Puis, pour évaluer l'impact de la publicité sur sa marque, elle a effectué un sondage auprès d'un échantillon de 400 personnes. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous. À l'aide de ces résultats, les gestionnaires de l'entreprise aimeraient déterminer si la publicité a eu un effet positif sur la vente du produit ou, au contraire, un effet négatif. Expliquez votre point de vue sur la question.

	Ont consommé le produit	N'ont pas consommé le produit	Total
Ont aimé la publicité	23	117	***140***
N'ont pas aimé la publicité	17	104	***121***
N'ont pas vu la publicité	14	125	***139***
Total	***54***	***346***	***400***

La publicité a eu un effet positif sur la vente du produit. Démarche :

On complète d'abord le tableau à double entrée ci-dessus.

Probabilité qu'une personne achète le produit si elle n'a pas vu la publicité :

$$P = \frac{14}{139} \approx 0{,}1007$$

Probabilité qu'une personne achète le produit si elle a aimé la publicité :

$$P = \frac{23}{140} \approx 0{,}1643$$

Probabilité qu'une personne achète le produit si elle n'a pas aimé la publicité :

$$P = \frac{17}{121} \approx 0{,}1405$$

On peut donc affirmer que la publicité a eu un effet positif sur la vente du produit, puisque la probabilité qu'une personne achète le produit est plus grande si elle a vu la publicité que la probabilité qu'elle l'achète si elle ne l'a pas vue.

De plus, on ne peut pas dire que la publicité a eu un effet négatif puisque la probabilité qu'une personne achète le produit si elle n'a pas aimé la publicité est plus grande que la probabilité qu'elle l'achète si elle n'a pas vu la publicité.

Nom : ______________________________

Date : ____________________ Groupe : ________

Module 7 – CST
Les probabilités conditionnelles
p. 166 à 189

Évaluation des connaissances Fiche 2

1. Une étude a été effectuée sur un nouveau médicament, à laquelle 132 hommes et 121 femmes ont participé. Des effets secondaires ont été observés chez 47 personnes au total, dont 28 hommes. Si l'on décide de commercialiser le médicament, quel pourcentage de femmes ne subiraient pas d'effets secondaires en le prenant ?

	Hommes	Femmes	Total
Effets secondaires observés	28	***19***	47
Pas d'effets secondaires observés	***104***	***102***	***206***
Total	132	121	***253***

Parmi les femmes qui prendraient le médicament, 84,3 % ne subiraient pas d'effets secondaires. Démarche :

On complète d'abord le tableau à double entrée ci-dessus.

Pourcentage de femmes ne subissant aucun effet secondaire :

$P = \frac{102}{121} \approx 0,8430$

DÉVELOPPEMENT CD 2

2. Une revue d'actualité a effectué un sondage auprès de son lectorat afin de récolter de l'information sur les sujets préférés des lecteurs et lectrices. Le tableau ci-contre présente les résultats obtenus. Une compagnie veut acheter un espace publicitaire dans la revue pour annoncer un produit pour homme. Elle décide de placer sa publicité sur une page contenant un article sur l'économie. Est-ce un bon choix, selon vous ? Expliquez pourquoi.

Sujet	Hommes	Femmes
Politique	84	52
Économie	127	98
Santé	108	117
Société	102	87

Oui, c'est un bon choix. Démarche :

Il faut d'abord remplir le tableau à double entrée ci-contre.

Sujet	*Hommes*	*Femmes*	*Total*
Politique	***84***	***52***	***136***
Économie	***127***	***98***	***225***
Santé	***108***	***117***	***225***
Société	***102***	***87***	***189***
Total	***421***	***354***	***775***

Les deux sujets les plus appréciés sont l'économie et la santé, chacun ayant été choisi par un total de 225 personnes dans l'échantillon.

La probabilité qu'une personne lisant la revue soit un homme si son sujet préféré est l'économie est d'environ 56,44 %, soit $P = \frac{127}{225} \approx 0,5644$.

La probabilité qu'une personne lisant la revue soit un homme si son sujet préféré est la santé est de 48 %, soit $P = \frac{108}{225} = \frac{12}{25} = 0,48$.

La compagnie a fait le bon choix, car la probabilité associée à l'économie est supérieure à celle associée à la santé si la personne lisant la revue est un homme.

Nom : ____________________

Date : ____________________ Groupe : ________

Évaluation des connaissances Fiche 2 (*suite*)

3. Pour la représenter à un congrès, une entreprise d'informatique veut déléguer un homme et une femme choisis au hasard parmi le personnel. Le tableau ci-contre présente la distribution des employés et employées selon le sexe et le service où ils travaillent. En effectuant le tirage, la direction espère qu'au moins une personne du Service de l'informatique sera choisie. À votre avis, cela est-il probable ? Expliquez votre réponse.

	H	F	Total
Administration	8	5	13
Informatique	64	40	104
Infographie	11	14	25
Ressources humaines	1	2	3
Comptabilité	2	3	5
Total	86	64	150

Oui, cela est probable. Démarche :

On doit considérer les trois cas possibles.

L'homme choisi provient du Service de l'informatique et la femme d'un autre service :

$$P = \frac{64}{86} \cdot \frac{64 - 40}{64} = \frac{64}{86} \cdot \frac{24}{64} = \frac{12}{43} \approx 0,2791$$

La femme choisie provient du Service de l'informatique et l'homme d'un autre service :

$$P = \frac{40}{64} \cdot \frac{86 - 64}{86} = \frac{40}{64} \cdot \frac{22}{86} = \frac{55}{344} \approx 0,1599$$

Les deux personnes choisies proviennent du Service de l'informatique :

$$P = \frac{64}{86} \cdot \frac{40}{64} = \frac{20}{43} \approx 0,4651$$

La probabilité qu'au moins une des personnes choisies provienne du Service de l'informatique est d'environ 0,9041, soit $P \approx 0,2791 + 0,1599 + 0,4651$.

Comme cette probabilité est très élevée, soit 90,41 %, il est très probable qu'au moins une personne du Service de l'informatique soit choisie.