

La Fisica in Gioco 2019

Fisica dei Sistemi complessi

*Michele Caselle – University of Torino and INFN
caselle@to.infn.it*

Programma

1. Considerazioni generali sui sistemi complessi.
2. Breve discussione degli approcci teorici
3. Esempi

Bibliografia

1) *Complessità e modelli. Un nuovo quadro interpretativo per la modellizzazione nelle scienze della natura e della società*

Bertuglia Cristoforo S.; Vaio Franco
2011, Bollati Boringhieri (collana Saggi. Scienze)

2) *Statistical Mechanics: Entropy, Order Parameters and Complexity*

Sethna, James
2006 Oxford University Press, USA

3) *Complex Systems: a Survey*

M.E. Newman
<http://arxiv.org/abs/1112.1440>

4) *Scienza delle Reti*

G.Caldarelli e M.Catanzaro
2016 Egea Ed.

Corso di laurea magistrale in

FISICA DEI SISTEMI COMPLESSI

Corso di Laurea interateneo dell'Università di Torino e dell'Università del Piemonte Orientale



Prima attivazione: Anno accademico 2009/10

Quali sono le principali caratteristiche di un sistema complesso ?

C'e' una definizione univoca di “complessità**”?**

Proprietà emergenti: il sistema è più delle sue parti.

Auto-organizzazione

Capacità di **elaborare e trasmettere informazione**

Esistenza di punti o **soglie critiche**

Impredicibilità

.....

“There is no precise technical definition of a “complex system,” but most researchers in the field would probably agree that it is a system composed of many interacting parts, such that the **collective behavior of those parts together is more than the sum of their individual behaviors**. The collective behaviors are sometimes also called “emergent” behaviors, and a complex system can thus be said to be **a system of interacting parts that displays emergent behavior.**”

M.E.Newman, **Complex Systems: a Survey**
<http://arxiv.org/abs/1112.1440>



La definizione di **complessità** dipende dalla disciplina o dal contesto scientifico.

Complessità Algoritmica

Complessità nei sistemi fisici

Complessità nei sistemi viventi

Complessità nei sistemi sociali

.....

Alcune idee guida

Microscopico/ Macroscopico

Prevedibile/ Imprevedibile

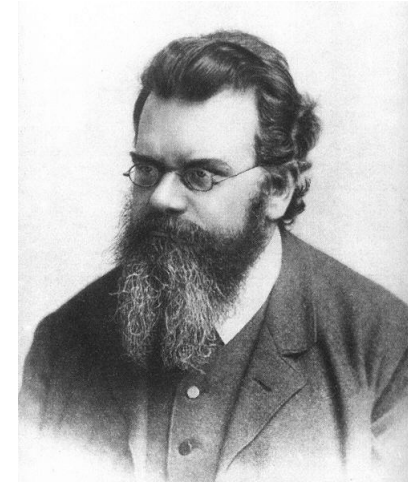
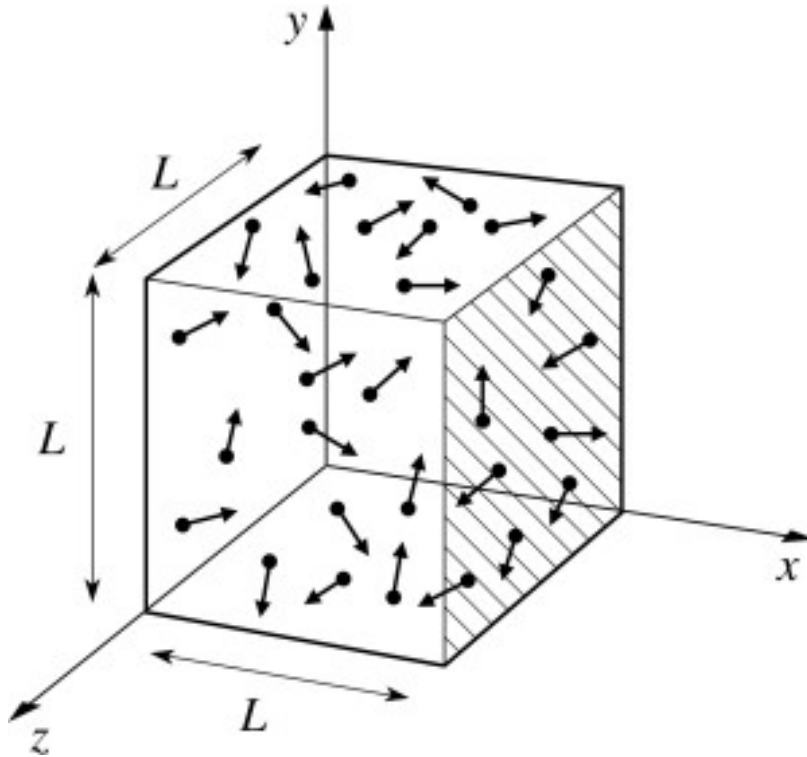
Lineare / Non lineare

Equilibrio / Non-equilibrio

Deterministico/ Non deterministico

Omogeneo/ Eterogeneo

Complessità in Fisica: Meccanica Statistica



La Meccanica Statistica studia sistemi macroscopici composti da moltissimi enti elementari microscopici

Complessità in Fisica

Lineare/Non-lineare

La fisica classica è basata su una approssimazione lineare dell'universo. Ma l'universo è intrinsecamente non-lineare.

Lineare = descrivibile mediante equazioni differenziali lineari, cioè equazioni che contengono la variabile di interesse elevata sempre solo alla potenza 1

Esempio di sistema lineare: **Oscillatore armonico**

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} = m\ddot{x} = -kx.$$

Si può usare per descrivere il moto ondoso (in questo caso x è l'altezza dell'onda)

Complessità in Fisica

Non-lineare = descrivibile mediante equazioni differenziali non-lineari, cioè equazioni che contengono la variabile di interesse elevata a potenza qualsiasi.

Esempio di sistema non-lineare: **Moto delle onde in acqua bassa**: (equazione di Korteweg de Vrie)

$$\partial_t \phi + \partial_x^3 \phi + 6 \phi \partial_x \phi = 0$$

Conseguenze:

Sensibilità alle condizioni iniziali: **“Effetto farfalla”**

Creazione nel sistema di configurazioni in grado di auto-sostenersi: **Solitoni**

Formazione di moti collettivi: **Instabilità**

Solitoni:



La prima descrizione di un solitone è quella fornita nel 1834 dall'ingegnere britannico J. Scott Russell (1808 – 1882) che lo vide risalire l' Union Canal (lungo circa 51 Km in Scozia).

Solitoni: "The Morning Glory" (*Australia meridionale*)



Solitoni:
(Maui beach, Hawaii)



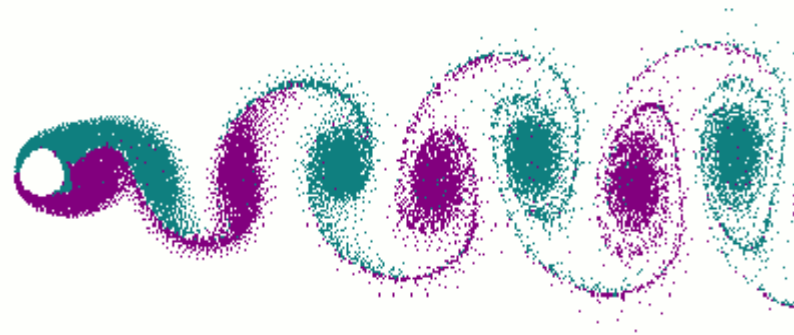
Moti collettivi: Tacoma bridge



Esempio di instabilità dovuta ad effetti non-lineari:

Vortici di Von Karman

Configurazioni di scia caratterizzate da distacco **alternato** di vortici che genera forze variabili periodicamente e quindi una vibrazione del corpo. Se la frequenza si avvicina alla **frequenza naturale di vibrazione del corpo** questo entra in **risonanza**



<https://www.youtube.com/watch?v=IDeGDFZSYo8>

Moti collettivi: Millennium bridge



Effetto “farfalla”



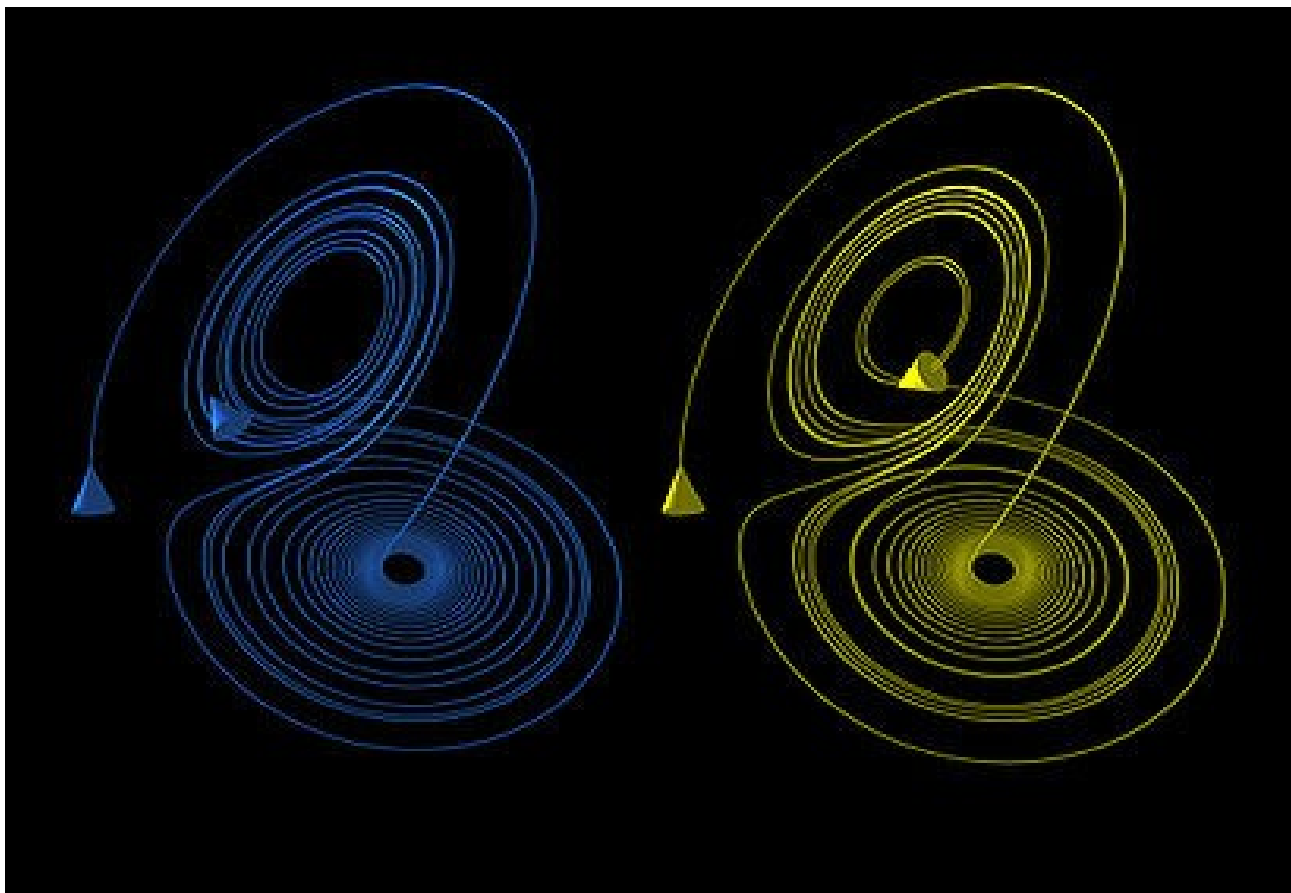
In un sistema non-lineare, come l'atmosfera terrestre, in linea di principio **“Il batter d'ali di una farfalla in Brasile può provocare un tornado in Texas!”** (Effetto scoperto da **Edward Lorenz** nel 1963, studiando le conseguenze sui risultati di una simulazione al computer dell'atmosfera terrestre di una modifica dell'ultimo decimale nelle condizioni iniziali.)

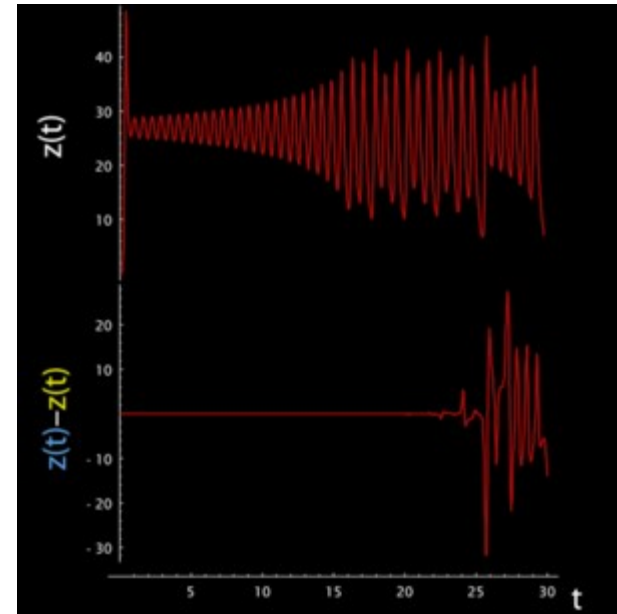
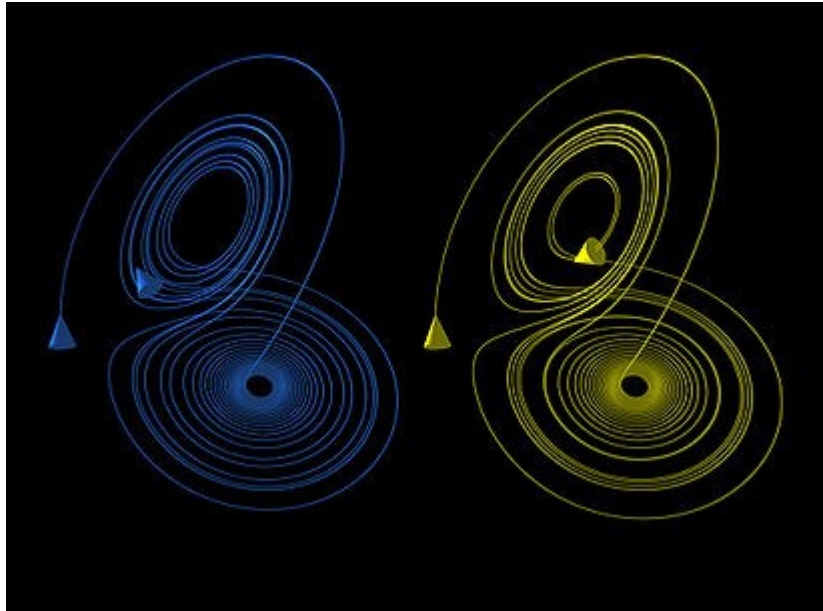
Effetto “farfalla”: l'attrattore di Lorenz

L' **Attrattore di Lorenz** è il più semplice e noto esempio di sistema di equazioni differenziali in grado di generare un comportamento “Complesso”. Fu scoperto da Lorenz nel 1963 semplificando le equazioni che descrivono il moto convettivo di un fluido. σ , ρ e β sono parametri che descrivono il tipo di fluido in esame e hanno sempre valori positivi. Per valori sufficientemente grandi di ρ si ha l'effetto farfalla

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = \rho x - xz - y \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases}$$

Effetto “farfalla”





Le figure mostrano due traiettorie che evolvono in uno spazio tridimensionale per lo stesso periodo di tempo sulla base dello stesso “**Attrattore di Lorenz**”. La differenza tra il segmento blu e quello giallo è che la condizione iniziale ha una differenza di 10^{-5} rispetto alla coordinata z . Il secondo grafico indica la differenza tra le due traiettorie; all'inizio, le traiettorie sono quasi coincidenti, ma all'istante 23 si ha una brusca divergenza delle traiettorie che si separano per una distanza analoga alla dimensione delle traiettorie stesse. Dalla prima immagine si nota che le due traiettorie terminano in posizioni radicalmente diverse tra loro.

Effetto “farfalla”: Impredicibilità dei sistemi Complessi

Sistemi come il **clima** o il **mercato azionario**, sono difficili da prevedere su una scala di tempo utile.

Questo perché ogni *modello finito che tenti di simulare il sistema* deve essere corredato dalle *informazioni sulle condizioni iniziali*. La precisione con cui queste condizioni vengono incluse nella simulazione è necessariamente *finita*.

In un sistema caotico, questi errori di approssimazione tendono ad aumentare via via che la simulazione procede nel tempo, e, al limite, *l'errore residuo nella simulazione supera il risultato stesso*. In questi casi, in sostanza, *le previsioni di una simulazione non sono più attendibili se spinte oltre una certa soglia di tempo*.

Ad esempio, quando si simula il tempo atmosferico, non è possibile includere anche lo spostamento d'aria causato da ogni singola farfalla!!

Deterministico / Non deterministico

La descrizione “classica” dell’universo è **deterministica** (Laplace), ma si tratta di una descrizione ingenua ed approssimata.

Ci sono due vie che la fisica moderna ha seguito per superare il determinismo classico.

1) Capire che (a causa delle non-linearità dei sistemi naturali) esiste una enorme dipendenza dalle condizioni iniziali (effetto farfalla).

2) La Meccanica Quantistica (Heisenberg, principio di indeterminazione).

Il Determinismo secondo Laplace



Pierre-Simon Laplace
(1749-1827)

Questa frase di **Pierre Simon de Laplace** (filosofo e matematico francese 1749-1827), tratta dalla sua opera "**Essai philosophique sur les probabilités**", riassume in modo significativo la visione del determinismo secondo Laplace:

"Noi dobbiamo riguardare il presente stato dell'universo come l'effetto del suo stato precedente e come la causa di quello che seguirà. **Ammesso per un istante che una mente possa tener conto di tutte le forze che animano la natura**, assieme alla rispettiva situazione degli esseri che la compongono, se tale mente fosse sufficientemente vasta da poter sottoporre questi dati ad analisi, essa abbraccerebbe nella stessa formula i moti dei corpi più grandi dell'universo assieme a quelli degli atomi più leggeri. **Per essa niente sarebbe incerto ed il futuro, così come il passato, sarebbe presente ai suoi occhi.**"

Equilibrio/ Non equilibrio

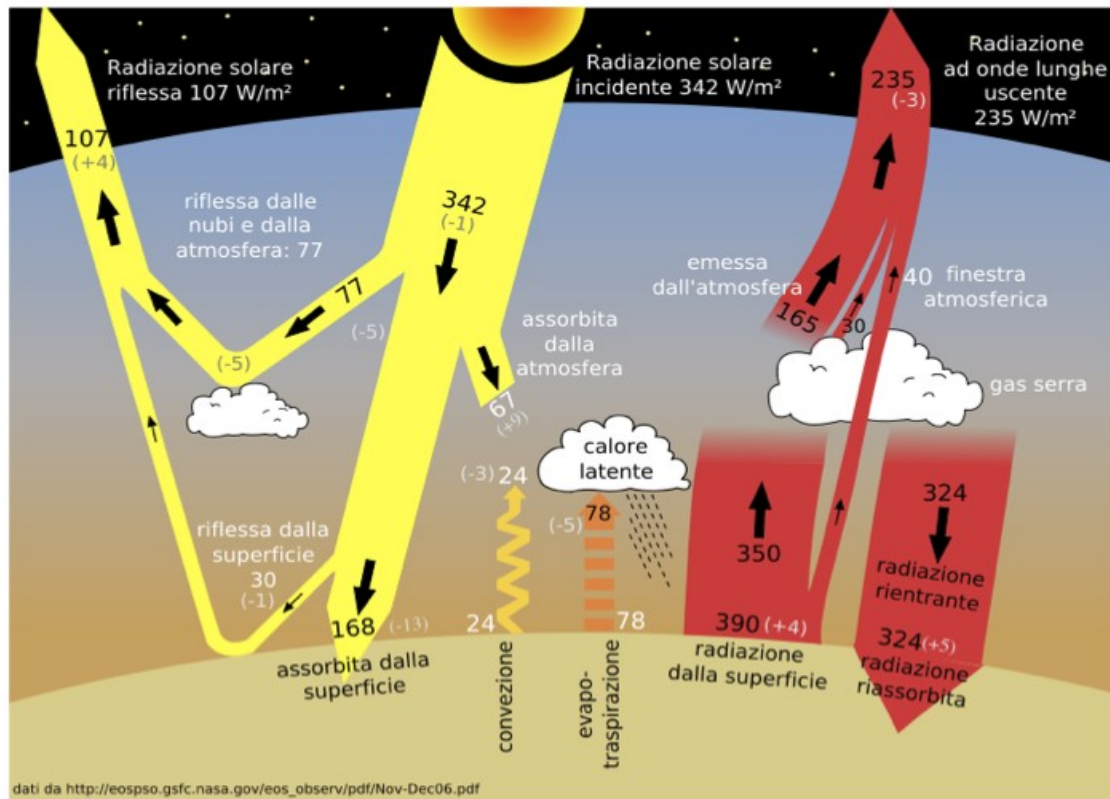
Equilibrio = indipendenza dal tempo

I sistemi in natura sono tipicamente in una condizione di non-equilibrio, ma sono sempre stati studiati in approssimazione di equilibrio

Meccanica statistica di equilibrio: **l'entropia di un sistema puo' solo crescere**

Ma i sistemi complessi sono caratterizzati dalla capacità di **diminuire la loro entropia usando l'energia a disposizione**

Bilancio radiativo Terra



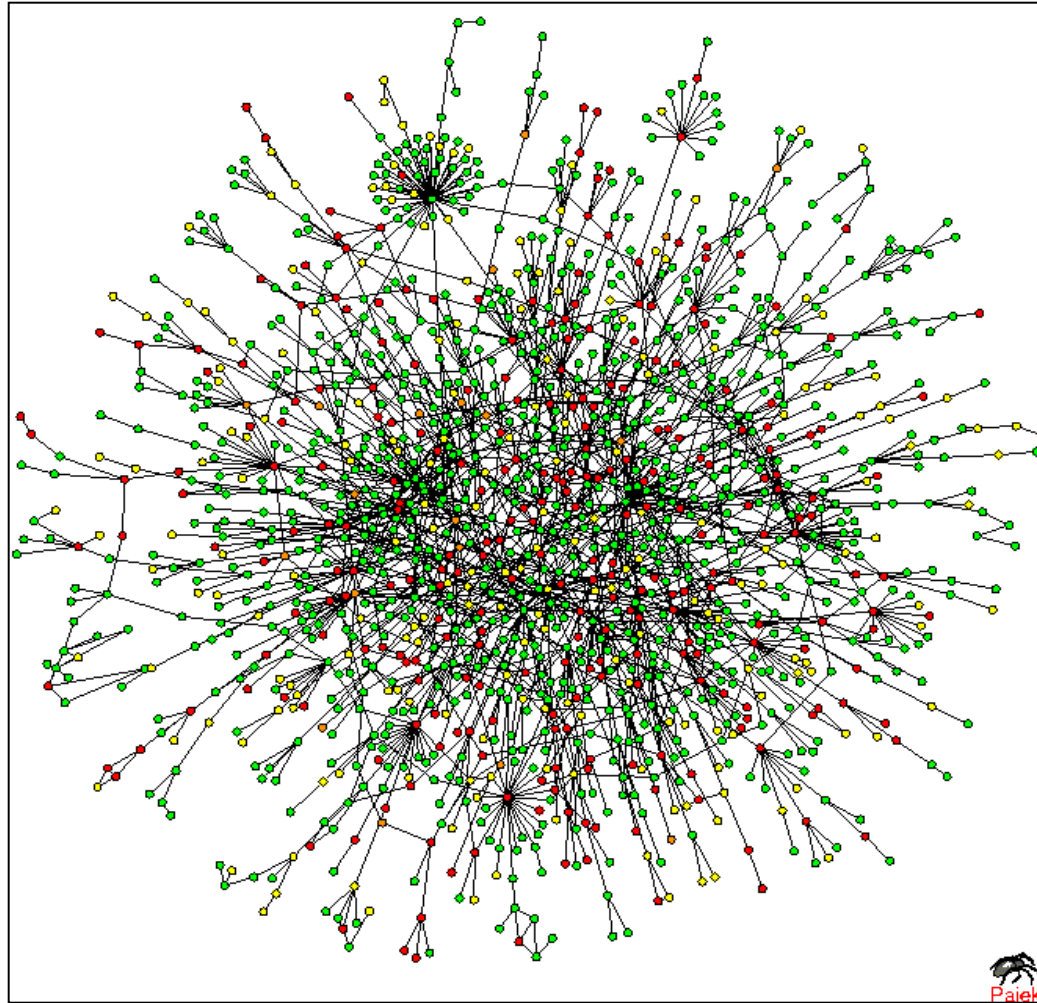
The mean annual radiant energy and heat balance of the Earth. From Houghton et al., (1996: 58), which used data from Kiehl and Trenberth (1996).

Omogeneo/ Eterogeneo

I sistemi complessi sono tipicamente eterogenei:

- Network con leggi di potenza e hubs
- Entropia di Gibbs/Shannon e misura della eterogeneità delle distribuzioni di probabilità del sistema

Protein-Protein Int. Network



H.Jeong et al. Nature, 411
(2001) 41

Esempi di Sistemi Complessi

I sistemi complessi sono ovunque in natura, ma ci sono alcuni ambiti in cui sono particolarmente presenti

- **Sistemi Chimico/Fisici:**

transizioni di fase, moto dei fluidi

- **Sistemi Biologici**

reti di interazione tra proteine, evoluzione

- **Sistemi Sociali:**

reti sociali, WWW

- **Sistemi economici e finanziari**

mercati finanziari

Ed alcuni fenomeni che sono “tipicamente” complessi

“Pattern formation” e moti collettivi

Approcci Teorici

Ci sono due grandi categorie di approcci allo studio dei sistemi complessi: **Bottom up** e **Top down**

Bottom up:

Modellizzazione ad agenti

Top down:

Teoria dei Sistemi dinamici

Meccanica Statistica e Teoria dei Sistemi Critici

Teoria dei Giochi

Teoria delle Reti

Bottom-up/ Top-down

Approccio **Bottom up**: descrivo il sistema a livello dei singoli agenti che lo compongono (tipicamente usando simulazioni al computer) e cerco di identificare proprietà collettive emergenti. Esempi: *SugarScape, NetLogo*

Approccio **Top-down**: descrivo il sistema a livello macroscopico studiandone le proprietà medie le leggi universali (tipicamente usando strumenti matematici sofisticati)

Modellizzazione ad agenti

- Obiettivo: Descrizione “bottom up” di un insieme di agenti che interagiscono tra loro.
- Esempi:
 - **SugarScape**
 - **NetLogo**
 - Modelli di traffico (sia pedoni che veicoli)
 - Modelli di criticalità auto-organizzata

Le basi fondamentali di una società artificiale

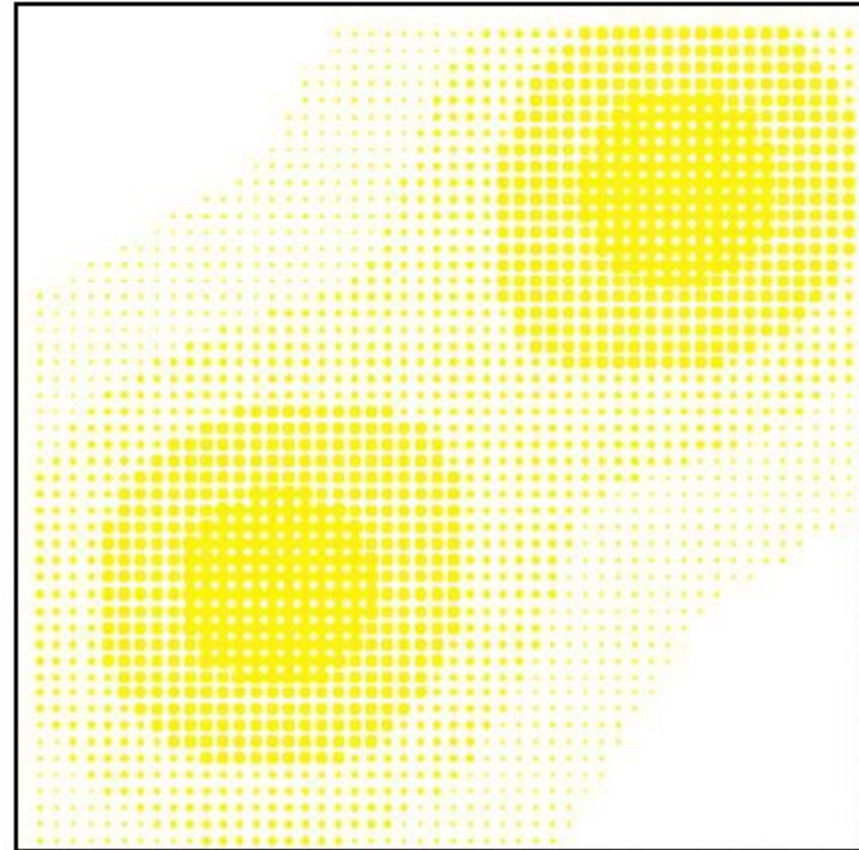
► Ambiente

Griglia bidimensionale

Ogni **sito** (x,y) può ospitare fino a una quantità massima di zucchero e in ogni momento ha un livello di zucchero minore o uguale ad essa

Nella rappresentazione, il **giallo** più intenso corrisponde ad una più alta capacità di ricrescita dello zucchero

Lo zucchero cresce spontaneamente nell'ambiente secondo una **regola di ricrescita (G)**.



Tipica distribuzione iniziale di zucchero

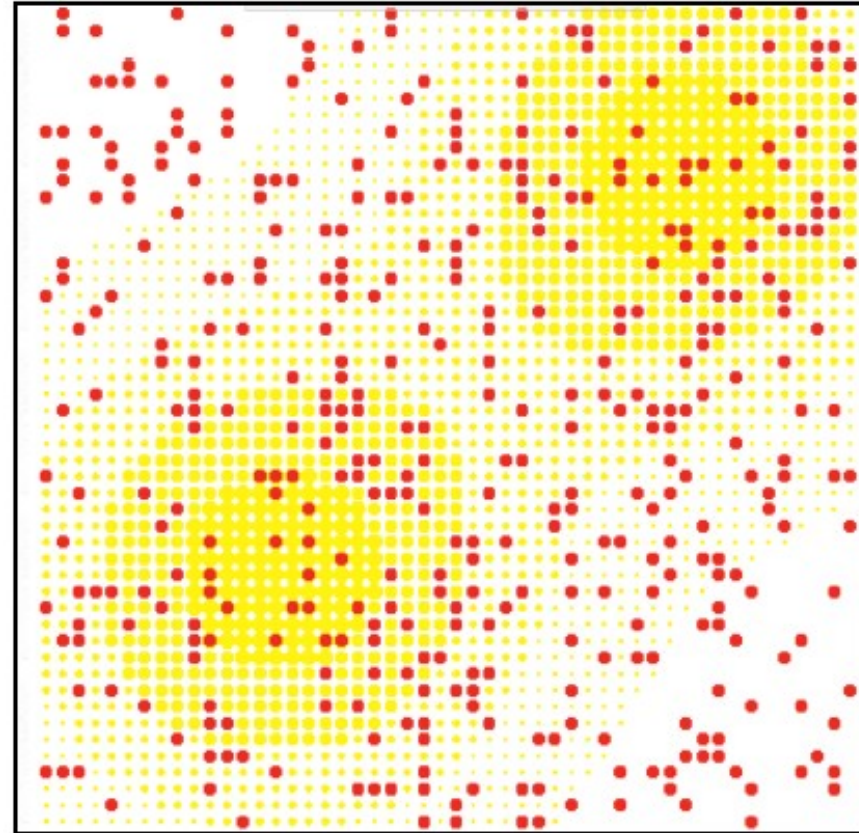
Le basi fondamentali di una società artificiale

► Agenti

Popolazione iniziale eterogenea in base a due caratteristiche “genetiche” assegnate casualmente:

- 1) **Metabolismo**: quantitativo di zucchero da consumare in ogni periodo – se non è consumato l'agente muore
- 2) **Capacità visiva**: distanza alla quale ogni agente può vedere nei quattro punti cardinali (N,S,O,E)

Tutti stessa **capacità di movimento**.



Distribuzione iniziale casuale degli agenti

Le basi fondamentali di una società artificiale

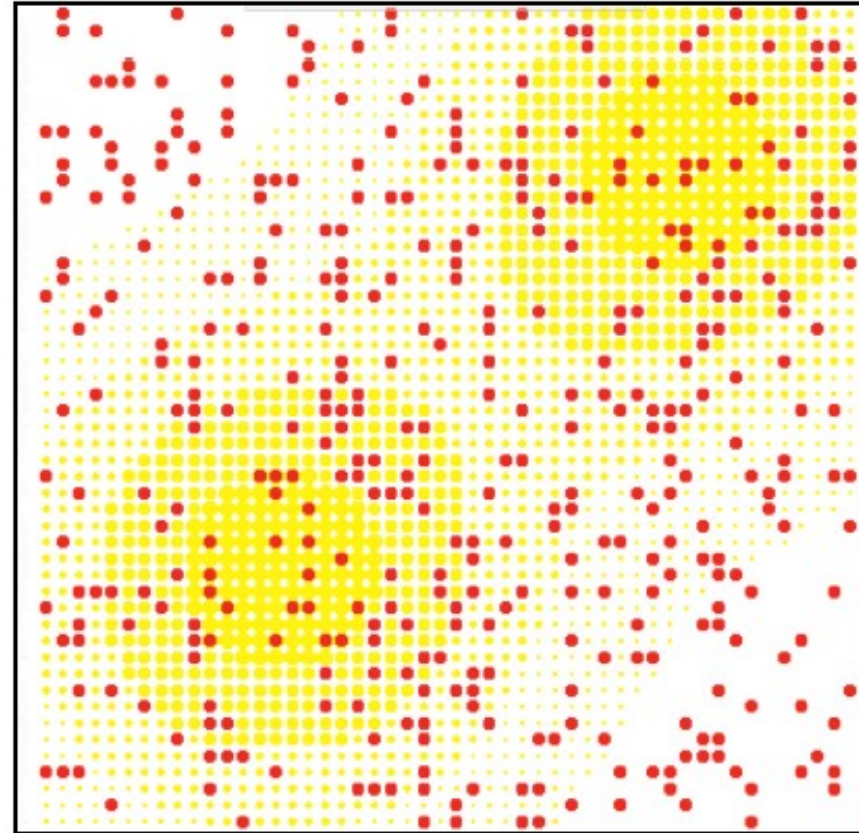
► Agenti

Una volta raggiunto un sito, un agente **raccoglie tutto lo zucchero** lì presente e ne consuma il quantitativo dettato dal suo metabolismo.

Se non consuma tutto lo zucchero raccolto, quello in eccesso ne accresce la “**ricchezza**”.

Quando non raccoglie abbastanza zucchero, l'agente consuma la sua ricchezza accumulata.

Se nemmeno questa è sufficiente, **muore** e sparisce dallo Sugarscape.



Distribuzione iniziale casuale degli agenti

Sistemi Dinamici

- Obiettivo: **descrivere il comportamento degli agenti mediante equazioni differenziali (tipicamente non lineari)**
- Caratteristiche interessanti:
 - Descrizione esplicita di comportamenti emergenti
 - Teoria del caos
 - Soluzioni solitoniche

Meccanica Statistica

- Obiettivo: descrivere i sistemi complessi con un approccio di tipo statistico/probabilistico, usando la teoria degli “ensemble” statistici.
- Risultati principali:
 - Universalità e “Leggi di Scala” (Termodinamica),
 - Teoria dei fenomeni critici
 - *Entropia*

Teoria dei Giochi

Obiettivo: descrivere come il comportamento collettivo degli agenti nel sistema possa portare all'ottimizzazione di una qualche proprietà o funzione del sistema

- Esempi
 - Evoluzione biologica attraverso la selezione naturale (competizione per le risorse)
 - Dinamica dei mercati finanziari
 - Modelli di ottimizzazione

Teoria delle Reti

Obiettivo: **descrivere** gli enti elementari che costituiscono il sistema come una collezione di nodi collegati da legami (detti “link”) che **descrivono/codificano** le interazioni tra questi enti.

Risultato principale: Usando la teoria delle reti si possono ottenere predizioni universali, valide per ogni sistema, che ci aiutano a prevedere il comportamento del sistema e le sue proprietà

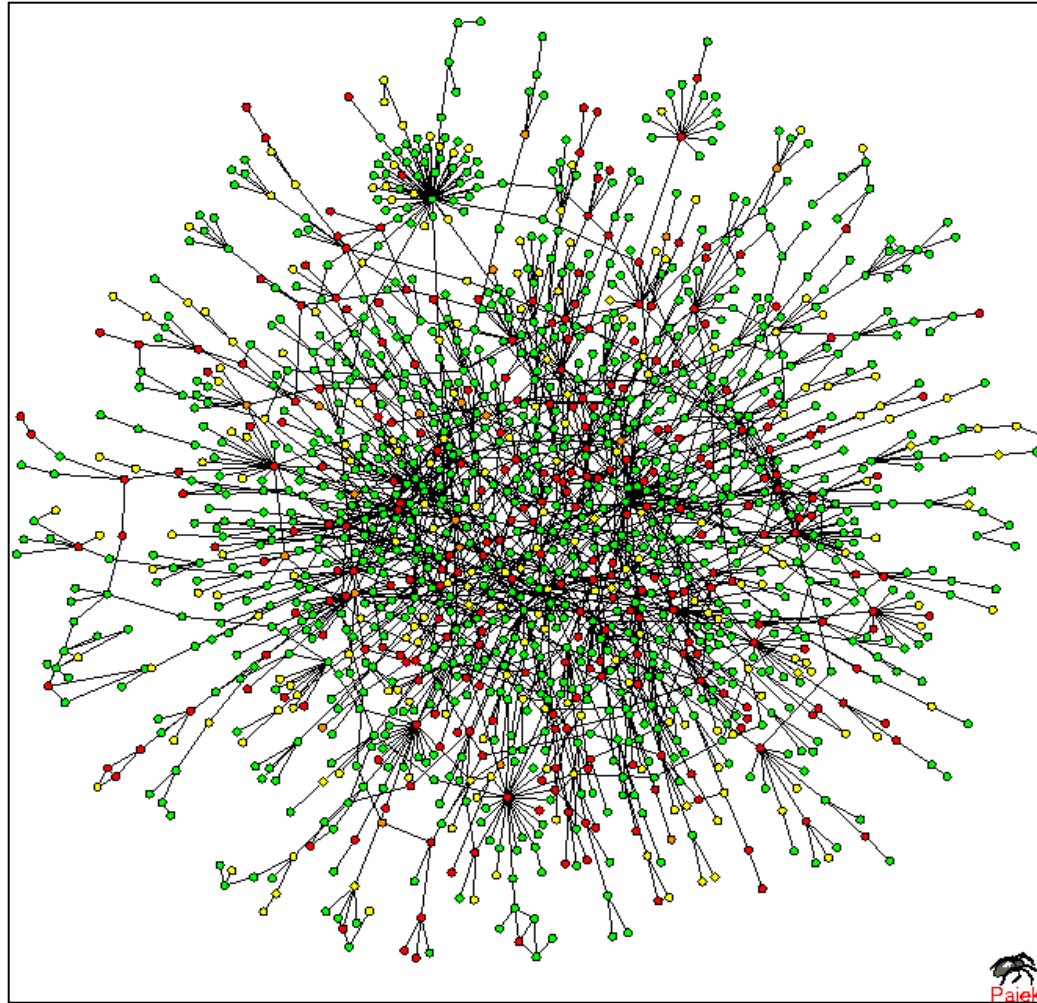
- Esempi
 - Rete di interazione tra proteine in una cellula
 - Rete di regolazione tra geni

Esempi di applicazioni in ambito biologico

1. Reti di interazione tra proteine
2. Reti di regolazione tra geni



Protein-Protein Int. Network



H.Jeong et al. Nature, 411 (2001) 41

Reti di Regolazione Genica

- Mentre la lunghezza del genoma cresce con la complessità dell'organismo, **il numero di geni è quasi costante!**
- La porzione di genoma che codifica per proteine decresce al crescere della complessità dell'organismo e' molto alta nei batteri e molto piccola in uomo.
97% del genoma umano è "non-codificante"!!
- La maggior parte di questo DNA non-codificante è dedicata alla **regolazione della espressione genica**

Reti di Regolazione Genica

| Organismo | lunghezza genoma (Mbp) | Numero Geni che codificano proteine |
|------------------------|---------------------------|--|
| <i>M. genitalium</i> | 0.58 | 470 |
| <i>E. coli</i> | 4.6 | 4288 |
| <i>S. Cerevisiae</i> | 12.2 | 6692 |
| <i>C. Elegans</i> | 103 | 20447 |
| <i>D. Melanogaster</i> | 144 | 13918 |
| <i>M. Musculus</i> | 3500 | 22606 |
| <i>H. Sapiens</i> | 3300 | 20300 |

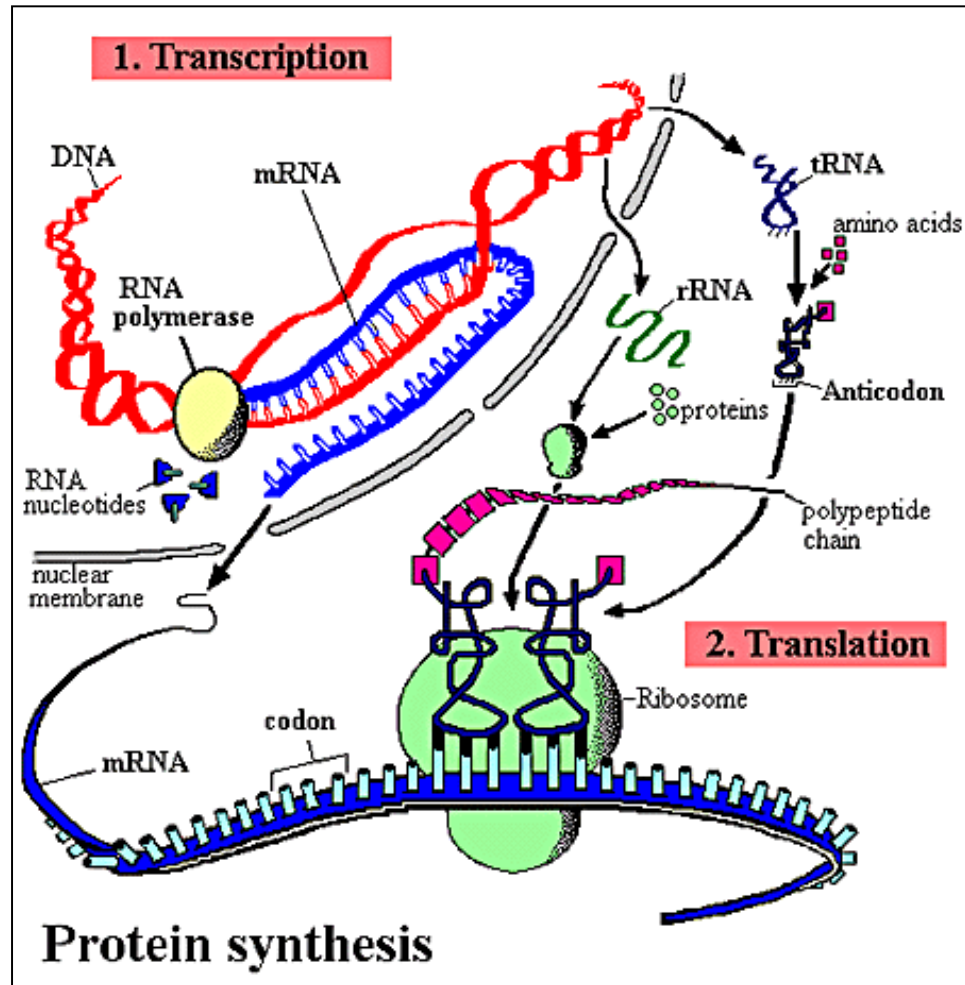
Espressione Genica

L'espressione genica negli eucarioti passa attraverso tre fasi

Trascrizione (dal DNA al mRNA)

Splicing
(maturazione del mRNA)

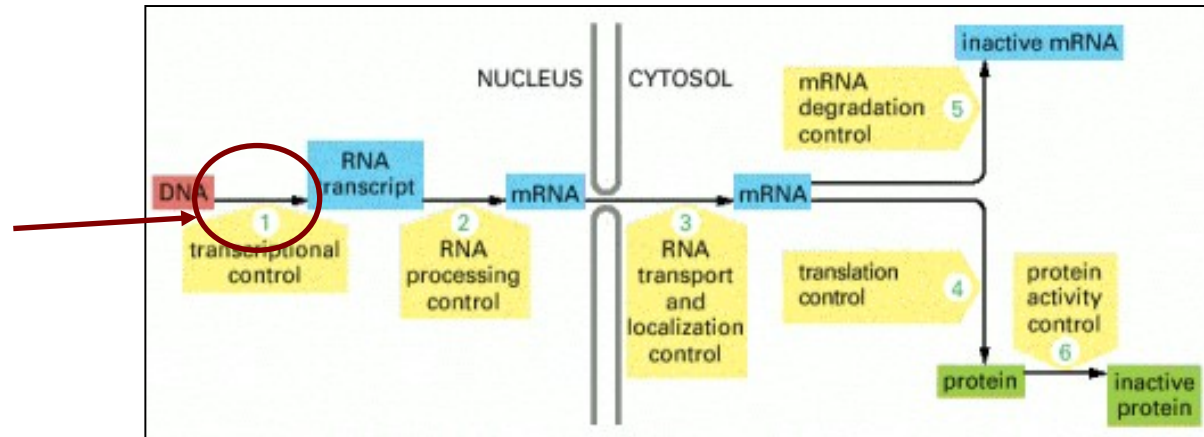
Traduzione (dal mRNA maturo alle proteine)



Reti di Regolazione Genica

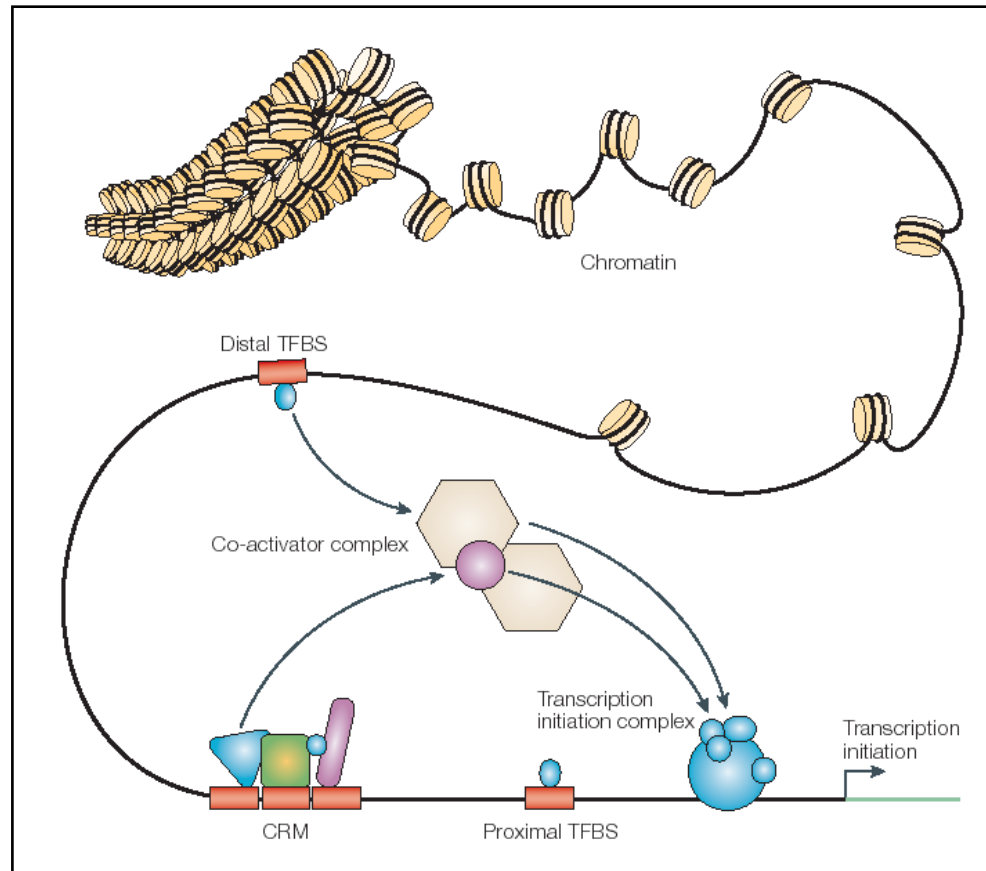
L'espressione genica è regolata in modo molto stringente. Tutte le cellule del corpo hanno lo stesso corredo di geni ma ogni cellula ne esprime solo il 20%. Cellule di tessuti diversi (neuroni, cellule epiteliali, epatiche...) esprimono proteine diverse per svolgere le loro funzioni

Tra I vari passaggi che permettono di regolare l'espressione genica Il più importante è Il controllo della trascrizione da **DNA** a **RNA** messaggero mediato dai **Fattori di Trascrizione**.



Alberts, *Molecular Biology of the Cell*

Fattori di Trascrizione



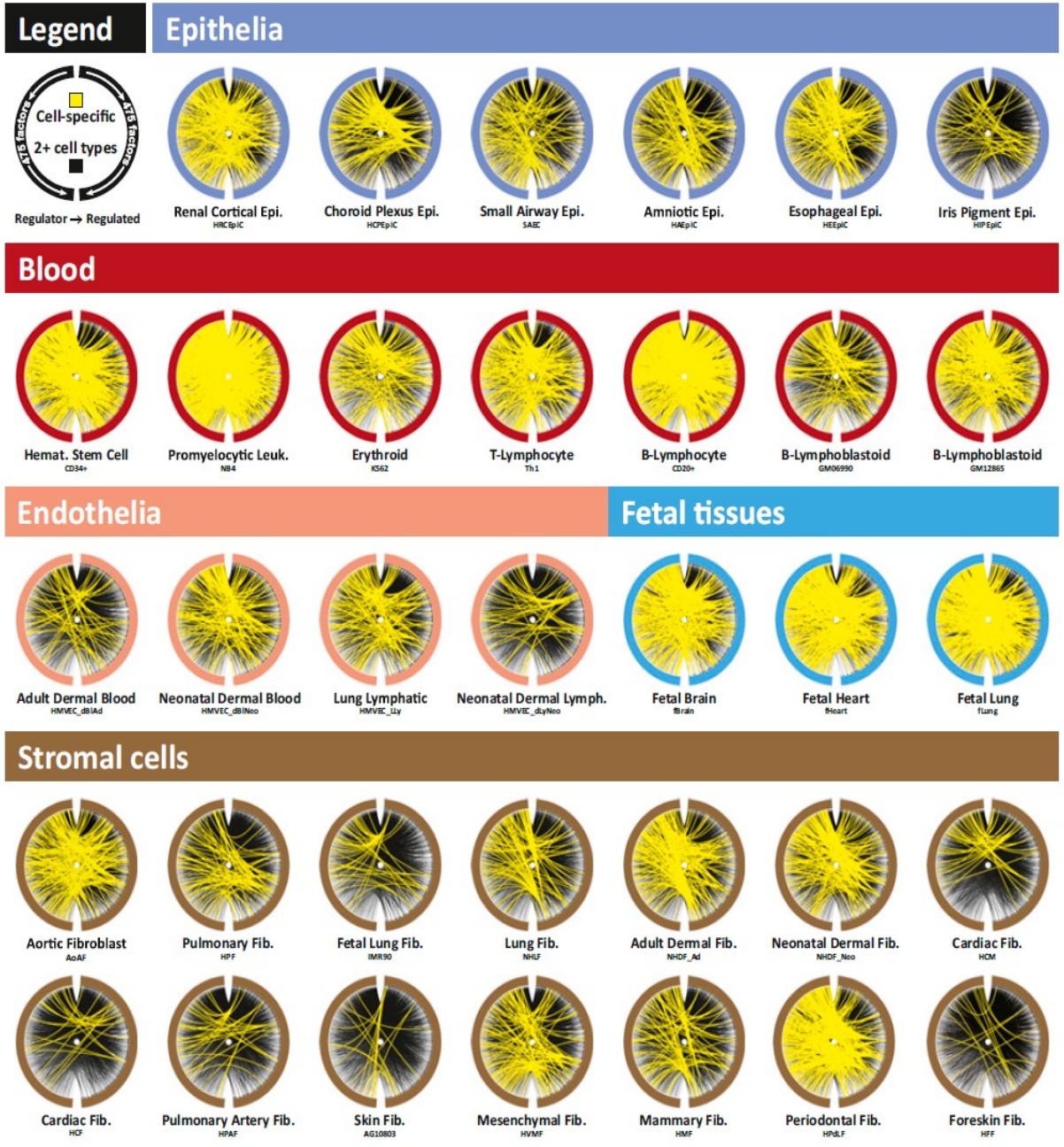
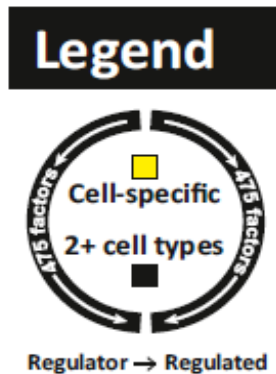
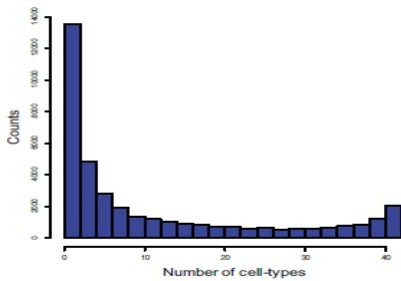
Rete di regolazione

Esempio : “**Circuitry and Dynamics of Human Transcription Factor Regulatory Network**” Neph et al. CELL (2012) 150, 1274 (ENCODE collaboration).

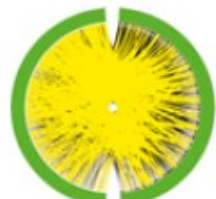
Rete di regolazione tra 475 Fattori di Trascrizione in 41 linee cellulari umane ottenute usando il DNase footprinting

Rete di Regolazione in 41 tessuti umani ottenuta via DNA footprinting

Number of cell-types that a transcriptional regulatory interaction was observed in



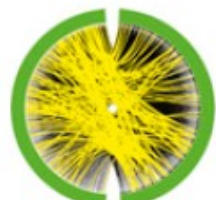
Visceral cells



Hippocampal Astrocyte
HA-h



Skeletal Myoblast
HSMM

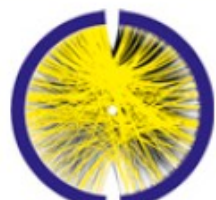


Skeletal Muscle
SKMC

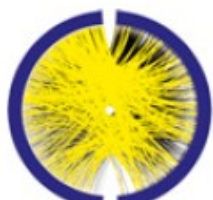


Astrocyte
NH-A

Cancer



Neuroblastoma
SK-N-SH_RA



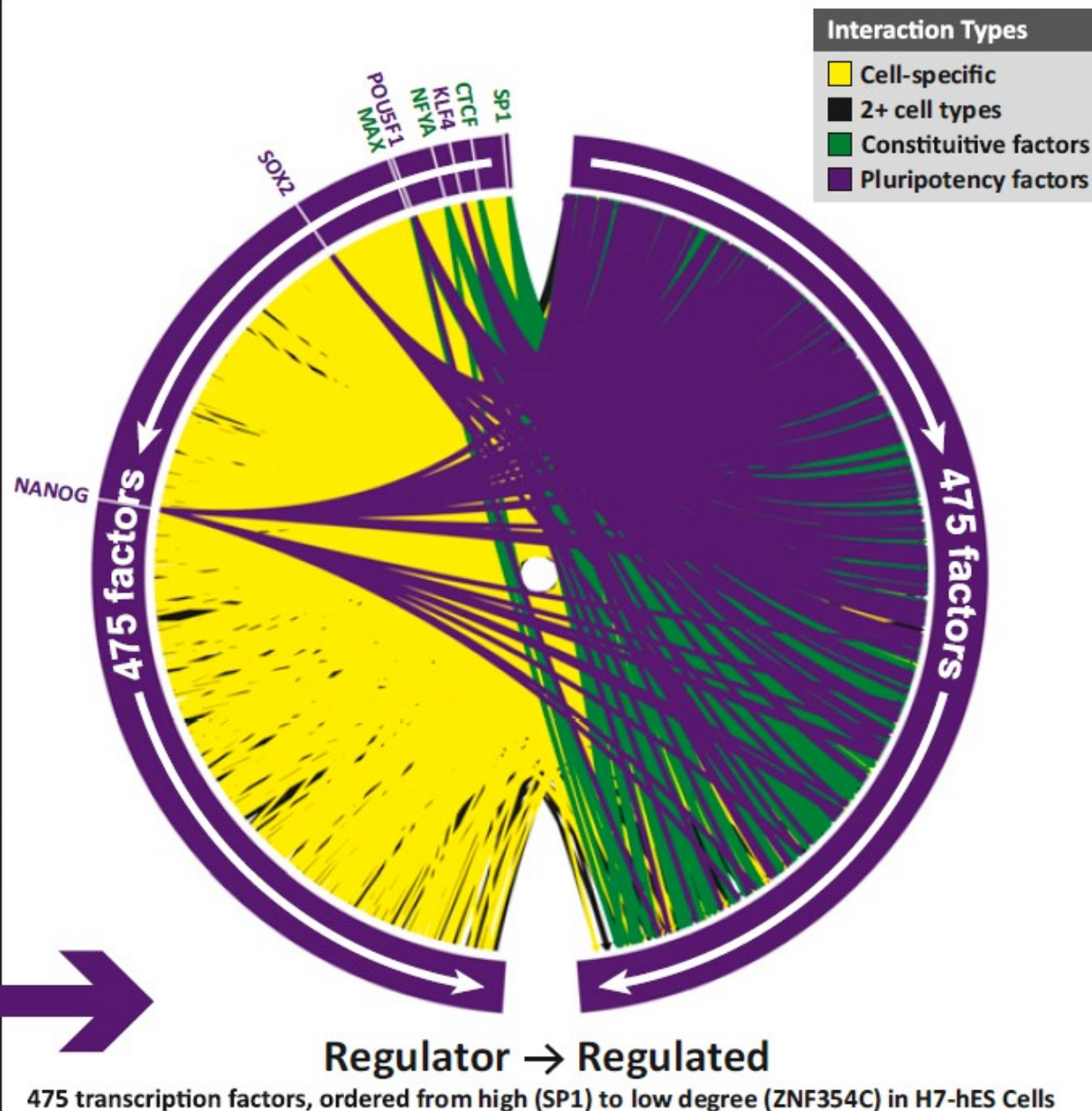
Hepatoblastoma
HepG2

Embryonic Stem Cells



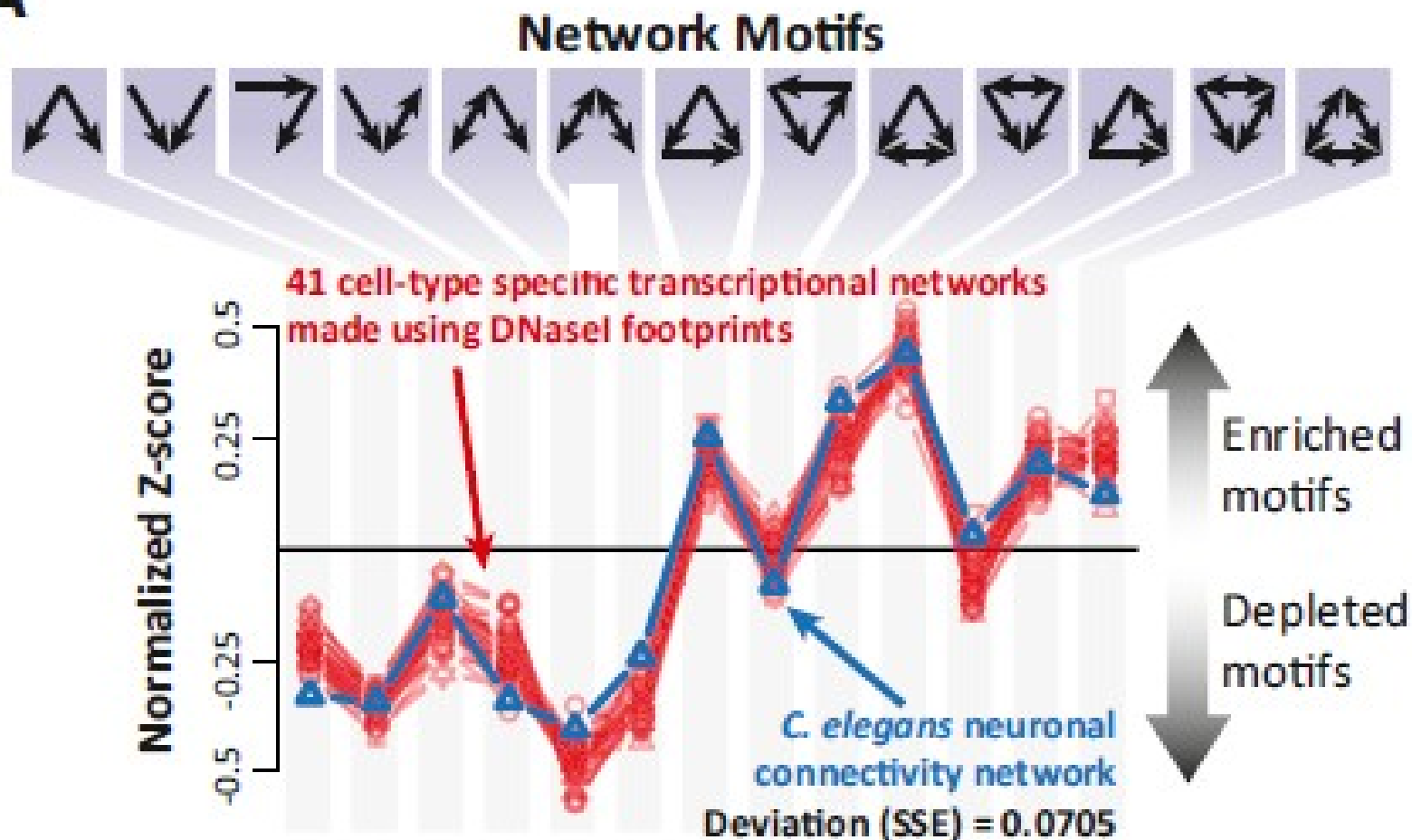
Embryonic Stem Cells
H7-hESC

Regulatory interactions in human ES cells (detail)



La rete è composta da alcuni specifici mattoni elementari:
“Network Motifs”

A



Conclusione:

Cosa ci riserva il futuro?

Come evitare di essere travolti dal "Data deluge"?

- **Previsioni sempre più Precise**

combinando assieme metodi "Bottom-up" e "Top-down" e grazie alla disponibilità di grandissime moli di dati e alla potenza di calcolo dei moderni supercomputer si potranno ottenere previsioni sempre più precise in molti ambiti: dalle **previsioni meteo** alla "**medicina di precisione**" con diagnosi personalizzate per ogni singolo paziente

- **Reti neurali e intelligenza artificiale**

Grazie alle tecniche di "machine learning" ed in particolare ai progressi nel campo delle reti neurali e del "deep-learning" sarà possibile affrontare e risolvere problemi ad un livello di complessità che fino a pochi anni fa sembrava irraggiungibile.

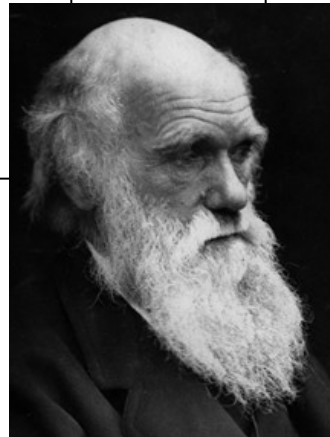
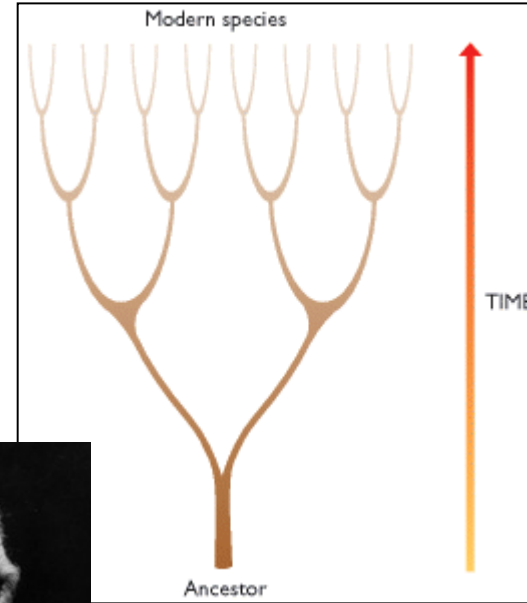
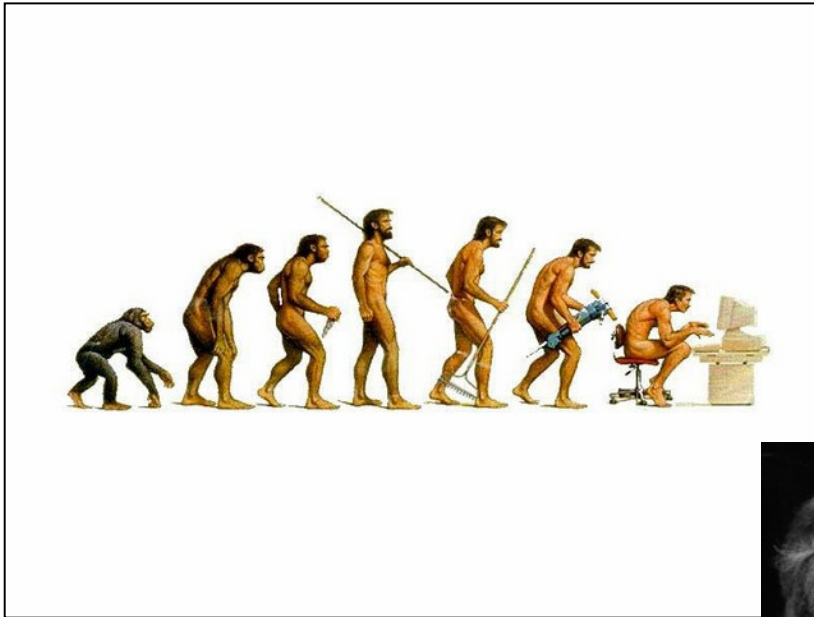
HOW BIG IS BIG DATA?



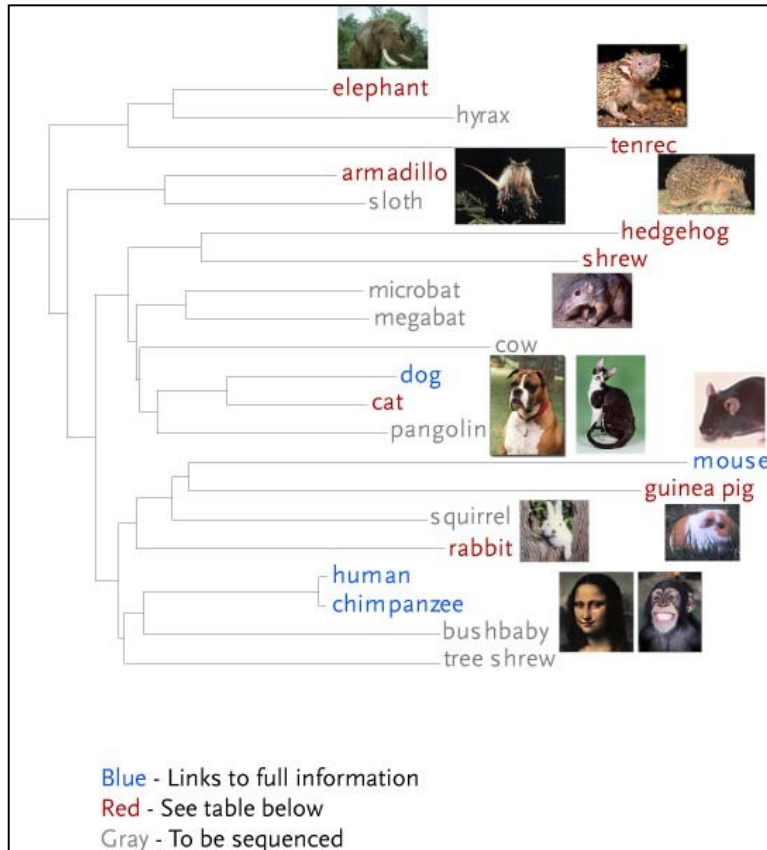




Modelli Evolutivi



Confronto tra alberi "Tassonomici" e "Genomici"



Gli alberi evolutivi "genomici" si possono ottenere allineando le sequenze dei vari organismi. **La loro somiglianza con gli alberi tassonomici è impressionante.** Questo è il più decisivo test della teoria di **Darwin dell'evoluzione**

| | Err- α |
|-------|--|
| Human | GCCTGGCCGAAAATCTCTCCCGCGCGCC TGACCTTGGGTTGCCCCAGCCA |
| Mouse | -----AAGCCTGTGGCGCGC- CGTGACCTTGGGCTGCCCCAGGCG |
| Rat | -----AAGTTTCT---CTGC-C TGACCTTGGGTTGCCCCAGGCG |
| Dog | GGCTGC----AGACCTGCCCTGAGGGA TGACCTTGGGCGGCCGAGCGG |
| | * * * ***** ** * |

Evoluzione e mutazioni

- **Idea guida: usare la conservazione evolutiva come indicatore dell'importanza funzionale di una sequenza**

Le cosiddette regioni “**Ultraconservate**” sono state protette dalle mutazioni per centinaia di milioni di anni e sono quindi condivise praticamente senza modifiche da tutti i vertebrati. Molto probabilmente queste sequenze hanno un ruolo funzionale di importanza cruciale

Cercando regioni di questo tipo si possono trovare le **regioni che controllano la regolazione genica**: il “manuale di istruzioni” del nostro genoma.

Uomini e Scimmie

The screenshot shows the Ensembl genome browser interface. The main content area is divided into several sections:

- Use Ensembl to...:** Run a BLAST search, Search Ensembl, Data mining [BioMart], Upload your own data, Export data, Download data.
- Docs and downloads:** Information, What's New, About Ensembl, Ensembl data, Software.
- Other links:** Home, Sitemap, Vega, Pre/Pre Ensembl, View previous release of page in Archive! (with dates from v36 Dec 2005 to v27 Dec 2004).
- What's New in Ensembl 37:** New mosquito assembly and genebuild (*Anopheles gambiae*), New *Xenopus* assembly and genebuild (*Xenopus tropicalis*), New *Ciona* assembly and genebuild (*Ciona intestinalis*), TranscriptSNPView (*Mus musculus*), GeneSeqalignView (all species).
- Mammalian genomes:** *Homo sapiens* (NGb05 | Vega | *pre!*), *Pan troglodytes* (PanTro 1.0), *Macaca mulatta* (MMUL 0.1), *Mus musculus* (NCBI m34 | Vega | *pre!*), *Rattus norvegicus* (RnSC 3.4), *Oryctolagus cuniculus* (Pre! NEW! RABBIT), *Canis familiaris* (CanFam 1.0 | Vega | *pre!*), *Bos taurus* (Btau 2.0), *Dasypris novemcinctus* (Pre! NEW! ARMA), *Loxodonta africana* (Pre! BROAD E1), *Echinops telfairi* (Pre! NEW! TENREC), *Monodelphis domestica* (MonDom 2.0).
- Other species:** *Gallus gallus* (WASHUC 1), *Xenopus tropicalis* (UPDATED! JGI 4), *Danio rerio* (Zv5 | Vega), *Fugu rubripes* (FUGU 4.0), *Tetraodon nigroviridis* (TETRAODON 7), *Ciona intestinalis* (UPDATED! JGI2), *Ciona savignyi* (Pre! CSAV 2.0), *Drosophila melanogaster* (BDGP 4), *Anopheles gambiae* (UPDATED! AgamP3), *Aedes aegypti* (Pre! AEDES 1), *Apis mellifera* (Amel 2.0), *Caenorhabditis elegans* (UPDATED! WS 150), *Saccharomyces cerevisiae* (SGD 1).

Red lines connect the *Homo sapiens* and *Pan troglodytes* entries in the 'Mammalian genomes' section to the 'nature' magazine cover on the right.



96% del genoma umano coincide con quello dello scimpanzè. La maggior parte delle differenze sono non codificanti

Uomini e Scimmie

Problema: Uomini e Scimmie sono troppo simili a livello genetico!!

- **Idea: usare la conservazione evolutiva alla rovescia! Cercare una sequenza **ultraconservata** in tutti i vertebrati e mutata solo in uomo**

Una di queste regioni è mutata nella versione umana del gene FOXP2 !

FOXP2

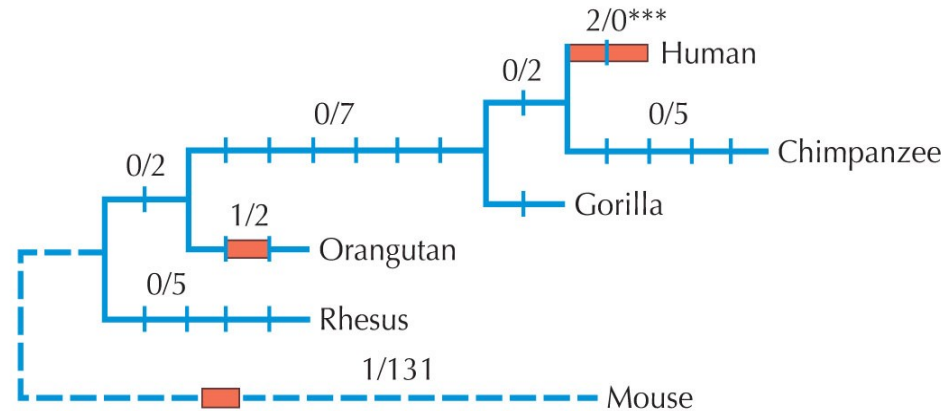
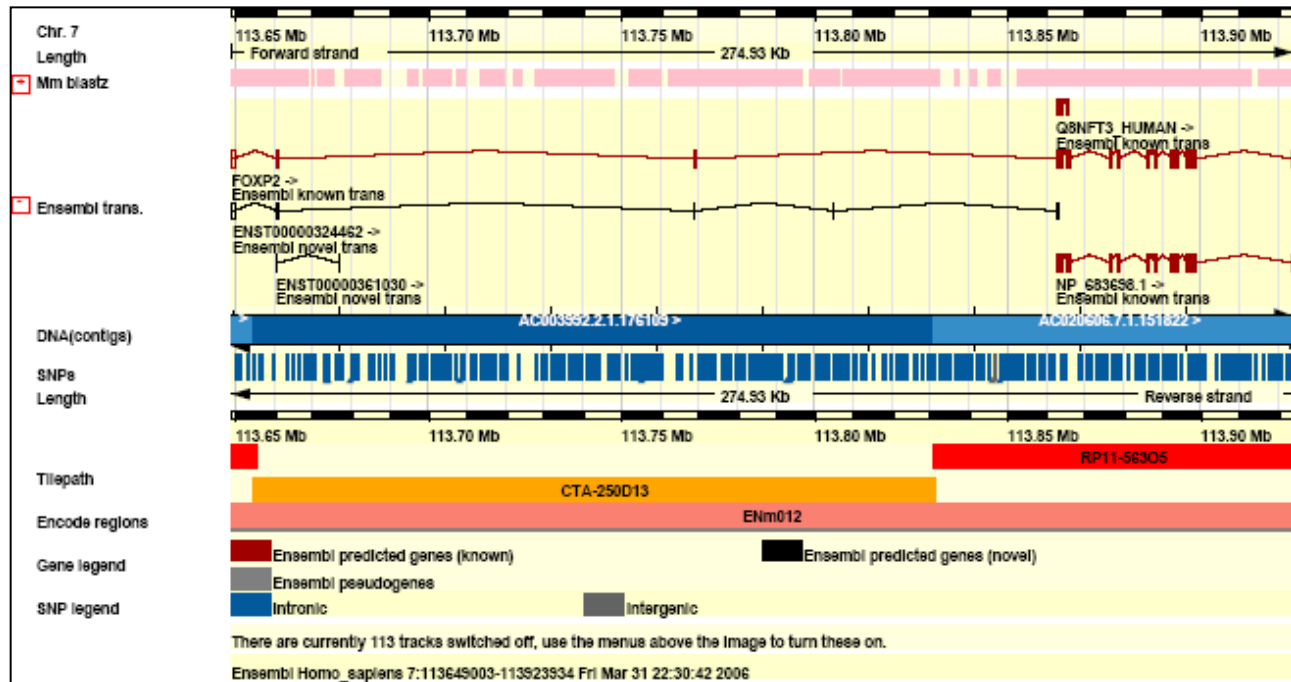


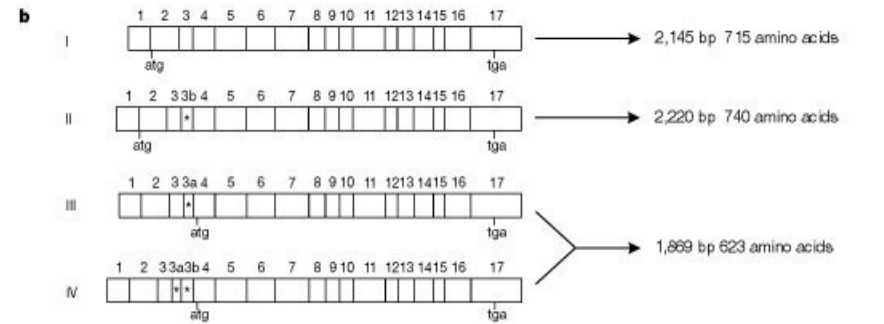
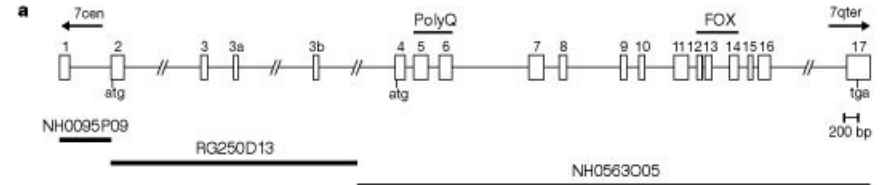
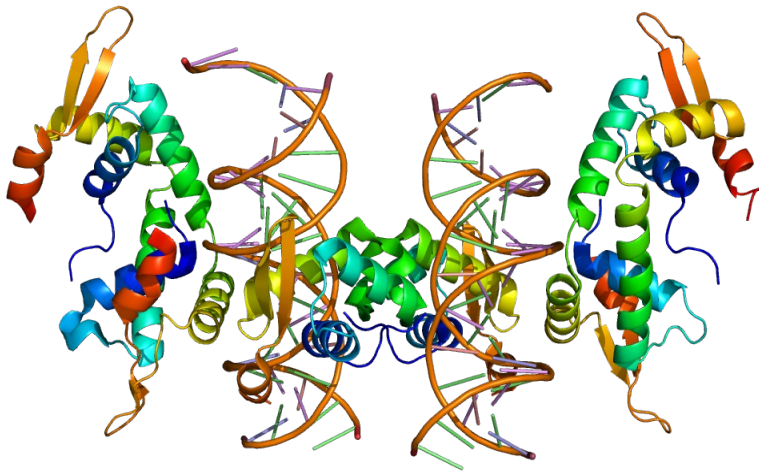
FIGURE 25.27. The *FOXP2* gene is the first gene identified that carries a mutation that causes a specific language deficit in humans. The silent and replacement nucleotide substitutions in this gene as mapped on a primate phylogeny are shown. (Red bars) Amino acid changes; (blue tick marks) nucleotide changes. Data suggest that the *FOXP2* gene has been the target of selection during recent human evolution after the separation of the human lineage from the common ancestor with the chimpanzee. Numbers show how many nonsynonymous/synonymous changes have occurred along each branch.

25.27, adapted from Enard W. et al., *Nature* **418**: 869–872, © 2002 Macmillan, www.nature.com

FOXP2 !!

Mutazioni (SNPs) nel gene FOXP2 sono associate a gravi alterazioni della parola.





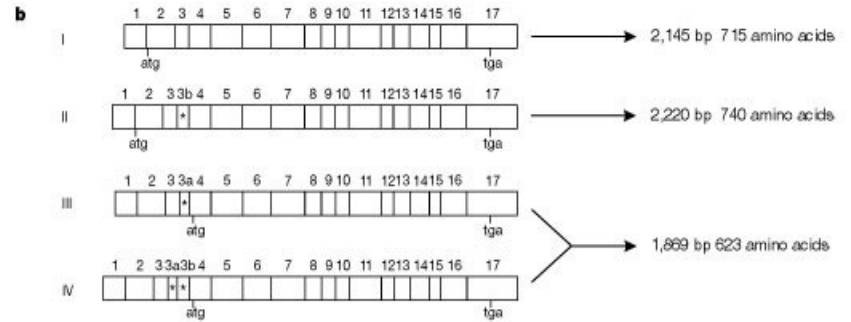
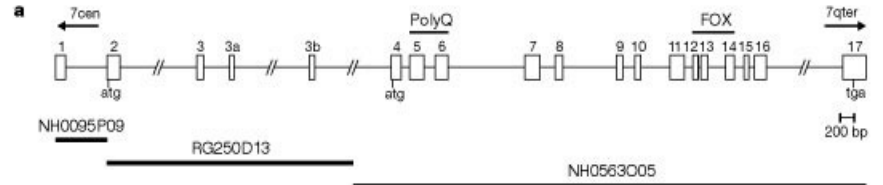
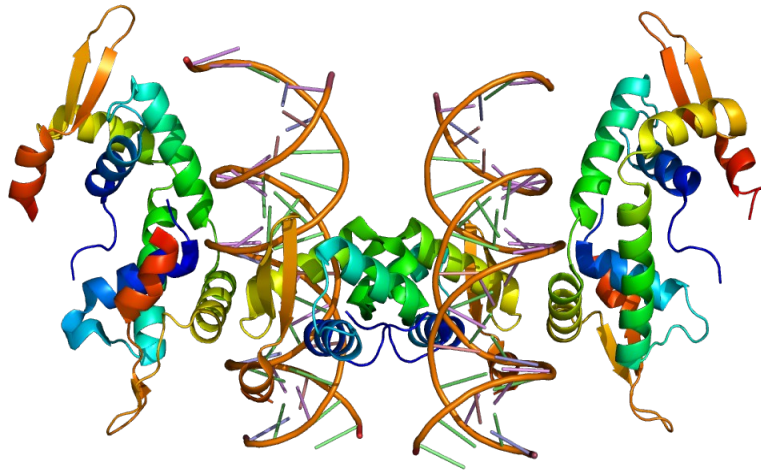
c

```

FOXP2 MMQESATETISNSMNGMSTLSSQLDAGS-RDGRSSGDTSS-EVSTVELLHLQCCQ--ALQAAQQLLQCCQ----TSGLLSPKSSDKQRFQVPSVA 92
FOXP1 MMQES TET SN S QNG + L+ G R+GRS+G+T ++ +L H CCCC ALQ ARQLLLQCCQ SGLKSPK +DKQ LQVPSVA 100
FOXP2 MMT PQVITPQQMQLLCCQVLSFQQLGALLQQQAVMLCCQQLCEFYKQGEQLHLQL QQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQ 192
FOXP1 MMT PQVITPQQMQLLCCQVLSFQQLGALLQQQAVMLCCQQLCEFYKQGEQLHLQL QQQ QQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQ 163
FOXP2 FPKQAMEQQQQQQQQQQQLAAQQLVFQQLLGMQQLQQQGHLLSLQRQSLSTFPFGAALPVQSLPQAGLSPAELCQLMREVTGVSHMEDN-GIHKSELDL 291
FOXP1 GKQ KEQQQ +A QQL FQQQLLGMQQLQQQ HLLSLQRQSL++I PQQ ALP+Q L Q G+ P E+QQLWREVT H+ E+ G H LDL 254
FOXP2 TTNSS377SSMKSAPFITHHSIVNGQSIVLSARRDSSSHEETGASHTLYGHGVCMFPGCESICEDFGQFLKHLNNEHALDDRSTACQVQM2VQQL 391
FOXP1 TTTCVSSSAPSKTBLDMP---HASTNGQLSVHTPKRESLSEHEHPSHPLVGHGVCMFPGCEAVCEDFQSLKHLNNEHALDDRSTACQVQM2VQQL 351
FOXP2 EIQLSKERERLQAMTHLHNRPEKPKFPKFLNVLSSVVTMSKIMLETSPQSLPQTFTPTTAPVTPITQGSVITPASVFNVGAIRRRHCKYNIIMSS-E 490
FOXP1 ELQAKIDRELQAMTHLHVKSTEFKAAFPKFLNVLSSVVTLSK3AS3EASQSLPHTPTTPTAPLPTVQGSVITPTTSMHTVGPINRRYSDKYNVPISSAD 451
FOXP2 IAPNYEYKONAVRPPFTYATLIRQAIMESDRQLTLNEIYSWFTRTFAYFRRNAATWGNVVRHNLHLKCFVKNVWGAVVTVEVEYQKRRRSKLTG 590
FOXP1 IA N EYKONA+VRPPFTYA+LIRQAI+ES ++QLTLNEIY+WFTR FAYFRRNAATWGNVVRHNLHLKCFVKNVWGAVVTVEVE+QKRR QKI+G 551
FOXP2 SPTLVKNIPTSLGYGAALNLSQAALAESLPLLSNPLINNASSGLLQAVHEDINGSLDHDISN-GNSSPGCSQPHIHSIRVKEEFLVAEDEDCEMSL 689
FOXP1 NPSLIRNKSSSHAYCTPLNAAQLQASMAENSIPLYTTAMGNPTLGNLASAIREELNGAMEHTNSNESDSSPGRSPMCAVHPVVRKKEFLDPEEAELGSL 651
FOXP2 VTTANHSFLEDDRREIEEPLSEDL 715
FOXP1 VTTANHSF+ DR+ E+EP+ED+E
FOXP1 VTTANHSFDEHDDRDYDEPVEDEME 677

```

La versione umana di FOXP2 potrebbe essere all'origine della capacità dell' homo sapiens, unico tra tutti i primati, di articolare parole ed elaborare un linguaggio favorendo l'evoluzione di comportamenti complessi.....



c

```

FOX P2 MMQESATETISNSMNGMSTLSSQLDAGS-RDGRSSGDTSS-EVSTVELLHLCCQQ--ALQAA RQLLCCQQ----TSGLKSFKSSDKQRFQVVPVSYA 92
FOX P1 MMQES TET SN S QNG + L+ G R+GRS+G+T ++ +L H CQQQ ALQ ARQLLCCQQ SGLKSPK +DKQ LQVVPVSYA 100
FOX P2 MMT PQVITPQQMQQLCCQVLSFQQQLGALLCCQAVMLCCQQLCEFYKQGEQLHLQL CQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQQ 192
FOX P1 MMT PQVITPQQMQQLCCQVLSFQQQLG LLCCQQA+MLCCQQLCEFYKQGEQL LQL CQQ H
FOX P2 MMT PQVITPQQMQQLCCQVLSFQQQLVLLCCQQLALMLCCQQLCEFYKQGEQLQLQL CQQ-----H 163
FOX P2 FPKQAME CQQQQQQQQQQQLAAQQLVFQQLLGMQQLQQQGHLLSLQRQSLSTSPFQQAALPVQSLPQAGLSPAELCQLMREVTGVHSHEDM-GIHGSEL 291
FOX P1 GKQ KEQQQ +A QQL FQQQLLGMQQLQQQ HLLSLQRQSL++I PQQ ALP+Q L Q G+ P E+QQLWREVT H+ E+ G H LDL
FOX P2 TTNSSS77SSMTSKASPFIHHSIVNGQS SVLSARRDSSESHEETGASHTLYGHGVCMFPGCESICEDFGQFLKHLNNEHALDDRSTACQRCVMQV VQQL 391
FOX P1 TTTCVSSSAPSSTBLDMP---HASTNGQLSVHTFKRESLSHEEHFHSPLYGHGVCMFPGCEAVCEDFQSF LKHLNNEHALDDRSTACQRCVMQV VQQL 351
FOX P2 EIQLKERE RLQAMMTHLHNRPEPKFSPKFLNVLVSVTMSKIMLETSPQSLPQTPTTPTAPVTFPI TQGPSVITPASVFNVGAIRRRHSCYNIIMSS-E 490
FOX P1 ELQLAKIRE RLQAMMTHLHVKSTFKAAFPKFLNVLVSVTLSSKASSEAS PQSLPHTPTTPTAPLPTV TQGPSVITPTTSMHTVGPINRYSCKYNIIP1SSAD 451
FOX P2 IAPNYEFYKNAV RPPFFTYA LIRQAI+ES ++QLTLNEIY+WFTR FAYFRRNAATWGNVRRHLSLHKCFV RVENVKGAVVTVDEV E+QRRR QKI+G 590
FOX P1 IAQNQE FYKNAEVRPPFFTYASLIRQAILES FENQLTLNEIYNWFTRMFAYFRRNAATWGNVRRHLSLHKCFV RVENVKGAVVTVDEV E+QRRR PQKI+G 551
FOX P2 SPTLVKNIPTSLGYGAALNSLAQAALAESLPLLSNPLINNASSGLLQAVHEDINGSLDHIDSN-GNSSPGCSQPHIRSHVKEEFVIAEDEDCEMSL 689
FOX P1 NP SLIRNMQSSHAYCTPLNAA LQAQMAENSIPLYTTAMGNPTGLNLAGAIREELNGAMEHTNSNESDSSPGSPM QAVHVPVVKKEFLDPEEAELGSL 651
FOX P2 VTTANHSFLEDDRREERKPLSEDL 715
FOX P1 VTTANHSF+ DR+ E+EP+ED+E
FOX P2 VTTANHSFDEHDRDREYEPVNEIME 677
  
```



Complessità Algoritmica

- *Complicato/Complesso*:

Un problema è “complicato” ma non “complesso” se può essere risolto da un algoritmo di dimensioni finite su un computer finito in un tempo finito

“Risolvere” significa a seconda dei casi:

- **Prevedere il comportamento futuro del sistema**
- **Trovare la soluzione ottimale del problema dati i vincoli da soddisfare.**

- *Transizione P/NP.*

Esempi:

Scomposizione in numeri primi

Il problema del commesso viaggiatore

Complessità Algoritmica

Moltiplicare due numeri di k cifre richiede k^2 operazioni ma per scomporre un numero nei suoi fattori in genere bisogna provare tutte le possibilità che sono dell'ordine di 10^k .

Moltiplicare è un problema di tipo **P**: si risolve con un numero di operazioni che è un polinomio di k

Scomporre è un problema di tipo **NP** (**P**olinomiale su una macchina **N**on-deterministica) : si risolve facendo un numero esponenziale di tentativi, ognuno dei quali è polinomiale in k .

Su questa differenza si basano gli algoritmi di *crittografia a chiave aperta*

Complessità Algoritmica

Il problema del commesso viaggiatore

Trovare la più vicina tra k città che devo visitare è un problema di tipo **P**: bastano k operazioni.

Trovare la traiettoria che mi permette di visitare tutte e k le città percorrendo meno strada possibile è **NP**:

Devo controllare tutte le $k!$ possibili traiettorie.

Questo è il prototipo dei **problemi di ottimizzazione** tipici della complessità algoritmica.

Il Problema del commesso Viaggiatore

