8 FUNCIONES LINEALES

Una vez estudiado el concepto de función en la unidad anterior, esta unidad se centra en el estudio de las funciones cuya gráfica es una línea recta. Comenzamos la unidad estudiando las funciones de proporcionalidad directa, su representación y su expresión algebraica. El siguiente epígrafe trabaja la pendiente de este tipo de funciones. La unidad continúa con el estudio de dos funciones cuya gráfica también es una línea recta: las funciones constantes y las funciones con una expresión del tipo: $y = ax + b$. La unidad se cierra con una aplicación de este tipo de funciones. Se trabajan las funciones definidas a trozos, en las que cada trozo, a su vez, es una función lineal distinta. De estas funciones, se estudia la representación y la búsqueda de su expresión algebraica. La metodología utilizada en el aula debe permitir a los alumnos el desarrollo y adquisición de la competencia matemática y también del resto de competencias clave. Por esta razón, se presentan en la unidad secciones en las que cobra especial importancia el trabajo de dichas competencias.

Comunicación lingüística (CL)

Es una de las protagonistas de toda la unidad, teniendo más importancia en las secciones Matemáticas vivas y Funciones en los medios de comunicación.

Competencia digital (CD)

Se integra a lo largo de la unidad haciendo partícipes a los alumnos de las ventajas que tiene recurrir a los medios informáticos para comprender determinados contenidos relacionados con las funciones lineales.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)

Se desarrolla a lo largo de toda la unidad y especialmente en la sección Matemáticas vivas donde, partiendo de una situación cotidiana como es el estudio de tarifas de diferentes compañías teléfonicas, los alumnos profundizarán en las aplicaciones de las funciones lineales.

Competencias sociales y cívicas (CSC)

La consideración de distintas implicaciones en el tema de estudio contribuye a su preparación como ciudadanos informados.

Competencia aprender a aprender (CAA)

En toda la unidad se considera la necesidad de potenciar en los alumnos su espíritu crítico potenciando el pensamiento creativo. La puesta en común de los distintos trabajos constituye una ocasión para la integración de conocimientos adquiridos por distintas vías así como para el análisis y la comparación de distintas formas de abordar un mismo objetivo.

Competencia sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE)

La unidad contiene un gran número de problemas y la resolución de los mismos contribuye a fomentar la autonomía e iniciativa personal, porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre, controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones. Se desarrolla especialmente en varias de las últimas actividades de cada sección (Investiga o Desafío).

El tiempo previsto para el desarrollo de la unidad es de tres semanas, aunque deberá adaptarse a las necesidades de los alumnos, ya que hay que tener en cuenta el tiempo necesario para la exposición de los trabajos.

Objetivos

Los objetivos que los alumnos tienen que alcanzar son:

- Identificar y representar funciones de proporcionalidad directa.
- Hallar e interpretar la pendiente de una recta.
- Reconocer y dibujar funciones constantes.
- Hallar la ecuación de rectas paralelas a cada uno de los ejes de coordenadas.
- Representar funciones lineales comprendiendo el significado de la pendiente y la ordenada en el origen.
- Identificar funciones definidas con varias funciones lineales.
- Escribir la expresión algebraica de una función con tramos lineales.

Atención a la diversidad

Con el fin de atender los distintos ritmos de aprendizaje de los alumnos, se proponen, algunas **actividades de refuerzo y de ampliación** que podrán utilizarse como alternativa o complemento a las que figuran en el libro del alumno. Se establecen actividades diferenciadas a modo de fichas de trabajo que pueden servir como **adaptación curricular** para los casos en que fuera necesario.

Material complementario

En el material complementario **Comprende y resuelve problemas** se proponen actividades para trabajar la comprensión y la resolución de problemas relacionadas con el estudio de las funciones lineales.

Por otra parte, el material complementario **Practica**+ cuenta con un repaso de los contenidos y procedimientos estudiados sobre las funciones lineales y su representación, y se proponen nuevas actividades para repasar y afianzar dichos contenidos.

Además, para ayudar a los alumnos a comprender y practicar conceptos relacionados con las funciones lineales y su representación pueden acceder a las lecciones 1059, 1312, 1314 y 7001 de la web www.mismates.es.

PROGRAMACIÓN DE LA UNIDAD

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	Relación de actividades del libro del alumno	Competencias clave
Funciones de proporcionalidad directa	1. Identificar funciones de proporcionalidad directa.	1.1. Reconoce funciones de proporcionalidad directa. 1.2. Construye la gráfica de una función de proporcionalidad directa a partir de una tabla, enunciado o ecuación. 1.3. Obtiene la expresión analítica de una función de proporcionalidad directa.	1-8 36 1-5 36-38 F1 1-3, 6, 7 36, 39	CMCT CD CL CSC CAA CSIEE
Pendiente de una recta	2. Determinar la pendiente de una función de proporcionalidad directa tanto gráfica como analíticamente.	2.1. Identifica y halla la pendiente de una función de proporcionalidad directa.	9-15	CMCT CL CSC CAA CSIEE
Funciones constantes Rectas paralelas a los ejes de coordenadas	3. Reconocer funciones constantes, derivadas de tablas, gráficas o enunciados.	3.1. Identifica funciones constantes. 3.2. Obtiene la ecuación de una función constante. 3.3. Representa una función constante.	16-23 40, 41 16, 18, 20, 21, 23, 40, 41, 43, 45 16, 17, 19 40-42, 44	CMCT CD CL CSC CAA CSIEE
Funciones lineales	4. Reconocer funciones lineales. 5. Comprender el significado de pendiente y ordenada en el origen en funciones lineales.	4.1. Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación, enunciado o de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de una recta. 5.1. Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica, enunciado o tabla de valores.	24-27 46-49 51-56 F2 24, 25, 28, 29 46, 47, 50	CMCT CD CL CSC CAA CSIEE
Aplicaciones de las funciones lineales	6. Describir y modelizar relaciones de la vida cotidiana mediante funciones lineales.	6.1. Estudia situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica y maneja el modelo matemático funcional (lineal) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.	30-35 57-62 Matemáticas vivas	CMCT CD CL CSC CAA CSIEE

MAPA DE CONTENIDOS DE LA UNIDAD

PARA EL PROFESOR

- Actividades de Refuerzo
  Actividades de Ampliación
- Propuesta de Evaluación A
  Propuesta de Evaluación B
- Adaptación curricular

MATERIAL COMPLEMENTARIO

- *Comprende y resuelve problemas*
- *Practica+*
- **MisMates.es**
  Lecciones 1059, 1312, 1314 y 7001 de la web mismates.es

CONTENIDOS

Presentación de la unidad
Ideas previas
Repasa lo que sabes

1. Funciones de proporcionalidad directa

2. Pendiente de una recta

3. Funciones constantes
- Rectas paralelas a los ejes de coordenadas

4. Funciones lineales

5. Aplicaciones de las funciones lineales

¿Qué tienes que saber?
- Funciones de proporcionalidad directa
- Pendiente
- Funciones constantes
- Funciones lineales

Actividades finales

Matemáticas vivas
Telefonía móvil
- Estudio de diferentes tarifas de compañías de telefonía móvil

Avanza
Ecuaciones de una recta
- Funciones en los medios de comunicación

PARA EL ALUMNO

- Matemáticas en el día a día
  Contenido WEB. Medalla Fields
- **GeoGebra.** Función de proporcionalidad directa
- **GeoGebra.** Rectas paralelas a los ejes
- **GeoGebra.** Función lineal
- **Vídeo.** Funciones lineales
- **Actividades interactivas**
- **Trabajo cooperativo**
  Tarea cuya estrategia es *Búsqueda de información,* de Mel Silberman

8

FUNCIONES LINEALES

IDEAS PREVIAS

- Magnitudes directamente proporcionales.
- Ecuaciones de primer grado.
- Representación de puntos en el plano.
- Valor numérico de una expresión algebraica.

Existen numerosas situaciones en las que la gráfica de una función es una recta; su pendiente nos ofrece información sobre su inclinación.

Un ejemplo lo encontramos cuando viajamos por zonas montañosas. En este caso es normal ver señales que nos informan de la pendiente de la carretera, considerando ese tramo de la carretera como una recta. Así, una pendiente del 10 % significa que salvamos 10 m de desnivel por cada 100 m de avance en horizontal.

REPASA LO QUE SABES

1. Decide si estas magnitudes son directamente proporcionales.
   a) El peso de una persona y su altura.
   b) El número de kilos de azúcar y el precio que hay que pagar.
   c) La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro.
2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.
   a) $6 = 2x$　c) $-5 = -3x$
   b) $14 = -7x$　d) $-2 = 8x$
3. Representa estos puntos en el plano.
   $A(3, 0)$　$C(0, -4)$　$E(2, -3)$
   $B(-3, -4)$　$D(-1, 4)$　$F(3, 1)$
4. Halla el valor numérico de la expresión algebraica $3x - 4$ para los valores propuestos.
   a) 3　b) −2　c) 0　d) −1

MATEMÁTICAS EN EL DÍA A DÍA

ma2e28

La medalla Fields es el reconocimiento más famoso y prestigioso en el ámbito de las matemáticas. Este premio se concede cada 4 años a un matemático con menos de 40 años que haya desarrollado un trabajo sobresaliente en esta ciencia.

153

Sugerencias didácticas

La unidad comienza analizando el concepto de pendiente mediante un ejemplo conocido por los alumnos: la pendiente de la carretera. La mayoría de ellos reconocen la señal que aparece en la foto de la entrada. Con ella, podemos establecer un debate sobre qué significa y utilizar las respuestas para introducir el concepto de pendiente de una recta.

Una vez introducida esta idea, tenemos que intentar enlazar lo estudiado en la unidad anterior sobre funciones con el estudio que vamos a comenzar en esta unidad: las funciones cuya representación gráfica es una recta.

Contenido WEB. MEDALLA FIELDS

En la sección Matemáticas en el día a día se introduce un recurso TIC para complementar la página de inicio con información relativa a la unidad. En este caso se presenta la medalla Fields, el premio equivalente al premio Nobel en el ámbito de las matemáticas. Puede utilizarse para motivar a los alumnos antes de comenzar a trabajar la unidad o como ampliación para aquellos alumnos que muestren un interés especial.

Repasa lo que sabes

Soluciones de las actividades

1. Decide si estas magnitudes son directamente proporcionales.

a) El peso de una persona y su altura.

b) El número de kilos de azúcar y el precio que hay que pagar.

c) La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro.

a) No, al doble de peso no le corresponde el doble de altura.

b) Sí, al doble de kilos de azúcar le corresponde el doble de precio.

c) Sí, al doble de longitud del lado le corresponde el doble de perímetro.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $6 = 2x$　**b)** $14 = -7x$　**c)** $-5 = -3x$　**d)** $-2 = 8x$

a) $\frac{6}{2} = x \rightarrow x = 3$　b) $\frac{14}{-7} = x \rightarrow x = -2$　c) $\frac{-5}{-3} = x \rightarrow x = \frac{5}{3}$　d) $\frac{-2}{8} = x \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

3. Representa estos puntos en el plano.

$A(3, 0)$　$B(-3, -4)$　$C(0, -4)$　$D(-1, 4)$　$E(2, -3)$　$F(3, 1)$

Comprobar que los alumnos sitúan correctamente los puntos en el plano.

4. Halla el valor numérico de la expresión algebraica $3x - 4$ para los valores propuestos.

a) 3　**b)** −2　**c)** 0　**d)** −1

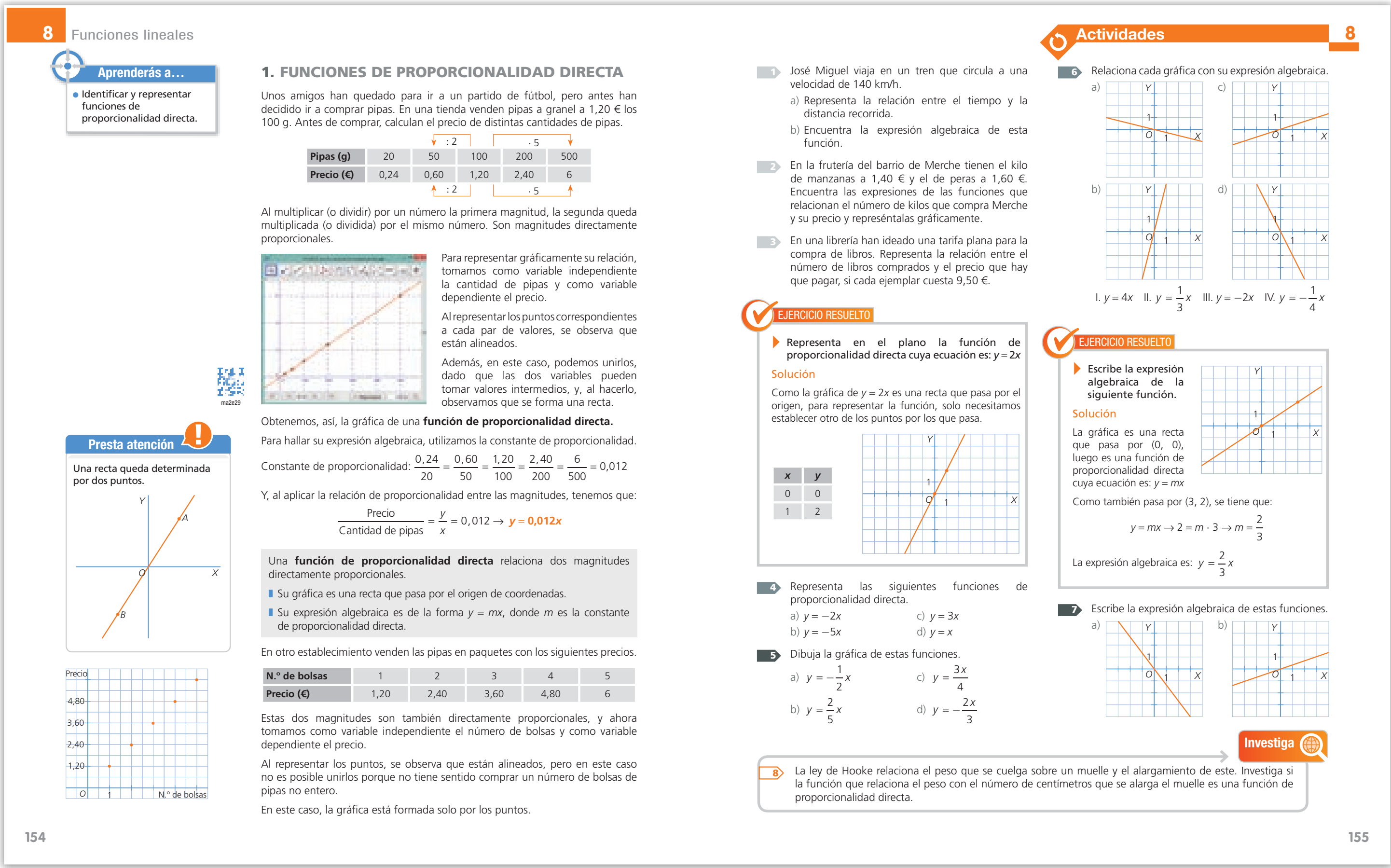
a) $3 \cdot 3 - 4 = 9 - 4 = 5$

b) $3 \cdot (-2) - 4 = -6 - 4 = -10$

c) $3 \cdot 0 - 4 = -4$

d) $3 \cdot (-1) - 4 = -3 - 4 = -7$

1. Funciones de proporcionalidad directa



Aprenderás a…

- Identificar y representar funciones de proporcionalidad directa.

1. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Unos amigos han quedado para ir a un partido de fútbol, pero antes han decidido ir a comprar pipas. En una tienda venden pipas a granel a 1,20 € los 100 g. Antes de comprar, calculan el precio de distintas cantidades de pipas.

Pipas (g)	20	50	100	200	500
Precio (€)	0,24	0,60	1,20	2,40	6

Al multiplicar (o dividir) por un número la primera magnitud, la segunda queda multiplicada (o dividida) por el mismo número. Son magnitudes directamente proporcionales.

Para representar gráficamente su relación, tomamos como variable independiente la cantidad de pipas y como variable dependiente el precio.

Al representar los puntos correspondientes a cada par de valores, se observa que están alineados.

Además, en este caso, podemos unirlos, dado que las dos variables pueden tomar valores intermedios, y, al hacerlo, observamos que se forma una recta.

Obtenemos, así, la gráfica de una **función de proporcionalidad directa**.

Para hallar su expresión algebraica, utilizamos la constante de proporcionalidad.

Constante de proporcionalidad: $\frac{0,24}{20} = \frac{0,60}{50} = \frac{1,20}{100} = \frac{2,40}{200} = \frac{6}{500} = 0,012$

Y, al aplicar la relación de proporcionalidad entre las magnitudes, tenemos que:

$$\frac{\text{Precio}}{\text{Cantidad de pipas}} = \frac{y}{x} = 0,012 \rightarrow y = 0,012x$$

Una **función de proporcionalidad directa** relaciona dos magnitudes directamente proporcionales.

- Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.
- Su expresión algebraica es de la forma $y = mx$, donde m es la constante de proporcionalidad directa.

En otro establecimiento venden las pipas en paquetes con los siguientes precios.

N.º de bolsas	1	2	3	4	5
Precio (€)	1,20	2,40	3,60	4,80	6

Estas dos magnitudes son también directamente proporcionales, y ahora tomamos como variable independiente el número de bolsas y como variable dependiente el precio.

Al representar los puntos, se observa que están alineados, pero en este caso no es posible unirlos porque no tiene sentido comprar un número de bolsas de pipas no entero.

En este caso, la gráfica está formada solo por los puntos.

Presta atención

Una recta queda determinada por dos puntos.

Actividades

1. José Miguel viaja en un tren que circula a una velocidad de 140 km/h.
   a) Representa la relación entre el tiempo y la distancia recorrida.
   b) Encuentra la expresión algebraica de esta función.

2. En la frutería del barrio de Merche tienen el kilo de manzanas a 1,40 € y el de peras a 1,60 €. Encuentra las expresiones de las funciones que relacionan el número de kilos que compra Merche y su precio y represéntalas gráficamente.

3. En una librería han ideado una tarifa plana para la compra de libros. Representa la relación entre el número de libros comprados y el precio que hay que pagar, si cada ejemplar cuesta 9,50 €.

EJERCICIO RESUELTO

Representa en el plano la función de proporcionalidad directa cuya ecuación es: $y = 2x$

Solución

Como la gráfica de $y = 2x$ es una recta que pasa por el origen, para representar la función, solo necesitamos establecer otro de los puntos por los que pasa.

x	y
0	0
1	2

4. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.
   a) $y = -2x$ c) $y = 3x$
   b) $y = -5x$ d) $y = x$

5. Dibuja la gráfica de estas funciones.
   a) $y = -\frac{1}{2}x$ c) $y = \frac{3x}{4}$
   b) $y = \frac{2}{5}x$ d) $y = -\frac{2x}{3}$

6. Relaciona cada gráfica con su expresión algebraica.

I. $y = 4x$ II. $y = \frac{1}{3}x$ III. $y = -2x$ IV. $y = -\frac{1}{4}x$

EJERCICIO RESUELTO

Escribe la expresión algebraica de la siguiente función.

Solución

La gráfica es una recta que pasa por (0, 0), luego es una función de proporcionalidad directa cuya ecuación es: $y = mx$

Como también pasa por (3, 2), se tiene que:

$$y = mx \rightarrow 2 = m \cdot 3 \rightarrow m = \frac{2}{3}$$

La expresión algebraica es: $y = \frac{2}{3}x$

7. Escribe la expresión algebraica de estas funciones.

Investiga

8. La ley de Hooke relaciona el peso que se cuelga sobre un muelle y el alargamiento de este. Investiga si la función que relaciona el peso con el número de centímetros que se alarga el muelle es una función de proporcionalidad directa.

Sugerencias didácticas

Antes de empezar la unidad, es importante recordar a los alumnos qué es una magnitud, cuándo dos magnitudes están relacionadas de forma directamente proporcional o cómo se calcula la constante de proporcionalidad directa.

Es importante hacer ver a los alumnos que este es un tipo de funciones, pero que hay muchas otras clases, que se estudiarán en cursos posteriores.

Hacer hincapié en la importancia que tiene representar bien los ejes de coordenadas, así como las escalas en ellos, para que al representar los puntos de la función quede bien definida la línea recta.

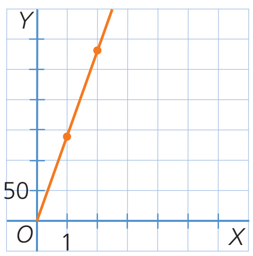
GeoGebra. FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

En el recurso se muestra la representación gráfica de una función de proporcionalidad directa. Para representar la función se utiliza el programa GeoGebra indicando los pasos a realizar por el alumno en el cuaderno. Se puede reproducir en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos repasen el procedimiento para representar funciones. El recurso puede utilizarse pulsando sobre la barra de navegación para ver paso a paso la representación, o activando el botón Reproduce de modo que la representación se realizará automáticamente sin necesidad de interacción.

Soluciones de las actividades

1. José Miguel viaja en un tren que circula a una velocidad de 140 km/h.
   a) Representa la relación entre el tiempo y la distancia recorrida.
   b) Encuentra la expresión algebraica de esta función.

a)

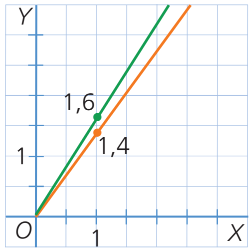


b) $y = 140x$

3 En la frutería del barrio de Merche tienen el kilo de manzanas a 1,40 € y el de peras a 1,60 €. Encuentra las expresiones de las funciones que relacionan el número de kilos que compra Merche y su precio y represéntalas gráficamente.

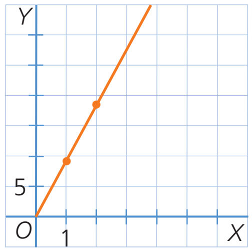
Manzanas: $y = 1{,}4x$

Peras: $y = 1{,}6x$



3 En una librería han ideado una tarifa plana para la compra de libros. Representa la relación entre el número de libros comprados y el precio que hay que pagar, si cada ejemplar cuesta 9,50 €.

$y = 9{,}5x$

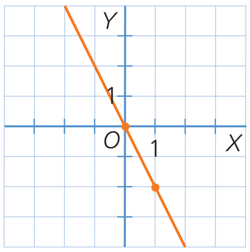


4 Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = -2x$ **b)** $y = -5x$ **c)** $y = 3x$ **d)** $y = x$

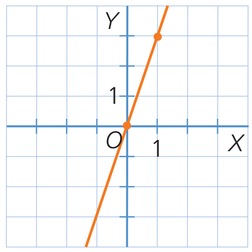
a)

x	y
0	0
1	–2



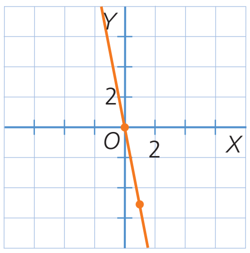
c)

x	y
0	0
1	3



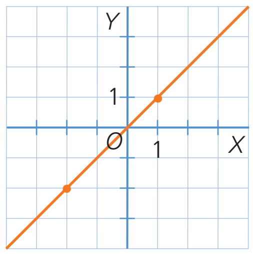
b)

x	y
0	0
1	–5



d)

x	y
1	1
–2	–2

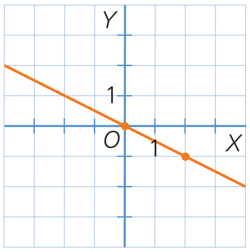


5 Dibuja la gráfica de estas funciones.

a) $y = -\frac{1}{2}x$ **b)** $y = \frac{2}{5}x$ **c)** $y = \frac{3x}{4}$ **d)** $y = -\frac{2x}{3}$

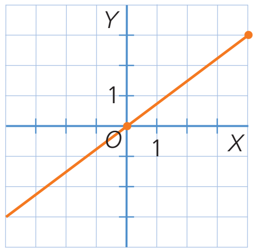
a)

x	*y*
0	0
2	–1



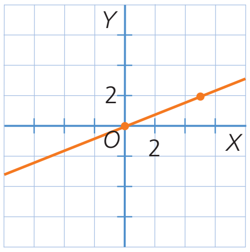
c)

x	*y*
0	0
4	3



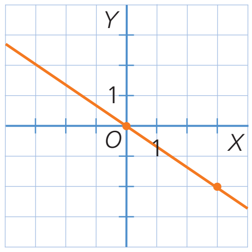
b)

x	*y*
0	0
5	2



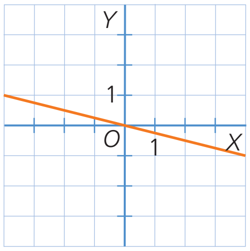
d)

x	*y*
0	0
3	–2

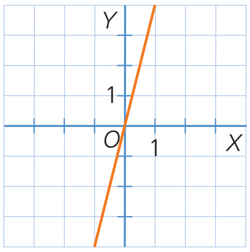


6 Relaciona cada gráfica con su expresión algebraica.

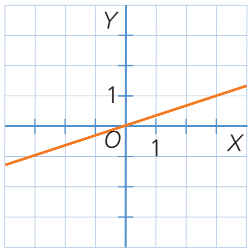
a)



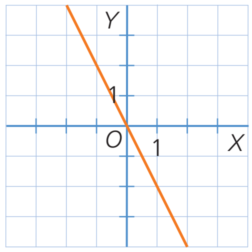
b)



c)



d)

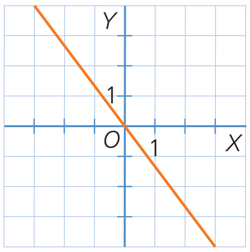


I. $y = 4x$ II. $y = \frac{1}{3}x$ III. $y = -2x$ IV. $y = -\frac{1}{4}x$

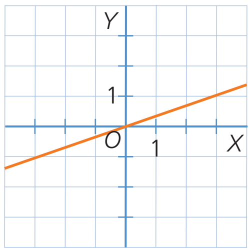
Gráfica a → IV Gráfica b → I Gráfica c → II Gráfica d → III

7 Escribe la expresión algebraica de estas funciones.

a)



b)



a) Como la gráfica pasa por el punto (0, 0), es del tipo $y = mx$. Como también pasa por el punto (3, –4), entonces:

$-4 = m \cdot 3 \rightarrow m = -\frac{4}{3} \rightarrow$ La expresión algebraica de la función es: $y = -\frac{4}{3}x$

b) Como la gráfica pasa por el punto (0, 0), es del tipo $y = mx$. Como también pasa por el punto (3, 1), entonces:

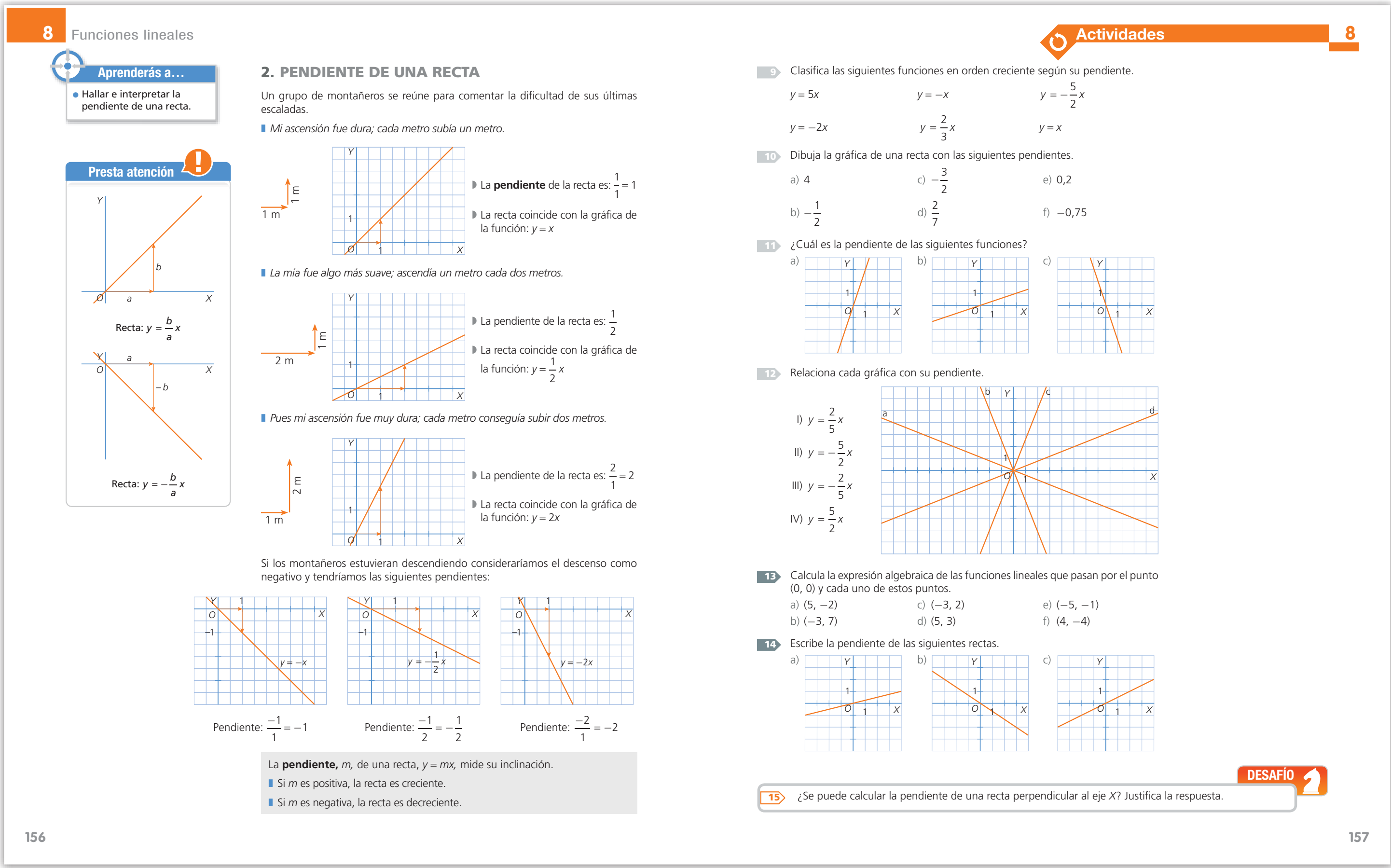
$1 = m \cdot 3 \rightarrow m = \frac{1}{3} \rightarrow$ La expresión algebraica de la función es: $y = \frac{1}{3}x$

Investiga

8 La ley de Hooke relaciona el peso que se cuelga sobre un muelle y el alargamiento de este. Investiga si la función que relaciona el peso con el número de centímetros que se alarga el muelle es una función de proporcionalidad directa.

La ley de Hooke establece que la fuerza es directamente proporcional a la distancia de compresión o estiramiento al que es sometido un resorte.

2. Pendiente de una recta



8 Funciones lineales

Aprenderás a…

- Hallar e interpretar la pendiente de una recta.

Presta atención

Recta: $y = \frac{b}{a}x$

Recta: $y = -\frac{b}{a}x$

2. PENDIENTE DE UNA RECTA

Un grupo de montañeros se reúne para comentar la dificultad de sus últimas escaladas.

- *Mi ascensión fue dura; cada metro subía un metro.*
  - La **pendiente** de la recta es: $\frac{1}{1} = 1$
  - La recta coincide con la gráfica de la función: $y = x$
- *La mía fue algo más suave; ascendía un metro cada dos metros.*
  - La pendiente de la recta es: $\frac{1}{2}$
  - La recta coincide con la gráfica de la función: $y = \frac{1}{2}x$
- *Pues mi ascensión fue muy dura; cada metro conseguía subir dos metros.*
  - La pendiente de la recta es: $\frac{2}{1} = 2$
  - La recta coincide con la gráfica de la función: $y = 2x$

Si los montañeros estuvieran descendiendo consideraríamos el descenso como negativo y tendríamos las siguientes pendientes:

Pendiente: $\frac{-1}{1} = -1$ Pendiente: $\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ Pendiente: $\frac{-2}{1} = -2$

La **pendiente,** m, de una recta, $y = mx$, mide su inclinación.

- Si m es positiva, la recta es creciente.
- Si m es negativa, la recta es decreciente.

156

Actividades 8

9 Clasifica las siguientes funciones en orden creciente según su pendiente.

$y = 5x$ $y = -x$ $y = -\frac{5}{2}x$

$y = -2x$ $y = \frac{2}{3}x$ $y = x$

10 Dibuja la gráfica de una recta con las siguientes pendientes.

a) 4 c) $-\frac{3}{2}$ e) 0,2

b) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{7}$ f) $-0,75$

11 ¿Cuál es la pendiente de las siguientes funciones?

a) b) c)

12 Relaciona cada gráfica con su pendiente.

I) $y = \frac{2}{5}x$

II) $y = -\frac{5}{2}x$

III) $y = -\frac{2}{5}x$

IV) $y = \frac{5}{2}x$

13 Calcula la expresión algebraica de las funciones lineales que pasan por el punto (0, 0) y cada uno de estos puntos.

a) (5, −2) c) (−3, 2) e) (−5, −1)

b) (−3, 7) d) (5, 3) f) (4, −4)

14 Escribe la pendiente de las siguientes rectas.

a) b) c)

DESAFÍO

15 ¿Se puede calcular la pendiente de una recta perpendicular al eje X? Justifica la respuesta.

157

Sugerencias didácticas

Puede ser interesante representar primero la diagonal del primer y tercer cuadrante, es decir, la función: $y = x$

Después, representar rectas con pendientes mayores, hasta que los alumnos identifiquen cómo va afectando el valor de m en la ecuación de la recta $y = mx$ a su inclinación.

Tras esto, es conveniente tomar valores de m entre 0 y 1, tanto en forma de fracción como en forma decimal.

Una vez representadas todas estas rectas, podemos trabajar las mismas ecuaciones, pero cambiando el valor de m por su opuesto. De esta forma, los alumnos podrán relacionar las pendientes positivas con rectas crecientes y las pendientes negativas con rectas decrecientes.

Es importante avisar a los alumnos que el estudio de la pendiente de una recta se realiza de izquierda a derecha.

Soluciones de las actividades

9 Clasifica las siguientes funciones en orden creciente según su pendiente.

$y = 5x$ $y = -2x$ $y = -x$ $y = \frac{2}{3}x$ $y = -\frac{5}{2}x$ $y = x$

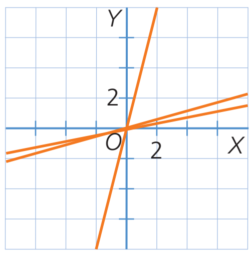
$y = -\frac{5}{2}x$ $y = -2x$ $y = -x$ $y = \frac{2}{3}x$ $y = x$ $y = 5x$

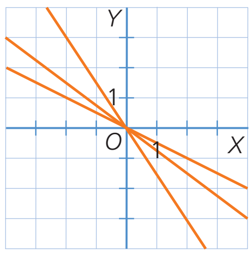
10 Dibuja la gráfica de una recta con las siguientes pendientes.

a) 4 c) $-\frac{3}{2}$ e) 0,2

b) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{7}$ f) $-0,75$

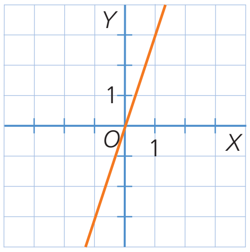
Dibujamos las rectas de pendiente positiva por un lado y, por otro, las rectas de pendiente negativa.



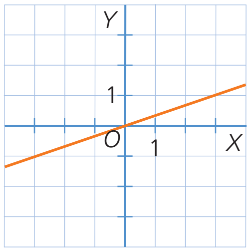


11 ¿Cuál es la pendiente de las siguientes funciones?

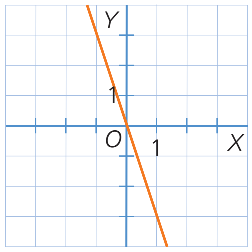
a)



b)



c)



a) Pendiente: $\frac{3}{1} = 3$

b) Pendiente: $\frac{1}{3}$

c) Pendiente: -3

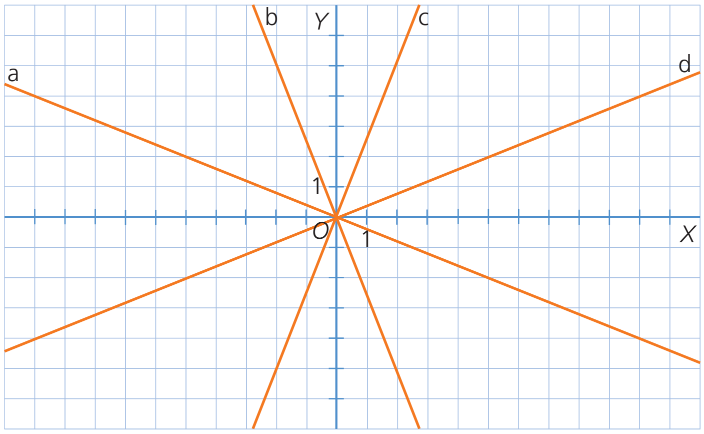
12 Relaciona cada gráfica con su pendiente.

I) $y = \frac{2}{5}x$

II) $y = -\frac{5}{2}x$

III) $y = -\frac{2}{5}x$

IV) $y = \frac{5}{2}x$



I $\rightarrow$ d II $\rightarrow$ b III $\rightarrow$ a IV $\rightarrow$ c

13 Calcula la expresión algebraica de las funciones lineales que pasan por el punto (0, 0) y cada uno de estos puntos.

a) (5, −2) **b)** (−3, 7) **c)** (−3, 2) **d)** (5, 3) **e)** (−5, −1) **f)** (4, −4)

Como todas pasan por (0, 0), son del tipo $y = mx$. Utilizamos el otro punto por el que pasan para calcular m.

a) $-2 = m \cdot 5 \rightarrow m = -\frac{2}{5} \rightarrow y = -\frac{2}{5}x$

b) $7 = m \cdot (-3) \rightarrow m = -\frac{7}{3} \rightarrow y = -\frac{7}{3}x$

c) $2 = m \cdot (-3) \rightarrow m = -\frac{2}{3} \rightarrow y = -\frac{2}{3}x$

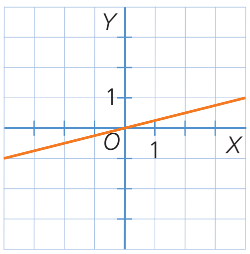
d) $3 = m \cdot 5 \rightarrow m = \frac{3}{5} \rightarrow y = \frac{3}{5}x$

e) $-1 = m \cdot (-5) \rightarrow m = \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{1}{5}x$

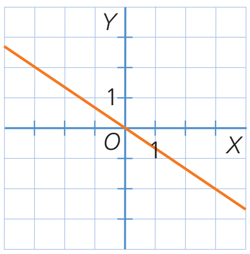
f) $-4 = m \cdot 4 \rightarrow m = -\frac{4}{4} = -1 \rightarrow y = -x$

14 Escribe la pendiente de las siguientes rectas.

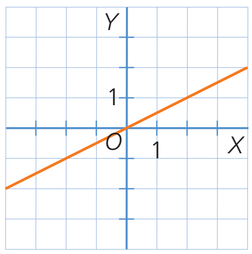
a)



b)



c)



a) Pendiente: $\frac{1}{4}$

b) Pendiente: $\frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

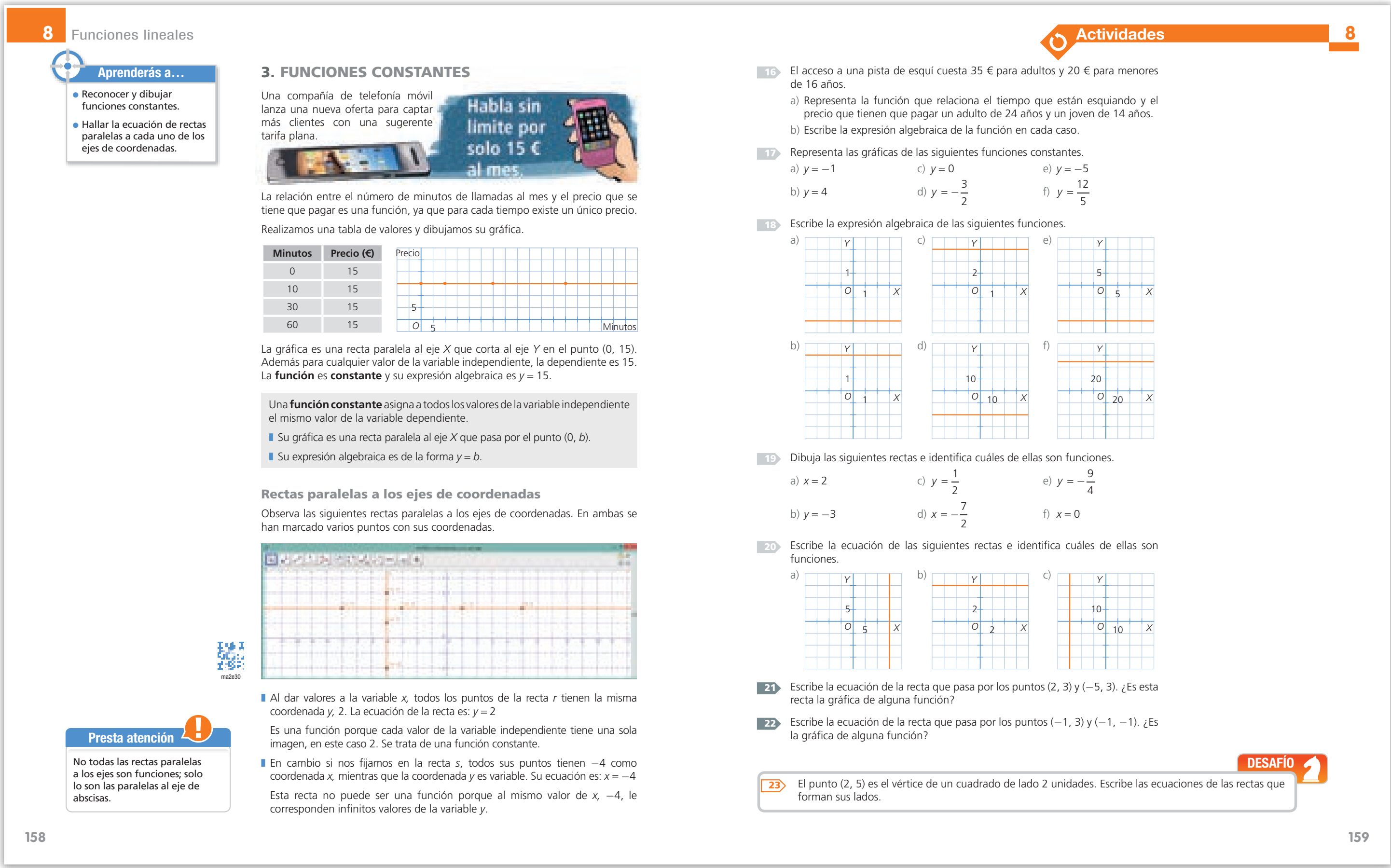
c) Pendiente: $\frac{1}{2}$

Desafío

15 ¿Se puede calcular la pendiente de una recta perpendicular al eje X? Justifica la respuesta.

No, porque avanza 0 en la X, por lo que la pendiente sería un número dividido entre 0.

3. Funciones constantes


8 Funciones lineales

Aprenderás a…

- Reconocer y dibujar funciones constantes.
- Hallar la ecuación de rectas paralelas a cada uno de los ejes de coordenadas.

3. FUNCIONES CONSTANTES

Una compañía de telefonía móvil lanza una nueva oferta para captar más clientes con una sugerente tarifa plana.

La relación entre el número de minutos de llamadas al mes y el precio que se tiene que pagar es una función, ya que para cada tiempo existe un único precio.

Realizamos una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

Minutos	Precio (€)
0	15
10	15
30	15
60	15

La gráfica es una recta paralela al eje X que corta al eje Y en el punto (0, 15). Además para cualquier valor de la variable independiente, la dependiente es 15. La **función** es **constante** y su expresión algebraica es $y = 15$.

Una **función constante** asigna a todos los valores de la variable independiente el mismo valor de la variable dependiente.

- Su gráfica es una recta paralela al eje X que pasa por el punto $(0, b)$.
- Su expresión algebraica es de la forma $y = b$.

Rectas paralelas a los ejes de coordenadas

Observa las siguientes rectas paralelas a los ejes de coordenadas. En ambas se han marcado varios puntos con sus coordenadas.

ma2e30

- Al dar valores a la variable x, todos los puntos de la recta r tienen la misma coordenada y, 2. La ecuación de la recta es: $y = 2$

  Es una función porque cada valor de la variable independiente tiene una sola imagen, en este caso 2. Se trata de una función constante.
- En cambio si nos fijamos en la recta s, todos sus puntos tienen -4 como coordenada x, mientras que la coordenada y es variable. Su ecuación es: $x = -4$

  Esta recta no puede ser una función porque al mismo valor de x, -4, le corresponden infinitos valores de la variable y.

Presta atención

No todas las rectas paralelas a los ejes son funciones; solo lo son las paralelas al eje de abscisas.

158

Actividades 8

16 El acceso a una pista de esquí cuesta 35 € para adultos y 20 € para menores de 16 años.

a) Representa la función que relaciona el tiempo que están esquiando y el precio que tienen que pagar un adulto de 24 años y un joven de 14 años.

b) Escribe la expresión algebraica de la función en cada caso.

17 Representa las gráficas de las siguientes funciones constantes.

a) $y = -1$ c) $y = 0$ e) $y = -5$

b) $y = 4$ d) $y = -\frac{3}{2}$ f) $y = \frac{12}{5}$

18 Escribe la expresión algebraica de las siguientes funciones.

19 Dibuja las siguientes rectas e identifica cuáles de ellas son funciones.

a) $x = 2$ c) $y = \frac{1}{2}$ e) $y = -\frac{9}{4}$

b) $y = -3$ d) $x = -\frac{7}{2}$ f) $x = 0$

20 Escribe la ecuación de las siguientes rectas e identifica cuáles de ellas son funciones.

21 Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 3) y (−5, 3). ¿Es esta recta la gráfica de alguna función?

22 Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (−1, 3) y (−1, −1). ¿Es la gráfica de alguna función?

DESAFÍO

23 El punto (2, 5) es el vértice de un cuadrado de lado 2 unidades. Escribe las ecuaciones de las rectas que forman sus lados.

159

Sugerencias didácticas

Es aconsejable dibujar primero varias funciones constantes, algunas con valores positivos y otras con valores negativos. Previamente, hay que crear una tabla de valores para que los alumnos comprendan que no es necesaria esta tabla para representar estas funciones. Ya se sabe cómo va a ser su representación sin hallar ningún valor.

Hay que hacer hincapié en la idea de que las rectas de la forma $x = b$ no son funciones. También es importante recalcar que la rectas $y = 0$ representan el eje X y las rectas $x = 0$ representan el eje Y.

GeoGebra. RECTAS PARALELAS A LOS EJES

Este recurso puede utilizarse en clase para complementar la explicación de esta página. Los puntos colocados sobre las rectas pueden moverse para comprobar que su abscisa o su ordenada se mantienen constantes.

También puede servir para que los alumnos investiguen las propiedades de las rectas paralelas a los ejes o para que las repasen más tarde.

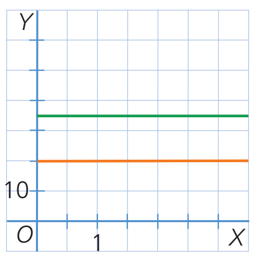
Soluciones de las actividades

16 El acceso a una pista de esquí cuesta 35 € para adultos y 20 € para menores de 16 años.

a) Representa la función que relaciona el tiempo que están esquiando y el precio que tienen que pagar un adulto de 24 años y un joven de 14 años.

b) Escribe la expresión algebraica de la función en cada caso.

a)



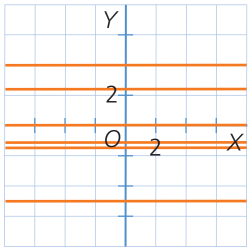
b) Adulto: $y = 35$

Joven: $y = 20$

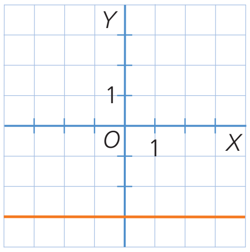
17 Representa las gráficas de las siguientes funciones constantes.

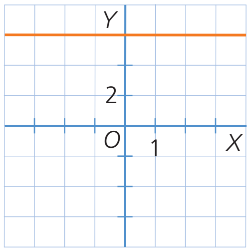
a) $y = -1$ c) $y = 0$ e) $y = -5$

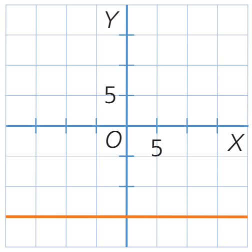
b) $y = 4$ d) $y = -\dfrac{3}{2}$ f) $y = \dfrac{12}{5}$

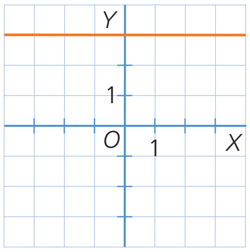


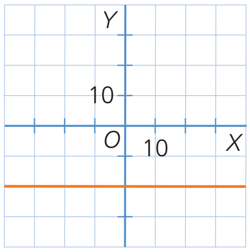
18 Escribe la expresión algebraica de las siguientes funciones.

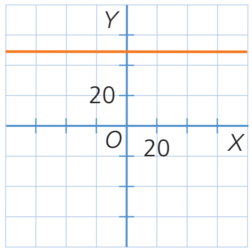
a)


c)


e)


b)


d)


f)


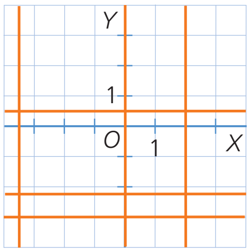
a) $y = -3$ b) $y = 3$ c) $y = 6$ d) $y = -20$ e) $y = -15$ f) $y = 50$

19 Dibuja las siguientes rectas e identifica cuáles de ellas son funciones.

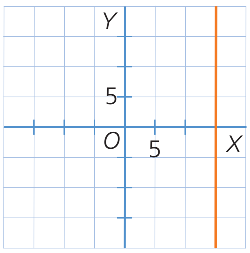
a) $x = 2$ c) $y = \dfrac{1}{2}$ e) $y = -\dfrac{9}{4}$

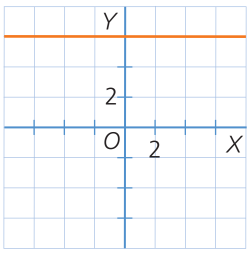
b) $y = -3$ d) $x = -\dfrac{7}{2}$ f) $x = 0$

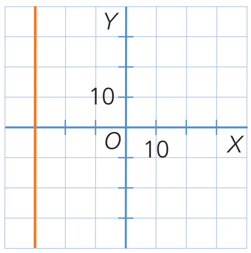
Son funciones los apartados **b)**, **c)** y **e)**.



20 Escribe la ecuación de las siguientes rectas e identifica cuáles de ellas son funciones.

a)


b)


c)


a) $x = 15$

b) $y = 6$

c) $x = -30$

La única recta que es función es la correspondiente al apartado **b)**.

21 Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 3) y (−5, 3). ¿Es esta recta la gráfica de alguna función?

La ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 3) y (−5, 3) es $y = 3$. Es la gráfica de una función.

22 Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (−1, 3) y (−1, −1). ¿Es la gráfica de alguna función?

La ecuación de la recta que pasa por los puntos (−1, 3) y (−1, −1) es $x = -1$. No es la gráfica de una función.

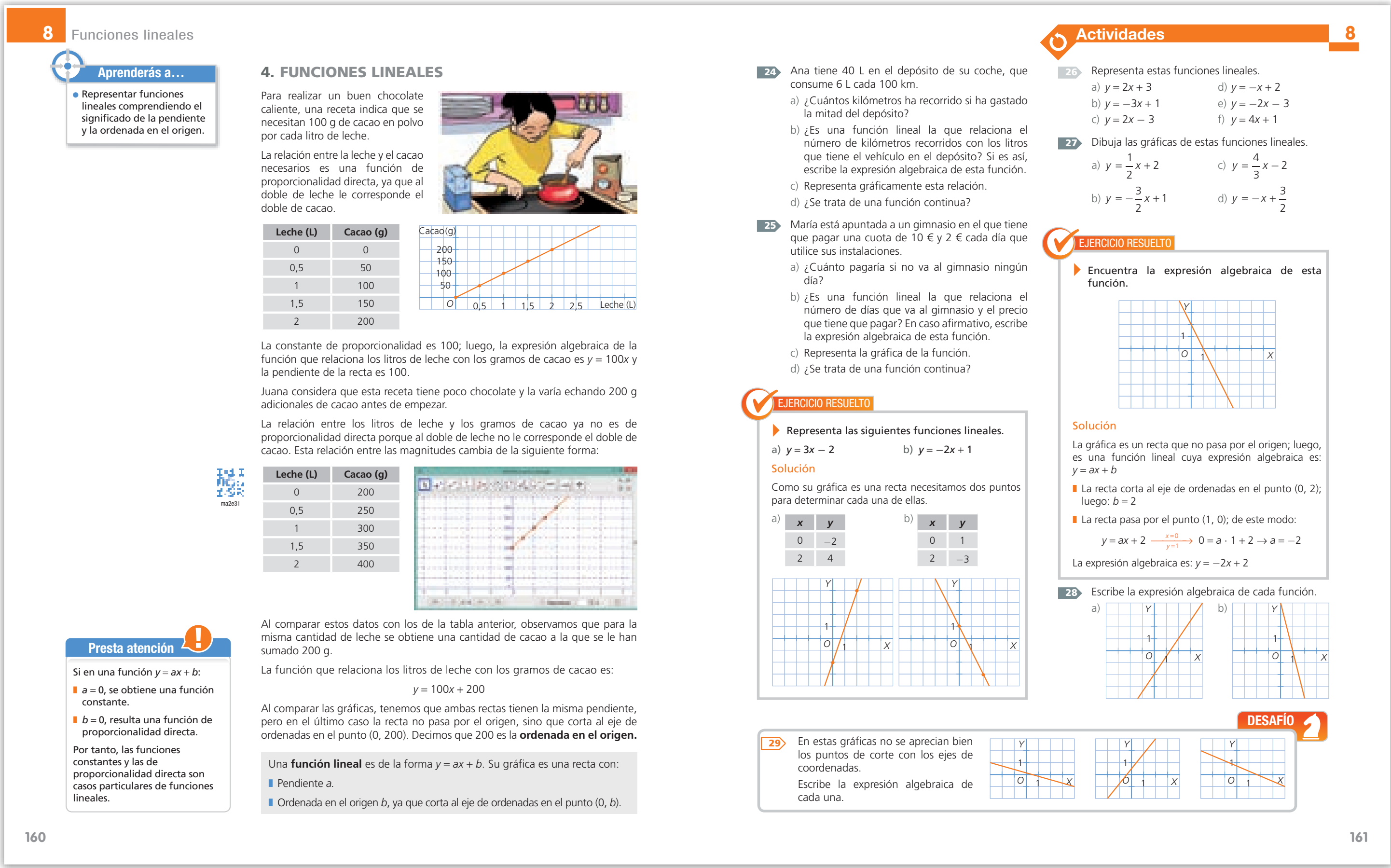
Desafío

23 El punto (2, 5) es el vértice de un cuadrado de lado 2 unidades. Escribe las ecuaciones de las rectas que forman sus lados.

Hay infinitas soluciones. Pero solo cuatro de estas soluciones tienen los lados paralelos a los ejes.

Las ecuaciones de uno de estos cuadrados serían: $x = 2$, $x = 0$, $y = 5$, $y = 3$

4. Funciones lineales


8 Funciones lineales

Aprenderás a…

- Representar funciones lineales comprendiendo el significado de la pendiente y la ordenada en el origen.

4. FUNCIONES LINEALES

Para realizar un buen chocolate caliente, una receta indica que se necesitan 100 g de cacao en polvo por cada litro de leche.

La relación entre la leche y el cacao necesarios es una función de proporcionalidad directa, ya que al doble de leche le corresponde el doble de cacao.

Leche (L)	Cacao (g)
0	0
0,5	50
1	100
1,5	150
2	200

La constante de proporcionalidad es 100; luego, la expresión algebraica de la función que relaciona los litros de leche con los gramos de cacao es $y = 100x$ y la pendiente de la recta es 100.

Juana considera que esta receta tiene poco chocolate y la varía echando 200 g adicionales de cacao antes de empezar.

La relación entre los litros de leche y los gramos de cacao ya no es de proporcionalidad directa porque al doble de leche no le corresponde el doble de cacao. Esta relación entre las magnitudes cambia de la siguiente forma:

ma2e31

Leche (L)	Cacao (g)
0	200
0,5	250
1	300
1,5	350
2	400

Al comparar estos datos con los de la tabla anterior, observamos que para la misma cantidad de leche se obtiene una cantidad de cacao a la que se le han sumado 200 g.

La función que relaciona los litros de leche con los gramos de cacao es:

$$y = 100x + 200$$

Al comparar las gráficas, tenemos que ambas rectas tienen la misma pendiente, pero en el último caso la recta no pasa por el origen, sino que corta al eje de ordenadas en el punto (0, 200). Decimos que 200 es la **ordenada en el origen.**

Una **función lineal** es de la forma $y = ax + b$. Su gráfica es una recta con:
- Pendiente a.
- Ordenada en el origen b, ya que corta al eje de ordenadas en el punto $(0, b)$.

Presta atención

Si en una función $y = ax + b$:
- $a = 0$, se obtiene una función constante.
- $b = 0$, resulta una función de proporcionalidad directa.

Por tanto, las funciones constantes y las de proporcionalidad directa son casos particulares de funciones lineales.

160

Actividades 8

24 Ana tiene 40 L en el depósito de su coche, que consume 6 L cada 100 km.
a) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido si ha gastado la mitad del depósito?
b) ¿Es una función lineal la que relaciona el número de kilómetros recorridos con los litros que tiene el vehículo en el depósito? Si es así, escribe la expresión algebraica de esta función.
c) Representa gráficamente esta relación.
d) ¿Se trata de una función continua?

25 María está apuntada a un gimnasio en el que tiene que pagar una cuota de 10 € y 2 € cada día que utilice sus instalaciones.
a) ¿Cuánto pagaría si no va al gimnasio ningún día?
b) ¿Es una función lineal la que relaciona el número de días que va al gimnasio y el precio que tiene que pagar? En caso afirmativo, escribe la expresión algebraica de esta función.
c) Representa la gráfica de la función.
d) ¿Se trata de una función continua?

EJERCICIO RESUELTO

Representa las siguientes funciones lineales.
a) $y = 3x - 2$ b) $y = -2x + 1$

Solución

Como su gráfica es una recta necesitamos dos puntos para determinar cada una de ellas.

a)

x	y
0	−2
2	4

b)

x	y
0	1
2	−3

26 Representa estas funciones lineales.
a) $y = 2x + 3$ d) $y = -x + 2$
b) $y = -3x + 1$ e) $y = -2x - 3$
c) $y = 2x - 3$ f) $y = 4x + 1$

27 Dibuja las gráficas de estas funciones lineales.
a) $y = \frac{1}{2}x + 2$ c) $y = \frac{4}{3}x - 2$
b) $y = -\frac{3}{2}x + 1$ d) $y = -x + \frac{3}{2}$

EJERCICIO RESUELTO

Encuentra la expresión algebraica de esta función.

Solución

La gráfica es un recta que no pasa por el origen; luego, es una función lineal cuya expresión algebraica es: $y = ax + b$
- La recta corta al eje de ordenadas en el punto (0, 2); luego: $b = 2$
- La recta pasa por el punto (1, 0); de este modo:

$$y = ax + 2 \xrightarrow[y=1]{x=0} 0 = a \cdot 1 + 2 \to a = -2$$

La expresión algebraica es: $y = -2x + 2$

28 Escribe la expresión algebraica de cada función.
a) b)

DESAFÍO

29 En estas gráficas no se aprecian bien los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
Escribe la expresión algebraica de cada una.

161

Sugerencias didácticas

Con este epígrafe se cierra el estudio de las funciones lineales.

Es importante primero relacionar el coeficiente de la x con el valor de la m en las funciones de proporcionalidad directa, y el término independiente con las funciones constantes.

Puede ser útil representar una función cualquiera e ir variando: primero el valor del coeficiente de la x para que los alumnos observen cómo varía la pendiente de la recta y, después, variar el valor del término independiente para que observen cómo cambia el punto de corte de la gráfica al eje de ordenadas.

GeoGebra. FUNCIÓN LINEAL

En el recurso se muestra la representación gráfica de una función lineal. Para representar la función se utiliza el programa GeoGebra indicando los pasos a realizar por el alumno en el cuaderno. Se puede reproducir en clase como apoyo a la explicación de esta página o como recurso para que los alumnos repasen el procedimiento para representar funciones.

El recurso puede utilizarse pulsando sobre la barra de navegación para ver paso a paso la representación, o activando el botón *Reproduce* de modo que la representación se realizará automáticamente sin necesidad de interacción.

Soluciones de las actividades

24 Ana tiene 40 L en el depósito de su coche, que consume 6 L cada 100 km.

a) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido si ha gastado la mitad del depósito?

b) ¿Es una función lineal la que relaciona el número de kilómetros recorridos con los litros que tiene el vehículo en el depósito? Si es así, escribe la expresión algébrica de esta función.

c) Representa gráficamente esta relación.

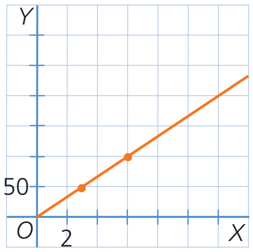
d) ¿Se trata de una función continua?

a) Ha consumido 20 L, luego ha recorrido:

$$\frac{6}{100} = \frac{20}{x} \to x = \frac{20 \cdot 100}{6} = 333{,}3 \text{ km}$$

b) Sí, su ecuación es: $y = \frac{100}{6}x$

c)



d) Sí, se trata de una función continua.

25 María está apuntada a un gimnasio en el que tiene que pagar una cuota de 10 € y 2 € cada día que utilice sus instalaciones.

a) ¿Cuánto pagaría si no va al gimnasio ningún día?

b) ¿Es una función lineal la que relaciona el número de días que va al gimnasio y el precio que tiene que pagar? En caso afirmativo, escribe la expresión algebraica de esta función.

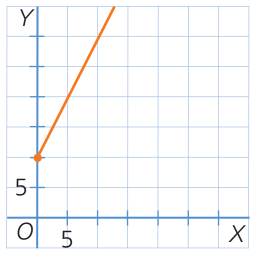
c) Representa la gráfica de la función.

d) ¿Se trata de una función continua?

a) Pagaría 10 €.

b) Sí, su ecuación es: $y = 2x + 10$

c)



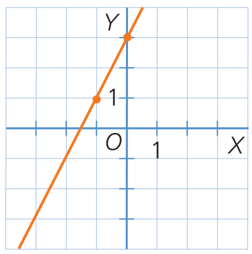
d) Sí, se trata de una función continua.

26 Representa estas funciones lineales.

a) $y = 2x + 3$ b) $y = -3x + 1$ c) $y = 2x - 3$ d) $y = -x + 2$ e) $y = -2x - 3$ f) $y = 4x + 1$

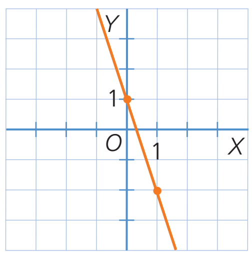
a)

x	y
0	3
−1	1



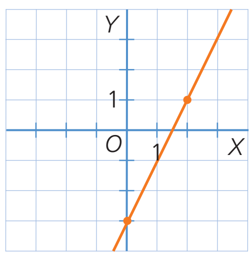
b)

x	y
0	1
1	−2



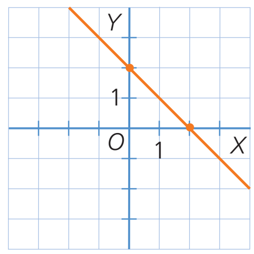
c)

x	y
0	−3
2	1



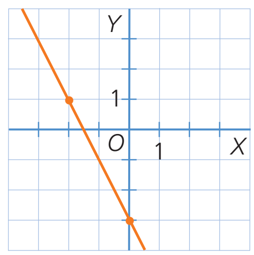
d)

x	y
0	2
2	0



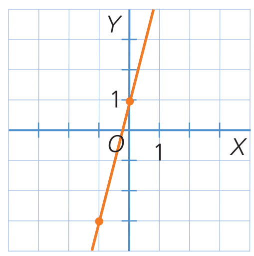
e)

x	y
0	−3
−2	1



f)

x	y
0	1
−1	−3

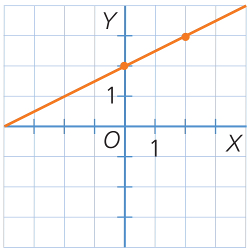


27 Dibuja las gráficas de estas funciones lineales.

a) $y = \frac{1}{2}x + 2$ **b)** $y = -\frac{3}{2}x + 1$ **c)** $y = \frac{4}{3}x - 2$ **d)** $y = -x + \frac{3}{2}$

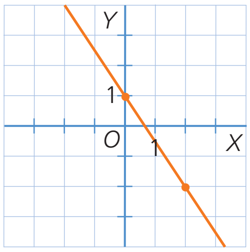
a)

x	*y*
0	2
2	3



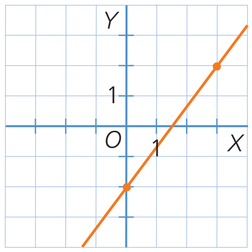
b)

x	*y*
0	1
2	−2



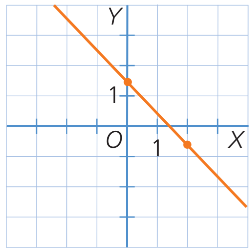
c)

x	*y*
0	−2
3	2



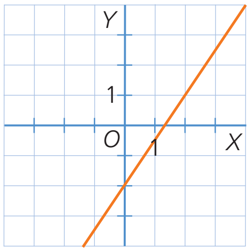
d)

x	*y*
0	$\frac{3}{2}$
2	$-\frac{1}{2}$

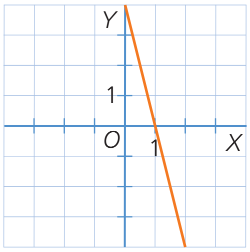


28 Escribe la expresión algebraica de cada función.

a)



b)



Las dos funciones tienen como ecuación: $y = ax + b$

a) La recta corta al eje de ordenadas en el punto (0, −2), luego: $b = -2$

La recta pasa por el punto (2, 1), luego se tiene:

$1 = a \cdot 2 - 2 \rightarrow a = \frac{3}{2}$

La expresión algebraica es: $y = \frac{3}{2}x - 2$

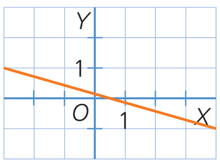
b) La recta corta al eje de ordenadas en el punto (0, 4), luego: $b = 4$

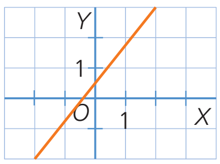
La recta pasa por el punto (1, 0), luego se tiene: $0 = a \cdot 1 + 4 \rightarrow a = -4$

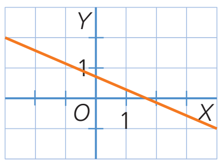
La expresión algebraica es: $y = -4x + 4$

Desafío

29 En estas gráficas no se aprecian bien los puntos de corte con los ejes de coordenadas. Escribe la expresión algebraica de cada una.







Buscamos dos puntos por los que pase la gráfica de cada función.

Lo sustituimos en la expresión: $y = ax + b$

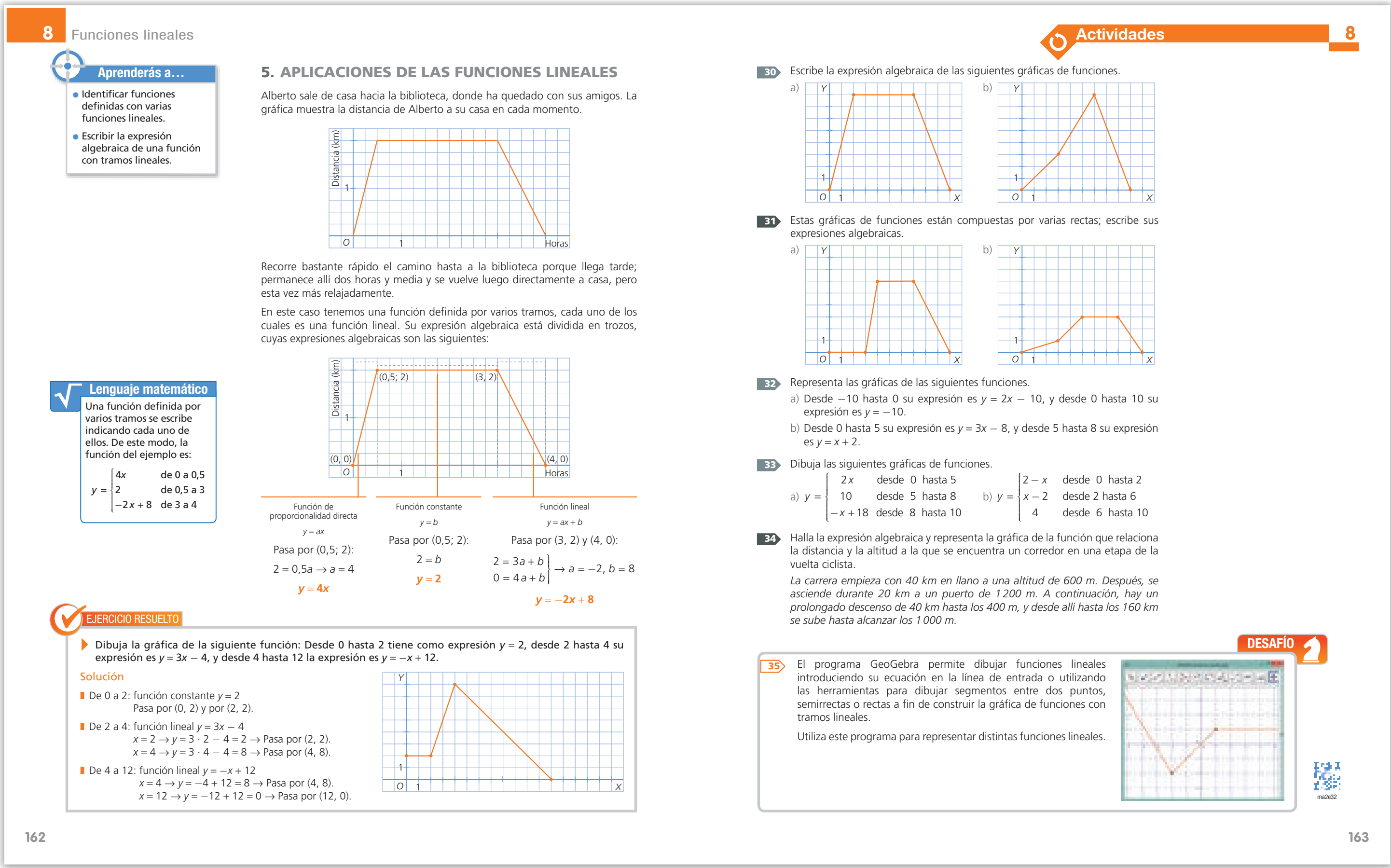
Resolvemos el sistema resultante restando las dos ecuaciones.

a) $\left.\begin{array}{l}(-3, 1) \rightarrow 1 = -3a + b \\ (4, -1) \rightarrow -1 = 4a + b\end{array}\right\} \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y = -\frac{2}{7}x + \frac{1}{7}$

b) $\left.\begin{array}{l}(2, 3) \rightarrow 3 = 2a + b \\ (-2, -2) \rightarrow -2 = -2a + b\end{array}\right\} \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}$

c) $\left.\begin{array}{l}(4, -1) \rightarrow -1 = 4a + b \\ (-3, 2) \rightarrow 2 = -3a + b\end{array}\right\} \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y = -\frac{3}{7}x + \frac{5}{7}$

5. Aplicaciones de las funciones lineales



Aprenderás a…

- Identificar funciones definidas con varias funciones lineales.
- Escribir la expresión algebraica de una función con tramos lineales.

5. APLICACIONES DE LAS FUNCIONES LINEALES

Alberto sale de casa hacia la biblioteca, donde ha quedado con sus amigos. La gráfica muestra la distancia de Alberto a su casa en cada momento.

Recorre bastante rápido el camino hasta a la biblioteca porque llega tarde; permanece allí dos horas y media y se vuelve luego directamente a casa, pero esta vez más relajadamente.

En este caso tenemos una función definida por varios tramos, cada uno de los cuales es una función lineal. Su expresión algebraica está dividida en trozos, cuyas expresiones algebraicas son las siguientes:

Función de proporcionalidad directa $y = ax$

Pasa por (0,5; 2):

$2 = 0{,}5a \rightarrow a = 4$

$y = 4x$

Función constante $y = b$

Pasa por (0,5; 2):

$2 = b$

$y = 2$

Función lineal $y = ax + b$

Pasa por (3, 2) y (4, 0):

$\left.\begin{array}{l} 2 = 3a + b \\ 0 = 4a + b \end{array}\right\} \rightarrow a = -2,\ b = 8$

$y = -2x + 8$

Lenguaje matemático

Una función definida por varios tramos se escribe indicando cada uno de ellos. De este modo, la función del ejemplo es:

$$y = \begin{cases} 4x & \text{de } 0 \text{ a } 0{,}5 \\ 2 & \text{de } 0{,}5 \text{ a } 3 \\ -2x + 8 & \text{de } 3 \text{ a } 4 \end{cases}$$

EJERCICIO RESUELTO

Dibuja la gráfica de la siguiente función: Desde 0 hasta 2 tiene como expresión $y = 2$, desde 2 hasta 4 su expresión es $y = 3x - 4$, y desde 4 hasta 12 la expresión es $y = -x + 12$.

Solución

- De 0 a 2: función constante $y = 2$
  Pasa por (0, 2) y por (2, 2).
- De 2 a 4: función lineal $y = 3x - 4$
  $x = 2 \rightarrow y = 3 \cdot 2 - 4 = 2 \rightarrow$ Pasa por (2, 2).
  $x = 4 \rightarrow y = 3 \cdot 4 - 4 = 8 \rightarrow$ Pasa por (4, 8).
- De 4 a 12: función lineal $y = -x + 12$
  $x = 4 \rightarrow y = -4 + 12 = 8 \rightarrow$ Pasa por (4, 8).
  $x = 12 \rightarrow y = -12 + 12 = 0 \rightarrow$ Pasa por (12, 0).

162

Actividades 8

30 Escribe la expresión algebraica de las siguientes gráficas de funciones.

a) b)

31 Estas gráficas de funciones están compuestas por varias rectas; escribe sus expresiones algebraicas.

a) b)

32 Representa las gráficas de las siguientes funciones.

a) Desde -10 hasta 0 su expresión es $y = 2x - 10$, y desde 0 hasta 10 su expresión es $y = -10$.

b) Desde 0 hasta 5 su expresión es $y = 3x - 8$, y desde 5 hasta 8 su expresión es $y = x + 2$.

33 Dibuja las siguientes gráficas de funciones.

a) $y = \begin{cases} 2x & \text{desde } 0 \text{ hasta } 5 \\ 10 & \text{desde } 5 \text{ hasta } 8 \\ -x + 18 & \text{desde } 8 \text{ hasta } 10 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} 2 - x & \text{desde } 0 \text{ hasta } 2 \\ x - 2 & \text{desde } 2 \text{ hasta } 6 \\ 4 & \text{desde } 6 \text{ hasta } 10 \end{cases}$

34 Halla la expresión algebraica y representa la gráfica de la función que relaciona la distancia y la altitud a la que se encuentra un corredor en una etapa de la vuelta ciclista.

La carrera empieza con 40 km en llano a una altitud de 600 m. Después, se asciende durante 20 km a un puerto de 1 200 m. A continuación, hay un prolongado descenso de 40 km hasta los 400 m, y desde allí hasta los 160 km se sube hasta alcanzar los 1 000 m.

DESAFÍO

35 El programa GeoGebra permite dibujar funciones lineales introduciendo su ecuación en la línea de entrada o utilizando las herramientas para dibujar segmentos entre dos puntos, semirrectas o rectas a fin de construir la gráfica de funciones con tramos lineales.

Utiliza este programa para representar distintas funciones lineales.

ma2e32

163

Sugerencias didácticas

Podemos comenzar el epígrafe comentando a los alumnos que existen situaciones reales en las que una función no se comporta de la misma forma en todo su dominio, pero mantiene su comportamiento en algunos períodos.

En este epígrafe se van a estudiar funciones de este tipo pero, en los tramos en los que se mantiene el comportamiento común, se trata de funciones lineales.

Para estudiar estas funciones, puede ser útil estudiar cada tramo de forma independiente, tanto si tenemos que representarlos como si se trata de encontrar su expresión algebraica.

Vídeo. FUNCIONES LINEALES

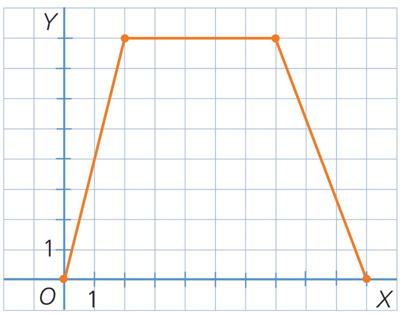
En el vídeo se muestra cómo representar funciones lineales en GeoGebra utilizando la línea de entrada. En este caso, al tratarse de una función a trozos, se usa la función indicando los extremos entre los que se representa.

Puede reproducirse en clase para explicar cómo utilizar el programa para representar este tipo de funciones o como recurso para que los alumnos investiguen el manejo de GeoGebra para representar funciones a partir de su expresión algebraica.

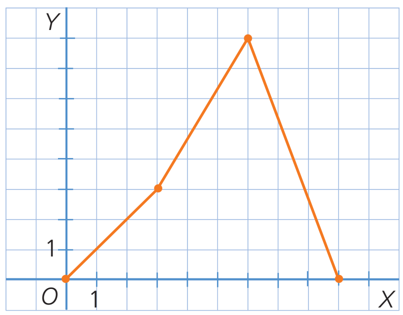
Soluciones de las actividades

30 Escribe la expresión algebraica de las siguientes gráficas de funciones.

a)



b)



a) De 0 a 2, la expresión es: $y = 4x$

De 2 a 7, la expresión es: $y = 8$

De 7 a 10, la expresión es: $y = -\frac{8}{3}x - \frac{80}{3}$

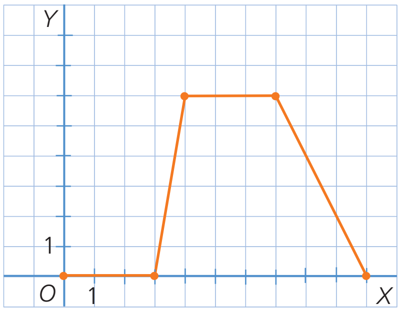
b) De 0 a 3, la expresión es: $y = x$

De 3 a 6, la expresión es: $y = \frac{5}{3}x - 2$

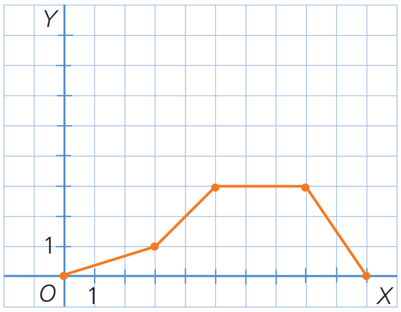
De 6 a 9, la expresión es: $y = -\frac{8}{3}x + 24$

31 Estas gráficas de funciones están compuestas por varias rectas; escribe sus expresiones algebraicas.

a)



b)



a) Desde 0 a 3, su expresión es: $y = 0$

Desde 3 a 4, su expresión es: $y = 6x - 18$

Desde 4 a 7, su expresión es: $y = 6$

Desde 7 a 10, su expresión es: $y = -2x + 20$

b) Desde 0 a 3, su expresión es: $y = \frac{1}{3}x$

Desde 3 a 5, su expresión es: $y = x - 2$

Desde 5 a 8, su expresión es: $y = 3$

Desde 8 a 10, su expresión es: $y = -\frac{3}{2}x + 15$

32 Representa las gráficas de las siguientes funciones.

a) Desde -10 hasta 0 su expresión es $y = 2x - 10$, y desde 0 hasta 10 su expresión es $y = -10$.

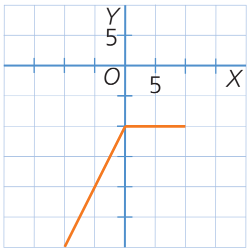
b) Desde 0 hasta 5 su expresión es $y = 3x - 8$, y desde 5 hasta 8 su expresión es $y = x + 2$.

a) $y = 2x - 10$

x	y
-10	-30
0	-10

$y = -10$

x	y
0	-10
10	-10

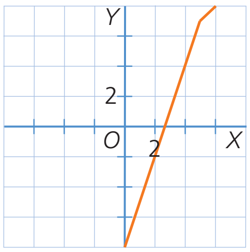


b) $y = 3x - 8$

x	y
0	-8
5	7

$y = x + 2$

x	y
5	7
8	10



33 Dibuja las siguientes gráficas de funciones.

a) $y = \begin{cases} 2x & \text{desde 0 hasta 5} \\ 10 & \text{desde 5 hasta 8} \\ -x+18 & \text{desde 8 hasta 10} \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} 2-x & \text{desde 0 hasta 2} \\ x-2 & \text{desde 2 hasta 6} \\ 4 & \text{desde 6 hasta 10} \end{cases}$

a) $y = 2x$

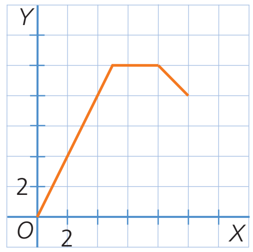
x	y
0	0
5	10

$y = 10$

x	y
5	10
8	10

$y = -x + 18$

x	y
8	10
10	8



b) $y = 2 - x$

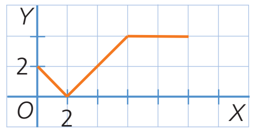
x	y
0	2
2	0

$y = x - 2$

x	y
2	0
6	4

$y = 4$

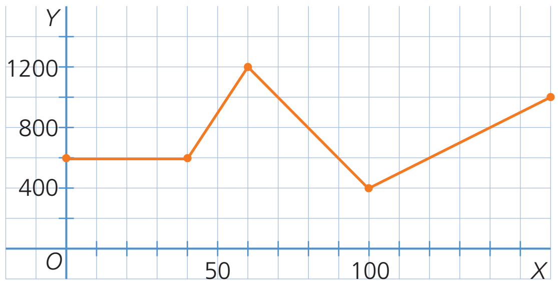
x	y
6	4
10	4



34 Halla la expresión algebraica y representa la gráfica de la función que relaciona la distancia y la altitud a la que se encuentra un corredor en una etapa de la vuelta ciclista.

La carrera empieza con 40 km en llano a una altitud de 600 m. Después, se asciende durante 20 km a un puerto de 1 200 m. A continuación, hay un prolongado descenso de 40 km hasta los 400 m, y desde allí hasta los 160 km se sube hasta alcanzar los 1 000 m.

$y = \begin{cases} 600 & \text{desde 0 hasta 40} \\ 30x - 600 & \text{desde 40 hasta 60} \\ -20x + 2\,400 & \text{desde 60 hasta 100} \\ 10x - 600 & \text{desde 100 hasta 160} \end{cases}$

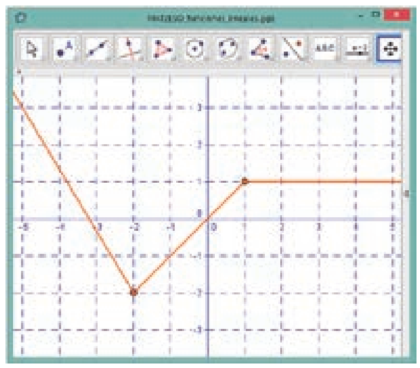


Desafío

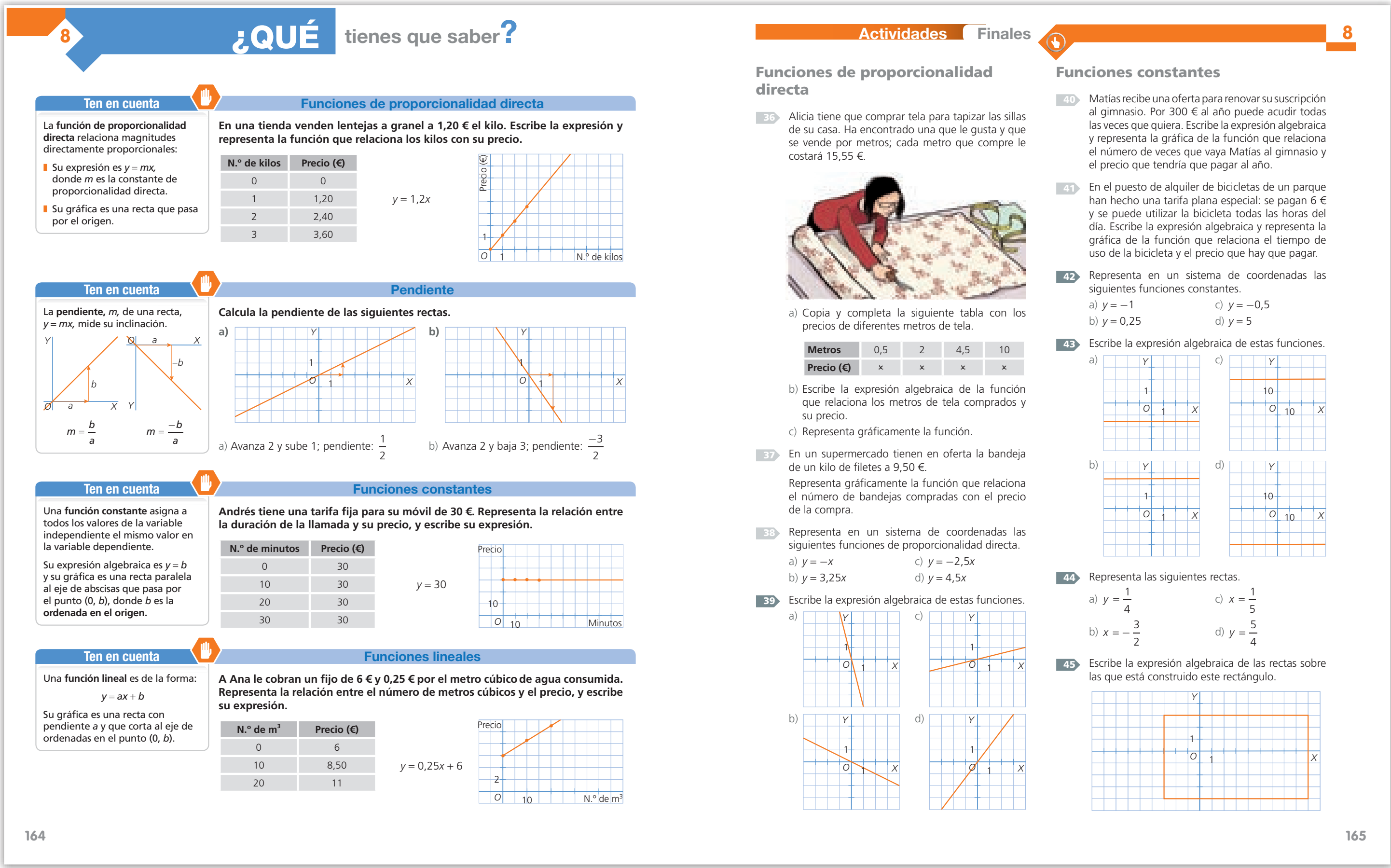
35 El programa GeoGebra permite dibujar funciones lineales introduciendo su ecuación en la línea de entrada o utilizando las herramientas para dibujar segmentos entre dos puntos, semirrectas o rectas a fin de construir la gráfica de funciones con tramos lineales.

Utiliza este programa para representar distintas funciones lineales.

Respuesta abierta.



¿Qué tienes que saber?



8 ¿QUÉ tienes que saber?

Ten en cuenta

La **función de proporcionalidad directa** relaciona magnitudes directamente proporcionales:

- Su expresión es $y = mx$, donde m es la constante de proporcionalidad directa.
- Su gráfica es una recta que pasa por el origen.

Funciones de proporcionalidad directa

En una tienda venden lentejas a granel a 1,20 € el kilo. Escribe la expresión y representa la función que relaciona los kilos con su precio.

N.º de kilos	Precio (€)
0	0
1	1,20
2	2,40
3	3,60

$y = 1,2x$

Ten en cuenta

La **pendiente**, m, de una recta, $y = mx$, mide su inclinación.

$m = \frac{b}{a}$ $m = \frac{-b}{a}$

Pendiente

Calcula la pendiente de las siguientes rectas.

a) Avanza 2 y sube 1; pendiente: $\frac{1}{2}$

b) Avanza 2 y baja 3; pendiente: $\frac{-3}{2}$

Ten en cuenta

Una **función constante** asigna a todos los valores de la variable independiente el mismo valor en la variable dependiente.

Su expresión algebraica es $y = b$ y su gráfica es una recta paralela al eje de abscisas que pasa por el punto $(0, b)$, donde b es la **ordenada en el origen.**

Funciones constantes

Andrés tiene una tarifa fija para su móvil de 30 €. Representa la relación entre la duración de la llamada y su precio, y escribe su expresión.

N.º de minutos	Precio (€)
0	30
10	30
20	30
30	30

$y = 30$

Ten en cuenta

Una **función lineal** es de la forma:

$y = ax + b$

Su gráfica es una recta con pendiente a y que corta al eje de ordenadas en el punto $(0, b)$.

Funciones lineales

A Ana le cobran un fijo de 6 € y 0,25 € por el metro cúbico de agua consumida. Representa la relación entre el número de metros cúbicos y el precio, y escribe su expresión.

N.º de m³	Precio (€)
0	6
10	8,50
20	11

$y = 0,25x + 6$

164

Actividades Finales 8

Funciones de proporcionalidad directa

36 Alicia tiene que comprar tela para tapizar las sillas de su casa. Ha encontrado una que le gusta y que se vende por metros; cada metro que compre le costará 15,55 €.

a) Copia y completa la siguiente tabla con los precios de diferentes metros de tela.

Metros	0,5	2	4,5	10
Precio (€)	×	×	×	×

b) Escribe la expresión algebraica de la función que relaciona los metros de tela comprados y su precio.

c) Representa gráficamente la función.

37 En un supermercado tienen en oferta la bandeja de un kilo de filetes a 9,50 €.
Representa gráficamente la función que relaciona el número de bandejas compradas con el precio de la compra.

38 Representa en un sistema de coordenadas las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = -x$ c) $y = -2,5x$
b) $y = 3,25x$ d) $y = 4,5x$

39 Escribe la expresión algebraica de estas funciones.

Funciones constantes

40 Matías recibe una oferta para renovar su suscripción al gimnasio. Por 300 € al año puede acudir todas las veces que quiera. Escribe la expresión algebraica y representa la gráfica de la función que relaciona el número de veces que vaya Matías al gimnasio y el precio que tendría que pagar al año.

41 En el puesto de alquiler de bicicletas de un parque han hecho una tarifa plana especial: se pagan 6 € y se puede utilizar la bicicleta todas las horas del día. Escribe la expresión algebraica y representa la gráfica de la función que relaciona el tiempo de uso de la bicicleta y el precio que hay que pagar.

42 Representa en un sistema de coordenadas las siguientes funciones constantes.

a) $y = -1$ c) $y = -0,5$
b) $y = 0,25$ d) $y = 5$

43 Escribe la expresión algebraica de estas funciones.

44 Representa las siguientes rectas.

a) $y = \frac{1}{4}$ c) $x = \frac{1}{5}$
b) $x = -\frac{3}{2}$ d) $y = \frac{5}{4}$

45 Escribe la expresión algebraica de las rectas sobre las que está construido este rectángulo.

165

Sugerencias didácticas

En esta sección se destacan los procedimientos más importantes que los alumnos deben haber aprendido tras estudiar esta unidad. En este momento, los alumnos deben ser capaces de:

- Representar funciones de proporcionalidad directa.
- Estudiar la pendiente de una recta.
- Representar funciones constantes y funciones lineales.

Actividades finales

Soluciones de las actividades

36 Alicia tiene que comprar tela para tapizar las sillas de su casa. Ha encontrado una que le gusta y que se vende por metros; cada metro que compre le costará 15,55 €.

a) Copia y completa la siguiente tabla con los precios de diferentes metros de tela.

Metros	0,5	2	4,5	10
Precio (€)	×	×	×	×

b) Escribe la expresión algebraica de la función que relaciona los metros de tela comprados y su precio.

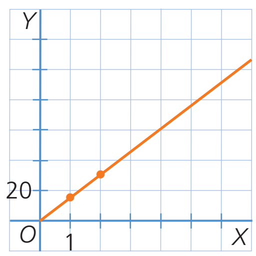
c) Representa gráficamente la función.

a)

Metros	0,5	2	4,5	10
Precio (€)	7,78	31,10	69,98	155,50

b) $y = 15,55x$

c)

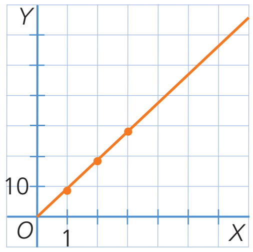


37 En un supermercado tienen en oferta la bandeja de un kilo de filetes a 9,50 €.

Representa gráficamente la función que relaciona el número de bandejas compradas con el precio de la compra.

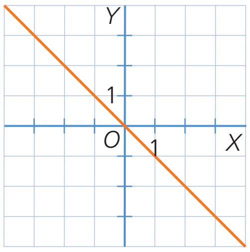
Realizamos una tabla de valores y representamos la función gráficamente.

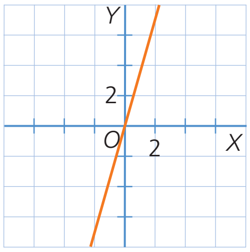
Peso (kg)	1	2	3	10
Precio (€)	9,50	19	28,5	95

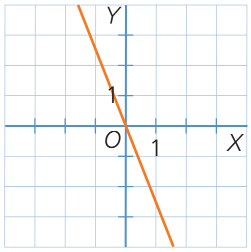


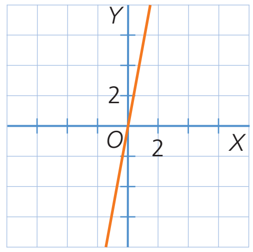
38 Representa en un sistema de coordenadas las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = -x$ **b)** $y = 3{,}25x$ **c)** $y = -2{,}5x$ **d)** $y = 4{,}5x$

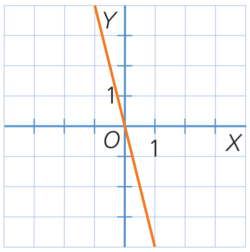
a) 

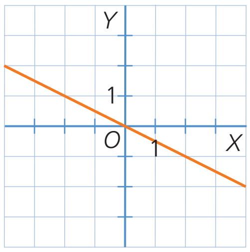
b) 

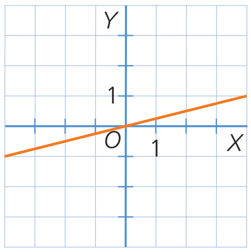
c) 

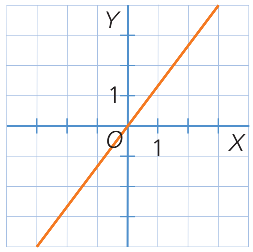
d) 

39 Escribe la expresión algebraica de estas funciones.

a) 

b) 

c) 

d) 

Todas las funciones son de la expresión $y = mx$.

Utilizamos un punto para hallar el valor de m.

a) $(1, -4) \rightarrow -4 = 1 \cdot m \rightarrow m = -4 \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y = -4x$

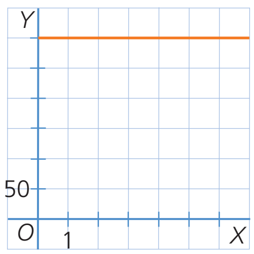
b) $(4, -2) \rightarrow -2 = 4 \cdot m \rightarrow m = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y - \frac{1}{2}x$

c) $(4, 1) \rightarrow 1 = 4 \cdot m \rightarrow m = \frac{1}{4} \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y = \frac{1}{4}x$

d) $(3, 4) \rightarrow 4 = 3 \cdot m \rightarrow m = \frac{4}{3} \rightarrow$ La expresión algebraica es: $y = \frac{4}{3}x$

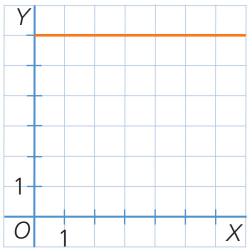
40 Matías recibe una oferta para renovar su suscripción al gimnasio. Por 300 € al año puede acudir todas las veces que quiera. Escribe la expresión algebraica y representa la gráfica de la función que relaciona el número de veces que vaya Matías al gimnasio y el precio que tendría que pagar al año.

Expresión algebraica: $y = 300$



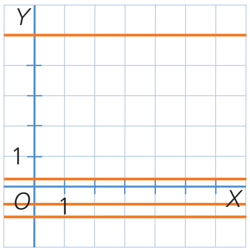
41 En el puesto de alquiler de bicicletas de un parque han hecho una tarifa plana especial: se pagan 6 € y se puede utilizar la bicicleta todas las horas del día. Escribe la expresión algebraica y representa la gráfica de la función que relaciona el tiempo de uso de la bicicleta y el precio que hay que pagar.

Expresión algebraica: $y = 6$

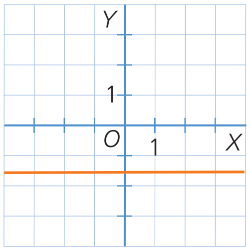


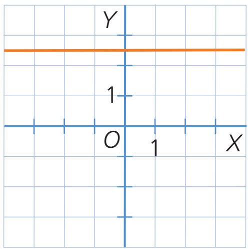
42 Representa en un sistema de coordenadas las siguientes funciones constantes.

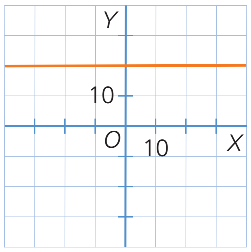
a) $y = -1$
b) $y = 0{,}25$
c) $y = -0{,}5$
d) $y = 5$

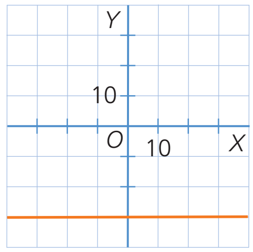


43 Escribe la expresión algebraica de estas funciones.

a)


b)


c)


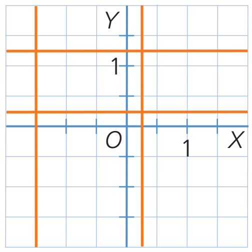
d)


a) $y = -1{,}5$ **b)** $y = 2{,}5$ **c)** $y = 20$ **d)** $y = -30$

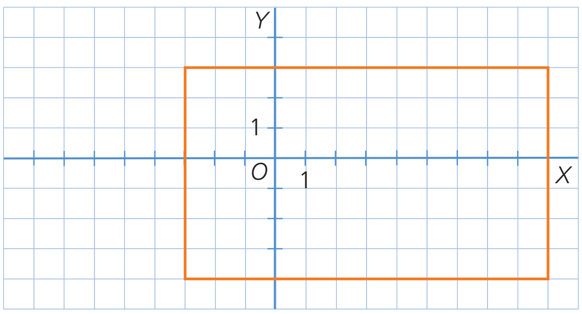
44 Representa las siguientes rectas.

a) $y = \frac{1}{4}$ **c)** $x = \frac{1}{5}$

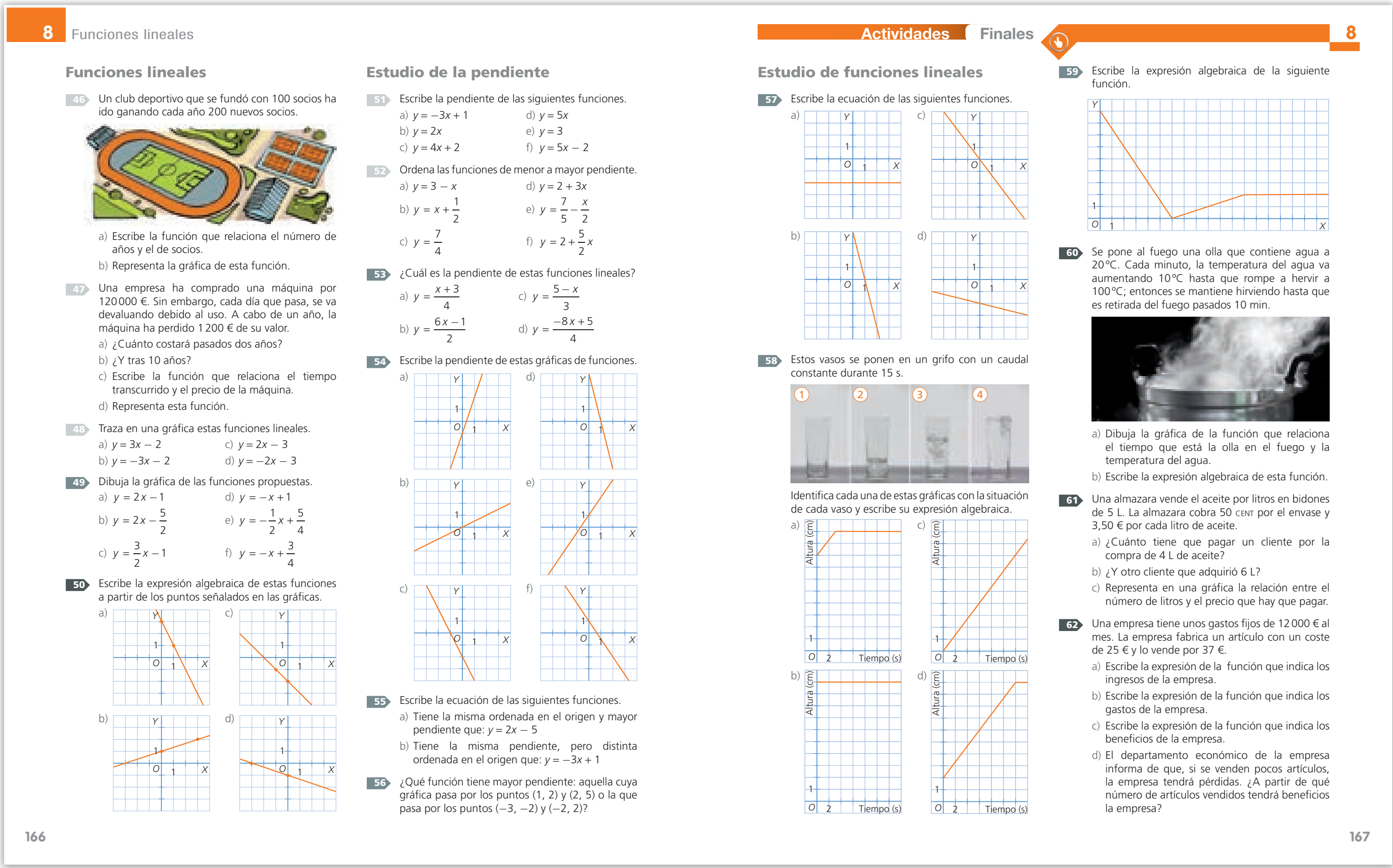
b) $x = -\frac{3}{2}$ **d)** $y = \frac{5}{4}$



45 Escribe la expresión algebraica de las rectas sobre las que está construido este rectángulo.



Se ha construido sobre las rectas $x = -3$, $x = 9$, $y = 3$ e $y = -4$.



8 Funciones lineales

Funciones lineales

46 Un club deportivo que se fundó con 100 socios ha ido ganando cada año 200 nuevos socios.

a) Escribe la función que relaciona el número de años y el de socios.

b) Representa la gráfica de esta función.

47 Una empresa ha comprado una máquina por 120 000 €. Sin embargo, cada día que pasa, se va devaluando debido al uso. A cabo de un año, la máquina ha perdido 1 200 € de su valor.

a) ¿Cuánto costará pasados dos años?

b) ¿Y tras 10 años?

c) Escribe la función que relaciona el tiempo transcurrido y el precio de la máquina.

d) Representa esta función.

48 Traza en una gráfica estas funciones lineales.

a) $y = 3x - 2$ c) $y = 2x - 3$

b) $y = -3x - 2$ d) $y = -2x - 3$

49 Dibuja la gráfica de las funciones propuestas.

a) $y = 2x - 1$ d) $y = -x + 1$

b) $y = 2x - \frac{5}{2}$ e) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

c) $y = \frac{3}{2}x - 1$ f) $y = -x + \frac{3}{4}$

50 Escribe la expresión algebraica de estas funciones a partir de los puntos señalados en las gráficas.

a) c) b) d)

166

Estudio de la pendiente

51 Escribe la pendiente de las siguientes funciones.

a) $y = -3x + 1$ d) $y = 5x$

b) $y = 2x$ e) $y = 3$

c) $y = 4x + 2$ f) $y = 5x - 2$

52 Ordena las funciones de menor a mayor pendiente.

a) $y = 3 - x$ d) $y = 2 + 3x$

b) $y = x + \frac{1}{2}$ e) $y = \frac{7}{5} - \frac{x}{2}$

c) $y = \frac{7}{4}$ f) $y = 2 + \frac{5}{2}x$

53 ¿Cuál es la pendiente de estas funciones lineales?

a) $y = \frac{x+3}{4}$ c) $y = \frac{5-x}{3}$

b) $y = \frac{6x-1}{2}$ d) $y = \frac{-8x+5}{4}$

54 Escribe la pendiente de estas gráficas de funciones.

a) d) b) e) c) f)

55 Escribe la ecuación de las siguientes funciones.

a) Tiene la misma ordenada en el origen y mayor pendiente que: $y = 2x - 5$

b) Tiene la misma pendiente, pero distinta ordenada en el origen que: $y = -3x + 1$

56 ¿Qué función tiene mayor pendiente: aquella cuya gráfica pasa por los puntos (1, 2) y (2, 5) o la que pasa por los puntos (−3, −2) y (−2, 2)?

Actividades Finales 8

Estudio de funciones lineales

57 Escribe la ecuación de las siguientes funciones.

a) c) b) d)

58 Estos vasos se ponen en un grifo con un caudal constante durante 15 s.

1 2 3 4

Identifica cada una de estas gráficas con la situación de cada vaso y escribe su expresión algebraica.

a) c) b) d)

59 Escribe la expresión algebraica de la siguiente función.

60 Se pone al fuego una olla que contiene agua a 20 °C. Cada minuto, la temperatura del agua va aumentando 10 °C hasta que rompe a hervir a 100 °C; entonces se mantiene hirviendo hasta que es retirada del fuego pasados 10 min.

a) Dibuja la gráfica de la función que relaciona el tiempo que está la olla en el fuego y la temperatura del agua.

b) Escribe la expresión algebraica de esta función.

61 Una almazara vende el aceite por litros en bidones de 5 L. La almazara cobra 50 CENT por el envase y 3,50 € por cada litro de aceite.

a) ¿Cuánto tiene que pagar un cliente por la compra de 4 L de aceite?

b) ¿Y otro cliente que adquirió 6 L?

c) Representa en una gráfica la relación entre el número de litros y el precio que hay que pagar.

62 Una empresa tiene unos gastos fijos de 12 000 € al mes. La empresa fabrica un artículo con un coste de 25 € y lo vende por 37 €.

a) Escribe la expresión de la función que indica los ingresos de la empresa.

b) Escribe la expresión de la función que indica los gastos de la empresa.

c) Escribe la expresión de la función que indica los beneficios de la empresa.

d) El departamento económico de la empresa informa de que, si se venden pocos artículos, la empresa tendrá pérdidas. ¿A partir de qué número de artículos vendidos tendrá beneficios la empresa?

167

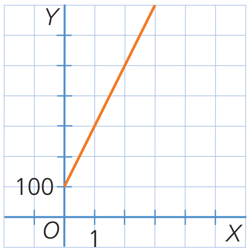
46 Un club deportivo que se fundó con 100 socios ha ido ganando cada año 200 nuevos socios.

a) Escribe la función que relaciona el número de años y el de socios.

b) Representa la gráfica de esta función.

a) $y = 200x + 100$

b)



47 Una empresa ha comprado una máquina por 120 000 €. Sin embargo, cada día que pasa, se va devaluando debido al uso. Al cabo de un año, la máquina ha perdido 1 200 € de su valor.

a) ¿Cuánto costará pasados dos años?

b) ¿Y tras 10 años?

c) Escribe la función que relaciona el tiempo transcurrido y el precio de la máquina.

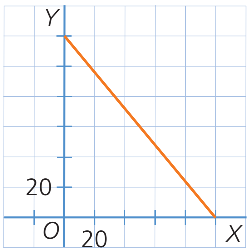
d) Representa esta función.

a) $120\,000 - 2 \cdot 1\,200 = 117\,600$ €

b) $120\,000 - 10 \cdot 1\,200 = 108\,000$ €

c) $y = 120\,000 - 1\,200x$

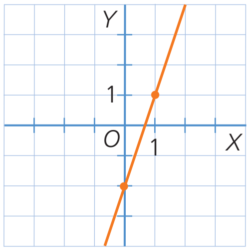
d)

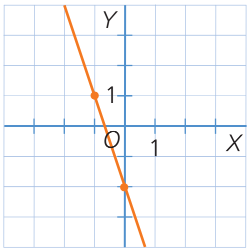


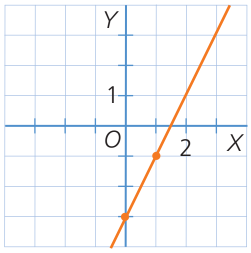
Representamos en el eje X los años y en el eje Y el valor de la máquina en miles de euros.

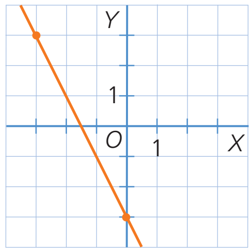
48 Traza en una gráfica estas funciones lineales.

a) $y = 3x - 2$ b) $y = -3x - 2$ c) $y = 2x - 3$ d) $y = -2x - 3$

a)


b)


c)


d)


49 Dibuja la gráfica de las funciones propuestas.

a) $y = 2x - 1$

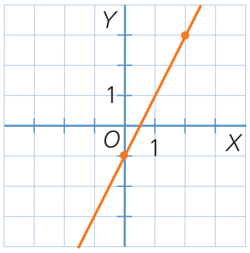
b) $y = 2x - \frac{5}{2}$

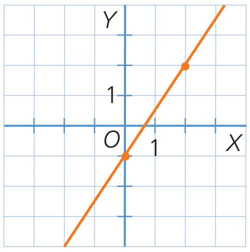
c) $y = \frac{3}{2}x - 1$

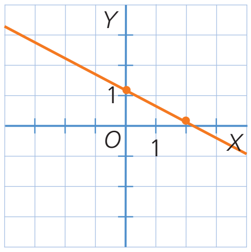
d) $y = -x + 1$

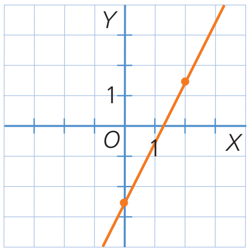
e) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

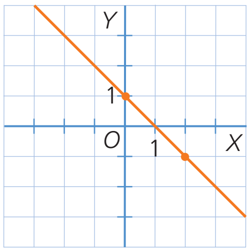
f) $y = -x + \frac{3}{4}$

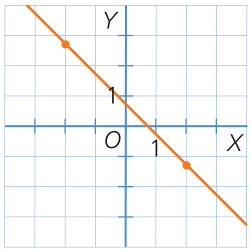
a)


c)


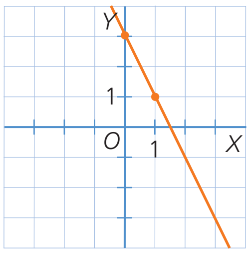
e)


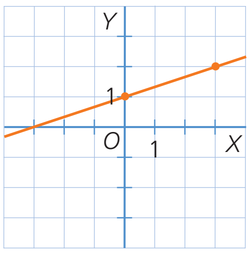
b)


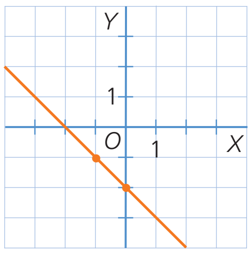
d)


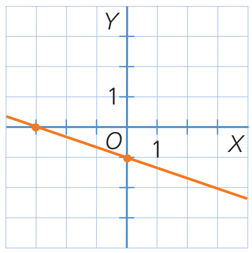
f)


50 Escribe la expresión algebraica de estas funciones a partir de los puntos señalados en las gráficas.

a)


b)


c)


d)


a) Por pasar por el punto (0, 3), tenemos que: $b = 3$

Por pasar por el punto (1, 1), tenemos que: $1 = a + 3 \rightarrow a = -2$

La expresión algebraica es: $y = -2x + 3$

b) Por pasar por el punto (0, 1), tenemos que: $b = 1$

Por pasar por el punto (3, 2), tenemos que: $2 = 3a + 1 \rightarrow a = \frac{1}{3}$

La expresión algebraica es: $y = \frac{1}{3}x + 1$

c) Por pasar por el punto (0, −2), tenemos que: $b = -2$

Por pasar por el punto (−1, −1), tenemos que: $-1 = -a - 2 \rightarrow a = -1$

La expresión algebraica es: $y = -x - 2$

d) Por pasar por el punto (0, −1), tenemos que: $b = -1$

Por pasar por el punto (−3, 0), tenemos que: $0 = -3a - 1 \rightarrow a = -\frac{1}{3}$

La expresión algebraica es: $y = -\frac{1}{3}x - 1$

51 Escribe la pendiente de las siguientes funciones.

a) $y = -3x + 1$ **b)** $y = 2x$ **c)** $y = 4x + 2$ **d)** $y = 5x$ **e)** $y = 3$ **f)** $y = 5x - 2$

a) −3 **b)** 2 **c)** 4 **d)** 5 **e)** 0 **f)** 5

52 Ordena las funciones de menor a mayor pendiente.

a) $y = 3 - x$ **b)** $y = x + \frac{1}{2}$ **c)** $y = \frac{7}{4}$ **d)** $y = 2 + 3x$ **e)** $y = \frac{7}{5} - \frac{x}{2}$ **f)** $y = 2 + \frac{5}{2}x$

a − e − c − b − f − d

53 ¿Cuál es la pendiente de estas funciones lineales?

a) $y = \frac{x+3}{4}$ **b)** $y = \frac{6x-1}{2}$ **c)** $y = \frac{5-x}{3}$ **d)** $y = \frac{-8x+5}{4}$

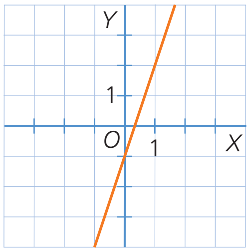
a) $y = \frac{x+3}{4} \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \rightarrow$ Pendiente: $\frac{1}{4}$

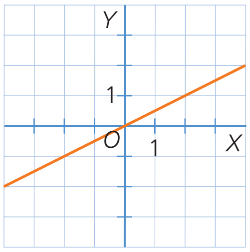
b) $y = \frac{6x-1}{2} \rightarrow y = \frac{6}{2}x - \frac{1}{2} \rightarrow$ Pendiente: 3

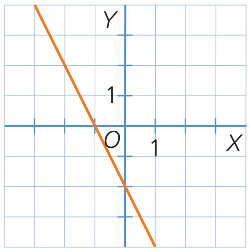
c) $y = \frac{5-x}{3} \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \rightarrow$ Pendiente: $-\frac{1}{3}$

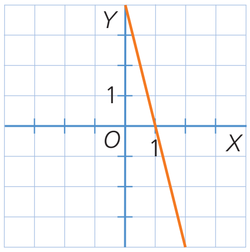
d) $y = \frac{-8x+5}{4} \rightarrow y = \frac{-8}{4}x + \frac{5}{4} \rightarrow$ Pendiente: −2

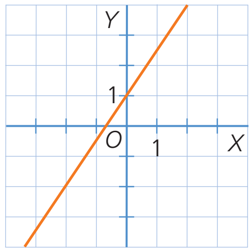
54 Escribe la pendiente de estas gráficas de funciones.

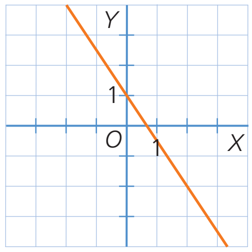
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

a) $a = 3$ b) $a = \frac{1}{2}$ c) $a = -2$ d) $a = -4$ e) $a = \frac{3}{2}$ f) $a = \frac{-3}{2}$

55 Escribe la ecuación de las siguientes funciones.

a) Tiene la misma ordenada en el origen y mayor pendiente que: $y = 2x - 5$

b) Tiene la misma pendiente, pero distinta ordenada en el origen que: $y = -3x + 1$

a) Respuesta abierta. Por ejemplo: $y = 3x - 5$

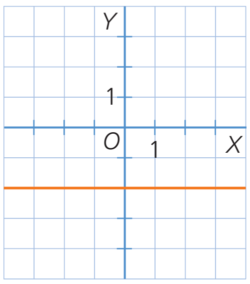
b) Respuesta abierta. Por ejemplo: $y = -3x + 2$

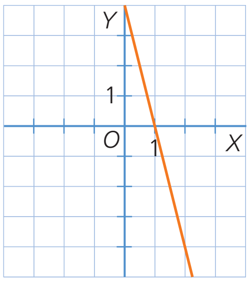
56 ¿Qué función tiene mayor pendiente: aquella cuya gráfica pasa por los puntos (1, 2) y (2, 5) o la que pasa por los puntos (−3, −2) y (−2, 2)?

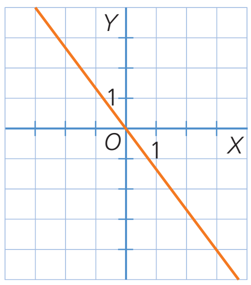
Pendiente de la recta que pasa por (1, 2) y (2, 5): $\frac{3}{1} = 3$ Pendiente de la recta que pasa por (−3, −2) y (−2, 2): $\frac{4}{1} = 4$

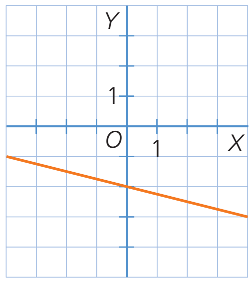
Tiene mayor pendiente la que pasa por (−3, −2) y (−2, 2).

57 Escribe la ecuación de las siguientes funciones.

a) 

b) 

c) 

d) 

a) Función constante: $y = -2$

b) Función lineal: Como pasa por (0, 4), tenemos que: $b = 4$

Como pasa por (1, 0) tenemos que: $0 = a + 4 \rightarrow a = -4$

$y = -4x + 4$

c) Función de proporcionalidad directa: como pasa por el (1, −1), tenemos que: $m = -1$

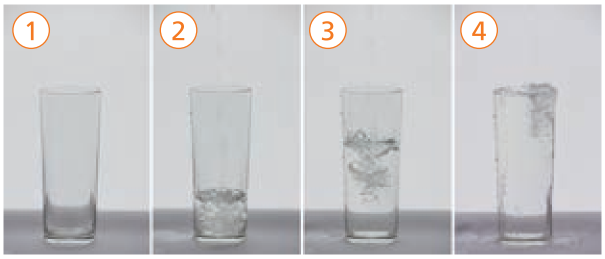
$y = -x$

d) Función lineal: Como pasa por (0, −2), tenemos que: $b = -2$

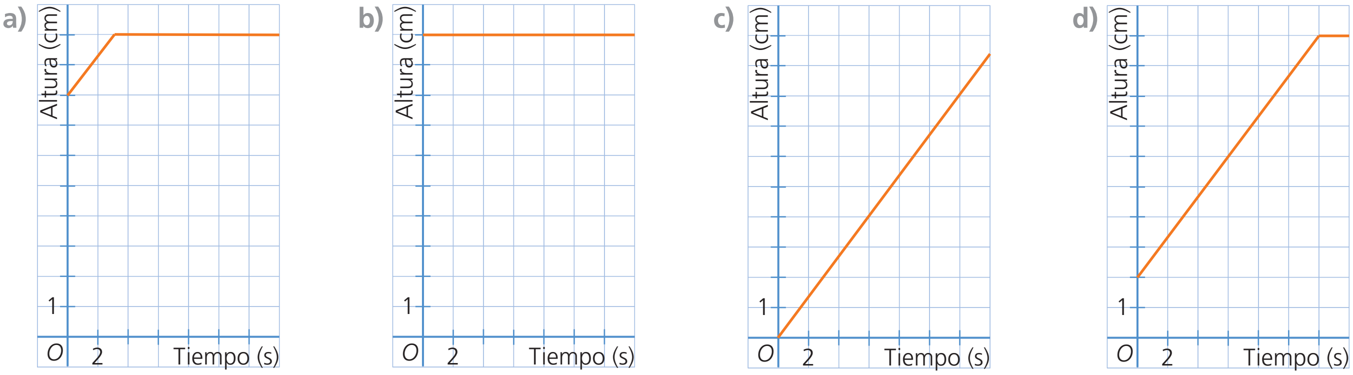
Como pasa por (4, −3), tenemos que: $-3 = 4a - 2 \rightarrow a = -\frac{1}{4}$

$$y = -\frac{1}{4}x - 2$$

58 Estos vasos se ponen en un grifo con un caudal constante durante 15 s.



Identifica cada una de estas gráficas con la situación de cada vaso y escribe su expresión algebraica.



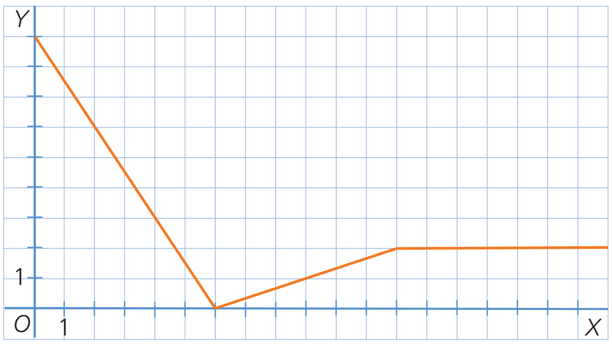
a) Gráfica a con Vaso 3; $y = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 8 & \text{si } x \text{ está entre 0 y 3} \\ 10 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b) Gráfica b con Vaso 4; $y = 10$

c) Gráfica c con Vaso 1; $y = \frac{2}{3}x$

d) Gráfica d con Vaso 2; $y = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 2 & \text{si } x \text{ está entre 0 y 12} \\ 10 & \text{si } x > 12 \end{cases}$

59 Escribe la expresión algebraica de la siguiente función.

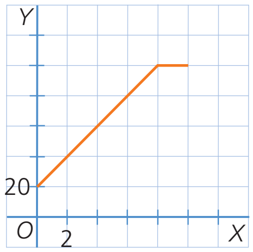


$$y = \begin{cases} -\frac{3}{2}x + 9 & \text{si } x \text{ está entre 0 y 6} \\ \frac{1}{3}x - 2 & \text{si } x \text{ está entre 6 y 12} \\ 2 & \text{si } x \text{ es mayor que 12} \end{cases}$$

60 Se pone al fuego una olla que contiene agua a 20 °C. Cada minuto, la temperatura del agua va aumentando 10 °C hasta que rompe a hervir a 100 °C; entonces se mantiene hirviendo hasta que es retirada del fuego pasados 10 min.

a) Dibuja la gráfica de la función que relaciona el tiempo que está la olla en el fuego y la temperatura del agua.

b) Escribe la expresión algebraica de esta función.

a) 

b) $y = \begin{cases} 10x + 20 & \text{si } x \text{ está entre 0 y 8} \\ 100 & \text{si } x \text{ está entre 8 y 10} \end{cases}$

61 Una almazara vende el aceite por litros en bidones de 5 L. La almazara cobra 50 CENT por el envase y 3,50 € por cada litro de aceite.

a) ¿Cuánto tiene que pagar un cliente por la compra de 4 L de aceite?

b) ¿Y otro cliente que adquirió 6 L?

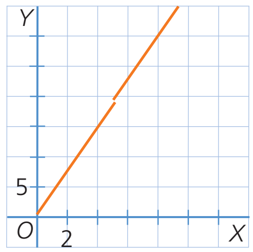
c) Representa en una gráfica la relación entre el número de litros y el precio que hay que pagar.

a) $4 \cdot 3{,}5 + 0{,}5 = 14{,}50$ €

Por 4 L de aceite, el cliente tiene que pagar 14,50 €.

b) $6 \cdot 3{,}5 + 2 \cdot 0{,}5 = 22$ €

Por 6 L de aceite, otro cliente tiene que pagar 22 €.

c) 

62 Una empresa tiene unos gastos fijos de 12 000 € al mes. La empresa fabrica un artículo con un coste de 25 € y lo vende por 37 €.

a) Escribe la expresión de la función que indica los ingresos de la empresa.

b) Escribe la expresión de la función que indica los gastos de la empresa.

c) Escribe la expresión de la función que indica los beneficios de la empresa.

d) El departamento económico de la empresa informa de que, si se venden pocos artículos, la empresa tendrá pérdidas. ¿A partir de qué número de artículos vendidos tendrá beneficios la empresa?

Llamamos x al número de artículos vendidos.

a) Ingresos:

$I(x) = 37x$

b) Gastos:

$G(x) = 25x + 12\,000$

c) Beneficios:

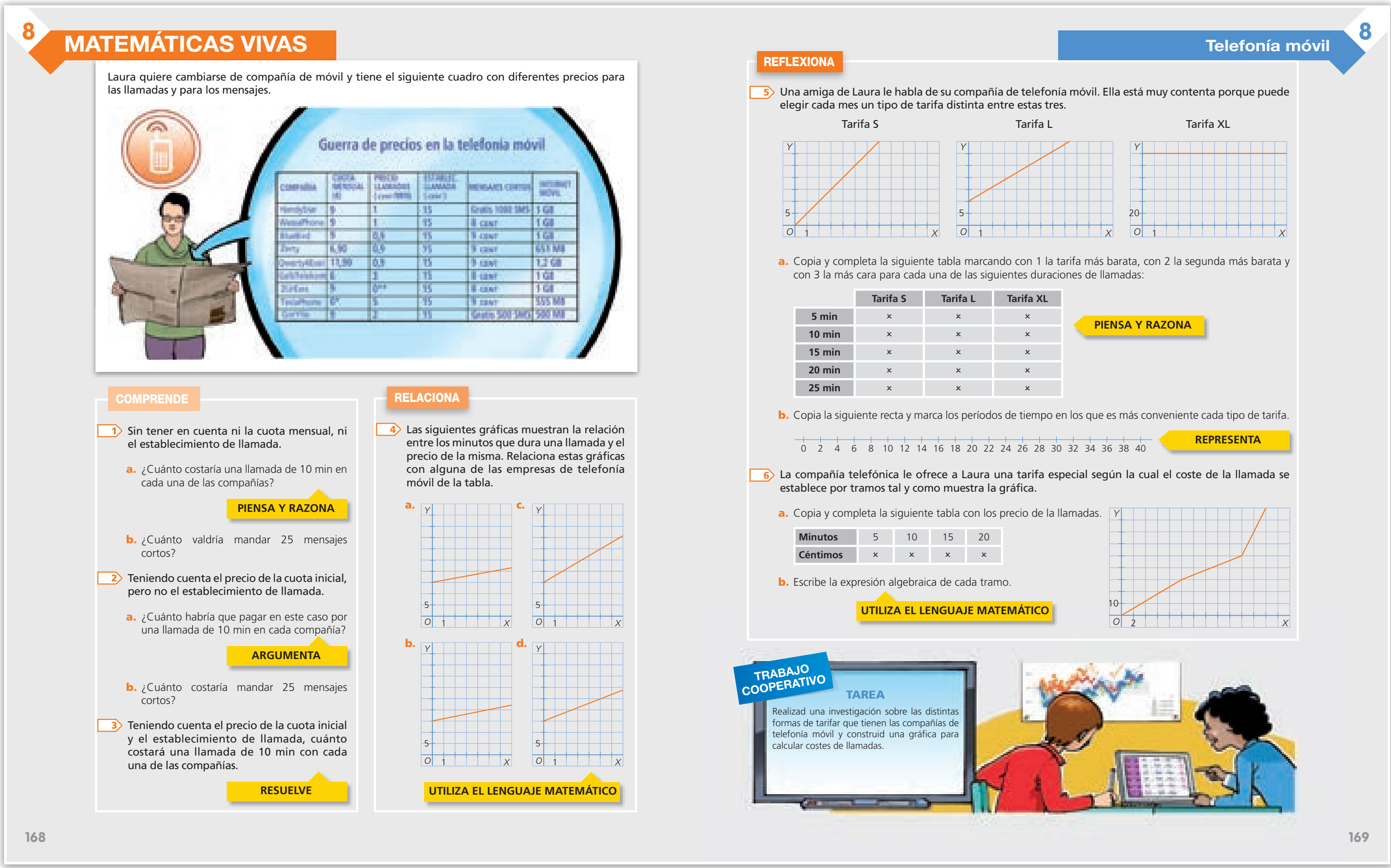
$B(x) = (37 - 25)x - 12\,000 = 12x - 12\,000$

d) Para averiguar a partir de qué número de artículos vendidos tendrá beneficios la empresa, igualamos los beneficios a 0 y calculamos el valor de x.

$12x - 12\,000 = 0 \rightarrow 12x = 12\,000 \rightarrow x = 1\,000$

Por tanto, a partir de los 1 000 artículos la función es positiva, es decir, a partir de los 1 000 artículos se producen beneficios.

Matemáticas vivas. Teléfono móvil



8 MATEMÁTICAS VIVAS

Laura quiere cambiarse de compañía de móvil y tiene el siguiente cuadro con diferentes precios para las llamadas y para los mensajes.

Guerra de precios en la telefonía móvil

COMPRENDE

1 Sin tener en cuenta ni la cuota mensual, ni el establecimiento de llamada.

a. ¿Cuánto costaría una llamada de 10 min en cada una de las compañías?

PIENSA Y RAZONA

b. ¿Cuánto valdría mandar 25 mensajes cortos?

2 Teniendo cuenta el precio de la cuota inicial, pero no el establecimiento de llamada.

a. ¿Cuánto habría que pagar en este caso por una llamada de 10 min en cada compañía?

ARGUMENTA

b. ¿Cuánto costaría mandar 25 mensajes cortos?

3 Teniendo cuenta el precio de la cuota inicial y el establecimiento de llamada, cuánto costará una llamada de 10 min con cada una de las compañías.

RESUELVE

RELACIONA

4 Las siguientes gráficas muestran la relación entre los minutos que dura una llamada y el precio de la misma. Relaciona estas gráficas con alguna de las empresas de telefonía móvil de la tabla.

a. c. b. d.

UTILIZA EL LENGUAJE MATEMÁTICO

168

Telefonía móvil 8

REFLEXIONA

5 Una amiga de Laura le habla de su compañía de telefonía móvil. Ella está muy contenta porque puede elegir cada mes un tipo de tarifa distinta entre estas tres.

Tarifa S — Tarifa L — Tarifa XL

a. Copia y completa la siguiente tabla marcando con 1 la tarifa más barata, con 2 la segunda más barata y con 3 la más cara para cada una de las siguientes duraciones de llamadas:

	Tarifa S	Tarifa L	Tarifa XL
5 min	×	×	×
10 min	×	×	×
15 min	×	×	×
20 min	×	×	×
25 min	×	×	×

PIENSA Y RAZONA

b. Copia la siguiente recta y marca los períodos de tiempo en los que es más conveniente cada tipo de tarifa.

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40

REPRESENTA

6 La compañía telefónica le ofrece a Laura una tarifa especial según la cual el coste de la llamada se establece por tramos tal y como muestra la gráfica.

a. Copia y completa la siguiente tabla con los precio de la llamadas.

Minutos	5	10	15	20
Céntimos	×	×	×	×

b. Escribe la expresión algebraica de cada tramo.

UTILIZA EL LENGUAJE MATEMÁTICO

TRABAJO COOPERATIVO

TAREA

Realizad una investigación sobre las distintas formas de tarifar que tienen las compañías de telefonía móvil y construid una gráfica para calcular costes de llamadas.

169

Sugerencias didácticas

En esta sección trabajamos de un modo más concreto las competencias, en particular la competencia matemática. Se presenta una situación cotidiana, la telefonía móvil, en la que intervienen las funciones lineales.

En la resolución de diferentes actividades de comprensión, relación y reflexión, los alumnos desarrollarán algunas de las competencias matemáticas evaluadas por el estudio PISA: Piensa y razona, Argumenta, Resuelve, Utiliza el lenguaje matemático o Representa.

Para finalizar la sección se incluye el apartado **Trabajo cooperativo** donde se propone una tarea cuya estrategia cooperativa es ***Búsqueda de información,*** de **Mel Silberman.**

Los alumnos realizarán una investigación sobre los modelos de tarifas que tienen las compañías de telefonía móvil. Además, construirán una gráfica para calcular los costes de llamadas.

¿Cómo se realizará la tarea? Los alumnos realizarán la tarea en pequeños grupos y, finalmente, examinarán sus respuestas con el resto de la clase, y las elaborarán para ampliar los resultados.

Soluciones de las actividades

Laura quiere cambiarse de compañía de móvil y tiene el siguiente cuadro con diferentes precios para las llamadas y para los mensajes.

Guerra de precios en la telefonía móvil

COMPAÑÍA	CUOTA MENSUAL (€)	PRECIO LLAMADAS (CENT/MIN)	ESTABLEC. LLAMADA (CENT)	MENSAJES CORTOS	INTERNET MÓVIL
HandyStar	9	1	15	Gratis 1000 SMS	1 GB
WassaPhone	9	1	15	8 CENT	1 GB
BlueBird	9	0,9	15	9 CENT	1 GB
Zerty	6,90	0,9	15	9 CENT	651 MB
Qwerty4Ever	11,90	0,9	15	9 CENT	1,2 GB
GelbTelekom	6	3	15	8 CENT	1 GB
2UrEars	9	0**	15	8 CENT	1 GB
TeslaPhone	0*	5	15	9 CENT	555 MB
GorYlla	9	2	15	Gratis 500 SMS	500 MB

Comprende

1. Sin tener en cuenta ni la cuota mensual, ni el establecimiento de llamada.
   a) ¿Cuánto costaría una llamada de 10 min en cada una de las compañías?
   b) ¿Cuánto valdría mandar 25 mensajes cortos?

	a	*b*
HandyStar	10 CENT	0 €
WassaPhone	10 CENT	2 €
BlueBird	9 CENT	2,25 €
Zerty	9 CENT	2,25 €
Qwerty4ever	9 CENT	2,25 €
GelbTelekom	30 CENT	2 €
2UrEars	0 €	2 €
TeslaPhone	50 CENT	2,25 €
GorYlia	20 CENT	0 €

2. Teniendo cuenta el precio de la cuota inicial, pero no el establecimiento de llamada.
   a) ¿Cuánto habría que pagar en este caso por una llamada de 10 min en cada compañía?
   b) ¿Cuánto costaría mandar 25 mensajes cortos?

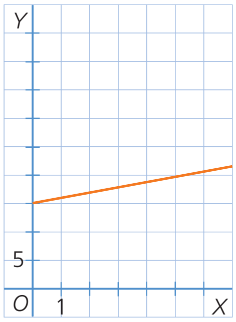
	a	*b*
HandyStar	9,10 €	9 €
WassaPhone	9,10 €	11 €
BlueBird	9,09 €	11,25 €
Zerty	6,99 €	9,15 €
Qwerty4ever	11,99 €	14,15 €
GelbTelekom	6,30 €	8 €
2UrEars	9 €	11 €
TeslaPhone	0,50 €	2,25 €
GorYlia	9,20 €	9 €

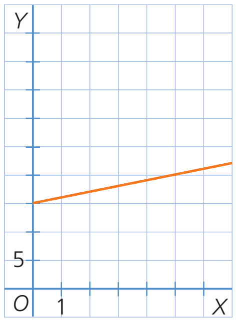
3. Teniendo cuenta el precio de la cuota inicial y el establecimiento de llamada, ¿cuánto costará una llamada de 10 min con cada una de las compañías?

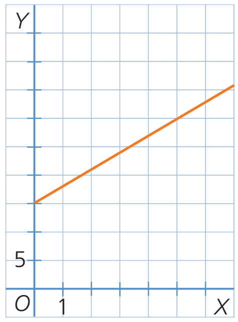
HandyStar	9,25 €
WassaPhone	9,25 €
BlueBird	9,24 €
Zerty	7,14 €
Qwerty4ever	12,14 €
GelbTelekom	6,45 €
2UrEars	9,15 €
TeslaPhone	0,65 €
GorYlia	9,35 €

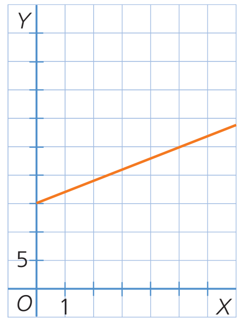
Relaciona

4 Las siguientes gráficas muestran la relación entre los minutos que dura una llamada y el precio de la misma. Relaciona estas gráficas con alguna de las empresas de telefonía móvil de la tabla.

a)


b)


c)


d)


a) Cualquiera de las empresas que cobra 0,9 céntimos el minuto.

b) Cualquiera de las empresas que cobra 1 céntimo el minuto.

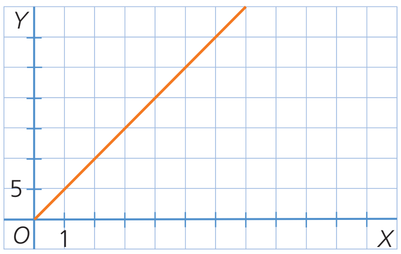
c) La empresa que cobra 3 céntimos el minuto.

d) La empresa que cobra 2 céntimos el minuto.

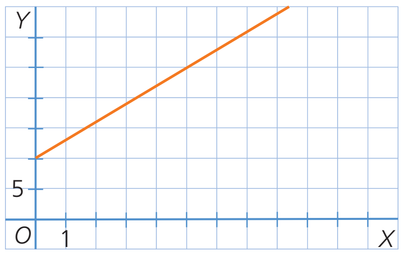
Reflexiona

5 Una amiga de Laura le habla de su compañía de telefonía móvil. Ella está muy contenta porque puede elegir cada mes un tipo de tarifa distinta entre estas tres.

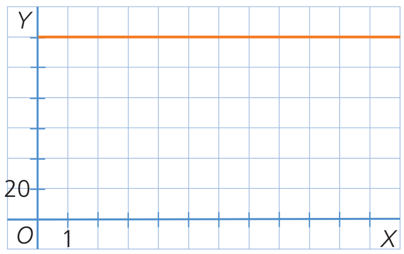
Tarifa S



Tarifa L



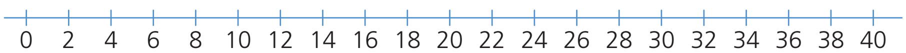
Tarifa XL



a) Copia y completa la siguiente tabla marcando con 1 la tarifa más barata, con 2 la segunda más barata y con 3 la más cara para cada una de las siguientes duraciones de llamadas:

	Tarifa S	Tarifa L	Tarifa XL
5 min	×	×	×
10 min	×	×	×
15 min	×	×	×
20 min	×	×	×
25 min	×	×	×

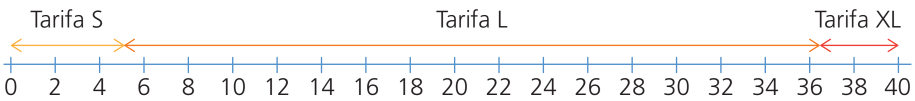
b) Copia la siguiente recta y marca los períodos de tiempo es los que es más conveniente cada tipo de tarifa.



a)

	Tarifa S	Tarifa L	Tarifa XL
5 min	1	1	2
10 min	2	1	3
15 min	2	1	3
20 min	2	1	3
25 min	3	1	2

b)

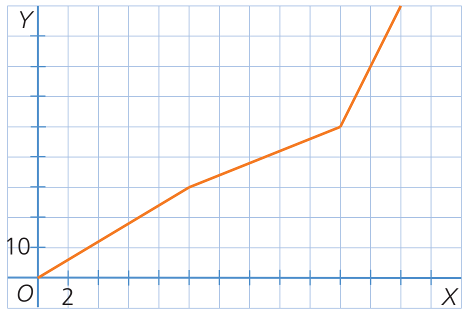


6 La compañía telefónica le ofrece a Laura una tarifa especial según la cual el coste de la llamada se establece por tramos tal y como muestra la gráfica.

a) Copia y completa la siguiente tabla con los precios de las llamadas.

Minutos	5	10	15	20
Céntimos	×	×	×	×

b) Escribe la expresión algebraica de cada tramo.



a)

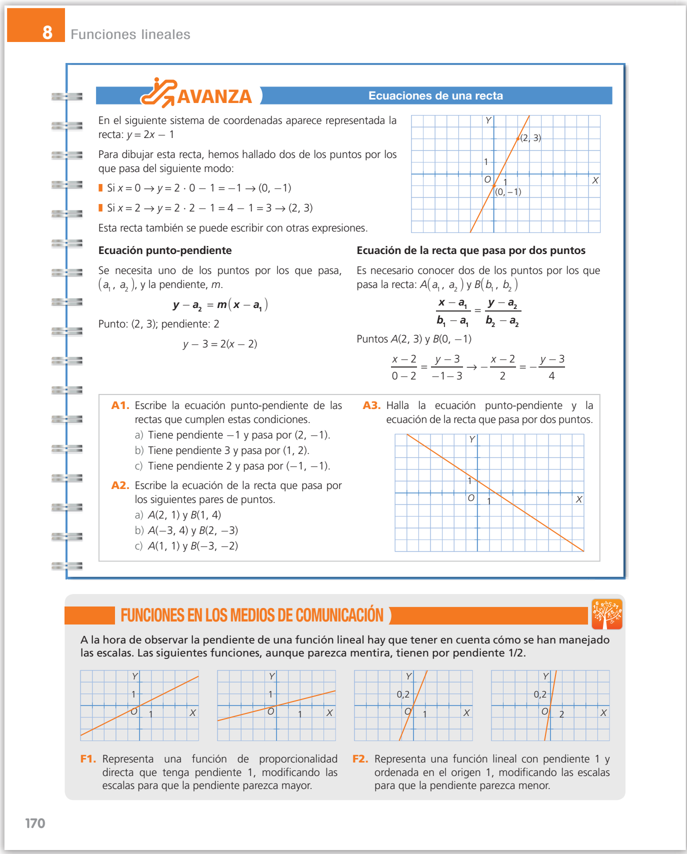
Minutos	5	10	15	20
Céntimos	15	30	40	50

b) $y = \begin{cases} 3x & \text{si está entre 0 y 10} \\ 2x + 10 & \text{si está entre 10 y 20} \\ 10x - 150 & \text{si es mayor que 20} \end{cases}$

Trabajo cooperativo

Respuesta abierta.

Avanza. Ecuaciones de una recta



Sugerencias didácticas

En la sección Avanza de esta unidad se introduce la ecuación de la recta en forma punto-pendiente y la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

Su aplicación y utilidad en la vida cotidiana se trabajará con mayor profundidad en cursos superiores.

Soluciones de las actividades

A1. Escribe la ecuación punto-pendiente de las rectas que cumplen estas condiciones.

a) Tiene pendiente −1 y pasa por (2, −1).

b) Tiene pendiente 3 y pasa por (1, 2).

c) Tiene pendiente 2 y pasa por (−1, −1).

a) $y - (-1) = (-1) \cdot (x - 2) \rightarrow y + 1 = -(x - 2)$

b) $y - 2 = 3(x - 1)$

c) $y - (-1) = 2 \cdot (x - (-1)) \rightarrow y + 1 = 2(x + 1)$

A2. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los siguientes pares de puntos.

a) $A(2, 1)$ y $B(1, 4)$

b) $A(-3, 4)$ y $B(2, -3)$

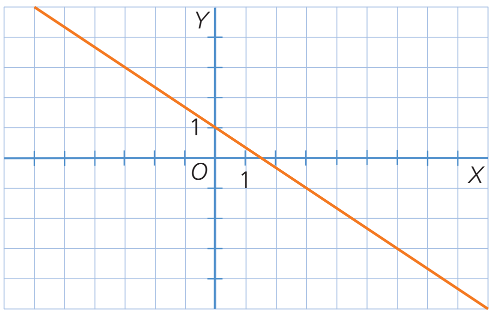
c) $A(1, 1)$ y $B(-3, -2)$

a) $\frac{x-2}{1-2} = \frac{y-1}{4-1} \rightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{3}$

b) $\frac{x-(-3)}{2-(-3)} = \frac{y-4}{-3-4} \rightarrow \frac{x+3}{5} = \frac{y-4}{-7}$

c) $\frac{x-1}{(-3)-1} = \frac{y-1}{(-2)-1} \rightarrow \frac{x-1}{-4} = \frac{y-1}{-3}$

A3. Halla la ecuación punto-pendiente y la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.



La ecuación punto-pendiente que pasa por el punto (0, 1) y tiene pendiente $\frac{-2}{3}$ es:

$y - 1 = \frac{-2}{3}(x - 0) \rightarrow y - 1 = \frac{-2}{3}x$

La ecuacion de la recta que pasa por los dos puntos (0, 1) y (3, −1) es: $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-1}{-1-1} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2}$

Funciones en los medios de comunicación

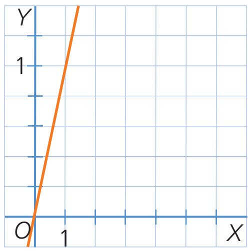
Sugerencias didácticas

En esta sección se pretende que los alumnos realicen un análisis crítico de cómo afecta la elección de la escala a la hora de estudiar la pendiente de estas funciones .

Soluciones de las actividades

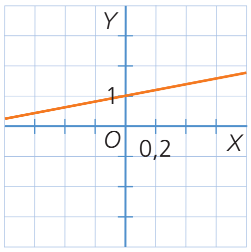
F1. Representa una función de proporcionalidad directa que tenga pendiente 1, modificando las escalas para que la pendiente parezca mayor.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



F2. Representa una función lineal con pendiente 1 y ordenada en el origen 1, modificando las escalas para que la pendiente parezca menor.

Respuesta abierta, por ejemplo:



PROPUESTA DE EVALUACIÓN
PRUEBA A

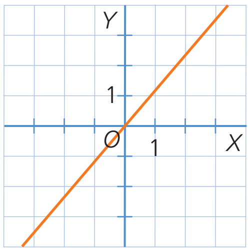
1. Javier ha comprado en la frutería 1,5 kg de plátanos por 1,80 €.

a) Representa la relación entre los kilos de plátanos comprados y su precio.

b) Encuentra la expresión algebraica de esta función.

La relación entre los kilos de plátanos comprados y su precio es una relación de proporcionalidad directa con constante de proporcionalidad: $\dfrac{1,8}{1,5} = 1,2$

a)



b) $y = 1,2x$

2. Indica la pendiente de las siguientes rectas y ordénalas de menor a mayor.

$y = \dfrac{2}{3}x$ $\qquad y = -\dfrac{5}{2}x$ $\qquad y = -\dfrac{2}{7}x$ $\qquad y = \dfrac{7}{5}x$

Escribimos la pendiente de cada recta:

$y = \dfrac{2}{3}x \rightarrow \dfrac{2}{3}$ $\qquad y = -\dfrac{5}{2}x \rightarrow -\dfrac{5}{2}$ $\qquad y = -\dfrac{2}{7}x \rightarrow -\dfrac{2}{7}$ $\qquad y = \dfrac{7}{5}x \rightarrow \dfrac{7}{5}$

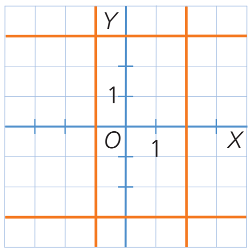
Ordenadas de menor a mayor pendiente tenemos:

$y = -\dfrac{5}{2}x$ $\qquad y = -\dfrac{2}{7}x$ $\qquad y = \dfrac{2}{3}x$ $\qquad y = \dfrac{7}{5}x$

3. Representa las siguientes rectas e indica cuáles son funciones.

$x = -1$ $\qquad y = 3$ $\qquad y = -3$ $\qquad x = 2$

Son funciones la expresiones $y = 3$ e $y = -3$.

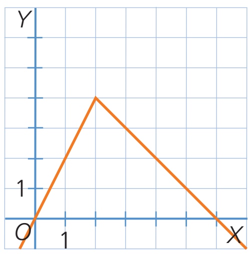


4. Un alquiler de bicicletas cobra 1 céntimo por minuto, más un fijo de 2 €. Escribe la expresión algebraica de la función que relaciona el tiempo de alquiler de una bicicleta y el precio a pagar.

La expresión algebraica es: $y = 0,01x + 2$

5. Dibuja la gráfica de la siguiente función.

$$y = \begin{cases} 2x & \text{si } x \text{ es menor que 2} \\ -x + 6 & \text{si } x \text{ es mayor que 2} \end{cases}$$



Utilizamos dos puntos de cada recta.

$y = 2x$

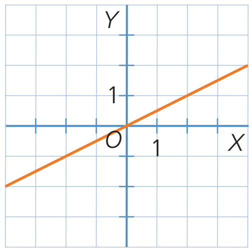
x	y
0	0
2	4

$y = -x + 6$

x	y
2	4
6	0

PROPUESTA DE EVALUACIÓN
PRUEBA B

1. Indica si la siguiente gráfica de función es de proporcionalidad directa. En caso afirmativo, escribe su expresión algebraica.



La gráfica es una recta que pasa por el origen, luego sí es una función de proporcionalidad directa.

Como la gráfica pasa por el punto (2, 1) se tiene que $1 = 2 \cdot m \rightarrow m = \frac{1}{2}$ y su expresión es: $y = \frac{1}{2}x$

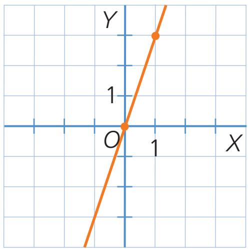
2. Averigua la pendiente de una recta que pasa por los puntos (0, 0) y (2, 3).

La función avanza 2 en horizontal y 3 en vertical, luego la pendiente es: $\frac{3}{2}$

3. Representa gráficamente las siguientes funciones.

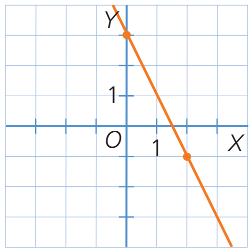
a) $y = 3x$

x	y
0	0
1	3



b) $y = -2x + 3$

x	y
0	3
2	-1



4. Escribe la expresión algebraica de una función cuya gráfica pasa por los puntos (0, -1) y (2, 5).

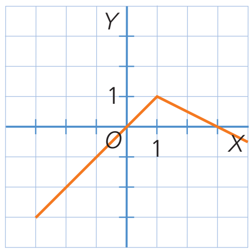
Como la función no pasa por el origen, tiene una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$

Como pasa por (0, -1), se tiene que: $-1 = a \cdot 0 + b \rightarrow b = -1$

Como pasa por (2, 5), se tiene que: $5 = a \cdot 2 - 1 \rightarrow 6 = 2a \rightarrow a = 3$

La expresión algebraica es: $y = 3x - 1$

5. Escribe la expresión algebraica de la siguiente función.



Desde -3 hasta 1 es de la forma $y = mx$ y pasa por el punto (1, 1).

Luego se tiene que: $1 = m \cdot 1 \rightarrow m = 1$

Desde 1 hasta 5 es de la forma $y = ax + b$ y pasa por los puntos (1, 1) y (3, 0).

Luego se tiene que:

$$\left.\begin{array}{l}(1,\ 1) \rightarrow 1 = 1 \cdot a + b \rightarrow 1 = a + b \\ (3,\ 0) \rightarrow 0 = a \cdot 3 + b \rightarrow 0 = 3a + b\end{array}\right\} \rightarrow \text{Resolvemos el sistema y tenemos que: } a = -\frac{1}{2} \text{ y } b = \frac{3}{2}$$

Luego la expresión algebraica es: $y = \begin{cases} x & \text{si } x \text{ está entre } -3 \text{ y } 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & \text{si } x \text{ está entre } 1 \text{ y } 5 \end{cases}$