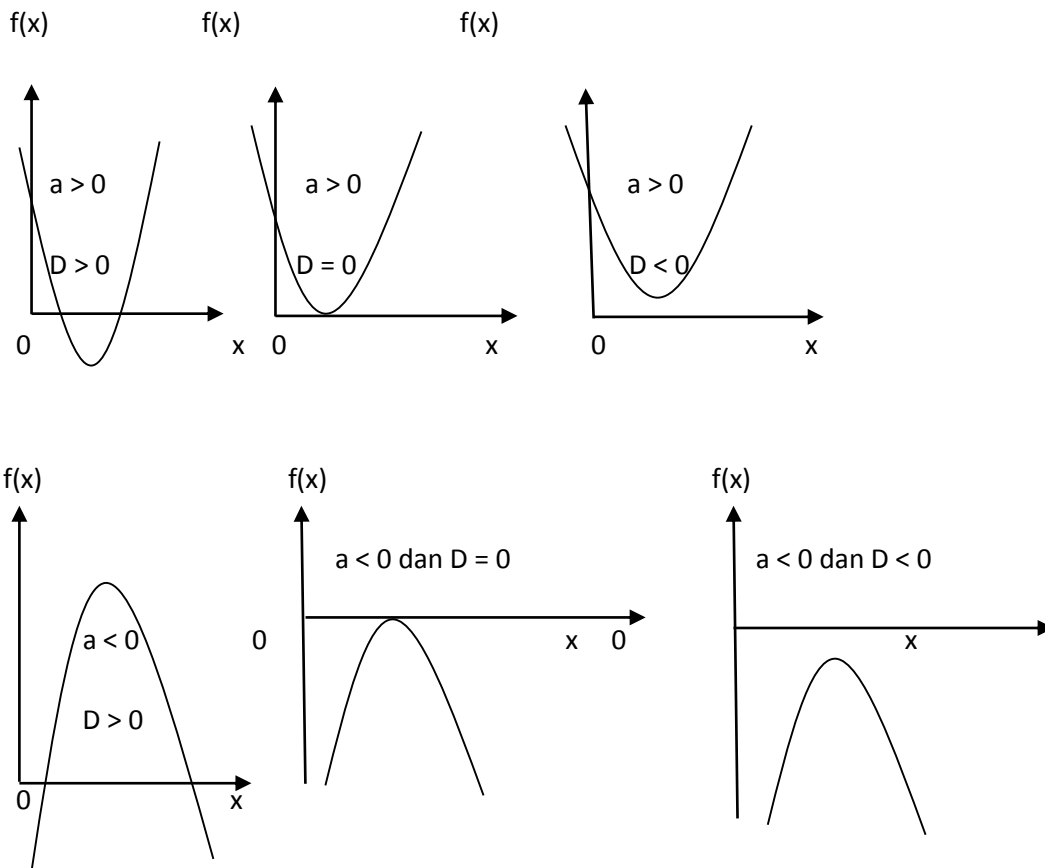


## BAB VI FUNGSI KUADRAT (PARABOLA)

- Secara umum, persamaan kuadrat dituliskan sebagai  $ax^2 + bx + c = 0$  atau dalam bentuk fungsi dituliskan sebagai  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , dengan  $a, b$ , dan  $c$  elemen bilangan *Real*, dengan  $a \neq 0$ . Sifat matematis dari persamaan kuadrat yang menentukan bentuk kurva parabolanya adalah koefisien  $a$  dan diskriminan  $D = b^2 - 4ac$ .
  - Jika  $a > 0$ , maka kurva parabola terbuka ke atas, sedangkan jika  $a < 0$ , maka kurva parabolanya terbuka ke bawah. Jadi jika  $a > 0$  akan ada titik ekstrim minimum dan jika  $a < 0$  akan ada titik ekstrim maksimum.
  - Jika  $D > 0$ , maka kurva parabola memotong sumbu- $x$  di dua titik berbeda, jika  $D = 0$ , maka kurva parabola akan memotong sumbu- $x$  di satu titik, dan jika  $D < 0$ , maka kurva parabola tidak memotong sumbu- $x$ .



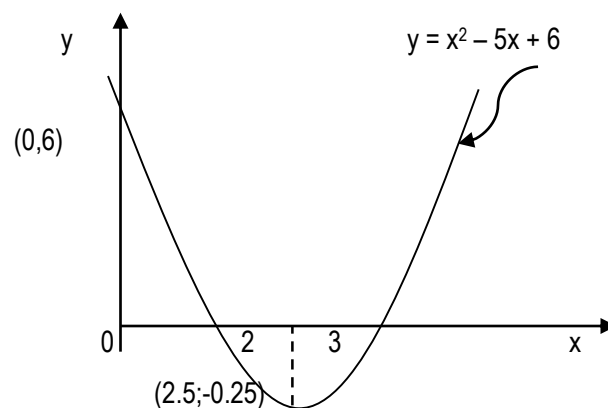
Kurva parabola adalah kurva untuk fungsi kuadrat, sedangkan fungsi kuadrat adalah salah satu fungsi non linear, dimana variabel bebas ( $x$ ) berpangkat paling tinggi dua.

- Untuk menggambarkan kurva parabola suatu fungsi kuadrat dapat ditempuh dua cara, yaitu:
  1. Tracing process curve, yaitu dengan menentukan lebih dulu nilai  $x$ , kemudian disubstitusikan ke dalam fungsinya sehingga diperoleh nilai  $y$ . Cara ini kurang efisien, karena diperlukan beberapa pasangan  $x$  dan  $y$  yang cukup banyak, paling sedikit 8 pasangan

x dan y. Misalkan untuk menggambarkan kurva parabola dari fungsi kuadrat:  $y = x^2 - 5x + 6$  digunakan pasangan x dan y sebagai berikut:

x	-2	-1	0	1	2.5	2	3	4	5
y	20	12	6	2	-0.25	0	0	2	6

Sehingga bila koordinat (x,y) diplot ke dalam koordinat kartesius akan diperoleh kurva sebagai berikut:



2. Dengan menggunakan sifat-sifat matematis fungsi kuadrat, sebagai berikut

- 1) Tentukan titik potong kurva dengan sumbu y dengan memisalkan  $x = 0$
- 2) Tentukan titik potong kurva dengan sumbu x dengan memisalkan  $y = 0$ , sehingga  $ax^2 + bx + c = 0$  akan memiliki tiga kemungkinan solusi, yaitu:

- Bila diskriminan  $D = b^2 - 4ac > 0$ , maka akan terdapat dua titik potong kurva dengan sumbu x yang diperoleh dengan rumus berikut:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Bila  $D = 0$ , maka akan ada satu titik potong kurva dengan sumbu x, yaitu:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- Bila  $D < 0$ , maka tidak akan ada titik potong kurva dengan sumbu x

3) Titik ekstrim kurva parabola diperoleh dengan rumus:

$$\left( \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right)$$

4) Tentukan sumbu simetris yang membagi kurva parabola menjadi dua bagian yang sama. Garis sumbu simetris ini melewati titik ekstrim, persamaan garis simetris ini adalah:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

- Diketahui fungsi kuadrat  $y = -x^2 + 6x - 9$ , gambarkan kurva fungsi kuadrat tersebut dengan menggunakan sifat-sifat matematis.

1) Titik potong kurva dengan sumbu y,

misalkan  $x = 0 \rightarrow y = -9$ , sehingga titik potongnya  $(0, -9)$

2) Titik potong kurva dengan sumbu x,

misalkan  $y = 0 \rightarrow -x^2 + 6x - 9 = 0$

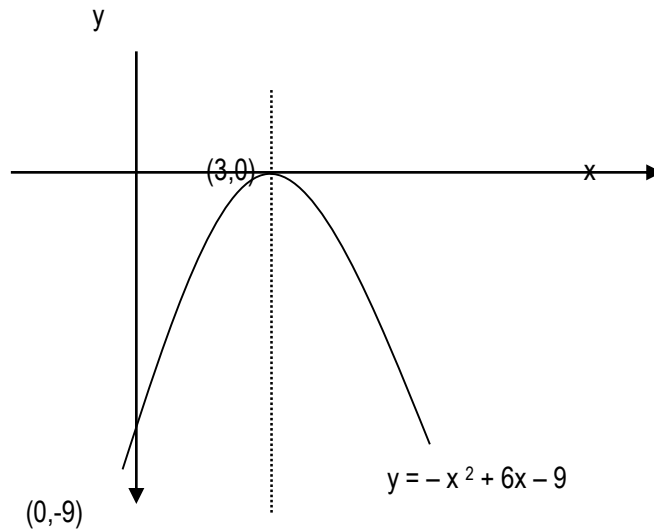
karena  $D = b^2 - 4ac$

$D = 36 - 4(-1)(-9) = 0$ , maka hanya ada satu titik potong yaitu

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2} = 3 \rightarrow (3, 0)$

3) Titik ekstrimnya merupakan titik ekstrim maksimum  $\rightarrow (3, 0)$

4) Sumbu simetrisnya adalah  $x = 3$



### APLIKASI KURVA PARABOLA (FUNGSI KUADRAT) DALAM EKONOMI

- Aplikasi fungsi kuadrat dalam bisnis dan ekonomi diantaranya:
  - Fungsi permintaan
  - Fungsi penawaran
  - Keseimbangan pasar
  - Kurva transformasi produk atau kurva kemungkinan produksi

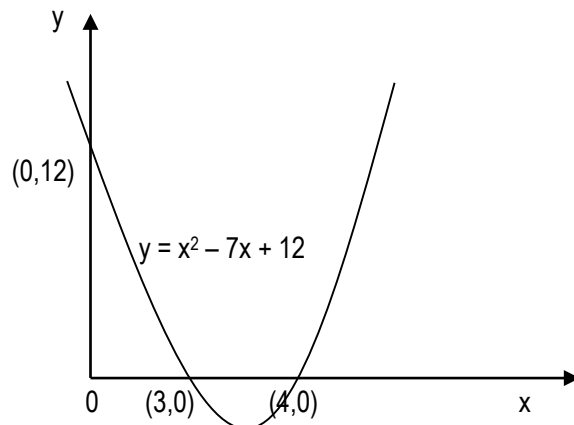
### FUNGSI PERMINTAAN

#### ▪ Contoh 1:

Diketahui fungsi permintaan suatu barang adalah  $y = x^2 - 7x + 12$  dimana  $y$  adalah harga (P) dan  $x$  adalah kuantitas (Q). Gambarkan kurvanya.

- Titik potong dengan sumbu-y: Misalkan  $x = 0 \rightarrow y = 12 \rightarrow$  titik potong  $(0, 12)$
- Titik potong dengan sumbu-x: Misalkan  $y = 0 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$   
Karena  $D = 49 - 4(1)(12) = 1 \rightarrow D > 0$ , maka ada dua titik potong dengan sumbu x, yaitu:  
 $x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow (x - 3)(x - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 3$  dan  $x_2 = 4 \rightarrow$  titik potong  $(3, 0)$  dan  $(4, 0)$
- Karena  $a > 0$ , maka kurva parabola terbuka ke atas  $\rightarrow$  Titik ekstrim minimum

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a}\right) \rightarrow \left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$



Berdasarkan kurva permintaan di atas, tampak bahwa fungsi permintaan  $y = x^2 - 7x + 12$  berlaku untuk interval jumlah permintaan  $0 \leq x \leq 3$  dan harga permintaan  $0 \leq y \leq 12$

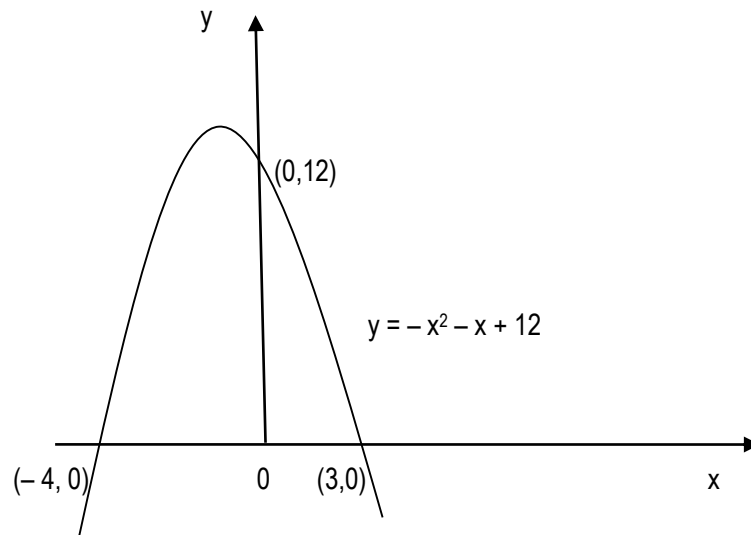
Atau fungsi permintaan di atas dinyatakan dengan:

$$P = Q^2 - 7Q + 12 \text{ untuk } 0 \leq Q \leq 3 \text{ dan } 0 \leq P \leq 12$$

### Contoh 2:

Diketahui fungsi permintaan suatu barang  $y = -x^2 - x + 12$ , dimana  $y$  adalah harga ( $P$ ) dan  $x$  adalah kuantitas ( $Q$ ). Gambarkan kurvanya.

- Titik potong dengan sumbu  $y$ : Misalkan  $x = 0 \rightarrow y = 12 \rightarrow$ titik potong  $(0,12)$
- Titik potong dengan sumbu  $x$ : Misalkan  $y = 0 \rightarrow -x^2 - x + 12 = 0$   
 Karena  $D = 1 - 4(-1)(12) = 49 \rightarrow D > 0$ , maka terdapat dua titik potong dengan sumbu  $x$ , yaitu:  
 $-x^2 - x + 12 = 0$   
 $(x + 4)(-x + 3) = 0$   
 $x_1 = -4$  dan  $x_2 = 3$   
 titik potong  $(-4,0)$  dan  $(3,0)$
- Karena  $a < 0$ , maka kurva parabola terbuka ke bawah  $\rightarrow$  titik ekstrim maksimum  
 $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a}\right) \rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{49}{4}\right)$



Berdasarkan kurva permintaan di atas, tampak bahwa fungsi permintaan  $y = -x^2 - x + 12$  berlaku untuk interval jumlah permintaan  $0 \leq x \leq 3$  dan harga permintaan  $0 \leq y \leq 12$

Atau fungsi permintaan di atas dinyatakan dengan:

$$P = -Q^2 - Q + 12 \text{ untuk } 0 \leq Q \leq 3 \text{ dan } 0 \leq P \leq 12$$

## FUNGSI PENAWARAN

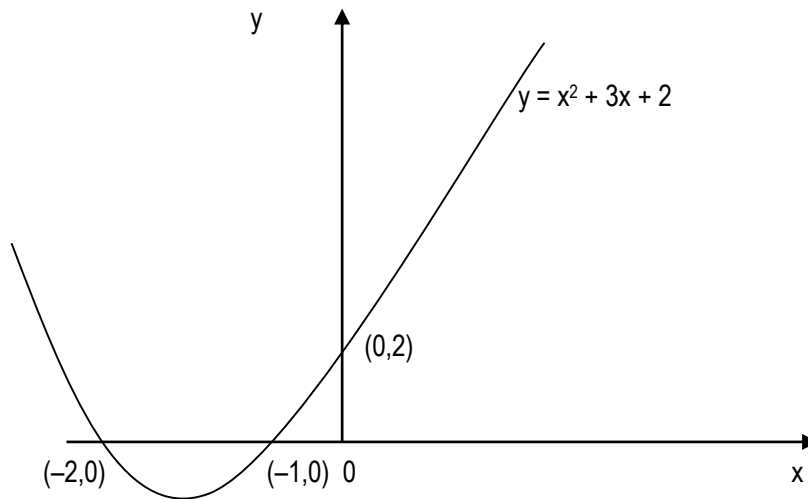
Diketahui fungsi penawaran sejenis barang adalah  $y = x^2 + 3x + 2$ , dimana  $y$  adalah harga ( $P$ ) dan  $x$  adalah kuantitas ( $Q$ ). Gambarkan kurvanya.

- Titik potong dengan sumbu  $y$ : Misalkan  $x = 0 \rightarrow y = 2$
- Titik potong dengan sumbu  $x$ : Misalkan  $y = 0 \rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$   
 Karena  $D = 9 - 4(1)(2) = 1 \rightarrow D > 0$ , maka terdapat dua titik potong dengan sumbu  $x$ , yaitu:

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (x + 1)(x + 2) = 0 \rightarrow x_1 = -1 \text{ dan } x_2 = -2 \rightarrow \text{titik potong } (-1, 0) \text{ dan } (-2, 0)$$

- Karena  $a > 0$ , maka kurva parabola terbuka ke atas  $\rightarrow$  titik ekstrim minimum

$$\left( \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right) \rightarrow \left( -\frac{3}{2}, -\frac{1}{4} \right)$$



Berdasarkan kurva penawaran di atas, tampak bahwa fungsi penawaran  $y = x^2 + 3x + 2$  berlaku untuk interval jumlah penawaran  $x \geq 0$  dan harga permintaan  $y \geq 2$

atau fungsi permintaan di atas dinyatakan dengan:

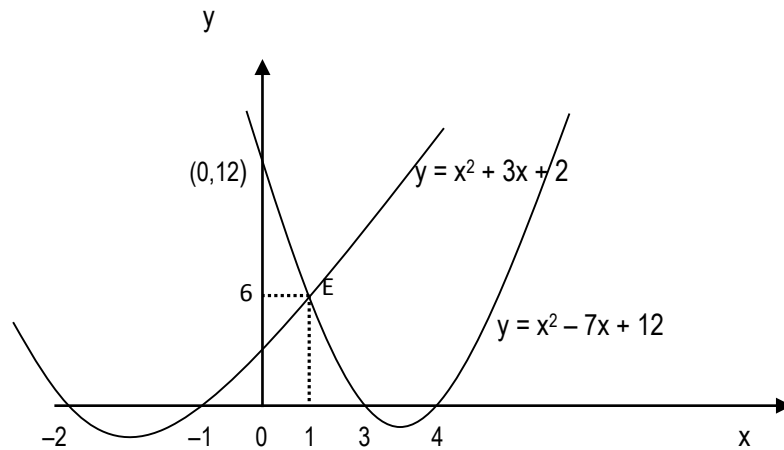
$$P = Q^2 + 3Q + 2 \text{ untuk } Q \geq 0 \text{ dan } P \geq 2$$

### KESEIMBANGAN PASAR (MARKET EQUILIBRIUM)

- Keseimbangan pasar terjadi ketika jumlah permintaan sama dengan jumlah penawaran atau  $Q_d = Q_s$ , harga yang tercipta pada keseimbangan pasar merupakan harga keseimbangan ( $P_e$ ).
- Diketahui fungsi permintaan dan fungsi penawaran sejenis barang adalah:  
 FD:  $y = x^2 - 7x + 12$   
 FS:  $y = x^2 + 3x + 2$

Tentukan keseimbangan pasarnya dan gambarkan kurvanya.

- Jawab: Pada keseimbangan pasar berlaku  $Q_d = Q_s$  atau  $P_d = P_s$ , sehingga keseimbangan pasar dapat diselesaikan dengan substitusi:  
 $x^2 - 7x + 12 = x^2 + 3x + 2$   
 $10x = 10$   
 $x = 1$   
 $y$  dapat dicari dengan mensubstitusikan nilai  $x = 1$  ke dalam fungsi permintaan atau fungsi penawaran, sehingga diperoleh nilai  $y$  sebagai  $y = (1)^2 + 3(1) + 2 = 6$ . Jadi keseimbangan pasar tercapai pada  $E(1,6)$ .



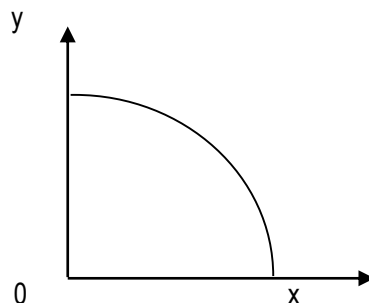
▪ Latihan Soal:

Tentukan keseimbangan pasarnya dan gambarkan kurvanya, jika diketahui fungsi permintaan dan penawarannya adalah:

1. FD:  $2Q + P - 10 = 0$  dan FS:  $P^2 - 8Q - 4 = 0$
2. FD:  $Q^2 + 5Q - P + 1 = 0$  dan FS:  $2Q^2 + P - 9 = 0$
3. FD:  $P^2 + P + Q - 20 = 0$  dan FS:  $2P^2 - Q - 3P - 4 = 0$

**KURVA TRANSFORMASI PRODUK (*PRODUCT TRANSFORMATION CURVE*)**

- Kurva transformasi produk menunjukkan bagaimana suatu perusahaan berdasarkan proses produksinya menetapkan kombinasi jumlah setiap jenis barang yang dihasilkannya, sesuai dengan sumber daya (kapital, tenaga kerja, bahan baku, energi, manajemen, teknologi, dan sebagainya) yang dimilikinya.
- Jika suatu perusahaan memproduksi dua jenis barang, misalnya x dan y, dengan menggunakan bahan baku dan tenaga kerja tertentu, maka hubungan kuantitas atau kombinasi kuantitas kedua jenis barang tersebut akan membentuk kurva transformasi produk atau disebut juga sebagai kurva kemungkinan produksi (*production possibility curve*).
- Hubungan x dan y atau kombinasi x dan y yang diproduksi digambarkan sebagai curve cembung (*concave curve*), yaitu curve yang terbuka ke bawah mengarah ke titik origin (titik 0).



- Berdasarkan kurva tersebut tampak bahwa jika jumlah produksi x ditambah, maka jumlah produksi y akan berkurang, demikian sebaliknya.

▪ Contoh soal:

Suatu perusahaan melamine memproduksi dua jenis barang yaitu piring (P) dan gelas (G), jika diketahui kurva transformasi produk untuk perusahaan tersebut:  $P^2 + 3P + 5G = 130$ . Tentukanlah:

1. Jumlah maksimum piring yang dapat diproduksi
2. Jumlah maksimum gelas yang dapat diproduksi
3. Jumlah maksimum piring yang diproduksi, jika diproduksi 18 gelas
4. Jumlah maksimum gelas yang diproduksi, jika diproduksi 7 piring
5. Gambarkan kurva transformasi produk tersebut

▪ Jawab :

1. Perusahaan tersebut akan memproduksi piring dalam jumlah maksimum bila  $G = 0$  (gelas tidak diproduksi, sehingga  $P^2 + 3P + 5(0) = 130 \rightarrow P^2 + 3P - 130 = 0$

$$P_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-130)}}{2(1)}$$

$$P_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{529}}{2} \rightarrow P_{1,2} = \frac{-3 \pm 23}{2} \rightarrow P_1 = 10 \text{ atau } P_2 = -13$$

Jadi jumlah maksimum piring yang diproduksi sebanyak 10 unit

2. Produksi gelas maksimum akan tercapai bila  $P = 0$  (piring tidak diproduksi), sehingga:

$$P^2 + 3P + 5G = 130$$

$$0 + 0 + 5G = 130$$

$$G = 26$$

Jadi jumlah maksimum gelas yang diproduksi sebanyak 26 unit

3. Bila diproduksi gelas  $G = 18$ , maka:

$$P^2 + 3P + 5G = 130 \rightarrow P^2 + 3P + 5(18) = 130 \rightarrow P^2 + 3P - 40 = 0$$

$$P_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-40)}}{2(1)}$$

$$P_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{2} \rightarrow P_{1,2} = \frac{-3 \pm 13}{2} \rightarrow P_1 = 5 \text{ dan } P_2 = -8$$

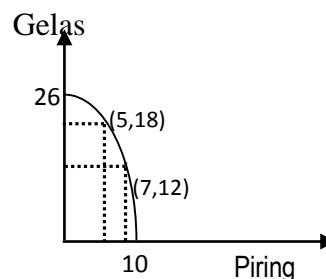
Jadi jumlah maksimum piring yang diproduksi bila  $G = 18$  adalah 5 unit

4. Bila diproduksi  $P = 7$ , maka:

$$P^2 + 3P + 5G = 130 \rightarrow 7^2 + 3(7) + 5G = 130 \rightarrow 5G = 60 \rightarrow G = 12$$

Jadi jumlah maksimum gelas yang diproduksi bila  $P = 7$  adalah 12 unit

5. Gambar kurvanya:





## APLIKASI FUNGSI KUADRAT

- Diketahui fungsi permintaan dan penawaran sejenis barang adalah:

$$\text{FD: } 2Q + P - 10 = 0$$

$$\text{FS: } P^2 - 8Q - 4 = 0$$

Jika pemerintah membebankan pajak proporsional  $t = 20\%$ , maka tentukan:

1. Keseimbangan pasar sebelum dan sesudah pajak.
2. Besarnya pajak per unit dan total pajak yang ditanggung masing-masing oleh konsumen maupun produsen.
3. Gambarkan kurvanya.

**Jawab:**

### 1. Keseimbangan pasar sebelum pajak

$$2Q + P - 10 = 0 \rightarrow Q = -\frac{1}{2}P + 5$$

$$P^2 - 8Q - 4 = 0 \rightarrow Q = \frac{1}{8}P^2 - \frac{1}{2}$$

$$QS = QD$$

$$-\frac{1}{2}P + 5 = \frac{1}{8}P^2 - \frac{1}{2}$$

$$-4P + 40 = P^2 - 4$$

$$-P^2 - 4P + 44 = 0$$

$$\text{Dengan rumus abc diperoleh: } P_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-1)(44)}}{2(-1)} \rightarrow P_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{192}}{2(-1)}$$

$$P_1 = \frac{4 + \sqrt{192}}{2(-1)} = -8,92820323 \approx P_1 = -8,93$$

$$P_{1,2} = \frac{4 - \sqrt{192}}{2(-1)} = 4,92820323 \approx P_2 = 4,93 \rightarrow P = 4,93$$

Untuk mendapatkan Q, substitusikan  $P = 4.92820323$  ke  $Q = -\frac{1}{2}P + 5$  sehingga diperoleh:

$$Q = -\frac{1}{2}(4,92820323) + 5 = 2,535898385 \approx Q = 2,54$$

Jadi keseimbangan sebelum pajak tercapai pada  $P = 4,93$  dan  $Q = 2,54$  atau titik keseimbangan pasar sebelum pajak adalah:  $E(2,54; 4,93)$ .

### Keseimbangan sesudah pajak

Adanya pajak akan mengubah fungsi penawaran menjadi:

$$\text{FD} \quad P^2 - 8Q - 4 = 0$$

$$P = (1 + t)\sqrt{8Q + 4}$$

$$P = (1 + 20\%)\sqrt{8Q + 4}$$

$$P = 1,2\sqrt{8Q + 4}$$

$$P^2 = 1,44(8Q + 4)$$

$$P^2 - 11.52Q - 5,76 = 0$$

Fungsi permintaan  $2Q + P - 10 = 0 \rightarrow P = -2Q + 10$

Keseimbangan pasar sesudah pajak diperoleh dengan mensubstitusi persamaan  $P = -2Q + 10$  ke dalam persamaan  $P^2 - 11.52Q - 5.76 = 0$  sehingga diperoleh:

$$(-2Q + 10)^2 - 11,52Q - 5,76 = 0$$

$$4Q^2 - 40Q + 100 - 11,52Q - 5,76 = 0$$

$$4Q^2 - 51,52Q + 94,24 = 0$$

$$Q^2 - 12,88Q + 23,56 = 0$$

dengan rumus abc diperoleh:  $Q_{1,2} = \frac{12,88 \pm \sqrt{(-12,88)^2 - 4(1)(23,56)}}{2(1)}$

$$Q_{1,2} = \frac{12,88 \pm \sqrt{71,6544}}{2} \rightarrow Q_1 = \frac{12,88 + \sqrt{71,6544}}{2} = 10,6724461$$

Kemudian substitusikan  $Q = 10,6724461$  ke persamaan  $P = -2Q + 10$

$$P = -2(10,6724461) + 10 \rightarrow P = -11,3448922$$

Karena P bernilai negatif, maka  $Q = 10,6724461$  tidak diambil, selanjutnya dihitung

$$Q_2 = \frac{12,88 - \sqrt{71,6544}}{2} = 2,207553899 \rightarrow Q = 2,207553899$$

Kemudian substitusikan  $Q = 2,207553899$  ke persamaan  $P = -2Q + 10$

$$P = -2(2,207553899) + 10$$

$$P = 5,584892202$$

(Harga keseimbangan pasar setelah kena pajak)

Jadi keseimbangan pasar sesudah pajak tercapai pada saat  $P = 5,58$  dan  $Q = 2,21$  atau titik keseimbangan pasar sesudah pajak  $E'(2,21 ; 5,58)$

2. Lihat gambar kurvanya,  $Q = 2,207553899$  substitusikan ke dalam persamaan fungsi penawaran  $P^2 - 8Q - 4 = 0$ , sehingga diperoleh:

$$P^2 - 8(2,207553899) - 4 = 0$$

$$P^2 = 8(2,207553899) - 4$$

$$P = \pm \sqrt{21,66043119}$$

$$= 4,654076836 \approx P = 4,65$$

$$\text{Pajak per unit: } t = \frac{20\%}{100\% + 20\%} (5,584892202)$$

$$= \frac{2}{12} (5,584892202)$$

$$= 0,930815367 \approx t = 0,93$$

Pajak per unit yang ditanggung konsumen tercermin dari adanya kenaikan harga sebesar:

$$t_k = 5,584892202 - 4,92820323$$

$$= 0,656688972 \approx t_k = 0,66.$$

Pajak per unit yang ditanggung produsen tercermin dari perbedaan:

$$t_p = 4,92820323 - 4,654076836$$

$$= 0,274126394 \approx t_p = 0,27$$

$$\text{atau } t_p = 0,93 - 0,66 = 0,27$$

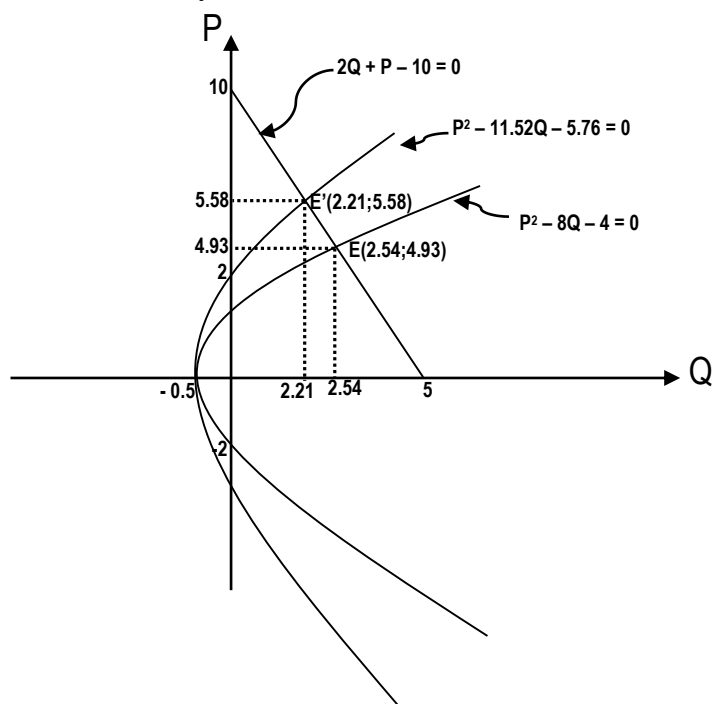
Total pajak yang ditanggung konsumen:  $T_k = 0,656688972 (2,207553899)$

$$T_k = 1,449676301 \approx T_k = 1,45$$

Total pajak yang ditanggung produsen:  $T_p = 0,274126394(2,207553899)$

$$T_p = 0,605148789 \approx T_p = 0,61$$

3. Gambar kurvanya:



Kurva fungsi permintaan:

$2Q + P - 10 = 0 \rightarrow$  perpotongan dengan sb-P misalkan  $Q = 0 \rightarrow P = 10$  dan perpotongan dengan sb-Q misalkan  $P = 0 \rightarrow Q = 5$

Kurva fungsi penawaran sebelum pajak:

$P^2 - 8Q - 4 = 0 \rightarrow$  perpotongan dengan sb-P misalkan  $Q = 0 \rightarrow P^2 = 4 \rightarrow P = \pm 2$  dan perpotongan dengan sb-Q misalkan  $P = 0 \rightarrow Q = -\frac{1}{2}$

Kurva fungsi penawaran sesudah pajak:

$P^2 - 11.52Q - 5.76 = 0 \rightarrow$  perpotongan dengan sb-P misalkan  $Q = 0$

$P^2 = 5.76 \rightarrow P = \pm 2.4$  dan perpotongan dengan sb-Q misalkan  $P = 0 \rightarrow Q = -\frac{1}{2}$

### SOAL LATIHAN

- Diketahui fungsi permintaan dan fungsi penawaran sejenis barang adalah:

D:  $2Q^2 + P - 9 = 0$

S:  $Q^2 + 5Q - P + 1 = 0$

Jika pemerintah membebankan pajak proporsional  $t = 20\%$ , maka tentukan:

1. Keseimbangan pasar sebelum dan sesudah pajak.
2. Besarnya pajak per unit dan total pajak yang ditanggung masing-masing oleh konsumen maupun produsen.
3. Gambarkan kurvanya.

BAB VII  
APLIKASI TURUNAN FUNGSI DALAM EKONOMI DAN BISNIS

A. TURUNAN FUNGSI ALJABAR SATU VARIABEL

$$f(x) = ax^n$$
$$f'(x) = anx^{n-1}$$

Keterangan:

$f'(x)$  = turunan pertama dari fungsi  $f(x)$   
 $a$  dan  $n$  adalah suatu konstanta

Sifat-sifat yang sering digunakan untuk turunan fungsi dalam ekonomi dan bisnis:

1.  $f(x) = c \cdot g(x)$  maka  $f'(x) = c \cdot g'(x)$ , di mana  $c$  adalah konstanta.
2.  $f(x) = g(x) \pm h(x)$  maka  $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$

Keterangan:

$f'(x)$ ,  $g'(x)$ , dan  $h'(x)$  berturut-turut adalah turunan dari fungsi  $f(x)$ ,  $g(x)$ , dan  $h(x)$

B. ANALISIS BIAYA MARGINAL / MARGINAL COST (MC)

Biaya marginal dapat juga dikatakan sebagai biaya pertambahan (incremental cost). Biaya marginal merupakan besarnya tambahan biaya produksi yang dikeluarkan untuk menambah produksi sebanyak satu unit produksi tambahan. Secara matematis, MC adalah turunan pertama dari fungsi Biaya Total (TC) atau C. Biaya marginal dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$TC = aQ^n$$
$$MC = TC' = \frac{dTC}{dQ} = anQ^{n-1}$$

Maka,  $TC$  minimum tercapai pada saat  $MC = 0$ .

LATIHAN SOAL:

1. Total biaya produksi suatu komoditi untuk  $Q$  unit dinyatakan oleh

$$TC = 4 + 3Q + Q^2$$

Jika TC dalam satuan ribu rupiah, tentukan:

- a. Fungsi Biaya Marginal.
- b. Fungsi Biaya Rata-Rata (AC)
- c. TC, MC, dan AC pada saat memproduksi 10 unit.

Jawab :

- a.  $MC = TC'$   
$$= \frac{d(4 + 3Q + Q^2)}{dQ}$$
$$= 3 + 2Q$$

$$\begin{aligned} \text{b. } AC &= \frac{4+3Q+Q^2}{Q} \\ &= \frac{4}{Q} + 3 + Q. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. Pada saat } Q &= 10, \\ TC &= 4 + 3(10) + 10^2 \\ &= 134 \end{aligned}$$

Jadi TC pada saat memproduksi 10 unit adalah Rp134.000.

$$\begin{aligned} MC &= 2 + 3(10) \\ &= 32 \end{aligned}$$

Artinya perkiraan biaya tambahan yang diperlukan untuk memproduksi unit yang ke 11 adalah Rp32.000 rupiah.

$$\begin{aligned} AC &= \frac{4}{10} + 3 + 10 \\ AC &= 13,4 \end{aligned}$$

Artinya bahwa jika diproduksi 10 unit, maka rata-rata biaya perunit adalah Rp13.400.

2. Total biaya produksi motor ABC dinyatakan oleh

$$TC = 4 + 3Q + Q^2 \text{ juta rupiah}$$

Tentukan:

tentukan:

- a. Fungsi Biaya Marginal.
  - b. Fungsi Biaya Rata-Rata (AC)
3. TC, MC, dan AC pada saat memproduksi 30 unit motor.

$$\text{Biaya total dinyatakan dengan } TC = 5Q^2 - 1000Q + 85000$$

Tentukan:

- a. Pada tingkat produksi berapakah akan menyebabkan total biaya minimum?
- b. Berapakah total biaya minimum tersebut?

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } TC &= 5Q^2 - 1000Q + 85000 \\ C' &= 10Q - 1000 \\ 0 &= 10Q - 1000 \\ 10Q &= 1000 \\ Q &= 100 \end{aligned}$$

$$\text{Cek } TC'' = 10 > 0$$

Jadi total biaya minimum akan tercapai jika berproduksi sebanyak 100 unit.

- b. Total biaya minimumnya sebesar:

$$\begin{aligned} C &= 5Q^2 - 1000Q + 85000 \\ C &= 5(100)^2 - 1000(100) + 85000 \\ C &= 35000 \end{aligned}$$

Jadi total biaya minimumnya sebesar: Rp35000

4. Biaya total dinyatakan dengan  $TC = Q^3 - 90Q^2 + 2800Q + 56500$

Tentukan:

- a. Pada tingkat produksi berapakah akan menyebabkan biaya minimum?
- b. Berapakah biaya minimum tersebut?

### C. ANALISIS PENDAPATAN MARGINAL / MARGINAL REVENUE (MR)

Marginal Revenue adalah pendapatan/penerimaan tambahan yang diperoleh berkaitan dengan satu unit hasil yang terjual atau diproduksi. Secara matematis, fungsi MR adalah turunan pertama dari fungsi Total Revenue (TR).

$$MR = TR' = \frac{dMR}{dQ}$$

#### LATIHAN SOAL

1. Fungsi permintaan suatu perusahaan dinyatakan oleh  $P = Q^2 + 2Q + 1$  ribu rupiah.

Tentukan:

- Fungsi TR
- Fungsi MR
- Fungsi Pendapatan Rata-rata
- TR, MR, AR pada saat produk yang terjual 10 unit.

Jawab:

a.  $TR = P \times Q$   
 $= (Q^2 + 2Q + 1) \times Q$   
 $= Q^3 + 2Q^2 + Q$

b.  $MR = TR'$   
 $= 2Q^2 + 4Q + 1$

c.  $AR = \frac{TR}{Q}$   
 $= \frac{Q^3 + 2Q^2 + Q}{Q}$   
 $= Q^2 + 2Q + 1$

d.  $TR = 1210$  (Rp1.210.000)  
 $MR = 241$  (Rp241.000)  
 $AR = 121$  (Rp121.000)

2. Fungsi permintaan suatu perusahaan dinyatakan oleh  $P = 5 + 6Q + Q^2$  ratus ribu rupiah. Tentukan:

- Fungsi TR
- Fungsi MR
- Fungsi Pendapatan Rata-rata
- TR, MR, AR pada saat produk yang terjual 30 unit. Serta jelaskan maknanya.

3. Harga jual  $Q$  puluh unit barang dinyatakan  $P = -2Q + 16$  juta rupiah, tentukan berapa output yang harus diproduksi dan dijual agar diperoleh total **pendapatan maksimum**.

Jawab:

Fungsi total pendapatan:

$$P = -2Q + 16$$

$$TR = P \cdot Q = (-2Q + 16) Q$$

$$TR = -2Q^2 + 16Q$$

Langkah pertama mencari turunan pertama fungsi TR, kemudian menentukan Q untuk  $TR' = 0$

$$\begin{aligned}TR' &= -4Q + 16 = 0 \\4Q &= 16 \\Q &= 4\end{aligned}$$

Agar dijamin bahwa jika menjual sebanyak  $Q = 40$  unit maka akan diperoleh total pendapatan maksimum, maka lakukanlah langkah kedua yaitu mencari turunan kedua fungsi total pendapatan:

$$R'' = -4$$

Ternyata  $R'' = -4 < 0$  sehingga diperoleh nilai maksimum

Keterangan:

Turunan kedua untuk menentukan kelengkungan kurva.

Jika turunan kedua  $< 0$  maka kurva melengkung ke atas, atau membuka ke bawah

Jika turunan kedua  $> 0$  maka kurva melengkung ke bawah, atau membuka ke atas

Jika turunan kedua  $= 0$  maka kurva tidak melengkung ke atas maupun ke bawah (titik stasioner)

Jadi output yang harus diproduksi dan dijual agar diperoleh total pendapatan maksimum yaitu sebanyak 40 unit.

Total pendapatan maksimumnya:

$$\begin{aligned}R &= -2Q^2 + 16Q \\R &= -2(4)^2 + 16(4) \\R &= 32\end{aligned}$$

Jadi ketika menjual produk sebanyak 40 unit, maka akan diperoleh total pendapatan maksimum sebesar 32 juta.

#### D. Analisis Laba Marginal

Laba Marginal adalah tambahan keuntungan yang diperoleh berkaitan dengan satu unit hasil yang terjual atau diproduksi. Secara matematis, fungsi Laba Marginal adalah turunan pertama dari fungsi Laba.

Latihan Soal

1. Seorang manajer perusahaan mengetahui bahwa jika  $Q$  ribu unit diproduksi, maka laba perusahaan adalah  $P = 10 + 20Q + Q^2$  ribu rupiah.

Tentukan:

- Fungsi laba marginal
- Laba marginal jika diproduksi  $Q = 8$ ,  $Q = 9$ . Jelaskan.

2. Di berikan fungsi permintaan dan fungsi biaya masing-masing sebagai berikut:

$$P = 1000 - 2Q \text{ Dan } C = Q^3 - 59Q^2 + 1315Q + 2000$$

Tentukan:

- Berapakah produk yang harus di produksi dan di jual sehingga dapat di peroleh laba yang maksimum ?
- Berapakah laba maksimum tersebut ?



Jawab:

a. Fungsi pendapatan:  $TR = P \cdot Q$

$$TR = (1000 - 2Q) \cdot Q$$

$$TR = 1000Q - 2Q^2$$

$$\text{Fungsi biaya: } C = Q^3 - 59Q^2 + 1315Q + 2000$$

Fungsi laba:  $\text{Laba} = \text{Pendapatan} - \text{biaya}$

$$\text{Laba} = (1000Q - 2Q^2) - (Q^3 - 59Q^2 + 1315Q + 2000)$$

$$\text{Laba} = -Q^3 + 57Q^2 - 315Q - 2000$$

Turunan pertama:  $\text{Laba}' = -3Q^2 + 114Q - 315$

$$0 = Q^2 - 38Q + 105$$

$$0 = (Q - 3)(Q - 35)$$

$$Q_1 = 3 \text{ atau } Q_2 = 35$$

Turunan kedua:  $\text{Laba}'' = -6Q + 114$

Untuk  $Q_1 = 3$ , maka turunan ke dua =  $-6(3) + 114 = 96 > 0$

Berarti jika di produksi output sebanyak 3, maka labanya akan minimum.

Untuk  $Q_2 = 35$ , maka turunan ke dua =  $-6(35) + 114 = -96 < 0$

Berarti jika di produksi output sebanyak 35, maka labanya akan maksimum.

b. Laba maksimum nya sebesar :

$$\text{Laba} = -Q^3 + 57Q^2 - 315Q - 2000$$

$$= -(35)^3 + 57(35)^2 - 315(35) - 2000$$

$$= 13925$$

Jadi dengan memproduksi dan menjual output sebanyak 35 akan di peroleh laba maksimum sebanyak : 13925

## E. MEMAKSIMALKAN LABA SETELAH DIKENAKAN PAJAK

Salah satu sumber penerimaan pemerintah adalah dengan penarikan pajak, misalnya pajak penjualan yang di kenakan pemerintah terhadap setiap unit yang diproduksi dan dijual oleh pengusaha. Pemerintah berupaya untuk memaksimumkan penerimaan pajak tersebut. Untuk itu pemerintah harus menentukan berapa tarif pajak yang akan di berlakukannya sehingga akan di peroleh pajak maksimum.

Total pajak yang akan di terima perintah :  $T = t \cdot Q$

Keterangan:

$t$  = tarif pajak per unit yang di kenakan pemerintah dan

$Q$  = **Jumlah output yang di produksi dan di jual pengusaha sehingga di peroleh laba maksimum, yang telah mempertimbangkan biaya pajak.**

Dari sudut pandang pengusaha setelah ada pengenaan pajak dari pemerintah:

$$\text{Laba} = \text{pendapatan} - (\text{biaya} + \text{pajak})$$

$$= R - (C+T),$$

$$= R - C - T$$

$$= R - C - tQ$$

## CONTOH SOAL

1. Fungsi penerimaan dan fungsi biaya suatu produk dinyatakan sebagai berikut:

$$R = 360 Q - 10,5 Q^2 \text{ Dan } C = 100 Q - 4 Q^2$$

Tentukan:

- Fungsi laba
- Fungsi produksi agar laba maksimum
- Jika pemerintah ingin memperoleh pajak penjualan yang maksimum, berapakah tarif pajak yang harus di kenakan pemerintah kepada perusahaan tersebut?
- Berapakah produk harus dibuat dan dijual perusahaan agar diperoleh laba maksimum?
- Berapakah total pajak maksimum yang didapat pemerintah?
- Berapakah laba maksimum yang diterima perusahaan setelah dikenakan pajak ?

Jawab:

- a. Dari sudut pandang pengusaha:

$$\begin{aligned} \text{Laba} &= R - C - t Q \\ &= 360 Q - 10,5 Q^2 - (100 Q - 4 Q^2) - t Q \\ &= 360 Q - 10,5 Q^2 - 100 Q + 4 Q^2 - t Q \\ &= 260 Q - 6,5 Q^2 - t Q \end{aligned}$$

- b. Turunan pertama:  $\text{Laba}' = 260 - 13 Q - t = 0$

$$260 - t = 13 Q$$

$$Q = \frac{260-t}{13}$$

$$Q = 20 - \frac{1}{13}t$$

Turunan ke dua :  $\text{Laba}'' = -13 < 0$   
(kurva membuka ke bawah)

Jadi dengan memproduksi sebanyak  $Q = 20 - \frac{1}{13}t$ , pengusaha akan memperoleh laba maksimum.

- c. Dari sudut pandang pemerintah:

$$\begin{aligned} \text{Pajak: } T &= t Q \\ &= t \left(20 - \frac{1}{13}t\right) \\ &= 20t - \frac{1}{13}t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Turunan pertama : } T' &= 20 - \frac{1}{13}t = 0 \\ t &= 130 \end{aligned}$$

Turunan ke dua :  $T'' = -2/13$   
(kurva membuka ke bawah)

Jadi tarif pajak (per unit) yang memberikan total pajak maksimum sebesar  $t = 130$

- d. Produk harus dibuat dan dijual perusahaan agar diperoleh laba maksimum terjadi ketika  $t = 130$ , maka

$$\begin{aligned} Q &= 20 - \frac{1}{13}t \\ &= 20 - \frac{1}{13}(130) \\ &= 20 - 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Jadi, perusahaan harus memproduksi sebanyak 10 unit barang agar memperoleh laba maksimum.

- e. Total pajak maksimum:

$$\begin{aligned} T &= t \cdot Q \\ &= 130 \cdot 10 \\ &= 1300 \end{aligned}$$

Jadi total pajak yang di terima pemerintah sebesar 1300.

- f. Laba maksimum yang di terima oleh perusahaan adalah:

$$\begin{aligned} \text{Laba} &= 260Q - 6,5Q^2 - tQ \\ &= 260(10) - 6,5(10)^2 - (130)(10) \\ &= 2600 - 65 - 1300 \\ &= 1235 \end{aligned}$$

Jadi perusahaan menerima laba maksimum sebesar 1235

2. Total pendapatan dan total biaya di berikan dalam fungsi sebagai berikut :

$$R = 15Q - 2Q^2 \quad \text{Dan} \quad C = 3Q$$

Tentukan:

- Berapakah tarif pajak yang sebaiknya di kenakan pemerintah kepada pengusaha agar pemerintah memperoleh total pajak maksimum ?
- Berapakah total pajak maksimum yang diperoleh ?

Jawab:

- a. Dari sudut pandang pengusaha:

$$\begin{aligned} \text{Laba} &= R - C - t \cdot Q \\ &= 15Q - 2Q^2 - 3Q - t \cdot Q \\ &= -2Q^2 + 12Q - tQ \end{aligned}$$

$$\text{Turunan pertama: } \text{Laba}' = -4Q + 12 - t = 0$$

$$12 - t = 4Q$$

$$Q = \frac{12 - t}{4}$$

$$Q = 3 - \frac{1}{4}t$$

$$\text{Turunan ke dua: } \text{Laba}'' = -4 < 0$$

Jadi dengan memproduksi sebanyak  $Q = 3 - \frac{1}{4}t$ , pengusaha akan memperoleh laba maksimum.

Dari sudut pandang pemerintah:

$$\begin{aligned}\text{Pajak: } T &= t \cdot Q \\ &= t \cdot (3 - \frac{1}{4}t) \\ &= 3t - \frac{1}{4}t^2\end{aligned}$$

$$\text{Turunan pertama: } T' = 3 - \frac{1}{2}t = 0 \\ t = 6$$

$$\text{Turunan ke dua : } T'' = -\frac{1}{2}$$

Jadi tarif pajak (per unit) yang memberikan total pajak maksimum sebesar: 6

$$\begin{aligned}\text{b. } Q &= 3 - \frac{1}{4}t = \\ &= 3 - \frac{1}{4}(6) \\ &= 3 - 1,5 = 1,5\end{aligned}$$

$$\text{Maka total pajak maksimum: } T = t \cdot Q = 6 \cdot 1,5 = 9$$

Jadi total pajak yang yang di terima pemerintah sebesar: 9

## F. ELASTISITAS PERMINATAAN

Elastisitas **permintaan** mengukur seberapa besar kepekaan perubahan jumlah permintaan barang terhadap perubahan harga. Ketika harga sebuah barang turun, jumlah permintaan terhadap barang tersebut biasanya naik, dengan kata lain, semakin rendah harganya, semakin banyak benda itu dibeli. Elastisitas permintaan ditunjukkan dengan rasio persen perubahan jumlah permintaan dan persen perubahan harga. Ketika elastisitas permintaan suatu barang menunjukkan nilai lebih dari 1, maka permintaan terhadap barang tersebut dikatakan *elastis* di mana besarnya jumlah barang yang diminta sangat dipengaruhi oleh besar-kecilnya harga. Sementara itu, barang dengan nilai elastisitas kurang dari 1 disebut barang *inelastis*, yang berarti pengaruh besar-kecilnya harga terhadap jumlah-permintaan tidak terlalu besar. Sebagai contoh, jika harga sepeda motor turun 10% dan jumlah permintaan atas sepeda motor itu naik 20%, maka nilai elastisitas permintaannya adalah 2; dan barang tersebut dikelompokkan sebagai barang elastis karena nilai elastisitasnya lebih dari 1. Perhatikan bahwa penurunan harga sebesar 1% menyebabkan peningkatan jumlah permintaan sebesar 2%, dengan demikian dapat dikatakan bahwa jumlah permintaan atas sepeda motor sangat dipengaruhi oleh besarnya harga yang ditawarkan.

### JENIS-JENIS ELASTISITAS PERMINTAAN

Ada lima jenis elastisitas permintaan :

1. *Permintaan tidak elastis sempurna : elastisitas = 0*. Perubahan harga tidak mempengaruhi jumlah yang diminta. Dengan demikian, kurvanya berbentuk vertikal. Kurva berbentuk vertikal ini berarti bahwa berapapun harga yang ditawarkan, kuantitas barang/jasa tetap tidak berubah. Contoh barang yang permintaannya tidak elastis sempurna adalah tanah (meskipun harganya naik terus, kuantitas yang tersedia tetap terbatas), lukisan milik pelukis yang telah meninggal (berapapun harga yang ditawarkan atas lukisan, pelukis tersebut tidak akan mampu menambah kuantitas lukisannya).

2. **Permintaan tidak elastis : elastisitas  $< 1$ .** Persentase perubahan kuantitas permintaan  $<$  dari persentase perubahan harga. Contoh permintaan tidak elastis ini dapat dilihat diantaranya pada produk kebutuhan. Misalnya beras, meskipun harganya naik, orang akan tetap membutuhkan konsumsi beras sebagai makanan pokok. Karenanya, meskipun mungkin dapat dihemat penggunaannya, namun cenderung tidak akan sebesar kenaikan harga yang terjadi. Sebaliknya pula, jika harga beras turun konsumen tidak akan menambah konsumsinya sebesar penurunan harga. Ini karena konsumsi beras memiliki keterbatasan (misalnya rasa kenyang). Contoh lainnya adalah bensin. Jika harga bensin naik, tingkat penurunan penggunaannya biasanya tidak sebesar tingkat kenaikan harganya. Ini karena kita tetap membutuhkan bensin untuk bepergian. Sama halnya, ketika harganya turun, kita juga tidak mungkin bepergian terus menerus demi menikmati penurunan harga tersebut. Karakteristik produk yang seperti ini mengakibatkan permintaan menjadi tidak elastis.
3. **Permintaan uniter elastis : elastisitas  $= 1$ .** Persentase perubahan kuantitas permintaan = persentase perubahan harga. Contoh produk yang elastisitasnya uniter tidak dapat disebutkan secara spesifik. Jenis permintaan ini sebenarnya lebih sebagai pembatas antara permintaan elastis dan tidak elastis, sehingga belum tentu ada produk yang dapat dikatakan memiliki permintaan uniter elastis.
4. **Permintaan elastis : elastisitas  $> 1$ .** Persentase perubahan kuantitas permintaan  $>$  persentase perubahan harga. Ini sering terjadi pada produk yang mudah dicari substitusinya. Misalnya saja pakaian, makanan ringan, dan lain sebagainya. Ketika harganya naik, konsumen akan dengan mudah menemukan barang penggantinya.
5. **Permintaan elastis sempurna : elastisitas tak terhingga.** Dimana pada suatu harga tertentu pasar sanggup membeli semua barang yang ada di pasar. Namun, kenaikan harga sedikit saja akan menjatuhkan permintaan menjadi 0. Dengan demikian, kurvanya berbentuk horisontal. Contoh produk yang permintaannya bersifat tidak elastis sempurna diantaranya barang/jasa yang bersifat komoditi, yaitu **barang/jasa yang memiliki karakteristik dan fungsi sama**. Karena memiliki karakteristik dan fungsi yg sama, maka secara nalar barang/jasa tersebut seharusnya memiliki harga yang sama pula. Misalnya saja paperclip dan pen tinta biasa (seperti pen merek Standart yang rata-rata berharga 1000-1500). Jika kita pergi ke supermarket untuk membeli paperclip, misalnya, kita cenderung tidak akan memperhatikan perbedaan merek. Satu-satunya yang sering kita jadikan bahan perbandingan adalah harga, dimana kita akan membeli paperclip yang harganya paling murah (atau pada harga rata-rata yang diterima pasar). Akibatnya, bagi perusahaan yang menjual paperclip di atas harga rata-rata, permintaan akan barangnya akan turun ke nol. Ini karena semua paperclip, meskipun harganya berbeda-beda, memberikan fungsi yang sama.

Koefisien	Elastisitas
$n = 0$	Inelastis sempurna
$0 < n < 1$	Inelastis
$n = 1$	Elastis uniter
$1 < n < \infty$	Elastis
$n = \infty$	Elastis sempurna

## FAKTOR PENENTU ELASITISITAS PERMINTAAN

Ada empat faktor utama dalam menentukan elastisitas permintaan :

1. Produk substitusi.  
Semakin banyak produk pengganti (substitusi), permintaan akan semakin elastis. Hal ini dikarenakan konsumen dapat dengan mudah berpindah ke produk substitusi jika terjadi kenaikan harga, sehingga permintaan akan produk akan sangat sensitif terhadap perubahan harga.
2. Persentase pendapatan yang dibelanjakan.  
Semakin tinggi bagian pendapatan yang digunakan untuk membelanjakan produk tersebut, maka permintaan semakin elastis. Produk yang harganya mahal akan membebani konsumen ketika harganya naik, sehingga konsumen akan mengurangi permintaannya. Begitu juga sebaliknya.
3. Produk mewah versus kebutuhan.  
Permintaan akan produk kebutuhan cenderung tidak elastis, dimana kenaikan harga cenderung menurunkan permintaan. Konsumen sangat membutuhkan produk tersebut dan mungkin sulit mencari substitusinya. Sebaliknya, permintaan akan produk mewah cenderung elastis, dimana barang mewah bukanlah sebuah kebutuhan dan substitusinya lebih mudah dicari. Akibatnya, kenaikan harga akan menurunkan permintaan.
4. Jangka waktu permintaan dianalisis.  
Semakin lama jangka waktu permintaan dianalisis, semakin elastis permintaan akan suatu produk. Dalam jangka pendek, kenaikan harga yang terjadi di pasar mungkin belum disadari oleh konsumen, sehingga mereka tetap membeli produk yang biasa dikonsumsi. Dalam jangka panjang, konsumen telah menyadari kenaikan harga, sehingga mereka akan pindah ke produk substitusi yang tersedia. Selain itu, dalam jangka panjang kualitas dan desain produk juga berubah, sehingga lebih mudah menyebabkan konsumen pindah ke produk lain.

### Elastisitas dan Total Penerimaan (penjual/produsen)

Elastisitas permintaan mempengaruhi total penerimaan yang diterima oleh penjual ataupun produsen. Hubungan keduanya adalah sebagai berikut :

1. Permintaan tidak elastis sempurna ( $= 0$ ), **perubahan harga tidak mempengaruhi kuantitas yang diminta atas barang**. Dengan demikian, kenaikan harga akan meningkatkan total penerimaan.
2. Permintaan tidak elastis ( $< 1$ ), persentase perubahan harga  $>$  persentase perubahan kuantitas. Oleh karena itu, kenaikan harga akan meningkatkan total penerimaan penjual/produsen.
3. Permintaan elastis uniter ( $= 1$ ), persentase perubahan kuantitas = persentase perubahan harga. Dengan demikian, tidak ada pengaruh terhadap total penerimaan.
4. Permintaan elastis ( $> 1$ ), **persentase perubahan kuantitas yang diminta  $>$  dari persentase perubahan harga**. Oleh karenanya, kenaikan harga akan menurunkan total penerimaan penjual/produsen.

5. Permintaan elastis sempurna (tak terhingga), kenaikan harga akan menyebabkan permintaan turun jadi 0. Oleh karenanya, kenaikan harga sekecil apapun akan menghilangkan total penerimaan. Sementara penurunan harga akan menurunkan total penerimaan.

Untuk barang-barang normal, penurunan harga akan berakibat pada peningkatan jumlah permintaan. **Permintaan** terhadap sebuah barang dapat dikatakan inelastis bila jumlah barang yang diminta tidak dipengaruhi oleh perubahan harga. Barang dan jasa yang tidak memiliki substitusi biasanya tergolong inelastis. Permintaan terhadap antibiotik, misalnya, dikatakan sebagai permintaan inelastis karena tidak ada barang lain yang dapat menggantikannya. Daripada mati terinfeksi bakteri, pasien biasanya lebih memilih untuk membeli obat ini berapapun biayanya. Sementara itu, semakin banyak sebuah barang memiliki barang substitusi, semakin elastis barang tersebut.

meskipun *permintaan inelastis* sering diasosiasikan dengan barang "kebutuhan," banyak juga barang yang bersifat inelastis meskipun konsumen mungkin tidak "membutuhkannya." Permintaan terhadap garam, misalnya, menjadi permintaan inelastis bukan karena konsumen sangat membutuhkannya, melainkan karena harganya yang sangat murah.

## Rumus Elastisitas Permintaan kurang

Rumus yang dapat digunakan untuk menghitung koefisien elastisitas permintaan  $E_d$  adalah:

$$E_d = \frac{\text{Persentase perubahan kuantitas permintaan}}{\text{Persentase perubahan harga}}$$

Diberikan fungsi permintaan sebagai berikut:  $Q_d = 8 - 0,5 P$

Hitunglah besar dan jenis elastisitas pada titik  $P_1 = 4$ ,  $P_2 = 8$ , dan  $P_3 = 12$

Jawab:

Untuk titik  $P_1 = 4$  maka  $Q_d = 8 - 0,5(4) = 8 - 2 = 6$

$$\text{Jadi } E_{QDP_1=4} = \frac{\frac{dQ_d}{dP_1}}{\frac{Q_d}{P_1}} = \frac{-0,5}{6/4} = -\frac{1}{3}$$

Besar elastisitas permintaan dititik  $P_1 = 4$  adalah  $\left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}$

Karena  $\frac{1}{3} < 1$ , maka jenis elastisitas permintaan dititik  $P_1 = 4$  adalah INELASTIS

Untuk titik  $P_2 = 8$  maka  $Q_d = 8 - 0,5(8) = 8 - 4 = 4$

$$\text{Jadi } E_{QDP_2=8} = \frac{\frac{dQ_d}{dP_2}}{\frac{Q_d}{P_2}} = \frac{-0,5}{4/8} = -1$$

Besar elastisitas permintaan dititik  $P_2 = 8$  adalah  $|-1| = 1$

Karena  $E = 1 = 1$ , maka jenis elastisitas permintaan dititik  $P_2 = 8$  adalah UNITARY ELASTIS

Untuk titik  $P_3 = 12$  maka  $Q_d = 8 - 0,5(12) = 8 - 6 = 2$

$$\text{Jadi } E_{QDP_3=12} = \frac{\frac{dQ_d}{dP_3}}{\frac{Q_d}{P_3}} = -3$$

Besar elastisitas permintaan dititik  $P_3 = 12$  adalah  $|-3| = 3$

Karena  $E = 3 > 1$ , maka jenis elastisitas permintaan dititik  $P_3 = 12$  adalah ELASTIS

G. Elastisitas Penawaran

H. Optimasi Fungsi Satu Variabel

I. Titik Kritis Nilai Fungsi

J. Uji Turunan Kedua



## BANK SOAL

### ❖ Soal-Soal Deret

1. PT. Jaya Abadi perkembangan produksinya mengikuti pola deret hitung, pada tahun kesepuluh total produksinya mencapai 27.000 unit, kemudian akibat kesalahan manajemen pada tahun ke sembilan belas tidak memproduksi lagi. Dari data tersebut diminta :
  - a. Berapa perkembangan produksinya?
  - b. Berapa produksi tahun pertama?
  - c. Berapa total produksi sampai tahun ke lima belas?
  - d. Berapa produksi tahun ke lima belas?
  - e. Pada tahun keberapa produksi mencapai 1200 unit?
2. Besarnya penerimaan PT. YSSY dari hasil penjualan barangnya Rp 720 juta pada tahun ke lima dan Rp 980 juta pada tahun ketujuh. Apabila perkembangan penerimaan penjualan tersebut berpola seperti deret hitung, berapa perkembangan penrimaannya per tahun? Berapa besar penerimaan pada tahun pertama dan pada tahun keberapa penerimaannyasebesar Rp 460 juta
3. Perolehan keuntungan kapital (capital gain) seorang pialang berpola deret hitung, pada bulan ke 5 aktivitasnya di bursa saham , dia memperoleh keuntungan Rp 700.000, selama tujuh bulan pertama, dia meraih keuntungan total sebesar Rp 4.620.000, Diminta:
  - a. Berapa besar keuntungan pada bulan pertama aktivitasnya?
  - b. Berapa keuntungan yang dia peroleh pada bulan ke 10?
  - c. Hitung keuntungan kapital total pialang tadi selama setahun aktivitasnya di bursa saham?
4. Data penjualan perusahaan keramik PT Pasti Kuat untuk bulan ke lima Rp 900 juta dan pada bulan ke sembilan Rp 1.300 juta. Diminta:
  - a. Berapa besar hasil penjualan pada bulan pertama?
  - b. Berapa perkembangan penjualan tiap bulannya?
  - c. Berapa besar penerimaan pada bulan ke sepuluh?
  - d. Berapa total penerimaan selama 1 tahun?
5. Dari hasil penjualan barangnya pada tahun kesepuluh, PT Langsung Jaya memperoleh penerimaan Rp 200 juta sedangkan tahun ke lima belas memperoleh penerimaan sebesar Rp 250 juta. Jika pola perkembangan penerimaan perusahaan tersebut mengikuti deret hitung. Diminta:
  - a. Berapa perkembangan penerimaan pertahunnya?
  - b. Berapa besar penerimaan pada tahun pertama?
  - c. Pada tahun keberapa besarnya penerimaan mencapai Rp 310 juta
6. Seorang pengusaha meminjam uang di bank sebanyak Rp 250 juta, untuk jangka waktu 4 tahun, tingkat bunga yang berlaku adalah 12% pertahun. Dari data tersebut berapa seluruh uang yang harus dikembalikan pengusaha tersebut pada saat pelunasan? Apabila perhitungan pembayaran bunga dibayar 4 bulanan, berapa jumlah uang yang harus dikembalikan?
7. Tabungan seorang nasabah akan menjadi Rp56.700.000 tiga tahun yang akan datang. Jika tingkat bunga bank yang berlaku 6% pertahun berapa tabungan nasabah tersebut pada saat

sekarang? Apabila pembayaran bunga tidak pertahun tetapi persemester berapa tabungan nasabah tersebut pada saat sekarang?

8. Seorang nasabah meminjam uang di bank sebanyak Rp 300 juta, untuk jangka waktu 3 tahun, tingkat bunga yang berlaku adalah 15% pertahun. Dari data tersebut berapa seluruh uang yang harus dikembalikan pengusaha tersebut pada saat pelunasan? Apabila perhitungan pembayaran bunga dibayar 3 bulanan, berapa jumlah uang yang harus dikembalikan?
9. Tabungan seorang mahasiswa akan menjadi Rp10.600.000 empat tahun yang akan datang. Jika tingkat bunga bank yang berlaku 4% pertahun, Hitung Present value? Apabila pembayaran bunga tidak pertahun tetapi empat bulanan berapa tabungan nasabah tersebut pada saat sekarang?

❖ Soal-Soal Fungsi Permintaan, Fungsi Penawaran, Market Equilibrium, Pajak Dan Subsidi

1. Permintaan terhadap suatu barang yang terjadi di pasar adalah bila diminta 20 unit barang, harga per unit barang Rp 80 dan bila diminta 60 unit barang, harga menjadi Rp 40, sedangkan penawaran yang terjadi adalah jika yang ditawarkan 90 unit barang harga per unit Rp 40, tetapi jika ditawarkan 120 unit barang harga akan naik menjadi Rp 60 per unit. Dari data tersebut diminta:
  - a. Carilah fungsi penawaran dan fungsi permintaan?
  - b. Harga dan kuantitas barang pada market equilibrium?
  - c. Apabila atas barang tersebut dikenakan pajak sebesar Rp 5 per unitnya, tentukan harga dan kuantitas barang yang baru.
  - d. Gambar kurvanya.
2. Kejadian yang berhasil diamati dipasar terhadap suatu barang adalah sebagai berikut: Bila barang tersebut tidak ada di pasar ( $Q = 0$ ) maka harga per unit yang diminta dapat mencapai Rp 120, tetapi bila barang ada sebanyak 20 unit harga yang ditawarkan sebesar Rp 60 per unit. Market Equilibrium terjadi pada harga Rp 80 dan kuantitas 40 unit. Diminta:
  - a. Carilah fungsi permintaan dan fungsi penawarannya.
  - b. Gambar kurvanya.
3. Diketahui:  
Fungsi Penawaran :  $P = \frac{1}{4} Q + 10$   
Fungsi Permintaan:  $P = -\frac{1}{4} Q + 25$   
Pajak Rp 2 per unit  
Diminta:
  - a. Keseimbangan pasar sebelum pajak
  - b. Keseimbangan pasar setelah pajak
  - c. Gambar kurvanya
4. Garis fungsi penawaran melewati titik (0,3) sedang garis fungsi permintaan melewati titik (0,10), apabila titik equilibriumnya E (6,6).
5. Tentukan: Persamaan fungsi permintaan dan penawarannya  
Diketahui : Fungsi Penawaran  $Q = 2P - 20$   
Fungsi Permintaan  $P = -\frac{1}{2} Q + 40$   
Pajak Rp 5, pe unit  
Diminta:

- a. Harga & kuantitas pada market equilibrium sebelum pajak
  - b. Harga & kuantitas pada market equilibrium setelah pajak
  - c. Gambar kurvanya.
6. Diketahui: Fungsi Permintaan  $P = -1/2 Q + 30$   
 Fungsi Penawaran  $P = 1/4 Q + 10$   
 Pajak 20%  
 Diminta :
- a. Harga dan kuantitas keseimbangan pasar sebelum pajak
  - b. Harga dan kuantitas keseimbangan pasar setelah pajak
  - c. Gambar kurvanya.
7. Diketahui: FD :  $P = -0,5Q + 10$   
 FS :  $P = Q + 4$   
 Pemerintah memberikan subsidi sebesar Rp 2, untuk setiap unit barang yang dijual, berapa P dan Q sebelum subsidi dan P dan Q setelah subsidi? Dan Gambarkan kurvanya?
8. Sebuah perusahaan menjual hasil produksinya dengan harga Rp 2000, per unit, biaya variabelnya 40% dari pendapatannya sedang biaya tetapnya Rp 6000.000  
 Tentukan:
- a. BEP (pada saat Q berapa)
  - b. Bila perusahaan menjual hasil produksinya 6000 unit , apa yang terjadi (laba/rugi)
  - c. Gambar kurvanya
9. Bila diketahui fungsi konsumsi ditunjukkan oleh persamaan  $C = 10 + 0,75Y$   
 Carilah:
- a. Fungsi tabungannya, berapakah besarnya konsumsi pada saat tabungan sama dengan nol ( $S = 0$ )
  - b. Gambar kurva fungsi konsumsi dan tabungannya.
10. Pak Santoso mengatakan bahwa pada saat menganggur dia harus mengeluarkan Rp 30.000, untuk kebutuhannya sebulan, setelah bekerja dengan penghasilan Rp 100.000, Pak Santoso bisa menabung Rp 10.000 / bulan. Berapakah tabungan Pak Santoso bila penghasilannya mencapai Rp 120.000 / bulan
- ❖ Fungsi Konsumsi, Fungsi Tabungan dan Pendapatan Nasional
1. Bila diketahui fungsi konsumsi ditunjukkan oleh persamaan  $C = 10 + 0,75Y$   
 Carilah persamaan fungsi tabungannya
    - a. Berapakah besar konsumsi pada saat tabungan sama dengan 0 ( $S = 0$ )
    - b. Gambar kurva fungsi konsumsi dan tabungannya.
  2. Konsumsi masyarakat suatu negara ditunjukkan oleh persamaan  $C = 1500 + 0,75Y_d$   
 Investasi dan pengeluaran pemerintah masing-masing sebesar 2000 dan 1000. Pajak yang diterima dan transfer payment yang dilakukan pemerintah masing-masing dicerminkan oleh  $T = 500 + 0,25Y$  dan  $R = 100 + 0,05Y$ . Jika nilai ekspornya 1250 dan impornya dicerminkan oleh  $M = 700 + 0,1Y$ . Hitung Pendapatan Nasional Negara tersebut