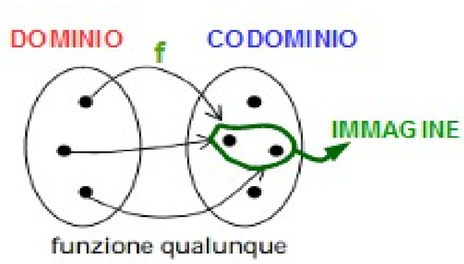
FUNZIONI E LORO PROPRIETA'

<u>Definizione</u>: Dati due insiemi A e B si dice funzione di A in B una qualunque legge che faccia corrispondere **<u>ad ogni</u>** elemento di A **<u>uno ed un solo</u>** elemento di B. Si indica con

$$\mathbf{f : A \to B}$$

L'insieme **A** è detto **dominio** della funzione, l'insieme **B** è detto **codominio**.
Si dice **immagine della funzione** l'insieme degli y di B tali che esiste almeno un x di A, la cui immagine sia y.

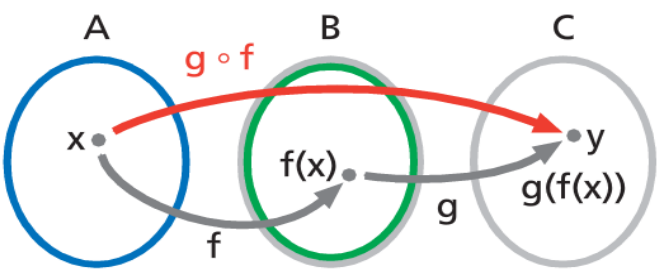


Dominio naturale di una funzione: è il più grande sottoinsieme di R che può essere preso come dominio. E' costituito da tutti quei valori per i quali non perde sognificato l'espressione che definisce la funzione.

Equazione fratta $y=\frac{P(x)}{Q(x)}$	Si pone Q(x) ≠ 0
Nell'equazione compare $\sqrt[n]{P(x)}$	**n pari** → P(x) ⩾ 0 **n dispari** → non si impone nessuna condizione
Nell'equazione compare ln(P(x))	Si pone P(x) > 0
Nell'equazione compare tg(P(x))	Si pone P(x) ≠ $\frac{\pi}{2}+k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$

Funzione Composta: date le funzioni f:A-->B e g: B--> C la funzione composta g(f(x)) è la funzione g(f(x)):A-->C che

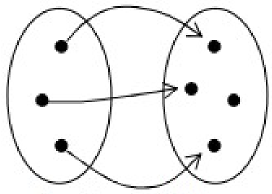
1. Prima all'elemento $x\in A$ associa l'elemento $f(x)\in B$
2. e poi all'elemento $f(x)\in B$ associa l'elemento $g(f(x))\in B$



PROPRIETA' DELLE FUNZIONI

Funzione iniettiva

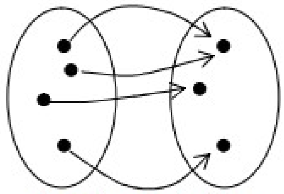
Una $f : A \rightarrow B$ si dice **iniettiva** se ad elementi diversi di A corrispondono elementi diversi di B



funzione iniettiva

Funzione suriettiva

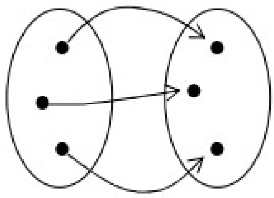
Una funzione $f: A \rightarrow B$ si dice **suriettiva** quando ogni elemento di B è immagine di almeno un elemento di A.



funzione suriettiva

Funzione biiettiva

Una funzione $f : A \rightarrow B$ si dice biiettiva se è iniettiva e suriettiva

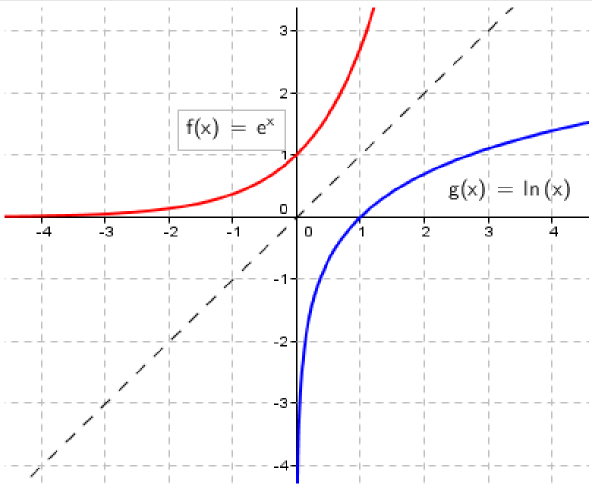


funzione biiettiva

Funzione inversa

Sia f: A--> B una funzione biiettiva. La funzione inversa di f è la funzione f^{-1} : B--> A che associa ad ogni elemento y di B l'elemento x di A tale che y=f(x).

Il grafico della funzione f^{-1}, inversa della funzione f(x) è il simmetrico rispetto alla bisettrice del primo terzo quadrante.



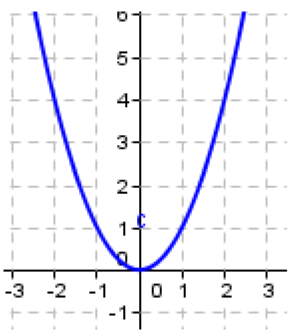
Funzione pari

Una funzione f(x) è **pari** se per ogni x nel domino.

f(x) = f(-x)

Le funzioni pari sono simmetriche rispetto all'aaase y.

Esempio $f(x)=x^2$



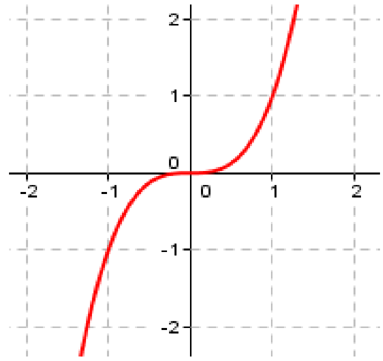
Funzione dispari

Una funzione f(x) è **dispari** se per ogni x nel domino

$$f(x) = -f(-x)$$

Le funzioni dispari sono simmetriche rispetto all'origine.

Esempio $f(x)=x^3$

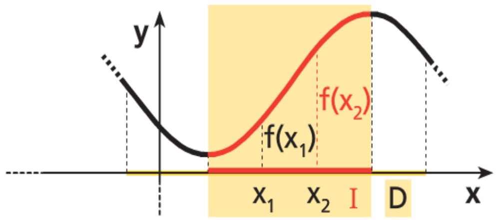


Funzione stettamente crescente

Una funzione f(x) si dice **strettamente crescente** in un intervallo I se

$$x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2), \quad \forall x_1, x_2 \in I$$

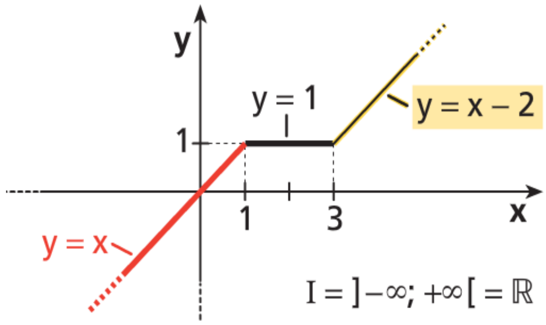
$\forall x_1, x_2 \in I, \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$



Funzione crescente in senso lato

Una funzione f(x) si dice **crescente in senso lato** in un intervallo I se

$$x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)\leq f(x_2), \quad \forall x_1, x_2 \in I$$

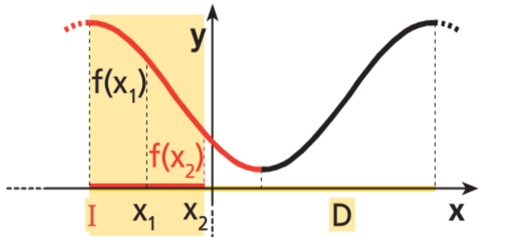


Funzione stettamente decrescente

Una funzione f(x) si dice **strettamente decrescente** in un intervallo I se

$$x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)> f(x_2), \quad \forall x_1, x_2 \in I$$

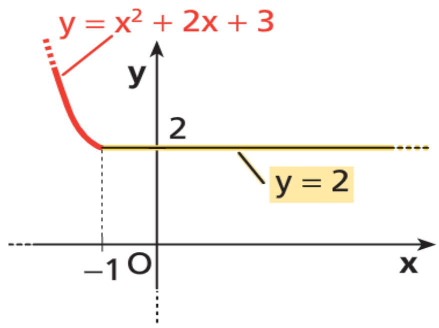
$\forall x_1, x_2 \in I, \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



Funzione decrescente in senso lato

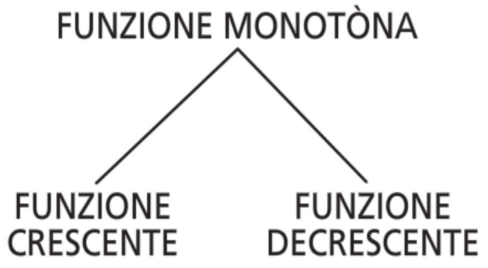
Una funzione f(x) si dice **decrescente in senso lato** in un intervallo I se

$$x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)\geq f(x_2), \quad \forall x_1, x_2 \in I$$



Funzioni monotone

Le funzioni crescenti o descrscenti in senso stretto o in senso lato in tutto il loro dominio prendono il nome di funzioni **monotone.**

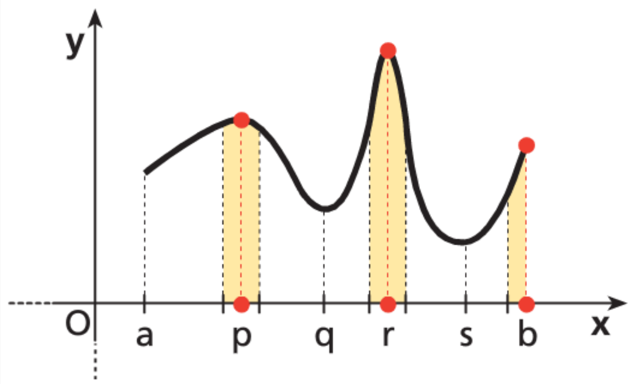


Punto di massimo relativo e massimo relativo

Si dice che x_0 è un **punto di massimo relativo** per una funzione f(x) se esiste un intorno I di x_0 tale che:

$$f(x) \leq f(x_0), \quad \forall x \in I \quad .$$

Il valore **M** assunto dalla funzione in x_0, cioè $f(x_0)$, è detto **massimo relativo** di f(x).

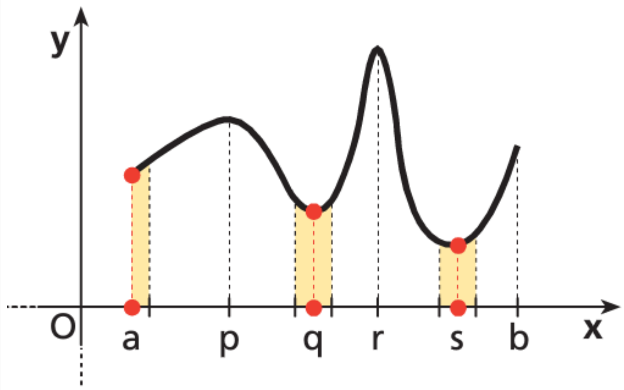


Punto di minimo relativo e minimo relativo

Si dice che x_0 è un **punto di minimo relativo** per una funzione f(x) se esiste un intorno I di x_0 tale che:

$$f(x) \geq f(x_0), \quad \forall x \in I \quad .$$

Il valore ***m*** assunto dalla funzione in x_0, cioè $f(x_0)$, è detto **minimo relativo** della funzione.

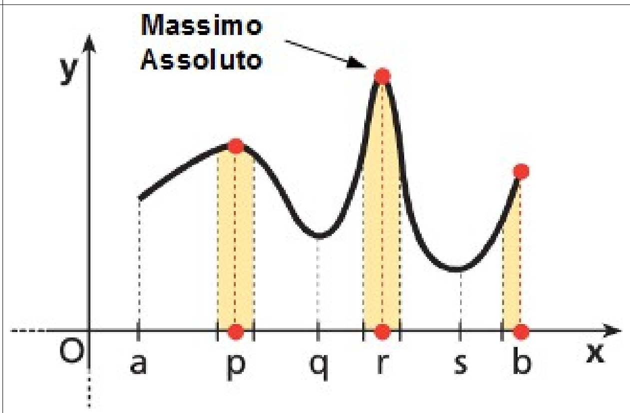


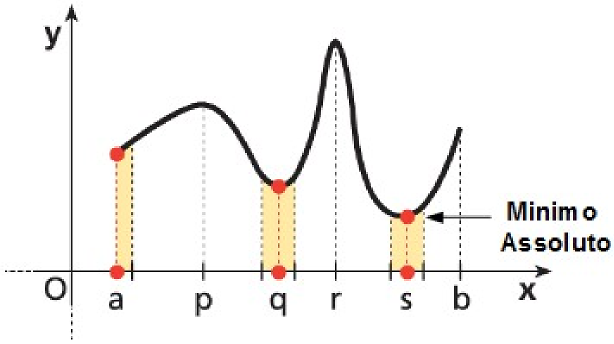
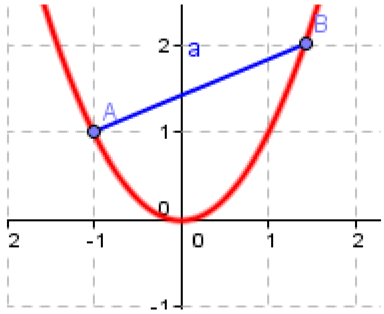
Punto di massimo assoluto e massimo assoluto

Si dice che x_0 è un **punto di massimo assoluto** per una funzione f(x) con domino D se

$$\forall x \in D \quad \text{si ha} \quad f(x) \leq f(x_0) \quad .$$

Il valore **M** assunto dalla funzione in x_0, cioè $f(x_0)$, è detto **massimo assoluto** della funzione.



Punto di minimo assoluto e minimo assoluto Si dice che x_0 è un punto di **minimo assoluto** per una funzione f(x) con domino D se $\forall x \in D$ si ha $f(x) \geq f(x_0)$. Il valore ***m*** assunto dalla funzione in x_0 , cioè $f(x_0)$, è detto **minimo assoluto** della funzione.	
Funzione convessa Una funzione f(x) si dice **convessa (concavità verso l'alto),** in un intervallo I se $\forall x_{1,} x_2 \in I$ la corda che congiunge i punti di coordinate $(x_{1,} f(x_1)),(x_{2,} f(x_2))$ è al di sopra del grafico.	
Funzione concava Una funzione f(x) si dice **concava (concavità verso il basso),** in un intervallo I se $\forall x_{1,} x_2 \in I$ la corda che congiunge i punti di coordinate $(x_{1,} f(x_1)),(x_{2,} f(x_2))$ è al di sotto del grafico