FYSA2031 / K1 ELEKTRONIEN DIFFRAKTIO

1 Johdanto

Elektronien diffraktio on interferenssi-ilmiö, joka osoittaa hiukkasilla olevan aaltoluonteen. Hiukkasten aaltoluonne on hyvin fundamentaalisesti fysiikan maailmankuvaan vaikuttava ominaisuus, jonka tunnistaminen johti kvanttimekaniikan (nopeaan) kehittymiseen. Ilmiön tärkeyteen nähden sitä käsitellään perusoppikirjoissa hämmästyttävän vähän. Youngin ja Freedmanin [1] esitys (10th ed., s. 1274-76, 11th ed., s. 1493-95) on hyvä, mutta Ohanian [2] kuittaa asian pelkällä maininnalla (s. 1064). Alonso ja Finn [3] käsittelevät asiaa sivuilla 33-39. Stephen Gasiorowiczin Quantum Physics [4] on muuten täynnään harmittavia painovirheitä ja lepsuja lausekkeen johtoja, mutta kirjan johdannossa pohdiskellaan ansiokkaasti kysymystä "miten hiukkanen voi olla aalto ja miten aalto hiukkanen, mikä se aalto oikeasti on ja mitä siitä seuraa".

Työn tarkoitus on tutustua elektronien diffraktioon. Kun elektronisuihku ammutaan läpi sellaisen grafiittikohtion, jossa hilatasot ovat epäjärjestyksessä, suihku taipuu tiettyihin kulmiin elektronien energiasta ja grafiitin hilavakioista riippuen. Asetelman symmetriasta johtuen nämä taipuneet elektronit muodostavat samankeskisiä renkaita.

Työssä mitataan välillisesti elektronien taipumiskulmat ja lasketaan niiden sekä elektronin energian avulla grafiitin hilavakioita.

Esitehtävä (ks. sivu 5) tulee olla tehtynä mittausvuorolle tultaessa!

2 Teoriaa

Lähtien de Broglien yhtälöstä

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

missä λ on aallonpituus, h on Plancin vakio ja p liike-energia, ja muistaen, että kiihdytysjännite U antaa elektronille energian eU, kun elektronin varausta merkitään e, pätee klassisesti

$$\frac{p^2}{2m} = eU, \tag{2}$$

missä m on elektronin massa, joten elektronien aineaallonpituudelle saadaan klassinen arvio

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} . \tag{3}$$

Arviota voidaan myös helposti tarkentaa ottamalla suhteellisuusteoria huomioon. Suhteellisuusteoreettiselle kokonaisenergialle pätee

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2 , \tag{4}$$

missä c on valonnopeus. Massallisille hiukkasille lepoenergia E_0 on

$$E_0 = mc^2 . \tag{5}$$

Elektronien tapauksessa kokonaisenergia on

$$E = eU + mc^2 , \tag{6}$$

josta neliöimällä seuraa välivaiheiden

$$E^2 = (eU)^2 + 2eUmc^2 + E_0^2$$
$$p^2c^2 = (eU)^2 + 2eUmc^2$$

kautta tulos

$$p = \sqrt{\left(\frac{eU}{c}\right)^2 + 2eUm} , \tag{7}$$

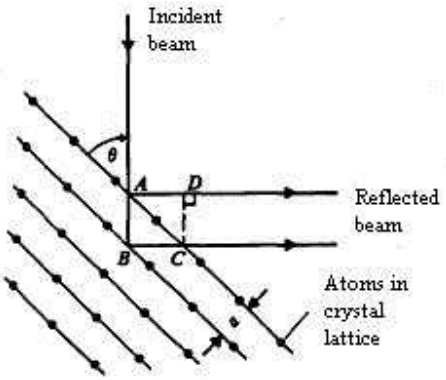
jonka voi sijoittaa aallonpituuden yhtälöön.

Elektronien diffraktio noudattaa Braggin lakia

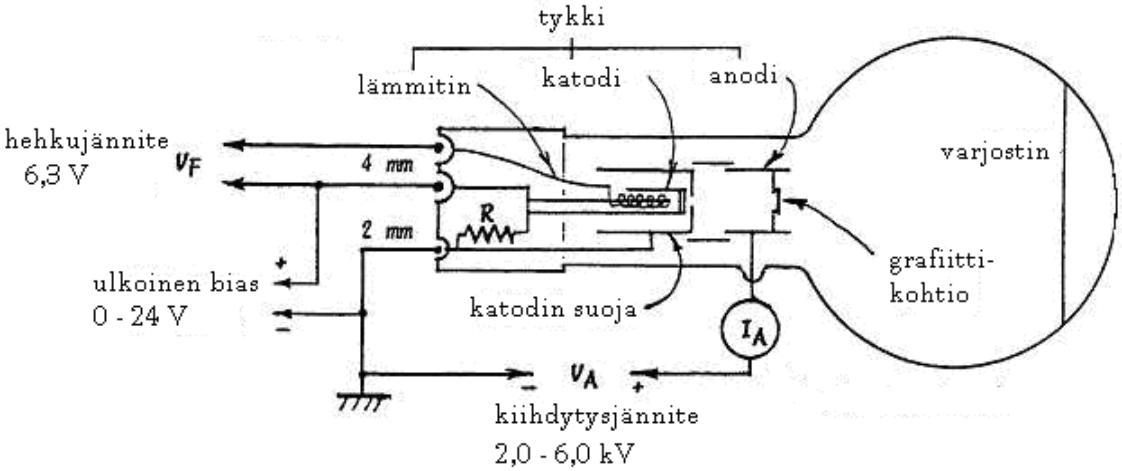
$$2d\sin\theta = n\lambda \tag{8}$$

Kun aallonpituus λ ja kulma θ ovat tiedossa, hilavakio d voidaan laskea (n = 0, 1, 2, 3, … on diffraktiomaksimin kertaluku). Tästä kaavasta on huomattava, että θ on tulo- ja heijastuskulma hilassa, joten elektronien taipumiskulma α on hilassa

$$\alpha = 2\theta \tag{9}$$



Kuva 1: Elektronien heijastuminen hilasta Braggin lain mukaan [5]



Kuva 2: Elektroniputken periaatteellinen rakennekuva

3 Mittauslaitteisto ja mittaukset

Koelaitteisto muodostuu elektronidiffraktioputkesta (kuva 2) ja sen tarvitsemista jännitelähteistä. Putkessa on elektronitykki, jossa on hehkulangan lämmittämä katodi termisesti syöttämässä elektroneja kiihdytettäväksi. Katodin ympärillä on metallinen suojakuppi, johon kytketyllä jännitteellä voidaan elektronivirtaa rajoittaa. Kupista ulos päässeet elektronit kiihdytetään korkealla jännitteellä haluttuun energiaan, jonka jälkeen ne osuvat kohtioon, joka on nikkeliverkolle höyrystetty ohut grafiittikalvo.

Kohtiossa suihku hajaantuu siten, että osuessaan putken etuseinään elektronit muodostavat suoraan tulleen suihkun ympärille samankeskisiä renkaita.

HUOM: Kohtio ja varjostin voivat rikkoutua, jos putken läpi kulkee liikaa virtaa. Siksi korkeajännitelähteeseen kytketty jännitemittari, jonka lukema kuvaa jännitelähteen antamaa virtaa, *ei saa ylittää lukemaa 2V*. Renkaat näkyvät parhaiten, kun virtaa on

sopivasti eikä tausta vielä hohda. Elektronisuihkun intensiteettiä voit säätää ulkoisen bias-jännitteen avulla.

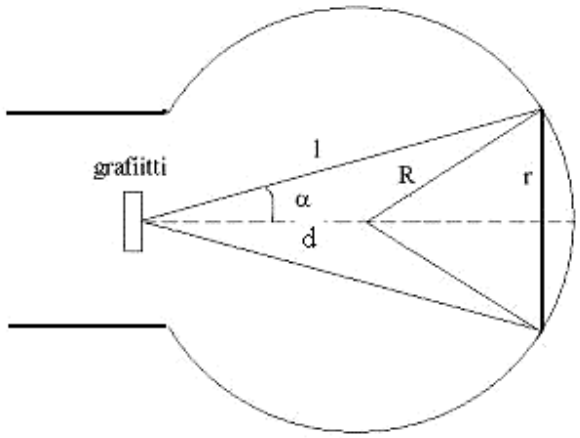
Mittauksissa on tarkoitus selvittää grafiittikohtion hilavakioita ja siten grafiitin rakennetta. Sovelletaan Braggin lakia, joten on selvitettävä elektronien aallonpituus ja taipumiskulma. Aallonpituus lasketaan suoraan kiihdytysjännitteestä ja taipumiskulman selvittämiseksi mitataan havaittujen diffraktiorenkaiden halkaisijat sisä- ja ulkohalkaisijan keskiarvona. Mittaukset suoritetaan muovisella työntömitalla.

Renkaita mitataan eri kiihdytysjännitteillä alkaen 2,0 kV:sta 0,5 kV:n välein aina 5,0 kV:iin asti. Kun kiihdytysjännitettä muutetaan, tulee bias-jännite säätää sopivaksi siten, että renkaat erottuvat selvästi. Kirkkaita renkaita keskustan ympärillä havaitaan kaksi. Kannattaa huomata, että sisemmän renkaan 2. kertaluvun kuva näkyy himmeänä juuri ulomman kirkkaan renkaan ulkopuolella. Millä perustein voidaan sanoa, että kyseessä on kaksi eri 1. kertaluvun rengasta, eikä saman renkaan ensimmäinen ja toinen kertaluku?

Lopuksi 5 kV:n jännitteellä yritetään etsiä ja mitata mahdollisimman monta rengasta.

4 Tulosten käsittely

Työssä käytettävän elektroniputken mittasuhteet on esitetty kuvassa 3. Grafiittikohtio ei ole aivan pallon kaarevuussäteen etäisyydellä pallon keskipisteestä, vaan hieman kauempana. Valmistajan ilmoituksen mukaan pallon kaarevuussäde on R = 66,0 mm + 1,5 mm (jossa jälkimmäinen arvo on lasin paksuus). Grafiittikohtion etäisyys keskipisteestä on 74 mm. Oletetaan molemmat arvot tarkoiksi.



Kuva 3: Taipumiskulman määrityksen geometria. R on pallon kaarevuussäde, r on renkaan säde ja d kohtion etäisyys keskipisteestä.

Lopputulosten eli hilavakioiden määrittämiseen on kaksi tapaa: esitetään mittauspisteet sopivassa muodossa graafisesti, jolloin hilavakiot saadaan suorasovitusten kulmakertoimista, tai jokaiselle mittapisteparille lasketaan vastaava hilavakio (yksittäisille hilavakioille ei tarvitse laskea virheitä erikseen), joista sitten lasketaan keskiarvo keskivirheineen. Määritä hilavakiot virheineen näillä molemmilla tavoilla ja vertaa tuloksia. Laskutavat antavat kenties eri tulokset. Miksi? Kumpi menetelmä antaa paremman tuloksen oman mittauksesi kohdalla? Millaiset tekijät saattavat vääristää eri laskutavoilla saatuja tuloksia? Millaisissa tilanteissa toinen menetelmä on parempi kuin toinen?

Grafiitin hilarakennetta on esitetty Liitteessä 1

Esitehtävä: Johda kulmalle α yhtälö kuvan 3 avulla.

Lähteet:

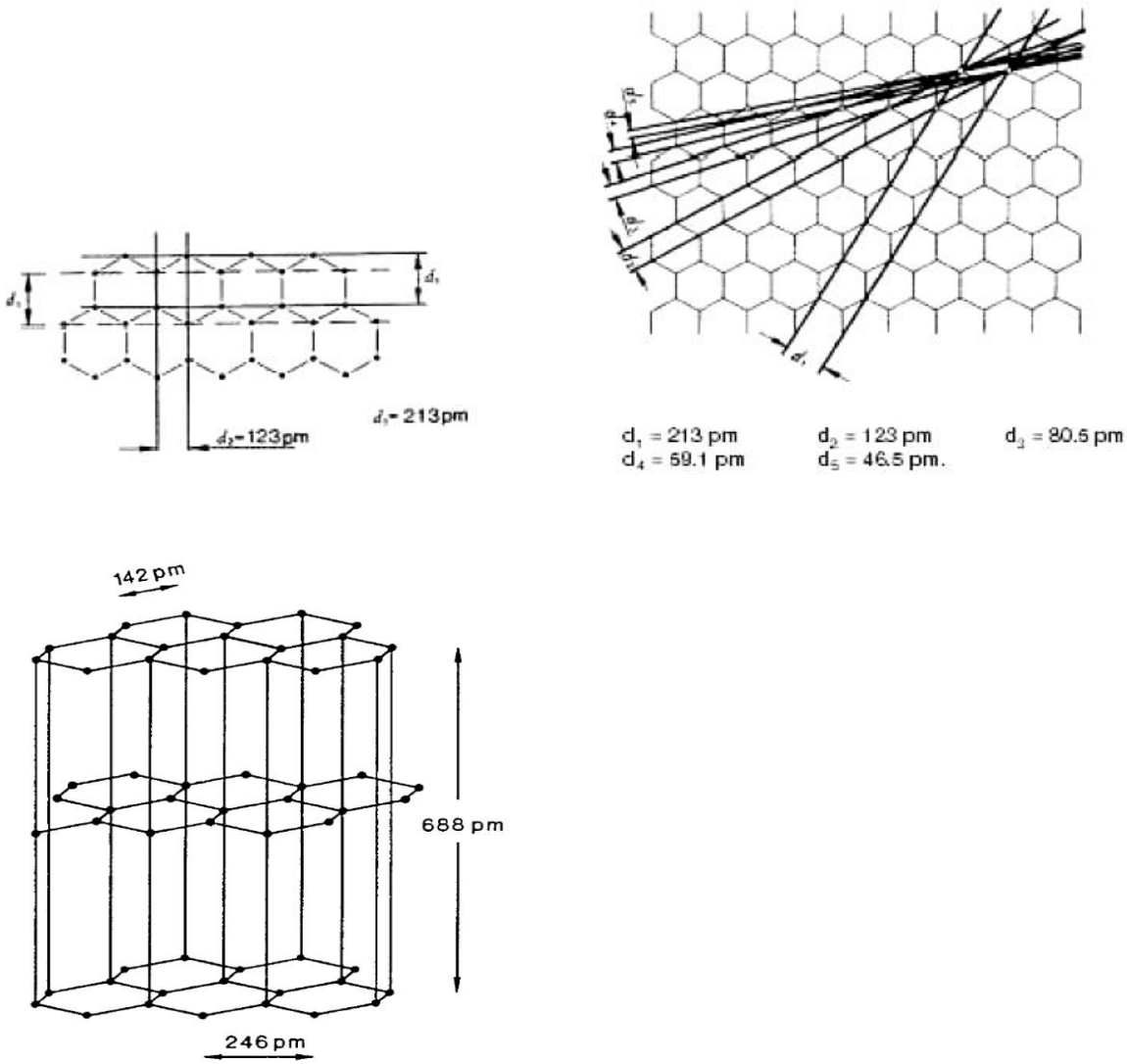
[1] Young & Freedman, University Physics with modern physics, 11th ed. (10th ed.) International Edition, Addison Wesley Longman Inc., USA, 2003 (2000).
[2] Hans C. Ohanian, Physics, 2nd Expanded Edition, W. W. Norton & Company Inc,. New York, New York, USA, 1989.
[3] Marcelo Alonso -Edward J. Finn, Fundamental University Physics, Vol. III, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, USA, 1968.
[4] Stephen Gasiorowicz, Quantum Physics, John Wiley & Sons, Inc, USA, 1974.
[5] Stephen Gasiorowicz, The Structure of Matter: a survey of Modern Physics, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, USA, 1979.

Liitteet:

Liite 1: Grafiitin hilarakenne

Liite 1. Grafiitin hilarakenne

Lopuksi annettakoon vielä vähän teoreettisia ennusteita, koska taulukkoarvoja grafiitin hilavakioista on hieman hankala löytää: Jos grafiitin kide olisi nelikulmainen, kahden ensimmäisen hilavakion suhde olisi $1:\sqrt{2}$, mutta heksagonaaliselle kiteelle tämä on $1:\sqrt{3}$. Muistattehan, että kunkin hilavakion toisen kertaluvun maksimi esiintyy suhteella 1 : 2. Grafiitin hilatasoja on esitetty kuvassa 4.



Kuva 1. Hilatasoja ja tasojen välisiä etäisyyksiä grafiitissa