GEOMETRI TRANSFORMASI

MATERI

"TRANSFORMASI BALIKAN"

Dosen Pengampu

HERDIAN, S.Pd., M.Pd.

DISUSUN OLEH :

KELOMPOK V

1. **DWI KHOMZAH NINGSIH 08 030 140**
2. **EVI PUSPITASARI 08 030 171**

KELAS V.B

SEKOLAH TINGGI KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

(STKIP) MUHAMMADIYAH PRINGSEWU LAMPUNG

2010

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan karunia rahmat, hidayah serta nikmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas makalah Geometri Transformasi ini. Makalah ini disusun oleh kelompok VI sebagai tugas kelompok mata kuliah Geometri Transformasi.

Makalah Geometri Transformasi ini membahas materi Transformasi Balikan. Di dalamnya sedikit memberikan pembahasan tentang ketentuan dan sifat-sifat serta teorema-teorema dalam transformasi balikan, di antaranya diambil dari buku dan internet.

Dalam pembuatan makalah ini, penulis menyadari masih banyak terdapat kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari semua pihak. Dan penulis mengharapkan agar makalah ini dapat bermanfaat bagi kita semua dalam menambah wawasan dan pengetahuan.

Pringsewu,   November 2010

Penulis

Kelompok V

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
KATA PENGANTAR ii
DAFTAR ISI iii

BAB I. PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Maksud dan Tujuan 1

BAB II. PEMBAHASAN
Ketentuan dan Sifat-sifat 2
Teorema 1 3
Teorema 2 4
Teorema 3 5
Teorema 4 5
Teorema 5 6
BAB III KESIMPULAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pembelajaran pada saat ini , pembelajaran tidak hanya diberikan oleh guru,tetapi dengan kemajuan teknologi pelajar diharapkan bisa mandiri dan bermotivasi mencari bahan pembelajaran dan mendiskusikannya. Oleh karena itu, Mata Kuliah Geometri Transformasi ini pembelajarannya dilakukan dengan model diskusi presentasi kelompok. Makalah ini dibuat sebagai hasil diskusi kelompok kami tentang materi Transformasi Balikan yang dipresentasikan.

2.2 Maksud dan Tujuan

Maksud dan tujuan makalah ini adalah untuk:

1. Menyelesaikan tugas kelompok mata kuliah Geometri Transformasi.
2. Mengetahui ketentuan dan sifat-sifat dalam transformasi balikan.
3. Mengetahui teorema-teorema transformasi balikan.

BAB II
PEMBAHASAN

TRANSFORMASI BALIKAN

KETENTUAN DAN SIFAT-SIFAT

Apabila g sebuah garis dan Mg refleksi pada garis g, maka MgMg (P) = P. Dapat ditulis M^2 g (P) = P.

Jadi, M^2 adalah suatu transformasi yang memetakan setiap titik pada dirinya. Transformasi demikian dinamakan transformasi identitas yang dilambangkan dengan huruf I, sehingga I (P) = P, $\forall$P.

Teorema 1

Buktikan bahwa I adalah suatu transformasi.

Jawab :

Jika I suatu transformasi maka akan berlaku sifat-sifat berikut:

Jika T suatu transformasi maka ,

TI (P) = T [I (P)] = T (P), $\forall$P.

Jadi TI = T.

Begitu pula IT (P) = I [T (P)] = T (P) ,$\forall$P.

Jadi IT = T sehingga TI = IT = T

Dengan demikian transformasi identitas I berperan sebagai bilangan 1 dalam himpunan transformasi-transformasi. Dalam himpunan bilangan-bilangan real dengan operasi perkalian pada setiap $x \neq 0$ ada balikan x^{-1} sehingga $xx^{-1} = x^{-1}x = 1$, Maka transformasi balikan T ini dapat ditulis sebagai T^{-1}.

Jadi $TT^{-1} = T^{-1} \cdot T = 1$

TEOREMA 2. SETIAP TRANSFORMASI T MEMILIKI BALIKAN

Apabila T adalah suatu transformasi, kita peroleh transformasi balikan dari T yaitu L ,adalah sebagai berikut :

Andaikan $X \in V$ dan V suatu bidang. Oleh karena T suatu transformasi, maka T adalah bijektif. Jadi ada prapeta $A \in V$. Sehingga T (*A*) = X.,kita peroleh

L (X) = A , artinya L (X) adalah prapeta dari X.

Sehingga dari T (A) = X $\Rightarrow$T [L(X)] = X. Atau

(TL) (X) = I (X), $\forall X \in V$, ini berati TL = I.

Maka (LT) (X) = L [T(X)] = X

Andaikan T (X) = B, Sehingga L (B) = X,

Sehingga L (B) = X

L [T (X)] = X.

(LT) (X) = X = I (X), $\forall X \in V$,

Bearti LT = I

Jadi TL = LT = I

Akan dbuktiikan bahwa L adalah suatu transformasi.

Dari definisi L jelas L suatu fungís yang surjektif,

Andaikan T (A_1) = X_1, dan T (A_2) = X_2

Apabila T (A_1) = T (A_2)

Maka X_1 = X_2 (Karena T injektif)

Sehingga (A_1) = (A_2)

Akibatnya ,ada balikan dari T ,sedemikian sehingga :

L (X_1) = L (X_2)

$X_1 = X_2$

Berarti L merupakan fungsi injektif.

Dengan demikian, terbukti bahwa L bijektif .Jadi L suatu transformasi. Transformasi L ini disebut balikan dari transformasi T dan dilambangkan dengan $L = T^{-1}$. Jadi $L = T^{-1.}$

Contoh:

1.Pada suatu sistem orthogonal X 0 Y didefinisikan transformasi F dan G sebagai berikut:

Untuk $\forall$P (x,y), F (P) = (x, $\frac{1}{2}$ y) dan G (P)=(x-2, 2y).

Sehingga (FG) (P)= F $\left[G(P)\right]$= F $\left[x-2,2y)\right]$=(x,y)=P

Dan (GF)(P)=G $\left[F(P)\right]$ =G$\left[(x+2,\frac{1}{2}y)\right]$= (x,y)=P.

Jadi (FG)(P)=(GF)(P)=I(P), $\forall$P atau FG=GF=I

Jadi F dan G balikan satu sama lain.

Kita tulis lagi $G=F^{-1}$ atau $F=G^{-1}$

2 .Ada dua garis g dan h yang sejajar dan titik A.

Ditentukan :

S (P) = $\overleftrightarrow{PA} \cap h$,$\forall\ P \in g$

T (Q)= $\overleftrightarrow{QA} \cap g$,$\forall\ Q \in h$

Jadi, daerah asal S adalah garis g
daerah asal T adalah garis h
daerah nilai S adalah garis h
daerah nilai T adalah garis g

Untuk $\begin{array}{l} P \in g \Rightarrow (TS)\,(P) = T\,[S\,(P)] = P = I\,(P) \\ Q \in h \Rightarrow (ST)\,(Q) = S\,[T(Q)] = Q = I\,(Q) \end{array}$

Sehingga TS = ST = L

Ini berarti T balikan S dan S balikan dari T.

TEOREMA 3. SETIAP TRANSFORMASI MEMILIKI HANYA SATU BALIKAN.

Andai T suatu transformasi dengan dua balikan S_1dan S_2.

Maka $(TS_1)(P)=(S_1T)(P)=I(P)$, $\forall$ P

$(TS_2)(P)=(S_2T)(P)=I(P)$, $\forall$ P.

Sehingga $(TS_1)(P)=(TS_2)(P) \Rightarrow T[S_1(P)]=T[S_2(P)]$.

Karena T transformasi maka S1 (P) = S_2 (P), $\forall$ P. Sehingga $S_1 = S_2$.

Jadi balikan T adalah $S_1 = S_2 = S$.

TEOREMA 4. BALIKAN SETIAP PENCERMINAN PADA GARIS ADALAH PENCERMINAN ITU SENDIRI

Apabila pencerminan pada garis g, Mg^{1}

Jika Mg (X) = Y; X $\notin$ g

maka Mg $[$ Mg(X) $]$ = X atau

(MgMg) (X) = I (X), $\forall$ X $\notin$ g.

Jadi Mg o Mg = I.

Apabila X $\in$ g, maka Mg (X) = X

sehingga Mg (X) = Mg [Mg(X)] atau juga

Mg o Mg = I.

Jadi untuk setiap X diperoleh : Mg o Mg^{-1} = I

Dengan demikian Mg^{-1} = Mg

DEFINISI : Suatu tranformasi yang balikannya adalah transformasi itu sendiri dinamakan suatu *Involusi*.

Apabila T dan S transformasi maka masing-masing memiliki balikan yaitu T^{-1} dan S^{-1}. Komposisi transformasi, yaitu T o S adalah juga suatu transformasi. Jadi ada balikan $(T \circ S)^{-1}$. Hubungan T^{-1} dan S^{-1} terdapat pada teorema selanjutnya, yaitu;

TEOREMA 5: Apabila T dan S transformasi-transformasi maka $(ToS)^{-1} = S^{-1} \circ T^{-1}$

Pembuktian
$$
\begin{aligned}
(T\ o\ S)^{-1} &= S^{1}\ o\ T^{-1} \\
(T o\ S)^{-1}\ o\ (T\ o\ S) &= I \\
o\ T\ o\ S\ o\ S^{-1} &= I\ o\ S^{-1} \\
o\ T\ o\ T^{-1} &= S^{-1}\ o\ T^{-1} \\
(T\ o\ S)^{-1} &= S^{-1}\ o\ T^{-1}
\end{aligned}
$$

Kita telah mengetahui bahwa $(T \text{ o } S)^{-1}$ o (T o S) = I. Tetapi $(S^{-1} \text{ o } T^{-1})$ o (T o S)= $S^{-1} \circ (T^{-1} \circ T) \circ S = S^{-1} \text{o } I \text{ o } S = S^{-1\,o}\, S =$ I. Oleh karena suatu transformasi memiliki hanya satu balikan maka $(T \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ T^{-1}$.

Jadi, hasil kali transformasi adalah hasil kali balikan-balikan transformasi dengan urutan yang terbalik.

CONTOH SOAL :

1. Pada sebuah sistem sumbu ortogonal ada garis g = { (x,y) | y = x } dan

   h = { (x,y) | y = 0 }

   Tentukan P sehingga $(M_h M_g)$ (P) = R dengan R = (2,7) !

Jawab :

Apabila P = (x,y), maka diperoleh berturut-turut $(M_g^{-1} M_h^{-1})(M_h M_g)$ (P) = $(M_g^{-1} M_h^{-1})$ (R). Jadi P = M_g^{-1} [M_h^{-1} (R)].

Oleh karena R = (2,7) dan $M_h^{-1} = M_h$, maka M_h^{-1} (R) = M_h (R) = (2,-7) sehingga M_g^{-1} , M_h^{-1} (R) = M_g^{-1} (2,-7) = M_g (2,7) = (7,2) sehingga P = (-7,2).

BAB III

KESIMPULAN

Dari penjelasan-penjelasan yang telah diterangkan maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1.Setiap transformasi T memiliki balikan.

2. Setiap transformasi memiliki hanya satu balikan.

3. Balikan setiap penceminan pada garis adalah pencerminan itu sendiri

4. Apabila T dan S transformasi-transformasi maka $(ToS)^{-1} = S^{-1} \text{ o } T^{-1}$