



Académie Lorraine des Sciences



Le GPS et la relativité

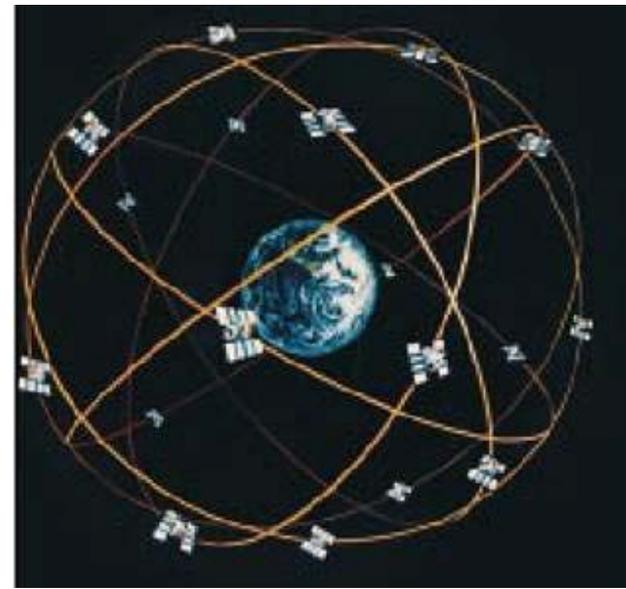
Jean-Paul Haton

ALS, 10 janvier 2013



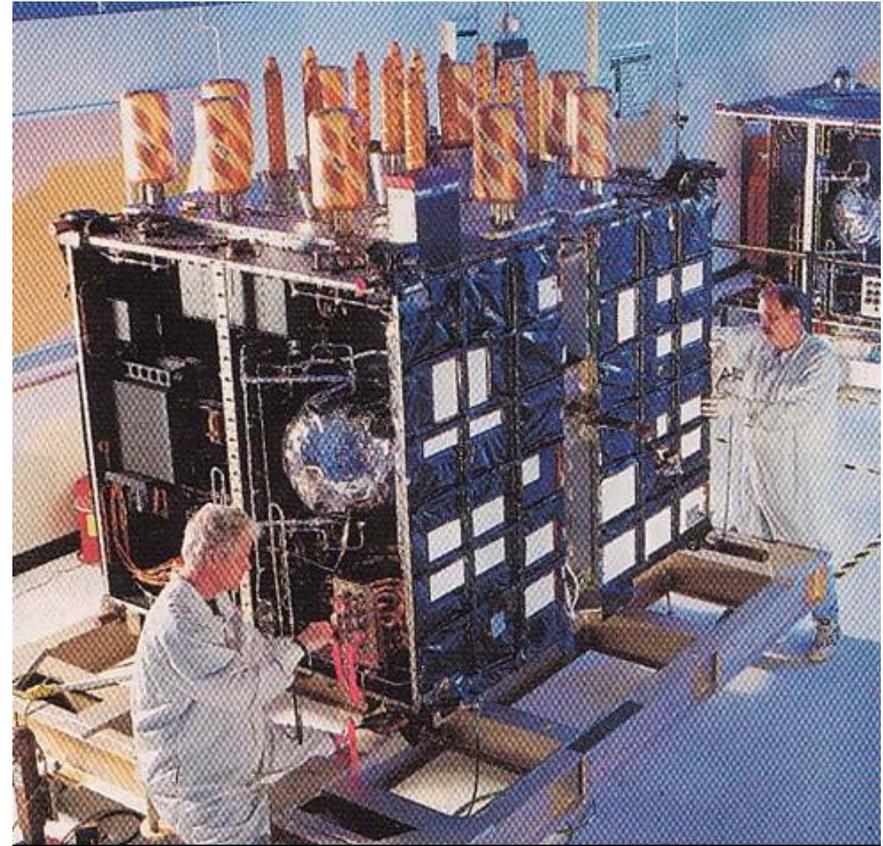
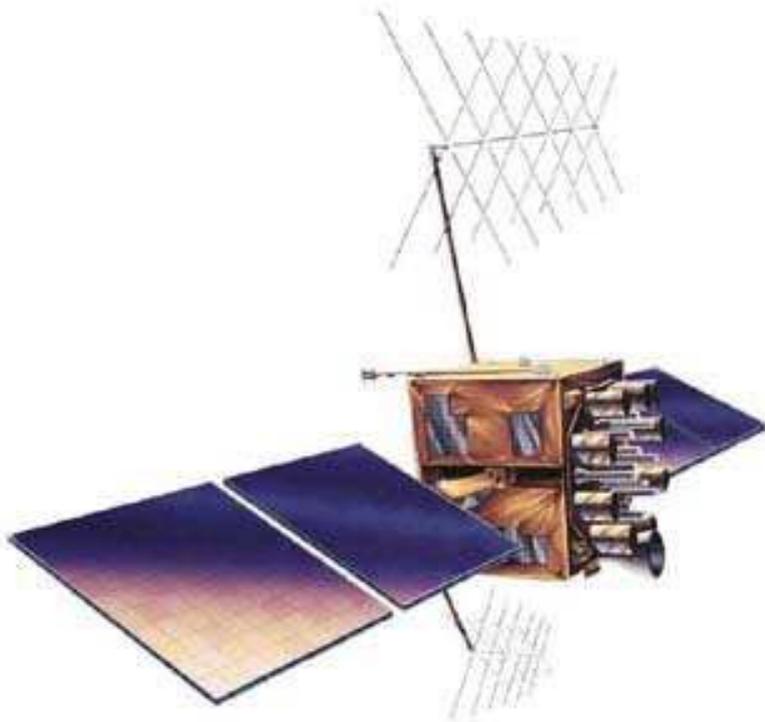
GPS

Global Positioning System



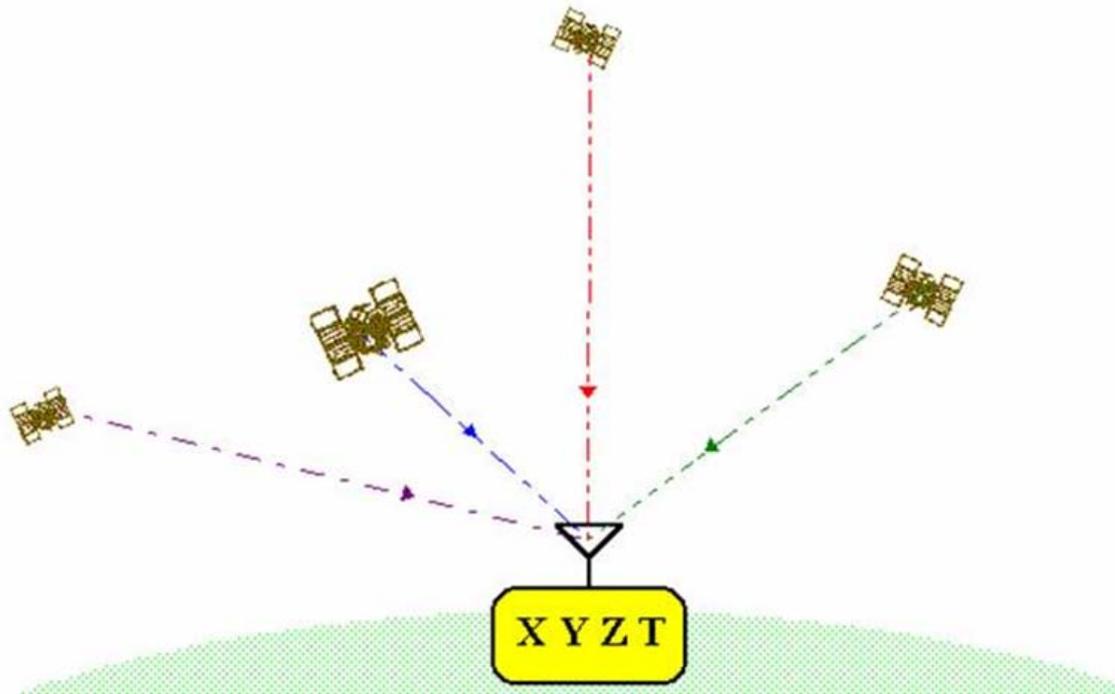
- Projet du Pentagone dès 1970, opérationnel depuis 1995
- 27 satellites
- Orbite quasi circulaire à 20000 km à 14000km/h (3,88 km/s), avec une période de 12 heures
- Répartis en 6 plans orbitaux
- Un satellite émet 50 bits/s en modulation de phase, sur 2 fréquences (L1 = 1575,42 MHz et L2 = 1227,60 MHz), et avec une puissance très faible : $3 \cdot 10^{-14} \text{ W/m}^2$
- Composition
 - Segment spatial : 30 satellites
 - Segment de contrôle : Contrôler et surveiller le système
 - Segment utilisateur : Ensemble des utilisateurs.

Un satellite nouvelle génération du GPS



- Précision d'environ 30 mètres (cf. B. Clinton) : quelques nanosecondes !
→ 4 horloges atomiques à bord (Césium 133 ou Rubidium 87) et synchronisation permanente de l'horloge à quartz des récepteurs et des horloges des satellites

Localisation par GPS

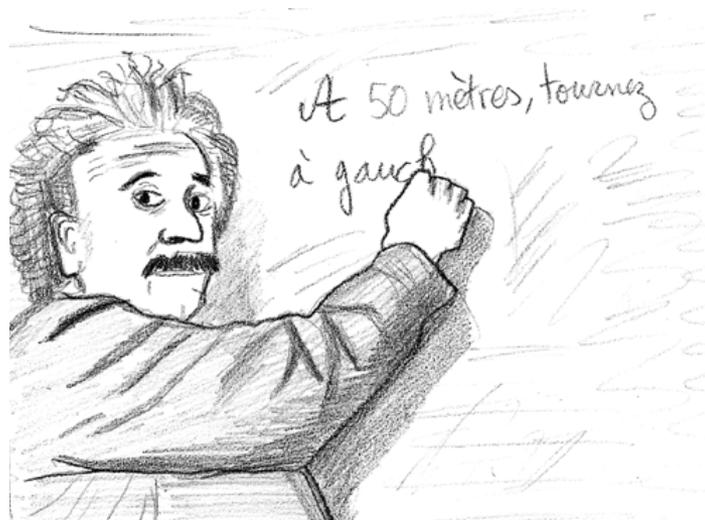


$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| = c(t - t_i); i = 1, 2, 3, 4.$$

- Le calculateur du récepteur résout un système d'équations dont les quatre inconnues sont :
- la position du récepteur $\mathbf{r}(x,y,z)$ par triangulation,
 - le décalage de son horloge par rapport au temps GPS.

Sources d'erreur multiples !

- Bruit entachant les mesures
- Imprécisions sur les mesures de distance dus aux retards de propagation des ondes em lors de la traversée de l'atmosphère
- Effet Doppler (les satellites ont une vitesse de 3,88 km/s par rapport aux récepteurs (ondes polarisées circulairement))
- ... et surtout les effets relativistes, 10000 fois trop importants pour être ignorés (10 km par jour !)





Les relativités dans le GPS

- Postulat de la relativité
- Dilatation du temps (RR)
- *Blueshift* (RG)
- Effet Sagnac
- Corrections d'ordres supérieurs

Postulat

Fondement du GPS = un postulat de la relativité restreinte :

Invariance de la vitesse de propagation d'une onde électro-magnétique dans le vide

$$c = 299792458 \text{ m/s}$$



Dilatation du temps

La dilatation du temps, due à la vitesse des horloges embarquées, réduit les fréquences d'un facteur (transformation de Lorentz-Poincaré) :

$$\Delta f/f = (v/2c)^2$$

Vitesse des satellites $v \approx 4 \text{ km/s}$ d'où $\Delta f/f \approx 10^{-10}$
soit un retard de $\approx 0,1 \text{ ns /seconde}$ ou
 $7 \mu\text{s/jour}$

Blueshift gravitationnel

Un photon qui “tombe” vers la terre voit son énergie augmenter. Comme sa vitesse c est fixe, ceci se traduit par une légère augmentation de sa fréquence (donc un déplacement vers le bleu, *blueshift*) :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \Phi}{c^2}$$

où $\Delta \Phi$ est la variation du potentiel gravitationnel entre les horloges et la terre. Cette correction fait que les horloges au sol sont $\approx 5 \cdot 10^{-10}$ plus lentes, soit une avance de **45 $\mu\text{s}/\text{jour}$** .

Au total : 45 – 7 = 38 $\mu\text{s}/\text{jour}$ d’avance.

Sans tenir compte de ces effets, le GPS dériverait de 11 km/jour !



Effet Sagnac (1869 – 1928)

Décalage temporel de la réception de signaux em quand ils sont émis par un émetteur-récepteur en rotation

Toutes les horloges terrestres sont entraînées par la rotation de la terre, à des vitesses différentes selon la latitude (de 465m/s à l'équateur à 0 aux pôles). Les trajectoires des ondes entre les satellites et les récepteurs ne sont donc pas linéaires :
Ce sont des spirales par rapport au référentiel (non inertiel) qu'est la terre.

L'effet sur le GPS peut atteindre 100 ns
et doit donc être aussi compensé



Corrections d'ordres supérieurs

Corrections du troisième ordre

En prévision des futures avancées technologiques, les corrections relativistes au troisième ordre (en $1/c^3$) ont été calculées.

Elles devront être prises en compte pour des précisions relatives de l'ordre de 10^{-17} .

et ensuite...

Le quatrième ordre (termes en $1/c^4$) induirait des corrections de l'ordre de 10^{-20} !



Autres systèmes de positionnement

GLONASS: est le système russe, qui n'est pas pleinement opérationnel (état actuel ?)

Beidou: est le système de positionnement chinois, opérationnel uniquement sur le territoire chinois et régions limitrophes (il utilise des satellites géostationnaires. Le nombre exact n'est pas connu et varie fortement selon les sources).

IRNSS: est le système indien, opérationnel uniquement sur la territoire indien.

Galileo: est le système civil européen en cours de déploiement...



Conclusion

Le GPS est une merveille de science et de technologie alliant de façon cohérente et exemplaire les ressources de la physique, des mathématiques, de l'informatique, de la technologie et de l'industrie pour résoudre des problèmes très complexes.

Les théories de la relativité sont indispensables à la compréhension des phénomènes et à la mise en œuvre pratique.

Le GPS est ainsi un magnifique banc d'essai de ces théories.

Merci pour votre attention

... et bonne année!