Ontario

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4^e à la 6^e année

Géométrie et sens de l'espace
Fascicule 2
Position et déplacement

Éducation en Ontario L'excellence pour tous et toutes

2006

Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4^{e} à la 6^{e} année
Géométrie et sens de l'espace
Fascicule 2 : Position et déplacement

Le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4^{e} à la 6^{e} année – Géométrie et sens de l'espace* est réparti en deux fascicules : *Formes géométriques* et *Position et déplacement*. Ce second fascicule, *Position et déplacement*, comprend une introduction, une description détaillée de la grande idée de position et déplacement ainsi qu'une situation d'apprentissage pour chaque année d'études au cycle moyen.

Guide d'enseignement efficace des mathématiques

de la 4^e à la 6^e année

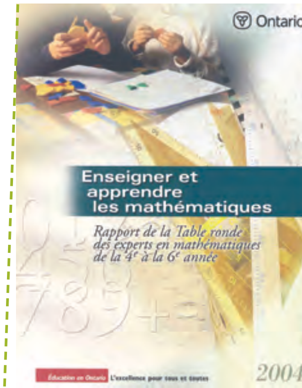
Géométrie et sens de l'espace

Fascicule 2

Position et déplacement

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE



Le document intitulé *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4^e à la 6^e année* souligne que « L'enseignement joue un rôle central dans l'apprentissage et la compréhension des mathématiques chez les élèves du cycle moyen. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a, p. 35) et il en définit les principales composantes. Pour appuyer la mise en œuvre des recommandations présentées dans ce rapport, le ministère de l'Éducation de l'Ontario a entrepris l'élaboration d'une série de guides pédagogiques composée d'un guide principal et de guides d'accompagnement.

Le **guide principal**, intitulé *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6^e année* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006), propose des stratégies précises pour l'élaboration d'un programme de mathématiques efficace et la création d'une communauté d'apprenants et d'apprenantes chez qui le raisonnement mathématique est développé et valorisé. Les stratégies portent essentiellement sur les grandes idées inhérentes aux attentes du programme-cadre de mathématiques (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005), sur la résolution de problèmes comme principal contexte d'apprentissage des mathématiques et sur la communication comme moyen de développement et d'expression de la pensée mathématique. Ce guide contient également des stratégies d'évaluation, de gestion de classe et de communication avec les parents[1].

Les **guides d'accompagnement**, rédigés par domaine en tenant compte des attentes et des contenus d'apprentissage du programme-cadre de mathématiques, suggèrent des applications pratiques des principes et des fondements présentés dans le guide principal. Ils sont conçus pour aider l'enseignant ou l'enseignante à s'approprier la pédagogie propre à chaque domaine mathématique afin d'améliorer le rendement des élèves en mathématiques.

Le guide principal et les guides d'accompagnement ont été élaborés en conformité avec la *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004b) pour soutenir la réussite scolaire des élèves et appuyer le développement durable de la communauté scolaire de langue française de l'Ontario. Ils mettent l'accent, entre autres, sur des stratégies d'enseignement qui favorisent l'acquisition par chaque élève de compétences en communication orale.

1. Dans le présent document, *parents* désigne père, mère, tuteur et tutrice.

INTRODUCTION

> *La géométrie est l'un des domaines des mathématiques qui permet aux élèves de développer leur habileté à présenter un raisonnement et un argument mathématique cohérents, habileté qui évoluera, au palier secondaire, à la présentation de preuves plus formelles. La modélisation en géométrie et le raisonnement lié au sens de l'espace offrent aux élèves des moyens d'interpréter et de décrire le monde qui nous entoure et constituent des outils importants dans un contexte de résolution de problèmes.*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 2003b, p. 41, traduction libre)

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

La géométrie et le sens de l'espace au cycle moyen, c'est le développement :

- d'une compréhension des formes géométriques, de leurs propriétés et des interrelations entre elles;
- d'une conscience intuitive de la position et du déplacement d'objets dans l'espace;
- d'un raisonnement déductif informel et d'un raisonnement spatial complexe qui permettent aux élèves de résoudre des problèmes dans tous les domaines des mathématiques et dans diverses situations de la vie courante à l'école, à la maison ou au jeu.

La géométrie et le sens de l'espace au cycle moyen, ce n'est pas :

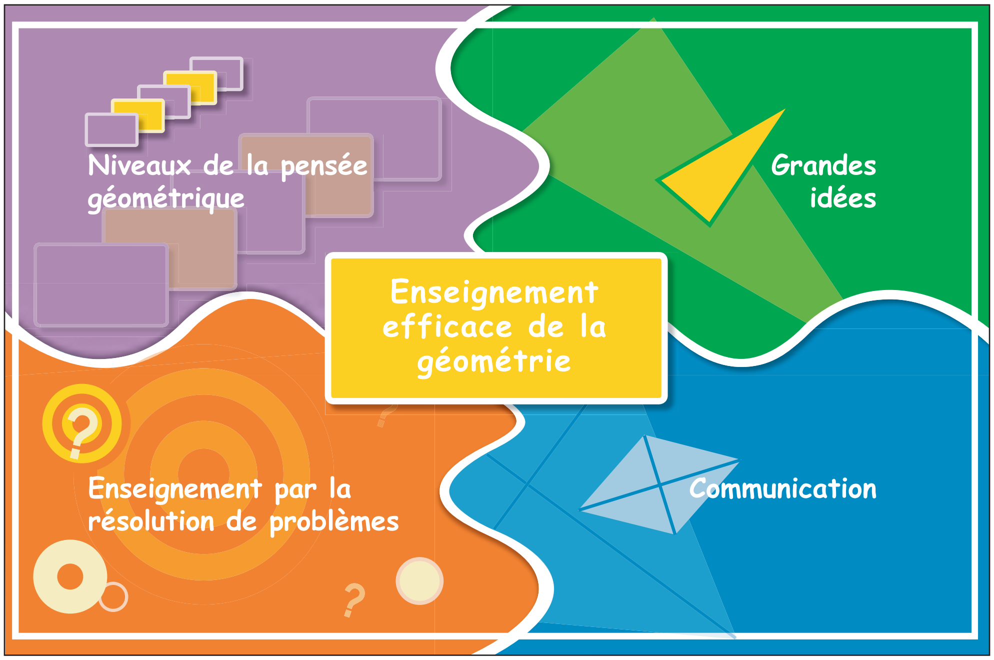
- un savoir inné reçu à la naissance par quelques rares individus;
- un enseignement ou un apprentissage centré uniquement sur les règles, les procédures, le raisonnement analytique et les démonstrations;
- une mémorisation de définitions et de propriétés;
- uniquement la classification des figures planes et des solides.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

La géométrie et le sens de l'espace sont indissociables puisque la géométrie nous aide à décrire, à représenter et à mathématiser la réalité spatiale alors que le sens de l'espace nous permet de visualiser, de reconnaître ou d'apprécier cette réalité.

ENSEIGNEMENT EFFICACE DE LA GÉOMÉTRIE

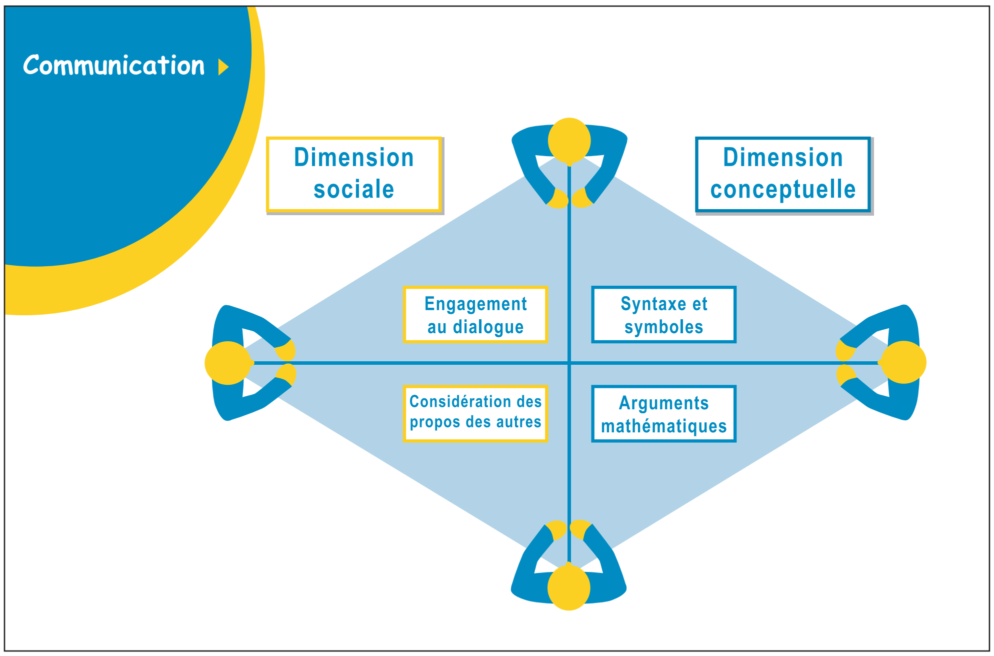
Parmi les nombreux éléments qui contribuent à l'efficacité de l'enseignement des mathématiques, certains ont une incidence plus grande que d'autres. Le présent guide est rédigé en tenant compte plus particulièrement de quatre de ces éléments, soit la communication, l'enseignement par la résolution de problèmes, les niveaux de la pensée géométrique et les grandes idées.



Communication[2]

… la communication, entendue comme activité sociale et culturelle médiatisée par la langue, les symboles scientifiques et les outils technologiques, apparaît comme l'un des moyens privilégiés d'appropriation du savoir. En participant à une discussion avec ses pairs et l'enseignante ou l'enseignant, l'élève acquiert une conscience de plus en plus nette des objets d'apprentissage.

(Radford et Demers, 2004, p. 15)



La communication est un élément essentiel à l'apprentissage des mathématiques. C'est une habileté qui va au-delà de l'utilisation appropriée de la terminologie et des symboles mathématiques dans une communication verbale ou écrite. C'est aussi, de façon plus importante, un véhicule par lequel les élèves acquièrent une compréhension des concepts mathématiques dans des contextes qui font appel à des raisonnements et à des arguments mathématiques. C'est ce que Radford et Demers (2004) appellent la dimension conceptuelle de la communication.

2. Pour plus de détails au sujet de la communication, voir le guide principal, chapitre 6 (fascicule 2).

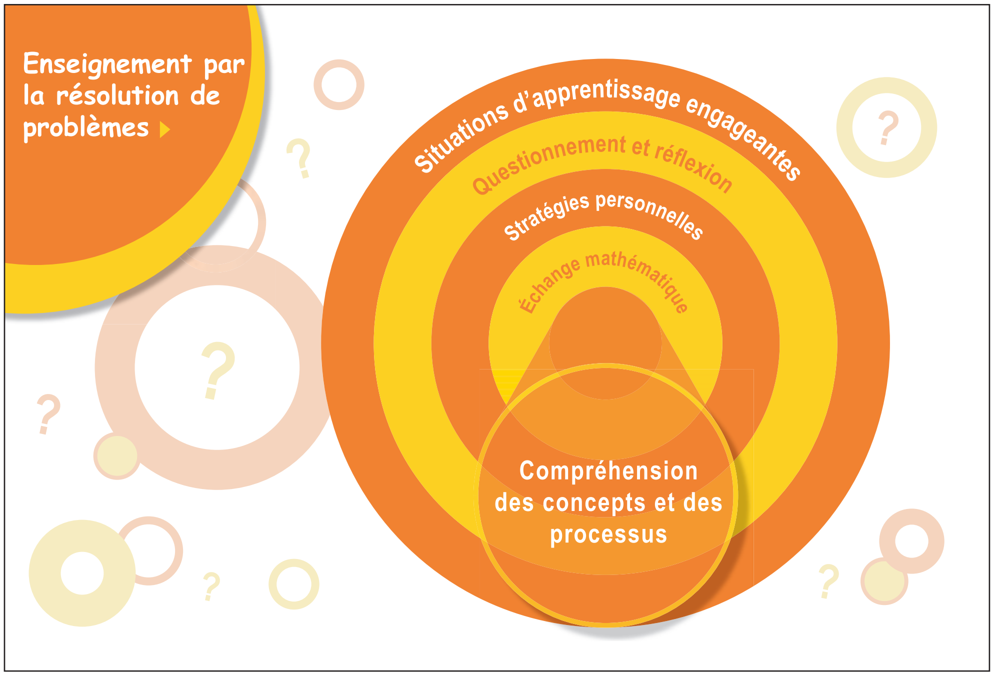
Ces chercheurs soulignent aussi l'importance de prendre en compte la dimension sociale de la communication. En effet, qui dit « communication » dit « échange » entre deux personnes ou plus. L'échange sera profitable pour toutes les personnes impliquées dans la mesure où il règne au sein du groupe un climat d'engagement au dialogue et une culture de respect et d'écoute par rapport aux propos des autres.

Pour accroître l'efficacité de l'enseignement de la géométrie dans sa salle de classe, l'enseignant ou l'enseignante doit favoriser l'émergence d'une culture qui valorise la communication comme moyen d'appropriation du savoir. Il ou elle doit aussi fournir aux élèves de multiples occasions de discuter de leurs hypothèses avec leurs pairs et de formuler un argument mathématique clair et convaincant (voir p. 37 du fascicule 1 pour plus de détails au sujet de l'argument mathématique). Dans toutes les situations d'apprentissage présentées dans ce guide, la communication joue un rôle prépondérant.

Enseignement par la résolution de problèmes[3]

L'activité de résolution de problèmes et l'apprentissage sont intimement liés; les élèves apprennent les mathématiques en faisant des mathématiques.

(Van de Walle et Folk, 2005, p. 44, traduction libre)



Afin d'aider les élèves à bien comprendre les concepts et les processus en géométrie et sens de l'espace, il est important de les placer en situation de résolution de problèmes dès le début d'une unité d'apprentissage. Lorsqu'ils travaillent en équipe à résoudre un problème engageant et non routinier, les élèves développent l'habileté à formuler une hypothèse et un argument mathématique. Ils apprennent aussi à prendre des risques, à persévérer et à avoir confiance en leur capacité à résoudre des problèmes. C'est dans un tel contexte que l'apprentissage des mathématiques prend tout son sens.

3. Pour plus de détails au sujet de l'enseignement par la résolution de problèmes, voir le guide principal, chapitre 5 (fascicule 2).

L'enseignement par la résolution de problèmes exige que l'enseignant ou l'enseignante présente des situations d'apprentissage riches en contenu mathématique qui incitent les élèves à réfléchir et qui retiennent leur intérêt. Il ou elle doit ensuite laisser les élèves élaborer leurs propres stratégies de résolution de problèmes sans trop les diriger. Enfin, l'enseignant ou l'enseignante doit s'assurer de clarifier les concepts mathématiques lorsque les élèves présentent leurs stratégies et leurs solutions lors de l'échange mathématique. L'échange mathématique est un temps d'objectivation au cours duquel les élèves expliquent et défendent leur raisonnement et analysent le raisonnement des autres. L'apprentissage et la compréhension se forgent grâce à cette confrontation d'idées et à un questionnement efficace de la part de l'enseignant ou de l'enseignante. L'échange mathématique permet aux élèves de consolider leurs apprentissages et de développer diverses habiletés telles que l'habileté à résoudre des problèmes, à communiquer, à raisonner, à écouter et à analyser. Toutes les situations d'apprentissage présentées dans ce guide se prêtent à un enseignement par la résolution de problèmes. Pour plus de détails au sujet de l'échange mathématique, voir le chapitre 7, pages 44 et 45 du guide principal (fascicule 3).

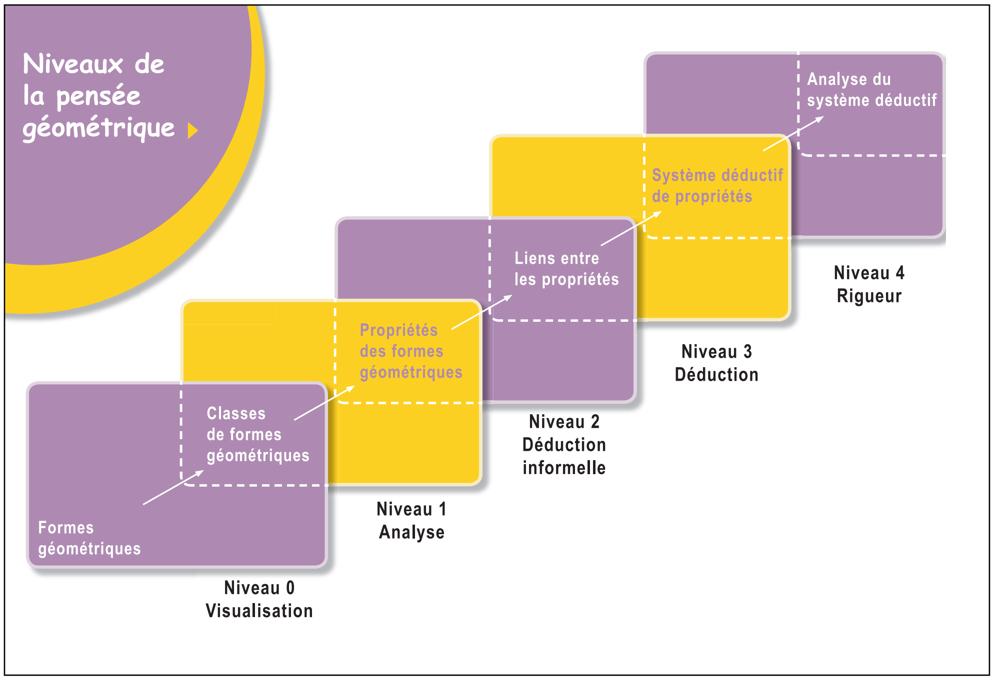
Au cours de l'échange mathématique, les apprenants – de jeunes mathématiciens et mathématiciennes au travail – défendent leur raisonnement. Des idées et des stratégies ressortent de la discussion et contribuent à former le bagage mathématique de tous les élèves de la classe.

(Fosnot et Dolk, 2001, p. 29, traduction libre)

Niveaux de la pensée géométrique[4]

> *Même si les élèves doivent apprendre le vocabulaire propre à la géométrie, l'apprentissage de cette terminologie ne devrait pas constituer l'aspect principal du programme. L'accent devrait plutôt être mis sur l'exploration et la compréhension des rapports entre les figures et sur le développement de la pensée géométrique.*

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 9)



Traduit et adapté de Van de Walle et Folk, 2005, p. 329.

Deux chercheurs néerlandais, Dina van Hiele-Geldof et Pierre van Hiele, ont conçu un modèle à cinq niveaux pour décrire la compréhension des concepts géométriques à différentes étapes du développement de la pensée de l'élève. Une brève description de ces cinq niveaux ainsi que des exemples de comportements observables pour chacun sont présentés dans le tableau suivant.

4. Pour plus de détails au sujet des niveaux de la pensée géométrique, consulter le module *Formes géométriques* sur le site atelier.on.ca.

Description	Comportements observables
Niveau 0 – Visualisation Perception et classement des formes géométriques selon leur apparence	**L'élève :** • utilise du vocabulaire géométrique; • reconnaît, nomme, compare et reproduit des formes géométriques d'après leur apparence générale; • a de la difficulté à se faire une représentation mentale d'une forme géométrique (Les formes sont observées, mais ne sont pas conceptualisées. Chacune est perçue de façon globale, comme une entité.); • classe ou regroupe des formes géométriques qui se ressemblent. **Exemple d'énoncé :** *C'est un carré, on le voit bien… Ses côtés sont tous pareils et il est droit.*
Niveau 1 – Analyse Début de l'analyse des formes géométriques pour en découvrir les propriétés	**L'élève :** • reconnaît certaines propriétés communes et distinctes des formes géométriques; • nomme les propriétés des formes géométriques, mais ne voit pas les sous-classes à l'intérieur d'une famille de polygones; • généralise les propriétés d'une forme géométrique donnée à l'ensemble des formes géométriques de la même famille; • classe les formes géométriques en fonction de leurs propriétés. **Exemple d'énoncé :** *Cette figure est un carré parce qu'elle a quatre sommets, quatre coins droits, quatre côtés égaux et deux paires de côtés parallèles.*

Description	Comportements observables
Niveau 2 – Déduction informelle Établissement de liens entre les formes géométriques et entre les propriétés d'une forme géométrique donnée	**L'élève :** • déduit certaines des propriétés d'une forme géométrique; • reconnaît et établit des sous-classes de formes géométriques; • émet et vérifie certaines hypothèses; • comprend et utilise les relations d'inclusion et d'exclusion; • développe des listes de propriétés qui sont nécessaires et suffisantes pour décrire une forme géométrique quelconque; • formule des arguments mathématiques clairs et suffisants en utilisant le vocabulaire de causalité (p. ex., parce que, car, donc) et de conséquence logique (p. ex., si… alors, puisque… donc). **Exemple d'énoncé :** *C'est un carré mais c'est aussi un trapèze, car la propriété qui décrit le trapèze est qu'au moins deux côtés opposés sont parallèles. Je crois donc que le carré est une sorte de trapèze.*
Niveau 3 – Déduction Étude des définitions, des preuves, des théorèmes, des axiomes et des postulats	**L'élève :** • présente une preuve sans se limiter à la mémorisation; • prouve un énoncé de différentes façons; • comprend les sous-classes de formes géométriques et leurs relations. **Exemple d'énoncé :** *Un parallélogramme qui a deux côtés adjacents congrus doit être un losange.*
Niveau 4 – Rigueur Étude de la géométrie de façon abstraite	**L'élève :** • utilise des systèmes déductifs abstraits; • travaille avec la géométrie non euclidienne; • fait les liens entre les concepts et développe parfois de nouveaux postulats.

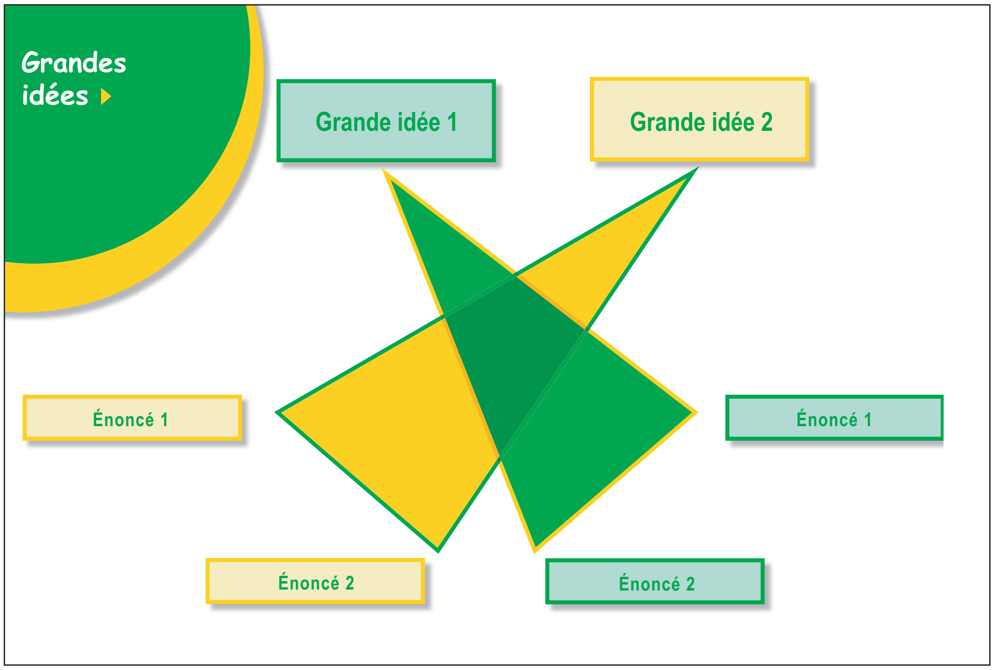
Selon la théorie des van Hiele, les élèves doivent passer par chacun des niveaux (visualisation, analyse, déduction informelle…) pour chaque nouveau concept. Ils peuvent donc être au niveau 1 (analyse) par rapport à un concept et au niveau 0 (visualisation) par rapport à un autre. À titre d'exemple, un ou une élève peut être capable de décrire certaines propriétés du carré (niveau 1), mais n'être capable de reconnaître le parallélogramme que par son apparence (niveau 0). Les élèves peuvent progresser d'un niveau de pensée à un autre dans la mesure où ils sont exposés à des activités qui misent sur la comparaison et la classification des formes géométriques, et sur l'analyse de leurs propriétés.

L'enseignant ou l'enseignante qui sait reconnaître à quel niveau de pensée se situent ses élèves par rapport à un concept donné d'après certains comportements observables est davantage en mesure de les aider à comprendre ce concept et à les faire cheminer vers un niveau de pensée plus élevé. De façon générale, la plupart des élèves au cycle primaire se situent principalement aux niveaux de la visualisation et de l'analyse. L'enseignant ou l'enseignante au cycle moyen doit les aider à cheminer vers le niveau de la déduction informelle (niveau 2). Ce cheminement se poursuit en 7^{e} et 8^{e} année alors que le cheminement vers le niveau de la déduction (niveau 3) se fait habituellement au palier secondaire.

Note : Il est important de retenir que les cinq niveaux de la pensée géométrique décrits par les van Hiele ne sont aucunement liés aux quatre niveaux de rendement que l'on retrouve dans la grille d'évaluation du rendement du programme-cadre de mathématiques.

Grandes idées[5]

> *Lorsque les enseignantes et enseignants disposent d'un programme-cadre structuré, axé sur les concepts essentiels en mathématiques et, en outre, fondé sur les grandes idées, ils peuvent déterminer la composition de leçons susceptibles de favoriser l'apprentissage de ces concepts mathématiques importants.*
>
> (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004a, p. 21)



Une grande idée est l'énoncé d'une idée fondamentale pour l'apprentissage des mathématiques, une idée qui lie de nombreuses connaissances mathématiques en un tout cohérent.

(Charles, 2005, p. 10, traduction libre)

Les attentes et les contenus d'apprentissage du programme-cadre de mathématiques font appel à un grand nombre de concepts. Les grandes idées permettent à l'enseignant ou l'enseignante de voir comment ces concepts peuvent être regroupés pour permettre une programmation plus efficace de l'enseignement. En planifiant son enseignement en fonction des grandes idées, ainsi que des concepts et des habiletés qui s'y rattachent, l'enseignant ou l'enseignante est en mesure d'élaborer des situations d'apprentissage cohérentes qui permettent aux élèves :

- d'explorer les concepts en profondeur;
- d'établir des liens entre les différents concepts;
- de reconnaître que les mathématiques forment un tout cohérent et non un éventail de connaissances isolées.

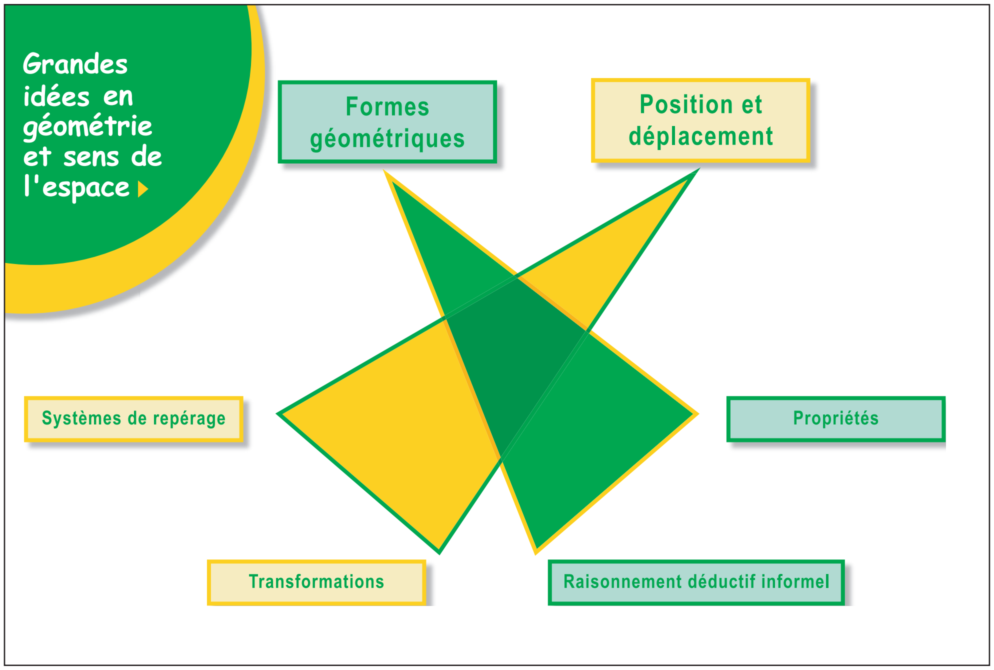
Dans la section qui suit, on retrouve les deux grandes idées en géométrie et sens de l'espace, chacune étant appuyée de deux énoncés qui la sous-tendent.

5. Pour plus de détails au sujet du concept de grandes idées, voir le guide principal, chapitre 2 (fascicule 1).

GRANDES IDÉES EN GÉOMÉTRIE ET SENS DE L'ESPACE

Le fait de relier la connaissance des contenus mathématiques à un nombre restreint de grandes idées permet de développer une compréhension solide des mathématiques.

(Charles, 2005, p. 10, traduction libre)



Aperçu

Les deux grandes idées qui constituent la base des attentes du domaine Géométrie et sens de l'espace de la 4e à la 6e année sont :

Grande idée 1 : Formes géométriques (fascicule 1)

La connaissance des formes géométriques et de leurs propriétés permet de mathématiser le monde qui nous entoure.

Énoncé 1 : Propriétés
L'exploration et la construction de diverses représentations d'angles, de figures planes et de solides favorisent le développement de la compréhension de leurs propriétés.

Énoncé 2 : Raisonnement déductif informel
L'analyse des propriétés des figures planes et des solides permet de développer les habiletés de la pensée liées au raisonnement déductif informel.

Grande idée 2 : Position et déplacement (fascicule 2)

Les concepts de position et de déplacement en géométrie permettent de développer le sens de l'espace bidimensionnel et tridimensionnel.

Énoncé 1 : Systèmes de repérage
Les systèmes de repérage avec coordonnées servent à préciser la position d'un objet dans l'espace.

Énoncé 2 : Transformations
Le déplacement de formes géométriques peut être décrit à l'aide de diverses transformations.

Les deux grandes idées se recoupent et se complètent. Par exemple, le fait de bien comprendre les propriétés des formes géométriques permet de les déplacer et de préciser leur position dans l'espace avec plus de facilité. L'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves à faire des liens entre ces deux grandes idées et entre les concepts qui s'y rattachent, ainsi qu'avec les expériences de la vie quotidienne.

Dans la section qui suit, on retrouve pour la deuxième grande idée en géométrie et sens de l'espace de la 4e à la 6e année :

- une description détaillée des énoncés qui la sous-tendent;
- des exemples d'activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre des concepts de position et de déplacement et des expériences de la vie quotidienne, des concepts dans les autres domaines de mathématiques et des concepts dans les autres matières;
- des exemples de professions qui nécessitent une bonne connaissance des concepts de position et de déplacement;
- le cheminement de l'élève en ce qui a trait au vocabulaire et aux habiletés relatifs aux concepts de position et de déplacement.

GRANDE IDÉE 2 – POSITION ET DÉPLACEMENT

Les capacités spatiales sont importantes pour s'orienter. Elles sont invoquées pour reconnaître des objets et des scènes, qu'on les rencontre dans leur environnement originel ou qu'une certaine circonstance de la présentation originelle ait été modifiée. Et elles sont encore utilisées quand on travaille avec des représentations graphiques – les versions bidimensionnelles ou tridimensionnelles de scènes du monde réel – ainsi qu'avec d'autres symboles, comme les cartes, les diagrammes ou les formes géométriques.

(Gardner, 1997, p. 187)

Aperçu et énoncés de la grande idée

La grande idée de position et déplacement comprend le développement du sens de l'espace qui nous entoure et la gestion de cet espace. Les compétences, les habiletés, les processus et les concepts liés à cette grande idée sont développés par le biais de situations authentiques qui misent sur le jeu et les activités kinesthésiques. Un enseignement axé sur l'intégration des matières, le travail d'équipe et la communication aident les élèves à faire les liens qui leur permettent de consolider leur compréhension des concepts et de développer leurs habiletés.

Le programme-cadre de mathématiques définit le sens de l'espace comme étant « … la conscience intuitive que l'on a de son environnement et des objets qui s'y trouvent » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 9). Cette conscience se manifeste principalement par l'utilisation des deux habiletés suivantes : l'orientation spatiale et la visualisation. Le tableau ci-après résume la façon dont sont définies ces habiletés spatiales dans le contexte de l'étude de la géométrie.

Habileté	Définition	Exemples en géométrie
Orientation spatiale	Habileté à se situer ou à situer des objets dans l'espace physique immédiat, et à effectuer ou à décrire des déplacements dans cet espace.	• Décrire la position d'un objet par rapport à un autre. • Situer un objet sur une grille en fonction d'un système de repérage. • Effectuer une transformation géométrique.
Visualisation	Habileté à se former et à décrire une représentation mentale de lieux, d'objets à deux et à trois dimensions, et de déplacements dans un espace bidimensionnel ou tridimensionnel.	• Reconnaître les figures planes et les solides dans divers contextes. • Se construire une représentation mentale d'une figure plane ou d'un solide. • Visualiser la position d'un objet à la suite d'un déplacement ou d'une transformation géométrique.

Au cycle primaire, les élèves acquièrent un sens de l'espace qui les entoure au fur et à mesure qu'ils développent leurs habiletés spatiales. Ils apprennent :

- à décrire la position d'un point sur une grille et son déplacement d'une case de la grille à une autre;
- à identifier, à effectuer et à décrire des translations et des réflexions;
- à utiliser le vocabulaire lié aux concepts de position (p. ex., sur, à l'intérieur de, à côté de) et de déplacement (p. ex., vers le haut, le bas, la droite et la gauche ou vers l'est, l'ouest, le nord et le sud [programme-cadre d'études sociales]).

Au cycle moyen, les élèves poursuivent l'étude des concepts de position et de déplacement dans l'espace et approfondissent le développement de leurs habiletés spatiales. Ils apprennent :

- à utiliser un système de repérage avec coordonnées (p. ex., carte routière, plan cartésien) pour représenter ou décrire la position d'objets;
- à identifier, à effectuer et à décrire des rotations;
- à prédire et à tracer l'image d'une figure obtenue à la suite de plus d'une transformation;
- à utiliser le vocabulaire lié au plan cartésien (p. ex., axe des x, axe des y, origine) et aux transformations (p. ex., figure initiale, image, sens des aiguilles d'une montre).

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Grande idée 2 : Position et déplacement

Les concepts de position et de déplacement en géométrie permettent de développer le sens de l'espace bidimensionnel et tridimensionnel.

- Les systèmes de repérage avec coordonnées servent à préciser la position d'un objet dans l'espace.
- Le déplacement de formes géométriques peut être décrit à l'aide de diverses transformations.

ÉNONCÉ 1

Les systèmes de repérage avec coordonnées servent à préciser la position d'un objet dans l'espace.

> *Certains chercheurs soutiennent que les personnes apprennent à naviguer en reconnaissant d'abord des points de repère, puis des routes et finalement en se faisant une représentation mentale d'une carte sur laquelle se retrouvent plusieurs routes et endroits.*
>
> (National Council of Teachers of Mathematics, 2003a, p. 165, traduction libre)

Les systèmes de repérage sont des systèmes qui servent à décrire la position d'un point quelconque dans un espace donné (p. ex., système de numérotation des sièges dans une salle de spectacle, système de coordonnées sur une carte routière, système de positionnement mondial [GPS]). Chaque système est conçu en fonction de l'espace donné et du niveau de précision souhaité, et s'appuie sur certaines conventions que l'utilisateur ou l'utilisatrice doit connaître (p. ex., ordre des coordonnées cartésiennes).

Au cycle primaire, les élèves n'utilisent pas les systèmes de repérage avec coordonnées. Par contre, ils commencent à développer leur sens de l'espace en apprenant à décrire la position d'un objet par rapport à un autre objet ou par rapport à eux-mêmes (p. ex., le tableau est à gauche de la porte, Fatima est assise devant moi) et à situer des objets à l'intérieur ou à l'extérieur d'une région.

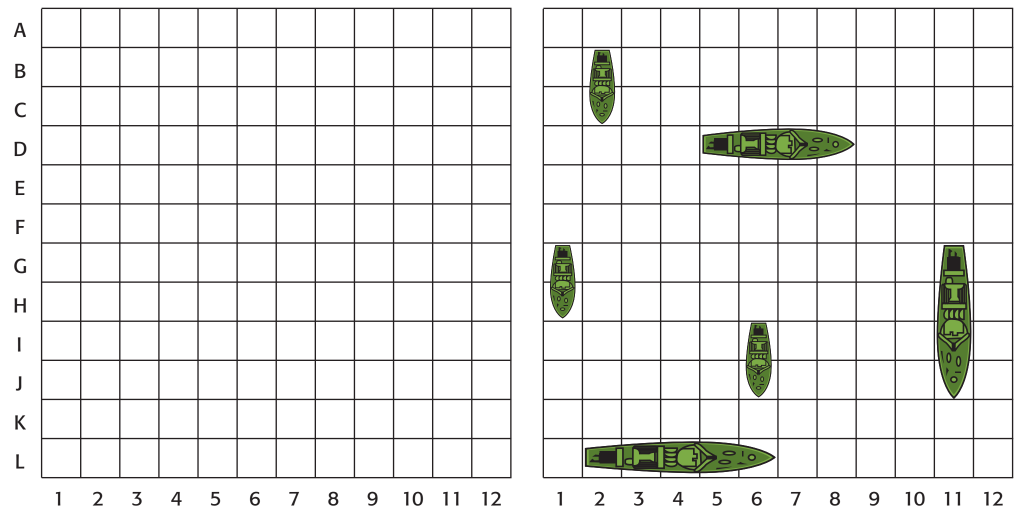
Au cycle moyen, les élèves découvrent l'importance d'avoir recours à un système de repérage pour décrire avec plus de précision la position d'objets dans leur environnement. En 4e et 5e année, ils utilisent une grille jumelée à un système de coordonnées (p. ex., grille sur une carte routière [Figure 1], grille utilisée dans certains jeux [Figure 2]). L'association d'une lettre de l'alphabet à chaque rangée de la grille et d'un nombre à chaque colonne, permet d'identifier de façon unique chacune des cases de la grille. Par exemple, les coordonnées H 14 ou 14 H indiquent la case située dans la rangée H et la colonne 14. Les élèves sont alors en mesure de situer la position d'une ville ou d'un objet dans une des cases de la grille. Ce système de repérage ne décrit cependant pas avec une grande précision la position d'un objet dans l'espace; il ne fait que la circonscrire à l'intérieur d'une case. Plus la case représente une grande superficie, plus la description de la position de l'objet sera imprécise.

Figure 1

© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2005

Exemple : La ville de Timmins est située dans la case H 14.

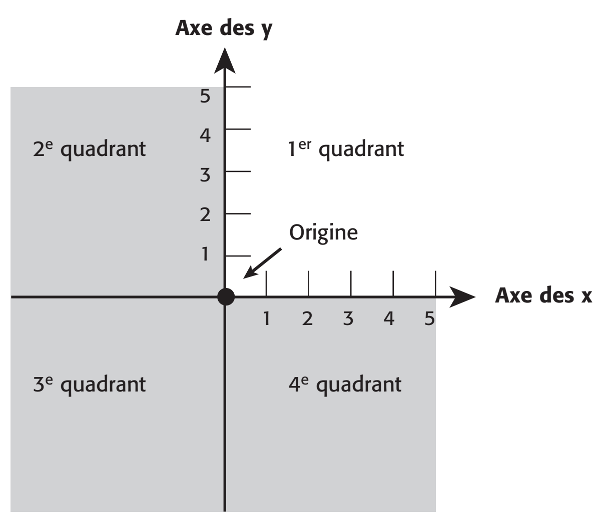
Figure 2



En 6^{e} année, les élèves utilisent un système de repérage cartésien (Figure 3) pour situer avec plus de précision la position d'un point dans un plan. Deux axes perpendiculaires servent à définir ce plan : l'un horizontal identifié par x et appelé l'axe des x, l'autre vertical identifié par y et appelé l'axe des y. Le point de rencontre de ces axes, appelé l'origine, sert de point de repère. Les axes divisent le plan en quatre régions appelées quadrants. En 6^{e} année, les élèves utilisent seulement le premier quadrant.

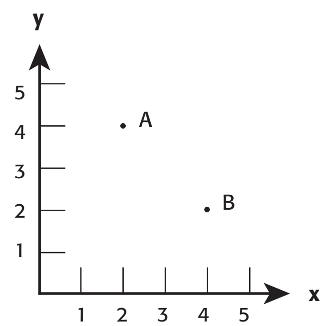
Plan : Le plan est un concept géométrique très abstrait. De façon générale, l'image qu'on s'en fait intuitivement est celle d'une surface plate bidimensionnelle illimitée (p. ex., surface d'un plancher qui s'étendrait à l'infini).

Figure 3 : Plan cartésien



Le système de coordonnées cartésiennes permet de situer un point dans ce plan. Les coordonnées sont écrites entre parenthèses et sont séparées par une virgule comme suit : le point A (2, 4). Par convention, le premier nombre, appelé abscisse, indique la position horizontale du point par rapport à l'origine et le deuxième, appelé ordonnée, indique sa position verticale. Ainsi, pour situer le point A (2, 4), il faut se déplacer de 2 unités vers la droite à partir de l'origine, puis de 4 unités vers le haut. Il faut souligner aux élèves l'importance de l'ordre dans lequel sont placés les nombres dans les coordonnées cartésiennes. Pour ce faire, il suffit de leur demander de situer par exemple, les points A (2, 4) et B (4, 2); ils se rendront rapidement compte que ces points décrivent des positions différentes (Figure 4).

Figure 4

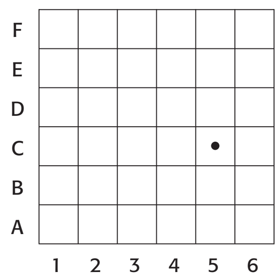


Lorsqu'ils commencent à utiliser les coordonnées cartésiennes, les élèves peuvent éprouver une difficulté conceptuelle dont il faut tenir compte. Le plan cartésien est quadrillé un peu comme l'est, par exemple, une carte routière. Cependant, ce qui est représenté par les coordonnées utilisées avec chacun de ces deux quadrillages est différent. Sur une carte routière (Figure 5a), les rangées et les colonnes du quadrillage sont identifiées respectivement à l'aide de lettres et de nombres. Les coordonnées, par exemple C 5, décrivent une des cases du plan. Sur le plan cartésien (Figure 5b), ce sont plutôt les droites verticales et horizontales qui sont identifiées, et ce, à l'aide de nombres seulement. Les élèves doivent alors comprendre que les coordonnées cartésiennes, par exemple (2, 4), définissent un des points d'intersection de ces droites et non une des cases formées par celles-ci.

La principale difficulté pour les enfants sera de passer de la localisation d'une région, ou d'une case, à celle d'un point.

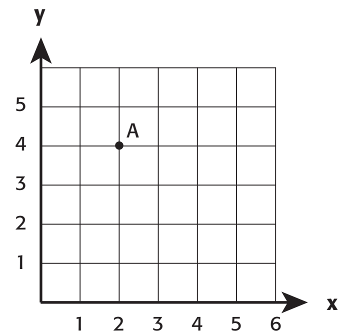
(Xavier, 2000, p. 25)

Figure 5a – Carte routière



Case C 5

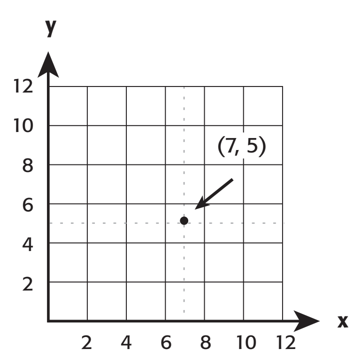
Figure 5b – Plan cartésien



Point A (2, 4)

En poursuivant l'utilisation du plan cartésien, les élèves peuvent éprouver une autre difficulté conceptuelle. Cette dernière est liée à l'utilisation de l'échelle sur les axes gradués. La difficulté surgit lorsqu'ils doivent situer sur le plan un point dont les coordonnées ne correspondent pas à une droite verticale ou horizontale ou à un nombre sur les axes. Par exemple, dans un plan où les axes sont gradués selon une échelle 1 : 2, on situe les nombres pairs le long des axes pour identifier les droites horizontales et verticales correspondantes (Figure 6). Cependant, les droites correspondant aux nombres impairs ne sont pas tracées. Les élèves peuvent alors croire qu'un point tel que (7, 5), dont les coordonnées sont impaires, ne peut être situé sur le plan puisqu'ils n'y voient pas de nombres impairs ou de droites qui les représentent. Ils doivent comprendre qu'il est possible de situer ce point en se représentant mentalement des droites horizontales et verticales entre les droites déjà tracées.

Figure 6



ÉNONCÉ 2

> Le déplacement de formes géométriques peut être décrit à l'aide de diverses transformations.

Les élèves doivent être en mesure de visualiser ce qui arrive lorsqu'une forme géométrique subit une rotation ou une réflexion et de prédire le résultat.

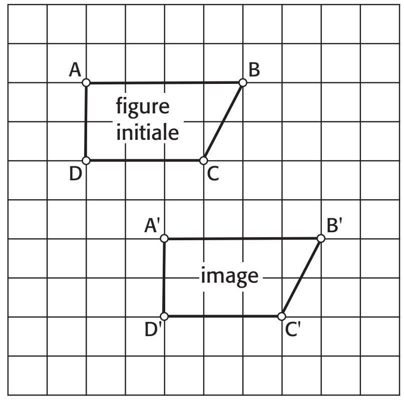
(National Council of Teachers of Mathematics, 2003b, p. 167-168, traduction libre)

Les élèves se demandent parfois à quoi servent les transformations. L'enseignant ou l'enseignante peut leur expliquer que les transformations contribuent au développement du sens de l'espace et de l'habileté à visualiser des déplacements d'objets dans un espace bidimensionnel ou tridimensionnel. Des résultats de recherches indiquent « … qu'il y a une forte corrélation entre le sens de l'espace et l'habileté à résoudre des problèmes, ce qui laisse sous-entendre que l'habileté à visualiser est un bon prédicteur du rendement en résolution de problèmes » (Owens, 1993, p. 209, traduction libre).

Avant même d'arriver à l'école, les enfants acquièrent un sens intuitif des caractéristiques des formes géométriques et de leur déplacement dans l'espace en jouant avec des blocs ou en faisant des casse-tête. Au cycle primaire, ils développent leur compréhension des translations et des réflexions dans le cadre d'une variété d'activités kinesthésiques (p. ex., se déplacer dans diverses directions, déplacer des objets dans une grille) et à l'aide de matériel concret (p. ex., Mira, géoplan) et semi-concret (p. ex., papier quadrillé, papier à points).

Au cycle moyen, les élèves effectuent des translations, des réflexions et des rotations de figures sur du papier. Ils apprennent certaines conventions telles que l'utilisation d'une lettre majuscule, par exemple A, pour identifier un point sur la figure initiale et de la majuscule affectée d'un signe appelé *prime*, par exemple A' (se lit A prime), pour identifier le point correspondant sur l'image. Afin d'aider les élèves à développer leur habileté à visualiser les déplacements dans l'espace, il est utile au début de les encourager à nommer tous les sommets de la figure initiale et de l'image (Figure 7). Par la suite, ils se rendront compte qu'il suffit habituellement de nommer un des sommets de la figure initiale et son sommet correspondant sur l'image. Les élèves consolident leur compréhension des transformations en les comparant (voir le tableau *Comparaison des transformations*, p. 36) et en les utilisant pour créer des frises ou des dallages.

Figure 7



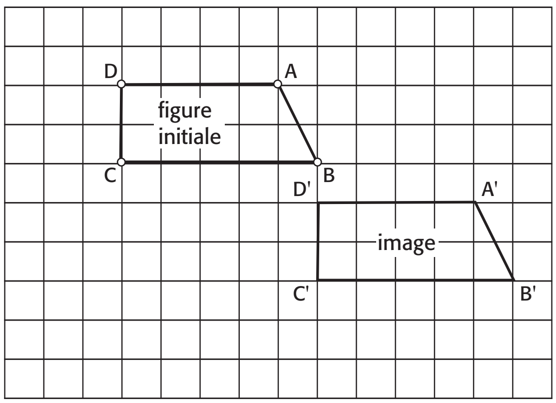
Translation

Au cycle primaire, les élèves apprennent à décrire leur déplacement d'un endroit à un autre. À titre d'exemple, un ou une élève pourrait décrire le trajet pour se rendre à l'école en disant : « En partant de la maison, je tourne vers la gauche, je marche en direction de la bibliothèque et je prends la 2e rue à droite jusqu'à l'école. » Les élèves peuvent aussi faire des liens avec les points cardinaux présentés en études sociales (p. ex., quatre rues vers le Nord). Ils apprennent également à décrire et à effectuer des translations horizontales et verticales d'une case à une autre dans une grille (p. ex., deux cases vers la gauche, cinq cases vers le haut).

En 4e année, les élèves effectuent des translations horizontales, verticales et obliques de figures simples et complexes (Figure 8) sur du papier à points ou sur du papier quadrillé. Ces figures devraient être composées de segments de droite reliant des sommets facilement identifiables et situés de préférence sur certains des points du papier à points ou sur certains des points d'intersection des droites qui composent le quadrillé. Pour décrire une translation horizontale ou verticale, les élèves utilisent des mots, des lettres ou des symboles (p. ex., une translation de 3 unités vers la droite est représentée symboliquement par 3 D ou 3 →). Pour décrire une translation oblique, il faut indiquer à la fois le déplacement horizontal et le déplacement vertical. Pour ce faire, les élèves utilisent une notation symbolique entre parenthèses. Par exemple, une translation de 3 unités vers la droite et de 2 unités vers le bas est représentée symboliquement par (3 D, 2 B) ou (3 →, 2 ↓). L'ordre des symboles n'a pas d'importance. Cependant, il est préférable d'habituer les élèves à toujours décrire la translation en indiquant d'abord le déplacement horizontal et ensuite le déplacement vertical puisqu'en 6e année, c'est la convention qu'ils devront suivre pour indiquer les coordonnées d'un point dans le plan cartésien.

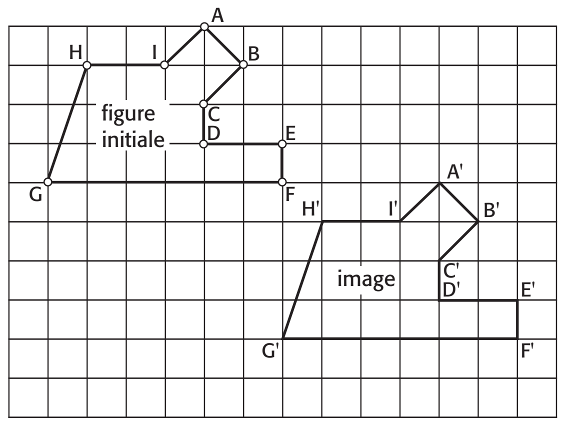
Figure 8

Figure simple



Translation (5D, 3B)

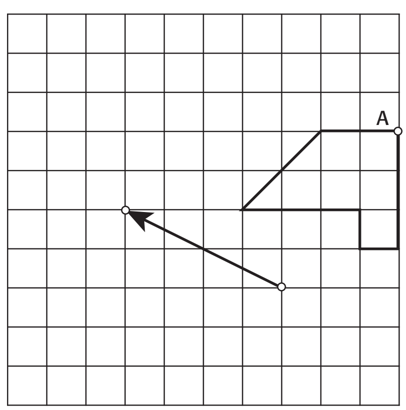
Figure complexe



Translation (6D, 4B)

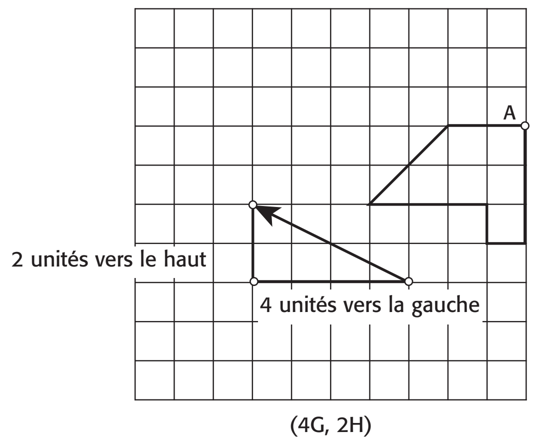
En 5^e année, les élèves effectuent des translations horizontales, verticales ou obliques définies à l'aide d'une flèche. Cette flèche peut être placée sur la figure ou à l'extérieur de la figure (Figure 9). La direction de la flèche correspond à la direction de la translation et sa longueur correspond à la grandeur du déplacement.

Figure 9



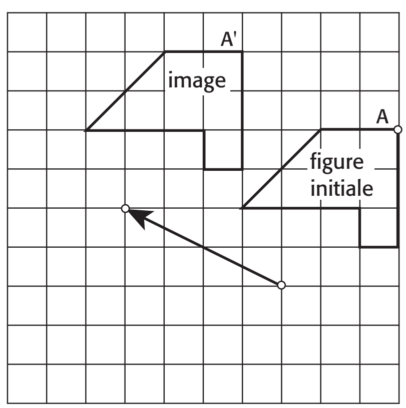
Avant d'effectuer la translation, les élèves doivent déterminer la grandeur des déplacements horizontal et vertical représentés par la flèche. Par exemple, la flèche dans la figure 10 définit la translation (4G, 2H), soit un déplacement de 4 unités vers la gauche et de 2 unités vers le haut.

Figure 10



Lors d'une translation, tous les points de la figure initiale subissent le même déplacement, c'est-à-dire que tous les points de la figure initiale sont déplacés dans la même direction et sont équidistants des points correspondants de l'image (Figure 11).

Figure 11

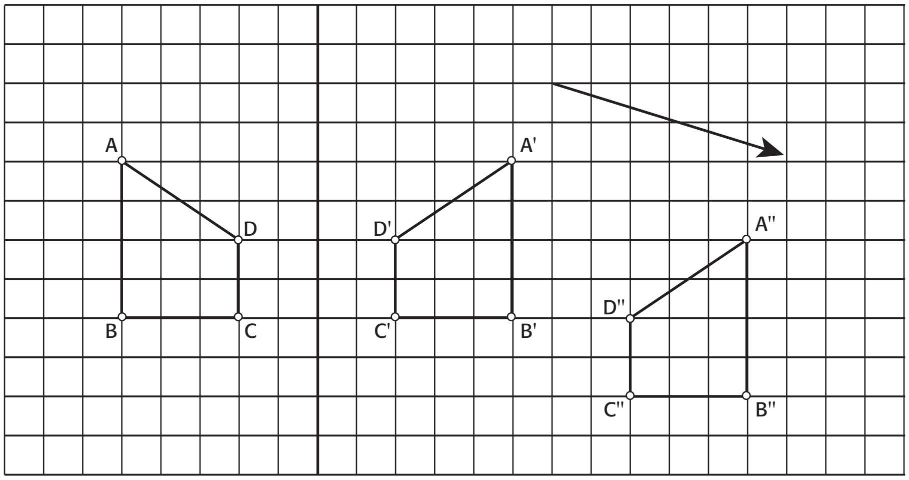


Chaque point de la figure initiale a subi une translation de 4 unités vers la gauche et de 2 unités vers le haut.

L'utilisation d'une flèche pour décrire une translation exige une certaine capacité d'abstraction. Il est important de varier les stratégies d'enseignement afin d'amener les élèves à passer progressivement du concret à l'abstrait. Certains élèves ont besoin de commencer par des activités kinesthésiques, par exemple se déplacer horizontalement et verticalement sur une grille tracée sur le sol, de façon à représenter la translation définie par une flèche. Ils peuvent ensuite utiliser du matériel concret, par exemple déplacer une forme géométrique dans une grille tracée sur un grand carton, avant d'aborder les translations de figures géométriques tracées sur papier.

En 6^{e} année, les élèves consolident leur compréhension des translations dans le cadre d'activités qui exigent d'effectuer deux transformations successives (Figure 12).

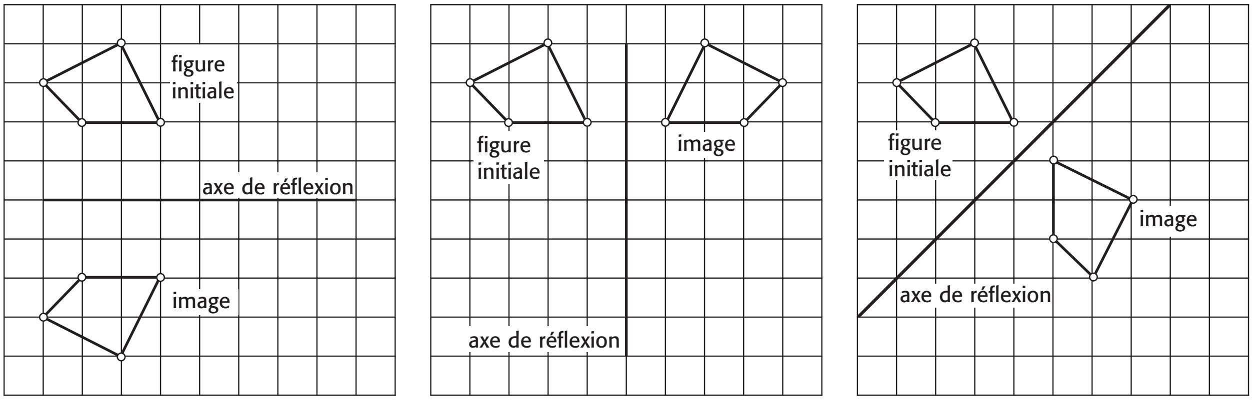
Figure 12 – Réflexion suivie d'une translation



Réflexion

Vers la fin du cycle primaire, les élèves effectuent des réflexions verticales, horizontales ou obliques de figures simples (Figure 13). Ils développent une compréhension du fait que tous les points sur la figure initiale et les points correspondants sur l'image sont à égale distance de l'axe de réflexion.

Figure 13



Réflexion verticale — Réflexion horizontale — Réflexion oblique

Dès la 4^{e} année, ils effectuent des réflexions de figures simples et complexes (p. ex., pour créer des frises et des dallages) sur du papier à points et du papier quadrillé, à l'aide du Mira et de papier calque. En 5^{e} et 6^{e} année, il est important que les élèves continuent à effectuer des réflexions afin de consolider leur compréhension de cette transformation.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Rotation

L'enseignement des rotations débute au cycle moyen. Pour définir une rotation, il faut indiquer :

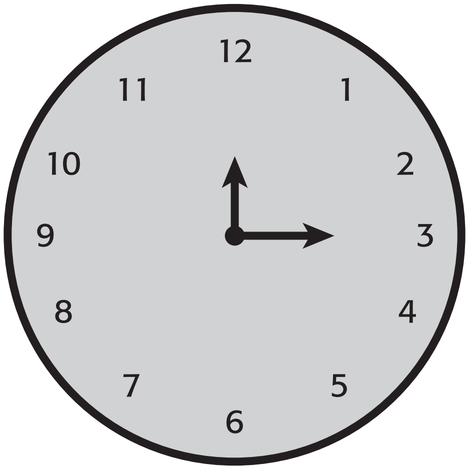
1. l'emplacement du centre de rotation (p. ex., un point sur le contour de la figure, à l'intérieur de la figure ou à l'extérieur de la figure);
2. la mesure de la rotation (p. ex., un quart de tour, un demi-tour, trois quarts de tour);
3. le sens de la rotation (p. ex., dans le sens des aiguilles d'une montre, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre).

En 4e année, les élèves doivent comprendre ce que représente une rotation d'un quart de tour, d'un demi-tour et de trois quarts de tour dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Il est important de leur présenter diverses activités kinesthésiques qui leur permettent de développer cette compréhension (voir la première partie de l'activité *Debout, on tourne!*, p. 41 de ce fascicule).

L'utilisation de l'horloge (p. ex., une horloge en carton avec deux aiguilles fixées à l'aide d'une attache parisienne) est aussi une stratégie efficace pour aider les élèves à développer le sens des fractions de tour. Ils placent d'abord les aiguilles à 12. Pour représenter une rotation d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, ils déplacent l'aiguille des minutes à 3. L'aiguille des heures représente la direction initiale alors que celle des minutes représente la direction après la rotation (Figure 14). Les élèves peuvent faire le lien entre la fraction de tour de rotation de la grande aiguille d'une horloge, le nombre de minutes et le nombre de degrés. Par exemple, une rotation d'un quart de tour de la grande aiguille correspond à 15 minutes ou à 90°.

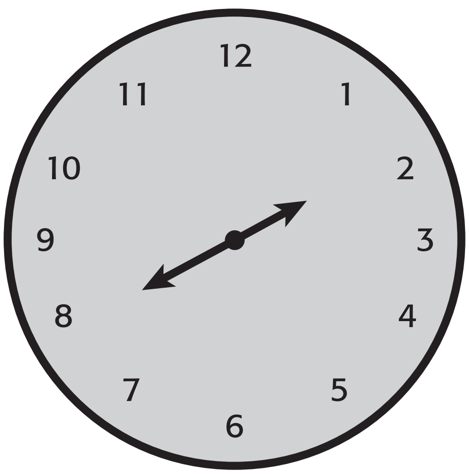
Note : Sur une véritable horloge, cette correspondance n'est pas tout à fait exacte puisque l'aiguille des heures se déplace légèrement lorsque l'aiguille des minutes effectue une rotation d'un quart de tour.

Figure 14



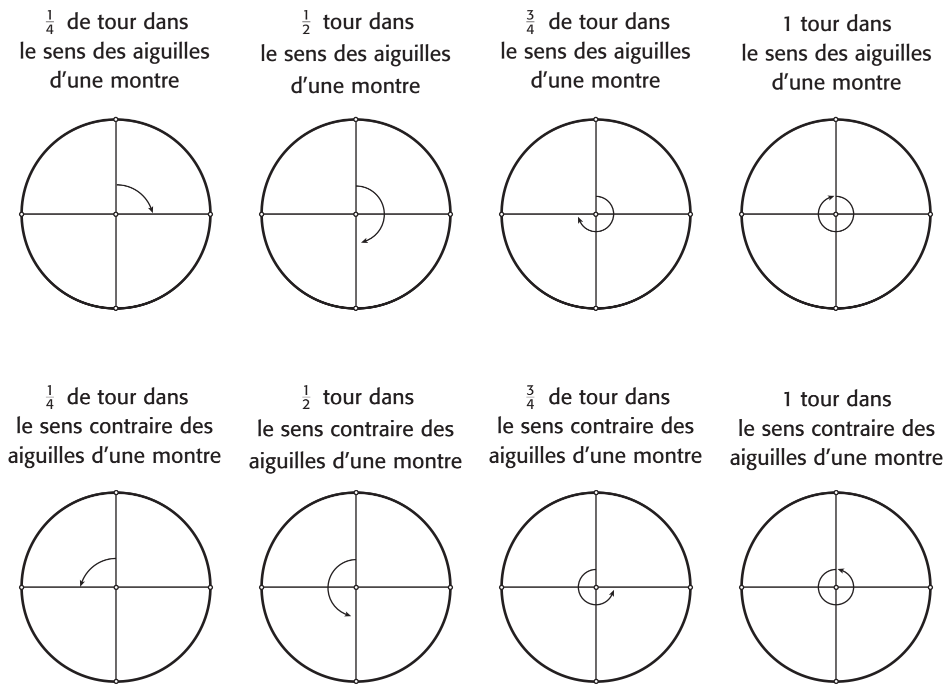
Il importe encore une fois de varier la direction initiale des aiguilles. Par exemple, l'enseignant ou l'enseignante peut placer les deux aiguilles de l'horloge à 2 et demander aux élèves d'effectuer une rotation d'un demi-tour dans le sens des aiguilles d'une montre. Ces derniers peuvent alors utiliser le fait qu'une rotation d'un demi-tour de la grande aiguille correspond à 180° ou à 30 minutes pour déterminer que l'aiguille des minutes doit être placée à 8 (Figure 15).

Figure 15



Une fois que les élèves ont développé leur compréhension des fractions de tour à l'aide de matériel concret, ils sont en mesure de les représenter sur des cercles tracés sur papier (Figure 16).

Figure 16



Les élèves doivent ensuite effectuer des rotations de figures en utilisant un des sommets de la figure comme centre de rotation. L'utilisation de divers outils (p. ex., papier calque, papier à coordonnées polaires, équerre, logiciel Cybergéomètre) pour effectuer la rotation selon la fraction de tour spécifiée aide les élèves à mieux comprendre cette transformation (consulter le module *Position et déplacement* sur le site atelier.on.ca, pour une description de l'utilisation de divers outils).

En 5e année, les élèves effectuent des rotations dont le centre est situé sur le contour ou à l'intérieur de la figure alors qu'en 6e année, ils effectuent des rotations dont le centre est situé à l'extérieur de la figure (Figures 17a, 17b et 17c).

Rotation d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, avec le centre de rotation :

Figure 17a – sur un sommet de la figure (4e année);

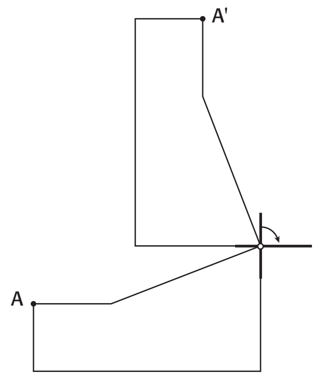


Figure 17b – sur le contour de la figure ou à l'intérieur de la figure (5e année);

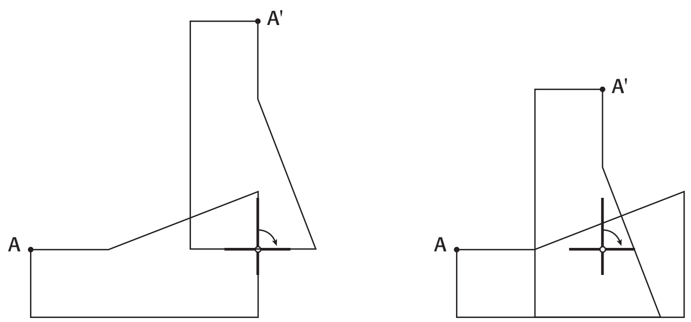
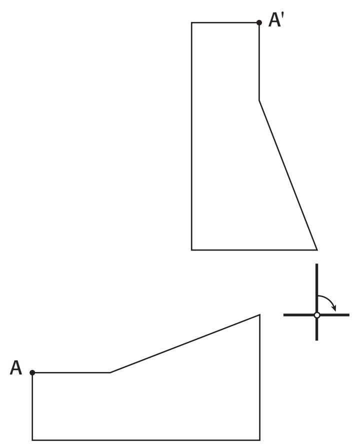


Figure 17c – à l'extérieur de la figure (6e année).



Comparaison des transformations

En 4^e^ année, les élèves doivent être en mesure de décrire les ressemblances et les différences entre la translation, la réflexion et la rotation. Les deux tableaux suivants et la figure 18 présentent, pour les enseignants et les enseignantes, les principales ressemblances et différences entre ces trois transformations.

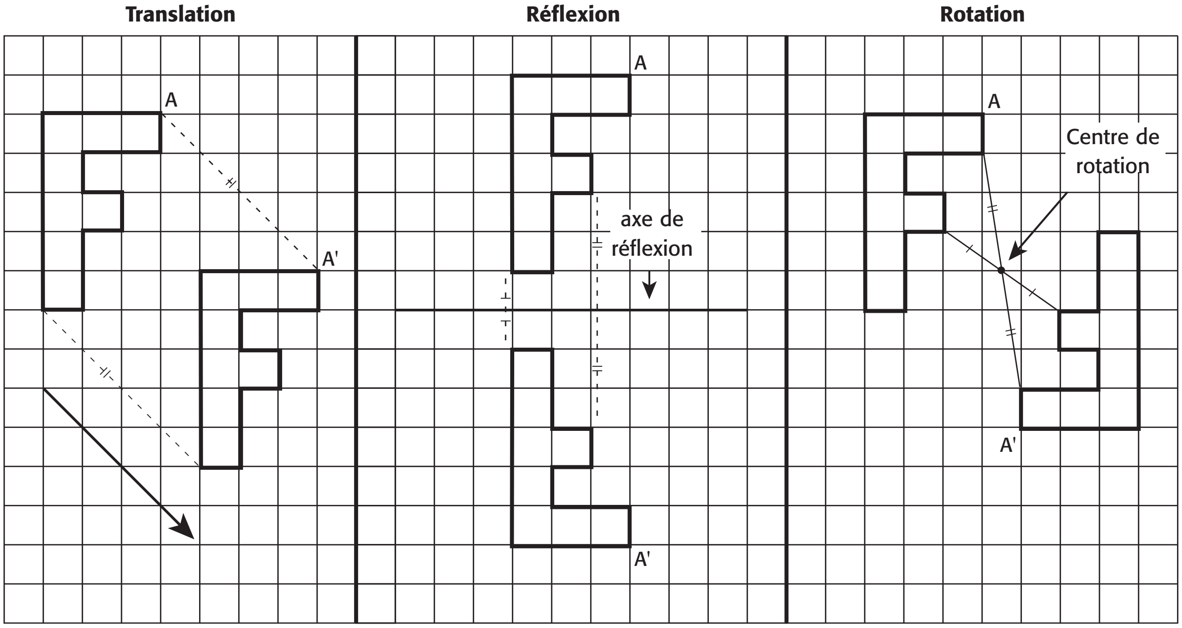
Ressemblances

	Translation	Réflexion	Rotation
Congruence	La figure initiale et l'image sont congruentes.	La figure initiale et l'image sont congruentes.	La figure initiale et l'image sont congruentes.

Différences

	Translation	Réflexion	Rotation
Façon de définir la transformation	La translation est définie par sa grandeur et sa direction (représentées symboliquement par des coordonnées ou par une flèche).	La réflexion est définie par un axe de réflexion.	La rotation est définie par son centre, sa mesure et son sens.
Déplacement	Déplacement linéaire horizontal, vertical ou oblique.	Déplacement réflexif perpendiculaire à un axe de réflexion.	Déplacement rotatif dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.
Équidistance	La distance entre chaque point sur la figure initiale et le point correspondant sur l'image est constante.	Chaque point sur la figure initiale et le point correspondant sur l'image sont à la même distance de l'axe de réflexion.	Chaque point sur la figure initiale et le point correspondant sur l'image sont à la même distance du centre de rotation.
Orientation de l'image	L'orientation de l'image est la même que l'orientation de la figure initiale.	L'orientation de l'image est différente de l'orientation de la figure initiale.	L'orientation de l'image est différente de l'orientation de la figure initiale.

Figure 18



Translation
(4D, 4B)

Réflexion par rapport à un axe horizontal

Rotation de 180° ou $\frac{1}{2}$ tour dans le sens des aiguilles d'une montre

La compréhension des différences entre les transformations facilite le développement de l'habileté à visualiser la position de l'image d'une figure à la suite d'une transformation quelconque. En proposant différentes activités relatives aux transformations comme celle dans l'exemple suivant, l'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à développer cette habileté.

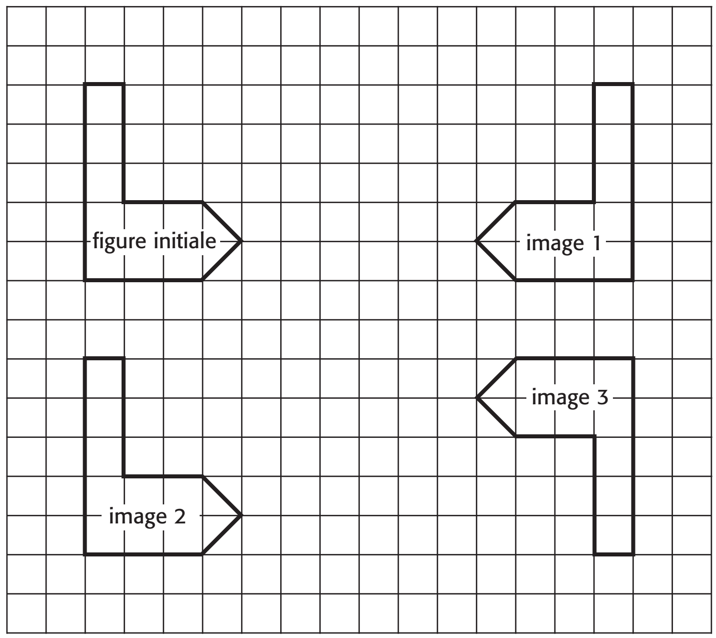
Exemple

Quelle transformation unique (translation, réflexion ou rotation) peut-on faire subir à la figure initiale pour obtenir :

a) l'image 1?

b) l'image 2?

c) l'image 3?



Réponse : a) réflexion

b) translation

c) rotation

Dans la section qui suit, on retrouve des exemples d'activités qui permettent aux élèves d'établir des liens entre l'apprentissage de la géométrie et leur vécu.

Établir des liens

Les élèves doivent se rendre compte que « … les mathématiques sont beaucoup plus qu'un ensemble de notions théoriques et pratiques isolées. Les enseignantes et enseignants encouragent les élèves à découvrir de quelles façons les mathématiques sont reliées à leurs expériences quotidiennes afin de leur permettre d'en comprendre l'utilité et la pertinence, à l'école et ailleurs. »

(Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 19)

Afin de faciliter l'apprentissage des concepts liés à la grande idée de position et déplacement, l'enseignant ou l'enseignante doit fournir aux élèves des occasions d'établir des liens entre ces concepts et :

- des expériences de la vie quotidienne;
- des concepts dans les autres domaines de mathématiques;
- des concepts dans les autres matières;
- des professions.

Voici quelques exemples d'activités qui permettent de créer ces liens ainsi que des exemples de professions qui demandent une bonne connaissance des concepts de position et déplacement.

LIENS AVEC DES EXPÉRIENCES DE LA VIE QUOTIDIENNE

Exemple 1 : Les dallages autour de nous



Cette activité permet aux élèves d'analyser divers dallages et de reconnaître une utilisation pratique et esthétique des propriétés des figures planes et des transformations.

Quelques jours avant l'activité, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de reproduire sur une feuille, un dallage qu'ils retrouvent à la maison (p. ex., carrelage de la salle de bain ou de la cuisine, mur de briques, pavé de l'entrée ou du trottoir). Sur une autre feuille, ils dessinent un des motifs du dallage grandeur nature.

Le jour de l'activité, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de se regrouper en équipes de quatre et de comparer les dallages en discutant des figures planes qui les composent, des motifs présents, de la taille des motifs (à l'aide de la deuxième feuille préparée à la maison) et des transformations utilisées pour créer ces motifs. Afin d'alimenter l'échange parmi les membres des équipes, l'enseignant ou l'enseignante invite les élèves à discuter des raisons qui peuvent avoir motivé la création de ces dallages (p. ex., formes, couleurs, transformations, matériaux, esthétique, originalité). Par la suite, il ou elle demande à chaque équipe de partager avec le groupe classe certaines constatations en utilisant le mode de présentation de leur choix (p. ex., affiche, présentation orale, discussion).

Exemple 2 : La chasse au trésor



Cette activité ludique permet aux élèves de développer leur sens de l'espace et leur habileté à donner et à interpréter des directives.

L'enseignant ou l'enseignante explique aux élèves qu'ils doivent créer, en équipe de deux, une chasse au trésor pour les élèves d'une autre classe.

Dans un premier temps, les élèves vont à l'extérieur pour planifier leur chasse au trésor à partir des éléments physiques présents dans la cour d'école (p. ex., structure de jeux, arbres). Ils cachent d'abord un trésor (un objet ou un message) à un endroit quelconque. Ils doivent ensuite dessiner un plan de la cour à main levée ou à l'échelle et rédiger des directives précises qui permettront à d'autres de découvrir le trésor caché (p. ex., partir de l'arbre près de l'entrée principale et faire 10 pas vers la cour de récréation). Ces directives peuvent mener immédiatement au trésor ou mener plutôt à un premier indice qui permettra de se rendre à un deuxième indice et ainsi de suite jusqu'au trésor. Ils doivent aussi tracer, sur leur plan de la cour, le trajet à suivre pour se rendre au trésor.

Dans un deuxième temps, l'enseignant ou l'enseignante remet les directives à des équipes d'une autre classe. Pendant que ces dernières tentent de retrouver tous les trésors, les élèves qui ont rédigé les directives observent et analysent le déroulement de la chasse, et le comparent à leur plan de la cour afin de voir si leurs directives sont bien interprétées.

LIENS AVEC DES CONCEPTS DANS LES AUTRES DOMAINES DE MATHÉMATIQUES

Exemple 1 : Debout, on tourne!

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en numération et sens du nombre.

L'enseignant ou l'enseignante explique aux élèves qu'ils représenteront des fractions en exécutant des rotations avec leur corps. Il ou elle leur demande de se lever, de faire face à l'avant de la classe et de pivoter sur eux-mêmes afin de représenter une rotation de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, ou $\frac{3}{4}$ de tour dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Il ou elle peut aussi demander aux élèves d'associer la fraction donnée au nombre de degrés (90°, 180° ou 270°) et à la sorte d'angle (droit, plat ou rentrant).

L'enseignant ou l'enseignante leur demande ensuite d'exécuter des rotations plus complexes (p. ex., $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{15}{16}$ de tour) à partir de la même position de départ. Avant d'effectuer la rotation, les élèves doivent comparer mentalement la fraction donnée à une fraction repère (p. ex., $\frac{1}{6}$ de tour est plus petit que $\frac{1}{4}$ de tour parce que si deux fractions ont le même numérateur, la fraction la plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur). Ils peuvent aussi indiquer si l'angle est aigu, obtus ou rentrant.

Exemple 2 : Tic-tac-toe, qu'on s'amuse!

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en modélisation et algèbre.

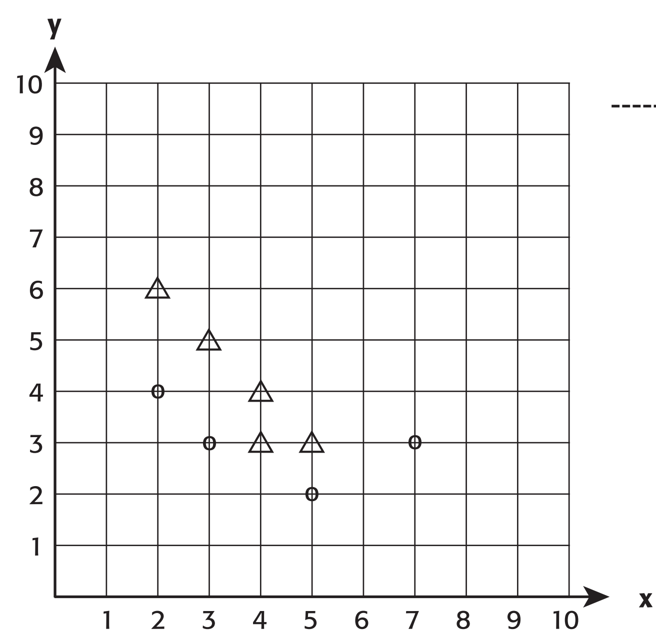
L'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de se placer en équipe de deux et remet à chacune une copie du premier quadrant d'un plan cartésien pour jouer à un jeu semblable à celui du tic-tac-toe. Il ou elle leur explique les règles du jeu.

Règles du jeu :

1. Chaque élève choisit des jetons d'une même couleur.
2. À tour de rôle, un ou une élève place un de ses jetons sur un point du plan cartésien en donnant, à haute voix, les coordonnées du point.
3. Son adversaire vérifie si le jeton est situé correctement selon les coordonnées données. S'il ne l'est pas, il doit être enlevé.
4. La première personne à placer des jetons sur quatre points successifs de façon à former une ligne droite horizontale, verticale ou oblique gagne.

Lorsque le jeu est terminé, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves de noter dans une table de valeurs les coordonnées des quatre points correspondant aux jetons alignés et de rechercher les régularités. Dans l'exemple suivant, ils pourraient noter que pour chaque augmentation de 1 de la valeur de x, il y a une diminution de 1 de la valeur de y.

Exemple



x	y
2	6
3	5
4	4
5	3

LIENS AVEC DES CONCEPTS DANS LES AUTRES MATIÈRES

Exemple 1 : Raconte-moi une histoire

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace, en études sociales et en français.

Lors de la mise en situation d'un projet d'écriture, l'enseignant ou l'enseignante présente aux élèves des livres dans lesquels une carte géographique vient appuyer le texte (p. ex., *Astérix en Hispanie* de René Goscinny, *Dan sur la piste des trappeurs* de François Beiger, *Le courage de Terry Fox* de Maxine Trottier, *L'Odyssée de Triss* de Brian Jacques). Il ou elle leur demande d'examiner les cartes et de discuter de leur utilité (p. ex., certaines cartes sont au début du texte afin d'aider le lecteur à mieux situer l'histoire, alors que d'autres sont au milieu du texte afin de soutenir l'intrigue).

L'enseignant ou l'enseignante propose ensuite aux élèves un projet d'écriture (p. ex., récit, conte, bande dessinée) dans lequel ils doivent incorporer une carte géographique. La carte peut être celle d'une région de la planète, d'un monde imaginaire ou des détails physiques d'un lieu. Lorsque les élèves dessinent la carte, ils utilisent leurs connaissances des systèmes de repérage.

Exemple 2 : Une danse géométrique

Cette activité intègre des concepts en géométrie et sens de l'espace, en éducation artistique et en éducation physique et santé.

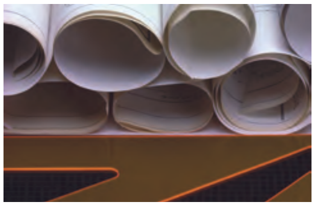
Lors d'une classe d'éducation physique, l'enseignant ou l'enseignante demande aux élèves d'exécuter différentes transformations géométriques avec leur corps. Il ou elle leur demande d'effectuer des translations (p. ex., se déplacer vers l'avant ou vers la gauche), des réflexions (p. ex., deux élèves peuvent faire des mouvements comme s'ils jouaient au jeu du miroir) et des rotations (p. ex., effectuer un pivot comme au basket-ball ou tourner autour d'un ou d'une partenaire).

L'enseignant ou l'enseignante demande ensuite aux élèves de préparer, en équipe de deux ou quatre, une courte chorégraphie incorporant des mouvements correspondant aux trois sortes de transformations effectuées. Pour faciliter la pratique de leur chorégraphie, les élèves disent à haute voix l'enchaînement des transformations exécutées (p. ex., une rotation de $\frac{1}{4}$ de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, une translation de 2 pas vers l'arrière). L'enseignant ou l'enseignante peut aussi leur demander d'effectuer la chorégraphie au son de la musique.

Tour à tour, chaque équipe présente sa chorégraphie devant la classe. À la suite de la présentation, les autres élèves identifient quelques transformations utilisées par leurs camarades.

LIENS AVEC DES PROFESSIONS

Dans le cadre de la mise en œuvre de la politique *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, l'enseignant ou l'enseignante doit aider les élèves « … à identifier dans le milieu communautaire les emplois et les professions connexes aux matières étudiées à l'école » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 1999, p. 8). Pour ce faire, il ou elle peut profiter de toutes les occasions pour mettre en évidence les professions qui nécessitent une bonne connaissance des concepts de position et déplacement. Le tableau ci-après présente de nombreux exemples de telles professions.

Champs d'expertise	Exemples de professions
Aménagement du territoire Plusieurs professions nécessitent une bonne connaissance des systèmes de repérage lors de la lecture ou de l'élaboration de plans. 	• Arpenteur-géomètre ou arpenteuse-géomètre • Conseiller ou conseillère en environnement • Paysagiste • Urbaniste
Orientation Plusieurs professions nécessitent une bonne connaissance des coordonnées lors de la lecture de différents types de cartes. 	• Archéologue • Capitaine de bateau • Cartographe • Chauffeur ou chauffeuse • Directeur ou directrice d'office de tourisme • Géographe • Guide • Météorologue • Océanographe • Pilote • Topographe
Déplacement Plusieurs professions nécessitent l'habileté à visualiser le déplacement d'objets dans un espace donné. 	• Agent ou agente maritime • Architecte d'intérieur • Conducteur-livreur ou conductrice-livreuse • Danseur ou danseuse • Décorateur ou décoratrice • Déménageur ou déménageuse • Designer d'intérieur • Ergonome • Ergothérapeute • Logisticien ou logisticienne

Cheminement de l'élève

Les élèves poursuivent leur apprentissage en géométrie et sens de l'espace en s'appuyant sur les connaissances acquises au cours des années précédentes et sur l'acquisition d'un nouveau vocabulaire et de nouvelles habiletés.

Les tableaux 1 et 2 ci-après présentent une synthèse du vocabulaire et des habiletés relatifs à la grande idée de position et déplacement à l'étude au cycle primaire et une progression du vocabulaire et des habiletés à développer au cours de la 4^e à la 6^e année.

Note : Sous chacune des années d'études sont inscrits seulement le vocabulaire et les habiletés présentés pour la première fois. Toutefois, afin de s'assurer que les élèves en poursuivent l'acquisition et la consolidation tout au long du cycle moyen, l'enseignant ou l'enseignante doit tenir compte de l'ensemble du tableau lors de sa planification.

TABLEAU DE PROGRESSION 1 - VOCABULAIRE

		Synthèse du cycle primaire	4^e année	5^e année	6^e année
Vocabulaire	Position	• Position • Sous • Sur • Au-dessus de • En dessous de • En haut de • En bas de • À côté de • À la droite de • À la gauche de • Devant • Derrière • Entre • Près de • Loin de • Frontière • Région intérieure • Région extérieure • Dedans • Dehors • Grille	• Coordonnées • Système de coordonnées	• Contour d'une figure	• Plan cartésien • Quadrant • Axe des x • Axe des y • Abscisse • Ordonnée • Origine
	Déplacement	• Déplacement • Déplacement horizontal • Déplacement vertical • Direction • Vers la droite • Vers la gauche • Vers le haut • Vers le bas • Distance • Translation • Réflexion • Axe de réflexion • Équidistance • Figure initiale • Image	• Translation horizontale • Translation verticale • Translation oblique • Rotation • Quart de tour • Demi-tour • Trois quarts de tour • Sens des aiguilles d'une montre • Sens contraire des aiguilles d'une montre • Centre de rotation • Frise • Dallage	• Flèche de translation	• Transformations successives • Dallage avec motif

TABLEAU DE PROGRESSION 2 - HABILETÉS

		Synthèse du cycle primaire	4^e année	5^e année	6^e année
Habiletés	Position	**Décrire** la position d'un objet en utilisant les termes appropriés.	**Utiliser** un système de coordonnées pour s'orienter sur une carte routière.	**Utiliser** un système de coordonnées pour jouer à des jeux simples.	**Identifier** les coordonnées de points situés dans le premier quadrant du plan cartésien.
	Déplacement	**Identifier, effectuer et décrire** des déplacements, des translations et des réflexions. **Déterminer** où se trouve l'axe de réflexion entre une figure et son image.	**Identifier, effectuer et décrire** des translations et des réflexions. **Identifier, effectuer et décrire** des rotations en utilisant un des sommets de la figure comme centre de rotation. **Comparer** les propriétés des transformations.	**Identifier, effectuer et décrire** des translations à l'aide d'une flèche. **Identifier, effectuer et décrire** des rotations lorsque le centre de rotation se situe à l'intérieur ou sur le contour d'une figure.	**Prédire et tracer** l'image d'une figure obtenue à la suite de deux transformations successives. **Tracer** l'image d'une figure obtenue par rotation lorsque le centre de rotation se trouve à l'extérieur de la figure.

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Aperçu

Cette section présente, pour chacune des années d'études du cycle moyen, une situation d'apprentissage en lien avec la grande idée de *position et déplacement*. Ce sont des situations de résolution de problèmes engageantes qui suscitent le questionnement et la réflexion. En outre, elles contribuent au développement de l'habileté à communiquer et à formuler un bon argument mathématique. Chacune des situations d'apprentissage est riche en contenu mathématique. Afin d'être davantage en mesure d'anticiper les difficultés que pourraient éprouver les élèves et de planifier ses interventions, il est préférable de résoudre le problème avant de le présenter aux élèves.

Toutes les situations d'apprentissage présentées sont structurées en trois temps : avant l'apprentissage (mise en train), pendant l'apprentissage (exploration) et après l'apprentissage (objectivation/échange mathématique). Elles sont suivies de suggestions d'adaptations pour faciliter ou enrichir la tâche, d'une activité de suivi à la maison et de quelques activités supplémentaires que l'enseignant ou l'enseignante pourrait utiliser comme prolongement.

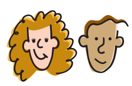
Dans un contexte d'enseignement par la résolution de problèmes, l'enseignant ou l'enseignante a recours à l'étayage et à des stratégies de questionnement efficaces afin d'inciter les élèves à réfléchir et à développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes. Pour plus de détails au sujet du rôle de l'enseignant ou de l'enseignante dans un contexte de résolution de problèmes, voir le guide principal, chapitre 5, Résolution de problèmes (fascicule 2), page 27.

Dans la présentation des situations d'apprentissage, les icônes suivantes sont utilisées afin de faciliter le repérage de certaines informations.

Légende

Icônes d'ordre organisationnel


Travail individuel


Travail en équipe


Travail en groupe classe


Durée approximative

Icônes d'ordre pédagogique


Observations possibles


Mise au point à l'intention de l'enseignant ou de l'enseignante


Pistes de questionnement

Situation d'apprentissage, 4e année

Où suis-je?

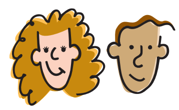
GRANDE IDÉE : POSITION ET DÉPLACEMENT

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves créent leur propre système de repérage et l'utilisent pour communiquer clairement la position d'un objet sur une grille.

Matériel

- grande feuille de papier
- cartons carrés (37)
- feuilles blanches ou quadrillées (2 par équipe)
- crayons



Équipes de 2

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à comprendre le concept de système de repérage;
- à reconnaître les éléments clés d'un bon système de repérage;
- à développer leur habileté à communiquer des indications avec clarté et précision.

ATTENTE ET CONTENU D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir effectuer et comparer des translations, des réflexions et des rotations.

Contenu d'apprentissage

L'élève doit utiliser un système de coordonnées pour s'orienter sur une carte routière (p. ex., la bibliothèque municipale est située dans A3).

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **80 minutes**

CONTEXTE

De la maternelle à la 3e année, les élèves ont appris à situer des objets ou des personnes par rapport à des points de repère. En utilisant les termes tels que devant, derrière, au-dessus, à gauche, ils les ont situés d’abord par rapport à eux-mêmes (p. ex., le pupitre est devant moi), puis par rapport aux objets qui les entourent (p. ex., le tableau est à gauche de la porte). En 4e année, ils apprennent à utiliser un système de coordonnées comme système de repérage.

PRÉALABLES

Cette situation d’apprentissage ne nécessite pas de connaissances mathématiques particulières. Pour la réaliser, les élèves doivent décrire la position d’un objet sur une grille.

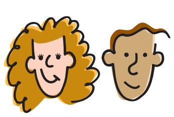
La situation d’apprentissage sert de préparation à l’utilisation d’un système de coordonnées sur une carte routière. Elle permet aux élèves de reconnaître les composantes essentielles de tout système de repérage et d’apprécier l’importance de ces systèmes dans leur quotidien.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Point de repère, grille, colonne, rangée, système de coordonnées.

AVANT L’APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

environ
15 minutes



Équipes de 2

Demander aux élèves s’ils ont déjà eu à donner ou à suivre des indications pour se rendre à un endroit quelconque et discuter avec eux des difficultés éprouvées.

Grouper les élèves par deux. Leur dire que vous voulez faire parvenir à certaines personnes qui doivent venir à l’école (p. ex., parents, suppléant ou suppléante, membre de la communauté) des indications qui leur permettront de retrouver facilement la classe. Demander aux élèves de vous aider à rédiger ces indications. Souligner l’importance de donner des indications avec assez de clarté et de précision pour permettre aux personnes qui ne sont jamais venues à l’école de se rendre à la classe sans problème.

Quand toutes les équipes ont terminé de rédiger les indications, leur demander de les échanger avec une autre équipe. Demander aux élèves de lire les indications reçues et d’inscrire sur la feuille si elles sont claires et précises. Si elles ne le sont pas, ils doivent préciser pourquoi. Chaque équipe reprend ensuite sa copie et apporte, au besoin, les changements nécessaires.

Inviter quelques équipes à venir écrire leurs indications au tableau. En groupe classe, discuter des mérites de chacune. Faire ressortir le fait que plus les points de repère sont nombreux et précis, plus il est facile de suivre les indications (p. ex., en entrant par l'entrée principale…, tourner à droite au bout du corridor…).

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

environ
50 minutes

Note : Préparer à l'avance un jeu cache-carte format géant. Pour ce faire, dessiner une grille carrée 6×6 (6 rangées, 6 colonnes) sur une grande feuille. Découper 36 cartons carrés congruents qui pourront être placés dans les cases de la grille. Découper un 37^{e} carton carré de mêmes dimensions que les autres et coller une image au verso. (On peut utiliser des cartes à jouer au lieu des cartons.)

Placer la grille sur le plancher et disposer les 36 cartons dans les cases. Demander aux élèves de prendre un crayon et une feuille de papier, et de s'asseoir par terre autour de la grille avec leur partenaire. Dire aux élèves :

> *Je vais demander à deux élèves de sortir de la classe. Lorsqu'ils seront sortis, je vais enlever un des cartons sur la grille et le remplacer par ce carton (montrer le carton avec l'image au verso). Ce sera la carte secrète! Lorsque les deux élèves reviendront, ils devront repérer la carte secrète à partir des indications que vous aurez rédigées.*
>
> *Le défi pour chaque équipe est de rédiger des indications claires et précises qui vont permettre aux deux élèves de repérer la carte du premier coup, sans aucune autre aide. N'écrivez pas vos noms sur la feuille. Quand vous aurez terminé, je ferai entrer une personne à la fois et lui remettrai une des feuilles. Il ou elle devra réussir à repérer la carte en se servant uniquement des indications sur la feuille. Il sera important de ne pas parler et de ne pas réagir lorsque l'élève cherchera la carte afin de ne pas lui donner de nouveaux indices.*

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Demander ensuite aux deux élèves d'une équipe d'aller dans le corridor. Enlever une des cartes de la grille et indiquer aux élèves que c'est dans cette case que sera placée la carte secrète. Leur demander de rédiger avec leur partenaire les indications qui permettront de la repérer.

Les élèves choisiront diverses stratégies pour indiquer la position de la carte secrète. Il est important de ne pas intervenir dans leur choix. Voici quelques exemples de stratégies qu'ils pourraient utiliser :

- Tracer une grille semblable à celle sur le plancher et placer un X dans la case appropriée.
- Indiquer la position de la carte en fonction d'un déplacement sur la grille (p. ex., 3 cases vers la droite et 4 cases vers le haut).
- Indiquer la position de la carte en fonction d'un certain nombre de rangées et de colonnes (p. ex., 3^e colonne, 4^e rangée).
- Indiquer la position de la carte en fonction de points cardinaux (p. ex., 3 cases à l'est et 4 cases au nord).

Note : Le défi pour les élèves consiste à penser à identifier un point de repère à partir duquel ils indiquent la position de la carte secrète. Plusieurs auront tendance à donner des indications en fonction de leur position autour de la grille, sans toutefois l'écrire (p. ex., « La carte secrète est dans la 3^e colonne, 4^e rangée. »). Lorsque l'élève tentera de repérer la carte, il ou elle ne saura pas de quel côté de la grille se placer et risque fort de ne pas réussir.

Circuler et observer les indications proposées par les différentes équipes de façon à sélectionner celles que vous présenterez aux élèves qui chercheront la carte secrète. Afin d'alimenter la discussion, il est préférable de choisir deux séries d'indications qui n'ont pas le même degré de clarté et de précision. Lorsque les élèves ont terminé, ramasser toutes les feuilles.

Avant de faire entrer la première personne, placer la carte secrète sur la grille à l'endroit convenu. Rappeler aux élèves qu'ils ne doivent pas parler ou réagir lorsque l'élève tentera de repérer la carte. Recopier au tableau les indications données sur la première feuille sélectionnée afin que tous puissent les voir. Demander à l'élève d'entrer, de lire les indications à haute voix s'il y a lieu et de les suivre pour repérer la carte secrète. S'assurer qu'il ou elle suit les indications telles qu'elles sont données. Lorsque l'élève a retourné la carte qu'il ou elle croit être la bonne, écrire au tableau les indications données sur la deuxième feuille. Faire entrer l'autre élève et suivre la même démarche.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Lorsque les deux élèves ont complété l'activité, discuter avec toute la classe des raisons pour lesquelles ils ont réussi ou pas à trouver la carte secrète. Leur poser des questions telles que :

– « Pourquoi est-ce que [nom de l'élève] n'a pas réussi à trouver la carte secrète? »

– « Qu'est-ce qui n'était pas assez clair dans les indications, selon vous? »

– « Qu'est-ce qui aiderait l'élève qui cherche la carte secrète à la trouver du premier coup? »

– « Afin de rendre les indications écrites au tableau plus claires et complètes, quels éléments pourrait-on ajouter, préciser ou modifier? »

– « Comment pourriez-vous indiquer clairement à l'élève qui cherche la carte à quel endroit, par rapport à la grille, il ou elle doit se placer au départ? » (Si les élèves suggèrent d'utiliser la position d'un ou d'une élève comme point de repère, leur demander si quelqu'un qui ne connaît pas le nom des élèves pourrait savoir de quel côté de la grille se placer au départ.)

– « Y a-t-il d'autres points de repère dans la classe que l'on peut utiliser? »

Faire ressortir l'importance d'identifier un point de repère fixe (p. ex., fenêtre, porte) à partir duquel il est possible d'indiquer sans équivoque la position de départ par rapport à la grille. Souligner aussi l'importance pour la personne qui tente de trouver la carte secrète de lire attentivement les indications et de les suivre à la lettre.

Afin de s’assurer que les élèves ont bien compris comment donner des indications claires et précises, répéter l’activité en demandant à deux autres élèves de sortir. Modifier la position de la carte secrète et répéter l’activité. Leur dire : *Cette fois, je vais piger deux feuilles de directives au hasard et j’aimerais qu’elles soient suffisamment claires et précises pour permettre aux deux élèves de repérer la carte secrète sans difficulté*. Lancer le défi de penser à des façons différentes de donner les indications.

APRÈS L’APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

environ
15 minutes

Après avoir répété l’activité, animer un échange mathématique avec les élèves toujours assis autour de la grille. Poser des questions telles que :

– « Est-ce que vous trouvez que les indications étaient plus claires lors du deuxième essai? Pourquoi? »

– « Qu’avez-vous ajouté ou amélioré lorsque vous avez écrit vos indications la deuxième fois? »

– « Selon vous, quels sont les éléments qui font en sorte que des indications soient claires? »

– « Qu’avez-vous utilisé comme point de repère? »

– « Lorsque vous avez lu les indications données, qu’est-ce qui vous a aidé à trouver la carte? qu’est-ce qui vous manquait? »

Le but de cet échange est de faire prendre conscience aux élèves que lorsqu’on écrit des indications qui doivent permettre à une autre personne de repérer un objet ou un lieu, il est important de se placer dans la situation de cette personne et d’imaginer comment il ou elle risque d’interpréter ce qui est écrit. Pousser la réflexion plus loin et discuter des avantages de définir un point de repère sur la grille même (p. ex., une règle placée sur un des côtés de la grille). Pour ce faire, tourner la grille d’un quart de tour et leur demander s’il est encore possible de trouver la carte secrète à partir des indications qui avaient permis de la trouver plus tôt. En général, ce n’est pas possible si les indications sont rédigées en fonction d’un point de repère extérieur à la grille.

Note : Cette discussion peut servir de point de départ à l'étude du système de coordonnées sur une carte routière. Faire remarquer aux élèves qu'une carte routière est quadrillée comme la grille sur le plancher. Pour repérer une ville sur la carte, il suffit d'avoir de bonnes indications par rapport à la case dans laquelle elle se situe. Discuter avec eux de la façon dont les nombres et les lettres associées aux colonnes et aux rangées servent de points de repère sur la carte et permettent à quiconque de repérer facilement une ville. On peut aussi susciter une discussion au sujet d'autres systèmes de repérage que les élèves connaissent (p. ex., carte à l'entrée d'un centre commercial, système de numérotation des sièges dans une salle, code postal, pagination d'un livre).

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• suggérer aux élèves de décrire la position de la carte secrète à l'aide du dessin d'une grille plutôt qu'à l'aide de mots; • donner aux élèves une formulation partielle des indications (p. ex., « Se placer face aux fenêtres et regarder la grille. En partant du coin gauche au bas de la grille, compter… »).	• demander aux élèves d'écrire les indications pour trouver la carte secrète de deux façons différentes; • demander aux élèves de concevoir un genre de chasse au trésor (p. ex., les indications mènent à une première carte au verso de laquelle il y a des indications qui mènent à une deuxième carte et ainsi de suite jusqu'à la carte secrète).

SUIVI À LA MAISON

À la maison, les élèves peuvent cacher un objet et rédiger des indications qui permettront de le trouver. Ils remettent ensuite ces indications à un membre de la famille pour qu'il ou elle trouve l'objet caché. Une fois l'objet trouvé, on inverse les rôles. Dans chaque cas, on discute de la clarté et de la précision des indications données.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Hôtel Cubix

Distribuer à chaque élève le développement d'un cube (annexe 4.1). Leur demander de le découper et de construire le cube correspondant. Dire aux élèves que ce cube représente l'hôtel Cubix, un bel édifice vitré de six étages situé près d'une plage, et que chaque petit carré représente la fenêtre d'une chambre. Grouper les élèves par deux et remettre à chaque équipe un plan de l'emplacement de l'hôtel (annexe 4.2). Leur demander de placer un des cubes à l'emplacement prévu sur le plan en ayant soin de situer les portes (les 2 carrés ombrés) face à la plage et de mettre le deuxième cube de côté pour le moment.

Indiquer aux équipes qu'elles doivent suivre les étapes suivantes :

- tracer un X sur le cube dans le carré correspondant à la chambre de leur choix;
- écrire sur une feuille des indications qui permettront à une autre équipe de repérer cette chambre à partir de l'extérieur de l'hôtel;
- retirer le cube du plan et le remplacer par le deuxième cube;
- échanger leurs indications avec une autre équipe;
- repérer la chambre de l'autre équipe en suivant les indications reçues et l'indiquer sur le deuxième cube.

Lorsque les deux équipes ont terminé, leur demander de vérifier si, dans les deux cas, l'emplacement initial de la chambre correspond à l'emplacement obtenu grâce aux indications. Leur demander de discuter de la clarté et de la précision des indications et de comparer les points de repère utilisés dans chaque cas (p. ex., portes, points cardinaux, hôpital, routes).

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Un bon billet

Grouper les élèves par deux. Leur annoncer que le gymnase de l'école a été réservé pour un spectacle qui aura lieu prochainement en soirée. Les organisateurs du spectacle demandent à l'école de placer 200 chaises dans le gymnase. Ils comptent vendre des billets et veulent que chaque billet corresponde à une place en particulier. Ils demandent donc qu'on leur fasse parvenir un plan de la disposition des chaises ainsi qu'un résumé des codes retenus pour définir chaque place.

Demander aux élèves de dessiner, sur du papier quadrillé, un plan de la disposition possible des 200 chaises dans le gymnase et d'indiquer sur leur plan de quelle façon ils comptent assigner un code à chaque place. Souligner que ce code doit être simple mais précis afin de permettre aux spectateurs et spectatrices de repérer rapidement leur place.

Note : Le défi pour les élèves consiste d'abord à choisir une façon réaliste de disposer les 200 chaises. Ils doivent ensuite développer un système de codage des places en fonction de la disposition retenue. Ils peuvent choisir d'utiliser des nombres, des lettres, des couleurs, des symboles, etc.

Lorsque toutes les équipes ont terminé, demander à certaines de présenter leur plan ainsi que leur système de codage. Animer une discussion par rapport aux forces et aux faiblesses de chacune des propositions. Au besoin, comparer les systèmes de codage proposés à ce qui est généralement utilisé dans les grandes salles de spectacles ou les centres sportifs.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

À la recherche de Kiki la souris!

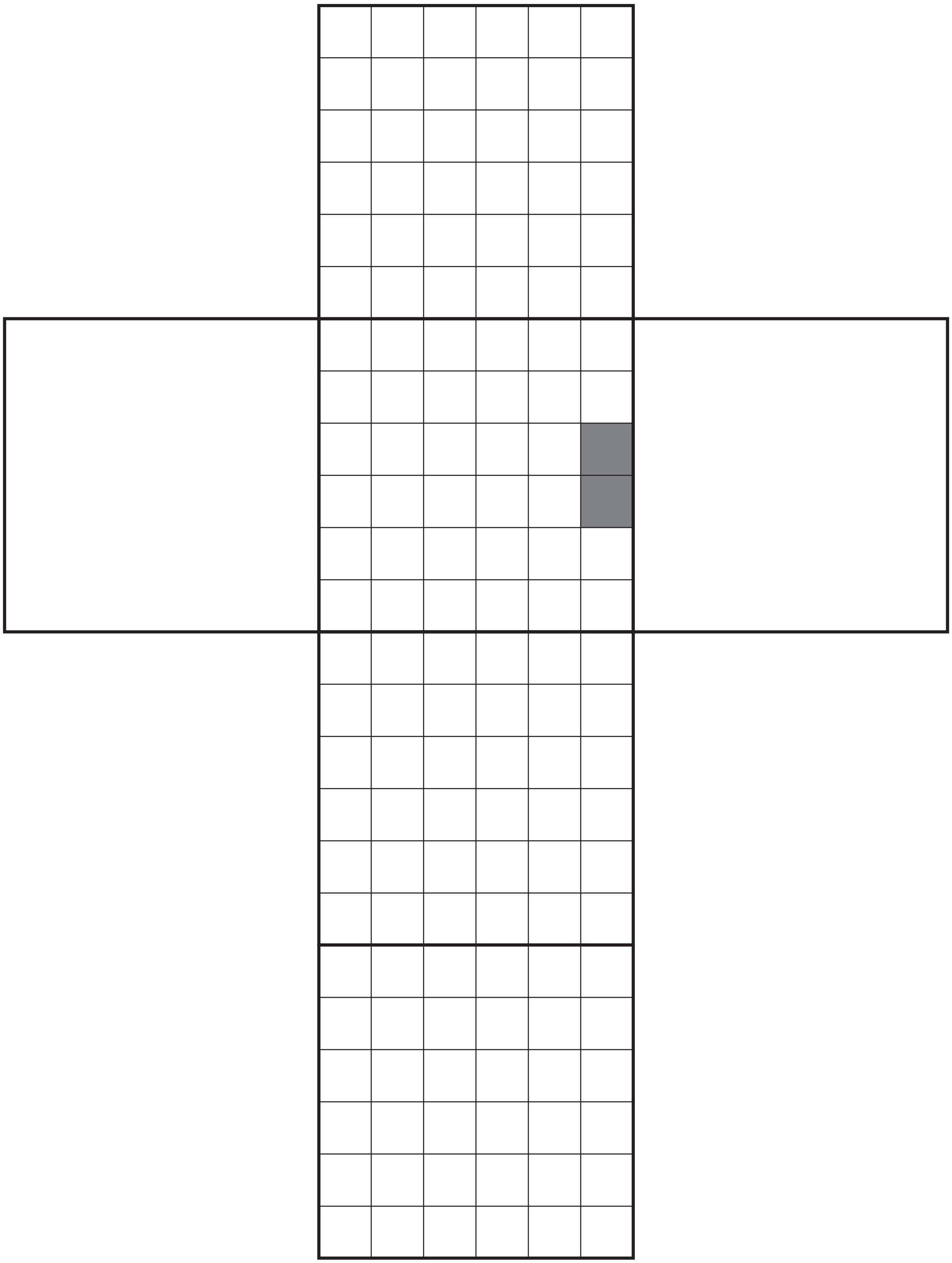
Remettre une copie du jeu *À la recherche de Kiki la souris!* (annexe 4.3) à chaque élève. Grouper les élèves par deux et leur demander de placer un écran (p. ex., reliure à anneaux, livre) sur le pupitre entre leurs copies du jeu. Leur expliquer les règles du jeu.

Règles du jeu :

1. Chaque personne trace un X dans une des cases de la grille au haut de sa feuille (« **Ma souris** »); c'est l'endroit où est cachée sa souris Kiki.
2. On détermine qui commence le jeu, par exemple en jouant à « Roche, papier, ciseaux ».
3. La personne qui commence nomme les coordonnées de la case dans laquelle elle pense que la souris de son adversaire se trouve (p. ex., F 5). Si ce n'est pas la bonne case, son adversaire utilise les points cardinaux pour lui indiquer où est située sa souris par rapport à cette case (p. ex., *Kiki est cachée au nord-ouest de cette case*.).
4. La personne qui a nommé les coordonnées trace alors un X dans la case appropriée de la grille au bas de sa feuille (« **La souris de mon adversaire** ») de manière à conserver des traces de ses essais. Elle peut aussi utiliser le tableau à la droite de la grille pour noter ses essais ainsi que les indices reçus de son adversaire.
5. Ensuite la deuxième personne suit les mêmes étapes pour tenter de repérer la souris de son adversaire.
6. Le jeu se poursuit ainsi à tour de rôle jusqu'à ce qu'une des deux personnes trouve la case dans laquelle la souris de son adversaire est située.

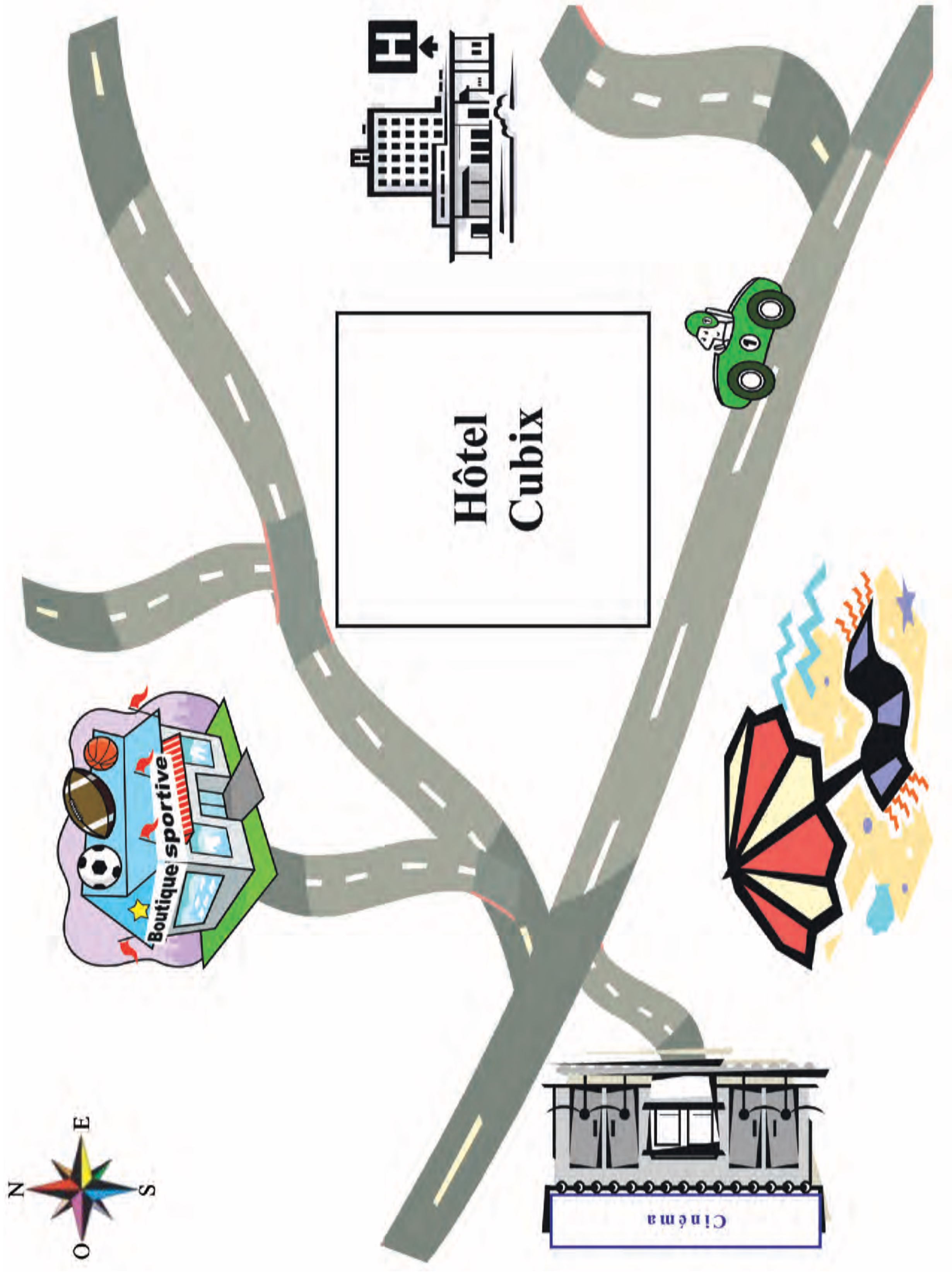
ANNEXE 4.1

Développement d'un cube



ANNEXE 4.2

Emplacement de l'hôtel Cubix

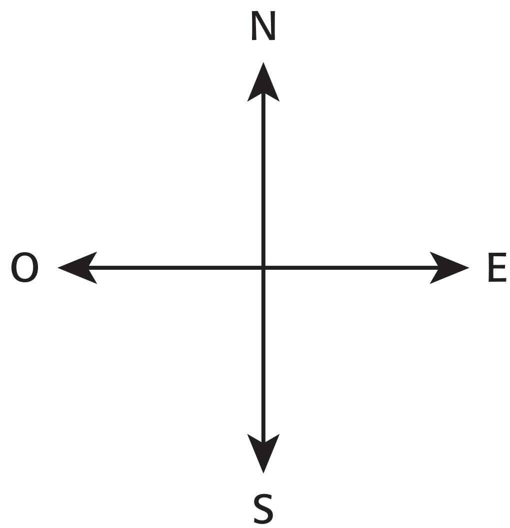


ANNEXE 4.3

À la recherche de Kiki la souris!

Ma souris

10										
9										
8										
7										
6										
5										
4										
3										
2										
1										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J



La souris de mon adversaire

10										
9										
8										
7										
6										
5										
4										
3										
2										
1										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

Tours	Essais	Indices
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Situation d'apprentissage, 5e année

La boîte à pentacubes

GRANDE IDÉE : POSITION ET DÉPLACEMENT

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves créent un jeu qui consiste à insérer des solides (des pentacubes plats) par des ouvertures découpées dans une boîte à souliers.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à visualiser les objets aussi bien dans un espace bidimensionnel (celui des figures planes) que dans un espace tridimensionnel (celui des solides);
- à visualiser l'image de figures à la suite de rotations, de réflexions et de translations;
- à appliquer des stratégies de résolution de problèmes.

ATTENTE ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attente

L'élève doit pouvoir effectuer et comparer diverses transformations.

Contenus d'apprentissage

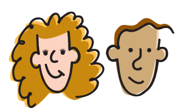
L'élève doit :

– identifier, effectuer et décrire des translations horizontales, verticales et obliques, à l'aide d'une flèche sur du papier quadrillé ou à points;

– identifier, effectuer et décrire des rotations d'un quart de tour, d'un demi-tour ou de trois quarts de tour, à l'aide de calquages sur du papier quadrillé ou à points, lorsque le centre de rotation se situe à l'intérieur ou sur le contour d'une figure.

Matériel

- annexe 5.5 (3 copies par équipe)
- cubes emboîtables de 2 cm × 2 cm (60 par équipe)
- ruban-cache
- annexe 5.2 (1 copie par équipe)
- transparent de l'annexe 5.1
- rétroprojecteur
- boîtes à souliers (1 par équipe)
- couteaux (*Exacto*) ou ciseaux (1 par équipe)
- grandes feuilles de papier



Équipes de 2

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **90 minutes**

CONTEXTE

Au cours du cycle primaire, les élèves ont appris à effectuer des translations et des réflexions de figures planes et ont développé l'habileté à visualiser la position de l'image d'une figure plane obtenue à la suite de l'une ou de l'autre de ces transformations. Au cycle moyen, ils poursuivent l'étude des transformations, notamment en effectuant des rotations.

PRÉALABLES

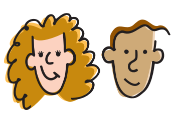
La présente situation d'apprentissage permet aux élèves, dans un contexte de résolution de problèmes, de consolider leur compréhension des concepts de transformation, de congruence et d'aire. Elle leur permet aussi de parfaire leur habileté à visualiser la position d'un objet à la suite d'une transformation géométrique.

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- être capables de reconnaître des figures planes congruentes;
- être en mesure d'effectuer diverses transformations;
- avoir une compréhension du concept d'aire.

ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE FACULTATIVE

environ
20 minutes



Équipes de 2

Cette activité préparatoire facultative permet aux élèves de découvrir les 12 pentominos dans un contexte de résolution de problèmes et de revoir les concepts de congruence et de transformation.

Grouper les élèves par deux. Leur expliquer ce qu'est un pentomino (voir annexe 5.4) à l'aide d'un exemple. Remettre à chaque équipe deux feuilles de papier quadrillé de 2 cm × 2 cm (annexe 5.5) et leur demander de dessiner tous les pentominos qu'ils peuvent trouver. En groupe classe, faire un partage et s'assurer que les 12 pentominos sont identifiés. Expliquer aux élèves que chacun des pentominos est associé, en raison de sa forme, à l'une des lettres F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y et Z.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Pentomino, pentacube, pentacube plat, face, rotation, réflexion, translation, congruence, aire, unités carrées.

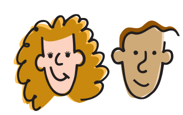
AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

environ
25 minutes

Écrire le mot « pentacube » au tableau. Demander aux élèves s'ils savent ce qu'est un pentacube (voir annexe 5.4). Les inciter à penser à d'autres mots qui ont le même préfixe (p. ex., pentagone, pentomino, pentathlon) et à reconnaître que le préfixe *pent* signifie « cinq ». Ils devraient alors pouvoir déduire qu'un pentacube est un solide formé de 5 cubes congruents.

Demander à un ou une élève de construire un pentacube à l'aide de cubes emboîtables et de le montrer à la classe. Préciser que les cubes qui forment un pentacube doivent être reliés les uns aux autres par au moins une face. Leur dire :

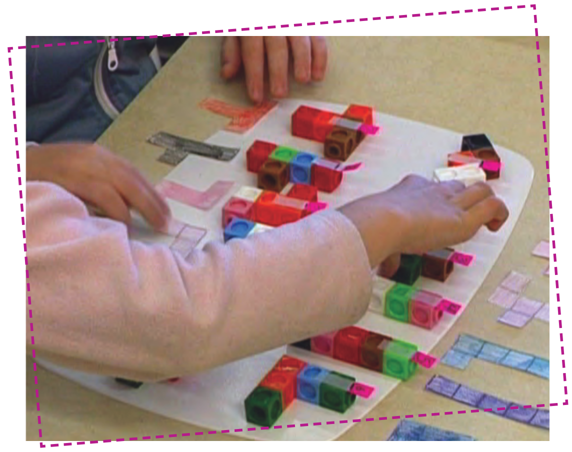
- qu'il existe 29 pentacubes différents (voir annexe 5.3), parmi lesquels 12 ont deux faces de 5 unités carrées;
- que ces derniers sont généralement appelés les « pentacubes plats » et peuvent, en raison de leur forme, être associés un à un aux 12 pentominos (voir annexe 5.2) et aux lettres F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y et Z.



Équipes de 2

Grouper les élèves par deux et remettre à chaque équipe 60 cubes emboîtables, du ruban-cache et une copie de l'annexe 5.2 (*Les 12 pentominos*). Leur demander de se référer aux représentations des pentominos à l'annexe 5.2 pour construire un ensemble de 12 pentacubes plats et d'identifier chacun, à l'aide d'un morceau de ruban-cache, par la lettre qui lui est associée.

Note : Si les élèves ont fait l'activité préparatoire facultative, ils peuvent utiliser leurs dessins des pentominos au lieu de l'annexe 5.2. On peut aussi distribuer des ensembles de pentacubes commerciaux au lieu de les faire construire.



Lorsque les équipes sont prêtes, remettre une copie de l'annexe 5.1 (*La boîte à pentacubes*) et présenter le problème dans un contexte intéressant. Par exemple, dire aux élèves :

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

L'autre jour, j'ai retrouvé un jeu dans le fond d'une armoire. Il s'agit d'une boîte avec différentes ouvertures par lesquelles on doit insérer certains solides. (Leur montrer un tel jeu ou encore leur montrer celui illustré à l'annexe 5.1). Vous avez peut-être joué avec un jeu comme celui-là lorsque vous étiez très jeunes.

Je me suis dit qu'il serait intéressant de créer un jeu semblable en utilisant des formes géométriques plus complexes, soit les 12 pentacubes plats, et d'offrir aux élèves de 3^e^ année de l'essayer. Vous devez découper 5 ouvertures dans une boîte de carton par lesquelles il est possible d'insérer chacun des 12 pentacubes plats. Afin que le jeu offre un certain défi à ceux et celles qui l'essayeront, vous devez respecter les critères suivants.

Critères

- Chaque jeu doit comprendre seulement 5 ouvertures : une ouverture sur chacun des 4 côtés de la boîte et une sur le dessus, mais aucune dans le fond de la boîte.
- Toutes les ouvertures doivent avoir une aire de 6 unités carrées (une unité carrée correspond à l'aire d'une face d'un cube emboîtable).
- Les 12 pentacubes doivent pouvoir être insérés dans la boîte par l'une des 5 ouvertures à partir d'une des faces dont l'aire mesure 5 unités carrées.

S'assurer que les élèves ont bien compris la tâche à effectuer en posant des questions telles que :

– « Quelqu'un peut-il expliquer le problème en ses propres mots? »

– « Quels critères devez-vous respecter lors de la création du jeu? »

– « Que veut dire une aire de 6 unités carrées? »

– « Quelqu'un peut-il nous montrer de quelle façon les pentacubes doivent passer par les ouvertures? »

– « Comment allez-vous vérifier si votre jeu répond aux critères? »

PENDANT L'APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

environ **50 minutes**

Demander aux équipes de déterminer la forme de chacune des 5 ouvertures avant de commencer à découper les boîtes. Mettre à leur disposition des feuilles de papier quadrillé de 2 cm × 2 cm (annexe 5.5).

Pour résoudre le problème, les élèves peuvent, par essais et erreurs :

- superposer certains pentacubes afin de trouver des arrangements dont l'une des faces a une aire de 6 unités carrées;
- tracer des formes d'ouvertures ayant une aire de 6 unités carrées sur une feuille vierge ou quadrillée et vérifier ensuite quels pentacubes peuvent passer par chacune.

Allouer suffisamment de temps pour permettre aux élèves d'explorer les possibilités d'ouvertures. Circuler et intervenir au besoin. Porter une attention particulière aux stratégies utilisées afin de choisir de façon stratégique les équipes qui seront invitées à faire une présentation lors de l'échange mathématique.

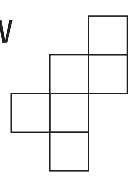
Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Observations possibles	Interventions possibles
Des élèves conçoivent une ouverture ayant plus de 6 unités carrées.	Les inviter à vérifier l'aire de chacune de leurs ouvertures et à relire les critères à respecter.
Des élèves ne respectent pas le fait que les pentacubes doivent passer à plat dans l'ouverture.	Leur demander d'identifier l'une des faces du pentacube dont l'aire mesure 5 unités carrées et de relire les critères à respecter.
Des élèves conçoivent 5 ouvertures, mais il leur reste un pentacube à insérer.	Les inciter à créer une ouverture qui permettra d'insérer le pentacube qui reste et à redistribuer les autres pentacubes afin d'éliminer une des 5 ouvertures originales.
Des élèves conçoivent leurs ouvertures en considérant seulement une seule des deux faces dont l'aire mesure 5 unités carrées.	Les inciter à observer attentivement les pentacubes et à analyser les ressemblances et les différences entre les deux faces dont l'aire mesure 5 unités carrées. *Note* : Les deux faces sont congruentes, mais sont l'image l'une de l'autre comme si elles se reflétaient dans un miroir. Par conséquent, certains pentacubes (pentacubes F, L, N, P, Y et Z) peuvent parfois être insérés dans la boîte par des ouvertures différentes selon la face choisie.

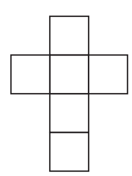
Note : Il existe 35 formes différentes d'ouvertures de 6 unités carrées, soit celles correspondant aux 35 hexominos. Plusieurs combinaisons de 5 de ces ouvertures permettent d'insérer les 12 pentacubes plats. L'exemple ci-dessous présente l'une de ces combinaisons. Dans cet exemple, les pentacubes T, W et Y peuvent être insérés dans la boîte par deux ouvertures différentes.

Exemple

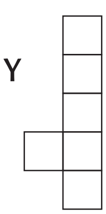
F, N, W



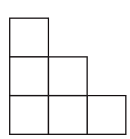
T, X, Y



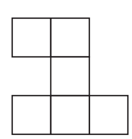
I, L, Y



P, V, W



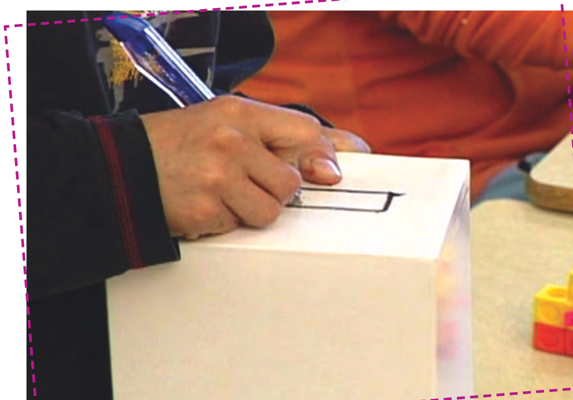
U, Z, T



Lorsque les élèves ont déterminé les ouvertures, distribuer les boîtes à souliers et les couteaux et leur demander de construire leur jeu. **Rappeler les mesures de sécurité à suivre lorsqu'on utilise un instrument tranchant.**

Laisser les élèves choisir la stratégie à utiliser pour tracer sur la boîte les formes des ouvertures. Par exemple, certains élèves peuvent placer les pentacubes plats (individuels ou superposés) sur la boîte et en tracer le contour. D'autres peuvent découper les formes des ouvertures dessinées au préalable sur du papier quadrillé, puis tracer leur contour sur la boîte.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.



Demander aux élèves de préparer, à l'aide de leur jeu ou d'une grande feuille, une présentation pour l'échange mathématique. Préciser qu'ils doivent expliquer quelle stratégie ils ont utilisée pour déterminer la forme des 5 ouvertures et présenter, s'il y a lieu, leurs découvertes mathématiques en utilisant des termes de causalité ou de conséquence logique (p. ex., « **Puisqu'il** y a 12 pentacubes et seulement 5 ouvertures, **alors** certaines des ouvertures doivent permettre d'insérer plus de 2 pentacubes. »).

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

environ
15 minutes

Inviter quelques équipes à venir faire une présentation au groupe classe.

Inviter les autres élèves à questionner les équipes qui présentent et à faire part de leurs observations. Faire progresser l'échange en posant des questions telles que :

– « Qui peut m'expliquer en ses propres mots la stratégie utilisée par cette équipe? »

– « Est-ce que d'autres équipes ont utilisé la même stratégie? »

– « Est-ce que cette stratégie vous semble efficace? »

– « Est-ce que d'autres équipes ont utilisé les mêmes 5 ouvertures? »

– « Comment peut-on justifier que deux ouvertures soient différentes? »

– « Quels concepts mathématiques étaient présents dans cette activité? »

Notes :

- Deux ouvertures sont différentes si elles ne sont pas congruentes, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent pas être superposées.
- En créant le jeu, les élèves utilisent, parfois inconsciemment, divers concepts mathématiques. Afin de déterminer la forme des ouvertures, ils doivent tenir compte des concepts d'aire et de congruence. De plus, la manipulation des formes et des solides auxquels ils font subir diverses transformations favorise le développement d'habiletés liées à la visualisation.
- Pour enrichir l'échange mathématique et faire un lien entre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en traitement des données et probabilité, l'enseignant ou l'enseignante peut choisir de faire à ce moment l'activité supplémentaire – 1, *Des hexominos populaires*, décrite ci-après.

Après l'objectivation, demander aux élèves d'échanger leur jeu avec celui d'une autre équipe et d'insérer leurs 12 pentacubes à plat par l'une des 5 ouvertures de la boîte reçue. Les mettre au défi de réussir à les insérer tous du premier coup dans la bonne ouverture. Souligner qu'ils doivent observer attentivement les formes des pentacubes et des ouvertures et visualiser dans quelle ouverture il sera possible d'insérer un pentacube. Ce n'est qu'au moment où ils sont certains d'avoir repéré la bonne ouverture qu'ils prennent le pentacube et tentent de l'insérer dans l'ouverture. Cette démarche permet aux élèves de développer leur habileté à visualiser des déplacements de formes dans l'espace.

ADAPTATIONS

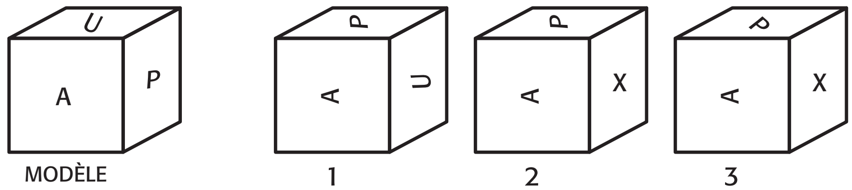
L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche	Pour enrichir la tâche
• permettre aux élèves de créer leur jeu avec 6 ouvertures au lieu de 5; • leur demander de créer un jeu semblable à partir des 5 « tétracubes plats » (assemblage de quatre cubes à plat) et de deux ouvertures de 5 unités carrées.	• demander aux élèves de trouver deux combinaisons différentes de 5 ouvertures qui permettent d'insérer les 12 pentacubes en utilisant le plus d'ouvertures différentes possible; • demander aux élèves de déterminer les formes des ouvertures à partir des représentations des pentacubes plats données à l'annexe 5.3 et non à partir des pentacubes formés de cubes emboîtables; *Note* : Cette activité exige un niveau plus élevé de visualisation. • demander aux élèves de vérifier s'il est possible de créer un jeu semblable en utilisant seulement 4 ouvertures. *Note* : Les élèves se rendront compte qu'il est impossible de le créer à moins que la mesure de l'aire d'une des 4 ouvertures ne soit de 7 unités carrées.

SUIVI À LA MAISON

Montrer aux élèves la figure 1 ci-dessous et leur demander lequel des cubes 1, 2 et 3 représente une transformation du cube modèle.

Figure 1



Inviter les élèves à créer un problème semblable à la maison et à demander à un membre de sa famille de le résoudre. Souligner l'importance de faire attention à l'orientation des lettres. Au besoin, remettre une copie des figures 2 et 3 ci-dessous. Certains élèves pourraient choisir de construire un cube modèle à partir de la figure 3 et d'y inscrire une lettre sur chacune des faces pour les aider à déterminer comment placer les lettres sur les faces des cubes de la figure 2.

Figure 2

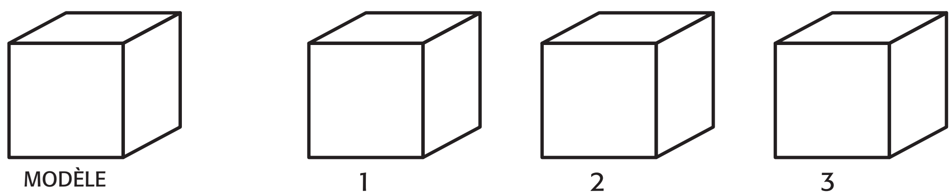
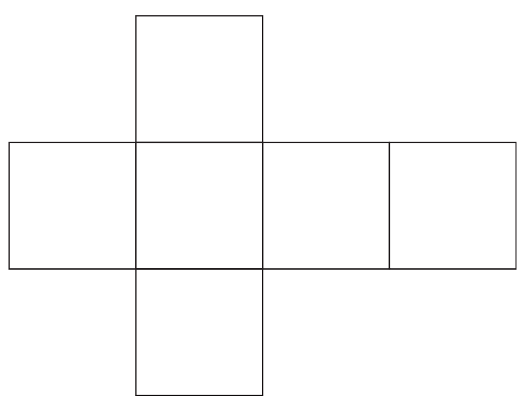


Figure 3

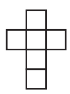
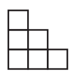
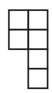
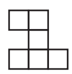
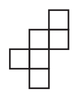
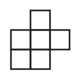
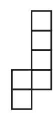
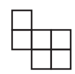
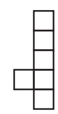
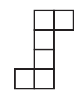


ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

Des hexominos populaires

Cette activité fait suite à la situation d'apprentissage *La boîte à pentacubes* et permet de faire un lien entre des concepts en géométrie et sens de l'espace et en traitement des données et probabilité. Il s'agit de construire un tableau pour présenter l'éventail des ouvertures retenues par les équipes dans la construction de leur jeu et d'analyser les résultats obtenus.

Demander aux élèves de tracer et de découper la forme de chacune des 5 ouvertures de leur jeu. Préparer sur de grandes feuilles un tableau comme celui illustré ci-dessous sur lequel le numéro ou le nom de chaque équipe est inscrit.

Équipe	Forme des ouvertures										
											...
1	X	X		X	X				X		
2		X		X		X	X		X		
3	X		X							X	...
4						X		X			...
...											
Total											

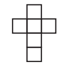
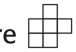
Afficher le tableau et demander à une équipe d'y placer la forme de l'une de leurs 5 ouvertures. Demander à toutes les équipes qui ont utilisé cette forme d'ouverture de tracer un X ou de placer un papillon autocollant sur le tableau, en dessous de la forme dans la case correspondant à leur équipe. Poursuivre cette démarche jusqu'à ce que les 5 ouvertures de toutes les équipes soient répertoriées dans le tableau. Faire le total du nombre d'utilisations de chaque ouverture.

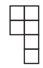
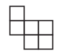
Inciter les élèves à observer et à analyser les données au tableau. Poser diverses questions telles que :

– « Quelles constatations pouvez-vous faire à partir des données présentées dans le tableau? »

– « Combien de formes d'ouverture différentes ont été utilisées dans la construction des jeux? »

– « Quelles ouvertures ont été utilisées le plus souvent? »

– « Toutes les équipes ont utilisé l'ouverture  ou l'ouverture . Pourquoi? Qu'ont-elles de particulier? » (*Ce sont les deux seules ouvertures qui permettent d'insérer le pentacube X.*)

– « Les ouvertures  et  ont été utilisées assez souvent. Qu'ont-elles de particulier? » (*Elles permettent d'insérer 4 pentacubes.*)

– « Pourquoi certaines ouvertures sont-elles peu utilisées? » (*Ce sont probablement celles qui ne permettent d'insérer qu'un seul pentacube.*)

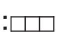
– « Combien d'équipes ont utilisé les mêmes 5 ouvertures? »

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

La plus petite ouverture

Grouper les élèves par deux. Chaque équipe doit :

- examiner les 12 pentacubes plats formés de cubes emboîtables et dessiner la forme de la plus petite ouverture par laquelle ils pourraient les faire passer, peu importe le sens dans lequel ils les insèrent;

  (Solution : )

- examiner les représentations des 17 pentacubes non plats (annexe 5.3) et dessiner la forme de la plus petite ouverture par laquelle ils pourraient faire passer les solides correspondants, peu importe le sens dans lequel ils les insèrent.

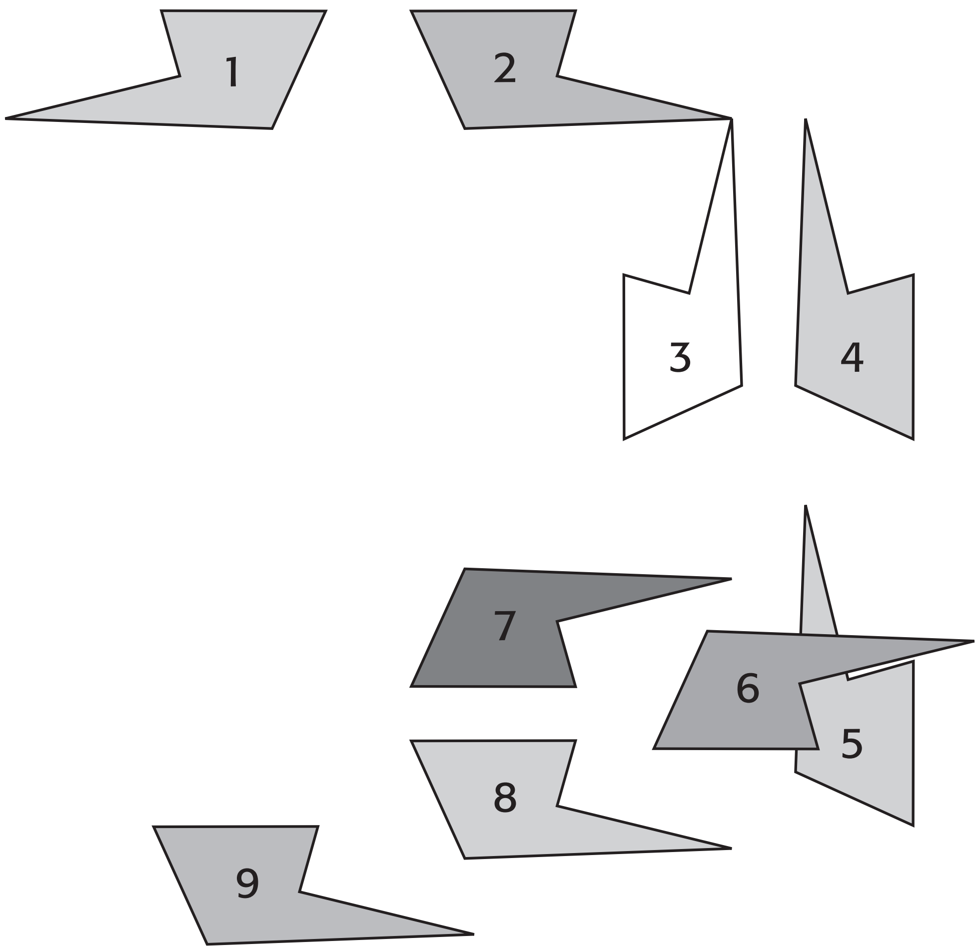
  (Solution : )

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Transformons!

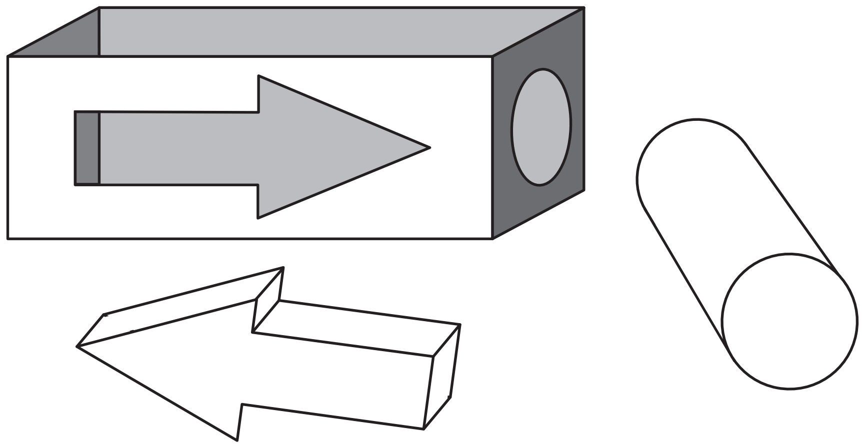
Demander aux élèves de créer, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (p. ex., Cybergéomètre), une séquence de figures obtenues à la suite de diverses transformations successives, de numéroter chacune des images dans l'ordre et d'imprimer leur travail (voir l'exemple ci-après). Ils doivent ensuite échanger leur feuille avec un ou une autre élève et déterminer quelles transformations ont été utilisées.

Exemple



ANNEXE 5.1

La boîte à pentacubes



Problème

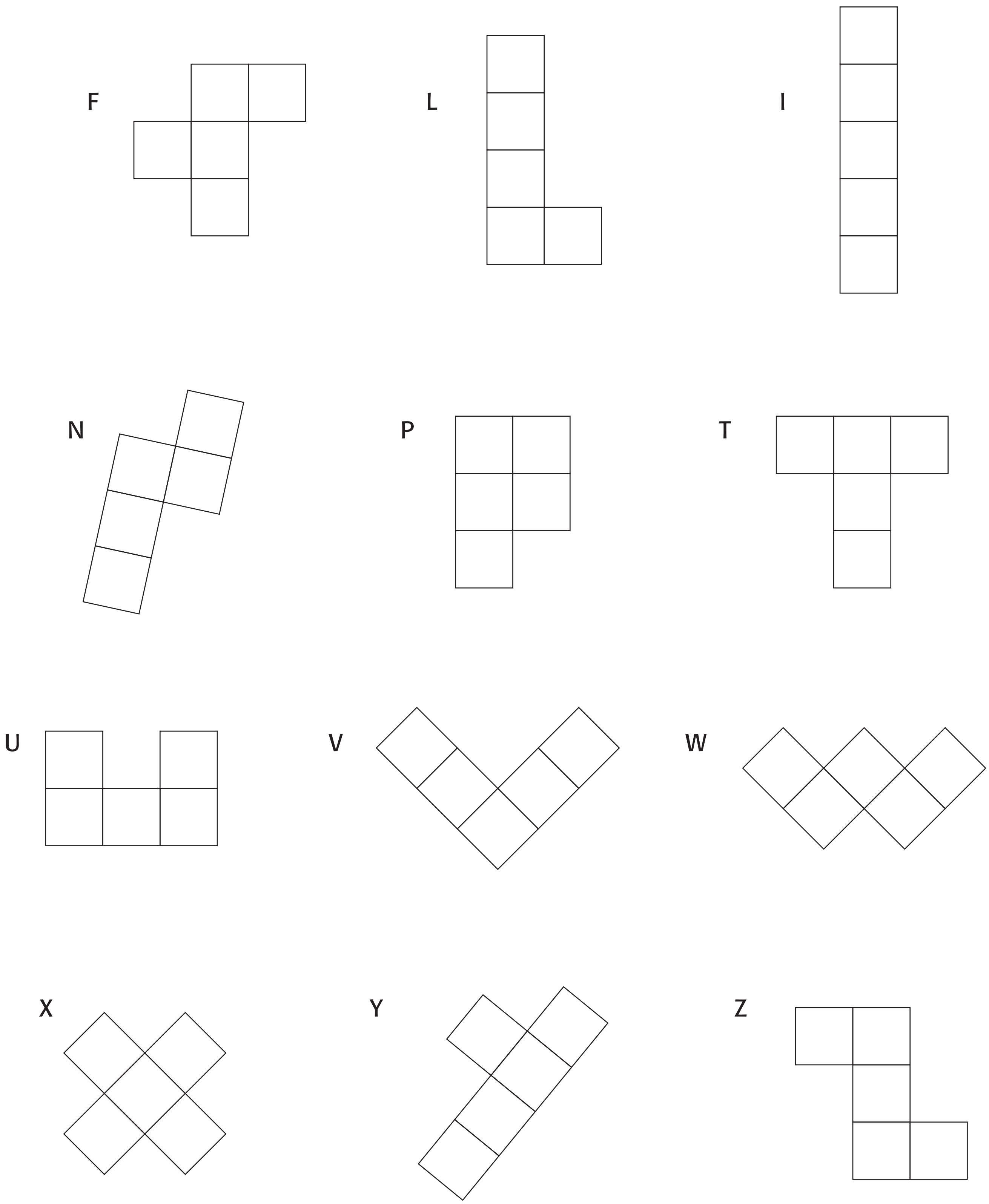
Créer un jeu qui consiste à insérer chacun des 12 pentacubes plats dans une boîte de carton par des ouvertures découpées sur 5 de ses faces.

Critères

- Chaque jeu doit comprendre seulement 5 ouvertures : une ouverture sur chacun des 4 côtés de la boîte et une sur le dessus, mais aucune dans le fond de la boîte.
- Toutes les ouvertures doivent avoir une aire de 6 unités carrées (une unité carrée correspond à l'aire d'une face d'un cube emboîtable).
- Les 12 pentacubes doivent pouvoir être insérés dans la boîte par l'une des 5 ouvertures à partir d'une des faces dont l'aire mesure 5 unités carrées.

ANNEXE 5.2

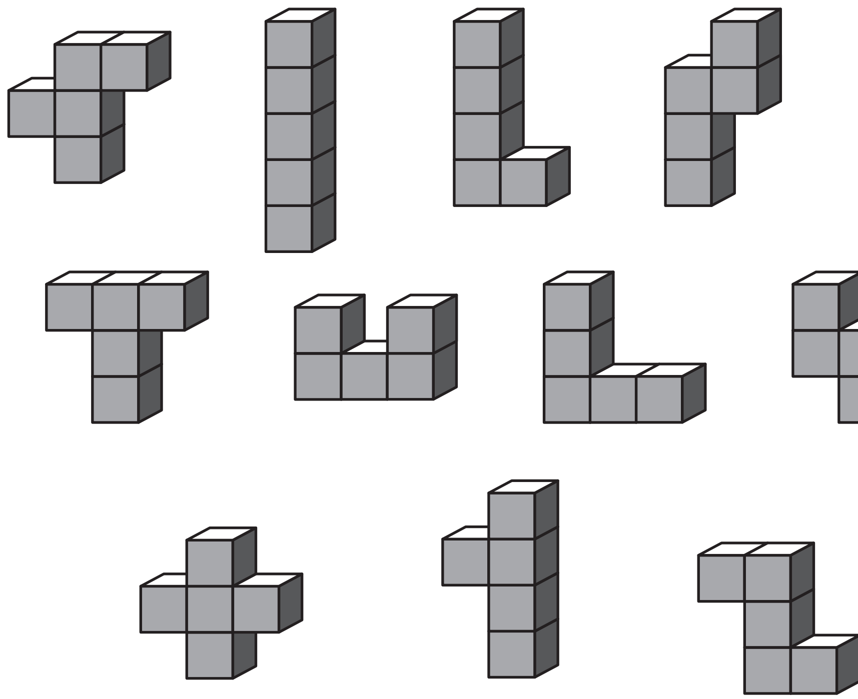
Les 12 pentominos



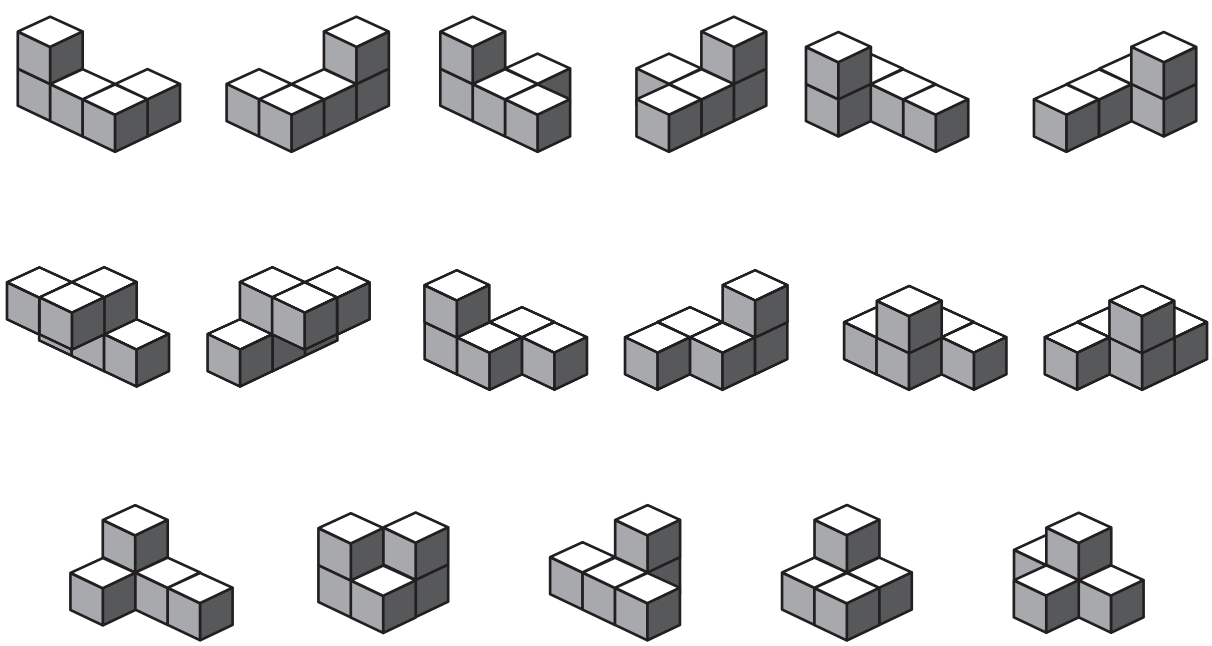
ANNEXE 5.3

Les 29 pentacubes

Les pentacubes plats (12)



Les autres pentacubes (17)

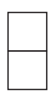
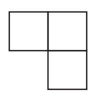
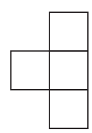
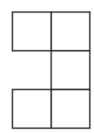
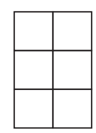


ANNEXE 5.4

Notes explicatives

Polyominos

Ensemble des figures planes formées de carrés congruents reliés les uns aux autres par au moins un côté. Un polyomino peut porter un nom particulier selon le nombre de carrés qui le composent (p. ex., domino, triomino). Le tableau suivant présente le nom des principales sortes de polyominos et le nombre de figures différentes possibles de chaque sorte.

POLYOMINOS					
Nom	Domino	Triomino	Tétromino	Pentomino	Hexomino
Nombre de carrés	2	3	4	5	6
Nombre de figures différentes possibles	1	2	5	12	35
Exemple					

Pentominos (voir annexe 5.2)

Un pentomino est un polyomino formé de cinq carrés congruents. Chacun des 12 pentominos différents est parfois identifié par une lettre évoquant sa forme : F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y, Z.

Note : Le mot « pentomino » se prononce « pintomino ». On retrouve parfois l'appellation « pentamino ».

Pentacubes (voir annexe 5.3)

Un pentacube est un solide formé de cinq cubes congruents reliés les uns aux autres par au moins une face. Il existe 29 pentacubes différents. Parmi ceux-ci, les 12 pentacubes dont deux des faces ont une aire de 5 unités carrées sont généralement appelés des « pentacubes plats ». On peut associer les 12 pentacubes plats un à un aux 12 pentominos et aux lettres F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y et Z.

ANNEXE 5.5

Papier quadrillé

Situation d'apprentissage, 6e année

Dalles-tu?

GRANDE IDÉE : POSITION ET DÉPLACEMENT

SOMMAIRE

Dans cette situation d'apprentissage, les élèves créent des dallages à partir d'un triangle en utilisant une ou deux transformations différentes.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

Cette situation d'apprentissage a pour but d'amener les élèves :

- à créer des dallages;
- à visualiser les transformations d'une figure qui permettent de créer un dallage;
- à formuler des hypothèses et à les vérifier;
- à reconnaître certaines propriétés des triangles.

Matériel

- mosaïques géométriques
- rétroprojecteur
- annexe 6.1 (photocopiée sur du carton)
- annexe 6.2 (1 copie par équipe)
- ciseaux (1 par élève)
- bâtonnets de colle (1 par équipe)
- petites feuilles (plusieurs demi-feuilles blanches par équipe)
- grandes feuilles de papier (1 par équipe)

ATTENTES ET CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Attentes

L'élève doit pouvoir :

- situer des points dans le plan cartésien et effectuer diverses transformations;
- représenter et construire des figures planes et des solides dans des contextes de résolution de problèmes.

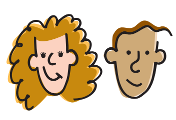
Contenus d'apprentissage

L'élève doit :

– prédire et tracer l'image d'une figure obtenue à la suite de deux transformations successives;

– utiliser la rotation (un quart de tour, un demi-tour et trois quarts de tour) pour générer un dallage ayant un motif;

– découvrir, à l'aide de matériel concret ou d'expérience, la propriété de la somme des angles d'un triangle.



Équipes de 2

Durée approximative de la situation d'apprentissage : **100 minutes**

CONTEXTE

Au cours des années d'études précédentes, les élèves ont développé une compréhension de plusieurs propriétés des figures planes. Ils ont créé des frises ou des dallages en utilisant des transformations comme régularité. Ils ont aussi appris à décrire et à effectuer différentes transformations telles que la translation, la réflexion et la rotation. En 6e année, les élèves découvrent la propriété de la somme des angles d'un triangle et génèrent un dallage ayant un motif en utilisant la rotation.

PRÉALABLES

La présente situation d'apprentissage permet aux élèves de consolider leur compréhension des propriétés des triangles et des dallages, de travailler au niveau 1 (analyse) et de cheminer vers le niveau 2 (déduction informelle) de la pensée géométrique des van Hiele (voir Niveaux de la pensée géométrique, p. 12). Elle prépare aussi les élèves à l'étude, en 7e année, des dallages réguliers et semi-réguliers. Pour de plus amples renseignements au sujet des dallages réguliers et semi-réguliers, consultez les modules *Formes géométriques* et *Angles* sur le site atelier.on.ca.

Dallage : Procédé qui permet de recouvrir le plan à l'aide de polygones sans laisser d'espace et sans chevauchement. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005, p. 93)

Pour être en mesure de réaliser cette situation d'apprentissage, les élèves doivent :

- connaître les différentes transformations géométriques et savoir comment les utiliser;
- connaître ce qu'est un dallage;
- savoir qu'un angle plat mesure 180° et qu'un angle plein mesure 360°.

VOCABULAIRE MATHÉMATIQUE

Rotation, translation, réflexion, axe de réflexion, centre de rotation, point milieu, dallage, sommet, degré.

environ **15 minutes**

AVANT L'APPRENTISSAGE (MISE EN TRAIN)

Revoir avec les élèves la définition de dallage et leur demander d'en créer un à l'aide de mosaïques géométriques. Inviter ensuite quelques élèves à montrer leur dallage au rétroprojecteur. Souligner que le fait qu'il soit possible ou non de créer un dallage avec certaines formes géométriques dépend des propriétés de ces formes.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

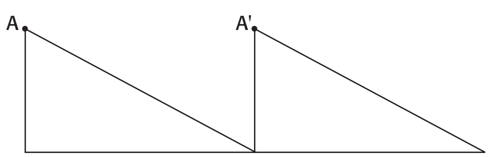
Discuter avec les élèves de l'importance de l'animatique (animation assistée par ordinateur) dans la production de certaines émissions de télévision, de films et de jeux vidéo. Expliquer que l'effet de mouvement dans ces animations est créé habituellement à l'aide de transformations géométriques effectuées sur une figure ou sur un objet. Ainsi, pour animer à l'ordinateur la construction d'un dallage, le concepteur ou la conceptrice doit connaître les propriétés des figures géométriques et des transformations. Pour aider les élèves à bien comprendre le rôle des transformations dans la construction d'un dallage, montrer l'animation prévue à cet effet dans le module *Position et déplacement* sur le site atelier.on.ca.

atelier.on.ca

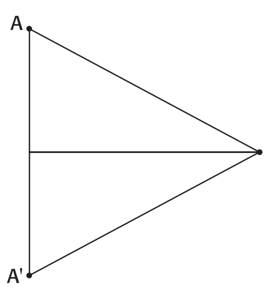
Au besoin, revoir les quatre transformations décrites ci-dessous. S'assurer notamment que les élèves sont capables d'effectuer une rotation avec le centre de rotation situé sur le contour de la figure.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

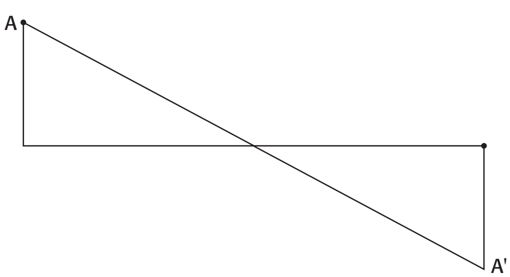
La translation



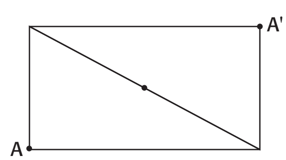
La réflexion, avec l'axe de réflexion situé sur un des côtés de la figure



La rotation, avec le centre de rotation situé sur un des sommets de la figure



La rotation, avec le centre de rotation situé sur le contour de la figure

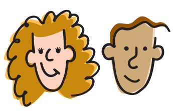


Présenter la situation d’apprentissage dans un contexte intéressant en misant sur l’exploration et la découverte. Par exemple, leur dire :

Pour animer la construction d’un dallage à l’aide de l’ordinateur, il est important de déterminer à l’avance quelle transformation on va utiliser pour déplacer une figure de la position A à la position B. Je vous propose donc d’entrer dans ce merveilleux monde de l’animation par ordinateur en explorant deux situations d’utilisation de transformations pour créer un dallage (annexe 6.2, explorations 1 et 2). Cette activité vous permettra également de découvrir une propriété importante des triangles (annexe 6.2, exploration 3).

PENDANT L’APPRENTISSAGE (EXPLORATION)

environ
60 minutes



Équipes de 2

Former des équipes de deux. Remettre à chacune une paire de triangles, soit les triangles A et B, C et D, E et F ou G et H (annexe 6.1) et leur demander de les découper. S’assurer que chacune des quatre paires de triangles est remise à au moins une équipe. Remettre aussi à chaque équipe plusieurs petites feuilles, une grande feuille et une copie de l’annexe 6.2 (*Dalles-tu?*).

Lire avec eux la démarche proposée à l’annexe 6.2 et s’assurer qu’ils la comprennent. Expliquer que pour chacune des explorations, ils doivent, tout comme les mathématiciens et mathématiciennes, faire des observations, émettre des hypothèses, les vérifier et formuler des conclusions. Ils ont, entre autres, à déterminer si chacune des situations mathématiques qui leur sont présentées est toujours vraie (c’est le cas des explorations 2 et 3), jamais vraie (c’est le cas de la première partie de l’exploration 1) ou parfois vraie (c’est le cas de l’activité supplémentaire 1). Les énoncés à l’intérieur de chacune des explorations ont pour but de les guider dans leur travail.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Circuler et intervenir au besoin afin de faire cheminer les élèves dans leurs réflexions. Porter une attention particulière aux hypothèses et aux conclusions qui sont formulées afin de choisir de façon stratégique les équipes qui seront invitées à présenter lors de l’échange mathématique. Voir l’annexe 6.3 pour un résumé des principales conclusions relatives à chacune des explorations.

Observations possibles	Interventions possibles
Des élèves croient qu'il est possible de créer un dallage en utilisant seulement la translation.	« Avez-vous identifié tous les angles à l'aide des chiffres 1, 2 et 3? » « Comment avez-vous réussi à remplir cet espace (en désignant l'espace libre entre deux triangles adjacents)? » « Si des carreaux de céramique avaient la forme de votre triangle, pourriez-vous recouvrir un plancher en utilisant seulement la translation? Comment? »
Des élèves confondent la rotation dont le centre est situé sur un des sommets du triangle et la rotation dont le centre est situé sur le point milieu de l'un des côtés du triangle.	« Pourquoi avez-vous placé le triangle de cette façon? » « Quelle transformation avez-vous effectuée? » « Où est le centre de rotation? »
Des élèves n'ont pas les angles 1, 2 et 3 à un point de rencontre de trois triangles.	« Pouvez-vous me montrer chacune des étapes de la création de votre dallage? » « Est-ce possible de recouvrir tout le plan en continuant de cette façon? »
Des élèves laissent des espaces entre les triangles.	« Quelle est la définition d'un dallage? » « Qu'arriverait-il si vous utilisiez votre dallage comme modèle de recouvrement d'un plancher à l'aide de carreaux de céramique? »

Une fois la tâche complétée, allouer suffisamment de temps aux élèves pour se préparer à l'échange mathématique. Préciser qu'ils doivent élaborer des arguments mathématiques clairs, justes et convaincants pour justifier leurs conclusions.

APRÈS L'APPRENTISSAGE (OBJECTIVATION/ÉCHANGE MATHÉMATIQUE)

environ
25 minutes

Inviter les équipes choisies à venir à tour de rôle présenter leurs hypothèses et leurs conclusions. Encourager l'emploi d'un vocabulaire précis et de termes de causalité dans la communication.

Extrait non disponible en raison de restrictions relatives aux droits d'auteur. Pour l'intégrale, voir la version imprimée.

Voici des exemples de conclusions :

- Il est impossible de faire un dallage en utilisant seulement la translation **parce qu**'on ne remplit pas tous les espaces.
- **Puisqu**'on retrouve les angles 1, 2 et 3 à un point de rencontre de trois triangles et qu'ils forment une ligne droite, **alors** la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Après chaque présentation, inciter les autres élèves à réagir et à poser des questions. Au besoin, poser des questions telles que :

– « Qui peut expliquer dans ses mots la conclusion qu'on vient de présenter? »

– « Est-ce que d'autres élèves sont arrivés à la même conclusion? »

– « D'après ce qu'on vient de présenter, est-ce qu'on peut tirer une conclusion? »

– « Est-ce que cette conclusion est vraie pour tous les triangles? »

Note : L'élaboration par les élèves de conclusions relatives à la possibilité ou à l'impossibilité de créer des dallages dans cette situation d'apprentissage reflète un cheminement vers le niveau 2 (déduction informelle) de la pensée géométrique. Ils ne peuvent pas encore prouver la validité de ces conclusions, mais ils peuvent la déduire de façon informelle à partir des résultats obtenus dans un nombre limité de cas.

ADAPTATIONS

L'activité peut être modifiée pour répondre aux différents besoins des élèves.

Pour faciliter la tâche

- remettre à l'équipe les triangles C et D qui sont plus faciles à utiliser;

  Note : Il est plus facile de créer un dallage avec ces triangles parce que le triangle C est un triangle équilatéral et que le triangle D est un triangle isocèle rectangle.
- identifier le point milieu de chacun des côtés avant de remettre les triangles à l'équipe.

  Note : En identifiant le point milieu sur chacun des côtés, les élèves auront plus de facilité à effectuer la rotation dont le centre se situe sur un de ces points.

Pour enrichir la tâche

- demander aux élèves de faire la même activité en utilisant seulement la réflexion dont l'axe se situe sur un des côtés du triangle;

  Note : C'est ***parfois possible***, par exemple avec le triangle E.
- demander aux élèves de déterminer la mesure de chacun des angles des triangles et d'identifier la sorte de triangle en fonction des mesures des côtés ou des angles;

Triangle	Mesures	Sorte de triangle	
A	40°, 50°, 90°	scalène	rectangle
B	30°, 50°, 100°	scalène	obtusangle
C	60°, 60°, 60°	équilatéral	équiangle et acutangle
D	45°, 45°, 90°	isocèle	rectangle
E	30°, 30°, 120°	isocèle	obtusangle
F	30°, 60°, 90°	scalène	rectangle
G	36°, 72°, 72°	isocèle	acutangle
H	30°, 52°, 98°	scalène	obtusangle

- demander aux élèves de résoudre le problème à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (p. ex., Cybergéomètre).

SUIVI À LA MAISON

Place au changement

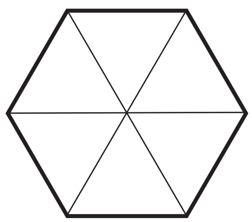
À la maison, les élèves cherchent un dallage (p. ex., recouvrement d'un sol, d'un mur). En s'inspirant de l'activité effectuée en classe, ils créent et colorient un dallage qu'ils aimeraient mettre à la place du dallage existant.

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 1

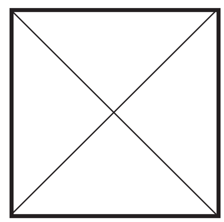
Tourne, tourne

Demander aux élèves de vérifier s'il est possible de créer un dallage à partir d'un triangle de l'annexe 6.1 en utilisant seulement des rotations dont le centre est situé sur un des sommets du triangle.

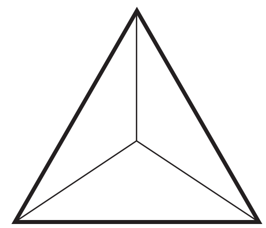
Note : C'est **parfois possible**, soit avec les triangle C, D ou E.



Dallage avec le triangle C



Dallage avec le triangle D



Dallage avec le triangle E

ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 2

Et les quadrilatères eux?

Mettre les élèves au défi de découvrir la propriété de la somme des mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère. Au besoin, leur suggérer de s'inspirer de la démarche utilisée dans la situation d'apprentissage *Dalles-tu?* et de créer un dallage à partir d'un quadrilatère de leur choix en utilisant seulement des rotations dont le centre est situé sur le point milieu de l'un des côtés du quadrilatère.

Note : Les élèves doivent d'abord identifier les quatre angles intérieurs du quadrilatère initial, par exemple à l'aide des chiffres 1, 2, 3 et 4 et ensuite faire de même avec les angles intérieurs de tous les autres quadrilatères du dallage. Ils pourront alors constater qu'à chaque point de rencontre de quatre quadrilatères, on retrouve un angle plein formé par les quatre angles intérieurs du quadrilatère (angles 1, 2, 3 et 4). Puisqu'un angle plein mesure 360°, ils peuvent conclure que la somme des mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère est égale à 360°.

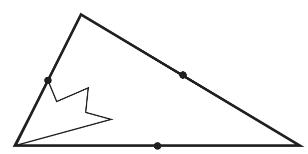
ACTIVITÉ SUPPLÉMENTAIRE - 3

Cher Escher

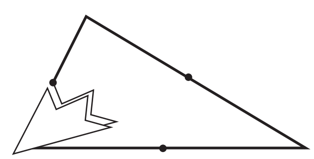
Note : Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972) est un artiste néerlandais rendu célèbre entre autres, en raison de ses mosaïques en métamorphose (p. ex., *Reptiles*, 1943) et de ses représentations de mondes impossibles (p. ex., *Montée et descente*, 1960). Ces œuvres, fondées sur les propriétés des transformations géométriques et sur les lois de la perspective, ont particulièrement fasciné et inspiré les mathématiciens et les mathématiciennes.

Montrer aux élèves quelques-unes des œuvres d'Escher et leur demander d'observer comment l'artiste a réussi à recouvrir le plan. Souligner qu'ils auront l'occasion de créer une œuvre semblable en utilisant les mêmes principes. Demander de tracer un grand triangle quelconque sur un carton d'environ 10 cm × 10 cm, de le découper et d'identifier le point milieu de chacun des côtés. Montrer aux élèves comment modifier leur triangle pour obtenir une forme originale à partir de laquelle ils pourront créer un dallage :

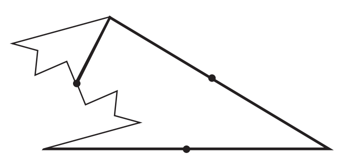
1° tracer une figure quelconque en partant d'un sommet du triangle et en terminant au point milieu d'un côté adjacent à ce sommet;



2° découper la figure;

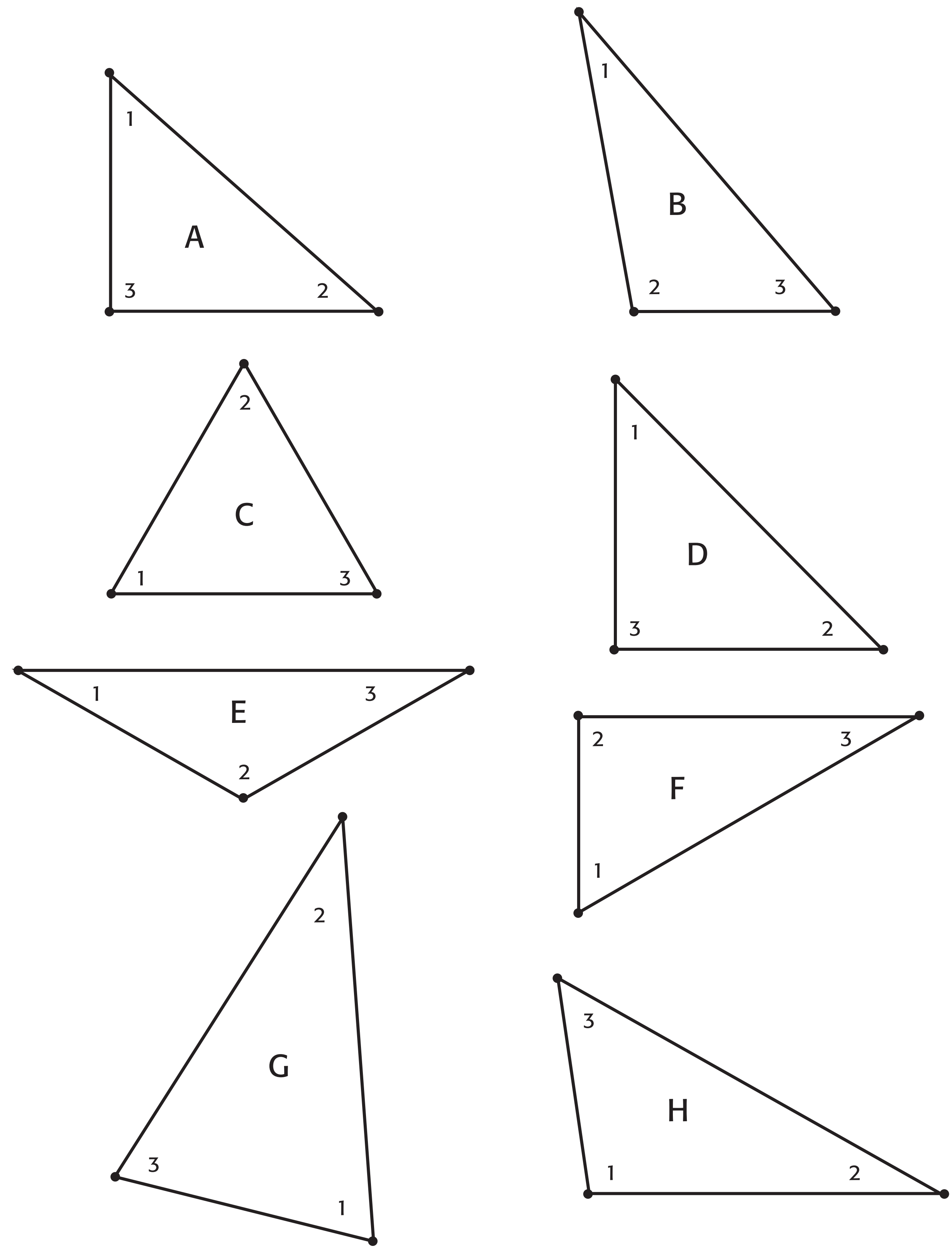


3° faire subir une rotation à cette figure, en utilisant le point milieu du côté comme centre de rotation, jusqu'à ce que les deux moitiés du côté du triangle soient superposées, et coller les deux morceaux avec du ruban gommé.



S'ils le désirent, ils peuvent répéter cette démarche en partant de chacun des deux autres sommets. Demander ensuite de créer un dallage à partir de la forme obtenue en utilisant des rotations dont le centre est situé sur le point milieu de l'un des côtés. Suggérer d'ajouter des traits à l'intérieur de chacune des formes afin de faire ressortir davantage ce à quoi elles ressemblent (p. ex., oiseau, poisson, feuille) et de colorier leur dallage pour créer un plus bel effet.

Les paires de triangles



ANNEXE 6.2

Dalles-tu?

La présente situation d'apprentissage vous invite à entrer dans le merveilleux monde de l'animation par ordinateur en explorant deux situations d'utilisation de transformations pour créer un dallage (explorations 1 et 2). Cette activité vous permettra également de découvrir une propriété importante des triangles (exploration 3).

Démarche proposée

- En utilisant les triangles que vous avez reçus, effectuez les explorations 1 et 2.
- Au fur et à mesure que vous tracez un triangle dans un dallage, identifiez chacun de ses angles à l'aide des chiffres 1, 2 et 3. Cette identification vous sera utile pour effectuer l'exploration 3.
- En prévision de l'échange mathématique, collez vos dallages sur une grande feuille après chacune des explorations 1 et 2.
- Effectuez l'exploration 3.

Exploration 1 : Création de dallages à l'aide de translations

a) Déterminez s'il est possible de créer un dallage en utilisant seulement une suite de translations successives.

b) Pouvez-vous compléter votre dallage en ajoutant une autre transformation? Expliquez comment.

c) Croyez-vous que vos constatations sont vraies pour n'importe quel triangle? Pourquoi?

Exploration 2 : Création de dallages à l'aide de rotations

a) Déterminez s'il est possible de créer un dallage en utilisant seulement une suite de rotations successives dont le centre est situé sur le point milieu de l'un des côtés du triangle.

b) Croyez-vous que vos constatations sont vraies pour n'importe quel triangle? Pourquoi?

Exploration 3 : Propriété des triangles

a) Que constatez-vous au sujet des angles situés à n'importe quel point de rencontre de 3 ou de 6 triangles?

b) Quelle constatation pouvez-vous tirer au sujet de la somme des mesures des angles d'un triangle?

Préparation à l'échange mathématique

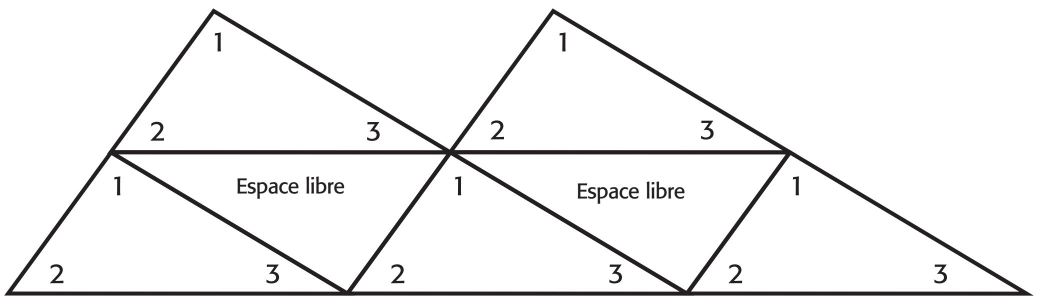
Préparez une courte présentation de vos hypothèses et vos conclusions relatives à chacune des explorations en les appuyant d'arguments mathématiques clairs, justes et convaincants.

ANNEXE 6.3

Principales conclusions relatives à la situation d'apprentissage

Exploration 1 : Création de dallages à l'aide de translations

Il est **impossible** de créer un dallage à partir d'un triangle en utilisant seulement des translations puisqu'il y aura toujours des espaces libres de la même forme que le triangle. Il est toutefois possible, avec n'importe quel triangle, de créer un dallage si on ajoute aux translations une autre transformation, par exemple, la rotation dont le centre se situe sur le point milieu de l'un des côtés du triangle.

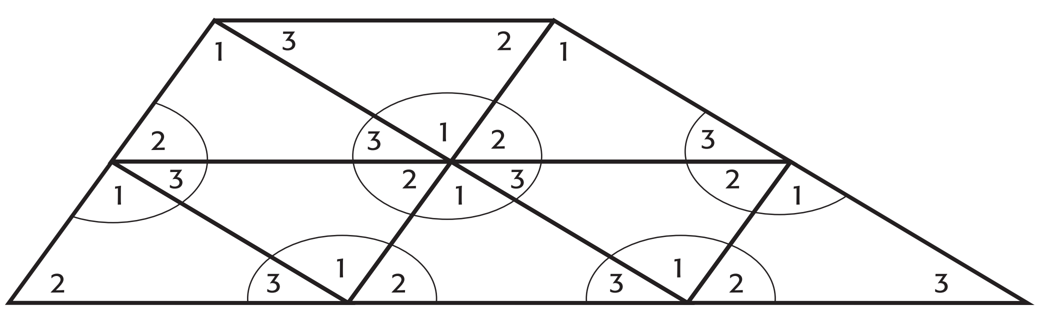


Exploration 2 : Création de dallages à l'aide de rotations

Il est **toujours possible**, avec n'importe quel triangle, de créer un dallage en utilisant seulement la rotation dont le centre se situe sur le point milieu de l'un des côtés du triangle.

Exploration 3 : Propriété des triangles

Dans les dallages créés dans l'une ou l'autre des situations ci-dessus, on constate qu'à chaque point de rencontre de trois triangles, on retrouve un angle plat qui est habituellement formé par les trois angles du triangle (angles 1, 2 et 3). Puisqu'on sait qu'un angle plat mesure 180°, on peut conclure que la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. On peut arriver à la même conclusion en notant qu'à chaque point de rencontre de six triangles, on retrouve un angle plein qui est habituellement formé par deux représentations de chacun des angles du triangle (2 fois chacun des angles 1, 2 et 3). Puisqu'on sait qu'un angle plein mesure 360°, on peut conclure qu'en additionnant une seule fois les mesures de chacun des angles du triangle, on obtiendra la moitié de 360°, c'est-à-dire 180°.



RÉFÉRENCES

CHARLES, Randall I. 2005. « Big Ideas and Understanding as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics », *Journal of Mathematics Education Leadership*, Lakewood (CO), National Council of Supervisors of Mathematics, vol. 8, nº 1, p. 10.

FOSNOT, Catherine Twomey, et Maarten DOLK. 2001. *Young Mathematicians at Work: Constructing Multiplication and Division*, Portsmouth (NH), Heinemann, p. 29.

GARDNER, Howard. 1997. *Les formes de l'intelligence*, Paris, Odile Jacob, p. 187.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 2003a. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), NCTM, p.165.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 2003b. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston (VA), NCTM, p. 41, 167 et 168.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 1999. *Des choix qui mènent à l'action : Politique régissant le programme d'orientation et de formation au cheminement de carrière dans les écoles élémentaires et secondaires de l'Ontario*, Toronto, le Ministère, p. 8.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004a. *Enseigner et apprendre les mathématiques : Rapport de la Table ronde des experts en mathématiques de la 4e à la 6e année*, Toronto, le Ministère, p. 21 et 35.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2004b. *Politique d'aménagement linguistique de l'Ontario pour l'éducation en langue française*, Toronto, le Ministère, 100 p.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2005. *Le curriculum de l'Ontario de la 1re à la 8e année : Mathématiques, Révisé*, Toronto, le Ministère, p. 9, 19 et 93.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2006. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*, Toronto, le Ministère, 5 fascicules.

OWENS, Douglas T. 1993. *Research ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*, New York (NY), Macmillan, p. 209.

RADFORD, Luis, et Serge DEMERS. 2004. *Communication et apprentissage : Repères conceptuels et pratiques pour la salle de classe de mathématiques*, Toronto, le Ministère, p. 15.

VAN DE WALLE, John A., et Sandra FOLK. 2005. *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*, éd. canadienne, Toronto, Pearson Education Canada, p. 44 et 329.

XAVIER, Roegiers. 2000. *Les mathématiques à l'école primaire : Tome 2*, Bruxelles, De Boeck, p. 25.

Le ministère de l'Éducation tient à remercier les enseignants, les enseignantes et les élèves qui ont participé à la mise à l'essai des situations d'apprentissage.

Imprimé sur du papier recyclé
06-068
ISBN 1-4249-2065-5 (fasc. 2)
ISBN 1-4249-2063-9 (série)