

Instructie voor Docenten



Hoofdstuk 13

OMTREK EN OPPERVLAKTE

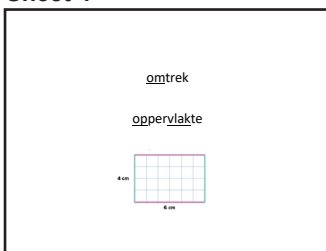
H13: OMTREK EN OPPERVLAKTE

DOELEN VAN DIT HOOFDSTUK:

- Leerlingen weten wat de begrippen 'omtrek' en 'oppervlakte' betekenen.
- Leerlingen kunnen de omtrek en oppervlakte van meest voorkomende vlakke figuren (vierkant, rechthoek, driehoek, trapezium, parallellogram, cirkel) berekenen en kennen bijbehorende formules
- Leerlingen begrijpen dat figuren met dezelfde omtrek een andere oppervlakte kunnen hebben. Ze begrijpen de betekenis van 1 cm².

H13.1 RECHTHOEKEN

Sheet 4

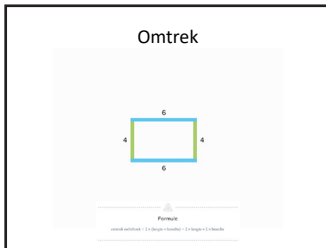


Je kunt het onderwerp introduceren met de volgende vragen:

Wat betekenen deze woorden? Wat denk jij als je naar de woorden kijkt?

Leerlingen geven eigen antwoorden, daarin kan de nadruk worden gelegd op de betekenis van 'om', 'op' en 'vlak'. Daarna kun je met de leerlingen expliciteren wat de termen betekenen.

Sheet 5



Leerlingen ontdekken zelf wat de omtrek is met de volgende vragen:

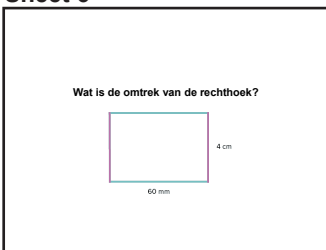
Wat valt je op aan rechthoek? Wat is de omtrek van deze rechthoek? En hoe denk je dat je algemeen de omtrek van een rechthoek uit kunt rekenen?

Leerlingen geven eigen antwoorden. Daaraan kun je aandacht besteden aan 'Zijden zijn 2 aan 2 even lang'.

Bij het nadenken over de formule kunt je deze eigenschap gebruiken om tot de verkorting van de formule te komen (lengte + lengte = 2 x lengte).

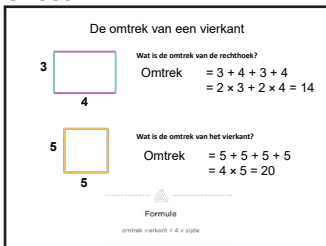
Daarna verschijnt de algemene formule.

Sheet 6



Leerlingen rekenen hier de omtrek uit. Het gaat erom dat ze ontdekken dat ze niet alleen op de getallen moeten letten, maar ook op de eenheden. Het ligt hier voor de hand om hier te rekenen met 4 cm en 6 cm. Maar rekenen met 40 mm en 60 mm is óók goed. Je kunt leerlingen laten zien dat beide manieren van rekenen 'hetzelfde' antwoord zullen geven.

Sheet 7



Hier kun je leerlingen na laten denken over de omtrek van een vierkant. Ze rekenen eerst de omtrek van een rechthoek uit. Daarna van een vierkant. Tot slot kun je met hen bespreken dat je de formule voor vierkanten kunt verkorten tot: omtrek = 4 x zijde.

Sheet 8

Oppervlakte van rechthoeken

De eenheid:

1 cm^2
 1 cm^2

2 cm^2 2 cm^2 2 cm^2
 1 cm^2 1 cm^2 1 cm^2
 3 cm^2 = 6 cm^2

Om de oppervlakte uit te kunnen rekenen introduceren we een maat voor oppervlakte: 1 cm^2 als de oppervlakte van een vierkant van 1 cm bij 1 cm . Afhankelijk van het niveau van de klas kun je bespreken dat 1 cm^2 ook een 'andere vorm' kan hebben. Vervolgens vraag je wat de oppervlakte is van de rechthoek van 2 cm bij 3 cm . Bij de muisklik kunt u de vakjes als antwoord tellen.

Sheet 9

Het kwadraat

...²

betekent dat je iets met zichzelf vermenigvuldigt:

$9^2 = 9 \times 9$
 $10005^2 = 10005 \times 10005$
getal² = getal \times getal

cm^2 betekent de oppervlakte van een vierkantje van 1 cm bij 1 cm

Dit is een intermezzo. Bij cm^2 is het kwadraat gebruikt. Wellicht kennen sommige leerlingen dat van de basisschool of van het vak wiskunde. Als ze dat nog niet kennen, kun je het kwadraat hier uitleggen. We gaan dit namelijk ook gebruiken voor de formules voor de oppervlakte van een vierkant én later cirkel.

Sheet 10

Oppervlakte berekenen

De oppervlakte is $1 \times 8 = 8$

De oppervlakte is $2 \times 8 = 16$

De oppervlakte is $3 \times 8 = 24$

Formule
oppervlakte rechthoek = lengte \times breedte
oppervlakte vierkant = zijde \times zijde \times zijde

Op deze slide kun je de link leggen tussen het tellen van de vakjes en het vermenigvuldigen van de zijden. De slide sluit weer af met de formules.

Sheet 11

Teken een rechthoek met een omtrek van 20 cm .
Probeer de oppervlakte zo groot mogelijk te maken.

omtrek = 20 cm

Als afsluitende opdracht kun je de leerlingen allemaal een rechthoek laten tekenen met een omtrek van 20 cm . De vraag is om de rechthoek zo te kiezen dat de rechthoek een zo groot mogelijke oppervlakte heeft. Je kunt er als het ware een wedstrijdje van maken.

Sheet 12

Welke rechthoeken hebben jullie?

Hier kun je de klas vragen welke rechthoek zij hebben gevonden. Je kun deze bijvoorbeeld verzamelen op het bord. Op de volgende slides kun je verder op doorgaan. Je kunt er ook voor kiezen om alleen de antwoorden te verzamelen, en er de uitgerekenen oppervlaktes achter te zetten, en zo de 'winnaar' aan te wijzen.

Sheet 13

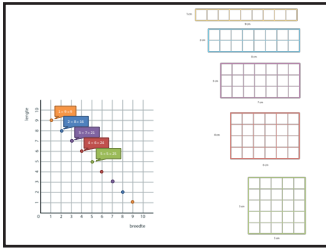
Welke rechthoeken hebben jullie?

In deze slide zetten we de antwoorden in een grafiek. We hebben op de slide alle mogelijke rechthoeken met gehele zijden afgebeeld. Je kunt de leerlingen vragen wie een bepaalde rechthoek heeft en met een van die leerlingen het punt op de grafiek bepalen.

Je kunt hier wijzen op de symmetrie: een rechthoek van 1 cm bij 9 cm kun je op twee manieren in de grafiek zetten. Of de rechthoek nu ligt of rechtop staat, het blijft dezelfde rechthoek. Als resultaat zien de leerlingen dat de punten op een schuine lijn liggen. Je kunt de leerlingen laten ontdekken dat lengte + breedte = 10 cm (de helft van de hele omtrek).

Je kunt ook bespreken dat er oplossingen zijn waarvan de zijden niet een geheel aantal cm is. En vragen of er leerlingen in de klas waren die zo'n rechthoek hadden gekozen. Ook deze kun je in de grafiek plaatsen.

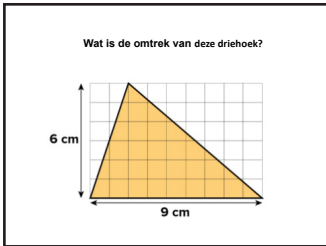
Sheet 14



In deze slide koppelen we de oppervlaktes aan de verschillende afmetingen. Daarbij laten we wederom de symmetrie zien. Op deze manier kunnen de leerlingen zien dat de rechthoek van 5 cm bij 5 cm de rechthoek met de grootste oppervlakte is. Je kunt hier bespreken dat een vierkant een bijzondere rechthoek is. Je kunt hier ook met de leerlingen filosoferen of ze zeker weten dat 25 de grootste oppervlakte is, of dat ze het idee hebben dat er een andere rechthoek te vinden is met een grotere oppervlakte (maar dan met zijden die niet gehele getallen zijn).

H13.1 RECHTHOEKEN

Sheet 16



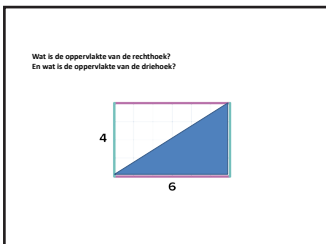
Hier kun je de leerlingen als introductie eerst zelf laten nadenken over hoe je de oppervlakte van een driehoek uit kunt rekenen.

Teken deze driehoek na in je schrift. Wat is de oppervlakte van deze driehoek? Hoe heb jij het aangepakt?

Mogelijke aanpakken van de leerlingen:

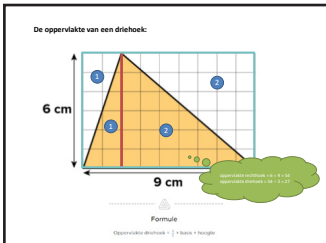
- Telstrategie – je kunt dit op het bord laten zien.
- Het opdelen van de driehoek in twee rechthoekige driehoeken – hier gaan we op de volgende slides op in.
- Een inklemstrategie – hier gaan we op de volgende slides op in.

Sheet 17



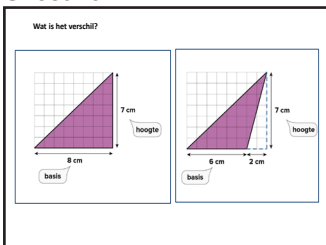
Op deze slide doen we een stap terug in complexiteit. De driehoek is duidelijk de helft van de rechthoek. Je kunt dit met de leerlingen verkennen. Voor de leerlingen met een telstrategie is het belangrijk om deze strategie als geavanceerder te erkennen.

Sheet 18



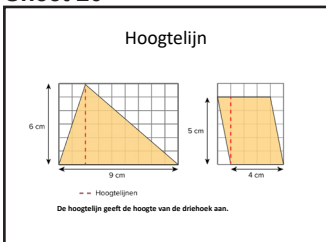
We zetten een stap verder. Dat de oppervlakte van de driehoek de helft is van de rechthoek is niet direct te zien. Daarvoor verdelen we de driehoek met de hoogtelijn in twee rechthoekige driehoeken. Je kunt deze stappen laten verschijnen met een muisklik. Tot slot kun je met de leerlingen op basis hiervan de formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden.

Sheet 19



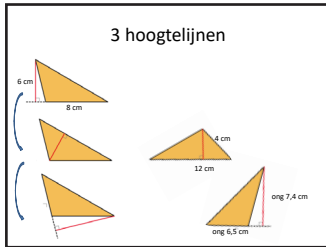
Een van de fouten die vaak met de formule van de oppervlakte van de driehoek wordt gemaakt is het verkeerd kiezen van de 'basis'. Daar wordt in deze slide aandacht aan besteed. De leerlingen kunnen zien dat de linker driehoek een grotere oppervlakte heeft. Dus wanneer de punt niet boven de basis ligt, moet je even opletten wat de basis van de driehoek is.

Sheet 20



Op deze slide besteden we aandacht aan de hoogte. Leerlingen leren dat je de hoogte in kunt tekenen met de hoogtelijn. De hoogtelijn kan zowel binnen als buiten de driehoek liggen. Je kunt met leerlingen bespreken wanneer dat laatste het geval is.

Sheet 21



De leerlingen hebben in de vorige slides geleerd dat bij een basis een hoogtelijn hoort. Je kunt elk van de drie zijden als de basis nemen. Dat betekent dat je de oppervlakte van de driehoek op 3 manieren uit kunt rekenen. Afhankelijk van de gegeven afmetingen maak je daar een geschikte keuze voor.

H13.1 RECHTHOEKEN

Sheet 23

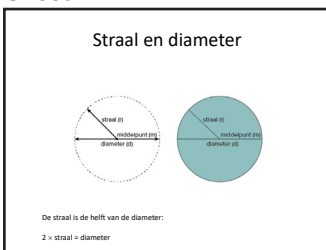


Deze les begint met een zogenaamde buy-in. Een vraag waar leerlingen zonder voorkennis hun vermoeden over het goede antwoord kunnen geven. De wiskunde helpt ze daarna het antwoord op de vraag te vinden.

Het is voor mensen heel moeilijk om oppervlakte en inhoud goed in te schatten. Bij inhoud wordt daar soms gebruik van gemaakt door hoge smalle verpakkingen te verkopen. We denken vaak dat die groter zijn dan ze in werkelijkheid zijn. Voor cirkels zie je dit effect terug bij het verkeerd gebruik van infographics.

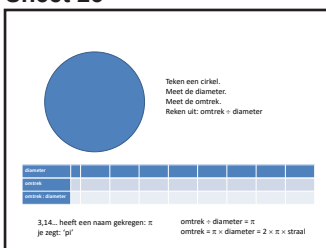
Je kunt hier als vervolgvraag de leerlingen vragen of ze denken dat het verschil in oppervlakte groot of klein zal zijn.

Sheet 24



Om te werken met de formules voor de omtrek en oppervlakte van een cirkel moeten leerlingen de termen *straal* en *diameter* kennen. We besteden hier ook aandacht aan de afkortingen die hiervoor vaak gebruikt worden: r en d . Dit omdat leerlingen die ook in het dagelijks leven tegen kunnen komen.

Sheet 25



Hier kun je met de leerlingen de omtrek van een cirkel verkennen. Je laat ze daarvoor allemaal (of per groepje) een cirkelvormig voorwerp kiezen. Ze kunnen ook zelf een cirkel tekenen. Vervolgens laat je ze de omtrek en diameter van deze cirkels bepalen. Ze ontdekken ook dat het meten van de omtrek nog niet zo makkelijk is. Je kunt de leerlingen de ruimte geven om zelf manieren te verzinnen om dit zo nauwkeurig mogelijk te doen. Hetzelfde geldt voor de diameter.

Strategieën die ze bijvoorbeeld kunnen gebruiken:

- Diameter: omtrek tekenen en de figuur doormidden vouwen
- Diameter: de afstand meten van rand tot rand en de liniaal net zo lang verschuiven totdat deze maximaal is
- Omtrek: touwtje om het voorwerp leggen
- Omtrek: beginstreepje zetten, daar beginnen met de 0 van de liniaal en de liniaal langzaam rond de cirkel bewegen.

Bij deze ontdekkingen kunt u een aantal kernideeën aanstippen zoals:

- De symmetrie van de cirkel en de diameter als symmetrie as
- De diameter als de langste rechte lijn van randpunt naar randpunt

Op het bord kun je in een tabel de uitkomsten verzamelen. Je laat ze daarvoor ook de verhouding tussen omtrek en diameter uitrekenen: $\text{omtrek} \div \text{diameter}$. Op deze manier kunnen de leerlingen ontdekken dat die altijd (ongeveer) hetzelfde is.


Sheet 26

π (pi)

3.1415926535897932384626
 4338327950288419716939937
 5105820949445923078164062
 8620899862803482534211706798
 214808651328230664709384460955
 058223175230440815348311745028410
 27019385211055596446229489549303819
 64433841075659933447128475648233786
 78316527120190914564856692346034861045432
 86482139370972045944141217214871906483151888
 1748815208206282625409771526154780208046011
 3207958022484651384486594511694320077086
 5730891903871881170893026119319511845624462399
 82708415045327270871276018281881786310210445
 85848208213848486247617191027190884810718028119
 289167624471818418448110884810718028119
 1748815208206282625409771526154780208046011
 3207958022484651384486594511694320077086
 5730891903871881170893026119319511845624462399
 82708415045327270871276018281881786310210445
 85848208213848486247617191027190884810718028119
 289167624471818418448110884810718028119

De conclusie van de vorige slide is dat de verhouding tussen omtrek en diameter telkens hetzelfde lijkt. Je kunt hier vertellen dat wiskundigen hebben laten zien dat dit inderdaad zo is. En dat ze het getal dat uit de berekening komt π hebben genoemd.

Sheet 27



Wat is de omtrek van deze cirkel?


Formule: $omtrek = 2 \times \pi \times \text{straal} = 2 \times \pi \times 5 = 31,4$

Wat is de oppervlakte van deze cirkel?

Formule: $oppervlakte = \pi \times \text{straal}^2 = \pi \times 5^2 = 78,5$

De formule voor de omtrek van de cirkel zouden leerlingen nu zelf moeten kunnen bedenken. Op deze slide kun je deze samen met de leerlingen bespreken. Daarnaast geven we de formule voor de oppervlakte van een cirkel. In het programma zullen we deze formules telkens bij de sommen geven. Maar het is handig als leerlingen deze formules toch uit hun hoofd gaan kennen.

Sheet 28



Oppervlakte hele munt: Diameter 23 mm, Oppervlakte = $\pi \times 11,5^2 = 415 \text{ mm}^2$

Oppervlakte uitje gat: Diameter 7,8 mm, Oppervlakte = $\pi \times 3,9^2 = 47,8 \text{ mm}^2$

Oppervlakte gips rand: Diameter 15,2 mm, Oppervlakte = $\pi \times 7,6^2 = 181,3 \text{ mm}^2$

Nu zijn leerlingen klaar om het antwoord op de vraag van het begin van de les uit te rekenen. De antwoorden verschijnen bij elke muisklik. Je kunt de leerlingen eerst vragen de oppervlakte uit te rekenen en daarna kun je het antwoord laten zien. De oppervlaktes schelen niet veel. Was dit wat de leerlingen aan het begin van de les verwachtten?