

Hukum Newton pada Aliran Fluida

Application of Newton's Second Law to a Flowing Fluid

Hukum II Newton pada Aliran Fluida

Application of Newton's Second Law to a Flowing Fluid

Acuan

- Young, D.F., Muncon, B.R., Okiishi, T.H., Huebsch, W.W., 2011, *A Brief Introduction to Fluid Mechanics*, 5th Edition, J. Wiley & Sons, Inc., NJ.
 - Chapter 2, pp. 69-73

Hukum Fisika Dasar untuk Mekanika Fluida

- Konservasi massa

- massa suatu benda/zat adalah kekal (tidak berubah terhadap waktu)
- dalam bahasa matematis, kekekalan massa dituliskan sbb.

$$m = \text{konstan} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = 0$$

- diferensial massa terhadap waktu
 - perubahan massa terhadap waktu
 - laju perubahan massa terhadap waktu (*time rate of change of mass*)
 - gradien massa
-
- notasi diferensial sebaiknya tidak dibaca sebagai “turunan”

Hukum II Newton

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

↓
↓
↓
↓
↓

percepatan gerak, $LT^{-2} \rightarrow$ vektor
massa, $M \rightarrow$ skalar
gaya, $MLT^{-2} \rightarrow$ vektor

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

percepatan adalah laju perubahan kecepatan gerak terhadap waktu

“Bila resultan gaya yang bekerja pada suatu benda tidak sama dengan nol, maka benda tersebut mengalami percepatan gerak searah gaya. Percepatan berbanding lurus dengan gaya dan berbanding terbalik dengan massa.”

Gerak Fluida

- Gerak fluida → aliran fluida
 - Hukum II Newton → gaya yang bekerja pada partikel fluida sama dengan massa partikel fluida dikalikan dengan percepatan gerak partikel fluida

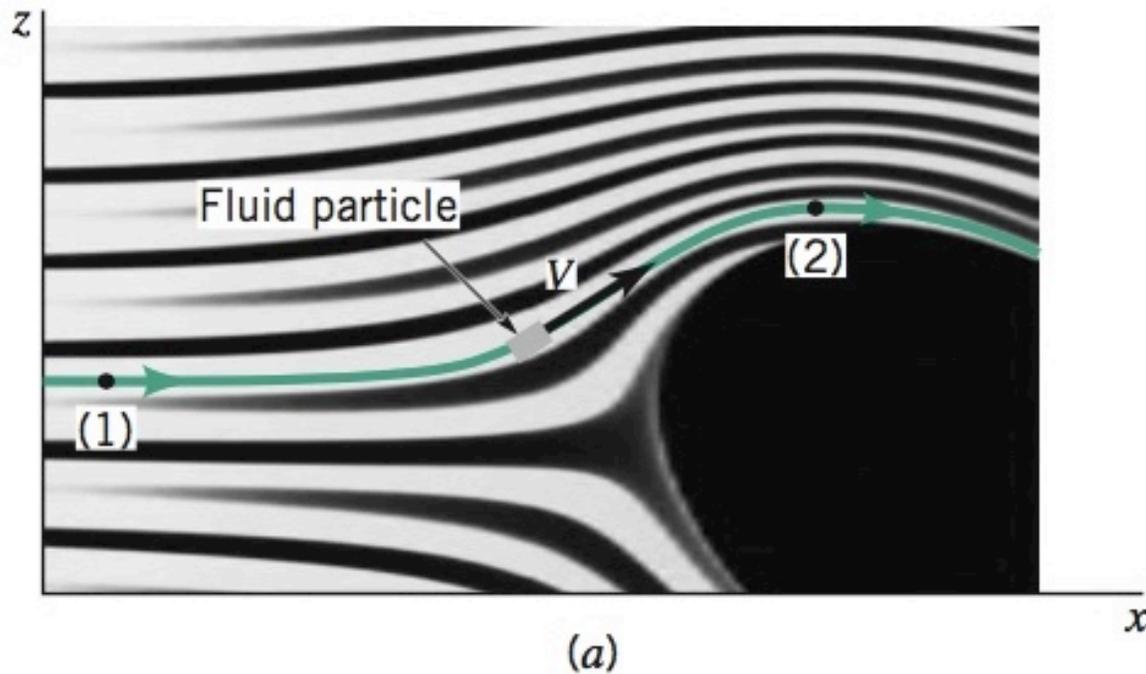
$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} (m\vec{V})$$

- Yang dibahas dalam kuliah saat ini adalah kasus sederhana
 - Gerak fluida ideal, yaitu fluida yang tidak memiliki kekentalan (*inviscid fluid*)
 - Gerak fluida dipengaruhi hanya oleh gaya gravitasi dan tekanan
 - Aplikasi Hukum II Newton pada partikel fluida ideal ini menyatakan bahwa:

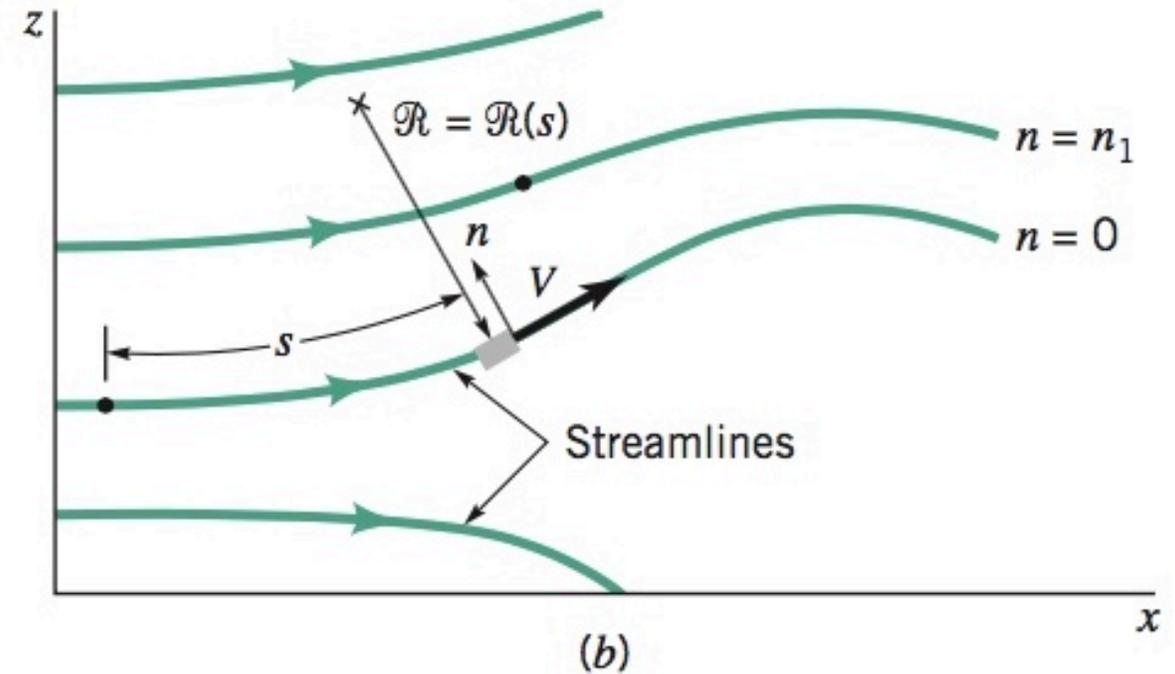
(gaya tekanan yang bekerja pada partikel) + (gaya gravitasi yang bekerja pada partikel) =
(massa partikel) × (percepatan gerak partikel).

Gerak Fluida

- Gerak fluida ideal (*inviscid fluid motion*)
 - dalam bidang xz (aliran 2-dimensi)
 - aliran permanen, aliran tunak (*steady flow*)

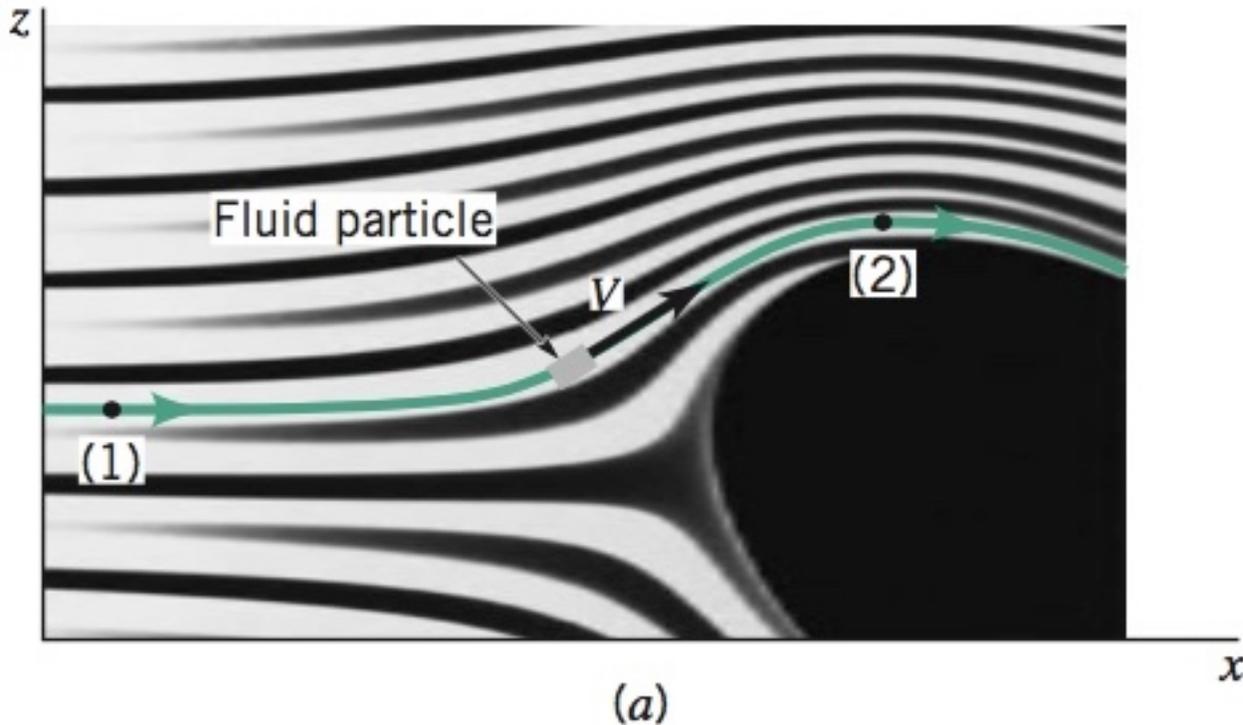


Aliran fluida dalam bidang xz



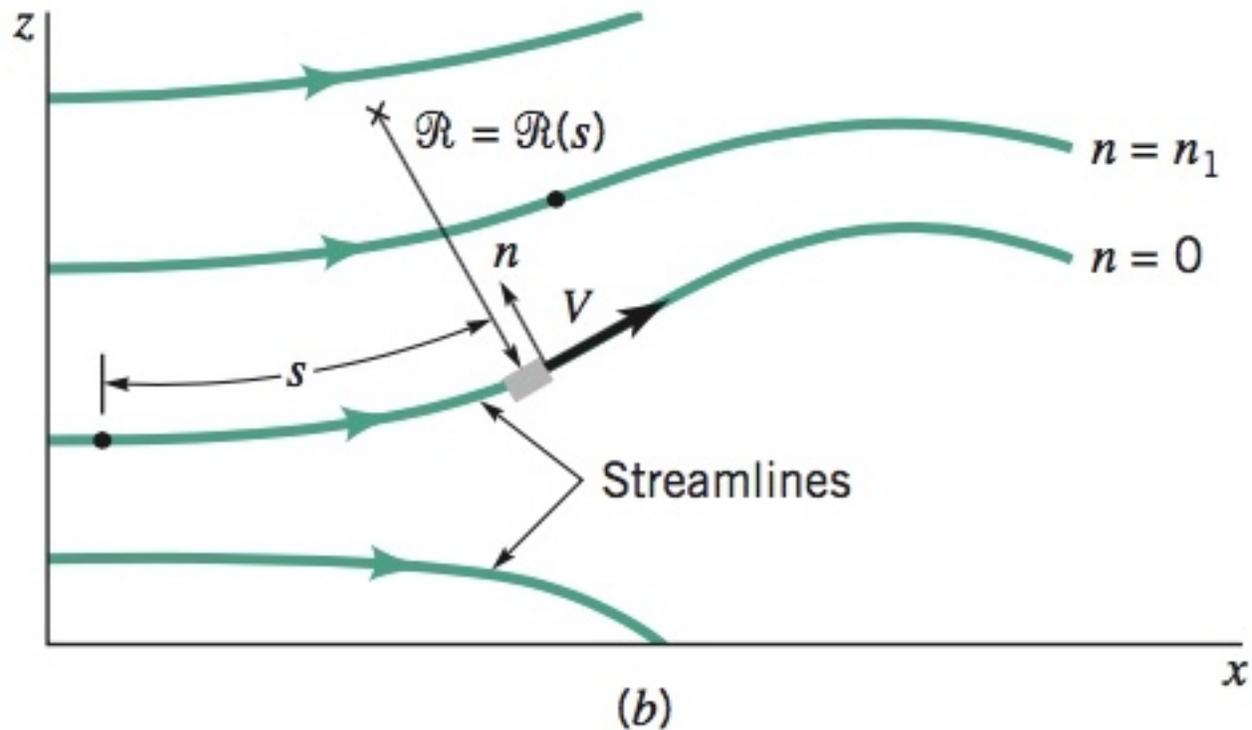
Kurva aliran (*streamline*)

Gerak Fluida



- Gerak partikel fluida dideskripsikan oleh kecepatan gerak partikel; kecepatan adalah besaran vektor.
- Partikel bergerak menurut alur tertentu.
 - Bentuk alur ditentukan oleh kecepatan gerak partikel.
- Pada aliran permanen, aliran tunak (*steady flow*)
 - *Steady flow*: di suatu titik dalam aliran, tidak ada yang berubah terhadap waktu; kecepatan di titik itu konstan terhadap waktu.
 - Vektor kecepatan selalu berimpit dengan garis singgung alur aliran.
 - Garis-garis yang berimpit dengan vektor kecepatan membentuk kurva aliran (*streamlines*).

Gerak Fluida



- Gerak partikel fluida di sepanjang kurva aliran dideskripsikan oleh dua parameter, yaitu posisi atau jarak s yang diukur dari suatu titik pusat koordinat dan radius kelengkungan kurva aliran R di titik tinjauan.
 - $s = s(t) \rightarrow$ posisi partikel pada waktu t
 - $R = R(s) \rightarrow$ radius kelengkungan garis aliran di s
- Posisi atau jarak partikel berkaitan dengan kecepatan gerak partikel, $V = ds/dt$.
- Radius kelengkungan berkaitan dengan bentuk kurva aliran.
- Selain koordinat global, (x,z) , koordinat lokal (s,n) sering pula dipakai untuk mendeskripsikan ruang.

Gerak Fluida

- Percepatan gerak aliran fluida

- Percepatan adalah laju perubahan kecepatan terhadap waktu

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

- Percepatan dapat didekomposisikan menjadi dua komponen

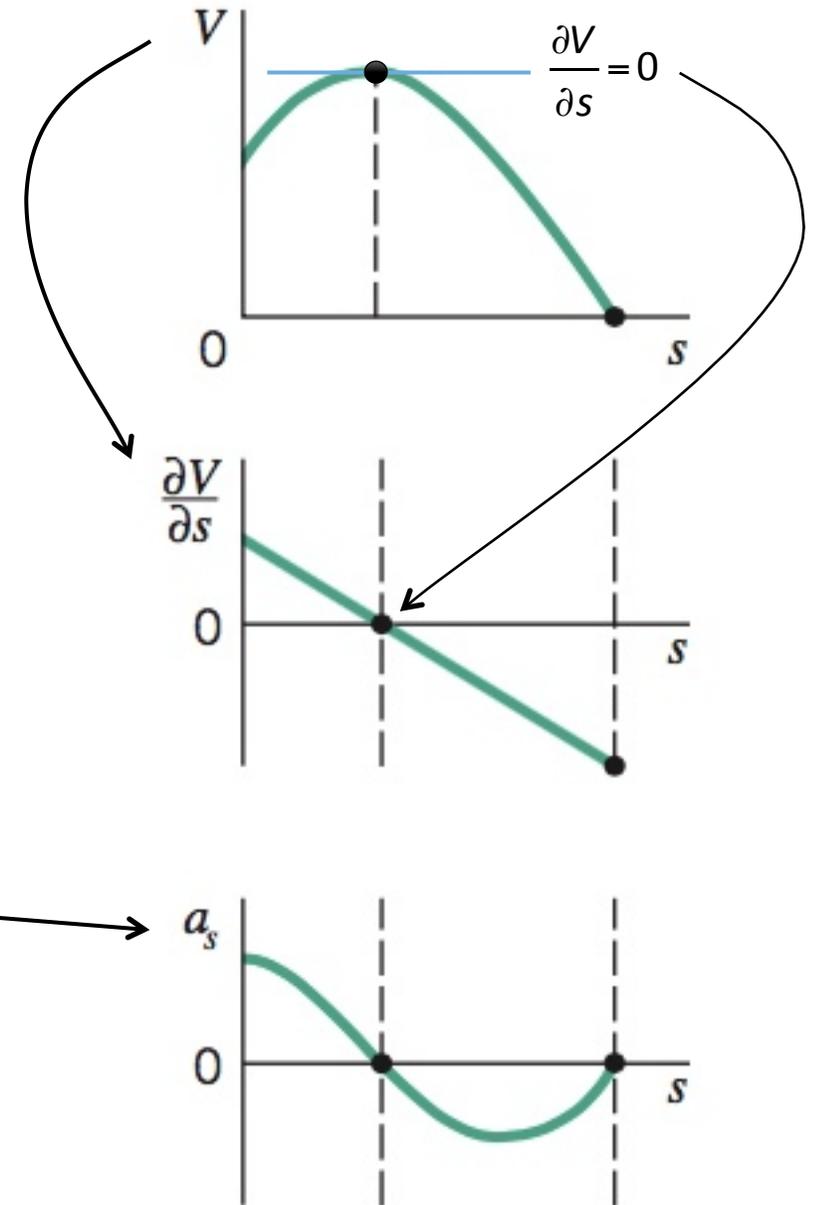
- percepatan arah s
- percepatan arah n

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s} \frac{ds}{dt}$$

\downarrow
 $\frac{ds}{dt} = V$

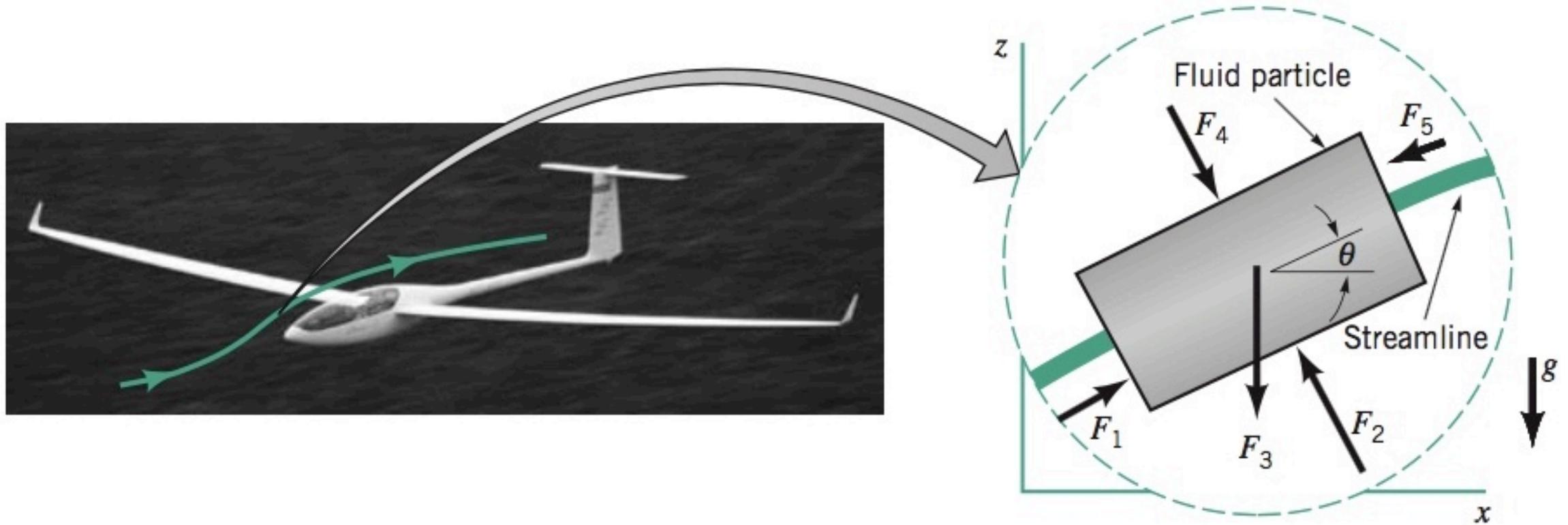
$$a_s = \frac{dV}{dt} = \left(\frac{\partial V}{\partial s} \right) V$$

$$a_n = \frac{V^2}{R}$$



Hukum II Newton

- Ditinjau sebuah elemen partikel fluida dalam aliran
 - Ukuran elemen partikel $\delta s \times \delta n \times \delta y$ (δy tegak lurus bidang gambar)



Hukum II Newton

- Komponen gaya searah kurva aliran, F_s

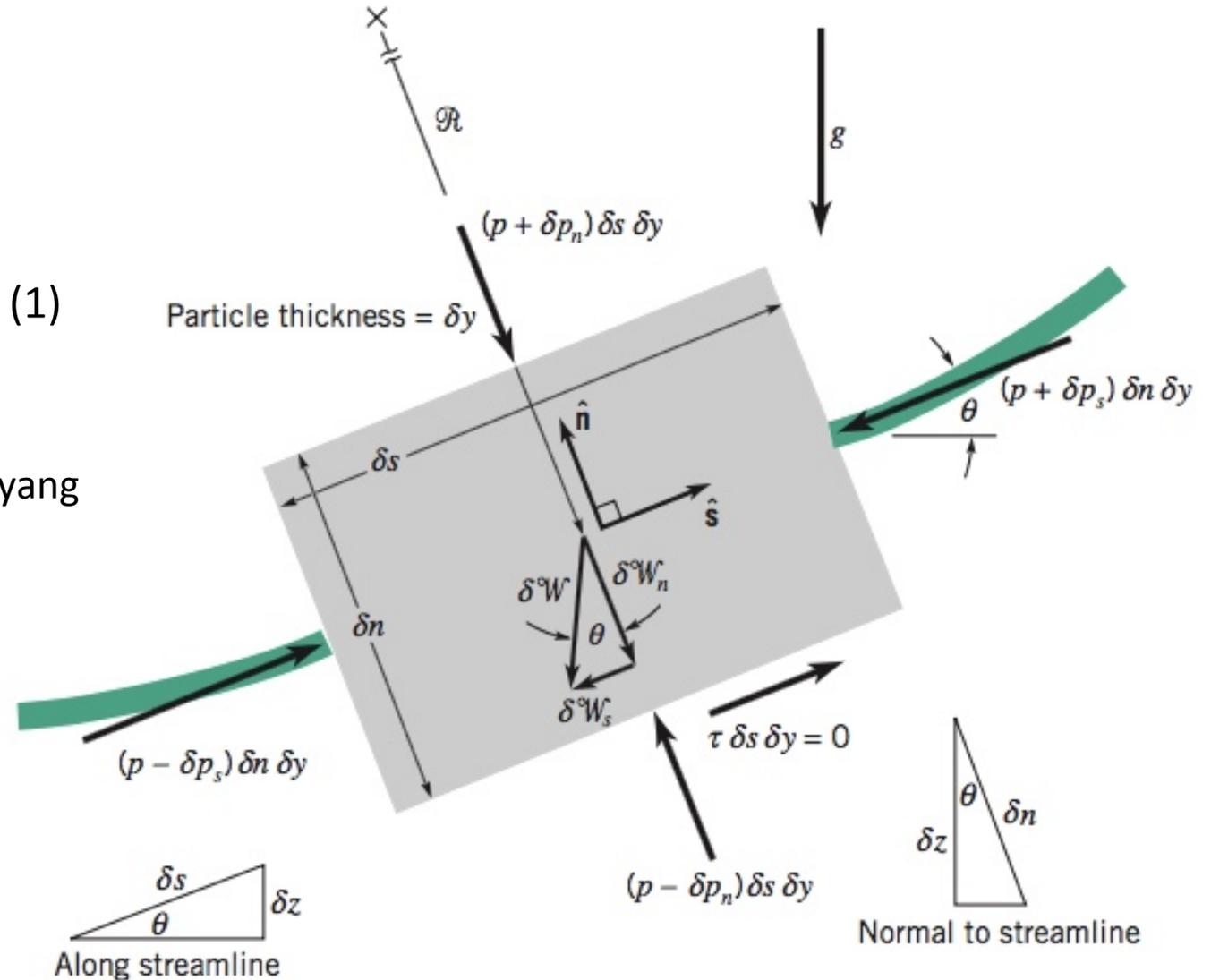
$$\sum \delta F_s = \delta m a_s = \delta m V \frac{\partial V}{\partial s} = \rho \delta \mathcal{V} V \frac{\partial V}{\partial s} \quad (1)$$

↓
jumlah komponen gaya-gaya pada arah s yang bekerja pada partikel fluida

$\delta m = \rho \delta \mathcal{V}$ massa partikel

$\delta \mathcal{V} = \delta s \delta n \delta y$ volume partikel

$V \frac{\partial V}{\partial s} = a_s$ percepatan gerak partikel pada arah s



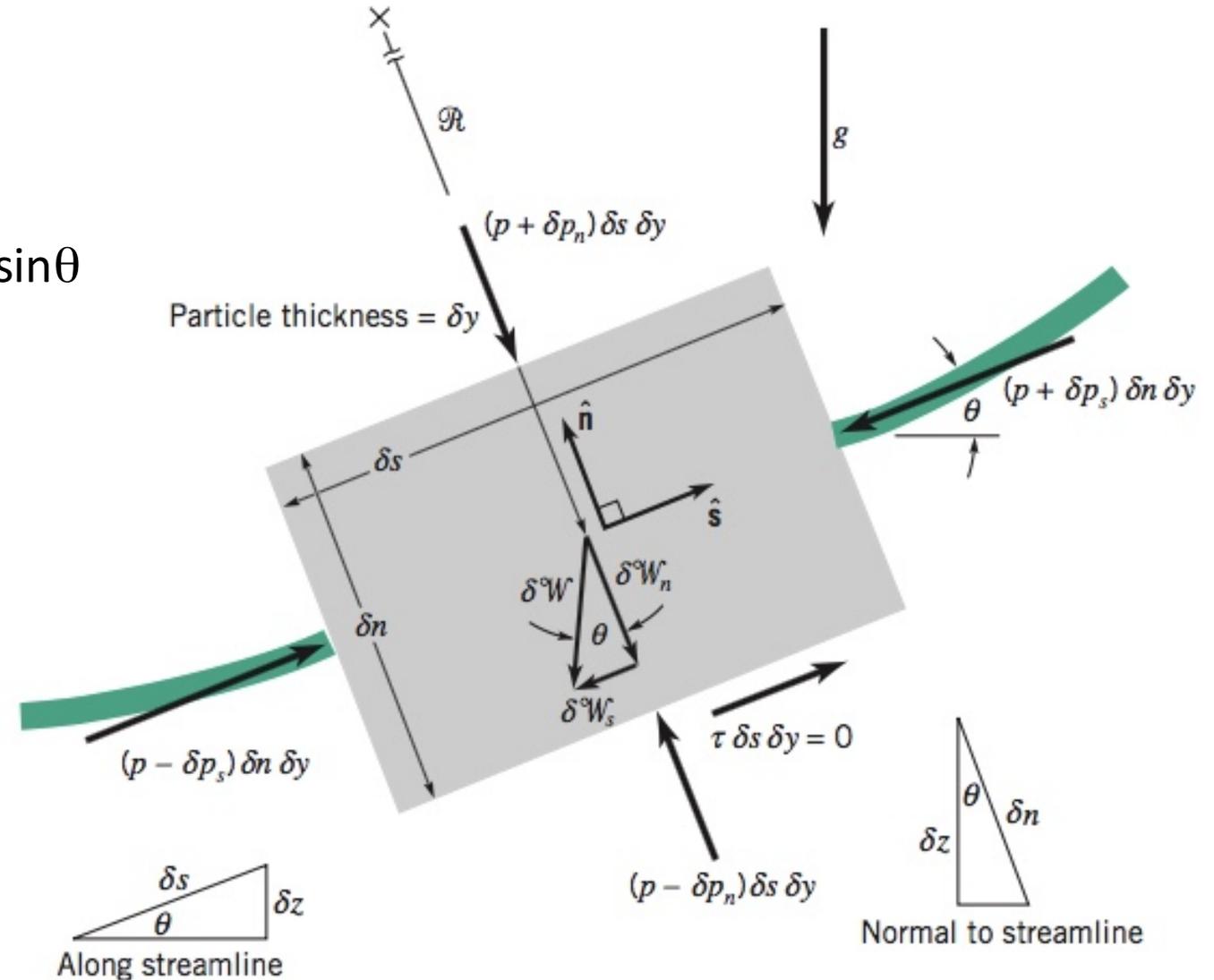
Hukum II Newton

- Gaya gravitasi searah kurva aliran, W_s

$$\delta W_s = -\delta W \sin\theta = -\gamma \delta V \sin\theta = -\rho g \delta V \sin\theta$$



komponen gaya gravitasi pada arah s yang bekerja pada partikel → bobot partikel



Hukum II Newton

- Gaya tekanan searah kurva aliran, F_{ps}
 - Jika tekanan di titik pusat partikel adalah p , maka tekanan pada bidang tegak lurus kurva aliran di pangkal dan ujung elemen partikel fluida adalah $p - \delta p$ dan $p + \delta p$.
 - Untuk ukuran partikel yang sangat kecil:

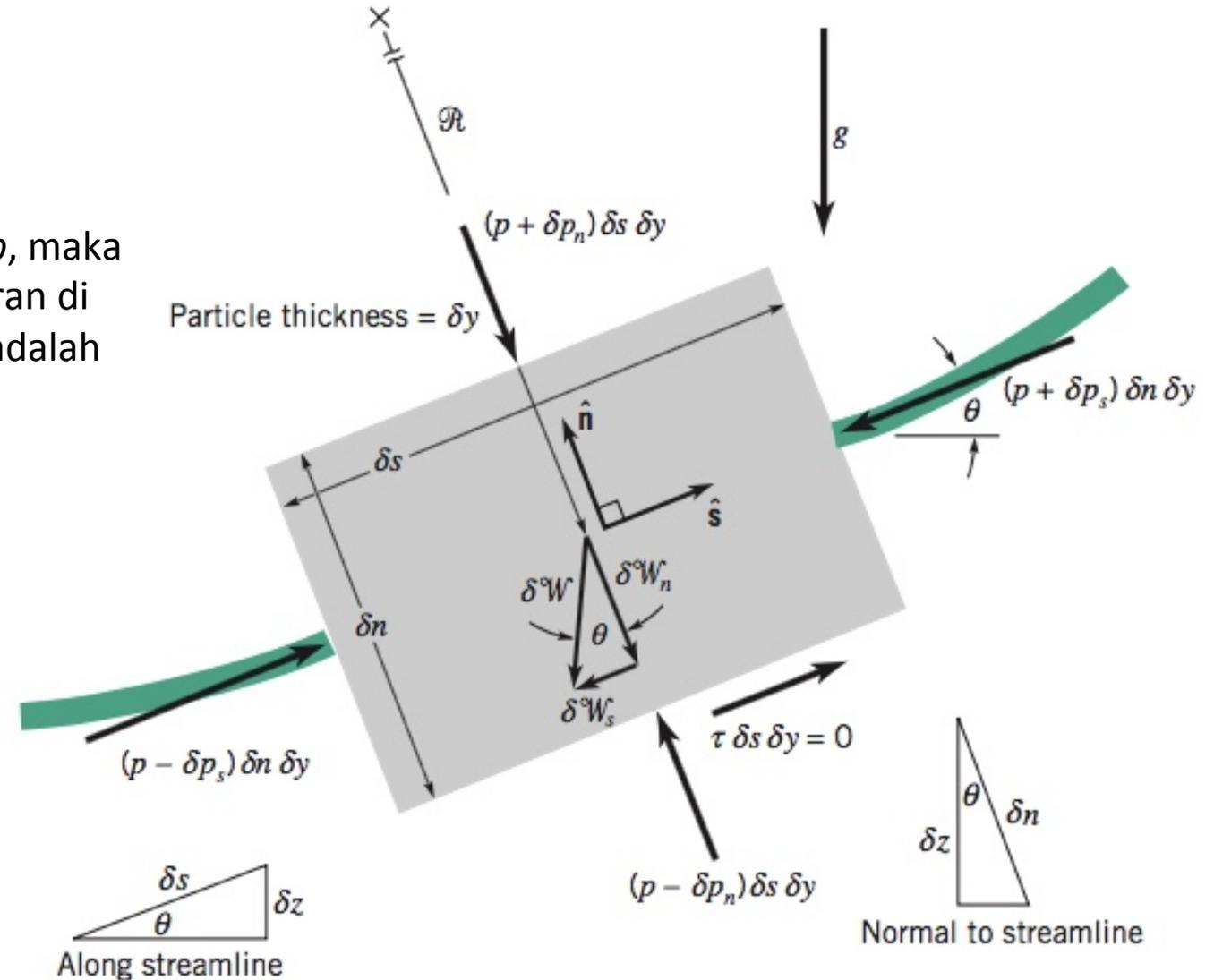
$$\delta p_s \approx \frac{\partial p}{\partial s} \frac{\delta s}{2}$$

$$\delta F_{ps} = (p - \delta p_s) \delta n \delta y - (p + \delta p_s) \delta n \delta y$$

$$= -2\delta p_s \delta n \delta y$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial s} \delta s \delta n \delta y = -\frac{\partial p}{\partial s} \delta V$$

komponen gaya tekanan pada arah s yang bekerja pada partikel



Hukum II Newton

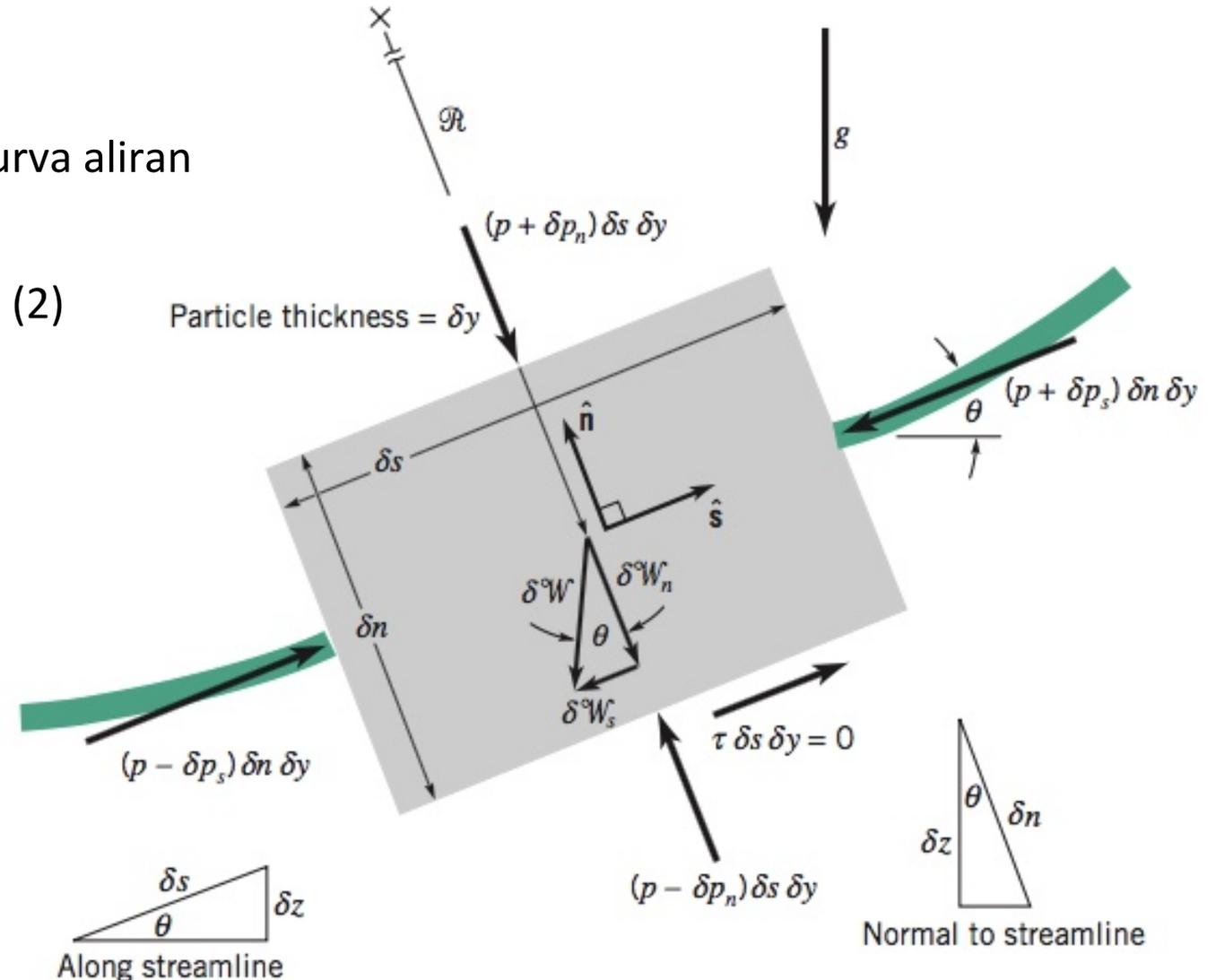
- Jumlah gaya berat dan tekanan searah kurva aliran

$$\sum \delta F_s = \delta W_s + \delta F_{ps} = \left(-\gamma \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial s} \right) \delta V \quad (2)$$

- Kombinasi Pers (1) dan (2):

$$\underbrace{-\gamma \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial s}} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s}$$

perubahan kecepatan gerak partikel fluida merupakan akibat kombinasi gaya berat dan gaya tekanan

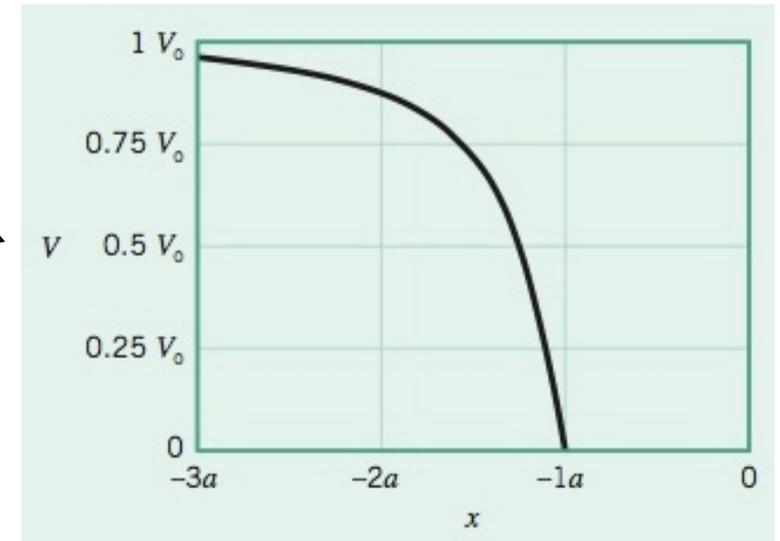
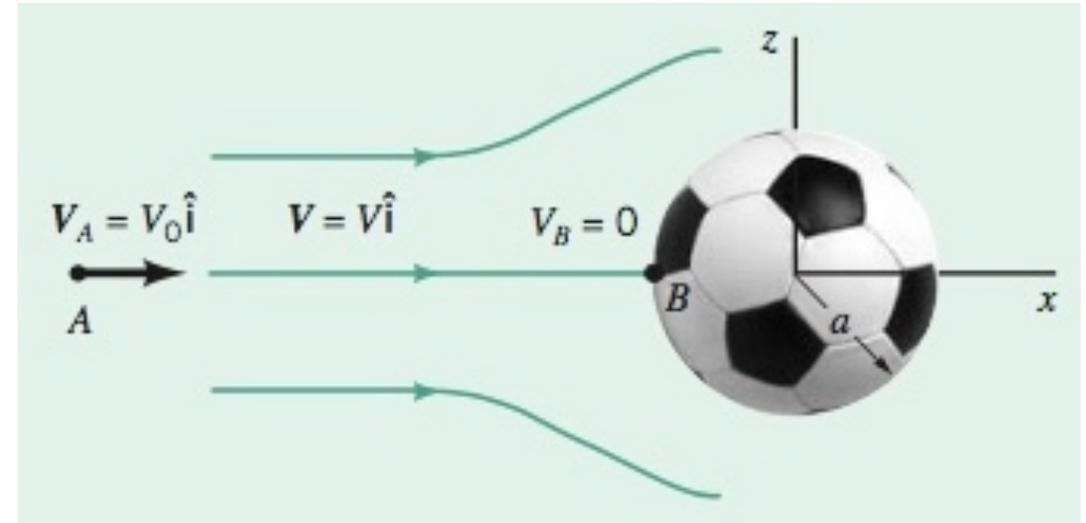


Contoh Soal

- Diketahui
 - Fluida ideal (*inviscid fluid*) tak-mampat (*incompressible fluid*) mengalir secara permanen alias tunak (*steady flow*) menuju ke sebuah bola yang memiliki radius a .
 - Teori tentang aliran di sekitar bola menyatakan bahwa persamaan kecepatan aliran adalah sbb.

$$V = V_0 \left(1 + \frac{a^3}{x^3} \right)$$

- Hitunglah
 - Perubahan tekanan di sepanjang kurva aliran dari A yang berada jauh dari bola ($x_A = -\infty$, $V_A = V_0$) ke B di permukaan bola ($x_B = -a$, $V_B = 0$)



Contoh Soal

Pada aliran permanen fluida ideal berlaku persamaan aliran di sepanjang kurva aliran sbb.

$$-\gamma \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial s} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s}$$

Di sepanjang kurva aliran A-B, $s = x$ dan $\theta = 0 \rightarrow \sin \theta = 0$.
Persamaan aliran menjadi:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho V \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$V = V_0 \left(1 + \frac{a^3}{x^3} \right) \longrightarrow V \frac{\partial V}{\partial x} = V_0 \left(1 + \frac{a^3}{x^3} \right) \left(-\frac{3V_0 a^3}{x^4} \right) = -3V_0^2 \left(1 + \frac{a^3}{x^3} \right) \frac{a^3}{x^4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{3\rho V_0^2 a^3}{x^4} \left(1 + \frac{a^3}{x^3} \right)$$

$$p_{A-B} = \int_{-\infty}^x \frac{3\rho V_0^2 a^3}{x^4} \left(1 + \frac{a^3}{x^3} \right) dx$$

$$p_{A-B} = 3\rho V_0^2 \int_{-\infty}^x \left(\frac{a^3}{x^4} + \frac{a^6}{x^7} \right) dx = 3\rho V_0^2 \left(\underbrace{-\frac{a^3}{3x^3} - \frac{a^6}{6x^6}}_{x=-\infty \Rightarrow \ll \rightarrow C=0} \right) + C$$

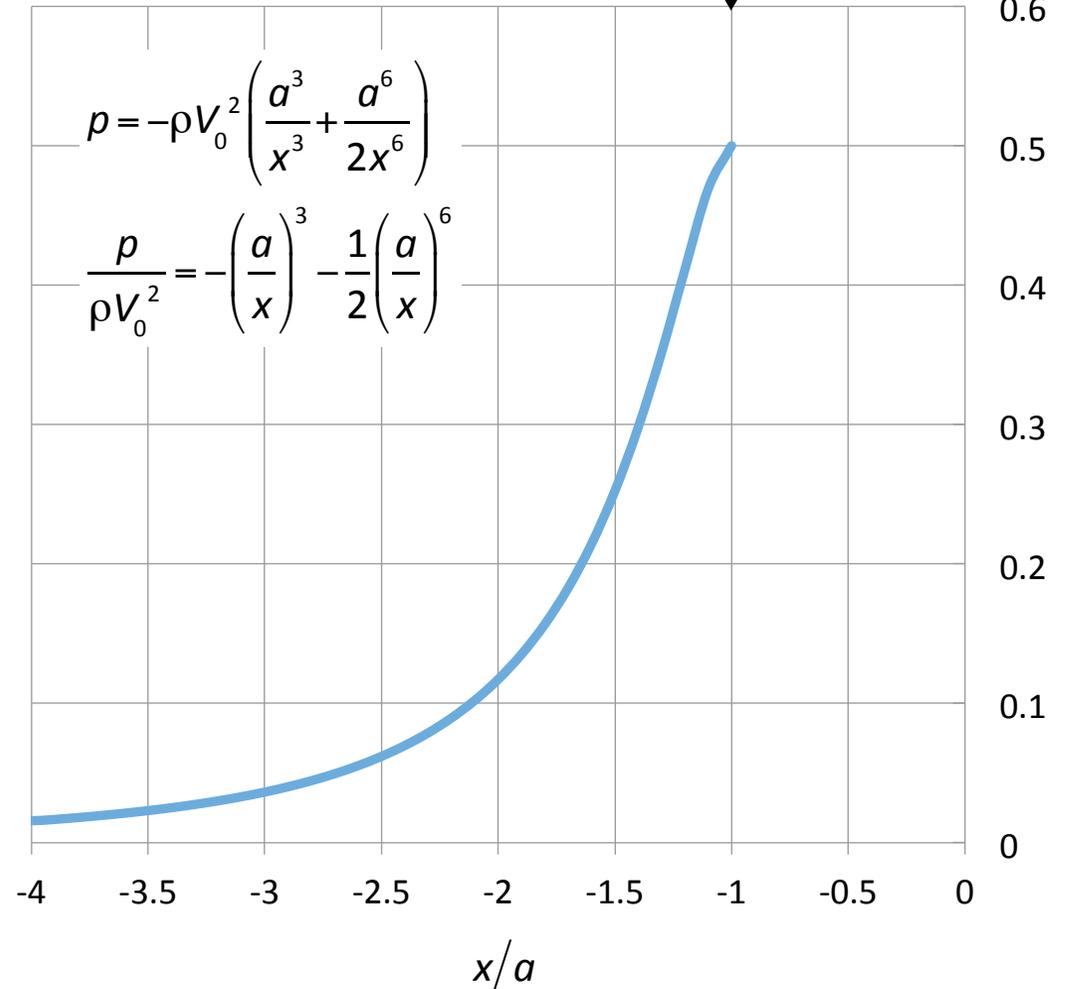
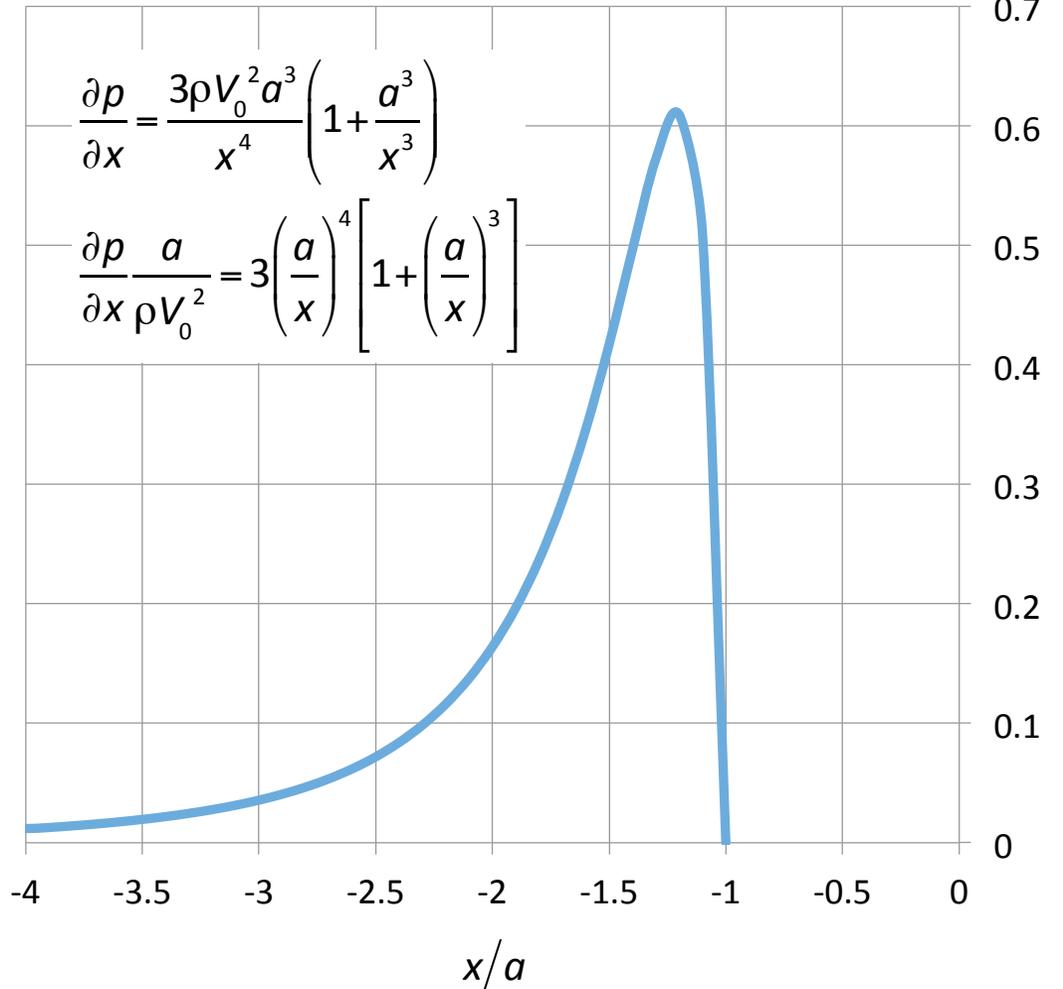
$$p_{A-B} = -\rho V_0^2 \left(\frac{a^3}{x^3} + \frac{a^6}{2x^6} \right)$$

Syarat batas:

$$x = -\infty \Rightarrow p = 0$$

Contoh Soal

Titik B: titik henti aliran (*stagnation point*),
tekanan di B mencapai maksimum.



Hukum III Newton pada Fluida Diam

Application of Newton's Third Law to Fluid at Rest

Hukum III Newton pada Fluida

Hukum III Newton

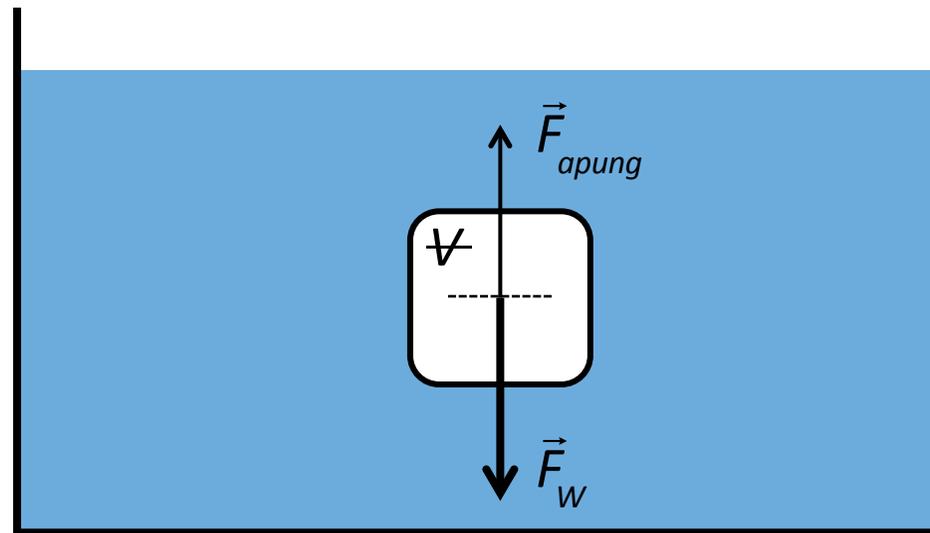
“Setiap gaya yang ditimbulkan oleh benda pertama pada benda kedua, pada saat bersamaan akan menyebabkan timbulnya gaya oleh benda kedua pada benda pertama; kedua gaya tersebut memiliki magnitude yang sama besar, namun memiliki arah berlawanan.”

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

Ingat kembali ...

Prinsip Archimedes

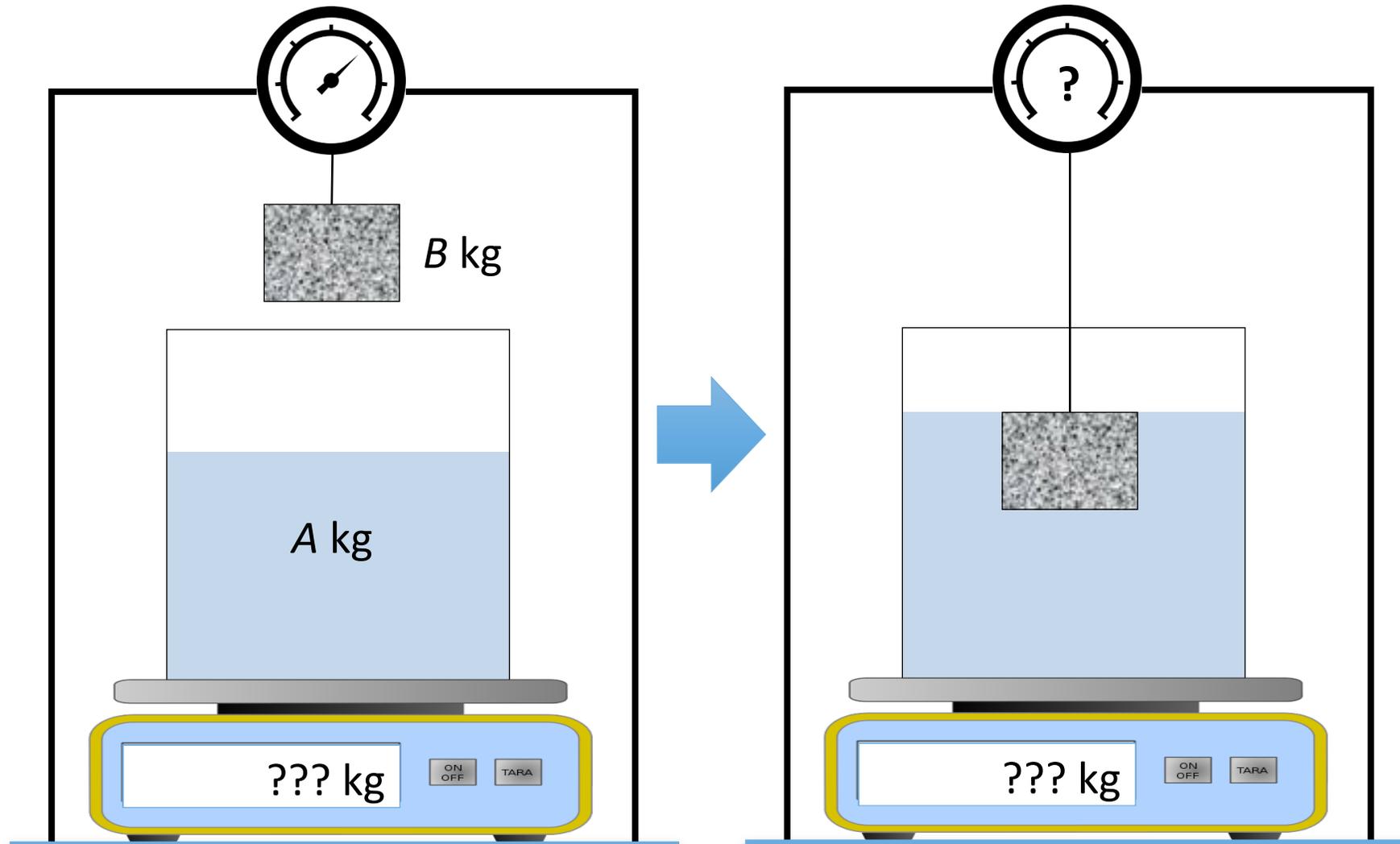
“Magnitude gaya apung yang ditimbulkan oleh fluida pada suatu benda yang dicelupkan dalam fluida sama besar dengan bobot fluida yang dipindahkan benda tersebut.”



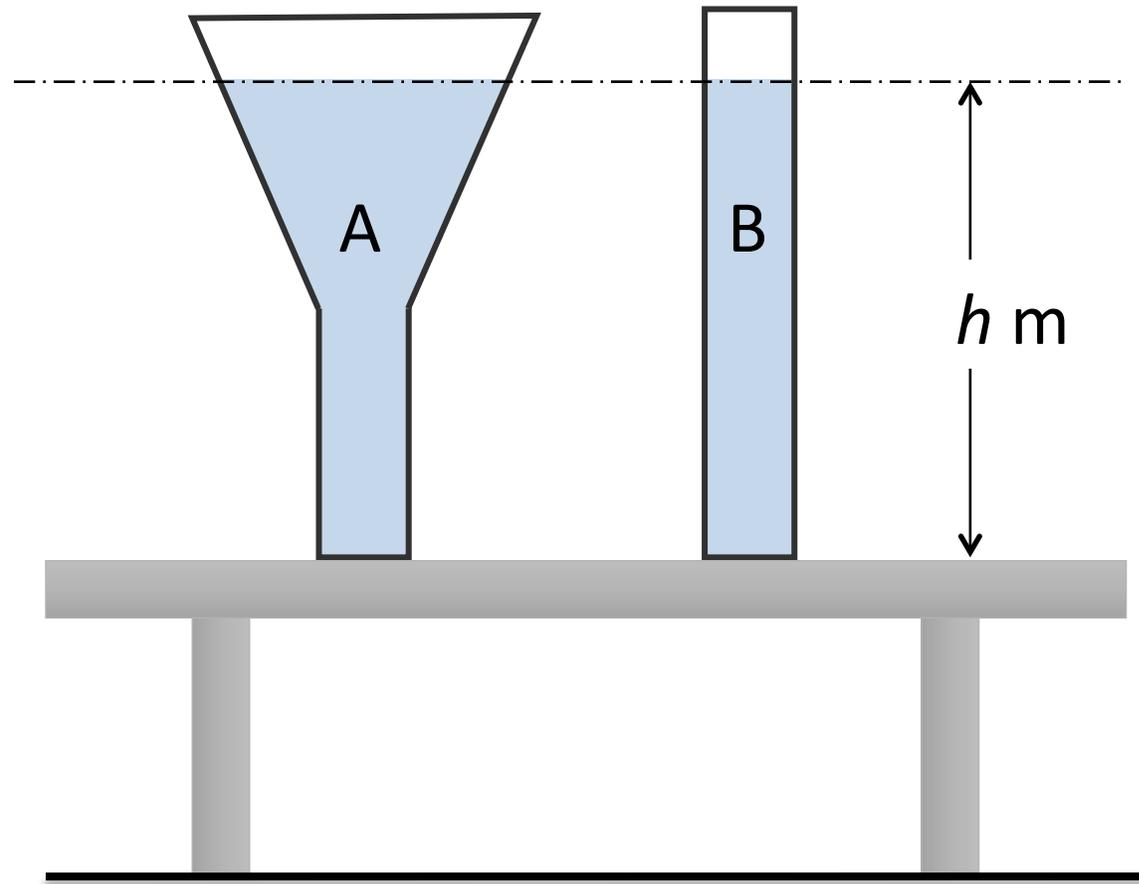
$$\vec{F}_W = m_{benda} \vec{g} = \rho_{benda} \forall \vec{g}$$

$$\vec{F}_{apung} = m_{fluida} \vec{g} = \rho_{fluida} \forall \vec{g}$$

Berapa angka yang ditunjukkan neraca?



1. Berapa tekanan di dasar bejana?



2. Berapa tekanan yang bekerja pada meja?

Terima kasih