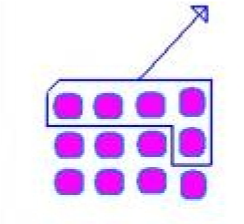
La soustraction

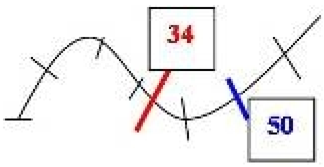
Les trois sens de la soustraction

Il y a 3 manières de concevoir la soustraction. Il est préférable de les aborder simultanément et non les unes derrière les autres.

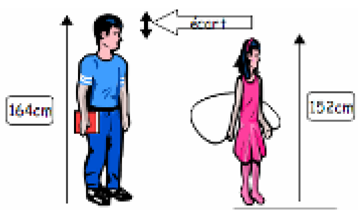
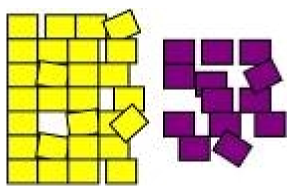
Le sens « enlever » : *j'utilise la soustraction pour calculer le reste d'une quantité d'objets.*

Un paquet de bonbons contient **12** bonbons. Léa en donne **5** à sa soeur. 	Christophe avait ***52*** billes et il en perd ***18*** pendant la récréation. Combien lui en reste-t-il ? 	*Ce sens est rapidement compris des élèves, et permet d'introduire facilement le signe **-**.* *Pour obtenir le résultat, l'élève peut dessiner des images et en barrer ou bien, s'il effectue un réel calcul, décompter (12, 11, 10). Il y est d'autant plus invité qu'on trouve dans l'énoncé la présence de mots inducteurs « donne » « perd ».* *Ce sens est particulièrement adapté lorsqu'on enlève peu.*
12 – 5 = 7 Il reste 7 bonbons	**52 – 18 = 44** Il reste 44 billes	

Le sens « pour aller à » : *j'utilise la soustraction pour calculer un complément ou ce qui manque*

Stéphanie avait 34 images. Sa maman lui en donne d'autres. Stéphanie a maintenant 50 images. Combien d'images lui a données sa maman ? 	J'ai 25 € pour acheter un jeu vidéo qui coûte 42€. Combien me manque t-il ? 	*Le sens « pour aller à » est bien adapté à la compréhension des problèmes arithmétiques nécessitant de chercher ce qu'on a ajouté ou de chercher une partie connaissant le tout et l'autre partie.* *Du point de vue du calcul, ce sens facilite la recherche du résultat d'une soustraction dans le cas où on enlève beaucoup. Une recherche sur bande numérique est adaptée.*
34 pour aller à 50	42 – 25 = **17** Il me **manque 17 €**	

Le sens « écart » : *j'utilise la soustraction pour calculer un écart ou une différence.*

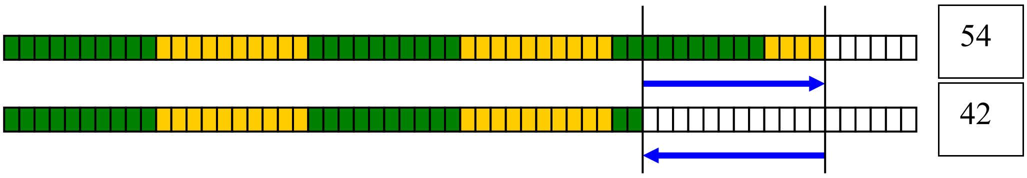
Paul et Ingrid comparent leurs tailles Paul mesure 164 cm et Ingrid 152 cm. 	Antoine a 13 images et Lucas a 28 images. Qui a le plus d'images ? Combien en a- t-il en plus ? 	*Le sens différence ou écart intervient dans des problèmes de comparaison.* *Rien, dans ce type d'énoncé n'invite à la soustraction.* *On peut transformer le problème en une situation d'égalisation : ex : combien faut-il donner d'images à Antoine pour qu'il en ait autant que Lucas ?* *On se rapproche alors de la situation « pour aller à »*
Je peux calculer : 164 – 152 = 12 Entre Paul et Ingrid, **il y a 12 cm d'écart.**	13 pour aller à 28 28 – 13 = 15	

Préalables à la soustraction posée

► Un travail sur le sens dès la GS : la manipulation sur des petites quantités (j'ai 6 objets, j'en retire 4)

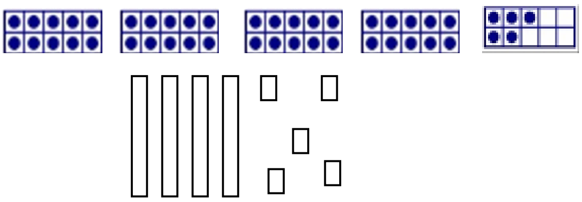
► L'utilisation de la piste numérique dans le sens « avancer » et « reculer »

Pour calculer 54 – 42 je peux compter en avançant à partir de 42 ou compter en reculant à partir de 54

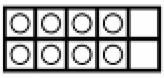
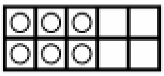
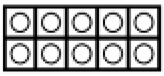
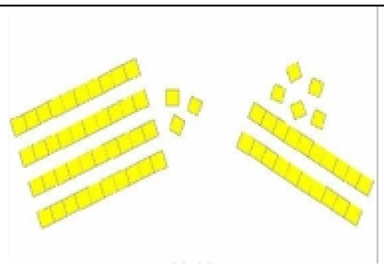
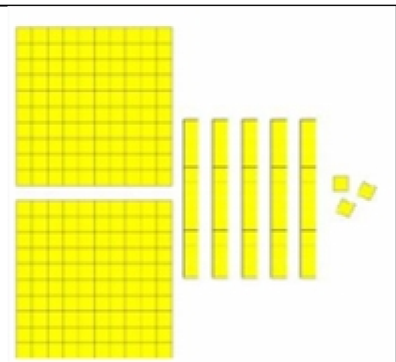


► L'usage régulier d'un matériel de numération adapté (centaines, dizaines, unités) et le codage des résultats

- La représentation des nombres (en utilisant le codage de la numération décimale et pas seulement le dénombrement de collections)

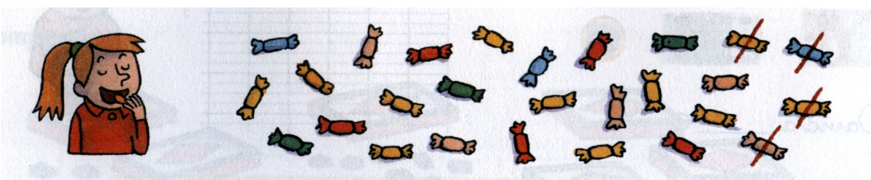
Ex : représenter le nombre 45 

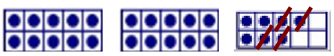
- La résolution de situations soustractives en utilisant le matériel et ses représentations (sans retenues puis avec retenues)

Barre pour calculer des différences	Trouver le résultat de 68 - 25	Comment utiliser le matériel pour trouver le résultat de 253 - 79
 7 - 3 = ___  8 - 2 = ___  6 - 4 = ___  10 - 5 = ___		

► La résolution de problèmes soustractifs simples liant les écritures schématiques et chiffrées

Julie a 27 bonbons. Elle en mange 4.



 **27 – 4 = 23**

► Des jeux d'échanges : jeu de la caissière (rendre la monnaie sur une somme donnée avec pièces et billets)

Le choix de la technique opératoire

Le choix d'une technique conditionne l'apprentissage

Extraits : Le calcul posé à l'école élémentaire, document d'accompagnement, programmes 2002

L'apprentissage d'une technique usuelle de la soustraction est plus difficile que celui de l'addition, pour plusieurs raisons :
- il existe plusieurs techniques possibles dont les fondements ne reposent pas sur les mêmes principes ni, par conséquent, sur les mêmes connaissances ;
- les différences ou les compléments élémentaires (relevant des tables) sont souvent moins disponibles que les sommes ;

Le choix de l'une des techniques conditionne les étapes de l'apprentissage, dans la mesure où les connaissances et les compétences préalables que doivent maîtriser les élèves varient d'une technique à l'autre.
Les seules connaissances communes concernent :
- les équivalences entre unités, dizaines, centaines
- une maîtrise suffisante des résultats des tables d'addition (compléments et différences).

Comme pour l'addition, il est important de ne pas dissocier dans le temps l'étude des cas « sans retenue » et des cas « avec retenue », afin de ne pas générer l'idée qu'un traitement séparé des chiffres de même valeur suffit toujours.

Extraits de travaux de Pierre EYSSERIC - IUFM d'Aix-Marseille - http://peysseri.perso.neuf.fr/

Quels que soient les choix effectués, dans une école donnée, il n'y aura qu'une seule technique opératoire de référence ; en proposer une autre comme outil de différenciation ne sera pas en général pertinent. C'est dans le registre du calcul réfléchi qu'on insistera sur la variété des procédures pour calculer (sans la poser) le résultat d'une soustraction.

Des procédures de recherche mais une technique pour l'opération posée

Les élèves vont apprendre à :

- résoudre un problème relevant d'une situation soustractive par la technique de leur choix (dessin, schéma, utilisation du matériel, de la droite numérique, surcomptage en avançant ou en reculant, retour à la table d'addition, calcul mental)

- effectuer une soustraction selon une méthode imposée par l'enseignant

Conseils
L'apprentissage de la technique opératoire ne peut être dissocié de celui de la numération et de la résolution de problèmes additifs et/ou soustractifs, qui donnent du sens aux techniques de calcul.

Donner aux élèves des outils de vérification (qui pourront différer en fonction de la technique utilisée) :
-L'addition
-Le saut de puces en avançant ou en reculant,
-L'habitude de vérifier le résultat (est-il inférieur au nombre de départ ?)
-L'utilisation du calcul réfléchi comme outil de contrôle des résultats obtenus par le calcul posé

Trois techniques pratiquées : justification, avantages et inconvénients

Roland Charnay - formateur à l'IUFM de Lyon et co-responsable du groupe de recherche Ermel

Le choix de l'une de ces techniques par l'enseignant suppose une conscience claire des justifications qui sous-tendent chacune d'elles de façon à adapter les étapes de l'apprentissage.
Le calcul s'effectue toujours de droite à gauche. Exemple : 753 – 85.

Première technique : une autre écriture du premier terme

Méthode par cassage : on casse une barre de dizaine, une plaque de centaine
Méthode par emprunt : on s'appuie sur la numération décimale et la règle d'échange 10 contre 1

	7	~~5~~	3
-		8	5

1 dizaine → 10 unités

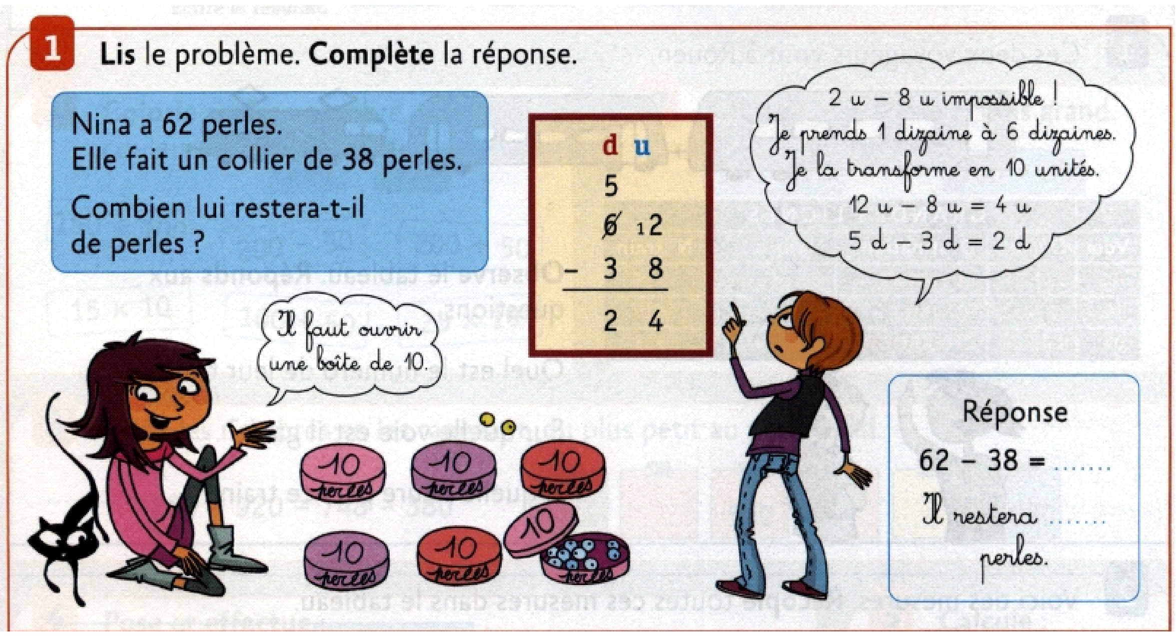
	~~7~~	4	13
-		8	5
			8

1 centaine → 10 dizaines

	6	14	13
-		8	5
	6	6	8

De 3 unités, on ne peut pas soustraire 5 unités. On échange donc 1 dizaine contre 10 unités. On considère maintenant 4 dizaines et 13 unités. On peut alors soustraire 5 unités de 13 unités ; résultat : 8 unités. Le même processus est repris pour soustraire 8 dizaines…	On transforme l'opération. Cette technique est la plus simple à comprendre, car elle est fondée sur la seule connaissance des principes de la numération décimale, élaborée dès le CP. Elle présente l'inconvénient de nombreuses surcharges pour des calculs du type 4 003 – 1 897.

Exemple : Vivre les maths – CE1 – Nathan – p 122



Seconde technique : équivalence entre soustraction et recherche du complément

Méthode par addition : addition à trous dont on renverse l'écriture et le calcul

-	7	5	3
		8	5

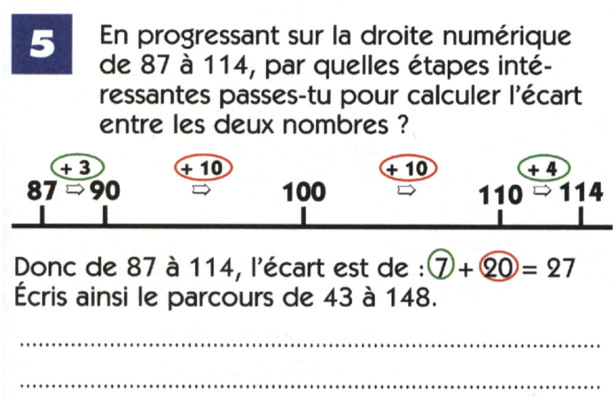
	7	5	3
-		8	5
	1	1	
	6	6	8

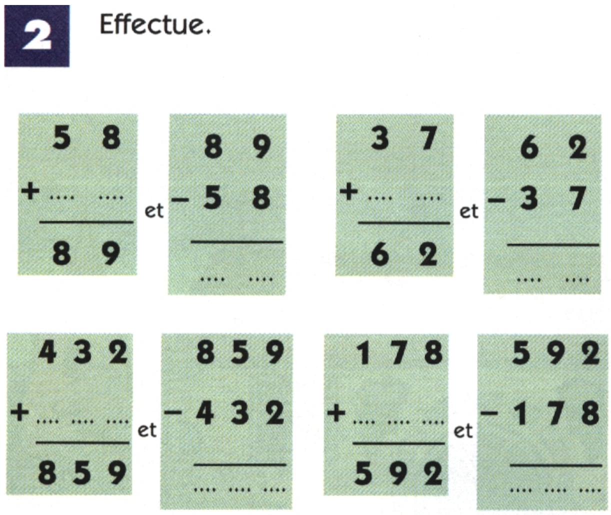
Addition à trou correspondante

		8	5
+	?	?	?
	7	5	3

Le calcul de 753 – 85 est équivalent à celui de 85 + … = 753. C'est donc le calcul de cette addition lacunaire qui va être réalisé. Le seul nombre à un chiffre qui ajouté à 5 donne un résultat terminé par 3 est 8 (table d'addition) 5 + 8 = 13. On retrouve le « 3 » des unités et il faut écrire « 1 » comme retenue au rang des dizaines. L'addition lacunaire se poursuit au rang des dizaines : que faut-il ajouter à 9 (8 + 1) pour obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 5 ? Réponse : 6, car 9 + 6 = 15, avec retenue de « 1 » au rang des centaines…	Cette technique présente l'avantage de n'être qu'une adaptation d'une technique connue (celle de l'addition), La difficulté réside dans le fait que le lien entre addition à trous et soustraction est loin d'être évident pour l'élève. Un préalable est d'avoir compris que des problèmes qui parlent d'ajouter, de gagner, de mettre ensemble deux collections, … peuvent être résolus à l'aide d'une soustraction. Sinon le passage de l'une à l'autre risque d'être un jeu d'écriture sans justification.

Exemple : A nous les maths - Sedrap – CE1





Une approche avec le sens « pour aller à » et une équivalence soustraction = addition à trous

Problème : le manuel CE2 reprend la méthode traditionnelle à retenue

Troisième technique : invariance d'une différence par ajout simultané d'un même nombre aux deux termes de la soustraction.

Méthode de base française qui repose sur la propriété (peu évidente en cycle 2)
a – b = (a + c) – (b + c)

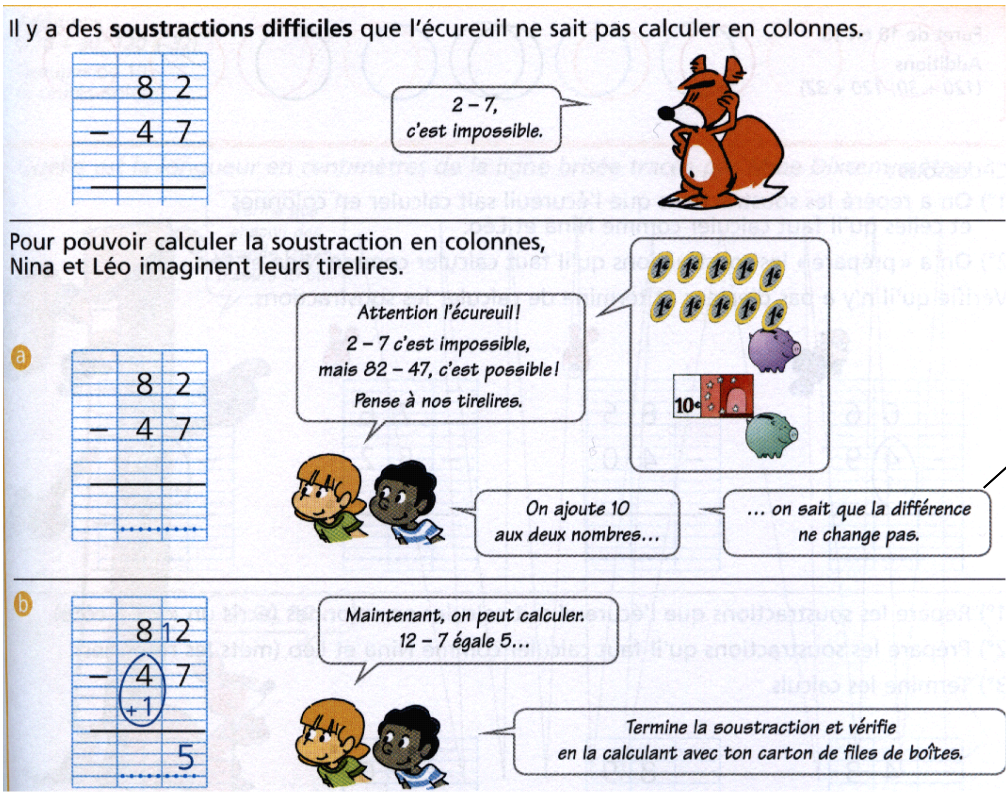
-	7	5	3
		8	5

-	7	5	13
		8	5
		+1	
			8

-	7	15	13
		8	5
	+1	+1	
	6	6	8

De 3 unités, on ne peut pas soustraire 5 unités. On choisit d'ajouter 10 unités au 1er terme et de considérer 13 unités. Pour ne pas changer la différence, il faut aussi ajouter 10 unités au 2e nombre : on le fait sous la forme d'1 dizaine. Etc. A signaler : il y a ajout simultané des 10 unités et de la dizaine (puis de 10 dizaines et d'une centaine). On ne peut donc pas parler de retenue.	C'est la plus utilisée en France et pourtant c'est la plus difficile, car elle repose sur une propriété que les élèves maîtrisent tardivement (conservation de l'écart entre deux nombres) Elle pose le problème récurrent de la confusion entre la « retenue » affectée aux unités et celle affectée aux dizaines, avec des positions différentes. De plus les échanges ne sont pas visibles. Un fois maîtrisée, elle semble la plus rapide.

Exemple : J'apprends les maths 2009 – Retz – CE1- p 77

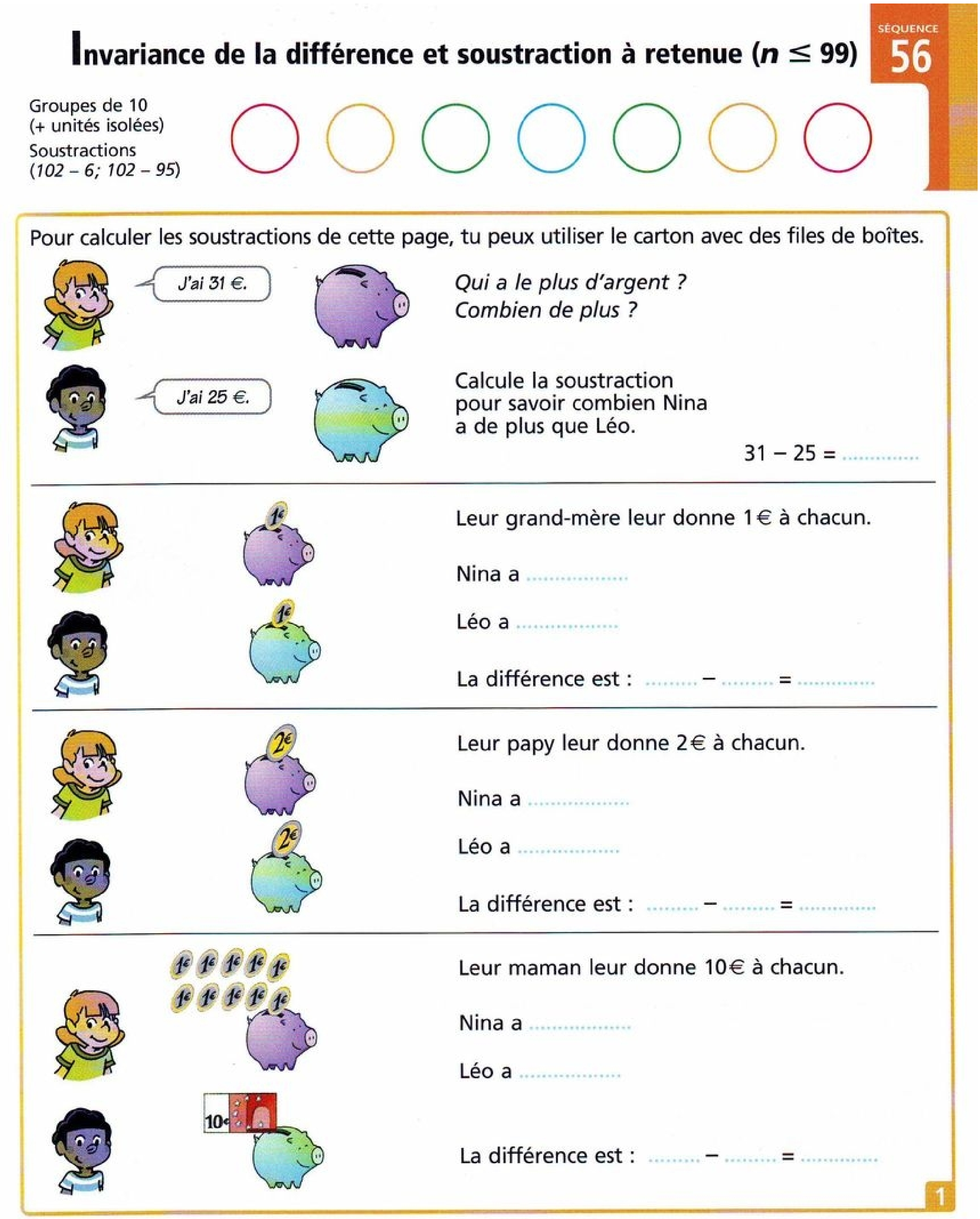


Remarque

Cette procédure demande un travail préalable sur les équivalences
Exemples : Retz, CE1 ; Bordas, CE2 …

Même approche chez : Hachette (A portée de maths), Hatier (cap maths), Nathan (Millemaths), Magnard (La tribu des maths), Bordas (Place aux maths) …

J'apprends les maths - RETZ CE1



SÉQUENCE 56

Invariance de la différence et soustraction à retenue ($n \leq 99$)

Groupes de 10
(+ unités isolées)
Soustractions
(102 – 6; 102 – 95)

Pour calculer les soustractions de cette page, tu peux utiliser le carton avec des files de boîtes.

J'ai 31 €.

J'ai 25 €.

Qui a le plus d'argent ?
Combien de plus ?

Calcule la soustraction pour savoir combien Nina a de plus que Léo.

31 – 25 = ...

Leur grand-mère leur donne 1 € à chacun.

Nina a ....

Léo a ....

La différence est : .... – .... = ...

Leur papy leur donne 2 € à chacun.

Nina a ....

Léo a ....

La différence est : .... – .... = ...

Leur maman leur donne 10 € à chacun.

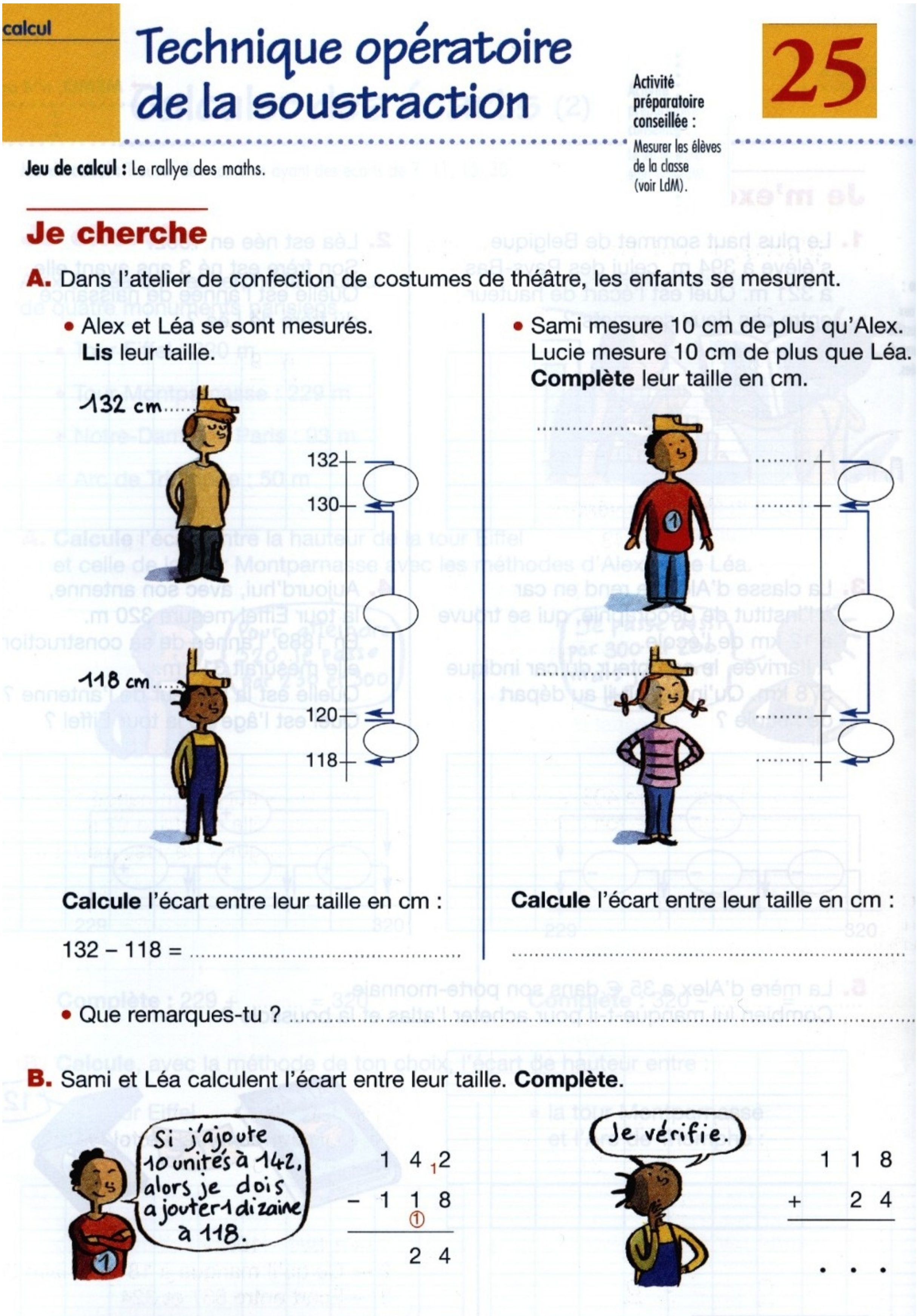
Nina a ....

Léo a ....

La différence est : .... – .... = ...

1

Place aux maths – Bordas CE2



calcul

Technique opératoire de la soustraction

25

Activité préparatoire conseillée : Mesurer les élèves de la classe (voir LdM).

Jeu de calcul : Le rallye des maths.

Je cherche

A. Dans l'atelier de confection de costumes de théâtre, les enfants se mesurent.

- Alex et Léa se sont mesurés. **Lis** leur taille.

132 cm......

118 cm......

132

130

120

118

- Sami mesure 10 cm de plus qu'Alex. Lucie mesure 10 cm de plus que Léa. **Complète** leur taille en cm.

Calcule l'écart entre leur taille en cm :

132 − 118 = ...

Calcule l'écart entre leur taille en cm :

....

- Que remarques-tu ? ....

B. Sami et Léa calculent l'écart entre leur taille. **Complète.**

$$\begin{array}{r} 1\;4\;{}_{1}2 \\ -\;1\;1\;8 \\ \hline 2\;4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\;1\;8 \\ +\;\;2\;4 \\ \hline .\;.\;. \end{array}$$

Soustraction des nombres décimaux

Comme dans le cas de l'addition, le travail sur la technique posée de la soustraction de deux nombres décimaux peut être envisagé dès qu'une première compréhension de l'écriture à virgule des nombres décimaux est en place, travail toujours axé sur la justification de la technique.

Une difficulté particulière apparaît pour le calcul de différences comme 703,2 – 87,56 : elle se traduit souvent par le fait que des élèves écrivent « 6 » au rang des centièmes dans le résultat. Pour conduire correctement le calcul, il est nécessaire de considérer que l'absence de chiffre des centièmes dans 703,2 peut aussi être traduite par la « présence » de 0 à partir de l'égalité **703,2 = 703,20.**

Le but visé est d'amener les élèves à prendre conscience que la soustraction des décimaux fonctionne comme celle des entiers, moyennant un alignement (en colonne) des chiffres des unités ;

Le tableau de numération peut constituer un référent utile, à condition qu'il ne devienne progressivement qu'évoqué.

C	**D**	**U**	**1/10**	**1/100**	**1/1000**
7	0	3	2	**0**	
	8	7	5	6	

	7	**10**	**13**	**,**	**12**	**10**
-		**8**	**7**	**,**	**5**	**6**
	1	**1**	**1**		**1**	
	6	**1**	**5**	**,**	**6**	**4**

703,2 = 703,20

Un aide mémoire pour l'élève peut comporter :

► Des exemples de situations illustrant les **trois sens** de la soustraction. Ce travail peut s'accompagner de la recherche des mots inducteurs.

Enlever *(ce qui reste)*	La distance entre Brest et Rennes est de 220 km. Une voiture part de Brest et s'arrête à Morlaix. Le compteur marque alors 52 km. Combien de km reste t-il à parcourir pour arriver à Rennes ?
Pour aller à *(ce qui manque)*	J'ajoute 15 feuilles dans mon classeur. Maintenant, j'ai 45 feuilles. Combien avais-je de feuilles au départ ? J'ai 25 € pour acheter un jeu vidéo qui coûte 42€. Combien me manque t-il ?
Comparer *(écart, différence)*	Dans l'école, il y a 112 garçons et 127 filles. Combien y a-t-il de filles en plus ? Combien y a-t-il de garçons en moins ?

► Le rappel de la **technique opératoire** (en lien avec la méthode retenue par l'équipe des maîtres)

► Un ou des exemples d'opérations posées avec des indications sur la présentation à respecter
Traits à la règle

Ecriture du signe -
Un chiffre par ligne ou par colonne
L'alignement des chiffres de même valeur (décimaux)

Je pose

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 13 & 16 \\ - & & 4 & 9 \\ & +1 & +1 & \\ \hline & 0 & 8 & 7 \end{array}$$

Je vérifie en posant une addition

$$\begin{array}{cccc} & +1 & +1 & \\ & & 4 & 9 \\ + & & 8 & 7 \\ \hline & 1 & 3 & 6 \end{array}$$

Je pose et je n'oublie pas de compléter le nombre décimal par des « 0 » si besoin

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 13 & 16 & , & 5 & 10 \\ - & & 4 & 9 & , & 3 & 7 \\ & +1 & +1 & & & +1 & \\ \hline & 0 & 8 & 7 & , & 1 & 3 \end{array}$$