INFERENSI DENGAN KETIDAKPASTIAN

PERTEMUAN 9

Diema Hernyka Satyareni, M.Kom

Kompetensi Dasar

- Mahasiswa dapat menerapkan inferensi dengan ketidakpastian dalam Sistem Intelegensia

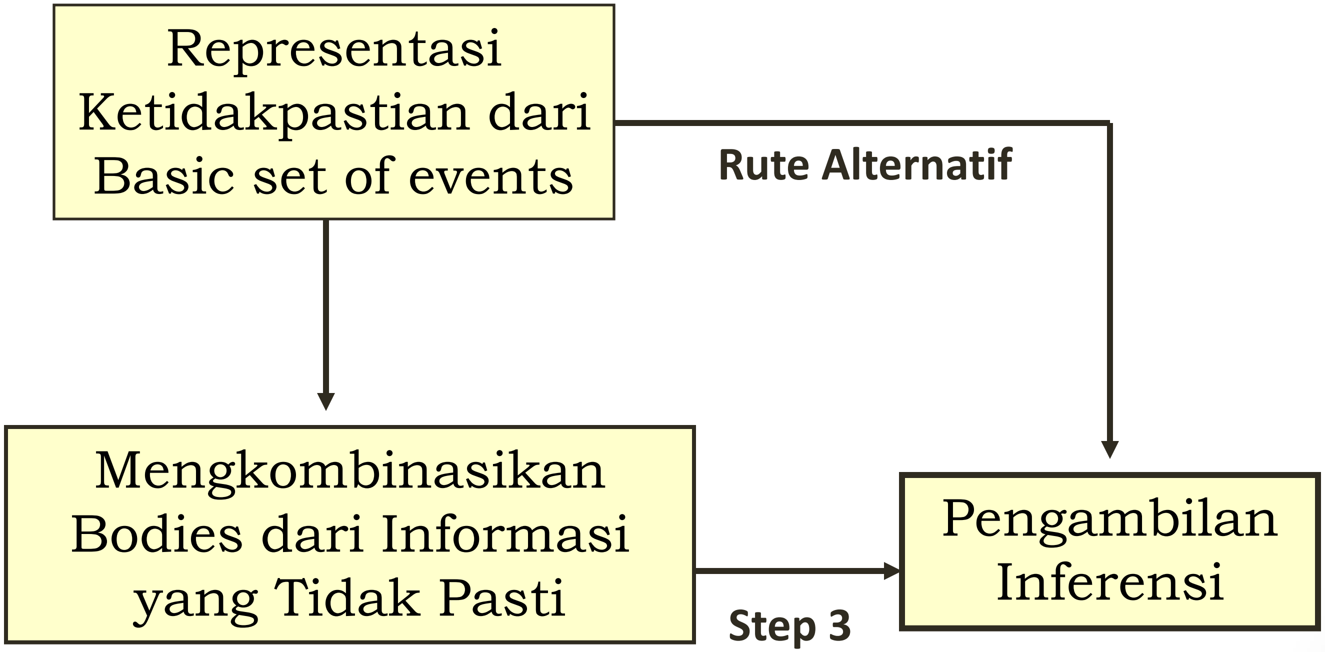
Materi Bahasan

- Gambaran inferensi dengan ketidakpastian
- Representasi ketidakpastian
- Probabilitas & Teorema Bayes
- Faktor Kepastian (Certainty Factor)
- Dempster-Shafer Theory

INFERENSI DENGAN KETIDAKPASTIAN

- Ketidakpastian dalam AI digambarkan dalam 3(tiga) tahap (Kanal and Lemmer, 1986 ; Parsaye and Chignell, 1988)

- **Step 1**



- **Step 2**

REPRESENTASI KETIDAK PASTIAN

- **Numeric**
- **Graphic / Symbolic**

REPRESENTASI KETIDAKPASTIAN NUMERIK

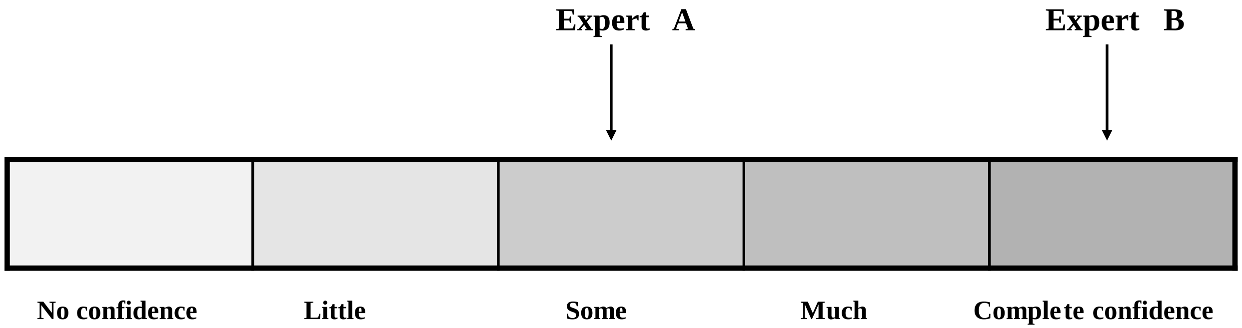
- Skala (0 – 1 atau 0 - 100)
  - 0 = ***Complete uncertainty*** (sangat tidakpasti)
  - 1 or 100 = ***Complete certainty*** (sangat pasti)

- Masalahnya, pakar memberikan angka tertentu sesuai dengan kognisi dan pengalamannya

- Orang cenderung tidak konsisten dalam menilai sesuatu untuk waktu yang berbeda (meskipun masalahnya sama)

GRAPHIC

- Horizontal bars



- Tidak seakurat metode numerik.
- Beberapa pakar tidak mempunyai pengalaman dalam membuat tanda pada skala grafik.
- Beberapa pakar tidak biasa memberikan angka dalam skala, mereka lebih suka memberi ranking

Metode Ketidakpastian

- **Ratio Probabilitas**
- **Teorema Bayes**
- **Certainty Factor**
- **Teori Dempster Shafer**

RATIO PROBABILITAS

- Probabilitas menunjukkan kemungkinan sesuatu akan terjadi atau tidak.

$$p(x) = \frac{\text{jumlah kejadian berhasil}}{\text{jumlah semua kejadian}}$$

- Misal :

  Dari 10 orang sarjana , 3 orang menguasai cisco,

  sehingga peluang untuk memilih sarjana yang

  menguasai cisco adalah :

  p(cisco) = 3/10 = 0.3

TEOREMA BAYES

$$p(H_i \mid E) = \frac{p(E \mid H_i) * (p(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(E \mid H_k) * (p(H_k)}$$

dengan :

$p(H_i \mid E)$ = probabilitas hipotesis H_i benar jika diberikan evidence (fakta) E

$p(E \mid H_i)$ = probabilitas munculnya evidence (fakta) E jika diketahui hipotesis H_i benar

$p(H_i)$ = probabilitas hipotesis H_i (menurut hasil sebelumnya) tanpa memandang evidence (fakta) apapun

n = jumlah hipotesis yang mungkin

TEOREMA BAYES
(PROBABILITAS BERSYARAT)

Contoh :

- Si Ani mengalami gejala ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Si Ani terkena cacar dengan :
- Probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Si Ani terkena cacar;
  p(Bintik2| Cacar) = 0.8
- Probabilitas Si Ani terkena cacar tanpa memandang gejala apapun;
  p(Cacar) = 0.4
- Probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Si Ani alergi;
  p(Bintik2| Alergi) = 0.3
- Probabilitas Si Ani terkena alergi tanpa memandang gejala apapun;
  p(Alergi) = 0.7
- Probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Si Ani jerawatan;
  p(Bintik2| Jerawatan) = 0.9
- Probabilitas Si Ani jerawatan tanpa memandang gejala apapun;
  p(Jerawatan) = 0.5

TEOREMA BAYES

- Maka :

  probabilitas Ani terkena cacar karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p(H_i \mid E) = \frac{p(E \mid H_i) * (p(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(E \mid H_k) * (p(H_k)}$$

$$p(\text{cacar} \mid \text{bintik}) = \frac{p(\text{bintik} \mid \text{cacar}) * p(\text{cacar})}{p(\text{bintik} \mid \text{cacar}) * p(\text{cacar}) + p(\text{bintik} \mid \text{alergi}) * p(\text{alergi}) + p(\text{bintik} \mid \text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}$$

$$p(\text{cacar} \mid \text{bintik}) = \frac{(0.8) * (0.4)}{(0.8) * (0.4) + (0.3) * (0.7) + (0.9) * (0.5)} = \frac{0.32}{0.98} = 0.327$$

TEOREMA BAYES

- Probabilitas Ani terkena alergi karena ada bintik-bintik di wajahnya :

$$p(\text{alergi} \mid \text{bintik}) = \frac{p(\text{bintik} \mid \text{alergi}) * p(\text{alergi})}{p(\text{bintik} \mid \text{cacar}) * p(\text{cacar}) + p(\text{bintik} \mid \text{alergi}) * p(\text{alergi}) + p(\text{bintik} \mid \text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}$$

$$p(\text{alergi} \mid \text{bintik}) = \frac{(0.3) * (0.7)}{(0.8) * (0.4) + (0.3) * (0.7) + (0.9) * (0.5)} = \frac{0.21}{0.98} = 0.214$$

TEOREMA BAYES

- probabilitas Ani jerawatan karena ada bintikbintik di wajahnya :

$$p(\text{jerawat} \mid \text{bintik}) = \frac{p(\text{bintik} \mid \text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}{p(\text{bintik} \mid \text{cacar}) * p(\text{cacar}) + p(\text{bintik} \mid \text{alergi}) * p(\text{alergi}) + p(\text{bintik} \mid \text{jerawat}) * p(\text{jerawat})}$$

$$p(\text{jerawat} \mid \text{bintik}) = \frac{(0.9) * (0.5)}{(0.8) * (0.4) + (0.3) * (0.7) + (0.9) * (0.5)} = \frac{0.45}{0.98} = 0.459$$

TEOREMA BAYES

- Jika setelah dilakukan pengujian terhadap hipotesis muncul satu atau lebih evidence (fakta) atau observasi baru maka :

$$p(H|E,e) = p(H|E) * \frac{p(e|E,H)}{p(e|E)}$$

e = evidencelama

E = evidenceatau observasibaru

$p(H|E,e)$ = probabilitas hipotesis H benar jika munculevidencebaru E dari evidencelama e

$p(H|E)$ = probabilitas hipotesis H benar jika diberikanevidence E

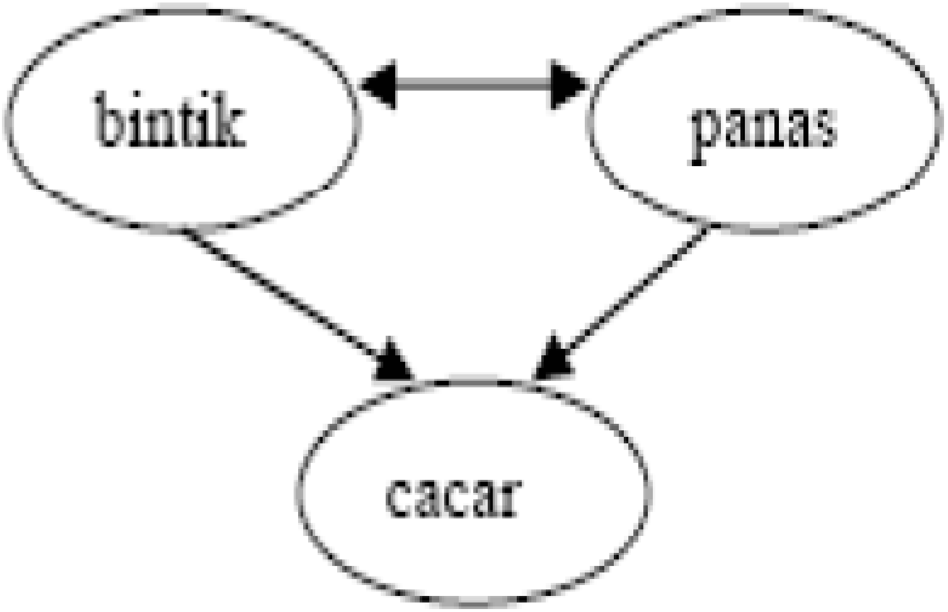
$p(e|E,H)$ = kaitan antara e dan E jika hipotesis H benar

$p(e|E)$ = kaitan antara e dan E tanpa memandanghipotesis apapun

MISAL :

- Adanya bintik-bintik di wajah merupakan gejala seseorang terkena cacar. Observasi baru menunjukkan bahwa selain bintik-bintik di wajah, panas badan juga merupakan gejala orang kena cacar.
- Jadi antara munculnya bintik-bintik di wajah dan panas badan juga memiliki keterkaitan satu sama lain.

TEOREMA BAYES



TEOREMA BAYES

- Ani ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Ani terkena cacar dengan probabilitas terkena cacar bila ada bintik-bintik di wajah

  $$p(cacar \mid bintik) = 0.8$$

- Ada observasi bahwa orang terkena cacar pasti mengalami panas badan. Jika diketahui probabilitas orang terkena cacar bila panas badan

  $$p(cacar \mid panas) = 0.5$$

- Keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan bila seseorang terkena cacar

  $$p(bintik \mid panas, cacar) = 0.4$$

- Keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan

  $$p(bintik \mid panas) = 0.6$$

MAKA :

$$p(H \mid E,e) = p(H \mid E) * \frac{p(e \mid E,H)}{p(e \mid E)}$$

$$\text{p(cacar} \mid \text{panas, bintik)} = \text{p(cacar} \mid \text{panas)} * \frac{\text{p(bintik} \mid \text{panas, cacar)}}{\text{p(bintik} \mid \text{panas)}}$$

$$\text{p(cacar} \mid \text{panas, bintik)} = (0.5) * \frac{(0.4)}{(0.6)} = 0.33$$

CERTAINTY FACTOR (CF)

- Certainty Factor (CF) menunjukkan ukuran kepastian terhadap suatu fakta atau aturan.
- Notasi Faktor Kepastian :

$$CF[h,e] = MB[h,e] – MD[h,e]$$

Dengan :

- CF[h,e] = faktor kepastian
- MB[h,e] = ukuran kepercayaan/tingkat keyakinan terhadap hipotesis h, jika diberikan/dipengaruhi evidence e (antara 0 dan 1)
- MD[h,e] = ukuran ketidakpercayaan/tingkat ketidakyakinan terhadap hipotesis h, jika diberikan/dipengaruhi evidence e (antara 0 dan 1)

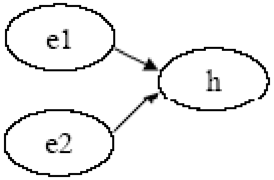
3 hal yang mungkin terjadi :

1. **Beberapa evidence dikombinasikan untuk menentukan CF dari suatu hipotesis.**
2. **CF dihitung dari kombinasi beberapa hipotesis.**
3. **Beberapa aturan saling bergandengan, ketidakpastian dari suatu aturan menjadi input untuk aturan yang lainnya.**

1. Beberapa evidence dikombinasikan untuk menentukan CF dari suatu hipotesis.

- Jika e1 dan e2

adalah observasi, maka :



$$MB[h, e1 \wedge e2] = \begin{cases} 0 & \text{jika } MD[h, e1 \wedge e2] = 1 \\ MB[h, e1] + MB[h, e2] * (1 - MB[h, e1]) & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$MD(h, e1 \wedge e2) = \begin{cases} 0 & \text{jika } MB(h, e1 \wedge e2) = 1 \\ MD[h, e1] + MD[h, e2] * (1 - MD[h, e1]) & \text{lainnya} \end{cases}$$

Contoh

- Misal suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h dengan MB[h,e1]=0,3 dan MD[h,e1]=0 maka :

  $$CF[h,e1] = 0,3 – 0 = 0,3$$

- Jika ada observasi baru dengan MB[h,e2]=0,2 dan MD[h,e2]=0,

  maka :

  $MB[h,e1 \wedge e2] = 0,3 + 0,2 * (1 – 0,3)=0,44$

  $MD[h,e1 \wedge e2] = 0$

  $CF[h,e1 \wedge e2] = 0,44 – 0 = 0,44$

- Ani menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Ani terkena cacar dengan kepercayaan MB[cacar,bintik]=0,80 dan MD[cacar,bintik]=0,01 maka :

  CF[cacar,bintik] = 0,80 – 0,01=0,79

- Jika ada observasi baru bahwa Ani juga panas badan dengan kepercayaan, MB[cacar,panas]=0,7 dan MD[cacar,panas]=0,08 maka :

  MB[cacar,bintik ∧ panas] = 0,8 + 0,7 * (1 – 0,8)=0,94

  MD[cacar,bintik ∧ panas] = 0,01 + 0,08 * (1 – 0,01) = 0,0892

- CF[cacar,bintik ∧ panas] = 0,94 – 0,0892 = 0,8508

2. CF dihitung dari kombinasi beberapa hipotesis

- Jika h1 dan h2 adalah hipotesis maka :

$$h1 \wedge h2$$

$$MB[h1 \wedge h2,e] = \min(MB[h1,e], MB[h2,e])$$

$$MB[h1 \vee h2,e] = \max(MB[h1,e], MB[h2,e])$$

$$MD[h1 \wedge h2,e] = \min(MD[h1,e], MD[h2,e])$$

$$MD[h1 \vee h2,e] = \max(MD[h1,e], MD[h2,e])$$

Contoh :

- Misal suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h1 dengan MB[h1,e]=0,5 dan MD[h1,e]=0,2 maka :

  CF[h1,e] = 0,5 – 0,2 = 0,3
- Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan terhadap h2 dengan MB[h2,e]=0,8 dan MD[h2,e]=0,1, maka :
- Untuk mencari CF[h1 ∧ h2,e] diperoleh dari:

  MB[h1 ∧ h2,e] = min (0,5 ; 0,8) = 0,5

  MD[h1 ∧ h2,e] = min (0,2 ; 0,1) = 0,1

  CF[h1 ∧ h2,e] = 0,5 – 0,1 = 0,4
- Untuk mencari CF[h1 ∨ h2,e] diperoleh dari

  MB[h1 ∨ h2,e] = max (0,5 ; 0,8) = 0,8

  MD[h1 ∨ h2,e] = max (0,2 ; 0,1) = 0,2

  CF[h1 ∨ h2,e] = 0,8 – 0,2 = 0,6

Contoh kasus

- Ani menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Ani terkena cacar dengan kepercayaan

  MB[cacar,bintik] = 0,80 dan MD[cacar,bintik]=0,01 maka

  CF[cacar,bintik] = 0,80 – 0,01 = 0,79
- Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan bahwa Ani mungkin juga terkena alergi dengan kepercayaan MB[alergi,bintik] = 0,4 dan MD[alergi,bintik]=0,3 maka

  CF[alergi,bintik]= 0,4 – 0,3 = 0,1

Lanjutan...

- Untuk mencari CF[cacar ∧ alergi, bintik] diperoleh dari

  MB[cacar ∧ alergi,bintik] = min (0,8 ; 0,4) = 0,4

  MD[cacar ∧ alergi,bintik] = min (0,01 ; 0,3) = 0,01

  CF[cacar ∧ alergi,bintik] = 0,4 – 0,01 = 0,39
- Untuk mencari CF[cacar ∨ alergi, bintik] diperoleh dari

  MB[cacar ∨ alergi,bintik] = max (0,8 ; 0,4) = 0,8

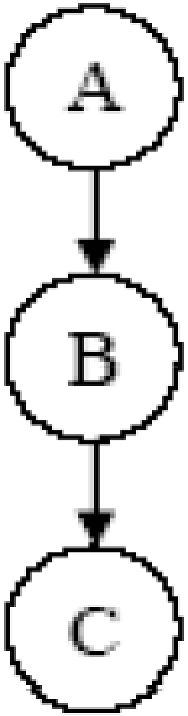
  MD[cacar ∨ alergi,bintik] = max (0,01 ; 0,3) = 0,3

  CF[cacar ∨ alergi,bintik] = 0,8 – 0,3 = 0,5

Lanjutan...

- Kesimpulan : semula faktor kepercayaan bahwa Ani terkena cacar dari gejala munculnya bintikbintik di wajahnya adalah 0,79.
- Demikian pula faktor kepercayaan bahwa Ani terkena alergi dari gejala munculnya bintik-bintik adalah 0,1.
- Dengan adanya gejala yang sama mempengaruhi 2 hipotesis yang berbeda ini memberikan faktor kepercayaan :
- Ani menderita cacar dan alergi = 0,39
- Ani menderita cacar atau alergi = 0,5

3. Beberapa aturan saling bergandengan, ketidakpastian dari suatu aturan menjadi input untuk aturan yang lainnya



Maka :

MB[h,s] = MB’[h,s] * max (0,CF[s,e])

Dengan

MB’[h,s] = ukuran kepercayaan h berdasarkan keyakinan penuh terhadap validitas s

Contoh

PHK = terjadi PHK

Pengangguran = muncul banyak pengangguran

Gelandangan = muncul banyak gelandangan

- Aturan 1 :

IF terjadi PHK THEN muncul banyak pengangguran

CF[pengangguran, PHK] = 0,9

- Aturan 2 :

IF muncul banyak pengangguran THEN muncul banyak gelandangan

MB[gelandangan, pengangguran] = 0,7

Maka =

MB[gelandangan, pengangguran] = [0 7] * [0 9] = 0,63

DEMPSTER-SHAFER THEORY

Secara umum teori Dempster-Shafer ditulis dalam suatu interval :

[*Belief, Plausibility*]

- Belief (Bel) adalah ukuran kekuatan evidence dalam mendukung suatu himpinan proposisi. Jika bernilai 0 mengindikasikan bahwa tidak ada evidence, dan Plausibility (Pl) jika bernilai 1 menunjukkan adanya kepastian.
- Plausibility dinotasikan sebagai :

$$Pl(s) = 1 - Bel(\neg s)$$

Jika yakin akan $\neg$s maka dikatkan bahwa Bel(s) = 1 dan pl($\neg$s) = 0.

Dempster-Shafer Theory

- Pada teori Dempster-Shafer dikenal adanya frame of discernment yang dinotasikan dengan θ (theta).
- Frame ini merupakan semesta pembicaraan dari sekumpulan hipotesis.
- Misal θ = {A,F,D,B}
- dengan :

  A = Alergi

  F = Flue

  D = Demam

  B = Bronkitis

Dempster-Shafer Theory

- Tujuanya adalah untuk mengkaitkan ukuran kepercayaan elemen-elemen dari θ . Tidak semua evidence secara langsung mendukung tiap-tiap elemen.
- Untuk itu perlu adanya probabilitas fungsi densitas (m). Nilai m tidak hanya mendefinisikan elemen-elemen θ saja, tetapi juga semua himpunan bagianya (sub-set).
- Sehingga jika θ berisi *n* elemen, maka sub-set dari θ berjumlah 2^n.
- Selanjutnya harus ditunjukkan bahwa jumlah semua densitas (m) dalam sub-set θ sama dengan 1.

Dempster-Shafer Theory

- Misal θ = {A,F,D,B}
- dengan :

  A = Alergi

  F = Flue

  D = Demam

  B = Bronkitis
- Andaikan tidak ada informasi apapun untuk memilih keempat hipotesis tersebut, maka nilai dari :
- $m\{\theta\} = 1, 0$

Dempster-Shafer Theory

- Jika kemudian diketahui bahwa panas merupakan gejala dari Flue, Demam dan Bronkitis dengan m = 0,8 maka :

  $M\{F, D, B\} = 0,8$

  $m\{\theta\} = 1 – 0,8 = 0,2$

  Andaikan diketahui X adalah sub-set dari θ dengan m_1 sebagai fungsi densitasnya, dan

  Y juga merupakan sub-set dari θ dengan m_2 sebagai fungsi densitasnya, maka dapat dibentuk suatu fungsi kombinasi m_1 dan m_2 sebagai m_3,

Dempster-Shafer Theory

Fungsi kombinasi m1 dan m2 sebagai m3 dibentuk dengan persamaan dibawah ini.

$$m_3(z) = \frac{\sum_{x \cap y = z} m_1(X).m_2(Y)}{1 - \sum_{x \cap y = \phi} m_1(X).m_2(Y)}$$

Dempster-Shafer Theory

- Perhatikan CONTOH berikut ini :
- Yeti mengalami gejala panas badan. Dari diagnosis dokter kemungkinan Yeti menderita Flue, Demam atau Bronkitis. Tunjukkan kaitan ukuran kepercayaan dari elemen-elemen yang ada !

➢ Gejala 1: panas

Apabila diketahui nilai kepercayaan setelah dilakukan observasi panas sebagai gejalan Flue, Demam dan Bronkitis adalah :

$m_1\{F,D,B\} = 0,8$

$m_1\{\theta\} = 1 - 0,8 = 0,2.$

Sehari kemudian Yeti datang ke dokter lagi dengan gejala hidung buntu.

Dempster-Shafer Theory

- Gejala 2: hidung buntu

  Setelah observasi diketahui bahwa nilai kepercayaan hidung buntu sebagai gejala Alergi, Flue dan Deman adalah :

  $m_2\{A, F, D\} = 0,9$

  $m_2\{\theta\} = 1 - 0,9 = 0,1$

  Munculnya gejala baru maka harus dihitung densitas baru untuk beberapa kombinasi (m_3).

  Untuk memudahkan perhitungan maka himpunan-himpunan bagian dibawa ke bentuk tabel.

Dempster-Shafer Theory

- Tabel Aturan Kombinasi untuk m_3

		{A,F,D}	(0,9)	θ	(0,1)
{F, D, B}	(0,8)	{F,D}	(0,72)	{F, D, B)	(0,08)
θ	(0,2)	{A, F, D}	(0,18)	θ	(0,02)

- Keterangan :
- Kolom pertama berisikan semua himpinan bagian pada gejala pertama (panas) dengan m_1 sebagai fungsi densitas.
- Baris pertama berisikan semua himpunan bagian pada gejala kedua (hidung buntu) dengan m_2 sebagai fungsi densitas.
- Baris kedua dan ketiga pada kolom kedua merupakan irisan dari kedua himpunan

Dempster-Shafer Theory

Selanjutnya dihitung densitas baru untuk beberapa kombinasi (m_3) dengan persamaan Dempster-Shafer sbb :

$$m_3\{F, D\} = \frac{0{,}72}{1-0} = 0{,}72$$

$$m_3\{A, F, D\} = \frac{0{,}18}{1-0} = 0{,}18$$

$$m_3\{F, D, B\} = \frac{0{,}08}{1-0} = 0{,}08$$

$$m_3\{\theta\} = \frac{0{,}02}{1-0} = 0{,}02$$

Dempster-Shafer Theory

- Keterangan :
- Terlihat bahwa pada mulanya dengan hanya gejala panas, m{F,D,B} = 0,8. Namunsetelah ada gejala baru (hidung buntu), maka nilai m{F,D,B} = 0,08.
- Demikian pula pada mulanya hanya dengan gejala hidung buntu, m{A,F,D} = 0,9. Namun setelah ada gejala baru (panas) maka m{A,F,D} = 0,18.
- Dengan adanya 2 gejala tersebut, maka nilai densitas yang paling kuat adalah m{F,D} = 0,72.

- Bagaimana jika Yeti ke dokter lagi dan ditemukan gejala baru lagi berupa Yeti makan udang.

Dempster-Shafer Theory

- Gejala 3 : makan udang
- Setelah dilakukan observasi, diketahui bahwa udang sebagai gejala Alergi dengan nilai kepercayaan :

  $m_4\{A\} = 0,6$

  $m_4\{\theta\} = 1 - 0,6 = 0,4$

- Maka harus dihitung densitas baru untuk setiap himpunan bagian dengan fungsi densitas m_5
- Untuk memudahkan dibuat tabel dengan kolom pertama berisi himpunan bagian-himpunan bagian hasil kombinasi gejala 1 dan gejala 2 dengan fungsi densitas m_3. Sedangkan baris pertama berisi himpunan bagian-himpunan bagian pada gejala 3 dengan fungsi densitas m_4.
- Sehingga dihasilkan tabel sbb :

Dempster-Shafer Theory

- Tabel 8.4.2. Aturan kombinasi untk m_5

		{A}	(0,6)	θ	(0,4)
{F,D}	(0,72)	∅	(0,432	{F,D}	(0,288)
{A,F,D}	(0,18)	{A}	(0,108)	{A,F,D}	(0,072)
{F,D,B}	(0,08)	∅	(0,048)	{F,D,B}	(0,032)
θ	(0,02)	{A}	(0,012)	θ	(0,008)

- Sehingga dapat dihitung densitas baru m_5 hasil kombinasi dari gejala lama dengan gejala baru.

Dempster-Shafer Theory

- Densitas baru m_5 adalah sbb :

$$m_5\{A\} = \frac{0{,}108 + 0012}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}231$$

$$m_5\{F, D\} = \frac{0{,}288}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}554$$

$$m_5\{A, F, D\} = \frac{0{,}072}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}138$$

$$m_5\{F, D, B\} = \frac{0{,}032}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}062$$

$$m_5\{\theta\} = \frac{0{,}008}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}015$$

Dempster-Shafer Theory

- Ternyata dengan gejala baru ini karena Yeti makan udang dimana Yeti alergi terhadap udang, nilai densitas yang paling tetap yaitu $m_5\{F,D\}$ = 0,554.
- Jadi dengan tiga jenis gejala yang dialami oleh Yeti, kemungkinan paling kuat Yeti terkena Flue dan Demam.

- **TERIMA KASIH ATAS PERHATIAN ANDA**