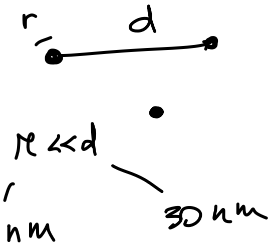
GAS IDEALE (GAS PERFETTO)



- particelle ~ puntiformi, dimensioni piccole
- rarefatto
- non interagenti (ammessi urti elastici) → essenziali per la termalizz.

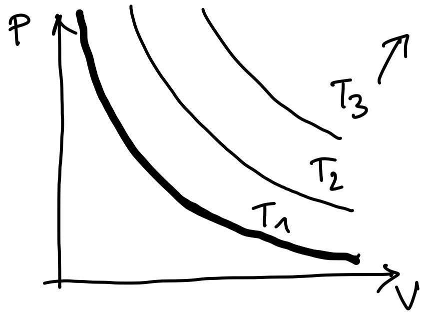
1. EQUAZIONE DI STATO

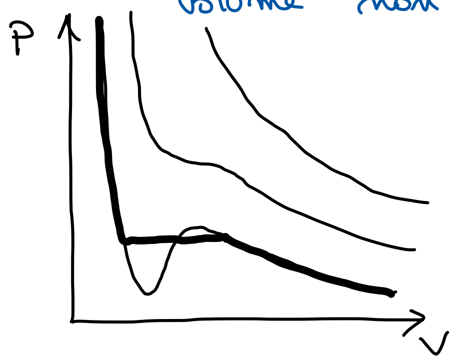
$PV = nRT$ → non descrive bene i gas reali

$$\underbrace{\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)}_{\text{interazioni}}\underbrace{(V - bn)}_{\text{part. occupano un volume non trascur.}} = nRT$$

LEGGE DI VAN DER WAALS

P, V, T, n variabili termodinamiche





2. ENERGIA INTERNA

In generale $U(P,V,T)$

Se conosciamo Eq. di Stato $f(P,V,T) = 0$ → $U(P,V)$, $U(P,T)$, $U(V,T)$

Per i gas ideali $U(T)$ (dall'esperimento di Joule)

3. CALORE SPECIFICO

C_v C_p

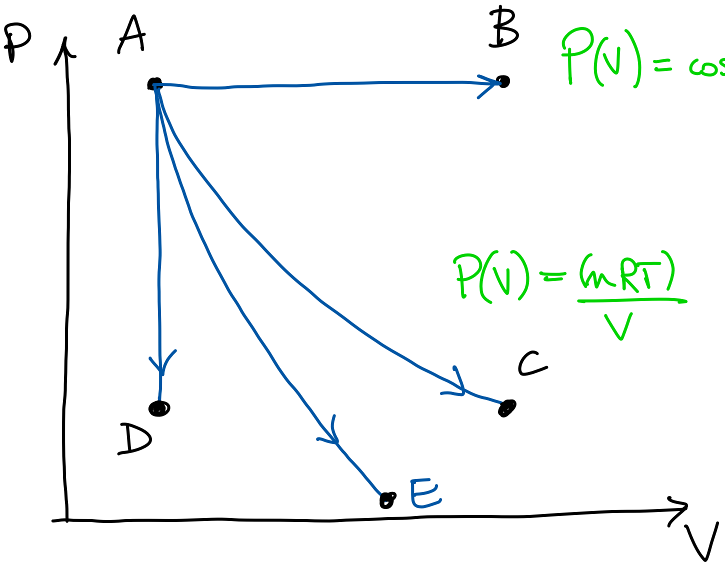
$C_p = C_v + R$

$R = 8.314 \ \frac{J}{mol\,K}$

	C_v	C_p	$\gamma = C_p/C_v$
monoat.	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$5/3$
biatomiche	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$7/5$

TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

quasistatiche (lente)	– non quasistatiche (rapide, brusche)
P, V, T ben definite in ogni istante della trasformazione	P, V, T sono note solo negli istanti iniziali e finali



$P(V) = \text{cost.}$

$P(V) = \frac{(nRT)}{V}$

ISOBARA AB

$P = \text{costante}$

$\frac{V}{T} = \text{costante}$

ISOTERMA AC

$T = \text{costante}$

$PV = \text{costante}$

ISOCORA AD

$V = \text{cost}$

$V = \text{cost.}$

ADIABATICA QUASISTATICA AE

non si hanno scambi di calore

$$P(V) = \frac{P_A V_A^{\gamma}}{V^{\gamma}}$$

BILANCIO ENERGETICO

Per ogni stato di equilibrio A $\rightarrow$ è definita una funzione di stato

ENERGIA INTERNA U_A

Trasformazione AB $\rightarrow (U_A \rightarrow U_B)$

$$\Delta U = U_B - U_A = m c_v (T_B - T_A)$$

PRIMO PRINCIPIO $\boxed{Q = W + \Delta U}$ Vale sempre

sia per tr. qs.
sia per tr. non qs.

Q calore assorbito dal gas
W lavoro compiuto dal gas

Dipendono dalla trasf.
NON sono funzioni di stato

Solo nel caso di trasformazioni quasi statiche possiamo scrivere il primo principio in forma differenziale

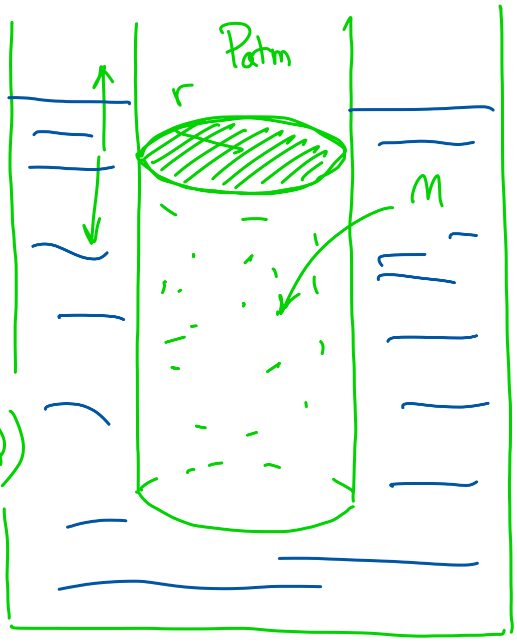
$$\boxed{\delta Q = \delta W + dU}$$

non sono diff. esatti

differenz. esatto

$$\delta Q = P dV + m c_v dT$$

ESERCIZIO 1



$n = 3.5$ moli di un gas monoatomico

$r = 15$ cm

pistone è mobile senza attriti

pareti diatermiche (consentono scambio di Q)

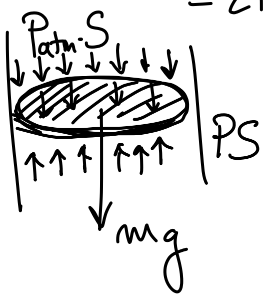
$T_{acqua} = 25°C$

$P_{atm} = 1{,}013 \times 10^5$ Pa

1. Determinare quota h_A del pistone

- pareti diatermiche $\Rightarrow$ scambio termico gas e acqua $\Rightarrow T_A = 25°C$
$= 298.15$ K

- pistone fermo $\equiv$ eq. meccanico $\equiv \left(\sum F_{ext, pist.} = 0 \right)$



$P_{atm} \cdot S + mg = P \cdot S$ $\qquad S = \pi r^2$

$P_{atm} \cdot S = 7160 \text{ N} \gg mg$

$P_A \cong P_{atm}$

dall' eq. di stato $PV = nRT$ $\qquad V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 85.6 \, l$

$$\boxed{h_A = \frac{V_A}{S} = 1.21 \text{ m}}$$

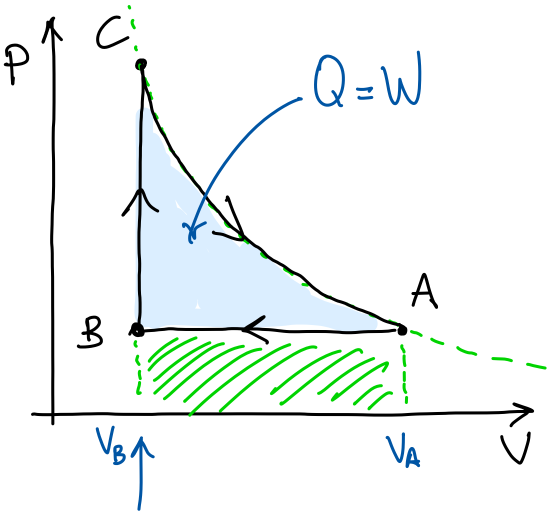
2. Riduco T acqua fino a $10°C = T_B$ lentamente.
Determinare Δh e Q ceduto dal gas all'acqua.

- pistone è ancora libero di muoversi $\Rightarrow$ trasf. AB è ISOBARA

$P = \text{cost.} \Rightarrow \frac{V}{T} = \text{cost.}$

$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_A}{T_A} \rightarrow \frac{h_B}{T_B} = \frac{h_A}{T_A} \rightarrow h_B = h_A \frac{T_B}{T_A} = 1.16 \text{ m}$

$$\boxed{\Delta h = 5 \text{ cm}}$$



$$Q = W + \Delta U$$

$$W_{AB} = \int_A^B P\,dV = P_A (V_B - V_A) < 0$$

$$\Delta U_{AB} = n\, c_v\, (T_B - T_A)$$

$$Q_{AB} = P_A (V_B - V_A) + n c_v (T_B - T_A) =$$
$$= nR(T_B - T_A) + n c_v (T_B - T_A) =$$
$$= n\, c_p\, (T_B - T_A) = -1.091 \text{ kJ}$$

3. Blocco il pistone a quota h_B e scaldo l'acqua lentamente fino a T_A.
Determinare P_C e Q assorbito dal gas in BC.

Trasform. ISOCORA $V = \text{cost.} = V_B$ aumento T $\rightarrow$ aumento P

$$\boxed{P_C = T_C \frac{P_B}{T_B} = T_A \frac{P_B}{T_B} = 1.064 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

$$W_{BC} = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n\, c_v\, (T_A - T_B) = -\Delta U_{AB}}$$

4. Riporto il gas allo stato A lentamente, mantenendo T costante
$Q_{CA} = ?$

Trasf. ISOTERMA

$$W_{CA} = \int_C^A P\,dV = \int_C^A \frac{nRT}{V}\,dV = nRT_A \int_C^A \frac{dV}{V} = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) > 0$$

$$\Delta U_{CA} = 0 \qquad (\Delta T = 0) \quad \longrightarrow \quad \boxed{Q_{CA} = W_{CA} = nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)}$$

Nota: U è una funzione di stato

$\Rightarrow$ su un intero ciclo $\Delta U = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{Q_{ciclo} = W_{ciclo}}$

$$Q = W = P_A (V_B - V_A) + nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) > 0$$

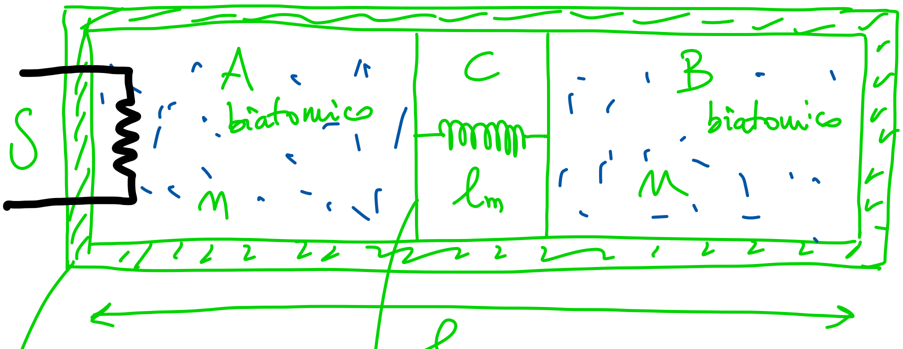
ESERCIZIO 2

$l = 1.8\ m \qquad S = 10^{-2}\ m^2$

$n = 0.2\ mol$

$l_0 = 0.5\ m \qquad l_m = 0.4\ m$

$K = 5 \times 10^3\ N/m$



$T_A = T_B$

Pareti mobili

Pareti adiabatiche (non consentono scambi di Q)

1. Sistema è inizialmente in equilibrio
   Determ. P, T in A e B

C è vuoto (no gas)

$$V_A = V_B = S\,\frac{(l - l_m)}{2} = 7 \times 10^{-3}\ m^3 \longrightarrow l_A = l_B = 70\ cm$$

$$\boxed{P_A = P_B = \frac{F_{el}}{S} = \frac{K(l_0 - l_m)}{S} = 5 \times 10^4\ Pa} \qquad (P_c = 0)$$

$$\boxed{T_A = T_B = \frac{P_A V_A}{nR} = 210.5\ K}$$

2. Fornisco calore lentamente al gas A finché la molla non arriva $l'_m = 0.3\ m$. Calcolare V'_A, V'_B, T'_A, T'_B

$$l = l'_A + l'_B + l'_c \qquad l'_c = l'_m = 0.3\,m$$

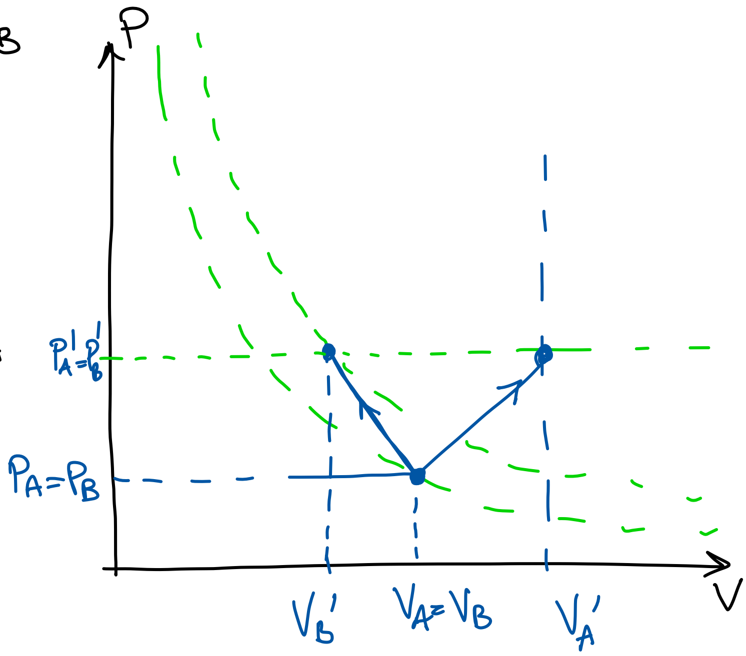
$$P'_A = P'_B = \frac{F_{el}}{S} = \frac{K(l_0 - l'_m)}{S} = 2 P_A = 10^5\ Pa$$

gas B compie una tr. ADIAB. QUASISTATICA
- isolato term.
- lenta

$$P_B V_B^{\gamma} = P'_B V_B'^{\gamma} \longrightarrow V_B'^{\gamma} = \frac{P_B}{P'_B} V_B^{\gamma} \longrightarrow \boxed{V'_B = V_B \left(\frac{1}{2}\right)^{5/7} = 0.61\, V_B = 4.3 \times 10^{-3}\ m^3 < V_B}$$

$$l'_B = \frac{V'_B}{S} = 43\ cm$$

$$T_B' = \frac{P_B' V_B'}{nR} = 257\ K \quad > T_B$$



gas A

trasf. quasistatica

$$l_A' = l - l_m' - l_B' = 1.07\ m > l_A$$

$$V_A' = S\, l_A' = 1.07 \times 10^{-2}\ m^3$$

$$T_A' = \frac{P_A' V_A'}{nR} = 643\ K > T_A$$

3. Determinare il calore Q ceduto dalla resistenza al gas A.

considero il sistema (A+B)

$$\Delta U = n c_v (T_A' - T_A) + n c_v (T_B' - T_B) = 1991\ J$$

$$W_{gas} = -W_{molla} = -\int_{\Delta l}^{\Delta l'} (-Kx)\, dx = +\left(\frac{1}{2} K \Delta l'^2 - \frac{1}{2} K \Delta l^2\right) = 75\ J$$

$$\Delta l = 0.1\ m = (l_0 - l_m)$$

$$\Delta l' = 0.2\ m = (l_0 - l_m')$$

$$\boxed{Q = \Delta U + W = 2066\ J}$$