

Introduction à la cinématique

La cinématique, c'est la description du mouvement des corps (sans en étudier les causes). Le cours proposé a de plus l'objectif suivant : favoriser l'autonomie et le travail collaboratif entre les étudiants.

En effet, la méthode proposée est une méthode d'enseignement interactif développée avec succès dès les années 90 par le professeur Eric Mazur, de l'université de Harvard.

Il s'agit d'une approche centrée sur l'expérience d'apprentissage des étudiants qui inverse l'enseignement traditionnel en proposant *le transfert des connaissances* hors des cours et *l'assimilation de la matière* pendant les cours.

Avant chaque cours

① Le temps de préparation personnel pour chaque cours doit être de 30 à 40 minutes au moins. Une partie de ce temps de travail personnel sera réalisé sur le temps de cours. **La théorie et les exercices sur le thème du cours sont donc toujours à préparer avant le cours avec le document fourni à cet effet.**

② Optionnel : la veille de chaque cours au plus tard, un **questionnaire** doit être rempli via la plateforme « **moodle** » par chaque élève. Ce questionnaire a comme objectif de vérifier si le travail de préparation a bien été effectué.

Pendant chaque cours

En classe, l'activité proposée consiste, entre autre pour l'ensemble de la classe, à répondre (via un sondage) à des **questions de compréhension** et des **débats** entre les élèves sont mis en place si la répartition des réponses données ne laisse pas apparaître une réponse évidente. Le professeur valide ou complète les débats entre les étudiants par quelques explications ou remarques complémentaires.

Pour réussir ce programme, il faut donc :

- Fournir un travail régulier et autonome entre chaque cours sur le document fourni
- Optionnel : répondre aux questions de vérification sur Moodle avant chaque cours.
- S'impliquer en classe lors des questions de compréhension et des débats relatifs.

BON TRAVAIL !

Cours 1 : L'horaire

Objectifs :

- connaître la différence entre une trajectoire et un horaire
- différencier les notions de position, déplacement, distance
- savoir lire un graphique horaire
- savoir analyser une fonction horaire donnée par son expression fonctionnelle

Introduction

Vous avez déjà tous entendu le mot "horaire" dans plusieurs circonstances : la grille horaire de vos cours, l'horaire du train ou du bus qui vous amène au collège, les horaires de fermetures des magasins.

Dans le cadre de ce cours, où nous allons apprendre à décrire le mouvement d'un corps, c'est donc plutôt l'horaire du bus ou du train qui va nous intéresser.

| 10.742 | L'Isle-Bière | | | | | | |
|--|---------------------|------|----------|-------|----------|-------|-------|
| Lundi-vendredi sauf fêtes générales et lundi du jeûne fédéral 16 sep | | | | | | | |
| → | 5301 | 5303 | 5305 | 5307 | 5309 | 5311 | 5313 |
| L'Isle, poste | 557 | | 10 11 25 | | 10 16 04 | 16 57 | 17 57 |
| Villars-Bozon, village | 559 | | } 11 27 | | } 16 06 | 16 59 | 17 59 |
| Montricher, gare | | 6 49 | | | | | 18 04 |
| Montricher, village | 6 04 | 6 52 | 10 11 32 | 11 53 | } 16 11 | 17 04 | 18 07 |
| Mollens VD, village | 6 09 | 6 57 | | 11 58 | } 16 16 | 17 09 | 18 12 |
| Berolle, église | 6 13 | 7 02 | | 12 02 | } 16 20 | 17 13 | 18 16 |
| Bière, gare | o 6 18 | 7 07 | | 12 07 | 10 16 25 | 17 18 | 18 21 |
| Bière | o 6 23 | 7 12 | | 12 12 | 16 54 | 17 24 | 18 54 |
| Morges 156 | o 6 53 | 7 42 | | 12 42 | 17 24 | 17 54 | 19 24 |

Figure 1 : exemple d'horaire de bus

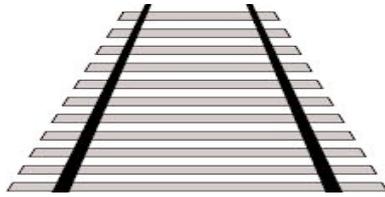
Qu'est-ce qui caractérise un horaire ? Quelles informations peut-il nous donner ? Quelles sont ses différentes représentations possibles ? Voilà quelques questions sur lesquelles nous allons maintenant nous pencher.

La trajectoire orientée

Prenons comme fil rouge l'exemple d'un train. Son horaire nous permet de connaître dans quelle gare il se situe et à quelle heure. On souhaite donc répertorier la position du train à tout instant. Cette opération nécessite la capacité de décrire mathématiquement une position dans l'espace.

L'horaire est une fonction qui donne, en fonction du temps, la position d'un mobile par rapport à une origine.

On peut alors utiliser un système de coordonnées à 3 dimensions. Mais pour ce cours, nous allons cependant nous limiter à des mouvements à une dimension : le train sera forcé de suivre une ligne prédéterminée, les rails, qu'on appelle la **trajectoire**.



Trajectoire

Ligne CFF Vallée du Rhône

| | |
|----------|-------|
| Sierre | 08h00 |
| Sion | 08h15 |
| Martigny | 08h40 |
| Monthey | 09h00 |

Horaire

Exercice 1

a/ Quelle est la trajectoire d'une voiture ?

.....

b/ Comment pourrait-on visualiser la trajectoire d'un lézard ?

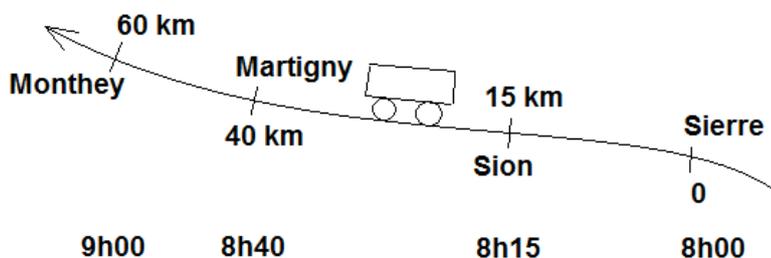
.....

.....

Revenons à l'exemple d'horaire de train de la "ligne CFF de la vallée du Rhône" donné ci-dessous.

Plaçons arbitrairement une origine sur la trajectoire du train à la gare de Sierre et fixons le sens de la trajectoire vers le bas Valais.

Voici alors ci-dessous une nouvelle façon de représenter cet horaire :



| Position "s" | Heure |
|------------------|-------|
| 0 km (Sierre) | 08h00 |
| 15 km (Sion) | 08h15 |
| 40 km (Martigny) | 08h40 |
| 60 km (Monthey) | 09h00 |

Remarques :

- si une **trajectoire est rectiligne**, la position sera décrite généralement par la variable x indiquant la distance entre l'origine fixée et l'objet étudié. Lorsque l'axe contient des courbes, on l'appelle **curviligne**, on utilise plutôt alors la variable s à la place de x pour donner la position de l'objet.
- L'axe est donc défini de telle manière qu'il possède un *sens déterminé*. La trajectoire est donc *orientée*. Si le train est du côté de l'origine qui contient la flèche du sens de l'axe, sa position est repérée par une grandeur positive, sinon elle sera exprimée par une grandeur négative.

Exercice 2

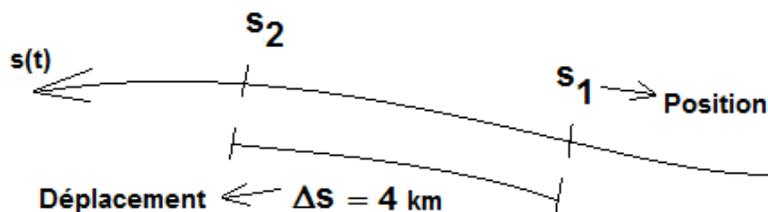
Dans l'exemple précédent, on a fixé l'origine pour la "ligne CFF de la vallée du Rhône" à Sierre et le sens vers le Bas-Valais. Ce sont deux choix arbitraires.

Complète le nouvel horaire que l'on obtient si on fixe maintenant l'origine à Sion et si l'on oriente le sens de l'axe vers le Haut-Valais :

| Position "s" | Heure | t (min) |
|---------------------|-------|---------|
| km (Sierre) | 08h00 | 0 |
| km (Sion) | 08h15 | 15 min |
| km (Martigny) | 08h40 | 40 min |
| km (Monthey) | 09h00 | 60 min |

Position et déplacement

L'affirmation 'le train s'est déplacé de 4 km m dans le sens positif de l'axe' ne donne aucune indication sur la position du train, mais uniquement sur la distance entre ses positions initiale et finale.



Pour décrire la grandeur indiquée de 4 km, on va utiliser la notation Δs qui est égale à une différence:

$$\text{Définition du déplacement : } \Delta s = s_2 - s_1$$

La lettre grecque delta majuscule (Δ) est utilisée en physique pour indiquer une variation : variation = position finale - position initiale.

Exercice 3

Un bus pendulaire a fait un aller-retour entre Sion et Sierre.

a/ Quel est le déplacement total du bus lors de cet trajet ?

b/ Quelle distance totale le bus a-t-il parcouru ?

c/ Le déplacement du bus lors du trajet aller (Sion-Sierre) peut-il avoir une valeur négative ? Justifie.

.....
.....

Horaire sous forme graphique

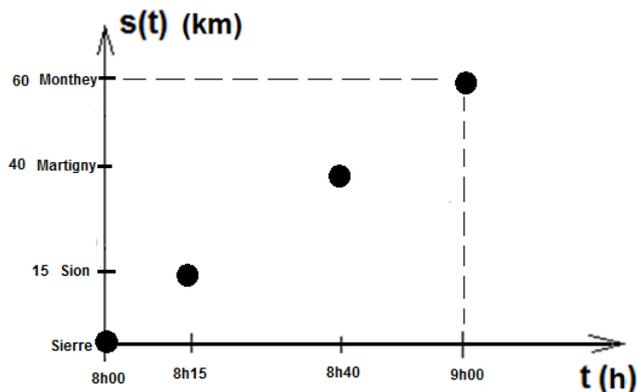
Regardons maintenant une autre manière de donner un horaire : sous la forme d'un graphique.

Il est en effet souvent particulièrement utile de représenter l'horaire, qui n'est rien d'autre qu'une fonction, par sa représentation graphique qui permet bien de connaître, comme dans l'horaire classique d'un train, la position du mobile (ordonnée : position) à chaque instant (abscisse : temps).

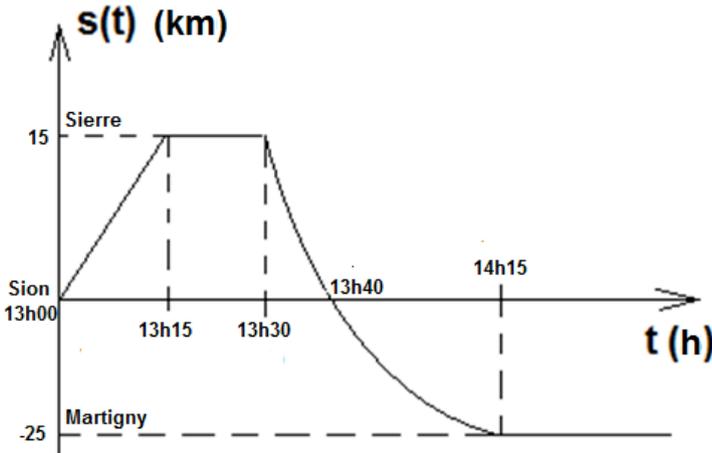
Horaire "classique" :

| | |
|------------------|-------|
| 0 km (Sierre) | 08h00 |
| 15 km (Sion) | 08h15 |
| 40 km (Martigny) | 08h40 |
| 60 km (Monthey) | 09h00 |

Représentation graphique :



Exercice 4



Voici un exemple de graphique horaire d'un train circulant entre Sierre et Martigny toujours et voyons toutes les informations qu'il contient :

- a/ Où se trouve l'origine de l'axe orienté ?
- b/ Quel est le sens de l'axe ?
- c/ Où se trouve le train à 13h15 ?
- Et où se trouve-t-il à 14h15 ?
- d/ Que peut-on dire du train entre 13h15 et 13h30 ?
- e/ Entre quelles heures le train se déplace-t-il dans le sens positif de l'axe et entre quelles heures le train se déplace-t-il dans le sens négatif de l'axe ?

.....

.....

Écriture fonctionnelle d'un horaire

Nous allons encore voir une dernière manière de donner une fonction horaire. Si le mobile dont on décrit le mouvement suit un horaire particulier qui correspond à une fonction mathématique, on peut donner son horaire directement par une écriture fonctionnelle.

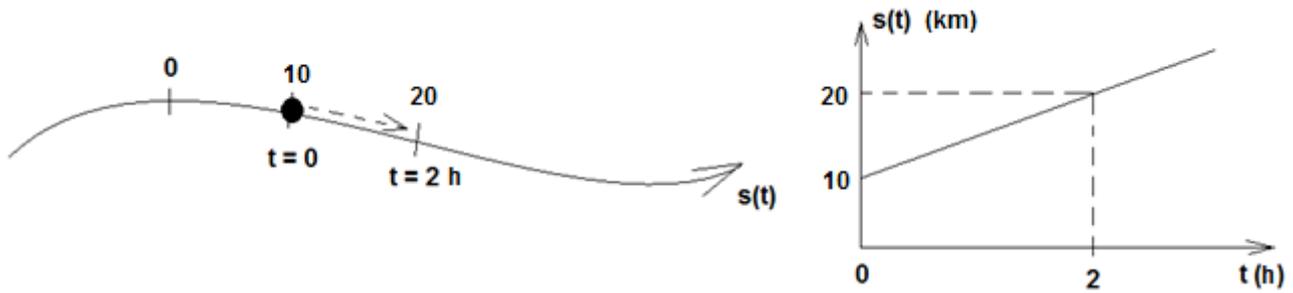
On pourrait par exemple avoir un mobile dont l'horaire est une fonction affine du temps :

$$s(t) = 10 \text{ km} + 5 t \quad \text{avec } t \text{ en heure}$$

On peut alors à partir de cette fonction trouver les positions du mobile à chaque temps t . Ainsi, au temps $t=0$ (qui correspond ici au moment où l'on commence à décrire le mouvement) : $s(0) = 10 + 5 \cdot 0 = 10 \text{ km}$. C'est la position initiale du mobile.

La position du mobile au temps $t=2$ heures est $s(2) = 10 + 5 \cdot 2 = 20 \text{ km}$.

On peut bien sûr retrouver les autres représentations déjà vues précédemment à partir de cette fonctionnelle :

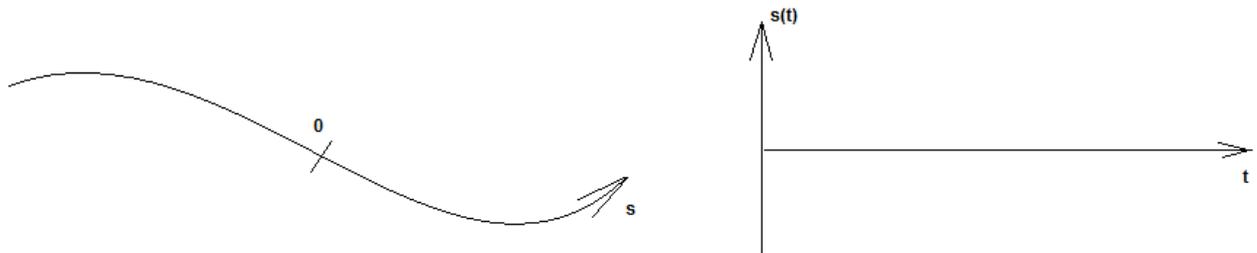


Exercice 5

Une voiture a une fonction horaire donnée par :

$$s(t) = -50 + 25 t \text{ avec } s(t) \text{ en km et } t \text{ en heure}$$

a/ Représente les positions de la voiture sur un axe curviligne au temps $t=0$, $t=1\text{ h}$, $t=2\text{ h}$ et $t=3\text{ h}$ et trace le graphique de cet horaire.



b/ On change maintenant le sens de l'axe curviligne qui représente ce mouvement, quelle sera la nouvelle fonction horaire (l'origine elle ne change pas) ?

$$s(t) = \dots\dots\dots$$

Cours 2 : La vitesse

Objectifs

- Déterminer la vitesse moyenne et la vitesse instantanée d'un objet

Introduction

Considérons le tachymètre (compteur de vitesse) d'une voiture qui est un dispositif qui mesure le temps que prennent les roues pour faire un tour et qui en déduit la vitesse. La vitesse indiquée se rapproche d'une vitesse instantanée car l'intervalle de temps est court.



Zénon d'Elée, élève et disciple de Parménide, grand philosophe de la Grèce antique, avait notamment, de son temps (480 à 420 av. J.-C.), formulé le paradoxe suivant sur la vitesse instantanée :

« Une chose ne peut être qu'au repos ou en mouvement. Elle est au repos lorsqu'elle occupe une place égale à son volume. Or, une flèche lancée occupe à tout instant une place égale à son volume. Donc, à chaque instant, une flèche lancée est au repos. »

A ce propos, le lien avec le cinéma qui consiste en une superposition de 25 images par seconde peut être établi.

Les différents paradoxes lui permettait de conclure que le mouvement est tout simplement impensable et n'est qu'une illusion !

Le tachymètre semble réfuter le paradoxe de Zénon. Ceci est dû au fait que la vitesse indiquée n'est pas une vraie vitesse instantanée. Ce paradoxe illustre le fait qu'il est impossible de déterminer la vitesse d'un objet si l'on connaît uniquement sa position à un seul instant.

Commençons, dans un premier temps, par définir la vitesse moyenne puis, dans un deuxième temps, la vitesse instantanée.

La vitesse moyenne

Lorsqu'un objet change de position, il subit un déplacement Δs .

En divisant le déplacement Δs par l'intervalle de temps Δt , on obtient une des notions les plus importantes de la physique : la vitesse.

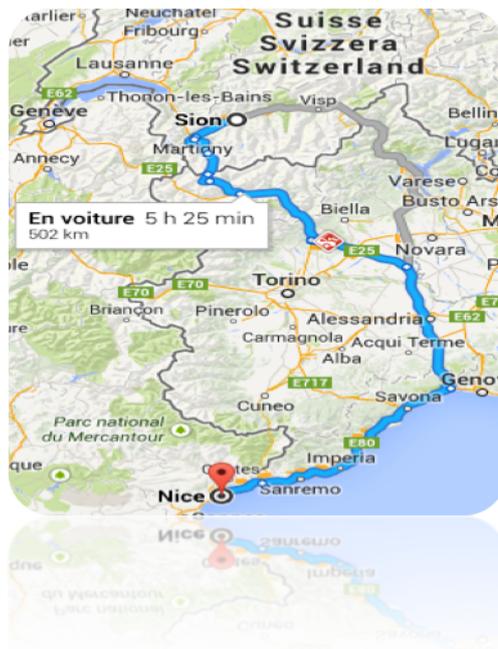
Décrivons la vitesse pour un mobile en ne considérant qu'une seule dimension (en effet, même si la trajectoire est sinueuse, une seule variable suffit pour décrire la position du mobile au cours du temps).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Pour déterminer une vitesse moyenne, il faut donc connaître à la fois *le déplacement complet*, et *la durée totale* de ce déplacement.

Exemple

Vous déterminez l'itinéraire à suivre pour vous rendre à Nice en voiture depuis Sion. Google Maps vous indique une durée de 5h25min pour un trajet de 502 km. Quelle sera votre vitesse moyenne en km/h ?



Solution

$$v_m = 502 \text{ km} / (5 \text{ h} + 25/60 \text{ h}) = 92,7 \text{ km/h}$$

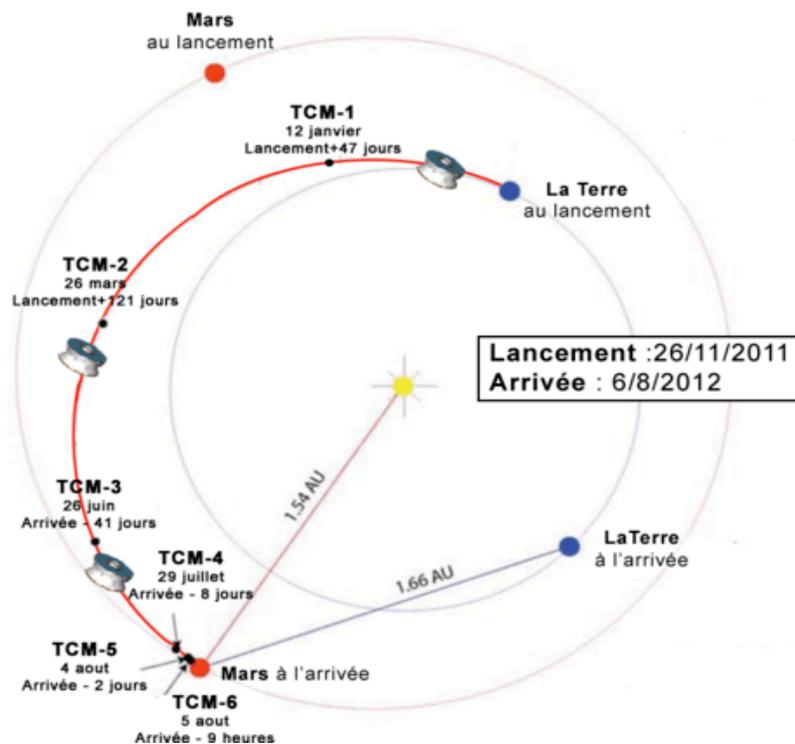
Exercice 1

Il arrive souvent d'exprimer la vitesse en km/h . Comme l'unité SI de la vitesse est le m/s , il convient donc de convertir les km/h en m/s et réciproquement:

1 km/h =

Exercice 2

La sonde spatiale « Curiosity » a parcouru 567 millions de km en 8 mois pour atteindre la planète Mars depuis la Terre. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h et m/s et km/s ?



Lors d'un calcul de vitesse moyenne, le mobile considéré ne garde pas forcément tout le temps cette valeur de vitesse. Il peut aller par moments plus vite ou moins vite, voire même s'arrêter pour un certain laps de temps.

Qu'en est-il lorsque le mobile revient en arrière ?

Il nous faut distinguer la *distance parcourue*, c'est-à-dire la longueur de sa trajectoire (l'ensemble des endroits qu'il a occupé pendant son mouvement) et le *déplacement* qui est la différence entre sa position finale et sa position initiale.

Exemple

Une personne qui prendrait le train pour se rendre à Martigny en 15 minutes depuis Sion et qui immédiatement ferait demi-tour pour revenir à Sion également en 15 minutes aurait parcouru une *distance* approximative de 60 km (2·30 km) pour un *déplacement* nul. Que vaut la vitesse moyenne ?

Solution :

Sa vitesse moyenne est nulle :

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 0}{0,5h} = 0 \text{ km/h}$$

Cependant, si l'on considère *la distance totale parcourue* (en lieu et place du déplacement), la vitesse moyenne appelée vitesse scalaire moyenne $v_{m \text{ scalaire}}$ est de :

$$v_{m \text{ scalaire}} = \text{distance totale} / \text{temps total} = 60 \text{ km} / 0,5 \text{ h} = 120 \text{ km/h} !$$

Exercice 3

Un train parcourt 10 km à la vitesse de 80 km/h et les 10 km qui suivent à la vitesse de 100 km/h. A quelle vitesse moyenne aurait-il dû circuler pour franchir ces 20 km dans le même temps ?

.....
.....

La vitesse instantanée

Si une voiture parcourt un trajet de 500 km en 5 heures, son conducteur va conclure que sa vitesse moyenne était de 100 km/h. Mais cette célérité n'a pas toujours été de 100 km/h. En effet, le compteur indiquait tantôt 50 km/h, tantôt 150 km/h, etc... Nous en concluons que le compteur indique une vitesse instantanée.

La **vitesse instantanée**, qui est la vitesse admise par le mobile à un instant particulier, se calcule en observant son déplacement durant un laps de temps extrêmement court. Il s'agit de diviser un déplacement presque nul par un intervalle de temps pratiquement nul, mais cela n'implique pas du tout que le résultat soit nul. Le tachymètre de la voiture indique bien une vitesse non nulle lorsque la voiture roule !

D'autre part, une vitesse peut être positive ou négative selon que le mobile se déplace dans le sens de l'axe ou en sens inverse. Algébriquement, la vitesse est négative chaque fois que le déplacement $\Delta s = s(t_2) - s(t_1) < 0$ ce qui signifie que $s(t_2) < s(t_1)$. On peut dire que le signe de la vitesse est une manière codée d'en indiquer le sens (en plus de sa grandeur en valeur absolue, comme l'utilise le langage courant).

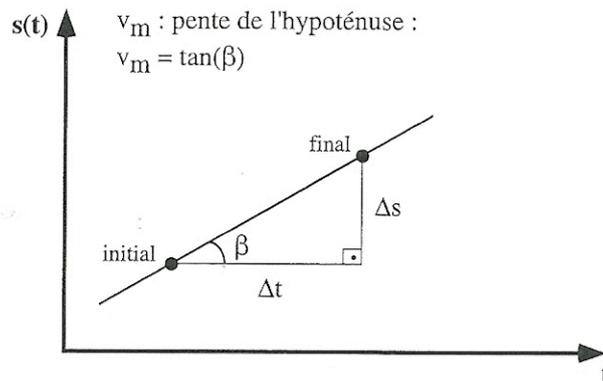
Comme la vitesse (on parle toujours de vitesse instantanée si on ne spécifie rien) d'un mobile peut changer à chaque instant, elle se laisse décrire par une *fonction du temps* $v(t)$ et est représentée graphiquement de manière similaire à l'horaire.

D'après une représentation graphique de la vitesse, on peut :

- Trouver la vitesse du mobile à n'importe quel moment donné (lire la valeur sur l'axe O_y pour un point de l'axe O_x donné).
- Lire le(s) moment(s) où le mobile a une vitesse donnée (lire la (les) valeur(s) sur l'axe O_x pour un point de l'axe O_y donné).
- Trouver les moments d'arrêt (chercher les points où la fonction coupe l'axe O_x).
- Identifier si le mobile se déplace dans le sens de l'axe ou en sens inverse (observer si la valeur sur l'axe O_y est positive ou négative).

Interprétation graphique

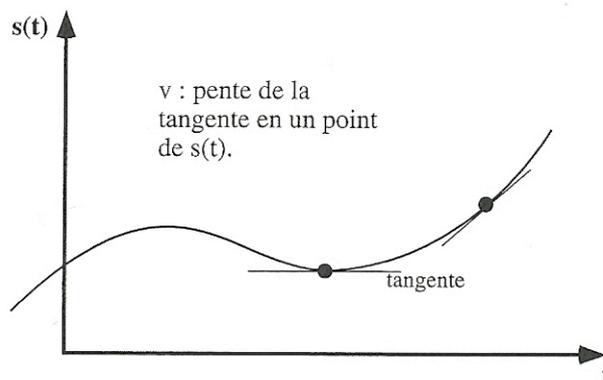
Du graphique de la position à celui de la vitesse



Dans le cas d'une *vitesse moyenne*, la vitesse représente géométriquement **la pente** de la droite affine $s(t)$ entre le point initial et le point final considérés. En effet, la pente d'une droite sur un graphique est définie par le rapport de la variation de la variable verticale (Δs) sur celui de la variable horizontale (Δt) :

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_{final}) - s(t_{initial})}{t_{final} - t_{initial}} = \tan(\beta)$$

Dans le cas d'une *vitesse instantanée*, la vitesse représente **la pente de la tangente** au point considéré de la fonction $s(t)$. Nous disons que la vitesse est la dérivée par rapport au temps de la position.



Cours 3 : Le mouvement à vitesse constante (ou mouvement uniforme)

Objectifs :

- *Savoir retrouver la fonction horaire à partir d'un graphique vitesse-temps.*
- *Connaître l'horaire d'un mouvement uniforme.*
- *Savoir résoudre des problèmes simples de collision.*

Introduction

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à des mouvements particuliers à savoir des mouvements à **vitesse constante**. Dans la nature, beaucoup de mouvements ont une vitesse qui ne varie pas au cours du temps, que ce soit une voiture roulant sur l'autoroute, une personne marchant au pas ou encore un avion volant à 10'000 mètres d'altitude. On appelle ce type de mouvements des **mouvements uniformes** (ou plus simplement MU).

Nous allons apprendre à trouver l'horaire, c'est-à-dire l'équation mathématique qui décrit ce type de mouvement. Pour cela, nous allons au préalable apprendre à interpréter des graphiques vitesse-temps. Il sera alors relativement aisé de déterminer l'horaire d'un MU. Imaginons une course poursuite sur l'autoroute, la police doit rattraper un voleur. A l'aide des équations des MU, il sera possible de trouver le lieu et l'heure où la police va rattraper le voleur en question. C'est un problème typique de « collision ».

Définition

On définit un mouvement uniforme (MU) comme étant un mouvement à vitesse constante :

$$v = \text{cste} \leftrightarrow \text{Mouvement Uniforme (MU)}$$

Le mobile suivant un MU progresse à vitesse constante sur l'axe (rectiligne ou curviligne) considéré. Durant des intervalles de temps égaux le mobile

parcourt des distances égales. Il n'existe qu'une vitesse, qui est à la fois la vitesse instantanée et la vitesse moyenne.

Exercice 1

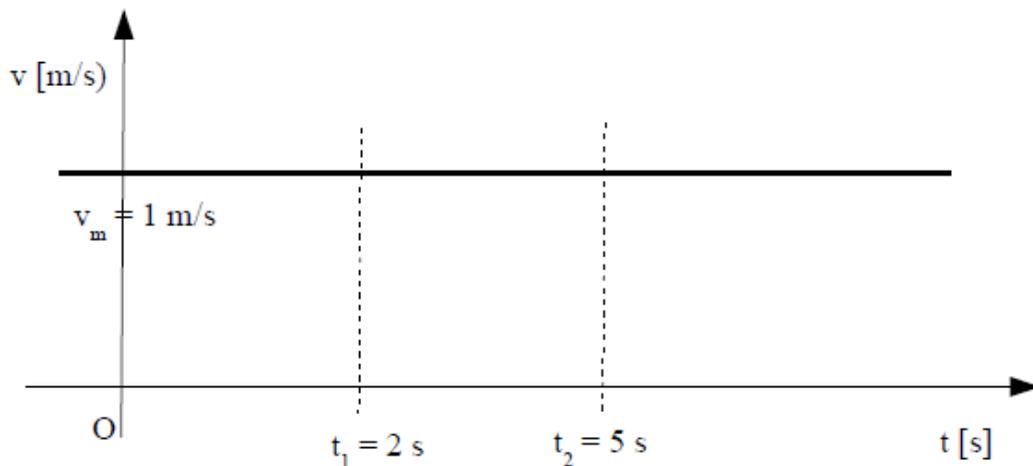
Vous connaissez certainement plein d'exemples de mouvements uniformes dans la vie de tous les jours. Citez trois exemples de MU.

.....

.....

Déterminons l'horaire d'un MU. Effectuons pour cela une représentation graphique de la vitesse en fonction du temps. Prenons une personne qui marche à 1 m/s . La vitesse (ici $v_m = 1 \text{ m/s}$) ne variant pas au cours du temps, la fonction $v(t)$ sera représentée par une droite horizontale.

Interprétation graphique

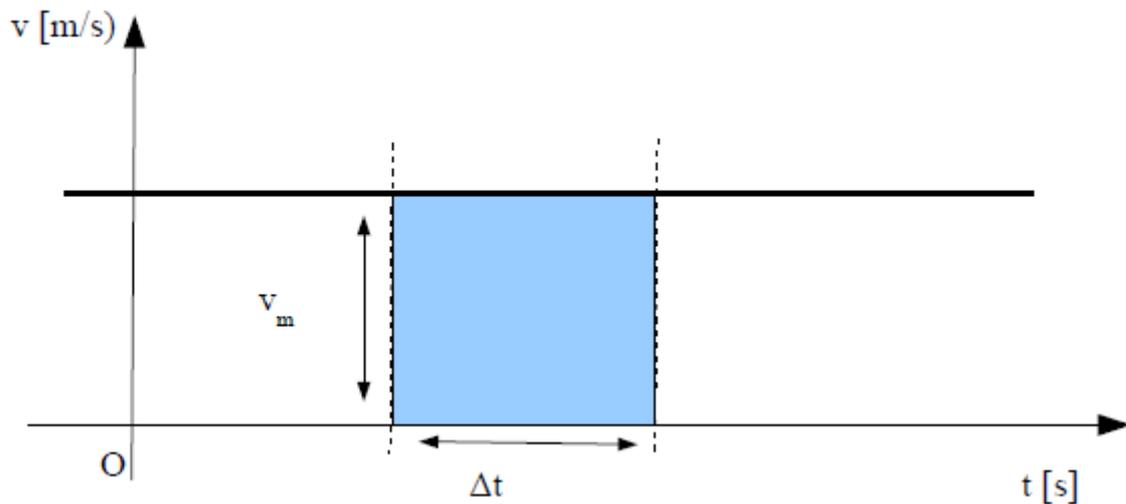


Déterminons la distance parcourue par la personne entre $t_1 = 2 \text{ s}$ et $t_2 = 5 \text{ s}$. Elle vaut :

$$d = 1 \text{ m/s} * (5 \text{ s} - 2 \text{ s}) = 3 \text{ m} \quad \text{ou} \quad d = v_m * (t_2 - t_1)$$

En définissant $\Delta t = (t_2 - t_1)$, on obtient finalement : $d = v_m * \Delta t$

Or, ce produit n'est rien d'autre que l'aire au-dessous de la droite $v(t)$ entre t_1 et t_2 .



Conclusion :

L'aire sous la courbe $v(t)$ entre t_1 et t_2 correspond à la distance d parcourue durant l'intervalle de temps en question.

Exercice 2

Déterminez la distance parcourue par le mobile entre 3 et 9 secondes.

.....



La fonction horaire d'un MU

La fonction horaire peut maintenant être déterminée. Intéressons-nous à la distance parcourue entre le temps $t_1 = 0$ s et le temps t_2 que l'on remplacera ici pour simplifier l'écriture par t : $t_2 = t$.

On a :
$$d = v_m * \Delta t = v_m * (t_2 - t_1) = v_m * (t - 0) = v_m * t$$

Or, la distance parcourue d n'est rien d'autre que la position finale $s(t_2)$ à laquelle on soustrait la position initiale $s(t_1)$.

En remplaçant $s(t_1) = s(0)$ par s_0 , on obtient :

$$d = s(t_2) - s(t_1) = s(t) - s_0$$

En combinant les deux équations précédentes, on trouve :

$$s(t) - s_0 = v_0 \cdot t$$

On obtient finalement pour l'équation de l'horaire d'un MU :

$$s(t) = s_0 + v_m \cdot t$$

Remarque :

Dans l'équation ci-dessus, il est essentiel de comprendre que les grandeurs s_0 et v_0 sont des **constantes**, tandis que les grandeurs $s(t)$ et t sont des **variables**. L'horaire d'un train circulant à $v_m = 40 \text{ m/s}$ passant au temps $t = 0 \text{ s}$ à l'origine ($s_0 = 0 \text{ m}$) sera ainsi donné par :

$$s(t) = 0 + 40 t = 40 t$$

Si le temps t est connu, la position peut être trouvée.

Exemple

Regardons l'utilité d'une telle équation. Supposons qu'un train intercity roule à la vitesse de 72 km/h ($= 20 \text{ m/s}$). Il se trouve à $+ 2 \text{ km}$ de la gare de Sion au temps $t = 0$ et se rapproche de celle-ci. Déterminons à quel instant le train passera à Sion (on suppose qu'il ne s'arrête pas).

Posons d'abord les équations de son horaire et de sa vitesse en unités SI.

On a :
$$v(t) = v_m = - 20 \text{ m/s}$$

(le signe négatif est dû au fait que le train se déplace dans le sens contraire de l'axe x).

Comme $t = 0 \text{ s}$, il se trouve à $2'000 \text{ m}$ de Sion, la position initiale sera (en prenant le point de référence à Sion) de :

$$s_0 = + 2'000 \text{ m}$$

On peut donc écrire pour l'équation horaire :

$$s(t) = s_0 + v_m \cdot t = +2000 - 20 t$$

Finalement, on cherche le temps t pour lequel la position $s(t)$ vaut 0 (= le train est à Sion) :

$$s(t) = 0 = 2000 - 20 t$$

d'où $t = 100$ secondes.

Le train sera après 100 secondes à Sion.

Exercice 3

Un vélo roulant à vitesse constante est situé à 3000 m de l'origine au temps $t = 0$ s. Il atteint cette dernière après 400 s de déplacement.

a) Posez l'équation de son horaire $s_1(t)$.

.....

b) Déterminez le temps nécessaire pour atteindre un point situé à 200 mètres de l'origine.

.....

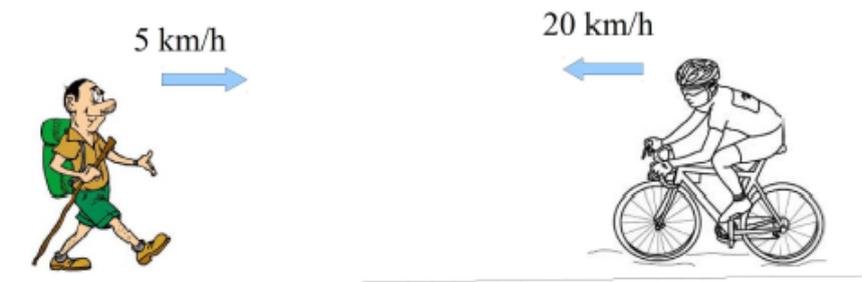
Exercice 4

Vous avez appris que la représentation graphique de la fonction vitesse-temps $v(t)$ d'un MU est une droite horizontale. Qu'en est-il de la fonction horaire $s(t)$? Représentez cette fonction en prenant par exemple pour $s(t) = -10 + 5 t$. Comment appelle-t-on ce type de fonction ?

Collisions

L'équation d'un MU : $s(t) = s_0 + v_m \cdot t$ est très pratique pour décrire le mouvement d'un objet qui se déplace à vitesse constante. Nous allons nous en servir afin de déterminer des temps ou des lieux de rencontre. Considérons l'exemple suivant. Le piéton Albert marche à la vitesse de 5 km/h. À 14h00 il est situé à 3000 m du cycliste David. David roule vers Albert à la vitesse de 27 km/h. On désire trouver à quelle heure ils se croisent.

L'instant initial (ici 14h00) correspond à $t = 0$ s. Comme nous sommes en présence de deux mobiles, nous allons utiliser les indices A pour Albert et D pour David.



Pour Albert, on a : $s_{oA} = 0 \text{ m}$ $v_{mA} = 5 \text{ km/h} = 1.4 \text{ m/s}$.

L'équation pour le trajet d'Albert est donc donnée par :

$$s_A(t) = s_{oA} + v_{mA} t = 1.4 t$$

Pour David, on trouve l'équation suivante (cf exercice 3) :

$$s_D(t) = s_{oD} + v_{mD} t = 3000 - 7.5 t.$$

Les deux personnes se croisent lorsque leurs positions sont égales :

$$s_A(t) = s_D(t)$$

Donc : $1.4 t = 3000 - 7.5 t$.

On trouve : $t = 3000/8.9 = 337 \text{ s} = 5 \text{ min et } 37 \text{ secondes} \sim 6 \text{ minutes}$

Attention : ceci n'est pas la réponse recherchée. On effectue, on veut savoir l'heure à laquelle ils se croisent. Nous en déduisons qu'ils se croisent à 14h06.

Exercice 5

Un malfaiteur vole une voiture de police à Sion et file vers la frontière française à la vitesse constante de 160 km/h . Un policier se rend compte du vol 3 minutes plus tard et part à sa poursuite dans une autre voiture de police. Il roule à 175 km/h . Va-t-il réussir à rattraper le voleur, sachant que la frontière est à St Gingolph, à 109 km ? On suppose que le poste de police est adjacent à l'autoroute.

Cours 4 : L'accélération

Nous avons déjà une idée de ce que peut être une accélération : le sens commun lie l'accélération à une augmentation de vitesse.

Première situation :

Considérons une voiture A qui passe de 0 à 100 km/h en 10 s et une voiture B qui passe de 0 à 100 km/h en 5 s.

Ont-elles un même changement de vitesse ?

Ont-elles alors une même accélération ?

Si non, quelle est la voiture qui a la plus grande accélération et pourquoi ?

.....

Deuxième situation :

Deux voitures ont 8 s pour accélérer. La voiture A passe de 0 à 80 km/h alors que la voiture B passe de 0 à 40 km/h.

Quelle voiture a la plus grande accélération et pourquoi ?

.....

Troisième situation :

Deux voitures ont 10 s pour accélérer. La voiture passe de 0 à 100 km/h et la voiture B de 100 à 200 km/h.

Quelle voiture a la plus grande accélération et pourquoi ?

.....

Nous apportons maintenant la définition physique de l'accélération moyenne, ce qui devrait vous permettre de vérifier les réponses apportées aux trois situations.

Notons la vitesse initiale du mobile au temps t_0 par v_0 et la vitesse finale du mobile au temps t_f (après t_0) par v_f . L'intervalle de temps écoulé $\Delta t = t_f - t_0$ ($\Delta t > 0$ conventionnellement) est donc le temps nécessaire au mobile pour passer de v_0 à v_f .

On définit la variation de vitesse par : $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0$

Attention : une variation est toujours un état final (ici la vitesse finale v_f) moins un état initial (ici la vitesse initiale v_0).

| |
|---|
| <p>Définition de l'accélération moyenne : $\mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$</p> |
|---|

Autrement dit, si on donne un même Δt aux deux voitures pour accélérer, c'est celle qui produit un plus grand changement de vitesse Δv qui est la plus accélérée :

Pour un même Δt : $a_m \sim \Delta v$ (donc dans la deuxième situation, la voiture A a une accélération double de la voiture B).

Si par contre les deux véhicules produisent une même variation de vitesse, c'est celle qui nécessite le moins de temps qui est la plus accélérée :

Pour un même Δv : $a_m \sim 1/\Delta t$ (donc dans la première situation, la voiture B a une accélération deux fois plus grande que la voiture A).

Il est à noter que l'accélération n'est pas proportionnelle à la vitesse finale, mais proportionnelle au changement de vitesse : dans la troisième situation, les deux voitures ont une même accélération !

Quatrième situation : une voiture A met 20 s pour passer de 50 à 100 km/h et une voiture B met 5 s pour passer de 0 à 100 km/h. Comment expliquez-vous que l'accélération de B est 8 fois plus grande que celle de A ?

.....
.....

Unité de l'accélération :

Dans l'exemple précédent, la voiture B produit une variation de vitesse de 100 km/h en 5 s, soit une accélération moyenne de :

$$a_m = \frac{100 \text{ km/h}}{5 \text{ s}} = 20 \frac{\text{km/h}}{\text{s}}$$

Cela signifie que le mobile augmente en moyenne sa vitesse de 20 km/h chaque seconde.

Il est gênant toutefois d'avoir des unités hybrides pour le temps. Il faut donc nécessairement convertir les km/h en m/s. Comme $20 \text{ km/h} = 5,56 \text{ m/s}$, on obtient alors :

$$a_m = 5,56 \frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$

Cela signifie que le mobile augmente sa vitesse de 5,56 m/s chaque seconde.

Conceptuellement on écrit : $[a_m] = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \text{m/s}^2$ (mètre par seconde au carré)

Il s'agit d'une écriture allégée en lieu et place du mètre par seconde par seconde, en précisant bien sûr qu'une seconde au carré n'a pas de réalité physique.

Que représente alors une accélération moyenne de 1 m/s^2 ?

Cela peut signifier que le mobile va augmenter en moyenne sa vitesse de 1 m/s en 1 s, ou augmenter sa vitesse de 3 m/s en 3 s, etc...

Prenons une personne ayant une vitesse initiale nulle. Elle aura donc au bout d'une seconde une vitesse de 1 m/s (= 3,6 km/h, petite marche), au bout de deux secondes une vitesse de 2 m/s (= 7,2 km/h, marche « forcée »), au bout de trois secondes une vitesse de 3 m/s (= 10,8 km/h, petit trot), etc...

Question : pensez-vous pouvoir tenir longtemps cette accélération ?

Exercice 1

Décrivez une situation où la vitesse est grande et l'accélération faible.

.....

Exercice 2

Décrivez une situation où l'accélération est grande et la vitesse faible.

.....

Exercice 3

La vitesse d'un mobile est, à un instant donné, nulle. Cela signifie-t-il que son accélération est nulle ?

.....

Exemples de calcul

- a) Une voiture démarre en passant de 0 à 100 km/h en 10 secondes. Calculez son accélération moyenne.

$$\text{Données : } v_0 = 0 \text{ km/h} = 0 \text{ m/s}, \quad v_f = 100 \text{ km/h} = 27.8 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 10 \text{ s}$$

$$\text{Calcul : } a_m = \Delta v / \Delta t = (27.7 - 0) / 10 = \mathbf{2.78 \text{ m/s}^2}$$

- b) Au saut à l'élastique, quand l'élastique n'est pas encore tendu, une personne met 2 s pour passer de 0 à 72 km/h. Que vaut son accélération moyenne ?

$$\text{Données : } v_0 = 0 \text{ m/s} \quad v_f = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 2 \text{ s}$$

$$\text{Calcul : } a = \Delta v / \Delta t \Rightarrow a = 20 / 2 = \mathbf{10 \text{ m/s}^2}$$

La formule de l'accélération autorise une variation négative de la vitesse :

- c) En atterrissant sur un porte-avion, un avion de chasse passe de 216 km/h à zéro en une 1,5 s. Trouvez son accélération.

$$\text{Données : } v_0 = 216 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}, \quad v_f = 0 \text{ m/s} \quad \Delta t = 1,5 \text{ s}$$

$$\text{Calculs : } a = \Delta v / \Delta t = (0 - 60) / 1,5 = \mathbf{-40 \text{ m/s}^2}$$

Quelques ordres de grandeur d'accélération moyennes :

Voiture de série de 0 à 100 km/h : 2 à 5 m/s²

Athlète sur la première seconde d'un 100 m : 5 m/s²

Freinage d'une voiture sur route sèche : (-) 8 m/s²

Formule 1 de 0 à 100 km/h : 10 m/s²

Objet en chute libre (cf plus loin) : 10 m/s²

Fusée au décollage : 20 m/s²

Freinage au bas d'un saut à l'élastique : (-) 40 m/s²

Expulsion d'une balle dans un fusil : 10⁵ m/s² !!

Signe de l'accélération :

On l'a vu, une variation négative de la vitesse peut être l'expression d'un freinage. En réalité, la discussion du signe est plus complexe que cela.

Souvenez-vous : la vitesse est définie positivement ou négativement selon que le mobile se déplace dans le sens de l'axe ou à contresens de l'axe.

Pour fixer les idées, imaginons que nous avons choisi un axe qui pointe vers la droite : les vitesses vers la droite sont positives et celles vers la gauche sont négatives. Voici les règles concernant le signe de l'accélération :

- si $v > 0$ et $a > 0$: l'objet va vers la droite, de plus en plus vite

$a < 0$: l'objet va vers la droite, de moins en moins vite

- si $v < 0$ et $a < 0$: l'objet va vers la gauche, de plus en plus vite

$a > 0$: l'objet va vers la gauche, de moins en moins vite

En résumé, si l'accélération et la vitesse ont le même signe, l'objet va de plus en plus vite et si elles sont de signes différents, l'objet ralentit.

Exemple de calcul

Une voiture roule à 72 km/h, à **contresens de l'axe**. Elle ralentit de manière à se retrouver 5 secondes plus tard à 36 km/h. Calculez son accélération moyenne.

Données : $v_0 = - 72 \text{ km/h} = - 20 \text{ m/s}$, $v_f = - 36 \text{ km/h} = - 10 \text{ m/s}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$

Calculs : $a = \Delta v / \Delta t = (- 10 - (- 20)) / 5 = + 10 / 5 = + 2 \text{ m/s}^2$

Le signe de l'accélération est opposé à celui de la vitesse, c'est un freinage !

On se rend compte que les mobiles ne produisent pas toujours la même accélération au cours du mouvement. Par exemple, il est souvent plus facilement d'accélérer quand on est à basse vitesse. Pour avoir une bonne idée de l'accélération du véhicule à un temps donné, **on parle d'accélération instantanée**, on considère un intervalle de temps le plus court possible (on dit qu'il tend vers zéro).

Définition de l'accélération instantanée : $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Exercice 4

Voici quelques données sur le mouvement d'un mobile :

$t_1 = 0 \text{ s}, \quad v_1 = v(t_1) = 0 \text{ m/s}$

$t_2 = 2 \text{ s}, \quad v_2 = v(t_2) = 3 \text{ m/s}$

$t_3 = 5 \text{ s}, \quad v_3 = v(t_3) = 6 \text{ m/s}$

Calculez son accélération moyenne durant les intervalles $[t_1 ; t_2]$, $[t_2 ; t_3]$, $[t_1 ; t_3]$.

.....

.....

.....

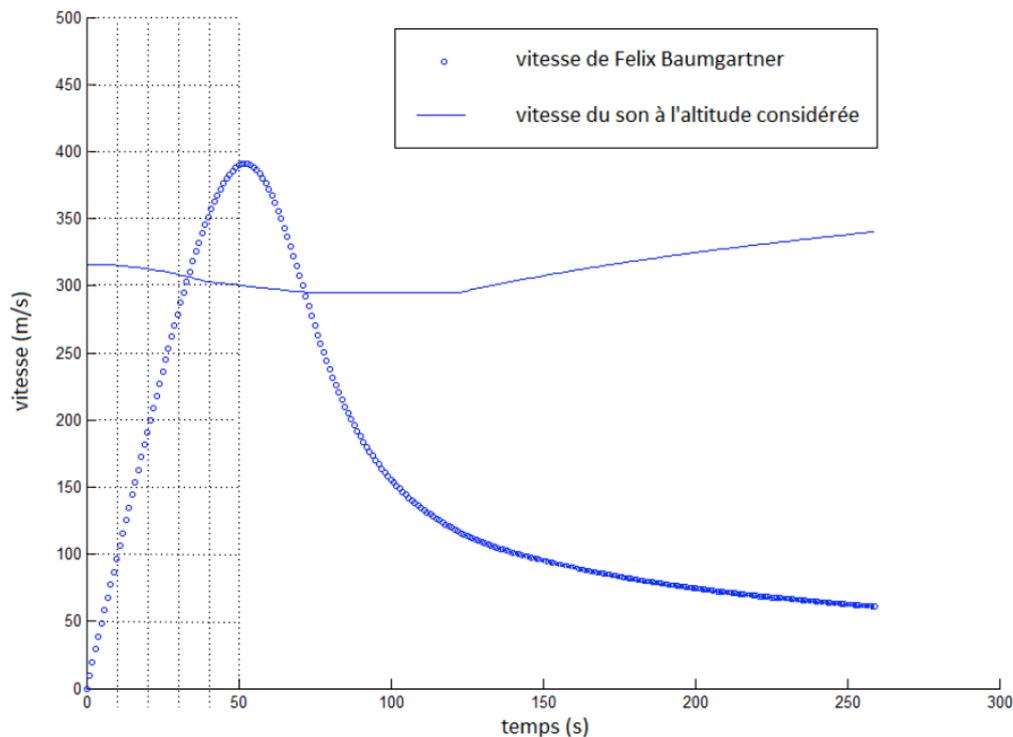
Exercice 5

Une fois passé la ligne d'arrivée, un skieur, étant à 120 km/h, prend 3 s pour s'arrêter. Déterminer son accélération moyenne.

.....

Cours 5 et 6 : Le mouvement uniformément accéléré

Connaissez-vous le parachutiste Felix Baumgartner ? Lors du projet « Stratos », il a franchi le mur du son en chute libre en sautant d'un ballon à 40 km d'altitude ! Ce graphique montre la vitesse atteinte au cours du temps lors de la chute.



Exercice 1

Pouvez-vous calculer l'accélération moyenne qu'il a subie entre son départ et le moment où il atteint la vitesse du son ?

On peut également remarquer que, lors de ces 30 premières secondes, la vitesse augmente de manière très régulière, linéaire, au cours du temps. En d'autres mots, l'accélération est constante : c'est un mouvement uniformément accéléré, ou MUA.

Remarque : pour la suite de la chute, avec la vitesse qui augmente, les frottements de l'air deviennent plus importants et freinent Félix : l'accélération change. Nous n'étudierons pas les mouvements où l'air joue un rôle important dans ce chapitre.

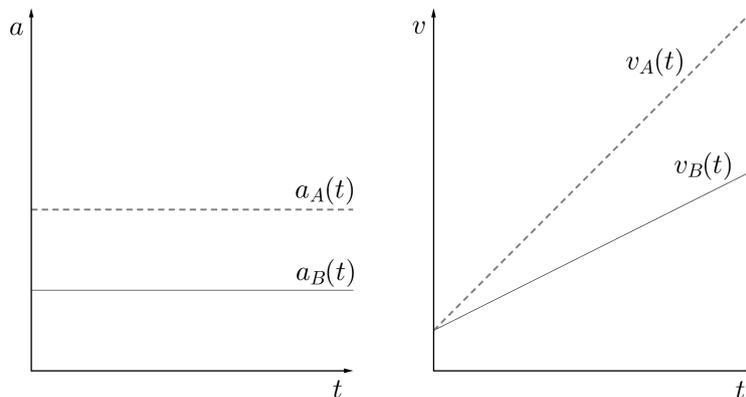
Définition :

Un mobile suivant un MUA progresse avec une accélération constante sur l'axe rectiligne ou curviligne considéré. Durant des intervalles de temps égaux les variations de vitesse sont égales. Comme l'accélération ne varie pas, ses valeurs instantanées sont identiques à sa valeur moyenne.

**Un mobile suit un mouvement uniformément accéléré
si son accélération est constante :**
 $a(t) = a = \text{cste}$

Variation de la vitesse, graphiquement :

L'accélération décrit la variation de vitesse en un certain temps. Si l'accélération est constante, la vitesse varie d'une même quantité à chaque seconde : la fonction représentant la vitesse d'un MUA est une fonction affine.



Variation de la vitesse, algébriquement :

Nous pouvons trouver de manière générale la vitesse finale d'un mobile en connaissant

- sa vitesse initiale v_1
- son accélération a
- l'intervalle de temps considéré $\Delta t = (t_2 - t_1)$:

$$v_2 = v_1 + \Delta v$$

avec $a = a_{\text{moy}} = \Delta v / \Delta t$, on trouve $\Delta v = a \cdot \Delta t$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 + a \cdot (t_2 - t_1)$$

Puis en choisissant $t_1 = 0$, de manière à ce que la vitesse v_1 devienne la **vitesse initiale** v_0 , on obtient :

$$v_2 = v_0 + a \cdot (t_2 - 0) = v_0 + a \cdot t_2$$

Finalement, en considérant t_2 comme **variable** t , ce qui amènera v_2 à devenir la variable image $v(t)$ on trouve la fonction affine recherchée :

$$v(t) = v_0 + a \cdot t = v_0 + a \cdot t$$

où v_0 indique la vitesse initiale du mobile et a son accélération.

On retrouve bien l'idée déjà présentée grâce aux graphiques : la fonction $v(t)$ est une fonction affine par rapport au temps.

Exercice 2

Une voiture roule à 72 km/h et accélère de manière constante pendant 10 secondes en gagnant 3.6 km/h à chaque seconde (on dit qu'elle a une accélération de 3.6 km/h par seconde) à quelle vitesse finit-elle ?

Nous avons déjà vu lors de la définition de l'accélération qu'il est préférable de travailler avec les unités SI, c'est ce que nous ferons systématiquement.

Rappel : $1 \text{ km/h} = 1'000 \text{ m en } 3'600 \text{ s} = 1'000/3'600 \text{ m/s} = 1/3.6 \text{ m/s}$.

Signe de l'accélération :

Nous avons déjà étudié le problème du signe de a dans le chapitre sur l'accélération :

Si l'accélération et la vitesse ont le même signe, l'objet va de plus en plus vite et si elles sont de signe différent, l'objet ralentit.

L'équation $v(t)$ tient compte de ces signes.

Remarque : il existe une autre manière de présenter le signe de a . Quand nous étudierons la dynamique, nous verrons qu'il faut une force pour qu'un objet accélère et que l'accélération est dans le sens de cette force. Imaginez un objet qui se déplace à faible vitesse. Vous le poussez fortement. Si vous le poussez « vers l'avant », il va de plus en plus vite et si vous le poussez « vers l'arrière », il ralentit. On peut donc aussi donner comme règle pour le signe de a :

Une accélération est positive si elle est dans le même sens que l'axe, négative si elle est à contresens de l'axe.

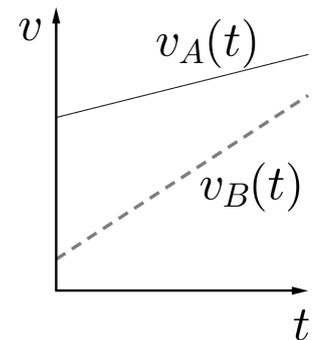
Exercice 3

Sur le graphique $v(t)$ présenté, quel est l'objet dont l'accélération est la plus grande ?

N'oubliez pas : l'accélération décrit la manière dont la vitesse varie sur un intervalle de temps donné.

Prenez un intervalle de temps identique pour les deux objets et déterminez grâce au graphique la variation de vitesse.

Vous pouvez également utiliser directement la notion de pente.

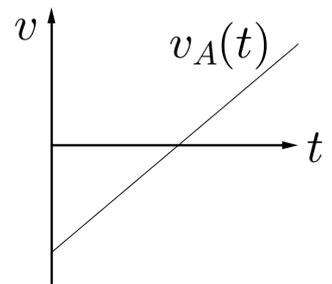


Exercice 4

Sur le graphique $v(t)$ présenté, y a-t-il des moments où l'objet freine ? Si oui, lesquels ?

N'oubliez pas : il y a freinage si l'accélération est de signe opposé à la vitesse.

Trouvez le signe de l'accélération. L'accélération change-t-elle au cours du temps ou est-elle constante ? Et la vitesse, quelle est son signe ?



Exercice 5

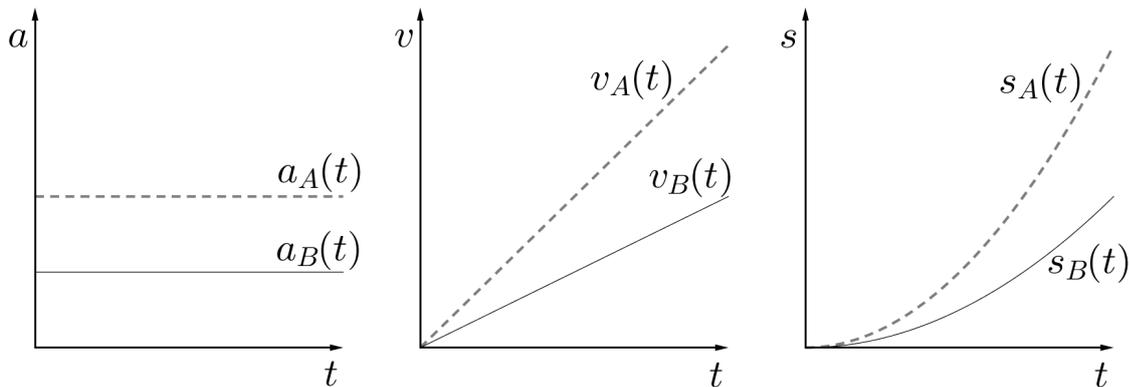
Felix Baumgartner saute de son ballon à 40 km d'altitude. Si nous mettons notre axe qui pointe « vers le bas », sa vitesse passe de $v_0 = 0$ m/s à $v_f = 200$ m/s en 20 s, ainsi son accélération vaut 10 m/s².

Remarque : on peut aussi dire qu'il est accéléré « vers le bas » car la seule force qui agit sur lui est celle faite par la Terre qui l'attire « vers le bas ». Si nous mettons notre axe qui pointe vers le bas, l'accélération est positive car dans le sens de l'axe.

Si nous mettons maintenant plutôt notre axe qui pointe vers le haut, que valent v_0 , v_f et a ?

Variation de la position, graphiquement :

Nous avons maintenant une idée précise de la manière dont la vitesse varie lors d'un MUA. Pour l'horaire, on va d'abord réfléchir au genre de fonction qui va décrire un mouvement de démarrage : le mobile a une accélération constante ce qui signifie que la vitesse va augmenter régulièrement, et donc que la pente de la fonction $s(t)$ va également augmenter régulièrement.



Exemples de deux mouvements avec s_1 et v_1 nulles, a_A et a_B positives

Nous n'aurons plus une fonction affine mais une fonction du deuxième degré comme nous allons le démontrer ci-dessous.

Variation de la position : algébriquement

Pour trouver la fonction $s(t)$, on va utiliser la notion de vitesse moyenne sous deux aspects : sa définition (= déplacement divisé par le temps) et une propriété qu'elle possède pour un MUA, à savoir que la vitesse moyenne est égale à la valeur moyenne entre les vitesses initiale et finale.

Attention : pour un mouvement quelconque, la vitesse moyenne n'est pas égale à la moyenne des vitesses, car le temps passé à chacune des vitesses joue un rôle. Cependant, dans un MUA, le temps passé à chaque vitesse est identique (regardez le graphique $v(t)$), ce qui permet d'exprimer aussi simplement v_m .

Exprimons maintenant la position s d'un mobile en MUA. Ici encore la valeur initiale sera celle au temps $t = 0$ et la finale sera libre, sans indice :

$$s = s_0 + \Delta s$$

avec $v_m = \Delta s / \Delta t$, on trouve $\Delta s = v_m \cdot \Delta t$

$$\Rightarrow s = s_0 + v_m \cdot \Delta t = s_0 + v_m (t - 0)$$

$$\Rightarrow s = s_0 + v_m \cdot t$$

sachant que, dans le cas d'un MUA, $v_m = \frac{1}{2} \cdot (v_0 + v)$

$$\Rightarrow s = s_0 + \frac{1}{2} \cdot (v_0 + v) \cdot t$$

En utilisant encore le fait que lors d'un MUA la vitesse instantanée v se laisse exprimer par l'équation $v = v_0 + a \cdot t$, on obtient :

$$s = s_0 + \frac{1}{2} \cdot [v_0 + (v_0 + a \cdot t)] \cdot t$$

$$s = s_0 + \frac{1}{2} \cdot [2 v_0 + a \cdot t] \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Cette expression donne s en fonction de t : c'est l'équation $s(t)$ recherchée.

Voici donc les fonctions décrivant l'accélération, la vitesse et l'horaire d'un corps en MUA :

| | |
|--|--|
| Mouvement uniformément accéléré : | $a(t) = a = \text{cste}$ |
| | $v(t) = v_0 + a \cdot t$ |
| | $s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$ |

Exercice 6

Un objet arrêté démarre et prend une accélération constante. Après 1 s, il a parcouru 1 m. Quelle distance a-t-il parcourue au total après 2 s ?

.....

Exercice 7

Une voiture démarre avec une accélération constante de 2 m/s² (durant tout le temps considéré). Déterminez la distance parcourue en 3 s, puis le temps mis pour atteindre la vitesse de 100 km/h.

.....

Cours 7 : application du MUA à la chute libre et à la distance de freinage

Chute libre

L'exemple du saut de Baumgartner met en évidence qu'un corps tombant dans le vide a une accélération constante. On remarque avec une certaine surprise qu'elle est la même pour tous les corps, tant qu'il n'y a pas de frottement de l'air. Cette accélération particulière, dite accélération de la pesanteur, vaut précisément $9,81 \text{ m/s}^2$ (on prendra 10 m/s^2 pour les exercices) et elle est notée par g .

Accélération de la pesanteur terrestre pour tous les corps : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

On notera que cette valeur correspond au facteur de conversion entre masse et force de pesanteur. Nous y reviendrons en dynamique. En particulier l'accélération d'un corps à la surface de la Lune ne vaut que $1,62 \text{ m/s}^2$.

Comme les corps en chute libre subissent une accélération constante, leurs mouvements sont donc décrits par les mêmes fonctions $v(t)$ et $s(t)$ que celles du MUA.

Exemple de calcul

Une bille est lâchée dans le vide d'une hauteur de 2 m. Calculez son temps de chute et la vitesse avec laquelle elle percute le sol.

Choix du référentiel : l'axe est orienté vers le bas et son origine coïncide avec la position initiale de la bille. Le mouvement du corps est vers le bas donc les vitesses sont positives et croissantes : l'accélération est positive.

Données : $g = 10 \text{ m/s}^2$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$, $s_0 = 0 \text{ m}$ et $s_1 = 2 \text{ m}$

Calculs : $s(t_1) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_1^2 = 5 t_1^2 = 2 \text{ m}$

$$\Rightarrow t_1 = (2/5)^{1/2} = (0.4)^{1/2} = \mathbf{0.632 \text{ s}}$$

$$\text{et } v_1 = v(t_1) = a \cdot t_1 = 10 \cdot 0.632 = \mathbf{6.32 \text{ m/s}}$$

Lançons maintenant un corps vers le haut avec une vitesse initiale v_0 . Une fois lancé, l'objet est dit en chute libre, même s'il monte, dans la mesure où il n'y a pas de contrainte (force de propulsion par exemple).

Choix du référentiel : l'axe est orienté vers le haut et son origine coïncide avec la position où l'objet est lancé à la vitesse initiale v_0 . A la montée, la vitesse est donc positive et elle diminue ce qui signifie une accélération négative. A la descente, le mouvement est opposé au sens de l'axe, la vitesse est négative et devient de plus en plus négative (elle croît en valeur absolue mais elle décroît en valeur réelle) : l'accélération est toujours négative !

Autrement dit, une accélération négative va justifier la montée puis la descente pour $v(t)$ et $s(t)$, cela tient du fait que le sens de l'accélération est opposé au sens de l'axe.

Montée et descente (axe vers le haut)

$$\mathbf{a = - g = - 10 \text{ m/s}^2}$$

$$\mathbf{v(t) = v_0 - g \cdot t}$$

$$\mathbf{s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}$$

Exemple de calcul

Une balle est lancée verticalement vers le haut à la vitesse de 20 m/s. Calculez la hauteur maximale atteinte par la balle.

Données : $a = - g = - 10 \text{ m/s}^2$, $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $s_0 = 0 \text{ m}$

Calculs : Au sommet, au temps t_1 , la vitesse est nulle :

$$v(t_1) = v_0 - g t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = v_0 / g = 2 \text{ s}$$

$$h = s(t_1) = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 40 - 20 = 20 \text{ m}$$

on peut aussi remplacer t_1 par v_0/g dans l'horaire $s(t_1)$ ce qui donne :

$$\begin{aligned} h &= v_0 \cdot v_0 / g - \frac{1}{2} g (v_0 / g)^2 = v_0^2 / g - \frac{1}{2} v_0^2 / g = \frac{1}{2} v_0^2 / g \\ &= \frac{1}{2} 20^2 / 10 = 20 \text{ m} \end{aligned}$$

Distance de freinage

L'exemple précédent peut être compris comme le calcul d'une distance de freinage : la distance nécessaire pour passer de la vitesse initiale v_0 à la vitesse nulle.

La formule littérale donnait : $h = \frac{1}{2} v_0^2 / g$

Traduisons cela sur la route : l'accélération supposée constante du véhicule est a (au lieu de g). La distance de freinage, notée D , vaut alors :

$$D = \frac{1}{2} v_0^2 / |a|$$

Exemple de calcul

Sur route sèche, on admet une accélération de -8 m/s^2 .

Déterminer la distance de freinage pour une vitesse de 54 km/h et de 108 km/h .

i) *Données :* $a = -8 \text{ m/s}^2, v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$

Calculs : $D = \frac{1}{2} v_0^2 / |a| = \frac{1}{2} \cdot 15^2 / 8 = 14 \text{ m}$

ii) *Données :* $a = -8 \text{ m/s}^2, v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$

Calculs : $D = \frac{1}{2} v_0^2 / |a| = \frac{1}{2} \cdot 30^2 / 8 = 56 \text{ m}$

Doubler la vitesse initiale correspond donc à **quadrupler** la distance de freinage (car la vitesse initiale est au carré) !

Exercice 1

On laisse tomber une pierre dans le vide.

- Posez les équations de son horaire et de sa vitesse.
- Comparer la distance parcourue pendant 0.5 s de chute avec la distance parcourue pendant 1 s .
- Calculez le temps mis par la pierre pour descendre de 45 m .

- d) Calculez la hauteur de laquelle la pierre doit tomber pour atteindre en bas la vitesse de 54 km/h.

Exercice 2

Dans l'expérience du saut de Baumgartner, on admet qu'il n'y a pas eu de frottement pendant les 30 premières secondes de chute.

- a) Calculer sa vitesse en km/h après ces 30 s.
b) Déterminer alors la distance parcourue.

Baumgartner a sauté depuis une altitude de 40 km. Il a été freiné par l'atmosphère terrestre pour terminer, avant d'ouvrir son parachute, à la vitesse de 250 km/h.

- c) Quelle aurait été sa vitesse juste avant d'arriver au sol (sans parachute ...) s'il n'y avait pas eu d'atmosphère ?

Exercice 3

On expulse un boulet de canon à la vitesse de 160 m/s verticalement vers le haut.

- a) Calculez la durée de la phase de montée.
b) Calculez la hauteur atteinte par le boulet.
c) Calculez le temps qu'il met depuis le départ pour être, quand il redescend, à une hauteur de 960 m de son point de lancement.

Exercice 4

Une voiture roule à 72 km/h et freine avec une accélération de 5 m/s^2 . Calculez la distance de freinage jusqu'à l'arrêt.