J'apprends les maths CE1

Fichier de l'élève

Sous la direction de

RÉMI BRISSIAUD

Maitre de conférences de psychologie expérimentale

ANDRÉ OUZOULIAS

Professeur agrégé

FLORENCE SUIRE

Professeur des écoles

FRANÇOIS LELIÈVRE

Professeur des écoles

PIERRE CLERC

Instituteur

RETZ

www.editions-retz.com

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

Une démarche pédagogique qui

De nouveaux programmes pour la rentrée 2016 ont été publiés et une Conférence de consensus, qui s'est tenue en 2015, a émis des recommandations concernant les apprentissages numériques à l'école élémentaire. Les choix didactiques de *J'apprends les maths* s'en sont trouvés confortés. Ainsi :

• On lit dans le programme de 2016 qu'« *au CE1, un temps conséquent est consacré à la reprise de l'étude des nombres jusqu'à 100, notamment pour leur désignation orale et pour les stratégies de calcul mental ou écrit. Parallèlement, l'étude de la numération décimale écrite (centaine, dizaines, unités simples) est étendue par paliers, jusqu'à 200, puis 600 et éventuellement 1000* ». Or, dans *J'apprends les maths CE1*, l'année est découpée en trois périodes : la 1re où l'accent est mis sur le calcul mental jusqu'à 100, la 2e où les élèves développent leurs compétences numériques dans le domaine des 200 premiers nombres (cela permet de travailler sur une longue durée le fait que 130, par exemple, c'est 13 dizaines) et la 3e où ils étendent ces compétences jusqu'à 1 000 (il faut savoir que 630, c'est 63 dizaines, ce qui n'a rien d'évident !).

• La conférence de consensus souligne que « *le calcul mental et le calcul en ligne doivent être privilégiés par rapport au calcul posé* » et qu'ils « *devraient être travaillés avant le calcul posé* ». Or, ce choix est celui de *J'apprends les maths CE1* depuis sa première édition.

• Concernant la résolution de problèmes, le programme de 2016 recommande de demander aux élèves de « *prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs* ». *J'apprends les maths* a constamment utilisé et perfectionné ce type d'activités, essentiel pour que les élèves donnent du sens à leurs apprentissages numériques. Sa forme la plus achevée est sans conteste celle que nous avons appelée la simulation mentale d'une action que l'enseignant réalise de manière masquée : une correspondance 1 à 1 entre deux collections ou un passage de la dizaine, par exemple (voir page 3).

Les compétences en calcul mental : un passeport pour la réussite

Dans *J'apprends les maths*, chaque séquence de mathématiques commence par une ou deux activités de calcul mental. Il s'agit en effet d'un savoir-faire fondamental parce qu'il est bien établi aujourd'hui qu'avoir de bonnes compétences en calcul mental est une sorte de passeport pour une scolarité réussie en mathématiques. Trois sortes de recherches ont conduit à cette conclusion :

– L'étude des élèves en difficulté grave et durable : une extrême faiblesse en calcul mental est une caractéristique pratiquement commune à tous ces élèves. Ils n'accèdent même pas aux relations additives élémentaires (8 + 6, par exemple) parce qu'ils restent longtemps prisonniers de procédures de comptage rudimentaires[1].

– Une recherche de sociologues[2] qui, à partir des évaluations CE2 et 6e des mêmes élèves, ont étudié quelles compétences particulières en CE2 permettent de pronostiquer un niveau général élevé en mathématiques en 6e. Les résultats sont clairs : les compétences qui permettent le meilleur pronostic relèvent du calcul mental.

– L'étude des liens qu'entretiennent les compétences en calcul mental, d'une part, la compréhension des opérations arithmétiques et la résolution de problèmes, de l'autre.

1. Voir par exemple Geary, D. C. (2005), Les troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles. *In* M.-P. Noël (éd.), *La Dyscalculie*, Marseille, Solal.

2. Un résumé de l'étude se trouve dans Suchaut, B. (2007), *Apprentissages des élèves à l'école élémentaire : les compétences essentielles à la réussite scolaire* (collab. S. Morlaix). Note de l'IRÉDU, 07/1.

Cet ouvrage suit l'orthographe recommandée par les rectifications de 1990 et les programmes scolaires. Voir le site http://www.orthographe-recommandee.info *et son miniguide d'information*

 ISBN : 978-2-7256-3473-9

Calcul mental, compréhension des opérations et résolution de problèmes

Des enfants brésiliens qui n'étaient jamais allés à l'école (des enfants de la rue) se sont vus proposer le problème suivant[3] : *Quel est le prix de 3 objets à 50 cruzeiros l'un ?* Le taux de réussite est de 75 % alors que ces enfants de 10 ans environ n'avaient jamais entendu parler de multiplication. Ainsi, nul besoin d'être allé à l'école pour résoudre ce problème. Mais le problème : *Quel est le prix de 50 objets à 3 cruzeiros l'un ?*, lorsqu'il est proposé aux mêmes enfants, conduit à… 0 % de réussite !

Savoir calculer mentalement *3 fois 50* ne suffit donc pas pour accéder à la solution du second problème, il faut de plus savoir que *50 fois 3* et *3 fois 50* sont le même nombre (commutativité de la multiplication). C'est à l'école que les élèves s'approprient ce type de propriétés que les psychologues du développement qualifient de *conceptuelles*.

Ce phénomène (réussite quasi nulle à un problème très proche d'un autre qui, lui, est bien réussi) s'observe avec toutes les opérations : multiplication, soustraction, division[4]. La compétence à résoudre mentalement ces problèmes dépend de manière cruciale de la *compréhension* des opérations arithmétiques. Cependant, si cette compétence en calcul mental dépend de la compréhension des opérations, elle la *révèle* aussi et la développer doit évidemment être un objectif prioritaire des pédagogues.

3. Schliemann, A. D., Araujo, C., Cassundé, M. A., Macedo, S. & Nicéas, L. (1998), Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 422-435.

4. Brissiaud, R. & Sander, E. (2010), « Arithmetic word problem solving : a Situation Strategy First framework ». *Developmental Science*, 13 (1), 92-107.

avait anticipé les programmes 2016

• On connait mieux aujourd'hui les problèmes arithmétiques que les enfants apprendraient à résoudre s'ils n'allaient pas à l'école (ils le feraient à l'aide de leur connaissance quotidienne de la signification des verbes ajouter, retirer, partager, de leur connaissance de la signification du mot fois, de l'expression de plus, etc.). Avec *J'apprends les maths*, l'enseignant commence par consolider les connaissances quotidiennes des élèves (la réussite des plus fragiles en dépend) ; il fait ensuite de la rencontre avec les propriétés conceptuelles telles que la commutativité un évènement dans leur vie d'écolier. C'est l'un des moyens les plus sûrs pour que les élèves comprennent les opérations arithmétiques. Cette démarche a été exposée lors de la Conférence de consensus.

• Concernant les opérations arithmétiques, la soustraction est d'emblée associée à la comparaison de deux nombres : 9 – 6, c'est « ce qui est différent » lorsqu'on imagine deux collections de 9 et 6 points et lorsqu'on relie 1 à 1 dans sa tête « ce qui est pareil » (il faut imaginer 9 et 6 avec le repère 5 !). Là encore, les raisons d'un tel choix ont été présentées lors de la Conférence de consensus (voir aussi page 4).

• Par ailleurs, le programme de 2016 souligne l'importance du travail sur les grandeurs et notamment, au CE1, sur les longueurs et les prix. On y lit : « *Les opérations sur les grandeurs sont menées en lien avec l'avancée des opérations sur les nombres, de la connaissance des unités et des relations entre elles.* » Or, dès sa 1re édition, *J'apprends les maths* avait fait ce choix. Ainsi, de même que les enfants apprennent que 16 dizaines et 4 unités, c'est 164, ils apprennent que 16 traits de 10 cm mis bout à bout et encore 4 cm, c'est 164 cm, que 16 pièces de 10 centimes et encore 4 centimes, c'est 164 centimes, etc.

• L'édition 2016 : quelles nouveautés ? Trois nouveautés essentiellement : un travail renforcé sur les égalités lacunaires (sq 84) et sur l'expression des nombres en unités de numération (sq 89) et, surtout, *J'apprends les maths CE1* renoue avec l'enseignement de la technique de soustraction « naturelle », celle où l'on dégroupe des dizaines ou des centaines pour pouvoir effectuer les retraits.

Apprendre le calcul mental dans des situations d'anticipation

Donnons d'abord un exemple de situation d'anticipation :

Phase d'anticipation.

Phase de validation : l'enseignant bascule la boite.

Dans ce cas, il s'agit d'anticiper le nombre de cases vides d'un cadre matériel de 10 cases lorsque 7 d'entre elles sont remplies. Ou encore : il s'agit d'anticiper le nombre de jetons qu'il faudrait ajouter pour qu'il y en ait 10.

Les élèves prennent conscience de la différence entre ce type de tâche et la devinette : contrairement à un élève qui devine, l'élève qui raisonne correctement peut réussir systématiquement. Par ailleurs, la situation est autocorrective : comme l'enjeu du raisonnement arithmétique est d'anticiper le résultat d'actions avant qu'elles ne soient effectivement réalisées, il suffit de procéder à ces actions (ici, ajouter 3 jetons et observer que la boite est pleine) pour valider ou non l'anticipation.

C'est ainsi que **la résolution de problèmes prend du sens** pour les élèves. Il est important que les situations d'anticipation restent privilégiées au CE1 parce qu'à ce niveau de la scolarité, les enfants construisent encore leur rapport à l'activité mathématique.

Apprendre à calculer en simulant mentalement l'action du maitre

Mais les situations d'anticipation utilisées dans *J'apprends les maths CE1* favorisent l'apprentissage du calcul mental pour une autre raison, plus fondamentale encore. Considérons, par exemple, la situation utilisée pour enseigner le « passage de la dizaine » : 8 + 4 = (8 + 2) + 2.

Phase d'anticipation (début).

Phase d'anticipation (fin).

Les élèves sont conduits à simuler mentalement l'action que l'enseignant a réalisée de façon masquée. Or, les recherches en neuropsychologie[5] montrent que l'apprentissage repose grandement sur ce type de processus mentaux. La phase de validation s'effectue ainsi :

Phase de validation : l'enseignant reconstitue la situation initiale tout en basculant la boite et en ouvrant la main. Il peut ensuite réaliser l'action de manière visible.

5. Voir par exemple Rizzolatti, G. & Sinigaglia, C. (2008), *Les Neurones miroirs*, Paris, Odile Jacob.

Enseigner la multiplication

■ D'un point de vue pédagogique, que faut-il conclure des recherches montrant que, sans aller à l'école, les élèves apprendraient à trouver le prix de 3 objets à 50 € l'un mais pas celui de 50 objets à 3 € l'un ? Ces résultats soulignent que la multiplication est bien plus qu'une simple addition répétée et qu'il est de la responsabilité des professeurs d'école d'enseigner la commutativité. Il serait dangereux de faire croire aux élèves que les hommes ont inventé le signe x dans le seul but de disposer d'une abréviation sténographique pour l'addition répétée (pour pouvoir écrire 3 x 50 plutôt que 50 + 50 + 50). Il convient certainement que, dès leur première rencontre avec cette opération, les élèves soient confrontés avec de « grandes additions répétées » (3 + 3 + 3 + 3 +… 50 fois, par ex.) et qu'ils comprennent que les hommes ont inventé le signe x comme symbole de la commutativité. S'il faut chercher le prix de 50 objets à 3 € l'un (50 fois 3), on écrit 50 x 3 par ex., mais on calcule ensuite 3 fois 50. La première rencontre avec une opération arithmétique est un évènement dans la vie d'un écolier. Elle crée de l'émotion et favorise l'apprentissage et la mémorisation. Le choix de *J'apprends les maths* est, lors de ces premières rencontres, de favoriser l'acquisition des propriétés des opérations qu'on appelle *conceptuelles* parce qu'elles sont caractéristiques de ces opérations et parce que les élèves n'y accéderaient pas sans aller à l'école.

■ En revanche, il est essentiel que les enfants cherchent les résultats d'additions répétées élémentaires bien avant leur rencontre avec la multiplication. Il y a deux grandes façons d'exprimer ces additions répétées avec les mots du langage quotidien :
– soit on utilise le mot fois : *3 fois 2, 4 fois 3, 4 fois 5…*
– soit on parle de 3 groupes de 2 objets, 4 groupes de 3 objets de façon générale et, de façon plus particulière, de 3 paquets de 2 bonbons, de 4 équipes de 3 enfants…
Ces différentes façons de s'exprimer ont toutes leur intérêt et, avec *J'apprends les maths CE1*, les élèves les utilisent toutes dès le début de l'année. Trois mois plus tard environ, quand ils rencontrent le signe x, ils savent calculer des additions répétées élémentaires, ils connaissent déjà les plus simples des relations numériques correspondantes, ils comprennent le lexique (*fois, groupes…*) permettant de décrire les additions répétées ; il ne leur reste plus qu'à apprendre la commutativité. Il est plus simple d'apprendre que *9 fois 2* est égal à *2 fois 9* lorsqu'on comprend bien chacune de ces expressions que lorsque ce n'est pas le cas.

■ Signalons enfin qu'une analyse similaire vaut pour les rapports entre *division* et partage (*cf.* le *Livre du maitre*).

Enseigner la soustraction

■ De même qu'il importe que les élèves sachent que la multiplication n'est pas une simple addition répétée, il est fondamental qu'ils sachent que la soustraction permet de résoudre bien d'autres types de problèmes que ceux où l'on perd, où l'on retire…, c'est-à-dire ceux qui parlent d'une quantité qui diminue. Le choix, dans *J'apprends les maths CE1*, d'enseigner d'emblée la soustraction dans des situations de *comparaison* est ainsi tout aussi fondamental. Il ne fait guère de doute que les généralisations se font plus facilement des situations de comparaison vers les situations de retrait que dans le sens opposé.

■ Rappelons de plus que la progression de *J'apprends les maths* concernant la soustraction est originale du fait que, dès le CP et tout au long du CE1, les élèves apprennent différentes stratégies de calcul mental. Les adultes ne calculent pas de la même manière 102 – 6 et 102 – 94. Pour déterminer 102 – 6, ils procèdent généralement par retraits successifs, c'est-à-dire *en reculant* sur leur file numérique mentale ; ils font : (102 – 2) – 4 = 96. En revanche, pour calculer 102 – 94, ils calculent par compléments successifs, c'est-à-dire *en avançant* sur leur file numérique mentale : à partir de 94, il faut 6 pour aller à 100 ; et encore 2 pour aller à 102, il faut 8 en tout.

Dès le CP, les élèves ont appris que 9 – 2 ne se calcule pas de la même manière que 9 – 7 et que 12 – 3 ne se calcule pas de la même manière que 12 – 9. Ils continuent au CE1 à s'approprier ces deux grandes stratégies de calcul mental d'une soustraction : *en reculant* lorsque le nombre retiré est petit et *en avançant* lorsqu'il est grand.

Une progression en 3 périodes

Ce fichier est organisé en 3 périodes.

■ La 1re vise essentiellement à ce que les élèves s'approprient les stratégies de calcul mental de l'addition, de la soustraction, de l'addition répétée et du partage avec les 100 premiers nombres.

■ La 2e période est dédiée principalement à la découverte des 200 premiers nombres et au calcul mental et en colonnes avec ces nombres. En effet, aborder trop rapidement les 1 000 premiers nombres serait une source d'incompréhension importante. Il est facile d'apprendre que 140, par exemple, c'est 100 plus 40, parce que cela « s'entend » lorsqu'on dit ce nombre (cent quarante). En revanche, il est difficile d'apprendre que 140, c'est 14 groupes de dix ou 14 dizaines. Là encore, c'est la responsabilité de l'école de mettre l'accent sur cette propriété. En effet, comment comprendre le phénomène de la retenue lorsqu'on additionne 8 dizaines et 6 dizaines en colonnes, si l'on ne sait pas que 14 dizaines, c'est cent quarante ? Comment apprendre à calculer mentalement et en colonnes la multiplication 73 x 2 lorsqu'on ne sait pas que 2 fois 7 dizaines, c'est 140 ? Mieux vaut consacrer du temps à l'apprentissage des opérations jusqu'à 200 avant d'aborder de plus grands nombres (dans les cantons suisses francophones, seuls les 200 premiers nombres sont au programme du CE1).

■ Dans la 3e période, les stratégies mentales comme les techniques en colonnes sont étudiées à nouveau avec les 1 000 premiers nombres, après que les élèves ont appris que 450, c'est 45 dizaines. Ainsi, les élèves rencontrent dans cette période les mêmes séquences pédagogiques que celles qu'ils ont rencontrées dans la période précédente, mais avec des nombres plus grands. Cette rencontre répétée avec des séquences de même structure facilite la compréhension des élèves les plus fragiles. De même qu'ils ont appris à calculer 31 x 5 en utilisant le fait que « 5 fois 3 dizaines, c'est 150 », ils apprennent à calculer 91 x 5 en utilisant le fait que « 5 fois 9 dizaines, c'est 450 ».

Ainsi, avec **le calcul mental**, une bonne compréhension de **la numération décimale** est l'autre clé de la réussite à ce niveau de la scolarité. La progression adoptée dans *J'apprends les maths CE1* fournit ces **deux clés** aux élèves.

Rémi Brissiaud

L'organisation en 3 périodes

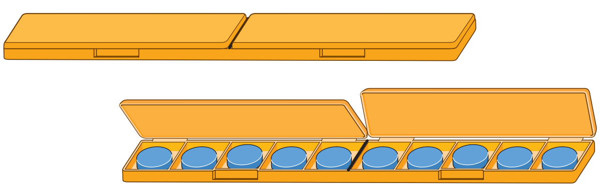
Périodes	Nombres et calculs	Géométrie et mesures	Pages
rouge 1	**Les 100 premiers nombres** calcul réfléchi de l'addition et de la soustraction ; groupe de 2, 3, 5 et 10 ; partage en 2 ($n \leq 20$) ; double de n ($n \leq 50$)	Tracés ; alignements ; mesure de longueurs (le cm)	8 à 61
jaune 2	**Les 200 premiers nombres** addition et soustraction en colonnes ; multiplication mentale et en colonnes ; partage en 2 ($n \leq 100$)	Angle droit, triangles, rectangles et carrés ; mesure de longueurs (le m) ; lecture de l'heure	62 à 115
verte 3	**Les 1 000 premiers nombres** addition et soustraction en colonnes ; multiplication mentale et en colonnes ; partage en 2 et 5 ($n \leq 100$)	Reproduction sur quadrillage ; symétrie ; solides ; mesures de longueurs (le km) ; masses (le g ; le kg)	116 à 157

Sq. 23 ; 33 ; 43 ; 53 ; 54 ; 63 ; 64 ; 72 ; 73 ; 80 ; 81 ; 93 ; 94 ; 105 ; 106 ; 115 ; 116

Problèmes pour apprendre à chercher

La boite de Picbille

Matériel diffusé par Retz en petit nombre ou en valises de 10 boites.
Chaque compartiment contient 5 jetons.



Un code de couleurs pour savoir si une activité est un moment de :

- **découverte**
- **d'appropriation**
- **d'entretien**

Dans les activités de découverte (cadre de couleur forte), l'enseignant doit s'assurer de la compréhension de la situation et de la consigne. De plus, il doit organiser l'échange entre les élèves afin que ce qui est nouveau dans les savoirs ou savoir-faire utilisés émerge clairement.

Dans les activités d'entretien (cadre grisé), les élèves travaillent de manière beaucoup plus autonome.

Du point de vue de l'autonomie des élèves, les activités d'appropriation (cadre à la couleur légère) sont intermédiaires.

Exemple dans une page de 1re période :

Cadre à la couleur forte :
découverte d'une nouvelle notion ou d'un nouvel outil.

Cadre à la couleur légère :
activité d'appropriation de ces nouveautés.

Cadre grisé :
activité d'entretien des notions ou des outils introduits dans des pages antérieures.

Sommaire

■ Nombres et calculs ■ Espace et géométrie ■ Grandeurs et mesures
■ Problèmes pour apprendre à chercher

1re période

2e période

3e période

Matériel en +

- Deux planches autocollantes avec les couvercles des boites et des valises
- Une feuille calque pour les activités de géométrie
- Trois planches pour écrire les nombres, calculer les groupes et calculer les soustractions
- Le matériel pour construire le compteur
- Quatre planches de pièces et de billets prédécoupés
- Deux règles graduées en allumettes et en cm
- Des patrons pour construire des solides
- Une horloge à assembler

Progression par domaine

Les couleurs des numéros de séquences correspondent aux couleurs des périodes.

Nombres et calculs

Représenter les nombres

Le calcul mental

Les techniques en colonnes

Problèmes pour apprendre à chercher

Espace et géométrie

Grandeurs et mesures