

**LEMBAR AKTIVITAS SISWA – FUNGSI KUADRAT**

Nama Siswa : \_\_\_\_\_

Kelas : \_\_\_\_\_

**A. FUNGSI KUADRAT**

Bentuk umum fungsi kuadrat adalah:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

dengan  $a, b, c \in R, a \neq 0$

Contoh:

- (i)  $y = f(x) = x^2 + 5x$
- (ii)  $y = f(x) = 3x^2 + 2$
- (iii)  $y = f(x) = -2x^2 + 3x + 5$

**B. GRAFIK FUNGSI KUADRAT**

Fungsi kuadrat dapat digambarkan dalam sebuah grafik fungsi kuadrat dengan menggambar setiap titik  $(x, f(x))$  pada bidang Cartesius.

Secara umum langkah-langkah dalam menggambarkan grafik fungsi kuadrat  $y = ax^2 + bx + c$ , sbb:

1) Menentukan titik potong di sumbu X dan sumbu Y

- Untuk titik potong di sumbu X ( $y=0$ )

$$y=0 \rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \quad \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$$

maka didapat  **$(x_1, 0)$  dan  $(x_2, 0)$**

- Untuk titik potong di sumbu Y ( $x=0$ )

$$x=0 \rightarrow y = f(0) = a(0)^2 + b(0) + c,$$

maka didapat  **$y = c \leftrightarrow (0, c)$**

2) Titik puncak / titik balik / ekstrim / maksimum / minimum

$$X_p = -\frac{b}{2a} = \frac{X_1 + X_2}{2} \Rightarrow \text{sumbu simetri/ absis puncak}$$

$$Y_p = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{D}{4a} \Rightarrow \text{ordinat puncak/ nilai maks/min}$$

**Titik max/ min = titik balik =  $(x_p, y_p)$**

3) Buat titik bantu lain (jika diperlukan)

4) Menggambar grafik fungsi kuadrat

- Gambar titik-titik tersebut di bidang Cartesius

- Hubungkan titik-titik tersebut sehingga terbentuk kurva atau grafik yang mulus.

**Kegiatan 1**

Lukislah grafik fungsi kuadrat berikut:

1.  $y = x^2 - 2x + 8$

**Jawab**

(1) motong sb X: (..... , 0) dan (..... , 0)

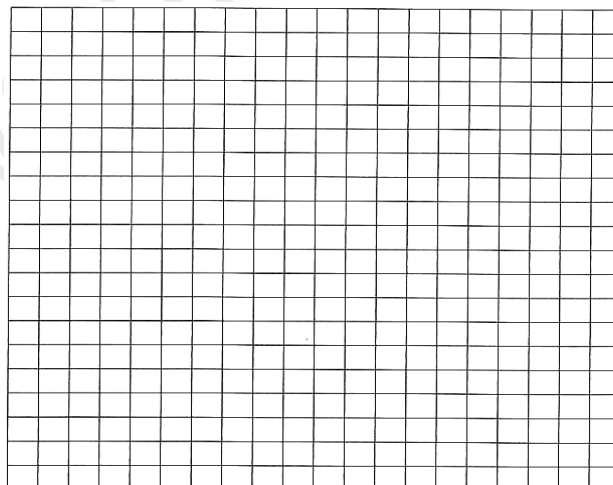
motong sb Y: (0, .....)

(2) Titik maks/min: (..... , .....)

(3) Titik lain (jika diperlukan)

X				
Y				

(4) Grafik Fungsi kuadrat:



2.  $y = x^2 - 8x + 7$

**Jawab**

(1) motong sb X: (..... , 0) dan (..... , 0)

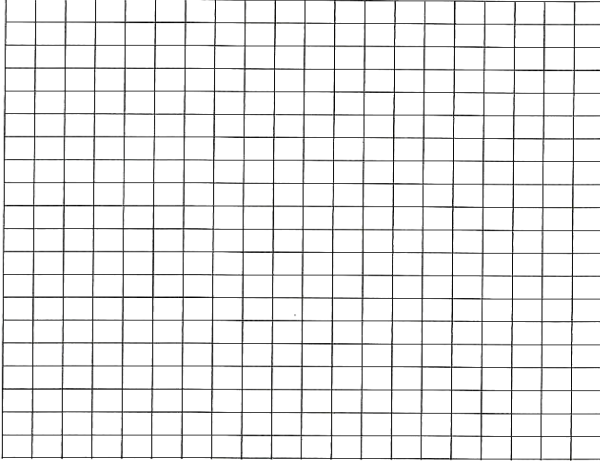
motong sb Y: (0, .....)

(2) Titik maks/min: (..... , .....)

(3) Titik lain (jika diperlukan)

X				
Y				

(4) Grafik Fungsi kuadrat:



3.  $y = 9 - x^2$

**Jawab**

(1) potong sb X: (..... , 0) dan (..... , 0)

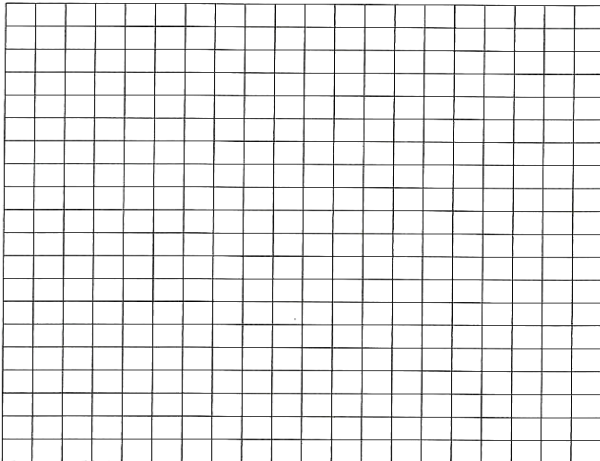
potong sb Y: (0, .....)

(2) Titik maks/min: (..... , .....)

(3) Titik lain (jika diperlukan)

X				
Y				

(4) Grafik Fungsi kuadrat:



4.  $y = -x^2 - 6x$

**Jawab**

(1) potong sb X: (..... , 0) dan (..... , 0)

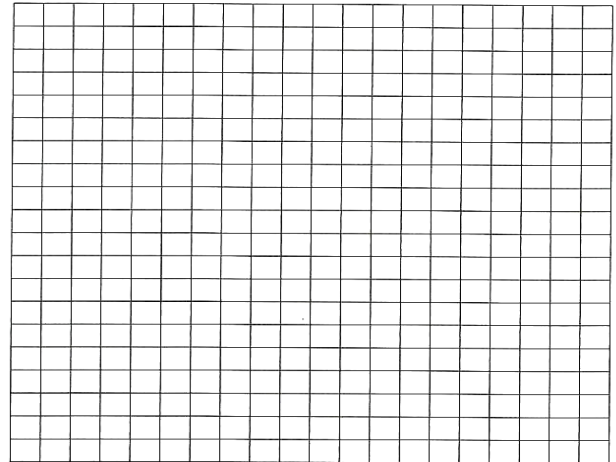
potong sb Y: (0, .....)

(2) Titik maks/min: (..... , .....)

(3) Titik lain (jika diperlukan)

X				
Y				

(4) Grafik Fungsi kuadrat:



5.  $y = x^2 + 2$

**Jawab**

(1) potong sb X: (..... , 0) dan (..... , 0)

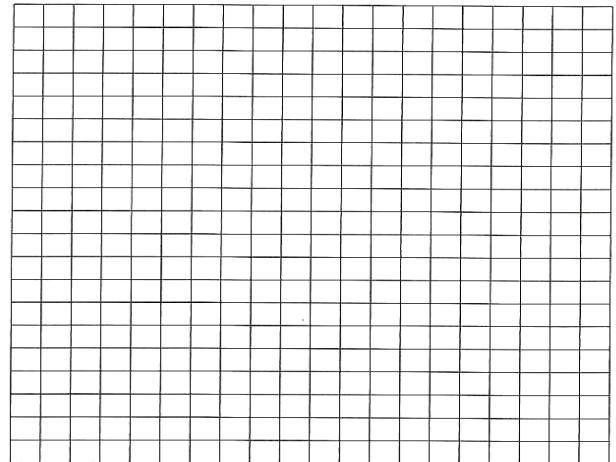
potong sb Y: (0, .....)

(2) Titik maks/min: (..... , .....)

(3) Titik lain (jika diperlukan)

X				
Y				

(4) Grafik Fungsi kuadrat:



**Latihan 1**

1. Jika  $f(x) = x^2 + 5x + 3$  maka pernyataan berikut yang salah adalah ...  
 A.  $f(0) = 3$       D.  $f(3) = 27$   
 B.  $f(1) = 9$       E.  $f(4) = 39$   
 C.  $f(2) = 15$   
**Jawab:**

2. Jika  $f(x) = x^2 + 3ax + 3$  dan  $f(2) = 1$  maka nilai  $a$  sama dengan ...  
 A. 3      D. -1  
 B. 2      E. -3  
 C. 1  
**Jawab:**

3. Fungsi  $f(x) = x^2 + 5x + 6$  akan memotong sumbu  $X$  pada titik ...  
 a.  $(0, 2)$  dan  $(0, 3)$       d.  $(-2, 0)$  dan  $(-3, 0)$   
 b.  $(0, -2)$  dan  $(0, -3)$       e.  $(2, -2)$  dan  $(3, -3)$   
 c.  $(2, 0)$  dan  $(3, 0)$   
**Jawab:**

4. Fungsi kuadrat  $y = 2x^2 - 4x + 10$  mempunyai titik ...  
 A. minimum yaitu  $(2, 10)$       D. maksimum yaitu  $(1, 8)$   
 B. maksimum yaitu  $(2, 10)$       E. minimum yaitu  $(-1, 16)$   
 C. minimum yaitu  $(1, 8)$   
**Jawab:**

5. Titik potong dengan sumbu  $Y$  dan titik puncak fungsi  $f(x) = -3x^2 + 6x - 5$  berturut-turut adalah ...  
 a.  $(-5, 0)$  dan  $(-2, 1)$       d.  $(0, -5)$  dan  $(1, -2)$   
 b.  $(0, 5)$  dan  $(2, 1)$       e.  $(5, 0)$  dan  $(1, 2)$   
 c.  $(-5, 0)$  dan  $(2, -1)$   
**Jawab:**

6. Parabola  $y = x^2 - 4x + 5$  mempunyai sumbu simetri dengan persamaan ...  
 A.  $x = 2$       D.  $y = 2$   
 B.  $x = -2$       E.  $y = -2$   
 C.  $x = 1$   
**Jawab:**

7. Absis titik minimum dari fungsi kuadrat  $y = mx^2 - 2mx + 10$  sama dengan ...  
 A. -2      D. 1  
 B. -1      E. 2  
 C. 0  
**Jawab:**

8. Jika fungsi kuadrat  $y = ax^2 + 6x + a$  mempunyai sumbu simetri  $x = 3$ , maka nilai maksimum fungsi tersebut adalah ...  
 a. 8      d. 5  
 b. 9      e. 3  
 c. 1  
**Jawab:**

9. Grafik fungsi  $y = -px^2 + qx - 12$  memotong sumbu  $x$  di dua titik yaitu  $(2, 0)$  dan  $(6, 0)$ , maka persamaan sumbu simetri grafik tersebut adalah ...  
 A.  $x = 3$       D.  $x = -6$   
 B.  $x = 5$       E.  $x = 8$   
 C.  $x = 4$   
**Jawab:**

10. Titik potong grafik fungsi  $y = x^2 + 3x + 2$  dengan sumbu y adalah ...  
 A. (0, 0)                      D. (0, -1)  
 B. (0, 1)                      E. (0, -3)  
 C. (0, 2)
- Jawab:

11. Supaya parabola  $y = x^2 + x + (6 - p)$  memotong sumbu y di atas sumbu x maka nilai p haruslah ...  
 A.  $p = 6$                       D.  $p < -6$   
 B.  $p < 6$                       E.  $p > -6$   
 C.  $p > 6$
- Jawab:



12. Persamaan  $Y = x^2 + 10x$  memiliki koordinat titik balik ....  
 a. maksimum (2,3)                      d. minimum (-5,-25)  
 b. maksimum (-5,-25)                      e. maksimum (5,-25)  
 c. minimum (-5,25)
- Jawab:

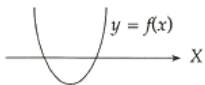
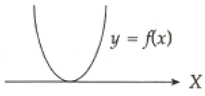
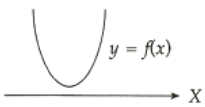
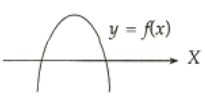
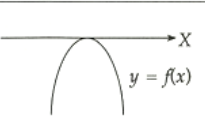
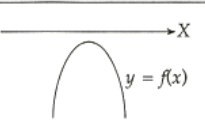
13. Titik potong terhadap sumbu y dan titik balik grafik fungsi kuadrat  $y = x^2 - 8x + 16$  adalah ....  
 a. (16,0) dan (0,4)                      d. (2,3) dan (-2,3)  
 b. (0,16) dan (4,0)                      e. (0,-16) dan (-4,0)  
 c. (0,-16) dan (8,0)
- Jawab:

**C. ANALISA GRAFIK FUNGSI KUADRAT**

Dalam menganalisa suatu grafik fungsi kuadrat

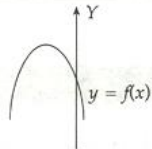
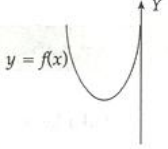
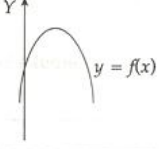
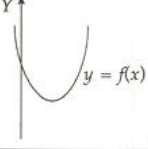
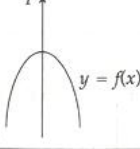
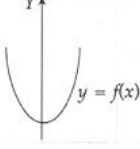
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$  adalah:

- Ditinjau dari nilai a  
 Jika  $a > 0$  maka kurva memiliki nilai minimum   
 Jika  $a < 0$  maka kurva memiliki nilai maksimum 
- Ditinjau dari nilai  $D = b^2 - 4.a.c$   
 $D > 0 \Rightarrow$  memotong sumbu x di dua titik berbeda  
 $D = 0 \Rightarrow$  menyinggung sumbu x  
 $D < 0 \Rightarrow$  tidak memotong sumbu x  
 - Def (+) :  $a > 0$  dan  $D < 0$   
 - Def (-) :  $a < 0$  dan  $D < 0$

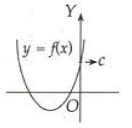
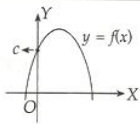
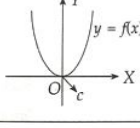
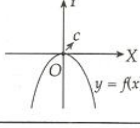
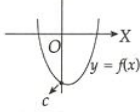
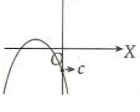
Nilai a dan D	Arah Kurva	Sketsa grafik
$a > 0$ dan $D > 0$	Terbuka ke atas	
$a > 0$ dan $D = 0$	Terbuka ke atas	
$a > 0$ dan $D < 0$ (definit positif)	...	
$a < 0$ dan $D > 0$	...	
$a < 0$ dan $D = 0$	Terbuka ke bawah	
$a < 0$ dan $D < 0$ (definit negatif)	...	

- Ditinjau dari tanda (+) atau (-) nilai a dan b  
 $b = a \Rightarrow$  puncak di kiri sumbu y  
 $b = 0 \Rightarrow$  puncak di sumbu y  
 $b \neq a \Rightarrow$  Puncak di kanan sumbu y

**Cara Menghafal: BEKASARI = beda di kanan, sama dikiri**

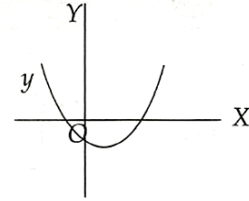
Nilai $a$ dan $b$	Letak titik puncak	Sketsa grafik
$a < 0$ dan $b < 0$	Kiri sumbu $Y$	
$a > 0$ dan $b > 0$	...	
$a > 0$ dan $b < 0$	Kanan sumbu $Y$	
$a < 0$ dan $b > 0$	...	
$a < 0$ dan $b = 0$	Berada pada sumbu $Y$	
$a > 0$ dan $b = 0$	...	

- Ditinjau dari nilai  $c$   
 $c > 0 \Rightarrow$  memotong sumbu  $y$  (+)  
 $c = 0 \Rightarrow$  memotong di titik awal  $(0,0)$   
 $c < 0 \Rightarrow$  memotong sumbu  $y$  (-)

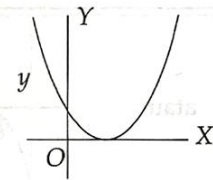
Nilai $c$	Titik potong kurva dengan sumbu $Y$	Sketsa grafik
$c > 0$	di atas $O(0,0)$	 atau 
$c = 0$	...	 atau 
$c < 0$	...	 atau 

**Latihan 2**

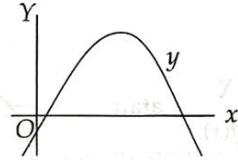
1.  $y = ax^2 + bx + c$   
 $a > 0$   
 $b < 0$   
 $c < 0$   
 $D > 0$



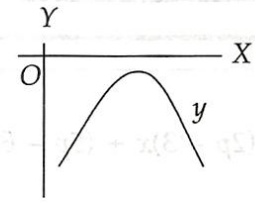
2.  $y = ax^2 + bx + c$   
 $a > 0$   
 $b > 0$   
 $c > 0$   
 $D > 0$



3.  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$   
 $a < 0$   
 $b < 0$   
 $c < 0$   
 $D > 0$



4.  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$   
 $a > 0$   
 $b = 0$   
 $c < 0$   
 $D > 0$



5. Sketsakan grafik fungsi  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  jika  $a > 0, b = 0, c < 0, D > 0$ .

**Jawab:**

6. Nilai  $p$  agar grafik fungsi kuadrat  $y = px^2 + 4px + (5 - p)$  menyinggung sumbu  $x$  adalah ...  
A. 1                      D. 2  
B. 4                      E. 2 dan 4  
C. 1 dan 4

7. Nilai  $k$  agar fungsi kuadrat

$f(x) = 3x^2 + 2kx + 3$  menyinggung sumbu  $X$  adalah . . . .

- a.  $k = 0$  atau  $k = 3$       d.  $k = 3$   
 b.  $k = -3$  atau  $k = 3$       e.  $k = -3$   
 c.  $0 < k < 3$

**Jawab:**

8. Agar grafik fungsi  $(p + 6)x^2 + px + 2x$  memotong sumbu  $X$  di dua titik di sebelah kanan  $O(0, 0)$ , maka  $p$  harus memenuhi . . . .

- a.  $-6 < p < -4$  atau  $p > 12$       d.  $-6 < p < 0$   
 b.  $-4 < p < 0$       e.  $-6 < p < -4$   
 c.  $p < 0$

**Jawab:**

9. Tentukan batas  $m$  agar grafik fungsi kuadrat  $y = (m + 2)x^2 + 3(2m + 5)x - (7 - m)$  selalu di bawah sumbu  $X$ .

**Jawab:**

10. Tentukan  $k$  supaya grafik fungsi kuadrat menyinggung sumbu  $X$  dan tentukan pula titik potongnya  $f(x) = 4x^2 - 8x - 2k$ .

**Jawab:**

11. Tentukan  $k$  supaya grafik fungsi kuadrat  $f(x) = x^2 - 4x + k$  tidak memotong sumbu  $X$  pada dua titik.

**Jawab:**

12. Tentukan  $a$  supaya grafik fungsi kuadrat:  $f(x) = x^2 - 2ax + 3a + 4$  selalu berada di atas sumbu  $X$ ,

**Jawab:**

**D. MENENTUKAN BENTUK FUNGSI KUADRAT**

Keterangan-keterangan yang diketahui pada sketsa grafik fungsi kuadrat seringkali mempunyai ciri-ciri tertentu. Ciri-ciri itu diantaranya adalah sebagai berikut :

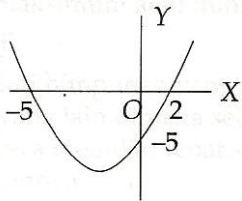
1. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x di  $A(x_1, 0)$  dan  $B(x_2, 0)$ , serta melalui sebuah titik tertentu. Persamaan fungsi kuadratnya dapat dinyatakan sebagai :

$$y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

dengan nilai a ditentukan kemudian.

**Contoh:**

Tentukanlah bentuk F.K dari grafik di bawah!



**Jawab:**

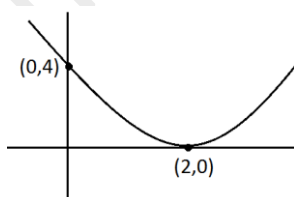
2. Grafik fungsi kuadrat menyinggung sumbu x di  $A(x_1, 0)$  dan melalui sebuah titik tertentu. Persamaan fungsi kuadratnya dapat dinyatakan sebagai :

$$y = f(x) = a(x - x_1)^2$$

dengan nilai a ditentukan kemudian.

**Contoh:**

Tentukanlah bentuk F.K dari grafik di bawah!



**Jawab:**

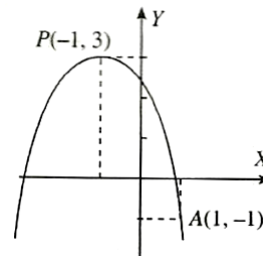
3. Grafik fungsi kuadrat melalui titik puncak atau titik balik  $P(x_p, y_p)$  dan melalui sebuah titik tertentu. Persamaan fungsi kuadratnya dapat dinyatakan sebagai :

$$y = f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$$

dengan nilai a ditentukan kemudian.

**Contoh:**

Tentukanlah bentuk F.K dari grafik di bawah!



**Jawab:**

4. Grafik fungsi kuadrat melalui titik-titik  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , dan  $C(x_3, y_3)$ . Persamaan fungsi kuadratnya dapat dinyatakan sebagai :

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c,$$

dengan nilai a, b, dan c ditentukan



**Contoh:**

Fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  yang melalui titik  $P(1, 4)$ ,  $Q(-1, 10)$ , dan  $R(-2, 19)$  adalah .....

**Jawab:****Latihan 3**

1. Jika grafik fungsi kuadrat memotong sumbu  $x$  di  $(3, 0)$  dan  $(-4, 0)$  maka persamaannya dapat dirumuskan dengan ...

A.  $y = a(x - 3)(x + 4)$       D.  $y = a(x + 3)(x + 4)$   
 B.  $y = a(x + 3)(x - 4)$       E.  $y = a(x - 3)(x - 4)$   
 C.  $y = a(3x)(4x)$

**Jawab:**

2. Titik potong parabola  $f(x) = 4(x + 3)(x - 2)$  dengan sumbu  $x$  adalah ...

A.  $(0, 3)$  dan  $(0, -2)$       D.  $(-3, 0)$  dan  $(2, 0)$   
 B.  $(0, -3)$  dan  $(0, 2)$       E.  $(-12, 0)$  dan  $(8, 0)$   
 C.  $(3, 0)$  dan  $(-2, 0)$

**Jawab:**

3. Diketahui persamaan suatu parabola adalah  $y = 2(x - 1)^2$ . Parabola tersebut mempunyai titik puncak, yaitu ...

A. titik minimum di  $(1, 0)$       D. titik maksimum di  $(2, 0)$   
 B. titik maksimum di  $(1, 0)$       E. titik minimum di  $(1, 2)$   
 C. titik minimum di  $(2, 0)$

**Jawab:**

4. Nilai minimum suatu fungsi kuadrat sama dengan 3 dan diperoleh untuk  $x = 2$ . Fungsi kuadrat bernilai 4 untuk  $x = 1$ . Dengan demikian fungsi kuadratnya adalah ...

A.  $y = x^2 - 7x + 4$       D.  $y = x^2 - 4x + 7$   
 B.  $y = x^2 - 7x - 4$       E.  $y = x^2 + 4x + 7$   
 C.  $y = x^2 - 4x - 7$

**Jawab:**

5. Sebuah parabola mempunyai titik maksimum  $(4, 3)$  dan melalui titik  $(5, 2)$ . Dengan demikian persamaan parabola adalah ...

A.  $y = -x^2 + 6x - 13$       D.  $y = -x^2 - 8x + 13$   
 B.  $y = -x^2 - 6x - 13$       E.  $y = -x^2 + 8x - 13$   
 C.  $y = -x^2 + 8x + 13$

**Jawab:**

6. Persamaan parabola yang melalui titik  $(-2, 0)$ ,  $(1, -9)$  dan  $(2, -8)$  adalah:

A.  $y = x^2 - 2x - 8$       D.  $y = x^2 + 2x + 8$   
 B.  $y = x^2 + 2x - 8$       E.  $y = x^2 - x - 18$   
 C.  $y = x^2 - 2x + 8$

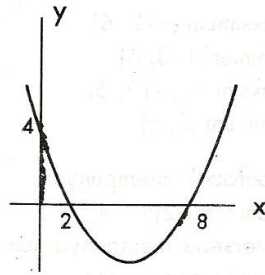
**Jawab:**



7. Sebuah fungsi kuadrat mempunyai grafik seperti di bawah ini. Dengan demikian fungsi kuadrat adalah ...

- A.  $y = 0,25x^2 + 2,5x + 4$
- B.  $y = 0,25x^2 - 2,5x + 4$
- C.  $y = -0,25x^2 - 2,5x + 4$
- D.  $y = 0,25x^2 - 2,5x - 4$
- E.  $y = -0,25x^2 - 2,5x - 4$

Jawab:



8. Persamaan parabola  $y = ax^2 + bx + c$  yang melalui titik (1, 2), (2, 4), dan (3, 8) mengakibatkan nilai  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  berturut-turut ...

- a. -1, 1, dan 2
- b. -1, 1, dan -2
- c. 1, -1, dan 2
- d. 1, -1, dan -2
- e. -1, -1, dan 2

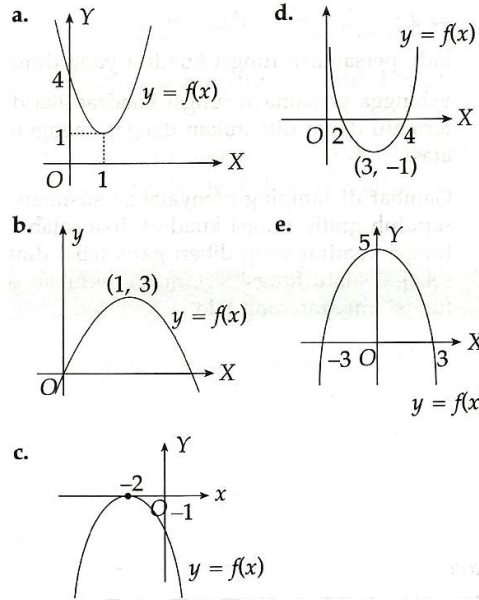
Jawab:

9. Fungsi kuadrat yang grafiknya berpuncak di titik (3, 2) dan melalui titik (2, 4) adalah ...

- a.  $y = x^2 - 6x - 2$
- b.  $y = 2x^2 + 6x - 68$
- c.  $y = -2x^2 - 12x + 14$
- d.  $y = 2x^2 - 12x + 20$
- e.  $y = 3x^2 - 18x + 59$

Jawab:

10. Tentukan persamaan fungsi kuadrat jika diketahui grafik fungsinya adalah sebagai berikut.



Jawab:

**E. PENERAPAN PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT**

Misalkan  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Nilai maksimum/minimum dari  $f(x)$  adalah

$$y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \text{ pada } x = -\frac{b}{2a}$$

Langkah-langkahnya:

1. Membuat pemisalan yang menyatakan variabel dari persoalan yang belum ditentukan variabelnya.
2. Bentuklah suatu fungsi kuadrat dalam satu variabel yang akan ditentukan nilai minimum/maksimumnya.
3. Menentukan nilai minimum/maksimum fungsi kuadrat tersebut.

**Contoh:**

Tentukan luas terbesar dari suatu persegi panjang jika keliling persegi panjang diketahui 60 cm.

*Jawab:*

Misal : panjang =  $x$  cm  
 lebar =  $y$  cm  
 keliling =  $2(x + y)$  cm

maka,

$$2(x + y) = 60$$

$$x + y = 30$$

$$y = (30 - x) \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{luas persegi panjang } L(x) &= x \cdot y \text{ cm} \\ &= x(30 - x) \\ &= 30x - x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas bernilai maksimum} &= \frac{D}{-4a} \\ &= \frac{-900}{-4} \\ &= 225 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi luas terbesar persegi panjang adalah  $225 \text{ cm}^2$

**Contoh:**

Sebuah roket ditembakkan ke atas. Setelah  $t$  detik peluru mencapai ketinggian yang dirumuskan dengan  $h(t) = 40t - 5t^2$  dalam meter. Tentukan berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk mencapai tinggi maksimum dan berapa tinggi maksimum yang dicapai?

*Jawab:*

$$h(t) = 40t - 5t^2$$

Waktu saat mencapai tinggi maksimum

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{-10} = 4 \text{ detik}$$

Tinggi maksimum pada saat  $t = 4$  detik

$$h(t) = 40(4) - 5(4)^2 = 160 - 80 = 80 \text{ meter}$$

**Latihan 4**

1. Fungsi biaya produksi total suatu perusahaan didefinisikan dengan  $C = 5.000.000 - 1800Q + 0,3Q^2$ , dengan C adalah biaya produksi total dan Q jumlah produksi. Jika perusahaan meminimumkan biaya produksi total, maka nilai Q harus sama dengan ...

- A. 500 unit                      D. 3000 unit  
 B. 1000 unit                     E. 4000 unit  
 C. 2000 unit

**Jawab:**

2. Jika keliling persegi panjang sama dengan 40 cm, maka luas maksimum yang mungkin dari persegi panjang tersebut adalah ...

- A.  $40 \text{ cm}^2$                       D.  $100 \text{ cm}^2$   
 B.  $60 \text{ cm}^2$                      E.  $120 \text{ cm}^2$   
 C.  $80 \text{ cm}^2$

**Jawab:**

3. Keliling sebuah persegi panjang adalah  $(2x + 24)$  cm dan lebarnya  $(8 - x)$  cm. Agar luasnya maksimum, maka panjangnya adalah ....

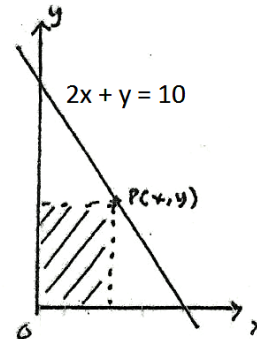
- A. 13 cm                          D. 8 cm  
 B. 12 cm                          E. 4 cm  
 C. 10 cm

**Jawab:**

4. Tentukan luas maksimum persegi panjang yg kelilingnya 80 cm.

**Jawab:**

5. Tentukan luas maksimum untuk daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini!



**Jawab:**

6.



Jika panjang kerangka 12 cm, maka tentukan luas maksimum bangun di atas!

**Jawab;**

7. segitiga siku-siku, jumlah sisi siku-sikunya 24. Tentukan kelilingnya agar luasnya maksimum.

**Jawab:**

8. Jika keliling bangun di samping adalah 50 cm  
Tentukan luas maksimum bangun  
Tersebut!

**Jawab:**

