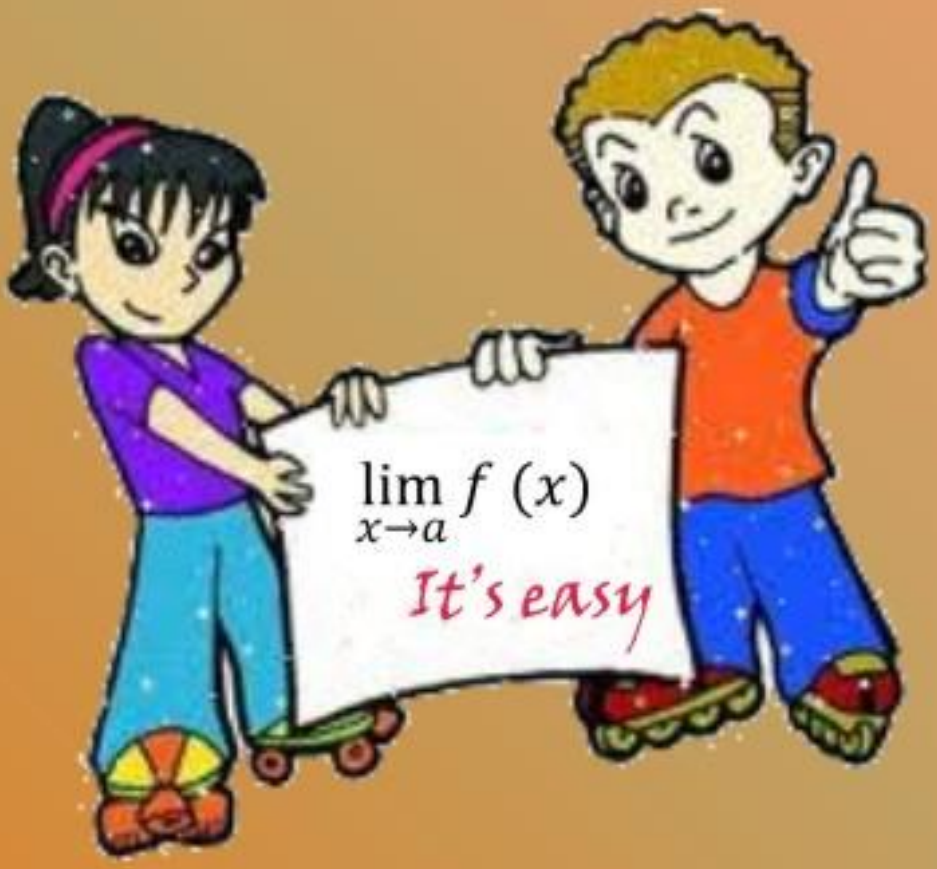
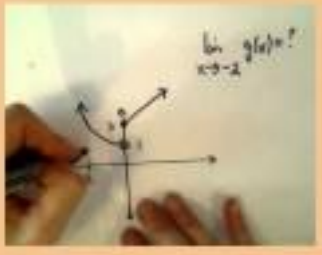
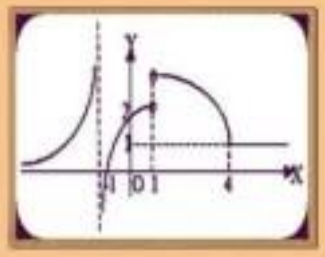
- Ardi Luardi
- Fagil Rachman D. P.
- Maulana Badri Z.
- Nana Sumarna

LIMIT FUNGSI



UNTUK SMA / MA KELAS XI





BONUS
VCD SOAL DAN PEMBAHASANNYA

PENERBIT 4-MAN

PRAKATA

Alhamdulillahhirabillalamin, Puji Syukur kehadirat Allah SWT karena tanpa karunia-Nya modul ini dapat terselesaikan tepat waktu. Shalawat serta salam senantiasa kita panjatkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Penulisan modul ini berdasarkan tugas yang diberikan oleh Dosen Program Komputer mengenai pembuatan modul. Dalam modul Kami yang berjudul "LIMIT FUNGSI" berisi tentang pengertian limit fungsi , sifat , teorema dan lain sebagainya yang bertujuan agar para pembaca dapat memahaminya dengan lebih mudah.

Terselesaikanya modul ini juga tidak terlepas dari bantuan beberapa pihak. Karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada dosen pembimbing yaitu Dede Trie K., S.Si., M.Pd. yang telah membimbing Kami dalam mengerjakan modul ini dengan baik. Dengan bimbingan dan arahan tersebut, penulis berkeyakinan bahwa itu dapat mendukung penulis dalam upaya meningkatkan kualitas diri dan karya untuk waktu yang akan datang. Selain itu, penulis juga menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu Kami.

Penulis menyadari bahwa modul ini masih mempunyai banyak kekuranganya. Karena itu, penulis berharap agar pembaca berkenaan menyampaikan kritik dan saran yang membangun. Dengan segala pengharapan dan keterbukaan, penulis menyampaikan rasa terima kasih dengan setulus-tulusnya. Krirtik dan saran merupakan perhatian agar dapat menuju kesempurnaan.

Akhir kata, penulis berharap buku ini dapat membawa manfaat kepada pembaca. Secara khusus, penulis berharap semoga buku ini dapat menginspirasi generasi bangsa ini agar menjadi generasi yang tanggap dan tangguh terhadap kemajuan zaman.

Cirebon, November 2012

Penyusun,

DAFTAR ISI

KATA-KATA MOTIVASI

"Orang bijaksana tidak sesekali duduk meratapi kegagalannya, tapi dengan lapang hati mencari jalan bagaimana memulihkan kembali kerugian yang dideritanya."

"Sabar adalah jalan keluar bagi orang yang tidak bisa menemukan jalan keluar."

"Ambillah waktu untuk berfikir, itu adalah sumber kekuatan."

"Ambillah waktu untuk bermain, itu adalah rahasia dari masa muda yang abadi."

"Ambillah waktu untuk berdoa, itu adalah sumber ketenangan."

"Ambillah waktu untuk belajar, itu adalah sumber kebijaksanaan."

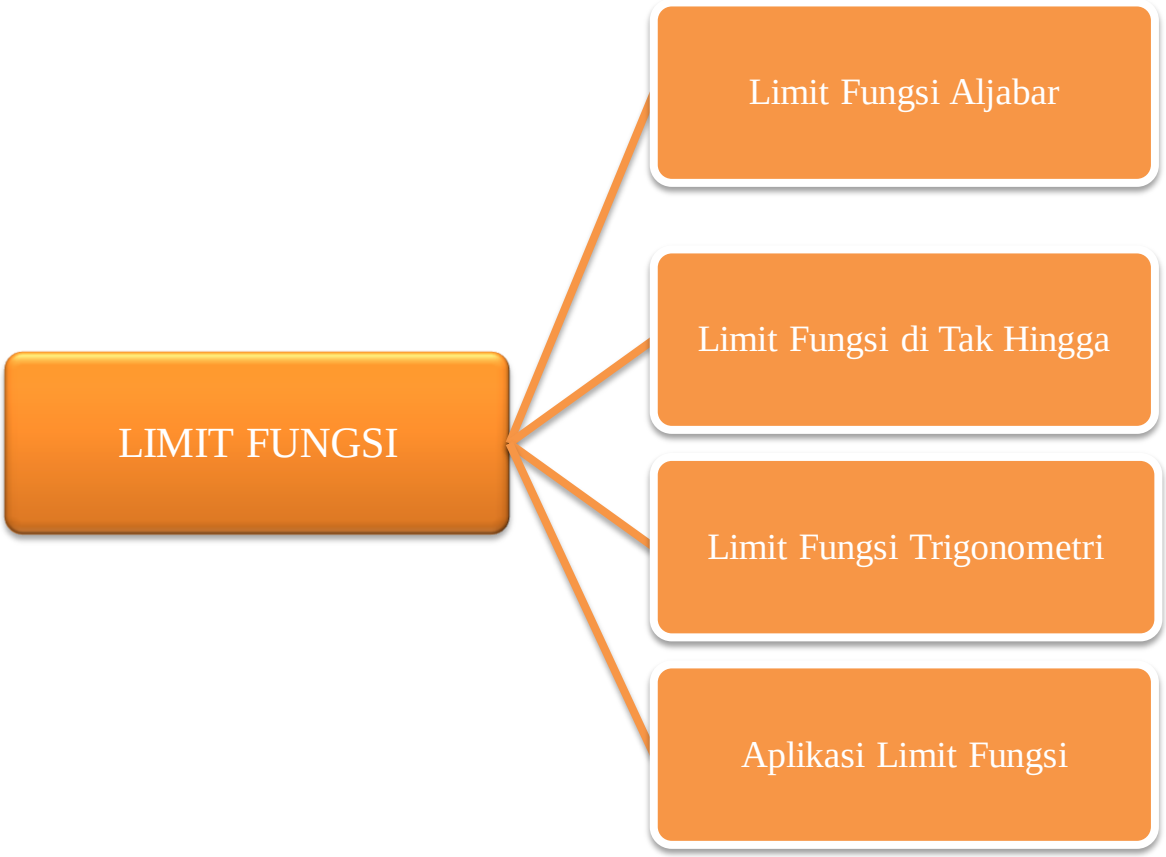
"Ambillah waktu untuk mencintai dan dicintai, itu adalah hak istimewa."

TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari modul ini, Anda diharapkan mampu :

1. Menjelaskan arti dari limit fungsi
2. Menjelaskan sifat-sifat yang digunakan dalam perhitungan limit.
3. Menghitung limit fungsi aljabar di suatu titik.
4. Menghitung limit fungsi trigonometri di suatu titik.
5. Menjelaskan limit dari bentuk tak tentu.
6. Menentukan laju perubahan nilai dari

PETA KONSEP


LIMIT FUNGSI
Limit Fungsi Aljabar
Limit Fungsi di Tak Hingga
Limit Fungsi Trigonometri
Aplikasi Limit Fungsi

LIMIT FUNGSI

A. Pengertian Limit

Limit merupakan salah satu pengetahuan dasar untuk memahami integral dan diferensial. Limit dapat digunakan untuk menjelaskan pengaruh variabel fungsi yang bergerak mendekati suatu titik terhadap fungsi tersebut.

Perhatikan contoh berikut :

Fungsi $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x-2}$, untuk x € Real.

Tabel A

x	0	1,1	1,5	1,9	1,999	2,000	2,001	2,01	2,5	2,7
$f(x)$	1	2,1	2,5	2,9	2,999	???	3,001	3,01	3,5	3,7

Dari tabel A diatas, dapat disimpulkan bahwa $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x-2}$ mendekati 3. Jika x mendekati 2, baik dari kanan (limit kanan) maupun dari kiri (limit kiri) maka nilainya mendekati 3.

DEFINISI

Limit $f(x)$ ketika x mendekati c sama dengan L , dapat ditulis

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

Jika kita dapat membuat nilai $f(x)$ sembarang yang dekat dengan L, dengan cara mengambil nilai x yang dekat dengan c, baik dari kanan maupun dari kiri. Tetapi, x tidak sama dengan c.

$$\lim_{x \to c^-} f(x)\ (limit\ dari\ kiri) = \lim_{x \to c^+} f(x)\ (limit\ dari\ kanan) = \lim_{x \to c} f(x) = L(ada)$$

Contoh 1

1. Tentukan nilai dari $\lim_{x \to 3} 4x - 3$?

   Penyelesaiannya :

   $$\lim_{x \to 3} 4x - 3 = 4 \,.\, 3 - 3$$
   $$= 12 - 3$$
   $$= 9$$

   Jadi, nilai $\lim_{x \to 3} 4x - 3 = 9$

2. Jika diketahui $f\ (x) = \begin{cases} x+3, & \text{untuk } x \leq 1 \\ -x+1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$

   Hitunglah (jika ada)

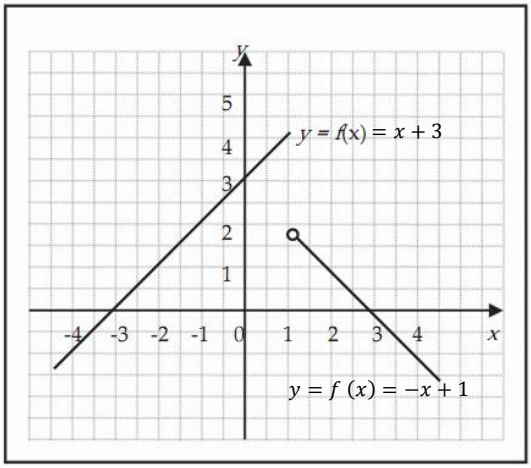
   a. $\lim_{x \to 1^-} f\ (x)$ b. $\text{Lim}_{x \to 1^-} f\ (x)$ c. $\text{Lim}_{x \to 1} f\ (x)$

   Penyelesaian :

   a. $\lim_{x \to 1^-} f\ (x) = \lim_{x \to 1^-} (x+3)$
   $= 1+3$
   $= 4$

   b. $\text{Lim}_{x \to 1^+} f\ (x) = \lim_{x \to 1^+} (-x+1)$
   $= -1 + 3$
   $= 2$

   c. Dari dua jawaban diatas $\lim_{x \to 1^-} f\ (x) \neq \text{Lim}_{x \to 1^+} f\ (x)$. Sehingga, menurut definisi limit diatas kita dapat simpulkan bahwa : $\lim_{x \to 1} f\ (x) = \text{tidak ada}$



Gambar A

Meskipun terlihat pada gambar A.1 bahwa $f\ (1) = 4$, tidak berarti $\lim_{x \to 1} f\ (x) = 4$. Hal ini karena $\text{Lim}_{x \to 1^+} f\ (x) = 2 \neq 4$.

Selain cara diatas, kita dapat menentukkan nilai limit fungsi yang beragam macamnya dengan beberapa metode. Diantaranya metode substitusi, metode faktorisasi dan metode perkalian sekawan.

1. Metode Substitusi

   Mensubstitusikan nilai x pada limit fungsi tersebut.

   Contoh 2

   Tentukan $\lim_{x \to 3} 2x + 4$ dan $\lim_{x \to 3} x^2 + 2x - 8$!

Penyelesaian :

$\lim_{x\to 3} 2x + 4$ = 2 . (3) + 4 = 6 + 4 = 10

$\lim_{x\to 3} x^2 + 2x - 8$ = $(3)^2 + 2\,.\,(3) - 8$ = 9 + 6 – 8 = 7

Jadi, nilai $\lim_{x\to 3} 2x + 4 = 10$ dan nilai $\lim_{x\to 3} x^2 + 2x - 8 = 7$

2. Metode Faktorisasi

Jika suatu limit fungsi berbentuk pecahan dan didalamnya terdapat persamaan kuadrat maupun persamaan pangkat tinggi maka penyelesaiannya yaitu memfaktorkan persamaan tersebut sehingga mempermudah dalam menentukkan nilai limit fungsi.

Contoh 3

Tentukan $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3}$ dan $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$!

Penyelesaian :

$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3}$ untuk x, maka nilai limitnya $= \frac{3^2-2.(3)-3}{3-3} = \frac{0}{0}$

Sehingga, untuk menentukkan nilai limit tersebut yaitu dengan metode faktorisasi.

$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} = \lim_{x\to 3}(x+1) = 3 + 1 = 4$

Jadi, nilai $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3} = 4$

Ingat !

$f\,(x) \neq \frac{0}{0}$

Nilai suatu limit fungsi tidak boleh $\frac{0}{0}$ karena tak terdefinisi. Sehingga harus menggunakan cara lain jika hasilnya demikian.

$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$ untuk x = 2, maka nilai limitnya $= \frac{2^3-8}{2-2} = \frac{0}{0}$

Karena jika dengan cara substitusi langsung hasilnya $\frac{0}{0}$, maka harus dengan metode faktorisasi

$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\,(x^2+2x+4)}{x-2} = \lim_{x\to 2} (x^2 + 2x + 4) = 2^2 + 2\,.\,(2) + 4 = 12$

Jadi, nilai $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2} = 12$

3. Metode Perkalian Sekawan

Metode perkalian sekawan digunakan jika limit pecahan tersebut terdapat akar.

Contoh 4

Tentukan $\lim_{x\to 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}}$ dan $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{t}-2}{t-4}$!

Penyelesaian :

$\lim_{x\to 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}}$ untuk x = 3, nilai limitnya $= \frac{9-3^2}{4-\sqrt{3^2+7}} = \frac{9-9}{4-\sqrt{16}} = \frac{0}{0}$

Maka, $\lim_{x\to 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}} = \lim_{x\to 3} \frac{16-(x^2+7)}{4-\sqrt{x^2+7}} = \lim_{x\to 3} \frac{(4-\sqrt{x^2+7})\,(4+\sqrt{x^2+7})}{4-\sqrt{x^2+7}}$

$$= \lim_{x\to 3}\left(4+\sqrt{x^2+7}\right) = 4+\sqrt{9+7} = 4+\sqrt{16} = 4+4 = 8$$

Jadi, nilai $\lim_{x\to 3}\frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}} = 8$

$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{t}-2}{t-4}$ untuk t=4, maka nilainya= $\frac{\sqrt{4}-2}{4-4} = \frac{0}{0}$

Maka, $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{t}-2}{t-4} = \frac{\sqrt{t}-2}{(\sqrt{t}-2)(\sqrt{t}+2)} = \frac{1}{\sqrt{t}+2} = \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$

Jadi nilai $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{t}-2}{t-4} = \frac{1}{4}$

Latihan 1

1. Tentukan nilai dari limit berikut ini :

   a. $\lim_{x\to 2} 5x+2$ b. $\lim_{x\to 2}\frac{x-4}{x^2+1}$ c. $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2+16}-4}{x^2}$

2. Diketahui suatu fungsi $f(x) = \begin{cases} -x+1, \text{untuk } x<1 \\ x-1, \text{ untuk } 1<x<2 \\ 5-x^2, \text{untuk } x>2 \end{cases}$

   Tentukan : a. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e. $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

   b. $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ f. $\lim_{x\to 2} f(x)$

   c. $\lim_{x\to 1} f(x)$ g. Sketsa grafik fungsi $f(x)$ tersebut !

   d. $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

B. Limit Fungsi Aljabar

Dalam mengerjakan soal-soal limit fungsi, kita dapat menggunakan beberapa sifat limit fungsi yang disebut teorema limit guna mempermudah dalam menyelesaikannya limit fungsi aljabar. Teorema-teorema berikut disajikan tanpa bukti karena bukti teorema tersebut menggunakan definisi formal, yang diluar jangkauan modul ini.

TEOREMA LIMIT

1. $\lim\limits_{x \to c} k = k$, k adalah suatu konstanta.
2. $\lim\limits_{x \to c} x = c$
3. $\lim\limits_{x \to c} x^n = x^n$, n adalah bilangan asli.
4. $\lim\limits_{x \to c} k\, f(x) = k \lim\limits_{x \to c} f(x)$
5. $\lim\limits_{x \to c} \big(f(x) - g(x)\big) = \lim\limits_{x \to c} f(x) - \lim\limits_{x \to c} g(x)$
6. $\lim\limits_{x \to c} \big(f(x) + g(x)\big) = \lim\limits_{x \to c} f(x) + \lim\limits_{x \to c} g(x)$
7. $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to c} f(x)}{\lim\limits_{x \to c} g(x)}$, dengan $\lim\limits_{x \to c} g(x) \neq 0$
8. $\lim\limits_{x \to c} \big(f(x)\big)^n = \left(\lim\limits_{x \to c} f(x)\right)^n$, n adalah bilangan asli
9. $\lim\limits_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x \to c} f(x)}$, n adalah bilangan asli dan $\lim\limits_{x \to c} f(x) > 0$

Contoh 5

Jika diketahui $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ dan $g(x) = 5 - 3x$. Tentukan :

a. $\lim\limits_{x \to 2} 3\, f(x)$

b. $\lim\limits_{x \to 2} \big(f(x) + g(x)\big)$

c. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

d. $\lim\limits_{x \to 2} \sqrt[3]{g(x)}$

Penyelesaian :

a. $\lim\limits_{x \to 2} 3\, f(x) = \lim\limits_{x \to 2} 3(x^3 + 2x^2 - 1)$

$$= 3 \,.\, \lim_{x \to 2} (x^3 + 2x^2 - 1)$$

$$= 3 \,.\, (\lim_{x \to 2} x^3 + \lim_{x \to 2} 2x^2 - \lim_{x \to 2} 1)$$

$$= 3 \,.\, (2^3 + 2 \,.\, (2)^2 - 1)$$

$$= 3 \,.\, (8 + 8 - 1)$$

$$= 3 \,.\, (15)$$

$$= 45$$

Jadi, nilai $\lim\limits_{x \to 2} 3(x^3 + 2x^2 - 1) = 45$

b. $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)+g(x)\right)=\lim\limits_{x\to 2}\left((x^3+2x^2-1)+(5-3x)\right)$

$$=\lim_{x\to 2}(x^3+2x^2-1)\ +\lim_{x\to 2}(5-3x)$$

$$=\left(\lim_{x\to 2}x^3+\lim_{x\to 2}2x^2-\lim_{x\to 2}1\right)\ +\left(\lim_{x\to 2}5-\lim_{x\to 2}3x\right)$$

$$=(2^3+\ 2\,.\,(2)^2-\ 1)\ +(\,5-\ 3\,.\,(2))$$

$$=(8+\ 8-\ 1)\ +(\,5-\ 6)$$

$$=15\ +(-1)$$

$$=14$$

Jadi nilai $\lim\limits_{x\to 2}(x^3+2x^2-1)\ +\lim\limits_{x\to 2}(5-3x)=14$

c. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3+2x^2-1}{5-3x}$

$$=\frac{2^3+2\,.\,(2)^2-1}{5-3.(2)}$$

$$=\frac{8+8-1}{5-6}$$

$$=\frac{15}{-1}$$

$$=-15$$

Jadi, nilai $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3+2x^2-1}{5-3x}=15$

d. $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{g(x)}=\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{5-3x}$

$$=\sqrt[3]{5-3\,.\,(2)}$$

$$=\sqrt[3]{-1}$$

$$=-1$$

Jadi, nilai $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{5-3x}=-1$

Contoh 6

Carilah $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, jika diketahui fungsi *f(x)* di bawah ini !

a. $f(x)=2x+3$

b. $f(x)=3x^2-x$

Penyelesaian :

a. $f(x)=2x+3$

$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(2(x+h)+3)-f(2x+3)}{h}$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(2x+2h+3)-(2x+3)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2x+2h+3-2x-3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2x+2h+3-2x-3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2h}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} 2$$

$$= 2$$

Jadi, nilai $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ dengan $f(x) = 2x + 3$ adalah 2

b. $f(x) = 3x^2 - x$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{f\left(3(x+h)^2-(x+h)\right)-f\left(3x^2-x\right)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\left(3\left(x^2+2xh+h^2\right)-(x+h)\right)-\left(3x^2-x\right)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3x^2+6xh+3h^2-x-h-3x^2+x}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3h^2+6xh-h}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h(3h+6x-1)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} 3h + 6x - 1$$

$$= 3\,.\,(0) + 6x - 1$$

$$= 6x - 1$$

Jadi, nilai $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ dengan $f(x) = 3x^2 - x$ adalah $6x - 1$

Contoh 7

Tentukkan $\lim_{h\to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$, jika diketahui $f(x) = 5x - 3$

Penyelesaian :

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(5(3+h)-3)-(5\,.(3)-3)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{(15+5h-3)-(5\,.(3)-3)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{12+5h-12}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{5h}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} 5$$

$$= 5$$

Jadi, nilai $\lim_{h\to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ dengan $f(x) = 5x - 3$ adalah 5

Latihan 2

1. Tentukan nilai dari limit berikut ini :

   a. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{c6}-5}$ b. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sqrt{6x-2}-\sqrt{3x+7}}{x-3}$ c. $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x+5}$

2. Tentukan nilai $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ untuk setiap fungsi yang diberikan.

   a. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

   b. $f(x) = 6 - 2x^2$

   c. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$

3. Untuk setiap fungsi pada soal nomor 2, tentukan $\lim_{h\to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

C. Limit Fungsi di Tak Hingga

Misalkan fungsi f ditentukan oleh $f(x) = \frac{1}{x^2}$ dengan daerah asalnya $\mathbf{D}_f = \{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$. Nilai $f(x)$ untuk nilai x yang semakin besar dapat dilihat pada Tabel B berikut.

x	$f(x) = \frac{1}{x^2}$	x	$f(x) = \frac{1}{x^2}$
1	1	-1	1
2	0,25	-2	0,25
5	0,04	-5	0,04
10	0,01	10	0,01
100	0,0001	-100	0,0001
1000	0,000001	-1000	0,000001
...	...	...	...
∞	0	-∞	0

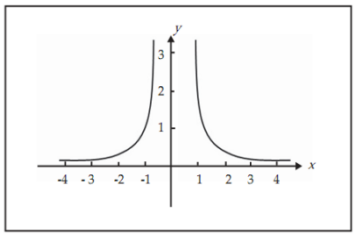
Tabel B

Berdasarkan Tabel B, terlihat bahwa jika nilai x semakin besar maka, nilai fungsi $f(x)$ mendekati 0 (nol).

Sehingga dapat ditunjukkan

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$



Gambar B

Grafik fungsi $f(x) = \frac{1}{x^2}$ diperlihatkan pada Gambar B. Sumbu X disebut sebagai **Asimtot Datar** bagi fungsi $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Dalam menyelesaikan limit tak hingga yang mempunyai variabel dengan pangkat tinggi, kita dapat menggunakan sifat-sifat berikut yang disajikan tanpa bukti yang menjelaskan sifat-sifat tersebut. Hal ini dikarenakan bukti-buktinya diluar jangkauan modul ini.

SIFAT LIMIT TAK HINGGA

1. Jika derajat $f(x)$ =derajat $g(x)$, maka

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{koefisien pangkat tertinggi dari } f(x)}{\text{koefisien pangkat tertinggi dari } g(x)}$$

2. (i) Jika derajat $f(x)$ >derajat $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ bernilai positif, maka

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$$

(ii) Jika derajat $f(x)$ >derajat $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ bernilai negatif, maka

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$$

3. Jika derajat $f(x)$ >derajat $g(x)$, maka

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

Contoh 8

Tentukan nilai limit fungsi berikut ini.

a. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{8-6x-5x^2}{2-x-x^2}$

b. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4}{x^3+1}$

c. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x+2x^2-1}{2+x}$

d. $\lim\limits_{x\to\infty} \left\{\sqrt{(x+1)(x+3)} - x\right\}$

Penyelesaian :

a. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{8-6x-5x^2}{2-x-x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-5x^2}{-x^2} = \frac{5}{1} = 5$

Jadi, nilai $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{8-6x-5x^2}{2-x-x^2} = 5$

b. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4}{x^3+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$

Jadi, nilai $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4}{x^3+1} = 0$

Ingat !

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$$

c. $\lim_{x\to\infty} \frac{3x+2x^2-1}{2+x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{x} = \infty$

Jadi, nilai $\lim_{x\to\infty} \frac{3x+2x^2-1}{2+x} = \infty$

d. $\lim_{x\to\infty} \left\{\sqrt{(x+1)(x+3)} - x\right\} = \lim_{x\to\infty} \left\{\sqrt{x^2+4x+3} - \sqrt{x^2}\right\} . \frac{\sqrt{x^2+4x+3}+\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+4x+3}+\sqrt{x^2}}$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4x+3-x^2}{\sqrt{x^2+4x+3}+\sqrt{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{4x+3}{\sqrt{x^2+4x+3}+\sqrt{x^2}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

Jadi nilai $\lim_{x\to\infty} \left\{\sqrt{(x+1)(x+3)} - x\right\} = 2$

Latihan 3

Hitunglah limit fungsi berikut ini.

a. $\lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{\sqrt{2x^2-3}}$

b. $\lim_{x\to\infty} \left\{\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+5}\right\}$

c. $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2+5}}{2x}$

d. $\lim_{x\to\infty} \sqrt{3x^2+4} - (x-2)$

D. Limit Fungsi Trigonometri

Dalam beberapa kasus, penyelesaian limit fungsi trigonometri hampir sama dengan penyelesaian limit fungsi aljabar, misalnya dengan metode substitusi langsung atau dengan metode pemfaktoran. Rumus-rumus trigonometri dan teorema limit yang pernah dipelajari pada sub bab diatas, dapat

membantu untuk menyelesaikan limit-limit fungsi tersebut. Berikut merupakan rumus-rumus limit trigonomteri yang disajikan tanpa bukti karena bukti tersebut termuat diluar jangkauan modul ini.

SIFAT LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\tan x} = 1$

3. Misalkan u adalah fungsi dari x dan jika $x \to 0$ maka $u \to 0$, sehingga rumus-rumus tersebut dapat dituliskan

   (i) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin u}{u} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{u}{\sin u} = 1$

   (ii) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan u}{u} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{u}{\tan u} = 1$

Contoh 9

Tentukan nilai limit-limit fungsi trigonometri berikut ini.

a. $\lim\limits_{x\to 0} (\cos^2 x - \sin^2 x)$

b. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin x}$

Penyelesaian :

a. $\lim\limits_{x\to 0} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \left(\lim\limits_{x\to 0} \cos x\right)^2 - \left(\lim\limits_{x\to 0} \sin x\right)^2$

$= \left(\lim\limits_{x\to 0} \cos 0\right)^2 - \left(\lim\limits_{x\to 0} \sin 0\right)^2$

$= (1)^2 - (0)^2$

$= 1$

Jadi, nilai limit $\lim\limits_{x\to 0} (\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$

b. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin x} = \frac{1-\cos 2.(0)}{\sin (0)} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$

Karena dengan substitusi langsung diperoleh $\frac{0}{0}$, yaitu bentuk tak tentu. Oleh karena itu, harus diupayakan dengan cara lain sebagai berikut.

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2 x}{\sin x} = \lim_{x\to 0} 2\ \sin x = 2\ \sin 0 = 2\,.\,(0) = 0$$

Jadi, nilai $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin x} = 0$

Ingat !

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$= \cos^2 x - \sin^2 x$

$= 2\cos^2 x - 1$

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$

Contoh 10

Tentukan nilai limit-limit fungsi trigonometri berikut ini.

a. $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{x-\frac{\pi}{4}}$

b. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 4x}{\sin 3x}$

Penyelesaian :

a. Misalkan, y = $x - \frac{\pi}{4}$, maka x= y + $\frac{\pi}{4}$

untuk x → $\frac{\pi}{4}$, maka u = 0

$$\lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2\left(y+\frac{\pi}{4}\right)}{y} = \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos\left(2y+\frac{\pi}{2}\right)}{y}$$

$$= \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{\left(\cos 2y\,.\,\cos\frac{\pi}{2} - \sin 2y\,.\,\sin\frac{\pi}{2}\right)}{y}$$

$$= \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos 2y\,.\,0 - \sin 2y\,.\,1)}{y}$$

$$= \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos 2y\,.\,0 - \sin 2y\,.\,1)}{y}$$

$$= \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{(0 - \sin 2y)}{y}$$

$$= \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{-\sin 2y}{y} \cdot \frac{2y}{2y}$$

$$= \lim_{y\to \frac{\pi}{4}} \frac{-\sin 2y}{2y} \cdot \frac{2y}{y}$$

$$= -1\,.\,2$$

$$= -2$$

Jadi, nilai $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{x-\frac{\pi}{4}} = -2$

Ingat !

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

b. Dengan metode substitusi langsung, maka nilai $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 4x}{\sin 3x} = \frac{0}{0}$, sehingga dengan menggunakan cara sebagai berikut.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 4x}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{4}{3}\ \frac{\tan 4x}{4x}\ \frac{3x}{\sin 3x}\right)$$

$$= \frac{4}{3} \lim_{x \to 0} \left(\frac{\tan 4x}{4x} \; \frac{3x}{\sin 3x} \right)$$

$$= \frac{4}{3} \lim_{x \to 0} \frac{\tan 4x}{4x} \; . \; \lim_{x \to 0} \frac{3x}{\sin 3x}$$

$$= \frac{4}{3} \; . \; 1 \; . \; 1$$

$$= \frac{4}{3}$$

Jadi, nilai $\lim_{x \to 0} \frac{\tan 4x}{\sin 3x} = \frac{4}{3}$

Contoh 11

Tentukan nilai limit dari $\lim_{h \to 0} \frac{\sin (x+h) - \sin x}{h}$!

Penyelesaian :

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sin (x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2}\{(x+h) + x\} - \sin \frac{1}{2}\{(x+h) - x\}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2 \cos \left(x + \frac{1}{2} h\right) - \sin \frac{1}{2} h}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2 \cos \left(x + \frac{1}{2} h\right) - \sin \frac{1}{2} h}{h}$$

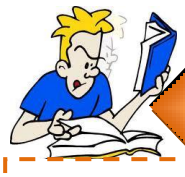
$$= \lim_{h \to 0} \frac{2 \cos \left(x + \frac{1}{2} h\right) - \sin \frac{1}{2} h}{2 \; \frac{1}{2} \; h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \cos \left(x + \frac{1}{2} \; h\right) \; . \frac{\sin \frac{1}{2} h}{\frac{1}{2} \; h}$$

$$= \cos \left(x + \frac{1}{2} \; 0\right) \; . \; 1$$

$$= \cos x$$

Jadi, nilai $\lim_{h \to 0} \frac{\sin (x+h) - \sin x}{h} = \cos x$



Latihan 3

Hitunglah limit fungsi berikut ini.

a. $\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{\tan \left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{x + \frac{\pi}{3}}$ b. $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{2x^2}$ c. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3 (x+h) - \sin 3x}{h}$

E. Aplikasi Dalam Kehidupan Sehari-hari

Dalam kehidupan sehari-hari, manusia tidak pernah sadar bahwa semua yang kita lakukan itu berkaitan dengan matematika. Misalnya seperti proses jual-beli dan lain sebagainya yang erat hubungannya dengan perhitungan. Demikian dengan limit fungsi, secara tidak sadar digunakan dalam bidang kedokteran. Seseorang yang menderita rabun jauh akan memakai kacamata lensa cekung agar dapat melihat dengan normal. Oleh karena itu, ia meminta bantuan seorang dokter. Mula-mula dokter tersebut memeriksa dan menguji jarak pandang pasien untuk mengetahui seberapa parah penyakitnya. Setelaha itu, dokter tersebut harus menentukan jarak fokus lensa cekung kacamata dari pasien tersebut. Ternyata, jarak fokus lensa cekung tersebut dapat diperoleh dengan rumus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

dengan f = jarak fokus lesa, s = jarak mata ke benda dan s'=titik jau mata penderita.

Jadi, dengan menggunakan limit fungsi, penderita rabun jauh dapat tertolong sehingga penderita tersebut dapat melihat dengan normal kembali.

Selain itu, limit fungsi juga dapat digunakan untuk menghitung kecepatan sesaat benda yang bergerak. Dimana kecepatan rata-rata pada selang waktu $t=a$ sampai $t=a+h$ adalah

$$Kecepatan\ rata-rata = \frac{Perpindahan}{Waktu}$$

Akan dicari kecepatan rata-rata pada selang waktu $\{a,\ a+h\}$ yang sangat pendek, yang berarti h mendekati nol. Untuk h mendekati nol, kecepatan rata-ratanya disebut dengan kecepatan sesaat, yaitu kecepatan $v(a)$ pada saat $t=a$, sebagai limit dari kecepatan rata-rata.

$$v(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Disamping itu, limit fungsi sering digunakan oleh pemerintah dalam menentukkan pajak yang harus dibayar oleh masyarakat. Dalam bidang ekonomi, limit fungsi juga sering digunakan dalam menghitung biaya rata-rata dan bunga.

RANGKUMAN

1. Pengertian limit Fungsi

$$\lim_{x \to c} f\ (x) = L$$

Jika kita dapat membuat nilai $f\,(x)$ sembarang yang dekat dengan L, dengan cara mengambil nilai x yang dekat dengan c, baik dari kanan maupun dari kiri. Tetapi, x tidak sama dengan c.

2. Teorema Limit

   1. $\lim\limits_{x \to c} k = k, k$ adalah suatu konstanta.
   2. $\lim\limits_{x \to c} x = c$
   3. $\lim\limits_{x \to c} x^n = x^n, n$ adalah bilangan asli.
   4. $\lim\limits_{x \to c} k\, f(x) = k \lim\limits_{x \to c} f(x)$
   5. $\lim\limits_{x \to c} \big(f(x) - g(x)\big) = \lim\limits_{x \to c} f(x) - \lim\limits_{x \to c} g(x)$
   6. $\lim\limits_{x \to c} \big(f(x) + g(x)\big) = \lim\limits_{x \to c} f(x) + \lim\limits_{x \to c} g(x)$
   7. $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to c} f(x)}{\lim\limits_{x \to c} g(x)}$, dengan $\lim\limits_{x \to c} g(x) \neq 0$
   8. $\lim\limits_{x \to c} \big(f(x)\big)^n = \left(\lim\limits_{x \to c} f(x)\right)^n, n$ adalah bilangan asli
   9. $\lim\limits_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x \to c} f(x)}\ , n$ adalah bilangan asli dan $\lim\limits_{x \to c} f(x) > 0$

3. Teorema Limit di Tak Hingga

   Jika derajat $f(x)$ =derajat $g(x)$, maka

   $$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{koefisien pangkat tertinggi dari } f(x)}{\text{koefisien pangkat tertinggi dari } g(x)}$$

   Jika derajat $f(x)$ >derajat $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi

   $f(x)$ bernilai positif, maka $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$

   $f(x)$ bernilai negatif, maka $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

   Jika derajat $f(x)$ >derajat $g(x)$, maka

   $$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

4. Teorema Limit Fungsi Trigonometri

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\tan x} = 1$
3. Misalkan u adalah fungsi dari x dan jika $x \to 0$ maka $u \to 0$, sehingga rumus-rumus tersebut dapat dituliskan

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin u}{u} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{u}{\sin u} = 1$

(ii) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan u}{u} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{u}{\tan u} = 1$

5. Aplikasi limit fungsi

a. Bidang Kedokteran : menentukkan kacamata yang cocok untuk rabun jauh.
b. Bidang ekonomi : menghitung biaya rata-rata dan bunga.
c. Bidang pemerintahan : menentukkan pajak yang harus dibayar oleh masyarakat.

DAFTAR PUSTAKA

Wirodikromo, S., 2007. *MATEMATIKA UNTUK SMA KELAS XI*. Jakarta: Erlangga.

Soedyarto, Nugroho dan Maryanto. 2008. *bse Matematika Untuk SMA dan MA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Pusat Perbukuan DEPDIKNAS.

Sutrima dan Usodo Budi. 2009. *bse Wahana MATEMATIKA Untuk SMA/MA Program Ilmu Pengetahuan Alam*. Jakarta: Pusat Perbukuan DEPDIKNAS.

Sutrima dan Usodo Budi. 2009. *bse Wahana MATEMATIKA Untuk SMA/MA Program Ilmu Pengetahuan Sosial*. Jakarta: Pusat Perbukuan DEPDIKNAS.

Lestari Sri dan Kurniasih Diah Ayu. 2009. *bse MATEMATIKA 2 Untuk SMA/MA Program Studi IPS Kelas XI*. Jakarta: Pusat Perbukuan DEPDIKNAS.

Retaningsih, Sri, dkk. 2009. *bse Matematika XI IPS Untuk SMA/MA 2*. Jakarta: Pusat Perbukuan DEPDIKNAS.

Http://Aqilacourse.Com/2010/08/22/Kata-Kata-Mutiara/

Http://sitirahmatun.files.wordpress.com/2010/06/terakhir-limit2.pdf

PETUNJUK PENGGUNAAN KUIS MEKER

Dalam memaksimalkan dunia teknologi, kami membuat suatu bahan latihan soal-soal tentang limit fungsi secara digital yang kami kemas kedalam CD yang dimana bahan ini untuk memperlengkap modul yang kami buat.

Cara penggunaan aplikasi quis maker:

1. Bukalah CD yang terkemas dalam buku bahan ajar ‘limit fungsi”
2. Masukan CD kedalam komputer atau laptop.
3. Lalu akan terlihat sebuah file berupa flasplayer dan klik file tersebut maka akan terbukalah quis maker.
4. Pada saat membuka anda akan diminta untuk memasukan paswoord, lalu masukan password ini “4man” (tanpa tanda kutip)
5. Dan kemudian akan secra otomatis terbuka.
6. Dalam quis maker tertera 50 soal tentang limit fungsi. Namun yang akan di ujikan hanyalah 30 soal dengan estimasi waktu 90 menit. Soal akan secra otomatis berbeda bila anda membuka ulang kembali aplikasi ini.
7. Soal terdiri dari 2 tipe; tipe 1 piliihan ganda 35 soal dan tipe 2 true n flase 15 soal.
8. Pada akhir penilaian, kami telah menambahkan pembahasan pada setiap soal.

**** SELAMAT MENCOBA DAN SELAMAT BELAJAR ****

BIODATA DAN DESKRIPSI KERJA KELOMPOK

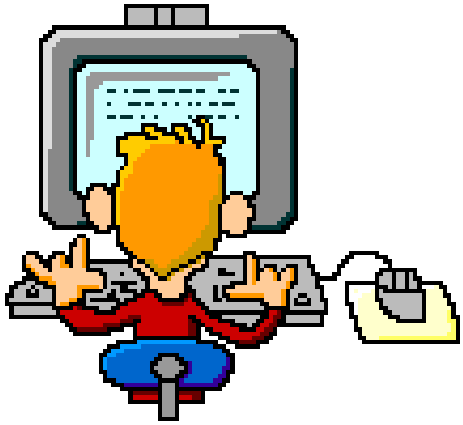
Ardi Luardi lahir di Brebes, 18 Juni 1992. Tinggal di Jl. Lomobok Kemurang-Kulon, Kec. Tanjung Kab. Brebes. Dalam pembuatan modul ini, saya sebagai editor dan desainer modul. Adapun kendalanya yaitu sulit menentukkan lokasi untuk dijadikan tempat pembuatan modul ini. Selain itu, dalam menentukkan hari untuk penyusunan juga sedikit mengalami kesulitan karena jarak rumah kami itu lumayan jauh.

Fagil Rachman Darmawan Putra lahir di Kediri, 18 Mei 1993. Tinggal dijalan Ks. Tubnun GG. Kamsi No.102 Kec. Kejaksan Kel. Kejaksan. Dalam pembuatan modul ini, saya lebih terfokus dalam pengerjaan membuat kuis maker dan desain kaver CD. Kendala dalam tugas ini membutuhkan ketelitian akan soal-soal yang akan di buat. Dan inspirasi yang harus luas dalam mendesain sebuah kaver.

Maulana Badri Zaman lahir di Cirebon, 16 April 1994. Tinggal di Jl.Prapatan Tanjung Puncel, Ds.Karang Wangi Kec.Depok Kab.Cirebon. Dalam pembuatan tugas kelompok ini saya sebagai pencari materi, ya walaupun pencari materinya ada dua tapi berbeda dalam pembagiannya. Kendalanya dalam pembuatan modul ini yaitu saya tidak mempunyai modem jadi harus bolak-balik warnet, tidak cuma warnet tapi perpustakaan juga di jelajah.

Nana Sumarna lahir di Cirebon, 27 April 1993. Tinggal di Jl. Jendral Sudirman Ds.Beber Kec.Beber Kab Cirebon. Hobi saya adalah menonton anime Naruto. Dalam pembuatan modul ini, saya sebagai pencari materi. Kendala dalam pembuatan modul ialah sulit mencari aplikasi limit fungsi sehingga dibutuhkan kerja ekstra untuk mencarinya. weewwww

PERAN KOMPUTER DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA



1. Pengertian Dasar Komputer

Komputer yang merupakan salah satu hasil dari perkembangan teknologi sudah mulai dikenal sejak abad 19. Pada awalnya komputer diciptakan dengan tujuan untuk menciptakan mesin perhitungan yang otomatis (Sharp, 1996). Edwar Humby dalam bukunya yang berjudul "*Computers*" mendefinisikan komputer sebagai "*an electronic machine that processes data under the control of stored programs*". Komputer adalah alat elektronit yang dapat mengelolah data dengan perantaraan program dan dapat memberikan/menampilkan hasil pengolahannya (Suryanto dan Rusmali, 1985). Sedangkan dalam buku yang berjudul "*Computer Annual*" mendefinisikan komputer adalah suatu alat elektronik yang mampu melakukan beberapa tugas, yaitu menerima (masukan), memproses input tersebut sesuai dengan programnya, menyimpan perintah-perintah dan hasil pengolahannya, serta menyediakan output (keluaran) dalam bentuk informasi (Sanusi, 1997).

2. Komputer dalam Pengajaran

Perkembangan tekhnologi pada masa sekarang sangatlah pesat, terutama tekhnologi berbasis komputer yang sudah banyak digandrumi banyak orang dan komputer ini sudah banyak dipergunakan diberbagai sector atau bidang termaksud bidang pendidikan. Tidak hanya karena kecangihan teknologi tersebut melainkan dengan penggunaan komputer dapat mempertinggi keefisiensi suatu pekerjaan yang disebabkan karena ada kelebihan atau manfaat dari computer, kelebihan tersebut yakni:

- Dapat mengerjakan pekerjaan dengan cepat dan tepat.
- Dapat menyimpan data maupun memanggilnya kembali.
- Dapat memproses data/informasi dalam cakupan besar.

Bahkan dengan adanya perkembangan teknologi khususnya dalam program-program aplikasinya, saat ini komputer semakin memberikan manfaat yang besar di dunia pendidikan, baik itu membantu dalam bidang administrasi maupun dalam bidang instruksional.

Fungsi komputer dalam bidang administrasi berupa: (1) program pengolah kata (Ms word), (2) pengolah angka (spredsheet) misalnya Ms excel, (3) program database (Ms Access. Sedangkan dalam bidang instruksional pendidikan (Piccioano, 1998) membagi menjadi tiga bagian: (1) komputer sebagai tutor (*tutor aplication*), (2) komputer sebagai alat (*Tool Applications*), (3) Komputer sebagai tutee (*Tutee Applications)*

3. Peran Komputer dalam Pembelajaran Matematika

Dalam dunia pendidikan atau dalam pembelajarann khususnya pembelajran matematika, komputer memiliki potensi yang besar untuk meningkatkan kualitas pembelajaran. Sebagai mana yang kita ketaui

bahwasanya didalam mata pembelajaran matematika banyak hal abstrak atau imajinatif yang sulit dipikirkan oleh siswa. Dengan kecanggihan computer saat ini, dalam pembelajaran matematika menggunakan komputer tentu saja akan lebih menyederhanakan jalan pikir siswa dalam memahami matematika. Dengan demikian proses pembelajaran matematika dapat dilakukan bila guru dituntut dapat memberdayakan komputer. Selain itu program-program sederhana yang terkandung dalam computer, dapat dipelajari dan digunakan siswa dalam penanaman dan penguatan konsep, membuat pemodelan matematika danpula untuk menyusun strategi dalam memecahkan masalah. Tetapi tidak hanya itu saja dan masih banyak lagi pemanfaatan computer bagi pembelajaran matematika.

Saat ini sudah cukup banyak sekolah, dari SD sampai SMA, yang memiliki komputer. Akan tetapi belum dimanfaatkan dalam pembelajaran, namun baru digunakan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan urusan administrasi atau mengfungsikan komputer sebagai mesintik. Padahal banyak hal yang dapat dilakukan guru dengan komputer dalam pembelajaran matematika. Dan hal ini tentu saja menuntut kriativitas guru khususnya guru matematika untuk menafaatkan atau mengoptimalkan kegunaan komputer dalam pembelajaran matematika.

Komputer juga memberikan kesempatan kepada siswa secara lebih luas dalam menginvestigasi matematika daripada kalkulator. Hal ini karenakan kemampuan memori komputer yang jauh lebih besar dan kemampuan menampilkan gambar dalam monitor yang lebih sempurn sehingga sangat mendukung untuk memcu kreativitas siswa.

4. Keunggulan penggunaan komputer sebagai media pembelajaran matematika

Seperti yang sudah dijelaskan sedikit di sub bab sebelumnya bahwasnya dalam matematik banyak hal-hal yang begitu abstrak untuk dijelasakan secara lisan. Namun bila dijelaskan secara dalam bentuk gambar yang secara fakta maka siswa akan cenderung lebih memahami. Pada kenyataan atau rata-rata dalam pembelajaran matematika guru minim akan media sehingga di analogikan dalam kehidupan. Akan tetapi tidak ada yang kurang disadari oleh guru bahwasanya media pembelajaran yang menggunakan media tersebut kurang efektif karena siswa akan dituntun berefikir akan tetapi siswa akan lebih cenderung berfikir apakah yang ia fikirkan bena atau salah, dan apkah sama dengan yang diharapkan oleh guru.

Dan karena olah itu guru dituntutlah untuk lebih menggunakan media yang lebih mudah dipahami oleh siswa. Komputer merupkan alat yang tercanggih didabat ini, dan pula kita bisa merasakan akan manfaat komputet tersebut. Dalam pembelajaran meatematika komuter bisa digunkan sebagai media yang sangat kompleks yang diman didalamnya telah dilengkapi aplikasi-aplikasi yang menunjang dalam pembelajaran. Dan tak hanya itu dengan menggunakan alat media komputer waktu mengajar akan lebih efisien dibandingkan dengan tanpa media, dikarenakan rata-rata waktu mengajar habis untuk menulis di depan papan tulis dan sifatnya tidak permanen, bila menggunakan koputer kita dapat cukup membuat bahan satu bahan ajar dan bisa digunakan berulang-ulang kali tanpa lagi harus menulis dipapan tulis.