

MARCUS DU SAUTOY

# LOS MISTERIOS DE LOS NÚMEROS

LA ODISEA DE LAS MATEMÁTICAS  
EN LA VIDA COTIDIANA

TRADUCCIÓN DEL INGLÉS  
DE EUGENIO JESÚS GÓMEZ AYALA

BARCELONA 2012



A C A N T I L A D O

TÍTULO ORIGINAL *The Number Mysteries*

Publicado por  
A C A N T I L A D O  
Quaderns Crema, S.A.U.

Muntaner, 462 - 08006 Barcelona  
Tel. 934 144 906 - Fax. 934 147 107  
correo@acantilado.es  
www.acantilado.es

© 2010 by Marcus du Sautoy  
© de la traducción, 2012 by Eugenio Jesús Gómez Ayala  
© de esta edición, 2012 by Quaderns Crema, S.A.U.

Derechos exclusivos de edición en lengua castellana:  
Quaderns Crema, S.A.U.

En la cubierta, recreación de los dados del juego de rol  
*Dragones y Mazmorras*

ISBN: 978-84-15277-89-7  
DEPÓSITO LEGAL: B. 21 911-2012

AIGUADEVIDRE *Gràfica*  
QUADERNS CREMA *Composició*  
ROMANYÀ-VALLS *Impresió y encuadernación*

PRIMERA EDICIÓN *agosto de 2012*

Bajo las sanciones establecidas por las leyes,  
quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización  
por escrito de los titulares del copyright, la reproducción total  
o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento mecánico o  
electrónico, actual o futuro—incluyendo las fotocopias y la difusión  
a través de Internet—, y la distribución de ejemplares de esta  
edición mediante alquiler o préstamo públicos.

## INTRODUCCIÓN

¿Es el cambio climático una realidad? ¿Se disgregará de repente un buen día el sistema solar? ¿Resulta seguro enviar el número de nuestra tarjeta de crédito a través de Internet? ¿Cómo podemos hacer saltar la banca en el casino?

Desde que los seres humanos tenemos la capacidad de comunicarnos entre nosotros, hemos estado planteándonos este tipo de preguntas, tratando de hacer predicciones sobre lo que nos deparará el futuro y transformando nuestro entorno. La herramienta más potente que hemos creado para navegar por el mundo complejo y arriesgado en el que vivimos son las matemáticas.

Ya sea para predecir la trayectoria de un balón de fútbol o evaluar una población de lemmings, ya sea para descifrar códigos o ganar al Monopoly, las matemáticas han proporcionado el lenguaje secreto que permite resolver los misterios de la naturaleza. Pero los matemáticos no tienen respuesta para todo. Hay muchas cuestiones profundas y fundamentales con las que todavía seguimos luchando para encontrar su solución.

En cada capítulo de *Los misterios de los números* quiero invitar al lector a un viaje por los grandes temas de las matemáticas, y al final de cada capítulo expondré un misterio matemático para el que nadie ha encontrado todavía la solución. Estos misterios matemáticos son algunos de los grandes problemas pendientes de todos los tiempos.

El que resuelva uno de estos rompecabezas no sólo conseguirá la fama matemática, sino también una fortuna considerable. Un empresario norteamericano, Landon Clay, ha ofrecido un premio de un millón de dólares por la solución de cada uno de estos misterios matemáticos. Puede parecer extraño que un hombre de negocios quiera entregar premios así de suculentos por resolver enigmas matemáticos, pero es que sabe que toda la ciencia, la tecnología y la economía, e incluso el futuro de nuestro planeta, se basa en las matemáticas.

## INTRODUCCIÓN

Cada uno de los cinco capítulos de este libro presenta al lector uno de estos problemas del millón de dólares.

El capítulo 1, «El curioso incidente de los primos interminables», tiene como asunto los objetos más básicos de las matemáticas: los números. En él presentaré al lector los números primos, que son los números más importantes de las matemáticas y también los más enigmáticos. A quien consiga desentrañar sus secretos le espera un millón de dólares.

En el capítulo 2, «La historia de la forma elusiva», haremos un viaje por las extrañas y maravillosas formas de la naturaleza, desde los dados hasta las pompas de jabón, desde las bolsitas de té hasta los copos de nieve. Y acabaremos abordando el desafío más grande de todos: ¿Cuál es la forma del universo?

El capítulo 3, «El secreto de la racha ganadora», mostrará cómo las matemáticas de la lógica y de la probabilidad pueden darnos ventaja a la hora de competir en un juego. Tanto si queremos jugar con dinero del Monopoly como si preferimos apostar dinero de verdad, a menudo las matemáticas esconden el secreto que nos permitirá ponernos en cabeza. Aunque hay algunos juegos sencillos que todavía siguen desconcertando a las mentes más brillantes.

El capítulo 4, «El caso del código indescifrable», trata el tema de la criptografía. Las matemáticas han sido normalmente la clave para descifrar los mensajes secretos. Pero explicaré cómo se pueden usar ideas matemáticas sagaces para crear códigos nuevos que nos permitan comunicarnos con seguridad a través de Internet, enviar mensajes al espacio e incluso leerles el pensamiento a los amigos.

El capítulo 5 versa sobre algo que a todos nos gustaría saber hacer: predecir el futuro. Explicaré por qué las ecuaciones matemáticas son las mejores videntes: predicen los eclipses, explican por qué vuelven los bumeranes y, en última instancia, nos dicen qué le espera en el futuro a nuestro planeta. Pero algunas de estas ecuaciones todavía no sabemos resolverlas. El capítulo concluye con el problema de la turbulencia, que afecta a todo, desde los lanzamientos de falta directa de David Beckham hasta el vuelo de un avión, y que sin embargo sigue siendo uno de los misterios más grandes de las matemáticas.

## INTRODUCCIÓN

Las matemáticas que presento aquí recorren todo el abanico que hay entre lo fácil y lo difícil. Los problemas pendientes que cierran cada capítulo son tan difíciles que hasta la fecha nadie ha podido encontrar la solución. Pero yo tengo mucha fe en lo provechoso que resulta presentar a la gente las grandes ideas de las matemáticas. Nos entusiasmos con la literatura cuando descubrimos a Shakespeare o a Steinbeck. La música cobró vida la primera vez que escuchamos a Mozart o a Miles Davis. Interpretar a Mozart uno mismo es difícil, y Shakespeare puede resultar a veces un reto, incluso para el lector experto. Pero eso no quiere decir que debemos reservar la obra de estos grandes creadores a los especialistas. Con las matemáticas pasa lo mismo. Así que si algunas partes de las matemáticas resultan ingratas, disfrutemos de lo que podamos y rememoremos el placer que sentimos al leer a Shakespeare por primera vez.

En el colegio nos enseñan que las matemáticas son fundamentales para todo lo que hacemos. En estos cinco capítulos quiero insuflarles nueva vida, para mostrar algunas de las grandes ideas que hemos descubierto hasta la fecha. Pero también quiero que el lector tenga la oportunidad de ponerse a prueba con los cerebros más grandes de la historia, cuando veamos algunos de los problemas que siguen sin solucionarse. Al final, espero que todos comprendan que las matemáticas están realmente en el meollo de todo lo que vemos y de todo lo que hacemos.

## UNO

### EL CURIOSO INCIDENTE DE LOS PRIMOS INTERMINABLES

1, 2, 3, 4, 5... Parece tan sencillo: sumamos 1 y obtenemos el número siguiente. Sin embargo, sin los números estaríamos perdidos. Juega el Arsenal contra el Manchester United, ¿quién ha ganado? No lo sabemos. Los dos equipos han metido muchos goles. ¿Que quiere uno buscar algo en el índice de este libro? Bueno, el apartado donde se habla de cómo ganar en la lotería anda más o menos por la mitad del libro. ¿Y la propia lotería? No podría ni existir sin los números. Es realmente extraordinario lo fundamental que resulta el lenguaje de los números para poder manejarse en el mundo.

Los números son fundamentales incluso en el reino animal. Las manadas de animales basan su decisión de huir o de luchar calculando si el número de sus integrantes es superado por el de los integrantes de la manada rival o no. Su instinto de supervivencia depende en parte de un conocimiento matemático y, sin embargo, detrás de la aparente sencillez de la lista de los números se encuentra uno de los misterios más grandes de las matemáticas.

2, 3, 5, 7, 11, 13... Éstos son los primos, los números indivisibles que constituyen los pilares básicos de todos los demás números: por así decirlo, el hidrógeno y el oxígeno del mundo de las matemáticas. Estos protagonistas, que forman el núcleo de la historia de los números, son como joyas engastadas a lo largo del recorrido infinito de los números.

Pero, a pesar de su importancia, los números primos representan uno de los rompecabezas más inquietantes entre

aquellos con los que nos hemos topado en nuestra búsqueda del conocimiento. Saber dónde se encuentran los primos es todo un misterio, porque parece que no hay ninguna fórmula mágica que nos lleve de un primo al siguiente. Son como un tesoro enterrado del que nadie tiene el mapa.

En este capítulo exploraremos lo que sí entendemos de estos números especiales. A lo largo del viaje descubriremos cómo las diferentes culturas han tratado de registrar y recorrer los números primos, y cómo los músicos han aprovechado su ritmo sincopado. Veremos por qué se han utilizado los números primos para comunicarnos con los extraterrestres y cómo han ayudado a mantener secretos los mensajes que circulan por Internet. Al final del capítulo desvelaré un enigma matemático sobre los números primos que hará ganar un millón de dólares a aquel que lo resuelva. Pero antes de hablar de uno de los rompecabezas más importantes de las matemáticas, empecemos por uno de los misterios numéricos más grandes de nuestro tiempo.

### ¿POR QUÉ BECKHAM ELIGIÓ LA CAMISETA NÚMERO 23?

Cuando David Beckham fichó por el Real Madrid en 2003 hubo un montón de especulaciones sobre las razones que le hicieron escoger la camiseta con el número 23 para jugar. Era una elección extraña, pensaron muchos, ya que había estado jugando con el número 7 en la selección británica y en el Manchester United. El problema era que en el Real Madrid el número 7 ya lo llevaba Raúl, y el jugador español no estaba dispuesto a cambiar el número de su camiseta para cedérselo a ese chico de postín que venía de Inglaterra.

Surgieron muchas teorías diferentes que pretendían explicar la elección de Beckham, y la más popular fue la teoría de Michael Jordan. El Real Madrid quería irrumpir en

el mercado norteamericano y vender millones de camisetas a la inmensa población estadounidense. Pero el fútbol (o el *soccer*, como lo llaman ellos) no es un deporte muy popular en Estados Unidos. A los norteamericanos les gusta el baloncesto y el béisbol, juegos que terminan con marcadores de 100-98 y en los que invariablemente hay un ganador. No entienden qué sentido tiene un juego que dura 90 minutos y que puede terminar en 0-0, sin más criterios secundarios que sirvan para asignar puntos o decidir un ganador.

Según esta teoría, el Real Madrid había estado investigando y había descubierto que el jugador de baloncesto más famoso del mundo era sin ninguna duda Michael Jordan, el encestador más destacado de los Chicago Bulls. Jordan lució la camiseta número 23 durante toda su carrera. Lo único que tenía que hacer el Real Madrid era poner el número 23 en el dorso de una camiseta de fútbol, cruzar los dedos y esperar a que el nexo con Jordan ejerciera su efecto mágico y les permitiera irrumpir con fuerza en el mercado norteamericano.

Otros pensaron que esto era demasiado cínico, pero continuaron una teoría todavía más siniestra. A Julio César lo asesinaron asestándole 23 puñaladas en la espalda. ¿Era un mal presagio la elección que hizo Beckham del número que llevaría en su espalda? Hubo también quienes pensaron que quizá esta elección tenía algo que ver con la afición de Beckham a *La guerra de las galaxias* (la princesa Leia fue encerrada en la cárcel AA23 en la primera entrega de la serie). ¿O acaso Beckham era miembro secreto de los discordianistas, una secta moderna que venera el caos y que tiene una obsesión cabalística por el número 23?

Pero en cuanto vi el número de Beckham, inmediatamente me vino a la cabeza una solución más matemática. El número 23 es un número primo. Un número primo es un número que sólo es divisible por él mismo y por el 1. El



17 y el 23 son primos porque no pueden escribirse como producto de dos números más pequeños que ellos mismos, mientras que el 15 no es primo, ya que  $15 = 3 \times 5$ . Los números primos son los números más importantes de las matemáticas, porque todos los demás números enteros se construyen multiplicando entre sí números primos.

Tomemos por ejemplo el 105. Este número es evidentemente divisible por 5, de modo que podemos escribir  $105 = 5 \times 21$ . El 5 es un número primo, un número indivisible, pero el 21 no: puedo escribirlo como  $3 \times 7$ . Así que 105 puede escribirse como  $3 \times 5 \times 7$ . Pero ya no puedo ir más allá. Ya he llegado a los primos, a los números indivisibles a partir de los cuales se construye el número 105. Puedo hacer esto mismo con cualquier número, ya que todo número o bien es primo y por lo tanto indivisible, o bien no es primo y entonces puede descomponerse como producto de números indivisibles más pequeños.

Ya hemos dicho que los primos son los pilares básicos de todos los números. De la misma manera que las molé-

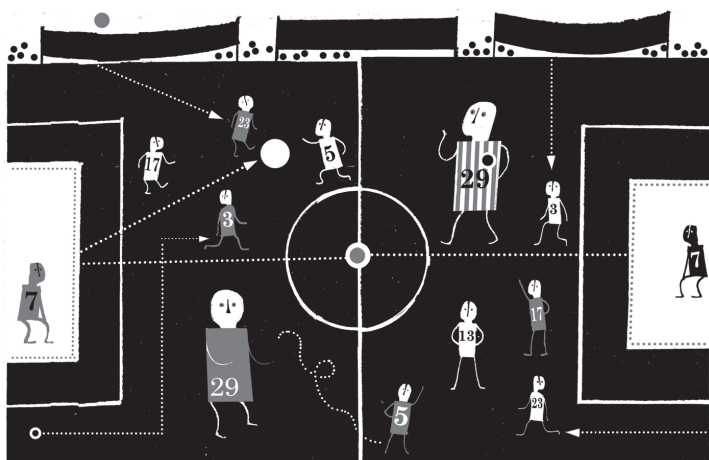


FIGURA I. I.

culas están hechas de átomos como el hidrógeno y el oxígeno o el sodio y el cloro, los números están hechos de primos. En el mundo de las matemáticas, los números 2, 3 y 5 son como el hidrógeno, el helio y el litio. Esto es lo que los convierte en los números más importantes de las matemáticas. Pero, evidentemente, también fueron importantes para el Real Madrid.

Cuando estudié un poco más atentamente el equipo de fútbol del Real Madrid empecé a sospechar que quizá tenían un matemático en el banquillo. Un pequeño análisis reveló que en el momento del fichaje de Beckham, todos los *galácticos*, es decir, los jugadores claves del Real Madrid, jugaban con camisetas que llevaban números primos: Roberto Carlos (el bastión de la defensa), el número 3; Zidane (el corazón del medio campo), el número 5; Raúl y Ronaldo (las piedras angulares de la delantera), los números 7 y 11. Así que quizá era inevitable que Beckham eligiera un número primo, un número al que acabaría sintiéndose muy vinculado. Cuando se pasó al Galaxy de Los Ángeles, insistió en llevarse consigo su número primo, en un intento de ganarse al público norteamericano con este bello juego.

---

UN JUEGO DE FÚTBOL BASADO  
EN UNA FANTASÍA CON LOS NÚMEROS PRIMOS

Descárguese el archivo PDF de este juego en el portal de la red de *Los misterios de los números*. Cada jugador recorta tres jugadores, como los del fútbol de mesa, y escoge números primos diferentes para grabar en su espalda. Utilícese uno de los balones de fútbol euclídeos del capítulo 2 (página 72).

Al empezar, el balón está en posesión de un jugador del equipo 1. El objetivo es conseguir que pase la barrera formada por los tres jugadores del equipo contrario.

Éste elige el primer jugador que tratará de abordar al jugador del equipo 1. Se tira el dado, que tiene seis caras: un 3 blanco, un 5 blanco y un 7 blanco, y un 3 negro, un 5 negro y un 7 negro. El dado nos dice que dividamos nuestro número primo y el primo del jugador contrario por 3, 5 o 7, y que tomemos los restos de ambas divisiones. Si el 3, el 5 o el 7 que salió es blanco, nuestro resto tiene que ser igual o mayor que el del contrario. Y si es negro, necesitamos que nuestro resto sea igual o inferior que el del contrario.

Para marcar un tanto, es preciso superar a los tres jugadores y encarar después un número primo seleccionado al azar por el equipo contrario. Siempre que uno sea batido por el contrario, la posesión del balón pasa a éste. Quien esté en posesión del balón utiliza entonces al jugador que lo ganó para tratar de regatear a los tres jugadores contrarios. Si el disparo a gol del equipo 1 falla, entonces el equipo 2 toma el balón y se lo da a uno de sus jugadores.

El juego puede practicarse fijando de antemano una duración determinada o considerando ganador al primer equipo que meta tres goles.

---

Esto puede parecer totalmente irracional viniendo de un matemático, que es alguien de quien se espera que sea un razonador analítico y lógico. Sin embargo, yo también juego con una camiseta que lleva un número primo en mi equipo de fútbol, el Recreativo de Hackney, y por eso simpaticé bastante con el jugador del número 23. Mi equipo de la liga de los domingos no es tan grande como el Real Madrid y no teníamos una camiseta con el número 23, de modo que elegí el 17, un primo muy bonito, como veremos más adelante. Pero en la primera temporada que jugamos juntos, nuestro equipo no hizo un buen papel. Jugamos en la segunda división de la superliga de los domingos de Lon-

dres, y esa temporada terminamos los últimos en la clasificación. Por suerte, ésta es la división de nivel más bajo de Londres, así que lo único que nos podía pasar en el futuro era que subiéramos.

Pero ¿cómo podíamos mejorar nuestra posición en la liga? Quizá el Real Madrid había descubierto algo: ¿tendría alguna ventaja psicológica el hecho de jugar con una camiseta que exhibiera un número primo? A lo mejor demasiados de nosotros jugábamos con números que no eran primos, como 8, 10 o 15. La temporada siguiente convencí al equipo de que renováramos nuestro vestuario y jugamos todos con números primos: 2, 3, 5, 7... hasta 43. Esto nos transformó. Subimos a primera división, y en ella descubrimos rápidamente que los primos sólo duran una temporada. Descendimos de nuevo a segunda división, y ahora estamos a la espera de una nueva teoría matemática que incremente nuestras posibilidades de ascenso.

#### ¿DEBERÍA LLEVAR LA CAMISETA NÚMERO 1 EL PORTERO DEL REAL MADRID?

Si los jugadores claves del Real Madrid visten números primos, ¿qué camiseta ha de llevar entonces el portero? Dicho en lenguaje matemático, ¿es el 1 un número primo? Bueno, sí y no. (Éste es precisamente el tipo de cuestiones matemáticas que le gustan a todo el mundo: las dos respuestas son correctas). Hace dos mil años, las tablas de números primos incluían al 1 como primer número primo. Al fin y al cabo, no es divisible, ya que el único entero que lo divide es él mismo. Pero hoy decimos que el 1 no es primo porque la propiedad más importante de los primos es que son los pilares básicos de los números. Si multiplicamos un número por un primo, obtenemos un nuevo número. Aunque el 1 no es divisible, si multiplicamos un número por 1,