Mécanique

1 Forces

1.1 Rappel

Pour décrire les effets d'une *force*, nous devons préciser toutes ses propriétés :

- son *point d'application* ;
- sa *droite d'action*, c'est-à-dire sa direction ;
- son *sens* ;
- son *intensité*.

On peut réunir toutes ces propriétés en une seule grandeur mathématique, le *vecteur* ; une force est donc représentée par un vecteur force (figure 1).

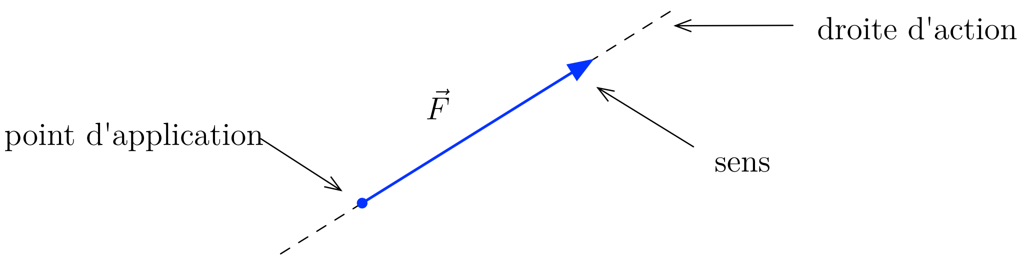


FIGURE 1 – Une force est représentée par un vecteur

La norme du vecteur est égale à l'intensité de la force. L'intensité du vecteur force $\vec{F}$ sera notée F. L'unité d'intensité de force dans le Système international est le *newton* (N).

1.2 Mesurer des forces

1.2.1 Corps élastiques, corps plastiques

Un corps solide soumis à une force se déforme. S'il reprend sa forme initiale après la suppression de la force, on l'appelle corps *élastique*, dans le cas contraire il s'agit d'un corps *plastique*.

Expérience 1.1 Qui est le plus fort ?

Deux élèves tirent, l'un après l'autre, sur un ressort qui est fixé d'un côté (figure 2).

Comment peut-on déterminer qui est le plus fort ? Traduit dans le langage de la physique, la question qui se pose est : quel élève applique la force la plus intense sur l'extenseur ?

La réponse est bien évidemment que l'allongement du ressort est d'autant plus grand que la force appliquée est plus intense.

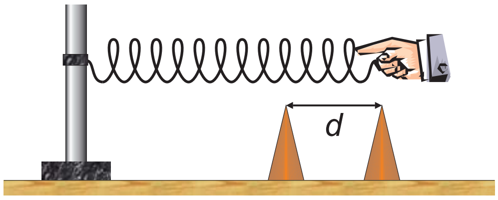


FIGURE 2 – Dispositif expérimental

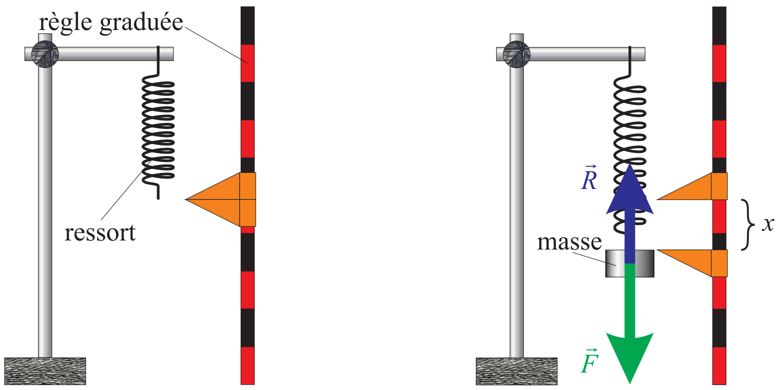
On essayera de comparer l'allongement d'un ressort et la force appliquée.

1.2.2 Loi de Hooke

Expérience 1.2 Le but de l'expérience est d'étudier la relation entre l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'on exerce sur l'extrémité d'un ressort et l'allongement x d'un ressort qui en résulte.

La figure 3 montre le schéma du dispositif expérimental. On mesure l'allongement x du ressort en faisant varier l'intensité F de la force de 0 N à 1 N.

Remarque : une masse de 100 g exerce approximativement une force de 1 N dirigée verticalement vers le bas.



(a) en absence de forces

(b) $\vec{F}$ force exercée ; $\vec{R}$ réaction du ressort

FIGURE 3 – Étude de l'allongement d'un ressort

Tableau des mesures :

x (mm)									
F (N)									

La figure 4 permet de représenter graphiquement les résultats des mesures.

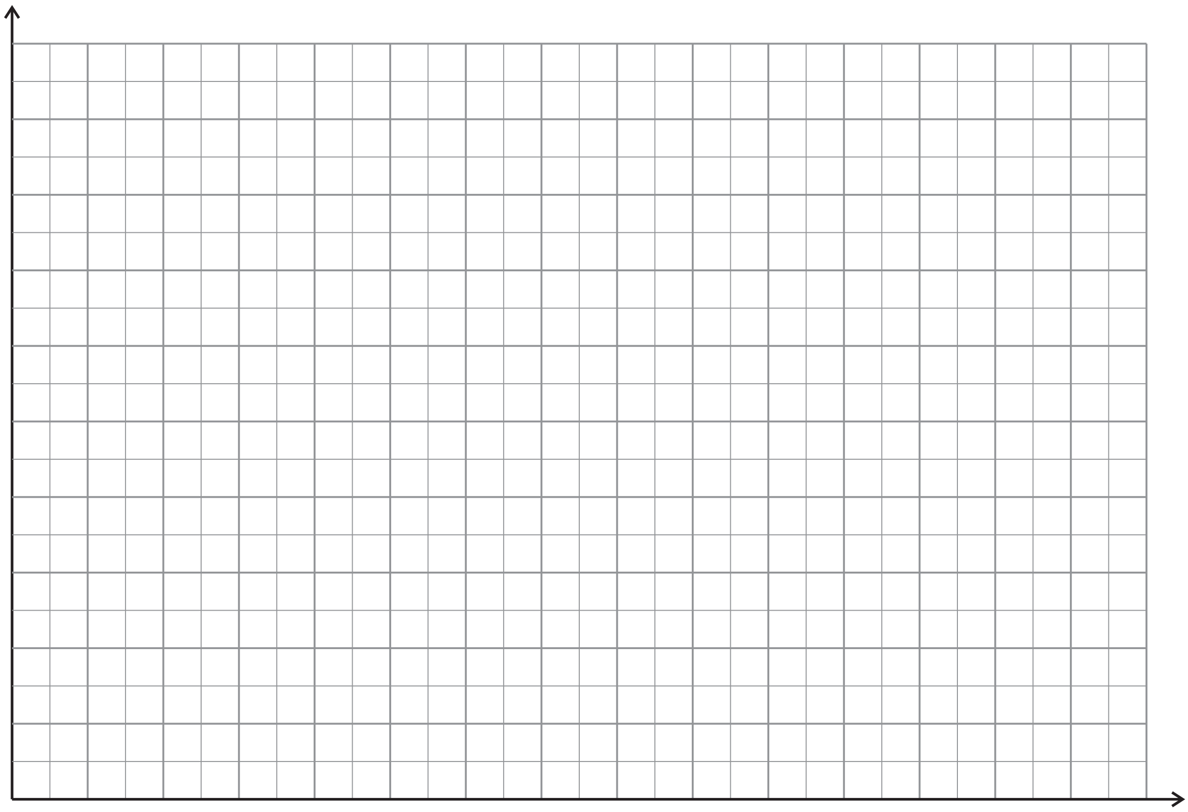


FIGURE 4 – Force F en fonction de l'allongement x du ressort

Observation :

Lorsque la valeur de F est doublée, la valeur de x double aussi, évolution analogue lorsque F est triplé, quadruplé, ...

Conclusion :

F est directement proportionnel à x : $F \sim x$. Il en suit que le rapport de l'intensité F par l'allongement x est constant :

$$\frac{F}{x} = k \text{ où } k \text{ est une constante.}$$

Ces résultats peuvent être résumés en énonçant la *loi de Hooke*.

Loi de Hooke *Un ressort initialement en équilibre se déforme sous l'effet d'une force. La déformation (allongement ou compression) x est proportionnelle à l'intensité F de cette force :*

$$\boxed{F \sim x \Rightarrow F = k\,x}$$

La facteur de proportionnalité k est appelée *constante de raideur* du ressort, son unité de raideur est le N/m.

La constante de raideur indique l'intensité de la force nécessaire pour allonger ou comprimer le ressort d'une unité de longueur. Elle fait intervenir les caractéristiques physiques du ressort : sa longueur, son épaisseur, le matériau, ...

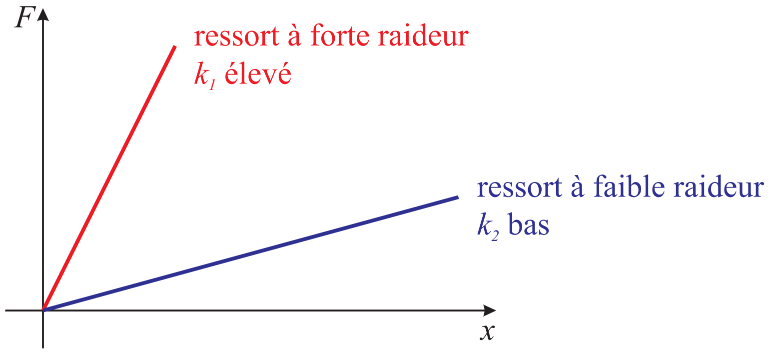


FIGURE 5 – Comparaison de la raideur de deux ressorts avec $k_1 > k_2$

Le diagramme de la figure 5 montre que pour déformer différents ressorts d'une même distance, la force nécessaire est d'autant plus intense que la raideur du ressort est élevée. De façon équivalente, on constate que pour une même force, la déformation est d'autant plus grande que la raideur du ressort est petite.

1.3 Notion d'équilibre

En tant qu'observateur nous devons choisir un *référentiel* par rapport auquel nous allons décrire les phénomènes physiques. Notre référentiel de préférence sera la salle de classe, qui est un exemple d'un *référentiel terrestre*. La notion de référentiel sera approfondie en classes de 2ᵉ et de 1ʳᵉ.

Définition *Un corps est en équilibre si, dans un référentiel terrestre, tous ses points sont au repos ou se déplacent en ligne droite et à vitesse constante.*

Remarques :

- Nous disons aussi qu'il y a *équilibre des forces* qui s'appliquent au corps.
- Cette définition s'applique dans tout *référentiel galiléen*.

Dans la suite, nous allons étudier l'équilibre d'un corps soumis à 2 ou à 3 forces.

1.4 Équilibre d'un corps soumis à deux forces

1.4.1 Étude expérimentale

Expérience 1.3 Nous allons appliquer deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ à un corps très léger de sorte que son poids soit négligeable par rapport aux intensités des forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ (figure 6).

Les forces sont les tensions de deux fils et on mesure leurs intensités grâce à deux dynamomètres. De plus, on peut relever sur papier les directions des fils, c'est-à-dire les directions des deux forces.

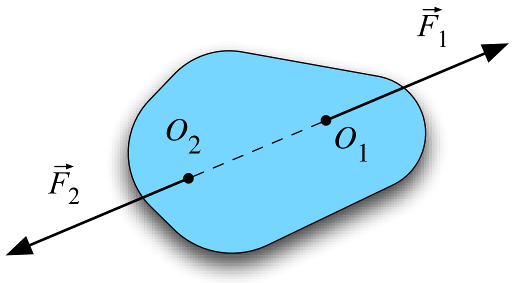


FIGURE 6 – Équilibre d'un corps soumis à deux forces

L'expérience est répétée plusieurs fois en changeant les directions et les intensités des forces. On constate que lorsque le corps est en équilibre, les deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont la même droite d'action, des sens contraires et des intensités égales.

1.4.2 Condition d'équilibre

Nous pouvons formuler la condition pour qu'un corps soumis à deux forces soit en équilibre :

Condition d'équilibre *Si un corps soumis à deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est en équilibre, ces forces ont :*

- *la même droite d'action ;*
- *des sens contraires ;*
- *la même intensité : $F_1 = F_2$.*

Les deux vecteurs force sont donc opposés :

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

ou encore :

$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}} \tag{1}$$

La somme vectorielle des deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est nulle.

Remarque :

En mathématiques, deux vecteurs opposés n'ont pas nécessairement la même droite d'action. En mécanique, cette condition est nécessaire pour avoir l'équilibre.
Pour s'en convaincre, considérons l'exemple de la figure 7. Les deux forces ont la même intensité et des sens contraires, mais n'ont pas la même droite d'action ; le corps n'est pas en équilibre, il va tourner !

1.4.3 Applications

La condition d'équilibre permet de déterminer une des deux forces connaissant l'autre. Voici la procédure à suivre :

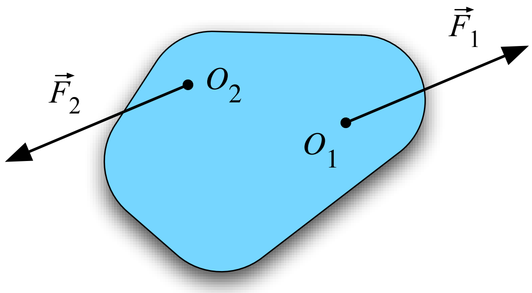


FIGURE 7 – Ce corps n'est pas en équilibre

- préciser le corps en équilibre ;
- identifier toutes les forces qui s'appliquent à ce corps ;
- appliquer la condition d'équilibre à ces forces.

Exemple 1.1 Une brique posée sur une table est en équilibre (figure 8). Considérons uniquement les forces qui s'appliquent à la brique : son poids $\vec{P}$, vertical et appliqué en G, et la réaction $\vec{R}$ de la table.

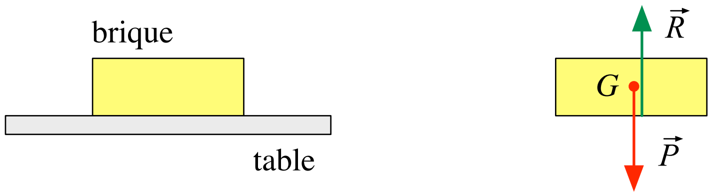


FIGURE 8 – La brique soumise à deux forces est en équilibre

Comme la brique est en équilibre, nous avons : $\vec{R} = -\vec{P}$. Les intensités des deux forces sont égales : $R = P = m\,g$.

Exemple 1.2 Une boule accrochée à un ressort est en équilibre (figure 9). Considérons uniquement les forces qui s'appliquent à la boule : son poids $\vec{P}$, vertical et appliqué en G, et la tension $\vec{T}$ du ressort.

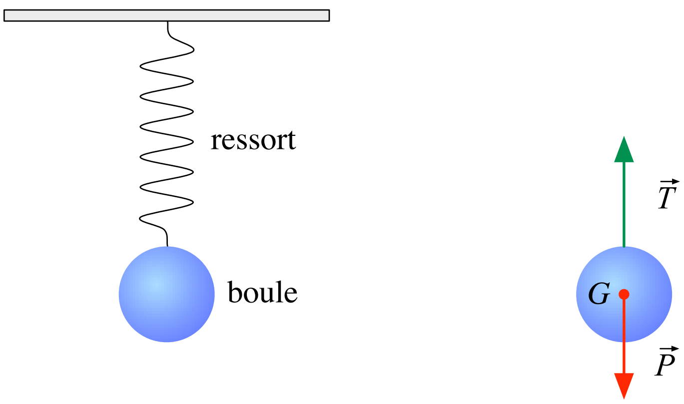


FIGURE 9 – La boule soumise à deux forces est en équilibre

Comme la boule est en équilibre, nous avons : $\vec{T} = -\vec{P}$. Les intensités des deux forces sont égales : $T = P \Rightarrow k\,x = m\,g$.

1.5 Équilibre d'un corps soumis à trois forces

1.5.1 Étude expérimentale

Expérience 1.4 Nous utilisons toujours le corps très léger auquel on applique trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ qui sont les tensions de trois fils (figure 10).

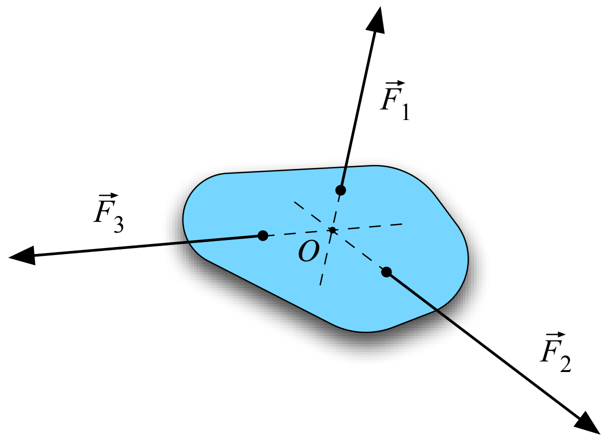


FIGURE 10 – Équilibre d'un corps soumis à trois forces

On mesure les intensités des forces grâce à trois dynamomètres. De plus, on peut relever sur papier les directions des fils, c'est-à-dire les directions des trois forces.

L'expérience est répétée plusieurs fois en changeant les directions et les intensités des forces. On constate que lorsque le corps est en équilibre, les trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$:

- sont situées dans le même plan, on dit qu'elles sont *coplanaires* ;
- se coupent en un même point O, on dit qu'elles sont *concourantes*.

Pour trouver une relation entre les vecteurs $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$, nous allons choisir une échelle (par exemple 1 cm pour 0,1 N) et dessiner les vecteurs en leur donnant comme origine le point d'intersection O de leurs droites d'action (figure 11).

L'action de la force $\vec{F}_3$ doit être équilibrée par une force qui résulte des actions des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Appelons cette force $\vec{R}$, *résultante* des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. D'après la condition d'équilibre dans le cas de deux forces (relation 1), nous avons :

$$\vec{R} = -\vec{F}_3$$

Nous remarquons que la résultante $\vec{R}$ est la diagonale du parallélogramme de côtés $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Or, ceci est également vrai pour la somme vectorielle des deux vecteurs $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Nous pouvons donc écrire :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

ou encore :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}.$$

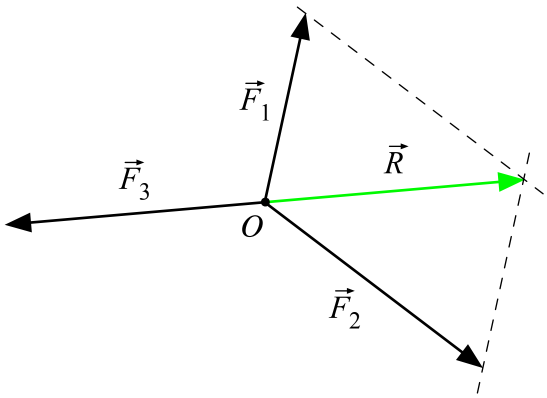


FIGURE 11 – Résultante $\vec{R}$ de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

1.5.2 Condition d'équilibre

Nous pouvons formuler la condition pour qu'un corps soumis à trois forces soit en équilibre :

Condition d'équilibre *Si un corps soumis à trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ est en équilibre :*

- *les trois forces sont coplanaires et concourantes ;*
- *la somme vectorielle des trois forces est nulle.*

La deuxième condition s'exprime par la relation vectorielle :

$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}} \qquad (2)$$

Remarque : cette condition d'équilibre peut-être facilement généralisée à un nombre quelconque de forces.

Exercice 1.1 Construire des résultantes et appliquer la condition d'équilibre en utilisant les simulations suivantes :

http://www.walter-fendt.de/ph14f/
http://www.perso.ch/jdesiebenthal/physique/simulations/introduction.html

Exemple 1.3 Une boule en acier attachée à un fil et attirée par un aimant est en équilibre (figure 12). Considérons uniquement les forces qui s'appliquent à la boule : son poids $\vec{P}$, vertical et appliqué en G, la tension $\vec{T}$ du fil et la force magnétique $\vec{F}_{mag}$, horizontale et orientée vers l'aimant.

Comme la boule est en équilibre, nous avons : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{mag} = \vec{0}$. Connaissant le poids de la boule et l'angle α, quelles sont les intensités des forces $\vec{T}$ et $\vec{F}_{mag}$?

1.5.3 Méthode de résolution d'un problème à trois forces

Pour résoudre un problème comme celui posé dans l'exemple 1.3, vous allez *systématiquement* appliquer la procédure suivante :

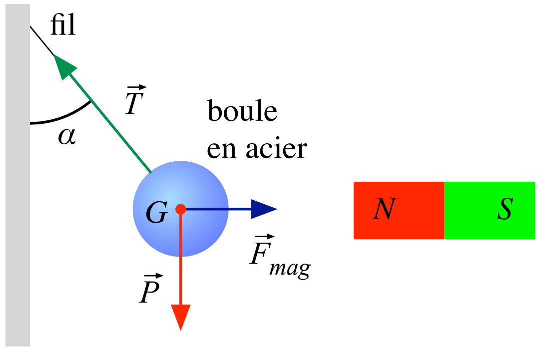


FIGURE 12 – La boule soumise à trois forces est en équilibre

1. Précisez clairement le corps que vous considérez et pour lequel vous allez appliquer la condition d'équilibre.
2. Faites un bilan des forces appliquées à ce corps : son poids, la force de réaction si le corps est posé sur un support, la tension si le corps est lié à un fil ou à un ressort, éventuellement des forces électriques ou magnétiques.
3. Exprimez la condition d'équilibre (relation 2). On peut exploiter cette relation vectorielle à l'aide d'une des trois méthodes suivantes :

   1re méthode : Utilisez la relation vectorielle :

   $$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

   qui indique que l'une des trois forces appliquées est égale et opposée à la somme géométrique des deux autres. Rappelons que le vecteur $\vec{R} = -\vec{F}_3$ est la diagonale du parallélogramme formé par $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

   2e méthode : Projetez la relation vectorielle sur deux axes perpendiculaires de façon à obtenir des relations algébriques entre les intensités des trois forces.

   3e méthode : Décomposez une des forces suivant les directions des deux autres. Utilisez ensuite la condition d'équilibre pour deux forces sur chacune des directions.

   Les notions de projection et de décomposition d'un vecteur seront présentées dans les deux sections suivantes. Il est important de bien maîtriser ces techniques mathématiques.

1.5.4 Projection d'un vecteur

On choisit un système d'axes perpendiculaires Ox et Oy.

La *projection* du vecteur $\vec{F}$ sur l'axe Ox est obtenue en traçant deux perpendiculaires à cet axe qui passent par les extrémités du vecteur ; la projection F_x est le segment de droite sur l'axe Ox délimité par les deux perpendiculaires (figure 13).

On procède de la même façon pour déterminer la projection F_y du vecteur sur l'axe Oy.

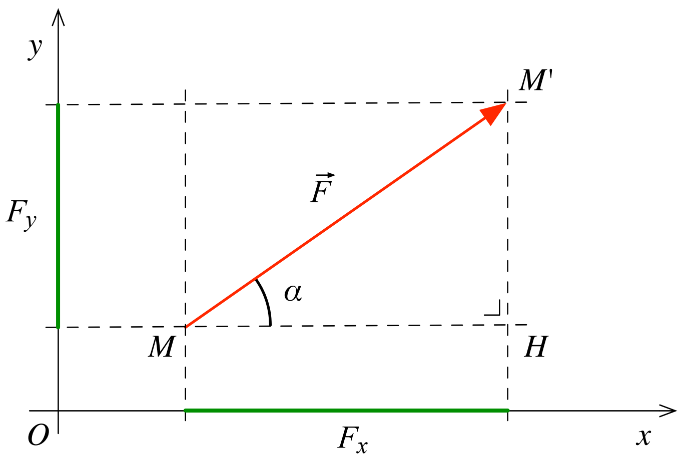


FIGURE 13 – Projections d'un vecteur sur deux axes perpendiculaires

Pour calculer les mesures algébriques des projections, on considère le triangle rectangle MHM'. Dans ce triangle, l'intensité F est l'hypoténuse, F_x est le côté adjacent et F_y le côté opposé à l'angle α. Il en suit :

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F\ \cos\alpha$$

et :

$$\sin\alpha = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\ \sin\alpha.$$

Il est important de noter qu'une projection est une *grandeur algébrique*. Le vecteur $\vec{F_1}$ de la figure 14 est orienté dans le sens positif de l'axe Ox et la projection F_{1x} est positive. Le vecteur $\vec{F_2}$ est par contre orienté dans le sens négatif de l'axe Ox et la projection F_{2x} est négative.

La projection d'un vecteur perpendiculaire à l'axe est nulle.

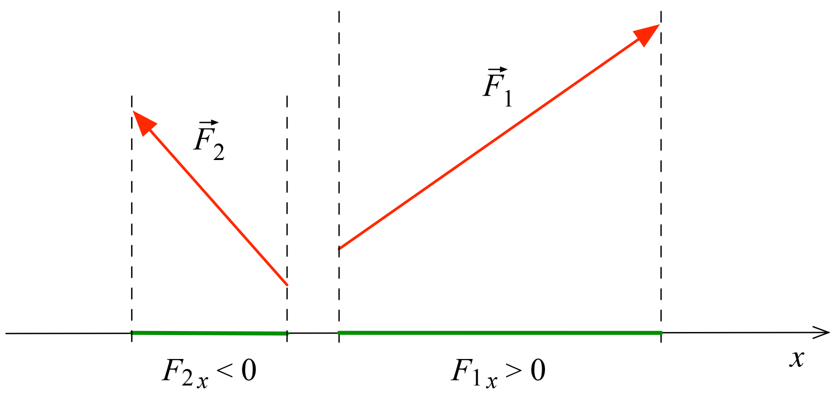


FIGURE 14 – La projection est une grandeur algébrique

Pour pouvoir utiliser la condition d'équilibre (relation 2), il faut remarquer que la projection d'une somme de vecteurs est égale à la somme des projections sur un axe donné. Nous obtenons ainsi le système de deux équations algébriques :

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 \end{cases}$$

Remarques :

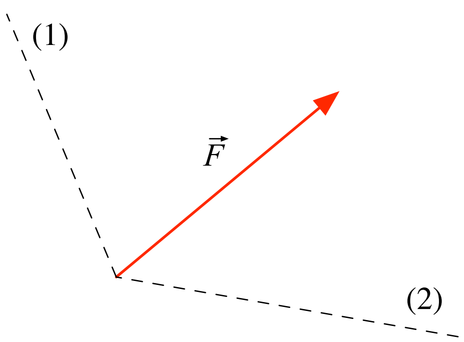
- Les projections $(F_x;\, F_y)$ sont les coordonnées du vecteur $\vec{F}$.
- Pour simplifier la solution de ce système d'équations, on choisit un système d'axes pour lequel le plus grand nombre de projections s'annulent.

1.5.5 Décomposition d'un vecteur

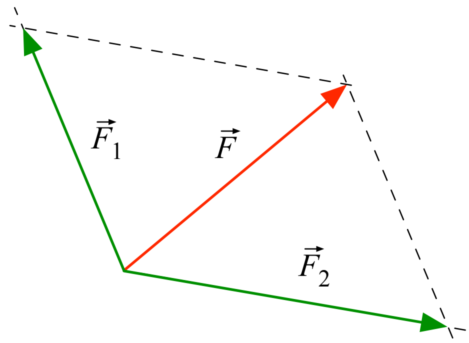
La *décomposition* d'un vecteur $\vec{F}$ consiste à écrire le vecteur comme une somme de deux autres vecteurs $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ appelés *composantes* du vecteur :

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

La figure 15a montre le vecteur $\vec{F}$ et les directions (1) et (2) suivant lesquelles on veut le décomposer. Sur ces directions on construit le parallélogramme dont $\vec{F}$ est la diagonale. Les composantes cherchées $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont alors les côtés du parallélogramme (figure 15b).



(a) Directions de la décomposition



(b) Composantes du vecteur

FIGURE 15 – Décomposition d'un vecteur suivant deux directions quelconques

Pour pouvoir utiliser la condition d'équilibre (relation 2), il faut décomposer une des forces suivant les directions des deux autres. Par exemple, $\vec{F_1}$ est décomposé suivant les directions de $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$:

$$\vec{F_1} = \vec{F'}_2 + \vec{F'}_3.$$

Chacune de ces composantes doit équilibrer la force dans la direction correspondante. Nous obtenons ainsi le système de deux équations vectorielles :

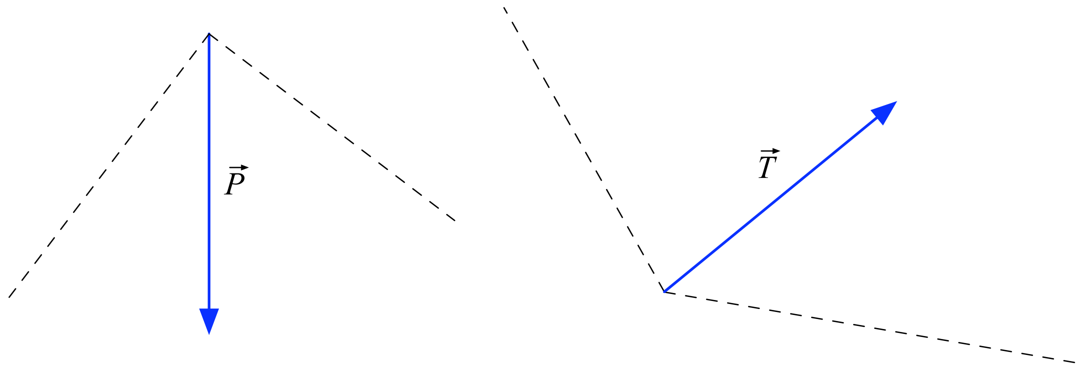
$$\begin{cases} \vec{F'}_2 + \vec{F_2} = \vec{0} \\ \vec{F'}_3 + \vec{F_3} = \vec{0} \end{cases}$$

Remarque : la composante représente l'effet de la force suivant cette direction.

1.6 Exercices

Exercice 1.2 Déterminer la résultante de 2 forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ d'intensités $F_1 = 9\,\mathrm{N}$ et $F_2 = 6\,\mathrm{N}$ qui font un angle $\alpha = 30°$

Exercice 1.3 Décomposer les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ suivant les directions indiquées. L'échelle est choisie de sorte que 1 cm correspond à 5 N.



Exercice 1.4 Reprendre le cas de l'exemple 1.3 et déterminer les intensités des forces $\vec{T}$ et $\vec{F}_{mag}$ en utilisant les différentes méthodes. Le poids de la boule vaut $P = 6\,\text{N}$ et le fil fait un angle $\alpha = 40°$ avec la verticale.

Exercice 1.5 Un solide est en équilibre sous l'action de trois forces concourantes $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$. Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont perpendiculaires et leurs intensités sont respectivement $F_1 = 6\,\text{N}$ et $F_2 = 8\,\text{N}$.
Calculer l'intensité de la force $\vec{F}_3$. Quel angle α fait-elle avec $\vec{F}_1$?

1.7 Principe d'inertie

1.7.1 Le centre d'inertie

Expérience 1.5 Lançons un solide sur une table à coussin d'air horizontale (figure 16). On observe le mouvement de deux points du solide : le point P situé à sa périphérie et son *centre de masse* G.

Observation :

Contrairement au point P, le centre de masse G se déplace toujours sur une ligne droite et à vitesse constante.

Interprétation :

Le solide est soumis à son poids et à la réaction du coussin d'air. Comme la table est horizontale, la somme de ces deux forces est nulle. Pour un tel solide en équilibre, le centre de masse, encore appelé le *centre d'inertie* du solide se déplace en ligne droite à vitesse constante.

Exemple 1.4 Sur une plaque de verglas, le centre d'inertie d'une voiture a un mouvement rectiligne à vitesse constante.

Quel sera le mouvement du centre d'inertie d'un solide en équilibre dans d'autres référentiels ?

Expérience 1.6 Prenons comme solide « test » une bille qui est initialement au repos sur une table horizontale dans différents référentiels.

(a) photographie (b) schéma

FIGURE 16 – Solide en mouvement sur une table horizontale

Observations :

- Dans un train se déplaçant à vitesse constante sur un tronçon rectiligne, la bille va rester immobile.
- Dans un train accéléré ou freiné sur un tronçon rectiligne, la bille ne va pas rester immobile.
- Sur un manège en rotation autour d'un axe, la bille ne va pas rester immobile.

Interprétation :

Parmi les référentiels on distingue ceux dans lesquels le centre d'inertie d'un solide en équilibre a un mouvement rectiligne à vitesse constante. Ils sont appelés *référentiels galiléens*.

Exemple 1.5 Le référentiel terrestre est, à une bonne approximation, un référentiel galiléen.

Principe d'inertie *Dans un référentiel galiléen, lorsque la résultante des forces agissant sur un solide est nulle, le centre d'inertie du solide conserve son état de repos ou de mouvement rectiligne à vitesse constante.*

Exemple 1.6 Une grue soulève une charge à vitesse constante. La résultante des deux forces qui s'exercent sur la charge, à savoir son poids et la tension du câble, est nulle.

1.8 Principe de l'action et de la réaction

Principe d'interaction *Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B la force $\vec{F}_{A/B}$, alors le corps B exerce sur le corps A la force $\vec{F}_{B/A}$.*

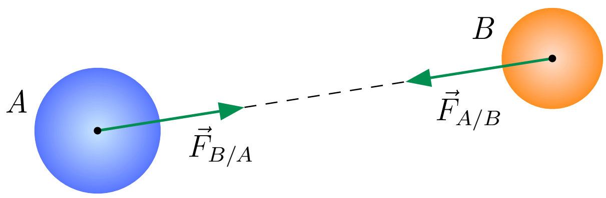


FIGURE 17 – Principe d'interaction

Cette interaction est telle que (figure 17) :

- $\vec{F}_{A/B}$ *et* $\vec{F}_{B/A}$ *ont la même droite d'action ;*
- $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.

Exemple 1.7 Une brique qui repose sur une table exerce une force $\vec{F}_{B/T}$ sur la table. La table réagit avec une force $\vec{F}_{T/B}$ sur la brique.

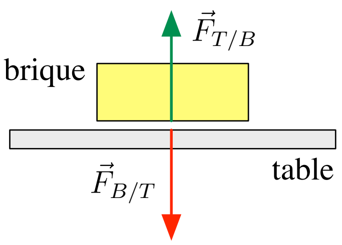


FIGURE 18 – Traction

Exemple 1.8 Lorsqu'une moto accélère, les cailloux éjectés vers l'arrière visualisent l'effet de la force $\vec{F}_{R/S}$ exercée par la roue arrière sur le sol (figure 19). La moto est mise en mouvement par la force $\vec{F}_{S/R}$ dirigée dans le sens du mouvement.

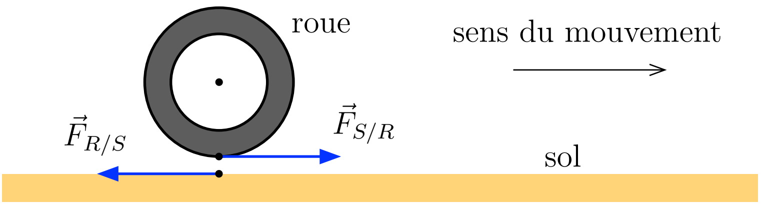


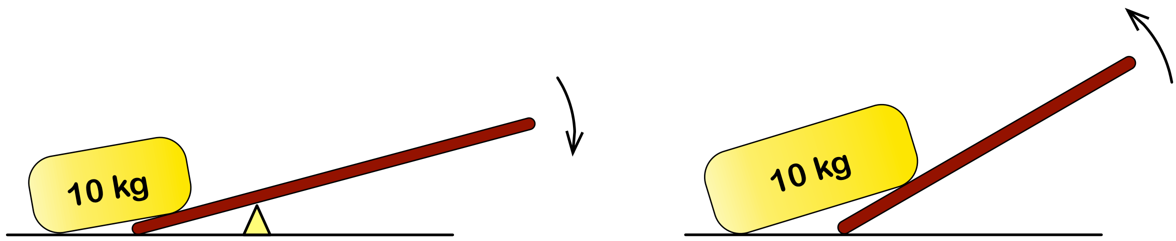
FIGURE 19 – Traction

Exemple 1.9 Le principe d'interaction est à l'origine de la propulsion des fusées. Dans l'espace, la fusée éjecte des gaz vers l'arrière et se propulse par réaction, sans point d'appui extérieur. Au mouvement de la masse de gaz vers l'arrière correspond un mouvement opposé de la fusée vers l'avant. La fusée s'appuie sur les gaz éjectés et fonctionne parfaitement dans le vide.

2 Le moment d'une force

2.1 Le levier

Le *levier* fut une des premières *machines simples* qu'inventa l'homme. De nos jours, on utilise des leviers qu'on trouve sous des formes très variées : une tige rigide, une planche, un tourne-vis, un tire-bouchon, une brouette, des tenailles, une paire de ciseaux, … La figure 20 montre l'utilisation d'une simple tige rigide pour soulever une charge.



(a) Levier à deux bras

(b) Levier à un bras

FIGURE 20 – Exemples d'utilisation pratique de leviers

Tous les leviers ont deux points communs :

- ce sont des *corps solides* ;
- ils sont mobiles autour d'un *axe*.

Pour faire fonctionner un levier, on applique une force au levier qui la transmet à un autre corps, par exemple à la charge qu'on veut soulever.

Lorsque le point d'application de la force et le point de contact avec le corps se situent de part et d'autre de l'axe, on parle d'un levier à deux bras (figure 20a). Lorsque ces deux points se situent sur le même côté du levier par rapport à l'axe ce levier est dit à un bras (figure 20b).

L'utilité du levier est de :

- réduire l'intensité de la force nécessaire pour agir sur un corps ;
- déplacer le point d'application de cette force.

Dans le cas des exemples de la figure 20, l'utilisation du levier permet de réduire la force nécessaire pour soulever la charge. Aussi, le point d'application est déplacé à l'extrémité droite de la tige.

Exercice 2.1 Réaliser les expériences suivantes :

- Utiliser un tournevis pour ouvrir une boite de peinture.
- Couper un clou à l'aide de tenailles.
- Construire une bascule à l'aide d'un crayon et d'une planchette en bois. Placer des masses respectivement de 100 g et de 200 g sur la planchette de sorte que la bascule soit en équilibre.

Pour chacune des expériences représenter le dispositif, la force manuelle et la force utile. Comparer les intensités de ces forces. S'agit-il d'un levier à un ou à deux bras ?

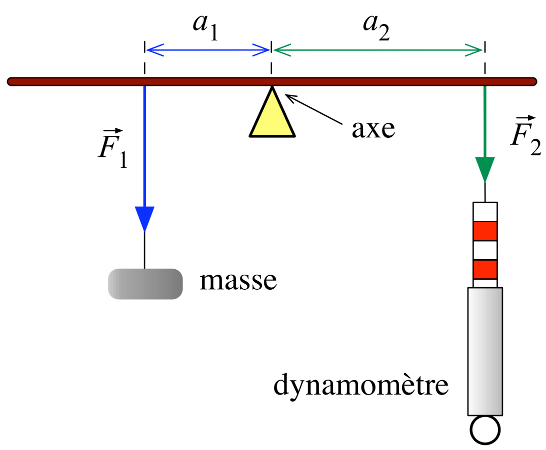
2.2 Équilibre d'un levier

Nous allons étudier l'équilibre d'un levier simple. On considère les forces qui agissent sur ce levier et on essaie de formuler une condition d'équilibre.

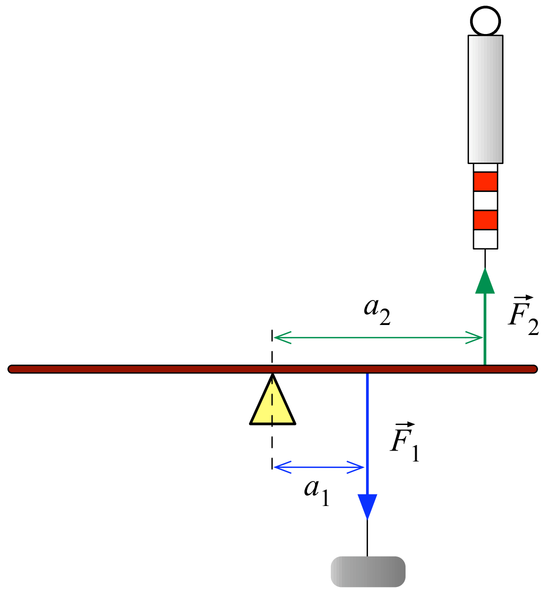
Remarques :

- Ici nous ne considérons pas la force avec laquelle le levier agit sur un autre corps mais uniquement la force qui agit sur le levier.
- Pour simplifier les figures, la réaction du support n'est pas représentée. Le faire comme exercice !

Expérience 2.1 La figure 21a montre un levier à deux bras. Pour différentes valeurs de a_1, a_2 et F_1 nous mesurons l'intensité F_2 de la force $\vec{F_2}$ nécessaire pour que le levier soit en équilibre. Les distances a_1, a_2 sont appelées *bras de levier*.



(a) Levier à deux bras



(b) Levier à un bras

Figure 21 – Étude expérimentale de l'équilibre d'un levier

Les mesures sont réalisées en travaux pratiques et permettent de formuler les conclusions suivantes :

- Lorsque a_1 et F_1 restent inchangés, F_2 est inversement proportionnel à a_2 :

$$F_2 \sim \frac{1}{a_2}.$$

  Lorsque a_2 augmente, l'intensité F_2 de la force $\vec{F_2}$ diminue. Ceci montre bien l'utilité du levier pour réduire l'intensité de la force !

- La *condition d'équilibre* ou *loi du levier* est :

$$\boxed{F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2}$$

Le produit de l'intensité F par la distance a a la même valeur pour les deux forces.

On refait la même série de mesures avec le levier à un bras de la figure 21b. Les conclusions sont les mêmes, ce n'est que le sens de la force $\vec{F_2}$ qui change.

2.3 Définition du moment d'une force

Intéressons-nous à des situations dans lesquelles le levier n'est pas en équilibre. Que se passe-t-il par exemple si on augmente F_1 ou a_1 de sorte que $F_1 \cdot a_1 > F_2 \cdot a_2$? Le levier se met à *tourner* dans le sens contraire des aiguilles d'une montre !

En général, le levier va tourner dans le sens de la force dont le produit $F \cdot a$ est le plus élevé. Ce produit caractérise donc l'effet de la force sur la rotation du levier et est appelé *moment* de la force.

La notion de moment d'une force peut être généralisée au cas d'un solide mobile autour d'un axe. Nous allons nous limiter à des forces orthogonales à cet axe. Il faut également généraliser la définition du bras de levier.

Expérience 2.2 Considérons le disque de la figure 22, mobile autour d'un axe fixe. Nous allons appliquer les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ de sorte que le disque soit en équilibre.

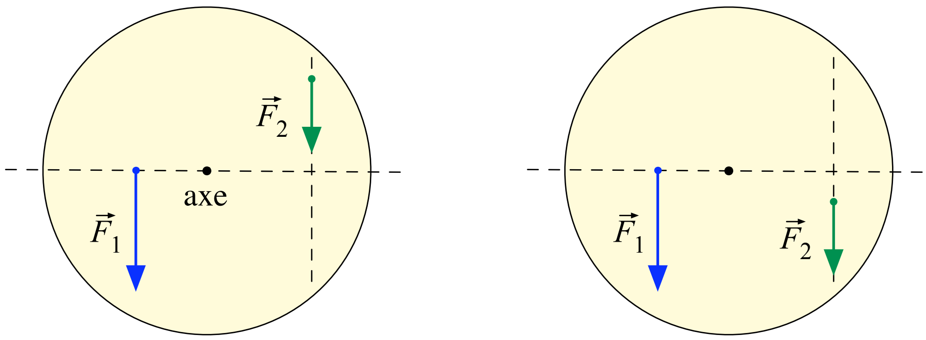


FIGURE 22 – Déplacement du point d'application sur la droite d'action

Observation :

On constate que le disque reste en équilibre même si on déplace le point d'application de, par exemple, la force $\vec{F_2}$ sur sa droite d'action.

Conclusion :

L'expression de la loi du levier reste valable si a_2 désigne la distance entre l'axe de rotation et la droite d'action de la force $\vec{F_2}$.

Définition *Le bras de levier a d'une force $\vec{F}$ est la distance de l'axe Δ à la ligne d'action de $\vec{F}$.*

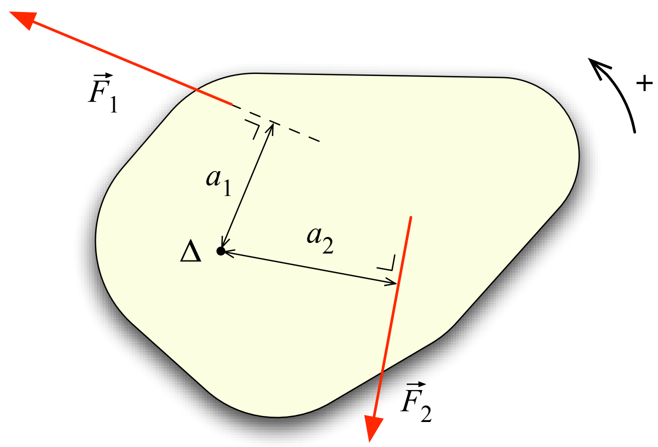


FIGURE 23 – Définition du bras de levier d'une force

La figure 23 montre le bras de levier d'une force orthogonale à l'axe de rotation. Le moment d'une force caractérise l'efficacité de la force dans son action de *rotation* du solide.

Définition *Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un axe Δ qui lui est orthogonal est le produit de l'intensité F de la force par son bras de levier a :*

$$\boxed{M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot a}$$

L'unité S.I. de moment est le *newton-mètre* (N m).

Remarques :

- L'effet de rotation d'une force sur un solide mobile autour d'un axe ne dépend pas seulement de son intensité mais aussi de son bras de levier. La force est d'autant plus efficace que sa droite d'action est distante de l'axe.
- Le bras de levier d'une force dont la droite d'action passe par l'axe est nul et cette force n'a pas d'action de rotation.

Exercice 2.2 Étudier les effets de différentes forces sur une porte.

2.4 Théorème des moments

Les deux forces de la figure 23 entraînent le solide dans des rotations de sens opposés. Pour distinguer ces deux cas, nous allons choisir un *sens de rotation* positif.

La force $\vec{F}_1$ entraîne le solide dans le sens positif choisi. Nous allons écrire :

$$M_{+} = M_{\Delta}(\vec{F}_1) = F_1 \cdot a_1.$$

La force $\vec{F}_2$ entraîne le solide dans le sens contraire, donc :

$$M_{-} = M_{\Delta}(\vec{F}_2) = F_2 \cdot a_2.$$

Le solide est en équilibre lorsque les deux moments sont égaux :

$$\boxed{M_+ = M_-} \tag{3}$$

Cette expression reste valable même s'il y a plusieurs forces qui entraînent le solide dans l'un ou dans l'autre sens. Dans ce cas, M_+ et M_- doivent être remplacés par les sommes des moments des forces qui entraînent le solide respectivement dans le sens positif et dans le sens négatif.

La relation (3) exprime la condition d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe et est appelé *théorème des moments*.

Théorème des moments *Si un solide mobile autour d'un axe est en équilibre sous l'action de forces, la somme des moments des forces qui entraînent le solide dans un sens est égale à la somme des moments des forces qui l'entraînent dans le sens inverse.*

Remarque : on rappelle qu'à l'équilibre la somme vectorielle des forces est nulle.

2.5 Méthode de résolution d'un problème à moments

Pour résoudre un problème faisant intervenir des forces qui agissent sur un solide mobile autour d'un axe, vous allez *systématiquement* appliquer la procédure suivante :

1. Précisez clairement le corps que vous considérez et pour lequel vous allez appliquer les conditions d'équilibre.
2. Faites un bilan des forces appliquées à ce corps : son poids, la force de réaction si le corps est posé sur un support, la tension si le corps est lié à un fil ou à un ressort, éventuellement des forces électriques ou magnétiques.
3. Déterminez l'axe de rotation et fixez un sens positif de rotation.
4. Exprimez le moment des différentes forces et indiquez si elles entraînent le corps dans le sens positif ou dans le sens négatif.
5. Appliquez les relations (2) et (3).

2.6 Exercices

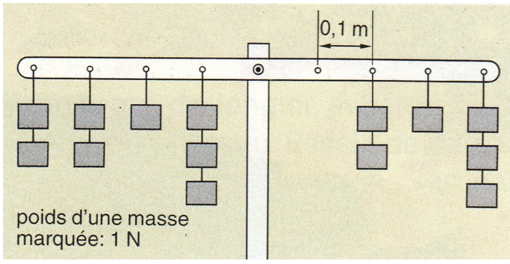
Exercice 2.3 L'étude de l'équilibre d'un levier a conduit au tableau de mesures suivant :

F_1 (N)	a_1 (cm)	F_2 (N)	a_2 (cm)
10	3	?	5
?	20	1,5	60
12	30	4,5	?
9	25	?	30

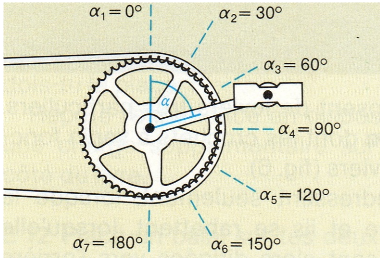
Recopier le tableau et le compléter.

Exercice 2.4 Grâce à une clé dynamométrique, on veut serrer un écrou à 100 N m. Quelle force faut-il appliquer sachant que le bras de levier vaut 25 cm ?

Exercice 2.5 Chaque masse accrochée à un levier (figure 24a) a un poids de 1 N. Le levier est-il en équilibre ? Justifier la réponse !



(a) Le levier est-il en équilibre ?



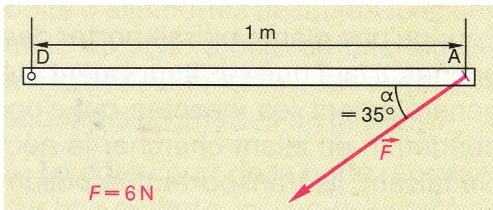
(b) Pédale de bicyclette

Figure 24 – Exercices

Exercice 2.6 Un cycliste pousse de tout son poids de 500 N sur la pédale de bicyclette. La manivelle a une longueur de 17 cm. La figure 24b montre différentes positions de la pédale.

1. Représenter pour un angle α la force et le bras de levier. Calculer les moments de la force pour les différents angles.
2. Représenter graphiquement le moment en fonction de l'angle.

Exercice 2.7 Une tige mobile passant par un axe D a une longueur de 1 m.



1. Reproduire la figure dans le cahier. Déterminer le bras de levier (par la mesure ou par le calcul) et calculer le moment de la force $\vec{F}$.
2. Décomposer la force $\vec{F}$ en deux composantes : l'une, $\vec{F_1}$ parallèle à la tige et l'autre, $\vec{F_2}$ qui lui est perpendiculaire. Calculer le moment de la force $\vec{F_2}$.
3. Expliquer pourquoi les deux calculs donnent le même résultat.

3 Équilibre statique d'un corps solide

On dit qu'un corps solide est en *équilibre statique* si dans un référentiel terrestre tous ses points sont immobiles.

Nous allons d'abord rappeler les conditions d'équilibre et puis décrire les différentes formes d'équilibre.

3.1 Conditions d'équilibre

Un corps solide est en équilibre statique si les forces qui s'appliquent à lui vérifient les conditions suivantes :

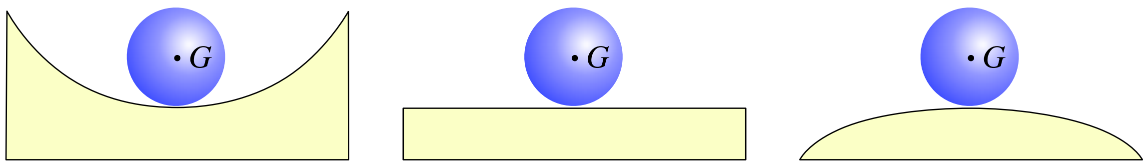
- $\sum \vec{F} = \vec{0}$;
- $M_+ = M_-$.

Ces relations permettent de calculer des forces et des moments et constituent la base du travail des ingénieurs et des architectes.

3.2 Formes d'équilibre

Considérons un corps de *centre de gravité* G en équilibre statique. Lorsqu'on l'écarte légèrement de sa position d'équilibre, le corps peut réagir de trois façons différentes :

- Il retourne vers sa position d'équilibre (figures 25a et 26a). On dit que l'équilibre est *stable*.
- Le corps est toujours en équilibre et conserve sa nouvelle position (figures 25b et 26b). L'équilibre est dit *indifférent*.
- Il s'éloigne d'avantage de sa position d'équilibre (figures 25c et 26c). Un tel équilibre est *instable*.

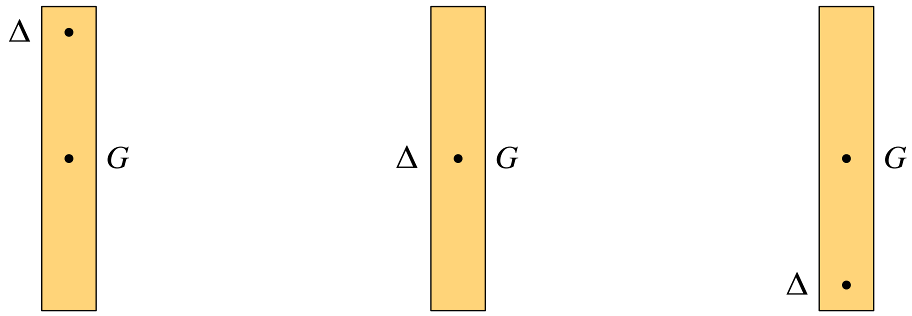


(a) Équilibre stable (b) Équilibre indifférent (c) Équilibre instable

FIGURE 25 – Équilibre d'un corps solide mobile sur un support

La forme d'équilibre peut être déterminée en observant la variation de l'altitude du centre de gravité G lorsqu'on écarte le corps de sa position d'équilibre.

- Si l'altitude de G augmente, l'équilibre est stable ;
- Si l'altitude de G ne varie pas, l'équilibre est indifférent ;
- Si l'altitude de G diminue, l'équilibre est instable.



(a) Équilibre stable (b) Équilibre indifférent (c) Équilibre instable

Figure 26 – Équilibre d'un corps solide mobile autour d'un axe Δ

Rappel : le centre de gravité est le point d'application du poids du corps.

4 Machines simples

Une *machine simple* est un dispositif mécanique qui sert à simplifier l'accomplissement d'un travail physique, par exemple le levage d'une charge. Elle est constituée d'éléments simples comme des roues, des cordes, des poulies, des planches, des leviers, … Ces machines font partie des plus importantes inventions de l'homme.

Nous allons étudier en détail les *poulies* et le *plan incliné*. Ces machines simples seront utilisées pour soulever d'une hauteur h une charge de poids $\vec{P}$.

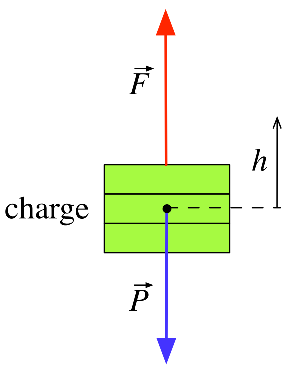
Sans l'utilisation de machine, il faut appliquer une force $\vec{F}$ égale et opposée au poids de la charge (voir figure 27a). L'intérêt d'une machine simple est donc de changer une ou plusieurs propriétés de la force à appliquer.

4.1 Poulies

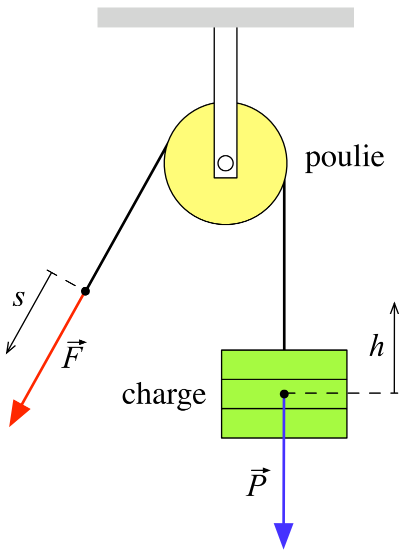
Une poulie est une roue munie d'une entaille qui reçoit une corde, une chaîne ou une courroie. Selon son utilisation, on distingue la poulie *fixe* et la poulie *mobile*.

4.1.1 Poulie fixe

La façon la plus simple d'utiliser une poulie est de la fixer à un support (figure 27b).



(a) Sans machine simple



(b) À l'aide d'une poulie fixe

FIGURE 27 – Levage d'une charge de poids $\vec{P}$

On constate que la force $\vec{F}$ à appliquer à l'extrémité de la corde a la même intensité que le poids de la charge :

$$\boxed{F = P}$$

Pour monter la charge d'une hauteur h, nous devons déplacer le point d'application de la force $\vec{F}$ d'une distance s égale à la hauteur :

$$\boxed{s = h}$$

Conclusion :

> Une poulie fixe sert à changer la direction de la force à appliquer, mais elle ne change pas son intensité !

Souvent, il est bien plus pratique de pouvoir tirer vers le bas pour monter une charge.

4.1.2 Poulie mobile

Une autre façon d'utiliser une poulie est de la fixer à la charge (figure 28). Une extrémité de la corde est fixée à un support, l'autre est tirée verticalement vers le haut.

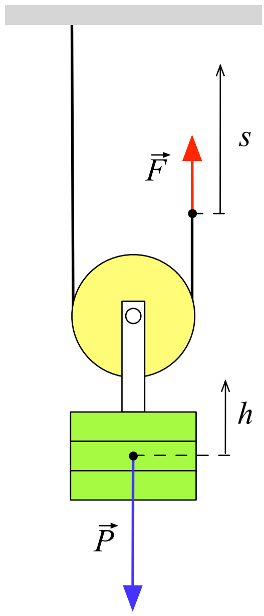


Figure 28 – Levage à l'aide d'une poulie mobile

On constate que l'intensité de la force $\vec{F}$ à appliquer à l'extrémité de la corde est égale à la moitié du poids de la charge :

$$\boxed{F = \frac{P}{2}}$$

Pour monter la charge d'une hauteur h, nous devons déplacer le point d'application de la force $\vec{F}$ d'une distance s égale au double de la hauteur :

$$\boxed{s = 2\,h}$$

Conclusion :

> Une poulie mobile ne change ni la direction, ni le sens de la force à appliquer, mais elle permet de réduire son intensité à la moitié !

Remarque : la conclusion ci-dessus n'est valable que si le poids de la poulie est négligeable devant le poids de la charge. Si son poids n'est pas négligeable, il faut l'additionner au poids de la charge.

Exercice 4.1 Utiliser les conditions d'équilibre pour déterminer l'intensité de la force à appliquer.

4.1.3 Palan

On peut associer une poulie fixe à une poulie mobile pour changer à la fois la direction et l'intensité de la force (figure 29). Un tel dispositif est appelé *palan*.

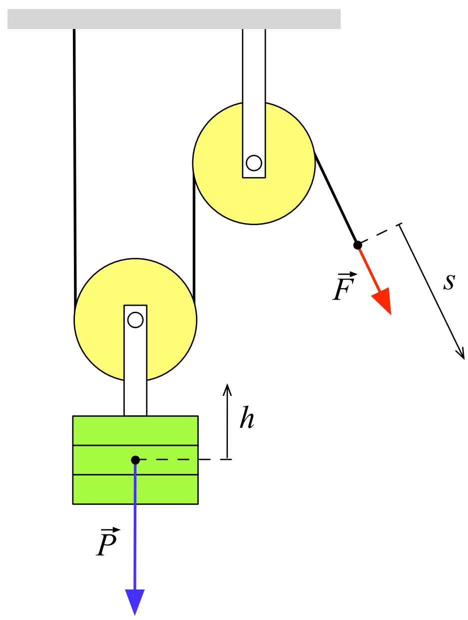


Figure 29 – Le palan le plus simple

En général, un palan est un dispositif mécanique constitué de deux groupes, l'un fixe, l'autre mobile, contenant chacun un nombre arbitraire de poulies, et d'une corde qui les relie. La figure 30 montre des exemples de palans.

Pour déterminer l'intensité de la force à appliquer et le déplacement de son point d'application, il suffit de déterminer le nombre N de brins de la corde qui portent la charge. Comme la tension de la corde est partout la même (en négligeant son propre poids), chaque brin porte un N-ième du poids de la charge. Cette même force doit être appliquée à l'extrémité de la corde :

$$\boxed{F = \frac{P}{N}}$$

Lorsque la charge monte d'une hauteur h, chacun des N brins de la corde est raccourci de h, c'est-à-dire qu'il faudra tirer une longueur totale de corde de $N\,h$. La force $\vec{F}$ est donc appliquée sur la distance :

$$\boxed{s = N\,h}$$

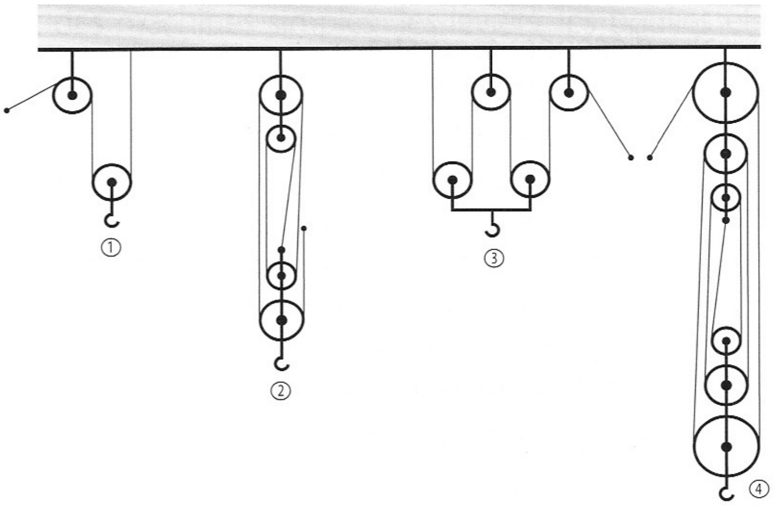
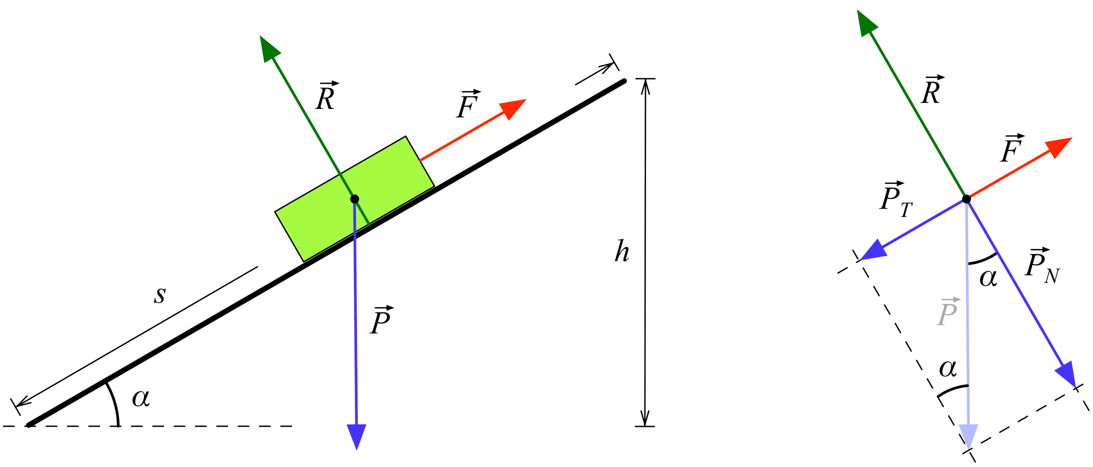


FIGURE 30 – Exemples de palans

Remarque : si le brin de corde sur lequel s'applique la force $\vec{F}$ s'enroule autour d'une poulie fixe, il ne fait pas partie des brins qui portent la charge !

4.2 Plan incliné

Pour monter une charge, on peut également utiliser un plan incliné, par exemple une planche ou une route ascendante. Pour être efficace, le frottement entre le plan et le corps doit être faible, par exemple en utilisant des roues. Dans la suite, nous allons supposer que les forces de frottement sont négligeables.



(a) Bilan des forces (b) Décomposition

FIGURE 31 – Un corps est déplacé sur un plan incliné

Pour faire monter le corps d'une hauteur h, nous utilisons un plan incliné d'une longueur s supérieure à la hauteur (voir figure 31a). En introduisant l'angle α entre le plan et l'horizontale, nous pouvons écrire :

$$\sin\alpha = \frac{h}{s} \Rightarrow s = \frac{h}{\sin\alpha}.$$

Pour déterminer l'intensité de la force $\vec{F}$ à appliquer, nous allons décomposer le poids du corps suivant les directions parallèle et perpendiculaire au plan (figure 31b).

En supposant que le corps est déplacé à vitesse constante, nous pouvons appliquer la condition d'équilibre :

$$\vec{F} = -\vec{P}_T \Rightarrow F = P \cdot \sin\alpha.$$

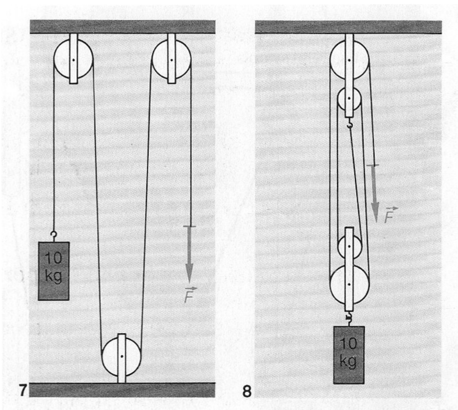
On peut ainsi réduire la force en réduisant l'inclinaison du plan. Or, une réduction de l'inclinaison implique une augmentation du chemin sur lequel la force est appliquée.

4.3 Exercices

Exercice 4.2 Une élève (29 kg) soulève sa prof de gym (62 kg) à l'aide d'un palan constitué de deux poulies fixes et de deux poulies mobiles.

1. Quelle force l'élève devrait-elle appliquer dans le cas d'un palan « idéal » ?
2. En réalité, la force nécessaire est plus élevée que la force théorique. Pourquoi ?

Exercice 4.3 Quelle force faut-il appliquer pour garder la charge de 10 kg en équilibre (figures 7 et 8 ci-dessous) ?



Exercice 4.4 Dans un atelier de réparation, on soulève un moteur de 90 kg à l'aide d'un palan. Ce palan est constitué de deux poulies fixes et de deux poulies mobiles. Chaque poulie a une masse de 2 kg.

1. Il y a deux manières d'enrouler la corde : soit on fixe une extrémité au plafond, soit on la fixe aux poulies mobiles. Fais un schéma pour chaque cas.
2. Lequel des deux dispositifs est le plus pratique ?
3. Sur combien de brins de corde la charge se répartit-elle ?
4. Quelle force doit-on appliquer pour soulever le moteur ?
5. Quelle longueur de corde doit-on tirer pour soulever le moteur de 2 m ?

6. Détermine la force qui s'applique sur le crochet qui retient le palan.

Exercice 4.5 On soulève une caisse à l'aide de différents palans. La charge, y compris les poulies mobiles, a une masse de 120 kg.
On mesure les forces de traction : (1) 600 N, (2) 400 N, (3) 300 N, (4) 200 N.

1. Sur combien de brins de corde la charge se répartit-elle dans chaque cas ? Dessine les quatre palans.

2. On fait descendre la caisse de 1 m. Combien de mètres de corde doit-on lâcher ?

5 Le travail d'une force

5.1 Le travail au sens physique

La notion de travail est liée à la sensation d'effort physique. La seule application d'une force n'est cependant pas un travail au sens physique. Une force n'effectue du travail que lorsque son point d'application se déplace.

Exemple 5.1 Un athlète effectue un travail en soulevant une haltère mais n'en effectue plus lorsqu'il la maintient au-dessus de sa tête.

Remarque : le travail intellectuel n'est pas non plus un travail au sens physique !

5.2 Définition du travail d'une force

5.2.1 Force et déplacement de même direction

À l'aide de l'exemple suivant, nous allons déterminer une expression mathématique qui va nous permettre de calculer le travail W effectué en fonction de l'intensité F de la force et du déplacement d de son point d'application.

Exemple 5.2 Monsieur Martin est en train de déménager et doit monter des caisses de même masse du rez-de-chaussée au 1^er^ étage, 2^e^ étage, ... On notera W_1 le travail effectué pour monter une caisse au 1^er^ étage. Il s'agit de déterminer le travail dans chacun des autres cas de la figure 32 en fonction de W_1.

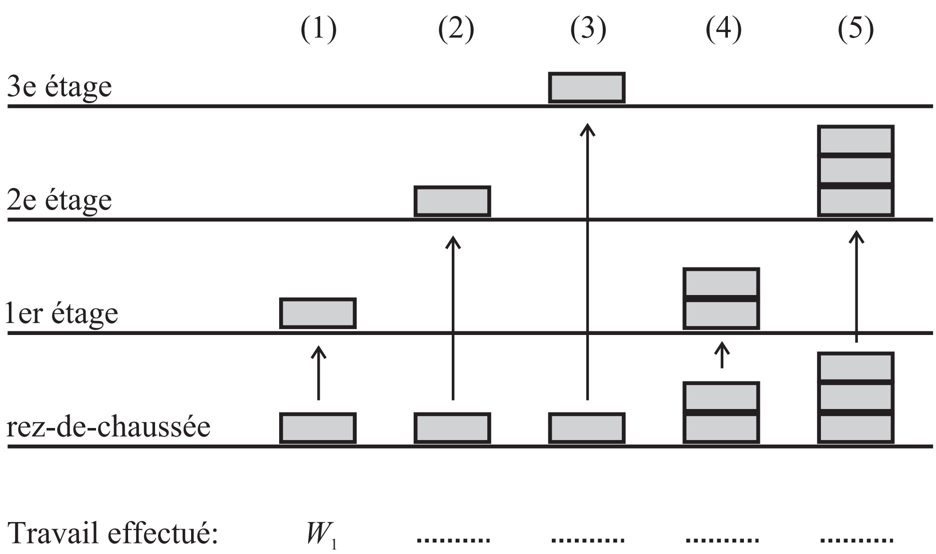


Figure 32 – Le travail dépend de la force et du déplacement

Conclusions :

- Si l'intensité de la force est la même, comme pour les cas 1, 2 et 3, le travail est proportionnel au déplacement : $W \sim d$.

- Si le déplacement est le même, comme pour les cas 1 et 4, le travail est proportionnel à l'intensité de la force : $W \sim F$.

Le travail est donc proportionnel au produit $F \cdot d$, ce qui peut s'écrire : $W = k\,F \cdot d$, ou k est un coefficient de proportionnalité. Le choix de ce coefficient définit l'unité du travail. Dans le Système international, $k = 1$.

Définition *Lorsqu'une force constante $\vec{F}$, orientée dans la direction et dans le sens du déplacement, est appliquée sur une distance d, elle effectue un travail W :*

$$\boxed{W(\vec{F}) = F \cdot d}$$

L'unité du travail est le *joule* (J) : 1 J = 1 N m.

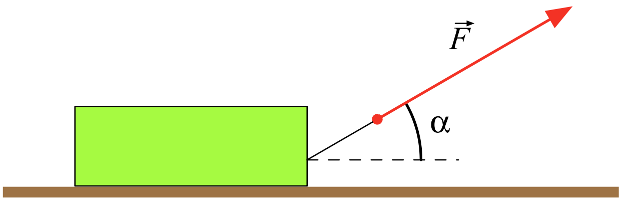
L'exemple suivant permet d'évaluer l'ordre de grandeur de l'unité de travail : 1 J est le travail effectué en soulevant de 1 m un corps de poids 1 N, donc de masse 102 g.

5.2.2 Force et déplacement de directions différentes

Comment évaluer le travail si la force n'a pas la même direction que le déplacement ? Pour pouvoir répondre à cette question, remarquons d'abord qu'une force perpendiculaire au déplacement ne travaille pas !

Exemple 5.3 La force avec laquelle une personne porte une valise ne travaille pas. Elle effectue un travail au moment où la personne soulève la valise.

En général, une force n'est ni parallèle, ni perpendiculaire à la direction du mouvement. Pour calculer le travail d'une telle force $\vec{F}$, nous allons la décomposer dans ces deux directions (figure 33).



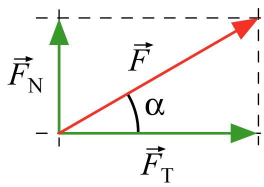


FIGURE 33 – Travail d'une force d'orientation quelconque

La composante normale $\vec{F_N}$ est perpendiculaire au déplacement et ne travaille pas. La composante tangentielle $\vec{F_T}$ est dans la direction du déplacement de sorte que son travail est :

$$W(\vec{F_T}) = F_T \cdot d.$$

Le travail de la force $\vec{F}$ est la somme des travaux de ses composantes :

$$W(\vec{F}) = W(\vec{F_N}) + W(\vec{F_T}) = 0 + F_T \cdot d$$

où F_T peut s'exprimer en fonction de α et de F : $F_T = F \cdot \cos\alpha$.

Ainsi, nous pouvons généraliser la définition du travail.

Définition *Lorsqu'une force constante $\vec{F}$, dont la direction fait un angle α avec la direction du déplacement, est appliquée sur une distance d, elle effectue un travail W :*

$$\boxed{W(\vec{F}) = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$$

Remarques :

- Lorsque $\alpha = 0$, c'est-à-dire lorsque la force et le déplacement ont la même direction, alors $\cos\alpha = 1$ et on retrouve l'expression $W(\vec{F}) = F \cdot d$.
- Lorsque $\alpha = 90°$, c'est-à-dire lorsque la force est perpendiculaire à la direction du déplacement, alors $\cos\alpha = 0$ et la force ne travaille pas.

5.3 La règle d'or de la mécanique

Est-ce qu'on peut économiser du travail en utilisant une machine simple ? On peut en effet réduire l'intensité de la force, mais en même temps le déplacement du point d'application de la force augmente.

Nous allons analyser la question dans un cas simple. Pour soulever d'une hauteur h une charge de poids P, on doit effectuer le travail :

$$W = P \cdot h.$$

Nous allons évaluer le travail effectué lorsqu'on utilise une machine simple.

- En utilisant un palan, le travail effectué est :

$$W = F \cdot s = \frac{P}{N} \cdot N\,h = P \cdot h.$$

- En utilisant un plan incliné, le travail effectué est :

$$W = F \cdot s = P\,\sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = P \cdot h.$$

Dans ces deux cas, les machines réduisent les forces mais conservent le travail. Ce résultat est vrai en général et constitue la *règle d'or de la mécanique*.

5.4 Rendement

La règle d'or s'applique à des situations où le poids des poulies mobiles et le frottement sont négligeables. En réalité, le travail effectué avec une machine simple est supérieur au travail sans machine.

Pour qu'une machine puisse fonctionner, il faut lui fournir le travail W_{fourni}. La machine effectue sur un corps le travail W_{utile} qui est en pratique inférieur au travail fourni.

En général, la partie du travail fourni transformé par un système en travail utile est donnée par le *rendement* du système.

Définition *Le rendement η d'un système est égal au rapport du travail utile W_{utile} effectué par ce système et du travail W_{fourni} nécessaire à son fonctionnement :*

$$\boxed{\eta = \frac{W_{utile}}{W_{fourni}}}$$

Le rendement est un nombre sans unité exprimé le plus souvent en %.

5.5 Exercices

Exercice 5.1 Sur un chantier, un treuil à moteur soulève une charge de 420 kg de 6 m par l'intermédiaire d'un palan. Le palan est constitué de trois poulies fixes et de trois poulies mobiles ; le treuil à moteur tire la corde vers le bas.

1. Quelle est la force de traction minimale ?
2. Calculer le travail mécanique effectué par le treuil à moteur à partir de la force de traction qu'il exerce et de la longueur de corde qu'il enroule.
3. Comparer au travail nécessaire pour soulever directement la charge.

Exercice 5.2 Un livreur charge un fût de bière de masse 60 kg sur un camion d'une hauteur de 1 m.

1. Calculer le travail qu'il effectue.
2. Il est plus facile de rouler le fût sur un plan incliné. L'ouvrier doit pour cela se déplacer sur un chemin correspondant à quatre fois la hauteur. Que peut-on dire du travail effectué ? En déduire la force à appliquer.

Exercice 5.3 Pour vider une cave inondée, les pompiers doivent pomper l'eau vers une bouche d'égout située 2,7 m plus haut. La pompe effectue un travail de 54 kJ.
Calculer, en litres, la quantité d'eau déplacée.

Exercice 5.4 Marc travaille dans un supermarché. Il doit amener une caisse de conserves de l'entrepôt jusqu'au rayon. Il exerce une force constante de 90 N pour faire glisser la caisse et effectue un travail de 3150 J.
Quelle est la distance entre l'entrepôt et le rayon ?

Exercice 5.5 Pour soulever une charge de masse 400 kg de 5 m, on utilise un palan avec trois poulies fixes et trois poulies mobiles. Sachant qu'il faut tirer l'extrémité libre de la corde avec une force d'intensité 710 N, calculer le rendement du palan.

6 La puissance d'une force

6.1 Pourquoi la puissance ?

Il est souvent utile de considérer le temps nécessaire pour effectuer un certain travail. Voici deux exemples :

Exemple 6.1 Pour monter une charge au 10ᵉ étage d'un bâtiment, un ouvrier met beaucoup plus de temps qu'une grue. Nous disons que la grue est plus *puissante* que l'ouvrier, bien que les deux réalisent exactement le même travail.

Exemple 6.2 Une voiture puissante arrive à monter une côte en moins de temps qu'une voiture de même masse mais moins puissante.

Nous allons définir une nouvelle grandeur appelée *puissance* qui tient compte à la fois du travail effectué et du temps nécessaire. L'exemple suivant va nous permettre de trouver une telle définition.

Exemple 6.3 Trois élèves réalisent des travaux W différents en des temps t différents. Comment évaluer la puissance des élèves ?

Nom	W (J)	t (s)	*Puissance*
Antoine	600	10	
Jean	1200	8	
Marie	600	5	

La puissance est définie comme étant le travail effectué en une seconde ; elle correspond au quotient du travail par le temps.

6.2 Définition

Définition *La puissance P d'une force est le quotient du travail W effectué par cette force par le temps t nécessaire :*

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

L'unité de puissance est le *watt* (W) : $1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{J/s}$.

La puissance représente le travail que peut effectuer une force par unité de temps. Lorsqu'un travail de 1 J est réalisé en 1 s, la puissance est 1 W.

Le tableau 1 donne les puissances de quelques systèmes mécaniques.

Système	*Puissance*
Dynamo de bicyclette	3 W
Homme, travail continu	70 W
Homme, puissance maximale	1400 W
Vélomoteur	1100 W
Auto, classe moyenne	80 kW
Camion	320 kW
Locomotive TGV	7000 kW
Centrale électrique	1000 MW
Fusée lunaire	70 000 MW

Table 1 – Exemples de puissances

6.3 Définition

Le rendement d'un système fonctionnant en régime continu est le plus souvent exprimé en fonction des puissances fournie et utile. À partir de :

$$\eta = \frac{W_{\text{utile}}}{W_{\text{fourni}}} = \frac{W_{\text{utile}}/t}{W_{\text{fourni}}/t}$$

on obtient :

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}}.$$

6.4 Exercices

Exercice 6.1 Au cours de gymnastique, Raoul et David grimpent le long d'une corde. Tous les deux atteignent la hauteur de 6 m au bout de 7 s.

1. Le professeur de gymnastique leur donne la même note, prétextant qu'ils ont tous les deux fourni la même puissance. A-t-il raison ?
2. Calculer les puissances de Raoul (49 kg) et de David (56 kg).

Exercice 6.2 Paola (48 kg) monte sur une colline située 200 m plus haut que son point de départ. Quelle est sa puissance, si elle effectue le trajet en 1 h ?

Exercice 6.3 Quel temps mettrait une voiture (800 kg ; 40 kW) pour gravir un col situé 1000 m au-dessus du point de départ, si on pouvait négliger le frottement et la résistance de l'air ?

7 Énergie mécanique

7.1 Notion d'énergie

La notion d'énergie est une notion fondamentale de la physique. Bien que le terme « énergie » soit utilisé couramment, on constate qu'il est difficile de définir la notion d'énergie.

Voici les principales propriétés de l'énergie :

- elle dépend de l'*état* du système ;
- elle peut apparaître sous différentes *formes* ;
- elle ne peut être ni créée ni détruite, elle se *conserve*.

La dernière propriété est un principe fondamental de la physique.

En mécanique, l'énergie d'un système change de forme ou est transférée d'un corps du système à un autre lorsqu'une force effectue un travail. Le travail est un *mode de transfert d'énergie*.

Exemple 7.1 Un système est constitué de deux corps A et B. Le corps A effectue un travail sur le corps B en le soulevant. Initialement l'énergie de A était de 300 J, celle de B de 50 J.
Si le travail effectué par A est de 100 J, son énergie après le travail sera de 200 J et celle de B de 150 J. L'énergie du système n'a pas changée !

Les résultats de cet exemple peuvent être généralisés à tout système mécanique :

- avoir de l'énergie est nécessaire pour effectuer un travail ;
- en travaillant un corps perd une partie de son énergie ;
- effectuer un travail sur un corps permet d'augmenter son énergie ;
- l'unité de l'énergie est la même que celle du travail, le joule (J).

7.2 Formes d'énergie

Nous allons discuter en détail les formes d'énergie mécanique et ne citer qu'une partie des autres formes, non mécaniques.

7.2.1 Énergie cinétique

Exemple 7.2 Un courant d'eau fait tourner une roue hydraulique. L'eau en mouvement effectue un travail ; elle possède donc de l'énergie.

Exemple 7.3 Quand un chariot en mouvement entre en collision avec un bloc en bois, le bloc est déplacé ; le chariot possède donc de l'énergie.

Nous pouvons conclure de ces exemples que tout corps en mouvement possède de l'énergie, appelée *énergie cinétique*.

Pour déterminer la valeur de l'énergie cinétique d'un corps, nous devons calculer le travail nécessaire pour le mettre en mouvement. Ce calcul sera fait en classe de 2^e^. On trouve que l'énergie cinétique est proportionnelle à la masse du corps et au carré de sa vitesse.

Énergie cinétique *Un corps de masse m animé d'un mouvement de translation de vitesse v par rapport à un certain référentiel possède dans ce référentiel une énergie cinétique :*

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}\, m\, v^2}$$

L'unité de l'énergie cinétique est le *joule* (J), l'unité de la vitesse est le *mètre par seconde* (m/s).

7.2.2 Énergie potentielle de pesanteur

Exemple 7.4 Lorsqu'un chariot descend un plan incliné, il va acquérir de l'énergie cinétique et pourra par conséquent effectuer un travail. Au point de départ le chariot possède donc de l'énergie.

Exemple 7.5 Pour produire de l'électricité, la centrale de Vianden utilise l'énergie de l'eau du bassin supérieur au Mont Saint-Nicolas.

Nous pouvons conclure de ces exemples que tout corps situé à une certaine altitude possède de l'énergie, appelée *énergie potentielle de pesanteur*.

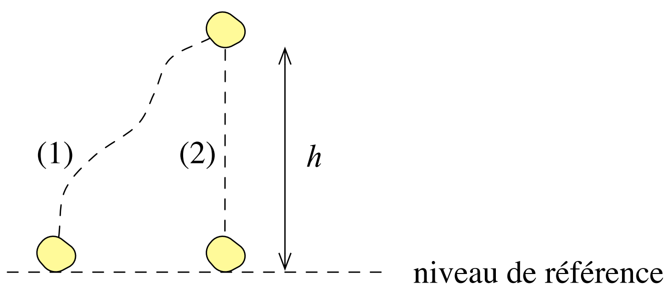


FIGURE 34 – Calcul de l'énergie potentielle de pesanteur d'un corps

Pour déterminer la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur d'un corps de masse m, nous pouvons calculer le travail nécessaire pour le soulever à une altitude h.

La figure 34 montre deux chemins différents pour soulever le corps à une altitude h par rapport au niveau de référence. D'après la règle d'or de la mécanique, le travail est indépendant du chemin suivi. Nous calculons le travail sur le chemin (2) :

$$W = P\, h = m\, g\, h.$$

Énergie potentielle de pesanteur *Un corps de masse m situé à une altitude h par rapport à un niveau de référence possède une énergie potentielle de pesanteur :*

$$\boxed{E_{pp} = m\,g\,h}$$

L'unité de l'énergie potentielle de pesanteur est le *joule* (J).

7.2.3 Énergie potentielle élastique

Un arc tendu peut mettre en mouvement une flèche, le ressort en spirale tendu d'une voiture miniature peut accélérer la voiture. L'arc et le ressort possèdent donc de l'énergie.

On appelle *énergie potentielle élastique* l'énergie d'un corps élastique déformé.

7.2.4 Formes d'énergie non mécaniques

L'énergie *interne* ou *thermique* est liée aux mouvements des atomes ou molécules d'un corps.

L'énergie *électrique* est liée aux différences de charge électrique entre deux corps. Une pile a de l'énergie électrique.

L'énergie *chimique* est liée à la structure de la matière, aux liaisons entre atomes ou entre molécules.

L'énergie *nucléaire* est liée aux liaisons entre les particules constituant le noyau de l'atome. Elle se manifeste par exemple lorsque des noyaux lourds se cassent (fission nucléaire).

L'énergie *rayonnante* est liée aux radiations émises par des corps. Un rayonnement peut être par exemple une onde électromagnétique.

7.3 Transformations d'énergie

L'énergie peut passer d'un corps à un autre ; nous disons qu'il y a un *transfert d'énergie.*

Exemple 7.6 Une boule de billard A est en mouvement ; elle possède de l'énergie cinétique. Elle frappe une boule B initialement immobile. La boule A s'immobilise tandis que la boule B est mise en mouvement. L'énergie cinétique est transférée de la boule A à la boule B.

Lorsque l'énergie d'un corps passe d'une forme à une autre, on parle de *transformation d'énergie.*

Exemple 7.7 Une boule se trouve à 2 m du sol ; elle possède de l'énergie potentielle de pesanteur. Lorsqu'elle tombe sous l'action de son poids, son énergie potentielle de pesanteur se transforme en énergie cinétique.

Les différentes formes de travail sont des modes de transfert des formes d'énergie correspondantes : un travail accélérateur augmente l'énergie cinétique du corps, le travail du poids fait varier l'énergie potentielle de pesanteur et le travail tenseur fait varier l'énergie potentielle élastique.

7.4 Conservation de l'énergie

L'intérêt de la notion d'énergie vient du fait que les différentes formes d'énergie peuvent varier mais que la quantité totale de l'énergie est conservée. Avant de formuler ce principe fondamental, nous devons définir les notions d'*énergie totale* et de *système isolé*.

Définition *L'énergie totale d'un corps est la somme de toutes les formes d'énergie. L'énergie totale d'un système physique est la somme des énergies des corps qui constituent le système.*

Définition *Un ensemble de corps qui interagissent uniquement entre-eux est appelé système isolé.*

Ces définitions permettent de formuler le *principe de conservation de l'énergie*.

Principe de conservation de l'énergie *Lors de transferts ou de transformations d'énergie, l'énergie totale d'un système isolé est conservée.*

On doit remarquer que l'énergie totale comprend toutes les formes d'énergie, mécaniques et non mécaniques.

Exemple 7.8 Une voiture en mouvement sur une route horizontale freine. À cause des frottements entre les disques et les plaquettes de frein, son énergie cinétique est transformée en énergie thermique.

Lorsqu'il y a des frottements, de l'énergie mécanique est transformée en énergie thermique. En absence de frottements, on peut formuler le *principe de conservation de l'énergie mécanique*.

Principe de conservation de l'énergie mécanique *Lors de transferts ou de transformations d'énergie mécanique et en absence de frottements, l'énergie mécanique totale d'un système isolé est conservée.*

Remarque :

En réalité, tous les mouvements sont accompagnés d'un frottement. Donc l'énergie mécanique n'est pas conservée, mais se transforme peu à peu en énergie thermique.

Considérons un solide indéformable de masse m se déplaçant avec une vitesse v à une altitude z. Son énergie mécanique totale s'écrit :

$$E_{\text{méca}} = E_c + E_{pp}$$

ou :

$$E_{\text{méca}} = \frac{1}{2}\, m\, v^2 + m\, g\, z.$$

La conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$E_{\text{méca}} = \text{constante}$$

ou :

$$\boxed{\frac{1}{2}\,m\,{v_0}^2 + m\,g\,z_0 = \frac{1}{2}\,m\,{v_1}^2 + m\,g\,z_1}$$

L'indice « 0 » indique l'état initial, « 1 » l'état final.

Expérience 7.1 Étude du looping (figure 35).

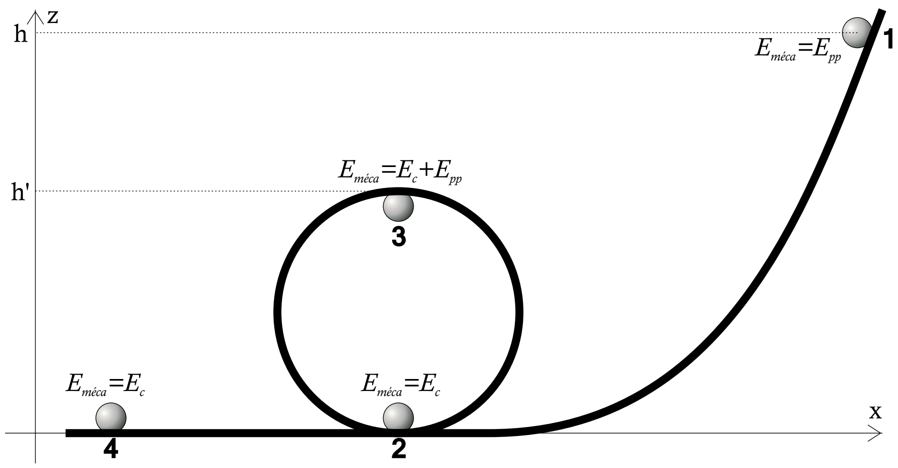


Figure 35 – Étude énergétique du looping

Une bille de masse m se déplace avec la vitesse v sur un looping à une altitude z. On néglige les frottements.

1. La bille est lancée sans vitesse initiale à partir d'une hauteur $z = h$, l'énergie cinétique est nulle. L'énergie mécanique s'écrit : $E_{\text{méca}} = m\,g\,h$.
2. La bille est au niveau de référence $z = 0$, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle. L'énergie mécanique ne comporte que l'énergie cinétique et s'écrit : $E_{\text{méca}} = \frac{1}{2}\,m\,{v_0}^2$, la vitesse v_0 est la vitesse maximale.
3. La bille est à l'altitude $z = h'$, avec $h' < h$. L'énergie mécanique comporte l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur et s'écrit : $E_{\text{méca}} = \frac{1}{2}\,m\,v'^2 + m\,g\,h'$, la vitesse v' est inférieure à la vitesse maximale v_0.
4. La bille est à nouveau au niveau de référence. L'énergie mécanique ne comporte que l'énergie cinétique et s'écrit : $E_{\text{méca}} = \frac{1}{2}\,m\,{v_0}^2$, la vitesse v_0 est la vitesse maximale.

Si on tient compte des frottements, l'énergie mécanique est transformée progressivement en énergie thermique. Ainsi la vitesse en (4) est plus petite qu'en (2).

7.5 Exercices

Exercice 7.1 Une voiture de masse 1 t avance à 120 km/h. Calculer son énergie cinétique.

Quelle devrait être la vitesse d'un camion de 25 t pour qu'il ait la même énergie cinétique ? Quelle serait son énergie cinétique s'il avançait à la même vitesse que la voiture ?

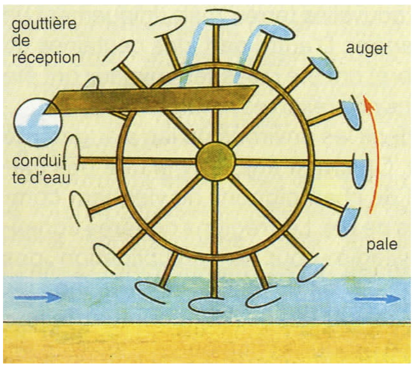
Exercice 7.2 Une voiture roule à 100 km/h. Le conducteur freine quatre fois de suite, ce qui diminue la vitesse de 25 km/h à chaque coup de pédale jusqu'à l'arrêt.
Quelle proportion de l'énergie cinétique initiale les freins reçoivent-ils à chaque manœuvre ?

Exercice 7.3 Calculer la quantité d'énergie potentielle de pesanteur qui est transformée lorsque 1 m^3 d'eau tombe d'une altitude de 280 m dans la centrale de Vianden.

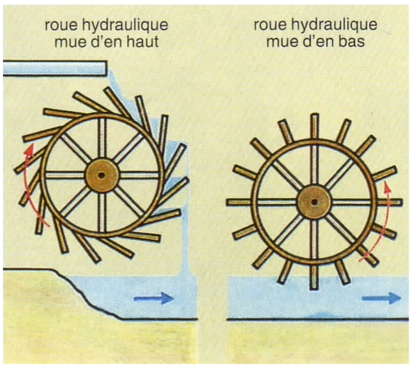
Exercice 7.4 Décrire les transformations d'énergie dans les cas suivants : (1) tir à l'arc, (2) rebond d'une balle de tennis sur une raquette.
Quels sont les travaux qui font passer l'énergie d'une forme à une autre ?

Exercice 7.5 On dit que l'eau courante des rivières constitue une source d'énergie renouvelable. D'où provient cette énergie ?

Exercice 7.6 La roue hydraulique de la figure 36a achemine l'eau d'une rivière vers un champ situé plus haut. Décrire les transformations d'énergie.



(a)



(b)

Figure 36 – Roues hydrauliques

Exercice 7.7 La figure 36b représente une roue hydraulique mue d'en haut et une roue mue d'en bas. Quelles sont les énergies utilisées ?

Exercice 7.8 Où utilise-t-on l'énergie cinétique du vent (énergie éolienne) ?

1. D'où provient cette énergie ?
2. Quel est l'inconvénient de cette source d'énergie ?