MÓDULO DE FÍSICA GENERAL

Adaptado por:
Freddy Reynaldo Téllez Acuña[1]

Del texto original:

FÍSICA I

Elaborado para la UNAD por:
Diego Alejandro Torres Galindo[2]

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
2005

[1] Docente de la Unad. Ingeniero Electricista UIS. Magíster en Potencia Eléctrica UIS.
[2] Físico. Universidad Nacional de Colombia.

CONTENIDO DEL CURSO

Pág.

UNIDAD 2. ONDAS Y ENERGÍA

UNIDAD 3. FLUIDOS Y CALOR

PRESENTACIÓN

El texto que tiene en sus manos es un texto original, creado para las carreras de ingeniería de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD). Por ser la educación a distancia un reto para la enseñanza, se ha realizado un esfuerzo por crear un material que facilite y estimule el autoaprendizaje. Se espera que además el material sea una referencia a lo largo de su carrera y su vida profesional.

Encontrará en cada capítulo una serie de componentes, dentro de los que se destacan: una evaluación inicial, el texto principal y finalmente una evaluación de lo visto en el capítulo. No se preocupe si no es capaz de responder las preguntas de control iniciales, lo que realmente se busca es que usted esté en capacidad de contestarlas cuando termine el capítulo respectivo.

Como objetivos del presente texto se tienen:

Objetivos Generales:

- Introducir conceptos fundamentales de la física para poder ser aplicados a la vida profesional.

- Motivar el aprendizaje y uso de la física como herramienta vital en el desarrollo de soluciones en la vida práctica.

- Comprobar experimentalmente algunas leyes físicas.

Objetivos Específicos:

- Dotar al estudiante de herramientas lógicas, tanto físicas como matemáticas, para el desarrollo de problemas reales, relacionados con la física general.

- Motivar al estudiante a presentar de manera clara, rigurosa y concisa informes de laboratorio, y reportes de trabajo en los cuales utilice la física como herramienta.

Explicación metodológica.

A lo largo de cada uno de los capítulos encontrará el siguiente esquema:

Introducción: en ella se da una justificación de la existencia del capítulo, además de los conceptos que se aprenderán en el mismo. A pesar de ser corta se ha buscado que sea lo suficientemente concisa para que tenga una idea clara de lo que se está buscando.

Evaluación de conceptos previos: se realizan en esta parte una serie de preguntas de control, para averiguar que grado de conocimiento se posee previamente del tema. Además sirve como guía de los conceptos que se aprenderán a lo largo del capítulo.

Desarrollo del tema: en esta parte se desarrollará el tema correspondiente al capítulo y se presentarán diversos ejemplos cotidianos, los cuales aclararán los conceptos estudiados. Se hará especial énfasis en el desarrollo de técnicas matemáticas. Es fundamental que usted se de cuenta de la importancia de las matemáticas para la física. Con el desarrollo del curso podrá ver que es una herramienta muy poderosa.

Taller experimental: su principal propósito es aplicar los conceptos aprendidos, en una experiencia de laboratorio. Los talleres van aumentando de dificultad a medida que avanza el texto, se espera que al final del trabajo usted este en capacidad de crear un taller experimental ideal. Es por eso que el capítulo dedicado a los fluidos, se tiene como taller experimental, un taller que usted debe crear siguiendo unas pautas dadas. Lo más importante es que usted utilice su imaginación para realizar este taller, " la imaginación es más importante que el conocimiento"[1].

Evaluación final: en esta sección se evalúan los conocimientos teóricos aprendidos, y su capacidad de emplearlos en la solución de problemas. Los problemas presentados requieren que usted haya leído cuidadosamente el material inicial, se espera que usted pueda solucionarlos todos. Puede darse el caso de que usted no logre solucionar un problema, en ese caso es muy importante que tenga en claro el porqué no ha podido solucionarlo y busque ayuda. Cuando no se tiene solución a un problema se debe tener en claro que es lo que dificulta su solución, y luego buscar ayuda en los recursos con que se cuenta, personas, libros, internet. En ocasiones se piensa que por encontrarse en un sitio aislado del mundo no es posible solucionar los problemas, nuevamente la imaginación es la solución.

[1] Albert Einstein

Para el aprendizaje de los conceptos se utilizan como herramientas fundamentales la matemática y la experimentación. La matemática involucrada en el texto se ha desarrollado de tal forma que a la par con el curso de física se esté tomando un curso de cálculo fundamental. Conceptos como derivación e integración, fundamentales para el desarrollo de la física, serán muy importantes a lo largo del texto, por lo cual se recomienda dar una mirada a los textos de matemáticas que ha visto en cursos anteriores o actuales. En la bibliografía la referencia [1] encontrará un manual muy completo de fórmulas y tablas matemáticas.

Es muy importante que como estudiante se de cuenta desde el principio de la herramienta que es la matemática, en especial el cálculo y la estadística. Los ejemplos desarrollados han tratado de ser explicados en detalle, especialmente los pasos matemáticos, sin embargo es importante que se desarrollen de manera independiente los cálculos y los análisis desarrollados a lo largo del texto.

Al final de cada capítulo encontrará una pequeña sección de ***palabras claves para búsqueda en Internet***. Estas palabras claves se pueden digitar en un buen buscador de Internet, por ejemplo http://www.google.com, el cual es el buscador que yo recomiendo. La lista de páginas y textos será extensa, sin embargo es un buen ejercicio que busque algunas páginas, las abra y revise los principales conceptos que pueden ayudar a su formación.

Actualmente internet proporciona una buena guía acerca de un tópico, sin embargo es solo una guía, y es por ello que usted deberá discriminar y tomar la información. Es un buen ejercicio.

Además de las palabras claves de Internet, al final del capítulo usted encontrará también una ***bibliografía de textos escritos***, cuya referencia completa podrá consultar al final del texto. Una parte de la bibliografía se encuentra en ingles, otra parte es en español. Es importante que empiece a consultar algunos textos en inglés, ya que esto formará una parte muy importante en su ejercicio profesional. Una parte de los textos en español, como el [9] y el [20] son textos producidos en la Universidad Nacional de Colombia.

Cualquier observación acerca del libro se puede realizar al correo electrónico datorresg@universia.net.co. El proceso de escritura y reunión de conceptos es una tarea ardua, y el lograr un texto final perfecto tiene como base una interacción constante entre las personas que utilizan el texto y el autor. Es por eso que espero que esta interacción se dé, y a partir de ella se obtengan beneficios para las futuras ediciones. El beneficio será triple, yo aprenderé usted aprenderá y los que utilicen el texto en el futuro aprenderán.

Diego Alejandro Torres. Bogotá, Colombia

INTRODUCCIÓN

Por Física se entiende el estudio de la naturaleza. Este concepto es bastante amplio, ya que se ha descubierto que no se pueden trazar fronteras claras entre ciencias como la física y la química, por ejemplo. Sin embargo empezaremos afirmando que en realidad la física es el estudio de la naturaleza.

Históricamente la física empieza de manera formal con Galileo, el cual halló relaciones matemáticas en los comportamientos físicos, descubre por ejemplo que la caída de un cuerpo es proporcional al tiempo elevado al cuadrado.

Años mas tarde Isaac Newton con ayuda de una muy poderosa herramienta, el cálculo, plantearía las tres leyes de Newton, la inercia, fuerza igual a la variación temporal del momentum y la ley de acción y reacción. Sin embargo ya en la antigüedad se habían realizado intentos por sistematizar los conocimientos. Los filósofos de la antigua Grecia iniciaron sus estudios tratando de comprender el funcionamiento de la naturaleza, y Arquímedes planteó una serie de principios, el más conocido el de la palanca, para crear herramientas.

Sin lugar a dudas la historia de las ciencias es muy apasionante, y es además una guía de la historia y evolución de la sociedad. Cuando Sir. Isaac Newton escribió su libro "Principios matemáticos de la filosofía natural", se inicia una revolución técnica sin precedentes en la historia. El hombre empezó a adquirir conocimiento a un ritmo muy acelerado, y desde esa época no se ha detenido la producción de conocimientos. Se crean los ingenios, máquinas con principios físicos altamente optimizadas, y se desarrolla una rama de conocimientos denominada Ingeniería, (creación de ingenios).

Es por lo tanto muy importante el plantear una distinción fundamental pero no rigurosa entre la ciencia y la ingeniería. La ciencia busca conocimientos novedosos y básicos, tratando de comprender el funcionamiento de la naturaleza. La ingeniería busca utilizar estos conocimientos para mejorar la calidad de vida y el bienestar de la sociedad.

A principios del siglo pasado se inicia una nueva revolución científica denominada " mecánica cuántica ", que de la mano con la teoría de la relatividad le dan un nuevo aire a nuestro conocimiento de la naturaleza. También se inicia una gran revolución técnica. La gran mayoría de los equipos que usamos a diario utilizan principios cuánticos: teléfonos celulares, televisores, relojes y hasta los nuevos materiales con los cuales se construyen las gafas y lentes de contacto, o el láser con el cual ahora se realizan operaciones quirúrgicas, las radioterapias para el cáncer que utilizan materiales radiactivos, o la resonancia magnética nuclear en la exploración del cuerpo. La revolución tecnológica apenas empieza, nos encontramos en un mundo en continua construcción. Esta es sin lugar a dudas una época interesante.

En la actualidad la física se ha diversificado en áreas altamente especializadas, entre las cuales tenemos: Óptica, Óptica cuántica, Materia condensada, Estado sólido, Física nuclear, Física de partículas elementales, Teoría del caos y muchas más de las cuales trataremos de hablar a lo largo del presente texto.

A pesar de los avances técnicos y del conocimiento adquirido, los principios básicos de la física continúan intactos. Conceptos como conservación de la energía, momentum angular y lineal, se siguen usando tanto en la denominada física clásica como en la física moderna.

El objeto del presente texto es dar una introducción a estos conceptos, los cuales al ser aprendidos de manera firme y correcta servirán como herramientas fundamentales en el desarrollo de ingenios y soluciones a la sociedad.

UNIDAD 1

MECÁNICA

CONTENIDOS

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

En este primer capítulo del Módulo, se van a presentar tres temas de interés para cualquier estudioso de la física y las ciencias en general.

En primera instancia se definirán algunos conceptos generales y campos de acción de la física como ciencia. Luego se presentarán las principales magnitudes físicas a utilizar a lo largo del curso, con sus correspondientes unidades. El sistema de unidades que se trabajará en el presente Módulo será el Sistema Internacional de Medidas. Por último, se analizarán algunos tipos de errores en las mediciones y su influencia en los resultados de una práctica de laboratorio.

EVALUACIÓN DE CONCEPTOS PREVIOS

- ¿ Qué estudia la física ?
- ¿ Cuál es el principal objetivo de la física ?
- ¿ Qué otras ciencias se relacionan con la física ?
- ¿ Porqué es importante el estudio de la física?
- ¿ Que magnitudes físicas conoce ?
- Escriba las unidades correspondientes a cada magnitud mencionada.
- ¿ Porqué se deben definir patrones de medición ?
- ¿ Qué sistemas de unidades conoce ?
- Defina con sus palabras qué es el error
- ¿ Qué errores se pueden cometer al realizar una práctica de laboratorio ?
- ¿ Cómo influye el error en los resultados de una medición ?

1. QUÉ ESTUDIA LA FÍSICA ?[1]

La palabra **física** se deriva del vocablo griego ***physos***, que significa naturaleza.

En general, la física es la ciencia que se ocupa de los componentes fundamentales del Universo, de las fuerzas que éstos ejercen entre sí y de los efectos de dichas fuerzas. Estudia sistemáticamente los fenómenos naturales, tratando de encontrar las leyes básicas que los rigen. Utiliza las matemáticas como su lenguaje y combina estudios teóricos con experimentales para obtener las leyes correctas.

Las ramas de la física estudian el movimiento de los cuerpos, el comportamiento de la luz y de la radiación, el sonido, la electricidad y el magnetismo, la estructura interna de los átomos y núcleos atómicos, el comportamiento de los fluidos (líquidos y gases), y las propiedades de los materiales, entre otras cosas.

La física es una ciencia básica consagrada al estudio de las leyes fundamentales de la naturaleza. Sus dominios son el movimiento, el calor, el sonido, la luz, la electricidad, el magnetismo, la electrónica y la energía atómica. Es una ciencia en cambio permanente hacia una búsqueda de leyes con rangos de validez cada vez más amplios. Una ley física es correcta cuando su comprobación da resultados positivos.

La física cuenta con tres pilares básicos: **la mecánica clásica**, cuyo propósito es estudiar las leyes que gobiernan el movimiento de los cuerpos; **la electrodinámica clásica**, dedicada al estudio de los fenómenos que involucran cargas electromagnéticas y la **física cuántica**, utilizada para describir el mundo macroscópico bajo la hipótesis de que están formados por cuerpos microscópicos cuyas leyes conocemos.

2. MAGNITUDES Y UNIDADES

Antes de tratar cualquier tema de física, es importante aclarar algunos conceptos relacionados con las magnitudes y unidades de medida que se utilizan en el curso.

Lo primero que diremos es que medir es comparar con un patrón que se ha definido previamente. Para Galileo Galilei el objetivo de la física era " medir lo que se pueda medir, y lo que no se pueda, se debe hacerse medible ".

Las principales unidades de medida son la **longitud**, la **masa** y el **tiempo**.

[1] Tomado de: http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/fisica/

Estas unidades han sido definidas a partir de estándares que ha fijado la comunidad científica. Uno de los objetivos principales que se busca con la fijación de estos estándares, es lograr una mayor precisión a la hora de realizar experimentos y reproducirlos, y a la vez, proporcionar una definición acerca de qué es una cantidad física determinada.

Las cantidades físicas están definidas en términos de mediciones, y se trata de construir medidas que sean reproducibles casi que en cualquier parte del Universo. En la antigüedad se definía la medida de longitud llamada **pie**, como la longitud del pie del rey de turno, de tal forma que cuando se moría el rey, su sucesor daba una nueva unidad, y esto dificultaba el comercio con otros países.

Ahora se ha tratado de adoptar el **Sistema Internacional de Medidas (S. I.)**, el cual se usa en la gran mayoría de países y sus unidades fundamentales son: **el metro**, **el kilogramo** y **el segundo**. Se le conoce también como **Sistema MKS** por las siglas de sus unidades.

Sin embargo algunos países aún usan unidades de medida como la yarda, el pie (convenientemente definido ahora) o la milla. Se usan más por costumbre que por efectos prácticos, y seguramente en el futuro cuando aumente el intercambio comercial estas unidades desaparezcan.

En los laboratorios es ampliamente usado el sistema MKS, y en este Módulo lo usaremos, ya que va a ser el sistema con el cual en su vida profesional va a trabajar ampliamente.

Sin embargo vamos a mencionar otros dos sistemas de unidades, los cuáles puede encontrar, aunque no muy a menudo.

- **Sistema CGS:** es un derivado del MKS, sus unidades son el centímetro, el gramo y el segundo.

- **Sistema Inglés:** no se utiliza en mediciones científicas, pero es utilizado ampliamente en Inglaterra y Estados Unidos. Sus unidades son el pie, la libra y el segundo.

A continuación se presentan algunas definiciones de las principales unidades de medida del Sistema Internacional.

La longitud

El metro, fue definido primero como la distancia desde la línea del Ecuador al polo, a lo largo de una línea imaginaria que pasaba por las ciudades de Dunkirk-

Barcelona y dividir esta distancia por 10 millones. Obviamente la distancia no ha sido medida de manera exacta.

Después, en 1889, se definió el metro por medio de un patrón, el cual consistía en la distancia entre dos muescas en una barra de platino-iridio. Esta barra aún es preservada en la **Oficina Internacional de Pesos y Medidas**, en la ciudad de Sevrés en Francia.

En 1960 el metro fue redefinido, con ayuda de la mecánica cuántica, como 1.650.763.73 longitudes de onda de la emisión naranja-roja del Kriptón 86. La precisión de esta medida es de una pocas partes en 10^8 = 100.000.000.

Actualmente el metro se define como la longitud de espacio atravesada por un rayo de luz en el vacío, durante un intervalo de tiempo de 1/299792458 segundos [18]. Su símbolo es **m.**

El tiempo

Para Isaac Newton el tiempo era " absoluto, verdadero y matemático en si mismo, y por su naturaleza, fluye uniformemente sin relación a nada externo ". Como se ve esta es una definición muy metafísica.

Tradicionalmente fue medido por medio de la rotación de la tierra; aunque sabemos que esta rotación sufre cambios a lo largo del año. Hasta 1956 el segundo, la unidad básica, fue definida como 1/86.400 el año solar medio.

Actualmente el segundo es definido como el tiempo empleado en realizar 9.192.631.770 ciclos de una transición hiperfina en Cesio 133. El grado de precisión es de unas partes en 10^{12}.

El tiempo y el espacio son las medidas más exactamente definidas. El segundo se nota como **s**; es un error colocarlo como " sg ".

La masa

De las tres unidades fundamentales, la masa es la única que aún se mide por medio de un patrón. Antiguamente un kilogramo equivalía a la masa de 1.000 centímetros cúbicos de agua pura a una temperatura de 4°C.

Debido a la dificultad en la obtención de agua pura, se definió el kilogramo en términos de un patrón, y en 1889 el kilogramo fue definido como la masa de un cilindro de iridio-platino que se encuentra actualmente en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Francia. Sin embargo este peso no se usa. A partir de él se han sacado otros patrones que tienen una exactitud de una parte en 10^9. Su símbolo es **Kg**.

Sería más conveniente utilizar una medida más natural como el número de átomos en una región del espacio; sin embargo existen problemas a la hora de contar efectivamente los átomos.

Clasificación de las magnitudes físicas.

Las normas internacionales de metrología suelen clasificar las magnitudes físicas como: básicas, suplementarias y derivadas [20].

- **Magnitudes básicas:** Son la longitud, la masa y el tiempo.

- **Magnitudes suplementarias:** Son aquellas que poseen un carácter geométrico, como por ejemplo: el ángulo plano y el ángulo sólido.

- **Magnitudes derivadas:** Son aquellas que se pueden expresar como función de otras magnitudes. Por ejemplo la rapidez, la cual es definida como: **distancia / tiempo**.

A manera de resumen, se presentan en la siguiente tabla las principales unidades físicas del Sistema Internacional (S. I.), con su correspondiente símbolo.

Tabla 1. Magnitudes y unidades del Sistema Internacional

UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL		
Magnitud Física	**Unidad**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	Kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	Amperio	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	Mol
Ángulo plano	radián	Rad
Ángulo sólido	sterradián	Sr

De las unidades básicas se obtienen otras unidades muy usadas e importantes para el desarrollo del curso, las cuales se presentan a continuación.

Tabla 2. Principales magnitudes y unidades derivadas

Magnitud Física	**Unidad**	**Símbolo**
Rapidez	metro / segundo	m/s
Fuerza	Newton	N
Trabajo, Energía	Joule	J
Potencia	Vatio	W
Frecuencia	Hertz	Hz

En el estudio de la física, algunas unidades resultan demasiado grandes o demasiado pequeñas para que su uso sea conveniente. Es por eso que se emplean algunos prefijos para referirnos a ellas con mayor propiedad. Los más empleados se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 3. Prefijos de mayor uso en física

FACTOR	**PREFIJO**	**SÍMBOLO**
10^6	Mega	M
10^3	Kilo	K
10^{-3}	Mili	m
10^{-6}	Micro	μ
10^{-9}	Nano	n
10^{-12}	Pico	p

Se recomienda revisar los siguientes Apéndices para complementar el tema tratado en esta sección: **Apéndice A. Factores de Conversión de Unidades** y el **Apéndice B. Notación Científica**.

3. ERRORES EN LAS MEDICIONES

En todo experimento de laboratorio, por muy cuidadosas que hayan sido las mediciones durante su desarrollo, vamos a tener que considerar la posibilidad de la existencia del error.

Al realizar un proceso de medida, se tienen dos tipos principales de errores: el error sistemático y el error aleatorio o estadístico.

- **Error sistemático:** son errores producidos por influencias permanentes en la medida. Estas generalmente ocasionadas por una mala calibración en los equipos. Por ejemplo, un termómetro que no tenga el punto de fusión del agua a cero grados centígrados sino a tres grados centígrados, va a tomar medidas corridas en tres grados cada vez que se utilice. Otro ejemplo es un metro mal calibrado.

No existe un método matemático para tratar este tipo de errores, ya que dependen de las características del instrumento de medida y su adecuado uso a lo largo del proceso de medición. Su identificación se logra con base en la experiencia, ya que al realizar una medida se debe tratar de tener en claro cual es el resultado que se espera, para poder detectar este tipo de errores.

Los errores sistemáticos son incontrolables, por lo general, sólo al final de un experimento se puede llegar a saber o detectar la existencia de un error sistemático. Si nos damos cuenta del error, este debe ser corregido a lo largo del experimento, o realizando otro ensayo. Si el error no es detectado, no sabemos que existió y por lo tanto no lo incluimos en el experimento.

- **Error aleatorio o estadístico:** este tipo de error se produce porque al realizar cada nueva medida el valor resultante fluctúa, o cambia, sin importar el resultado anterior.

El origen de este tipo de errores se debe a imprecisiones instrumentales, ya que cada instrumento de medida posee un tipo de resolución. Por ejemplo en los equipos electrónicos al realizar dos mediciones seguidas de una cantidad, las últimas cifras cambiarán un poco debido a la naturaleza misma del equipo.

Porcentaje de error.

El porcentaje de error es un concepto muy útil, ya que me indica la diferencia porcentual existente entre el **valor teórico esperado** y el **valor real obtenido** en una experiencia. Se define generalmente como,

$$\%error = \left| \frac{valor_{Teorico} - valor_{Experimental}}{valor_{Teorico}} \right| \times 100\%$$

CAPÍTULO 2. CINEMÁTICA

La cinemática se encarga de estudiar el movimiento, sin preocuparse por sus causas. Fue desarrollada desde la antigüedad. Sin embargo los aportes más importantes a la cinemática, fueron dados por Galileo Galilei e Isaac Newton.

El primero empezó a matematizar los resultados de sus observaciones, llegando a conclusiones como que la distancia de caída de un cuerpo es proporcional al cuadrado del tiempo de caída. Newton creó el cálculo, junto con Leibnitz, y también encuentra las fórmulas matemáticas que rigen los movimientos.

En el presente capítulo, comenzaremos con un breve repaso sobre el tema Vectores, definiremos el significado físico del desplazamiento, la velocidad y la aceleración y describiremos el movimiento en una y dos dimensiones, principalmente.

EVALUACIÓN DE CONCEPTOS PREVIOS

- ¿ Qué es un vector ?
- ¿ Qué operaciones puedo hacer con un vector ?
- ¿ Qué es una magnitud escalar y una vectorial ?
- ¿ Cómo se puede definir el movimiento ?
- ¿ Qué unidades conoce para la velocidad ?
- ¿ En dónde se utilizan los velocímetros ?
- ¿ Qué es acelerar ?
- ¿ Qué es frenar ?

1. VECTORES

Utilizando los vectores, las leyes de la física pueden ser escritas en una forma más compacta. Para ilustrar el anterior enunciado, vamos a utilizar la famosa " Segunda Ley de Newton ".

En la notación corriente se puede escribir como,

$$\begin{aligned} F_x &= ma_x \\ F_y &= ma_y \\ F_z &= ma_z. \end{aligned}$$

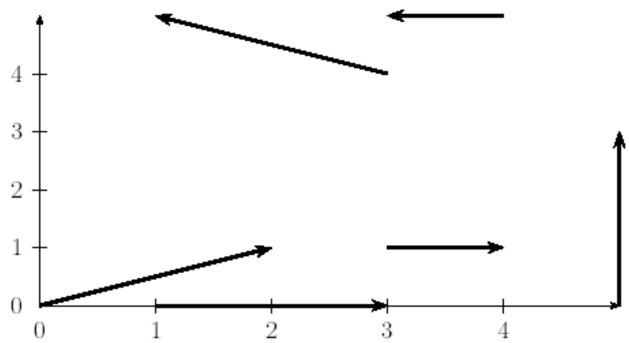
En notación de vectores simplemente escribimos,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a},$$

en donde las letras en negrilla simbolizan los vectores. La principal razón por la cual se introducen los vectores, es porque simplifican la notación y además poseen propiedades muy útiles para el manejo de magnitudes físicas.

Recordemos que un vector es un ente matemático que posee **magnitud y dirección**. Además posee propiedades como la suma, la resta, la multiplicación por un escalar y dos tipos de producto: el escalar o producto punto y el vectorial o producto cruz.

Un vector puede ser representado por un segmento de recta, o una flecha, en un espacio. Por ejemplo, las flechas mostradas a continuación representan vectores.



Algo para destacar en la figura anterior, es que los vectores se han ubicado dentro de un **sistema de coordenadas**, esto nos permite identificar su magnitud y su dirección.

Es usual notar los vectores o por letras en negrilla (**A**), o por la letra y encima un símbolo de flecha $\vec{A}$, en este texto utilizaremos las negrillas para identificar vectores.

Los vectores tienen en común ciertas propiedades con lo números naturales, por ejemplo, en la suma. Sin embargo poseen más información, la cual permite describir ciertas características físicas.

Cuando hablamos de los vectores como entes matemáticos nos referimos a que con ellos podemos efectuar operaciones. Por ejemplo la suma y la resta de vectores nos da otro vector, el producto escalar nos da por el contrario un número real, y el producto cruz nos da otro vector.

Las dos características más importantes de un vector son su magnitud y su dirección.

- **Magnitud:** es la longitud del vector, o la flecha. La magnitud de un vector **A** se indica por | **A** |. Si la magnitud de **A** es 3 unidades, entonces se dice que | **A** | = 3. La magnitud de un vector es un número real.

- **Dirección:** se refiere hacia donde apunta la flecha del vector, norte-sur, oriente-occidente, 45°, etc.

Es usual agregar otra característica denominada **sentido**, la cual se refiere a la línea recta sobre la cual se encuentra el vector. Sin embargo, desde el punto de vista físico sólo nos interesa la magnitud y la dirección.

Si deseamos describir claramente una cantidad vectorial, debemos enunciar su magnitud y su dirección. Por ejemplo:

la velocidad es una magnitud **vectorial**, y para describirla debemos mencionar su magnitud (700 Km/h, por ejemplo), y su dirección (norte-sur, por ejemplo); es por ello que los aviones tiene un **velocímetro**, que indica la velocidad del avión con respecto a la tierra y su dirección. Por el contrario lo carros no poseen velocímetro, sólo poseen **rapidómetro** que es el que mide la rapidez, es decir, la magnitud de la velocidad.

Un poco más sobre vectores

Dos vectores son iguales si tienen la misma magnitud y dirección. Esto se representa por,

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}$$

Si la longitud de un vector es igual a la unidad (1), entonces se dice que este vector es **unitario.** Un vector unitario se nota como $\hat{\mathbf{A}}$. Además se dice que para un vector **A** existe un vector unitario paralelo $\hat{\mathbf{A}}$., tal que,

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|},$$

es decir que se puede encontrar un vector unitario a partir de cualquier vector. Simplemente tenemos que dividirlo por su magnitud.

De manera inversa todo vector **A** puede ser expresado como la multiplicación de su magnitud | **A** | por un vector unitario en la misma dirección $\hat{\mathbf{A}}$.

$$\mathbf{A} = |\mathbf{A}|\hat{\mathbf{A}}.$$

El tema de los vectores ha sido tratado con cierta profundidad en otros cursos del programa. Sin embargo, en el **Apéndice C. Álgebra de Vectores**, se resume gran parte de las principales operaciones con vectores.

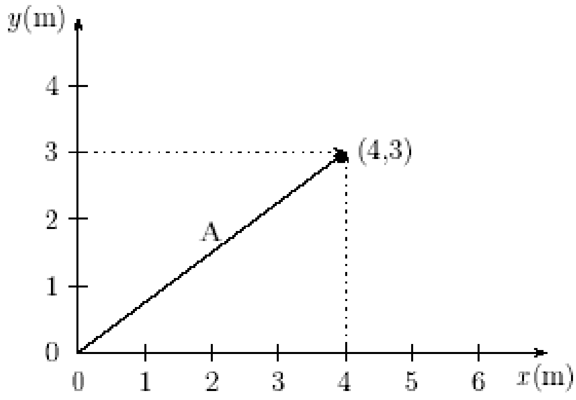
2. EL CONCEPTO RAZÓN DE CAMBIO

En nuestra vida cotidiana, vemos como los eventos transcurren en el tiempo: la caída de las hojas, el movimiento de los carros, el movimiento de las manecillas del reloj. Todos estos fenómenos implican movimiento, y para que este movimiento se realice es importante que transcurra un tiempo determinado. El concepto de cambio, ya sea en la posición, o en el estado de algo, está íntimamente ligado a que el tiempo transcurra.

Se define entonces la **razón de cambio** de una cantidad cualquiera, como la división del cambio en la cantidad sobre el tiempo transcurrido en realizar dicho cambio,

Razón de cambio = Cambio en la cantidad / Tiempo transcurrido

Supongamos, por ejemplo, que una persona se mueve en una plaza desde el punto (0,0) hasta el punto (4,3) en 10 segundos. Vamos a suponer que estas medidas están en metros y que el movimiento lo realiza en línea recta. De esta forma la distancia total recorrida puede ser representada por un vector desplazamiento de la siguiente forma.



La magnitud del desplazamiento es:

$$| \mathbf{A} | = \sqrt{(4^2 + 3^2)} = \sqrt{(25)} = 5 \text{ metros}$$

Este desplazamiento se realizó en 10 segundos. Se quiere ahora conocer la razón de cambio de la distancia, es decir la velocidad:

Velocidad = Cambio en la posición / Tiempo transcurrido

Velocidad = 5 metros / 10 segundos = 0,5 m/s

El concepto razón de cambio es uno de los más importantes en física.

Ya se pudo apreciar que la razón de cambio del desplazamiento es la velocidad; de la misma forma la razón de cambio de la velocidad es la denominada aceleración. A lo largo del módulo se hará mención a otras importantes razones de cambio. Lo importante es tener claro que toda magnitud que cambia en el tiempo tiene asociada una razón de cambio.

La razón de cambio de una magnitud nos está dando una medida de cómo esa magnitud está cambiando en el tiempo. Para el ejemplo de la velocidad, vemos cómo si el tiempo empleado hubiese sido menor, por ejemplo 5 segundos, la velocidad hubiese sido mayor,

Velocidad = 5 metros / 5 segundos = 1 m/s

O si por ejemplo, hubiésemos recorrido el doble de distancia en el mismo tiempo, también hubiésemos necesitado una velocidad mayor para lograr esto.

De esta forma la razón de cambio, da una medida de cómo está evolucionando una magnitud en el tiempo, y permite compararla con cantidades similares.

Por ejemplo, cuando se están realizando mediciones del peso de dos niños que nacieron el mismo día, es conveniente mirar la manera como aumenta el peso a lo largo del tiempo. En este caso se puede definir:

Evolución del peso = Cambio en el peso / Tiempo empleado en cambiar de peso

Se puede observar que el niño que tenga una mayor medida en la evolución del peso, pesará más a medida que transcurra el tiempo.

Se suelen definir los cambios en magnitudes por medio de la letra griega delta (Δ)

Por ejemplo, la razón de cambio de la posición, es decir la velocidad, se suele notar como:

Velocidad = Cambio en la posición / Tiempo transcurrido en el cambio

$$\textit{Velocidad} = [\, x(t_2) - x(t_1) \,] \,/\, (\, t_2 - t_1 \,)$$

$$\textit{Velocidad} = \Delta x \,/\, \Delta t$$

En donde **$x(t_1)$** se refiere a la ubicación del vector posición en el tiempo t_1, **$x(t_2)$** se refiere a la ubicación del vector posición en el tiempo t_2. Se ha realizado la resta de los dos vectores, lo cual da como resultado otro vector, y se ha dividido este nuevo vector por un escalar, es decir, por el intervalo de tiempo transcurrido. De esta forma se puede concluir que la velocidad es también un vector.

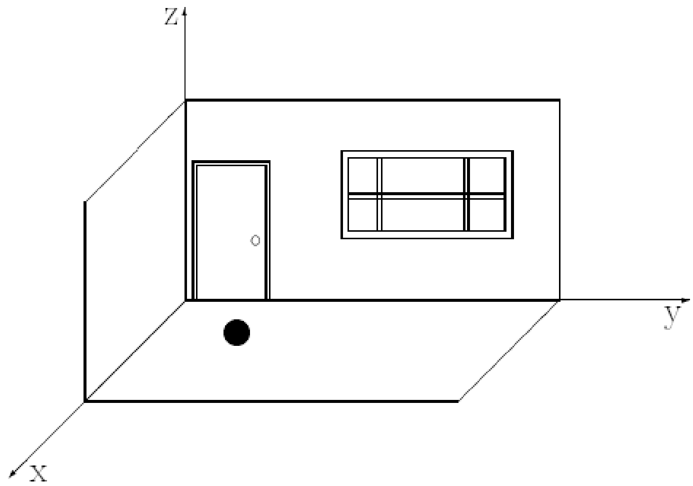
3. DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Como se ha visto anteriormente, el **desplazamiento** de un objeto puede ser descrito por un vector, y para ello nos valemos de un **sistema de coordenadas**. Este sistema de coordenadas lo vamos a elegir en principio en tres dimensiones, es decir, que cuenta con los ejes ortogonales **X**, **Y** y **Z**.

Generalmente se coloca este sistema de coordenadas de tal manera que describa un **sistema de referencia**. Por ejemplo, podemos colocar nuestro sistema de coordenadas dentro de la habitación en donde realizamos nuestros experimentos.

Ubicando sistemas de coordenadas adecuadamente dentro de los sistemas de referencia que deseamos estudiar, podemos describir el mundo físico.

Vamos por ejemplo a estudiar el movimiento de una pelota dentro de un cuarto, como se muestra en el siguiente dibujo.



La ubicación de la pelota dentro del cuarto puede describirse por medio de tres coordenadas (x_1, y_1, z_1), y si esta se desplaza se necesitan otras tres coordenadas para describir el movimiento (x_2, y_2, z_2). De esta manera el vector desplazamiento comienza en (x_1, y_1, z_1) y termina en (x_2, y_2, z_2).

Para hallar la **distancia total recorrida** tenemos que restar la posición final menos la posición inicial,

$$(x_2, y_2, z_2) - (x_1, y_1, z_1) = (x_2 - x_1 , y_2 - y_1 , z_2 - z_1)$$

$$\boldsymbol{S} = \mathbf{A}_{\text{final}} - \mathbf{A}_{\text{Inicial}}$$

De manera que se puede definir el **desplazamiento (S)** como:

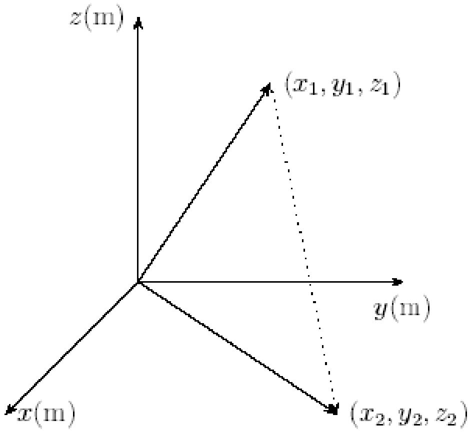
la diferencia entre la posición final y la posición inicial

La **magnitud del desplazamiento**, es la magnitud del anterior vector,

$$| \mathbf{S} | = \sqrt{\,[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]}$$

En la siguiente figura se notan los vectores implicados en el desplazamiento estudiado. El vector con líneas punteadas es el vector desplazamiento resultante.

La magnitud del vector desplazamiento resultante dividido por el tiempo que dura el desplazamiento se denomina **rapidez**. La rapidez, es entonces, la magnitud del vector velocidad.



De esta forma, se ha visto la importancia de definir un sistema de referencia para realizar un estudio sobre un sistema físico. En el caso de la tierra, esta se mueve con respecto al sol, sin embargo para efectos prácticos, los experimentos en la tierra toman como sistema de referencia la tierra misma, y suponen que esta se encuentra en reposo.

Cuando estudiamos sistemas en movimiento es importante definir un sistema de referencia, tal que se vea claramente el movimiento que el objeto bajo estudio describe.

En física se ubican los sistemas de referencia convenientemente. Pueden estar dentro de un átomo, dentro de un automóvil, en una galaxia, etc. de manera que se pueda estudiar más fácilmente el comportamiento de la naturaleza. ¿ Puede imaginar cómo describir el movimiento de un cuerpo sin un sistema de referencia ?

Definición de Velocidad y Aceleración

Se puede definir la velocidad como:

La velocidad es la razón de cambio del desplazamiento

Es decir, que la velocidad nos está dando información acerca de que tan rápido está cambiando la posición de un objeto en el espacio.

La velocidad es una cantidad vectorial, por lo tanto tiene magnitud y sentido. A la magnitud de la velocidad, como se había mencionado anteriormente, se le denomina **rapidez**.

La **velocidad promedio** $\overline{v}$ de un punto que se mueve entre los tiempos t_1 y t_2 está definida por,

$$\bar{v} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La **velocidad instantánea *v*** es el límite de la velocidad promedio, cuando el intervalo de tiempo se aproxima a cero, es decir,

$$\mathrm{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathrm{x}(t_1 + \Delta t) - \mathrm{x}(t_1)}{\Delta t}$$

En los cursos de cálculo a esta cantidad se de denomina la derivada del desplazamiento con respecto al tiempo, y se le nota como d**x**/dt ó d**s**/dt. Por ello se dice que la velocidad es la derivada del desplazamiento con respecto del tiempo.

Existe una gran diferencia entre la **velocidad promedio** y la **velocidad instantánea**.

La **velocidad promedio** es la velocidad que en " promedio " tiene un cuerpo después de realizar un recorrido cualquiera. Por ejemplo, si dos pueblos están separados 2 kilómetros y una persona invierte 20 minutos en ir de un pueblo al otro decimos que la velocidad promedio de la persona fue,

Velocidad promedio = 2 Km / 20 min = 0,1 Km/min = 100 m /min

Sin embargo durante el trayecto es posible que la persona se haya detenido unos minutos a descansar, o halla corrido un poco.

La **velocidad instantánea** se refiere a la velocidad que lleva esa persona en un instante determinado. Una buena aproximación a la velocidad instantánea es el rapidómetro del carro, el cual nos indica la velocidad en un instante determinado del trayecto.

Las **unidades de la velocidad** son distancia / tiempo, y se suele medir en metros/segundo (**m/s**), kilómetros/hora (**km/h**), etc. de acuerdo a las medidas mas convenientes.

Es muy importante realizar un análisis de unidades en las ecuaciones, para verificar que se están realizando correctamente los cálculos. Por ejemplo si se encuentra que la velocidad se está midiendo en m/s^2, entonces las unidades están mal, por lo que hay que revisar los cálculos.

De manera similar, se puede definir la aceleración como:

La aceleración es la razón de cambio de la velocidad

La aceleración nos está dando información de cómo cambia la velocidad con respecto al tiempo. Una gran aceleración significa que se obtiene una mayor velocidad en menor cantidad de tiempo.

Se define la **aceleración instantánea** como el límite cuando el intervalo de tiempo tiende a cero, es decir,

$$\mathrm{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{v}(t_1 + \Delta t) - \mathbf{v}(t_1)}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

De nuevo, en cálculo se dice que la aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo, y se denota por d**v**/dt.

Las **unidades de la aceleración** son velocidad / tiempo ó distancia / tiempo^2 y se suelen utilizar las unidades **m/s^2** ó **km/h^2**.

Si el movimiento se realiza en una sola dirección, podemos ubicar nuestro sistema de coordenadas con el eje **X** a lo largo de esta dirección, y tratar el movimiento de una forma unidimensional. Este será el tema de la siguiente sección.

Ejemplo. Una gota de agua se desprende de una nube y dos segundos después lleva una velocidad de 28 m/s. Cuál es la aceleración promedio durante ese periodo ?

Definimos entonces aceleración promedio como,

aceleración promedio = Δv / Δt

$$\begin{aligned} \mathrm{a} &= \frac{(v_f - v_i)}{t_f - t_i}\hat{\mathrm{k}} \\ &= \frac{-28m/s - 0m/s}{2s - 0s}\hat{\mathrm{k}} \\ &= -14\,m/s^2 \end{aligned}$$

El signo negativo indica que la dirección de la aceleración es dirigida hacia abajo.

4. MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

Hasta el momento se ha visto el movimiento de una forma general y ubicándolo en un sistema tridimensional. Ahora estudiaremos la forma más sencilla de movimiento, el movimiento a lo largo de una línea recta.

Una línea recta posee una sola dimensión, es por esto que es usual denominar al movimiento en una dimensión como **movimiento lineal**.

Existen dos tipos principales de movimiento: con velocidad constante y con aceleración constante.

Lo anterior no significa que no existan más tipos de movimiento, sin embargo el estudio de estos dos nos permitirá entender una diversidad de fenómenos físicos.

Movimiento a velocidad constante

Este movimiento se realiza a lo largo de una línea recta como la siguiente,

Cuando decimos que un movimiento se efectúa con velocidad constante, estamos afirmando que la magnitud y la dirección de la velocidad no cambian con el tiempo. Es muy importante notar el hecho que la velocidad cambia cuando cambia su rapidez ó cuando cambia su dirección.

Vamos a calcular la razón de cambio de la velocidad, es decir la aceleración, de un movimiento a velocidad constante.

$$a = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{v(t_1) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{0}{t_2 - t_1} = 0.$$

Por lo tanto se puede afirmar que:

Un movimiento se realiza a velocidad constante si su aceleración es igual a cero.

¿ Cómo se puede predecir la posición de un cuerpo que se mueve a velocidad constante ?, para ello utilizamos la definición de velocidad:

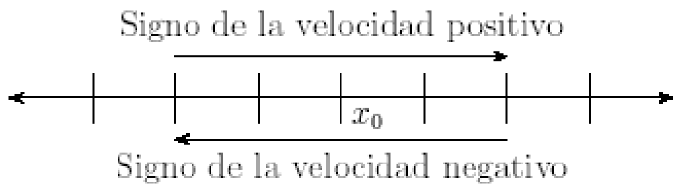
$$\begin{aligned} v &= \frac{x(t_1)-x(t_0)}{t_1-t_0} \\ v &= \frac{x(t_1)-x(t_0)}{\Delta t} \\ v\Delta t &= x(t_1)-x(t_0) \\ v\Delta t + x(t_0) &= x(t_1) \end{aligned}$$

Generalmente el tiempo inicial t_0 se toma como cero, el tiempo final t_1 se toma como t y la posición inicial se nota como $\mathbf{x_0}$. De esta forma llegamos a una de las ecuaciones de la cinemática, la **ecuación de desplazamiento a velocidad constante:**

$$\mathbf{x(t) = x_0 + v\ t}$$

En esta ecuación apreciamos el desplazamiento como función del tiempo. La velocidad **v** nos indica la razón de cambio de la distancia con respecto al tiempo.

El signo de la velocidad nos indica la dirección del movimiento, por convención, el signo es positivo si la dirección del movimiento es de izquierda a derecha, y es negativo si el movimiento es de derecha a izquierda.



De la misma forma, por convención, si el movimiento se realiza verticalmente, la velocidad es positiva si la dirección del movimiento es de abajo para arriba, y negativa si la dirección del movimiento es de arriba para abajo.

En este caso es usual notar a los movimientos verticales con la letra " y ". Estas convenciones también son aplicables a la aceleración.

Analicemos un poco más la ecuación de desplazamiento a velocidad constante:

$$\mathbf{x(t) = x_0 + v\ t}$$

Si la velocidad **v** = 0, entonces se tiene que la posición inicial es igual a la posición final, **x**(t) = $\mathbf{x_0}$. Esto es lógico, un objeto que no posee velocidad no se mueve y permanecerá en su posición inicial durante todo el tiempo.

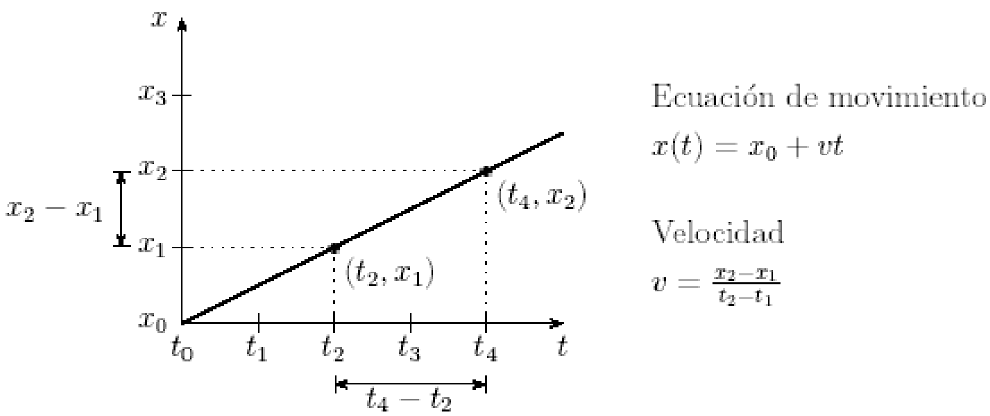
El término $\mathbf{x_0}$ hace referencia a la posición inicial del cuerpo en un tiempo t = 0, este término es constante y se suele tomar como cero, es decir, que se ubica el origen de coordenadas en el sitio exacto donde se inicia el movimiento.

De esta forma la ecuación de movimiento quedaría como:

$$\mathbf{x(t) = v\ t}$$

Esta ecuación es muy usada a diario. Por ejemplo, cuando vamos en un carro y vemos el rapidómetro del carro marcar 60 Km/h, generalmente pensamos que en una hora habremos recorrido 60 kilómetros.

Gráficamente un movimiento a velocidad constante puede ser representado en un diagrama de **Desplazamiento (x) contra tiempo (t)** de la siguiente forma:



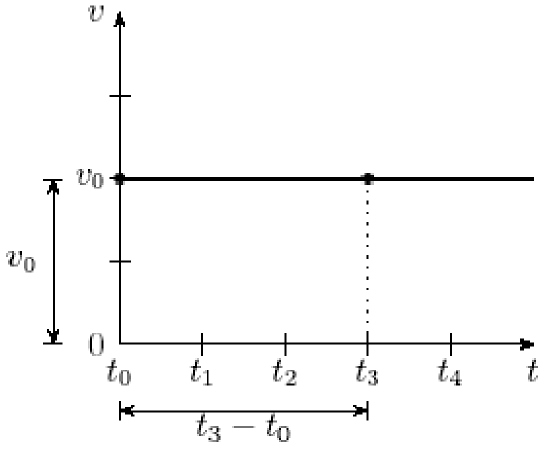
Algunas observaciones con respecto a la gráfica son:

- En el plano *Desplazamiento contra Tiempo*, si el movimiento es a velocidad constante, la gráfica es una línea recta.

- En el gráfico se ha colocado en el tiempo inicial t_0 la ubicación inicial $\mathbf{x_0}$, es decir el punto (t_0 , $\mathbf{x_0}$). Es usual colocar estos puntos como (t_0 , $\mathbf{x_0}$) = (0 , 0).

- En una gráfica de distancia contra tiempo, la pendiente de la recta es la velocidad. Cuando la gráfica es una línea recta, el valor de la pendiente es independiente de la forma como la medimos, esto se debe a que el movimiento se realiza a velocidad constante.

Ya vimos que la aceleración en un movimiento a velocidad constante es igual a cero, ahora veamos la gráfica de **velocidad contra tiempo**.



Ecuación de movimiento

$v(t) = v_0$

Aceleración

$a = \frac{v_0 - v_0}{t_3 - t_0} = 0$

En la gráfica anterior se tiene:

- La pendiente de la curva de velocidad contra tiempo es la aceleración.

- La velocidad permanece constate en la gráfica, $\mathbf{v_0}$, por esto la pendiente es cero, es decir que la aceleración es cero.

- El área bajo la curva, desde t_0 hasta t_3, es igual a:

$$\text{área} = \mathbf{v_0}\,(t_3 - t_0)$$

De manera general esta área es igual a $\mathbf{v_0}\,\Delta t = \mathbf{v_0}\,t$, es decir que salvo la posición inicial, que podemos hacer igual a cero, el área bajo la curva de la gráfica de velocidad contra tiempo es igual al desplazamiento.

Movimiento a aceleración constante

Para comenzar esta sección es importante notar lo siguiente:

Siempre que hay un cambio en la velocidad, hay una aceleración diferente de cero

Todo cambio en la velocidad, implica un cambio en la aceleración. El movimiento uniformemente acelerado es el más sencillo de estudiar en cuanto a aceleración. Sin embargo, la aceleración también puede variar, y es importante saberlo. A la razón de cambio de la aceleración se le denomina hertz, aunque es una cantidad poco usada.

¿ Cómo se puede predecir la velocidad de un cuerpo a partir de su aceleración ? Para ello nuevamente utilizamos la definición de aceleración:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0} \\ a(t_1 - t_0) &= v(t_1) - v(t_0) \\ a(t_1 - t_0) + v(t_0) &= v(t_1). \end{aligned}$$

Como el tiempo es un parámetro podemos hacer la cantidad $t_0 = 0$, t1 = t y **v**(t1) = **v**(t). También la velocidad inicial se puede tomar como **v**(t_0) = $\mathbf{v_0}$. De esta forma llegamos a otra importante ecuación de la cinemática,

$$\mathbf{v(t) = v_0 + a\ t}$$

Esta ecuación de la velocidad, está en función del tiempo. La aceleración nos indica la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo, es decir, que tan rápido está cambiando la velocidad y en que dirección. Recordemos que la aceleración también es un vector.

Al igual que la velocidad, el signo de la aceleración nos indica en que dirección está cambiando la velocidad. La convención es la misma que se vio en la sección anterior.

Si la aceleración **a** = 0, entonces se tiene que la velocidad inicial es igual a la velocidad final, **v**(t) = $\mathbf{v_0}$, un objeto con aceleración igual a cero mantiene su velocidad constante.

El término $\mathbf{v_0}$ hace referencia a la velocidad inicial del cuerpo en un tiempo t = 0, ésta es constante y se puede tomar generalmente como cero. Sin embargo este término es muy importante, ya que determina si el sistema de referencia usado se mueve a velocidad constante o se encuentra en un reposo tal, que se observa una velocidad inicial del objeto bajo estudio.

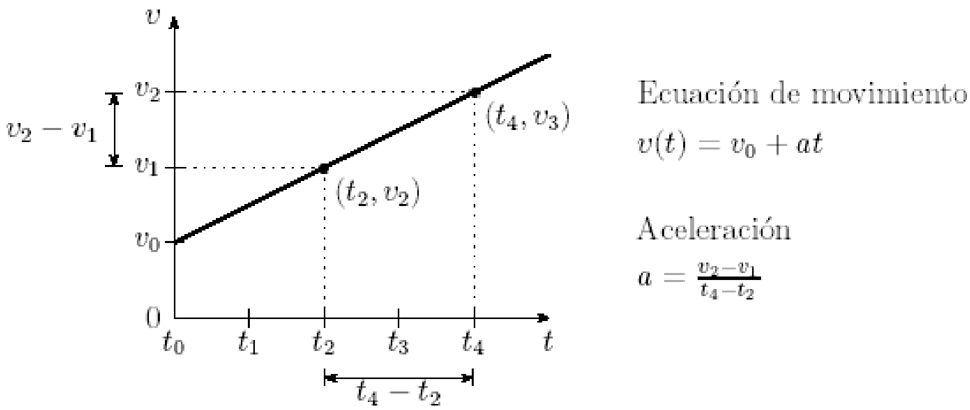
Cuando se hace $\mathbf{v_0}$ = 0 la ecuación de movimiento toma la forma,

$$\mathbf{v(t) = a\ t}$$

Sin embargo la ecuación más usada y general es,

$$\mathbf{v(t) = v_0 + a\ t}$$

Gráficamente un movimiento a aceleración constante puede ser representado en un diagrama de ***Velocidad contra Tiempo*** de la siguiente forma.



Algunas observaciones con respecto a la anterior gráfica son:

- En el plano *Velocidad contra Tiempo*, si el movimiento es a aceleración constante, la gráfica es una línea recta.

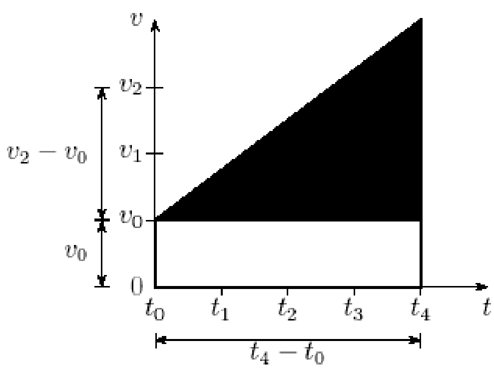
- En el gráfico se ha colocado en el tiempo inicial t_0 la velocidad inicial $\mathbf{v_0}$, es decir el punto (t_0; $\mathbf{v_0}$). No necesariamente la velocidad inicial es cero.

- La pendiente de la recta en una gráfica de velocidad contra tiempo es la aceleración. Si esta gráfica es una línea recta, su pendiente es independiente de la forma como la medimos, esto se debe a que el movimiento se realiza a aceleración constante.

- El área bajo la curva de velocidad contra tiempo es igual a la distancia recorrida. Vamos a calcular esta área desde el tiempo t_0 hasta t_4.

El área esta compuesta por dos figuras, un triángulo y un rectángulo. El área del triángulo es (base x altura) / 2 y el del rectángulo es lado × lado.

Las figuras las mostramos a continuación:



El área de la región oscura es igual a: $(t_4 - t_0) \times (v_4\_v_0) / 2$

El área de la región clara es: $v_0 \times (t_4 - t_0)$

De esta forma la distancia total recorrida desde t_0 hasta t_4 es,

$$
\begin{aligned}
x(t_4 - t_0) &= v_0 \times (t_4 - t_0) + \frac{(t_4 - t_0) \times (v_4 - v_0)}{2} \\
x(t_4 - t_0) &= v_0 \times (t_4 - t_0) + \frac{(t_4 - t_0) \times (v_4 - v_0)}{2} \times \frac{(v_4 - v_0)}{(v_4 - v_0)} \\
x(t_4 - t_0) &= v_0 \times (t_4 - t_0) + \frac{(t_4 - t_0)^2}{2} \times \frac{v_4 - v_0}{t_4 - t_0} \\
x(t_4 - t_0) &= v_0 \times (t_4 - t_0) + \frac{(t_4 - t_0)^2}{2} \times a.
\end{aligned}
$$

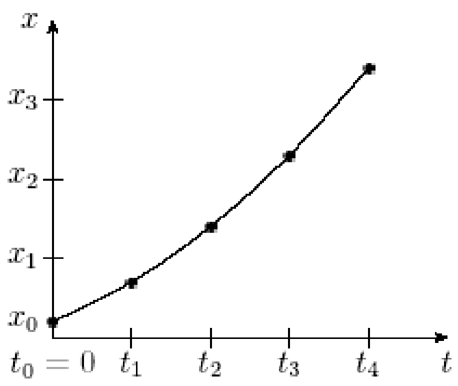
Si se supone $t_0 = 0$ y $t_4 = t$, obtenemos la ecuación del desplazamiento para el movimiento uniformemente acelerado,

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

si se incluye una posición inicial de $\mathbf{x_0}$, la ecuación más general es de la forma,

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Una gráfica muy interesante es la de posición (x) contra tiempo (t). En un movimiento uniformemente acelerado, esta es de la forma:

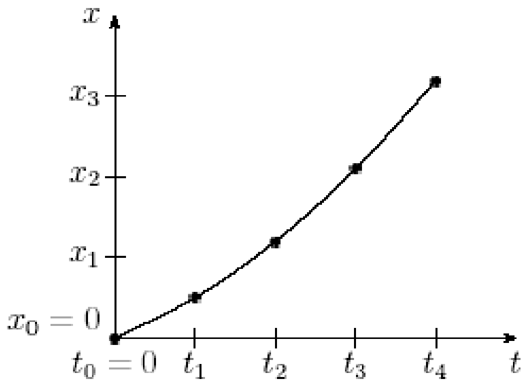


Ecuación de movimiento
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Ecuación de velocidad
$v(t) = v_0 + a t^2$

En el plano de Desplazamiento contra tiempo, un movimiento uniformemente acelerado se ve como una parábola.

El punto $\mathbf{x_0}$ nos indica el origen del movimiento, si $\mathbf{x_0} = 0$ la gráfica y las ecuaciones toman la forma,

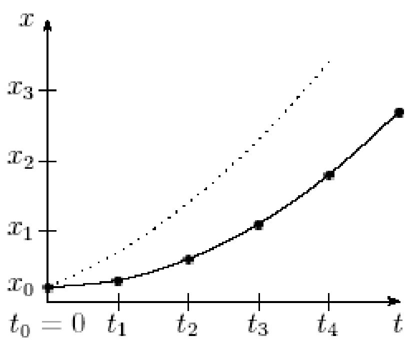


Ecuación de movimiento
$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Ecuación de velocidad
$v(t) = v_0 + at^2$

se observa como el origen de coordenadas es el origen del movimiento, la posición inicial no afecta la velocidad.

Cuando la velocidad inicial es igual a cero $\mathbf{v_0} = 0$, la forma de la gráfica y las ecuaciones de movimiento ahora son:



Ecuación de movimiento curva continua
$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}at^2$

Ecuación de movimiento curva a puntos
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

La curva punteada corresponde a la curva con una velocidad $\mathbf{v_0} \neq 0$, y la curva continua corresponde a una curva con $\mathbf{v_0} = 0$ y positiva. De esta forma se ve como la velocidad inicial afecta la manera como se mueve un objeto.

Una velocidad inicial diferente de cero y en la misma dirección del movimiento indica que el objeto se moverá mas rápido. En una carrera de carros tiene más ventaja el que acelera con una velocidad inicial que aquel que parte del reposo.

Ahora veremos un caso muy sencillo de aplicación del movimiento uniformemente acelerado, la caída libre.

Caída Libre. Movimiento bajo la acción de la fuerza de gravedad.

La **fuerza gravedad** en la tierra, tiene el efecto de atraer hacia ella los cuerpos que poseen masa, además tiene una característica interesante, la aceleración producida por la fuerza de la gravedad se mantiene casi constante sobre la superficie. A nivel del mar la fuerza de la gravedad tiene un valor de 9,80665 m/s^2 [18], para efectos prácticos se suele tomar este valor como 9,8 m/s^2, e inclusive para cálculos sencillos se toma hasta de 10 m/s^2. La **fuerza de gravedad** se representa por la letra **g**.

La fuerza de la gravedad en un sistema de referencia como la tierra, actúa de arriba hacia abajo, es decir que la dirección de la aceleración en las caídas libres, es de la forma,

$$\mathbf{a} = -\mathbf{g} \text{ ; sobre el eje } \mathbf{Z}$$

Esta ecuación tiene bastante información:

- El movimiento se realiza a lo largo de la dirección " ***k*** " , es decir sobre el eje **Z**. A lo largo de los otros ejes no actúa la aceleración de la gravedad.

- El signo negativo nos indica que la dirección del vector aceleración es de arriba hacia abajo, ó mejor aún, del lado positivo del eje **Z** al lado negativo.

- La magnitud del vector aceleración de la gravedad es: **g** = 9,8 m/s^2.

De esta forma las ecuaciones más generales que gobiernan el movimiento bajo la acción de la gravedad son,

$$y(t) = y_0 + v_{0_y} t - \frac{1}{2} g t^2,$$

$$v_y(t) = v_{0_y} - gt.$$

De nuevo, estas ecuaciones contienen mucha información y las vamos a describir cuidadosamente:

- Para expresar estas ecuaciones se ha usado, de forma explícita, la posición en función del tiempo, **y**(t), y la velocidad en función del tiempo $\mathbf{v_y}$(t). Esta es una notación muy común cuando se está hablando de movimientos a lo largo de un eje determinado.

- En la primera ecuación, el término $\mathbf{y_0}$ es la posición inicial, es decir la ubicación que tenía el objeto que estamos estudiando en un tiempo t = 0. Esta posición puede ser cero, por ejemplo cuando tomamos como origen del sistema de coordenadas el suelo para estudiar el movimiento de un cohete. O puede ser diferente de cero cuando estudiamos la caída de un paracaidista desde un avión.

- El termino $\mathbf{v_{0y}}$ es la velocidad inicial del movimiento. Dependiendo de la situación estudiada este término puede ser cero o no ser cero. Por ejemplo cuando estudiamos el lanzamiento de un cohete espacial la velocidad inicial es cero, ya que el cohete parte del reposo. Pero si estudiamos el movimiento del mismo cohete pero tomamos el tiempo inicial t = 0 en un momento cuando el cohete ya ha iniciado su movimiento, entonces su velocidad inicial será diferente de cero.

- El signo negativo, en el término que afecta la aceleración, nos está diciendo que la dirección de la aceleración se hace de arriba para abajo, en un marco de referencia en el cual el eje aumenta hacia arriba y disminuye hacia abajo. El inicio del sistema de coordenadas se suele colocar en el piso.

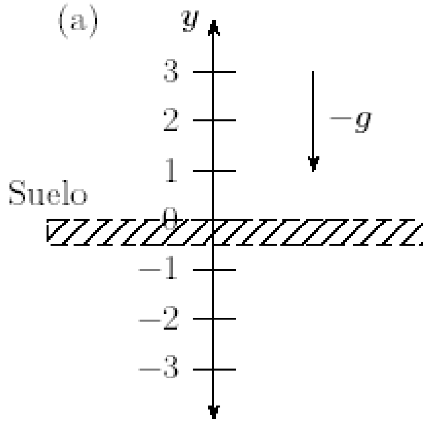
- La magnitud de la aceleración es **g** = 9,8 m/s^2, sin embargo se ha utilizado el símbolo **g**, esto hace que nuestras ecuaciones de movimiento y velocidad sean muy generales. Si deseamos describir el movimiento en otro planeta, basta con conocer la aceleración de la gravedad y colocar su valor adecuado en **g**.

- El signo de la gravedad **−g**, depende de la elección del sistema de coordenadas. En este caso elegimos un sistema en el cual la gravedad apunta hacia abajo y el sistema de coordenadas aumenta hacia arriba.

Ejemplo: Caída libre.

Vamos a suponer que dejamos caer una piedra desde una altura inicial de 10 metros, ¿cuál es la ecuación que describe el movimiento?, ¿cuál es la ecuación que describe la velocidad?, ¿cuánto tiempo demora en caer la piedra? y al llegar al suelo ¿cuál es la velocidad de caída?. Se recomienda también hacer una gráfica de velocidad contra tiempo y desplazamiento contra tiempo.

Generalmente cuando se trabaja con la gravedad, se elige un sistema de coordenadas en el que la gravedad es negativa.



Para elaborar correctamente las ecuaciones realizamos el siguiente análisis:

- La gravedad posee un signo negativo, es decir $-\mathbf{g} = -9{,}8\text{m/s}^2$.

- La posición inicial se encuentra a 10 metros sobre el suelo, es decir que $\mathbf{y_0} = 10$. Vamos a utilizar unidades de metros.

- La velocidad inicial es cero, es decir $\mathbf{v_{0y}} = 0$.

Con lo anterior nuestras ecuaciones de movimiento y velocidad toman la forma,

$$\begin{aligned} y(t) &= 10 - \frac{1}{2}gt^2 = 10 - \frac{9{,}8}{2}t^2 \\ v_y(t) &= -gt = -9{,}8t. \end{aligned}$$

Para hallar el tiempo de caída utilizamos primera ecuación, ya que sabemos que cuando caiga la piedra se encontrará en el suelo, es decir $\mathbf{y}(t) = 0$. Despejamos entonces el tiempo,

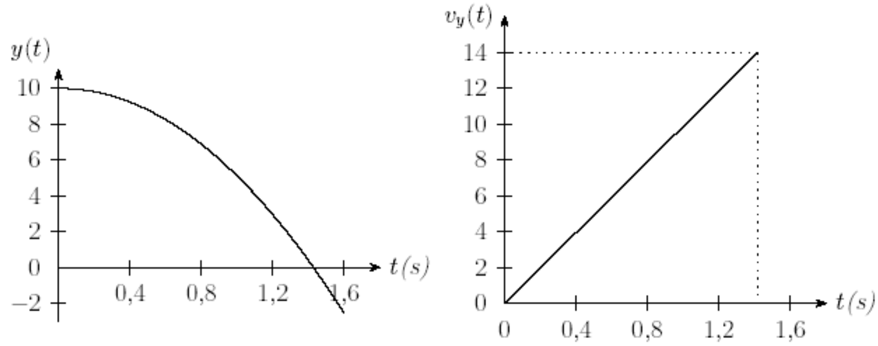
$$\begin{aligned} 0 &= 10 - \frac{9{,}8}{2}t^2 = 10 - 4{,}9t^2 \\ 10 &= 4{,}9t^2 \\ \frac{10}{4{,}9} &= t^2 \\ t &= \sqrt{\frac{10}{4{,}9}} = 1{,}42\,(s), \end{aligned}$$

de esta forma el tiempo de caída es de 1,42 segundos. Con este tiempo podemos hallar la velocidad con la que el objeto llega al suelo, utilizando la segunda ecuación.

$$\mathbf{v}(t=1{,}42s) = -9{,}8(m/s^2) \times 1{,}42(s) = -14(m/s)$$

El signo negativo nos indica que la velocidad se dirige hacia abajo. En esta última parte se ha incluido entre paréntesis las dimensiones de las cantidades involucradas, para ver que al final las unidades de la velocidad son las correctas, es decir metros sobre segundo.

Las gráficas que se obtiene para el desplazamiento y la velocidad se muestran a continuación:



A la izquierda tenemos la gráfica de desplazamiento contra tiempo. Como se espera de un movimiento uniformemente acelerado, la gráfica es una parábola. El movimiento comienza en 10 metros, y es cero en t = 1,4 segundos, a partir de allí los valores en la posición son negativos, ya que se encuentra en la región negativa del eje de coordenadas.

En principio esto no tiene sentido ya que en **y** = 0 es el piso y la piedra es allí donde se detiene, por lo tanto la parte negativa de la curva no existe.

A la derecha se observa la gráfica de velocidad contra tiempo, esta corresponde a una línea recta, debido a que el movimiento es uniformemente acelerado. Solo se ha graficado la velocidad hasta el tiempo t = 1,42 segundos, ya que allí la piedra choca contra el suelo y se detiene.

5. MOVIMIENTO EN DOS O MÁS DIRECCIONES

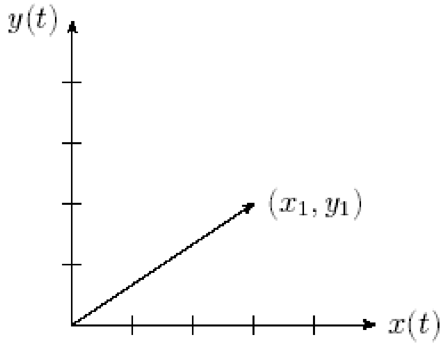
En la vida real, el movimiento de un objeto se realiza en un plano, y de manera más general en el espacio. Para una partícula moviéndose en el plano debemos especificar su posición mediante dos coordenadas,

$$\mathrm{r}(t) = [x(t), y(t)] \quad \text{ó} \quad \mathrm{r} = (x, y).$$

En tres coordenadas lo que tenemos es un vector de tres componentes,

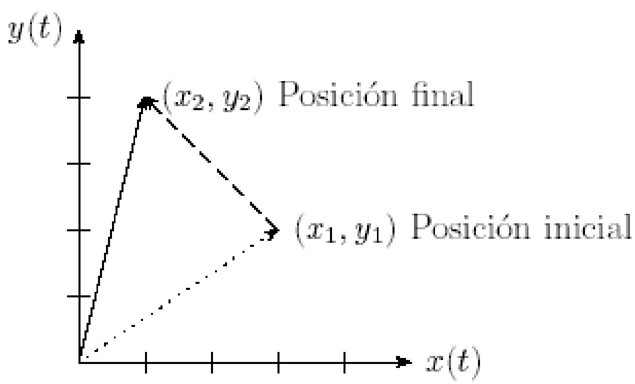
$$\mathrm{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)] \quad \text{ó} \quad \mathrm{r} = (x, y, z).$$

Esta notación es lo que se denomina parametrización, en la cual un conjunto de variables, (***x***, ***y***) en este caso, es puesto en términos de otra variable, (t). Para un sistema bidimensional, un plano, tenemos una representación de la siguiente forma:



Esta vez estamos graficando de manera simultánea los ejes **X** y **Y**. Se debe tener mucho cuidado en no confundir esta representación con la de distancia contra tiempo. En este caso lo que tenemos es ya una representación del movimiento que puede efectuar un cuerpo sobre el plano **X** contra **Y**. Nuestro vector indica que la posición en la que se encuentra nuestro objeto bajo estudio está a 3 unidades en el eje **X** y 2 unidades en el eje **Y**.

Ahora vamos a suponer que el objeto se mueve a la posición (1,4). Gráficamente esto se puede representar como,



El vector punteado representa la posición inicial, el vector continuo representa la posición final, la distancia recorrida se representa por el vector con líneas. Este vector es la resta del vector posición final menos el vector posición inicial,

$$\mathbf{\Delta r} = \mathbf{r}_{final} - \mathbf{r}_{inicial} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1).$$

La distancia total recorrida es,

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Lo anterior es equivalente a tomar dos ecuaciones independientes, una para el eje **X** y la otra para el eje **Y**,

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_2 - x_1 = x(t_2) - x(t_1) \\ \Delta y &= y_2 - y_1 = y(t_2) - y(t_1). \end{aligned}$$

Ya empezamos a ver por que es importante el estudio del movimiento en una dimensión, ya que los movimientos en múltiples dimensiones se pueden descomponer en movimientos unidimensionales.

Si el movimiento se realiza en un tiempo Δt, la velocidad en un movimiento bidimensional es de la forma,

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \\ \mathbf{v} &= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t} \right) \\ \mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right) \\ \mathbf{v} &= (v_x, v_y). \end{aligned}$$

Nuevamente fijémonos que el vector velocidad está compuesto por las dos ecuaciones escalares,

$$\begin{aligned} v_x &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ v_y &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \end{aligned}$$

De la misma manera podemos generalizar para un vector en tres coordenadas. De manera general obtenemos para la velocidad,

$$
\begin{array}{lll}
\mathrm{v} = & v_x & \text{Espacio unidimensional.} \\
\mathrm{v} = & (v_x, v_y) & \text{Espacio bidimensional.} \\
\mathrm{v} = & (v_x, v_y, v_z) & \text{Espacio tridimensional.}
\end{array}
$$

Utilizando los vectores unitarios, el vector velocidad tridimensional es de la forma,

$$\frac{d\mathrm{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}.$$

Se observa entonces, que es más cómodo escribir $\mathrm{v} = \frac{d\mathrm{r}}{dt}$, que cualquiera de las ecuaciones para un espacio particular. Cuando se está trabajando en espacios multidimensionales, los vectores proporcionan una muy cómoda forma de efectuar cálculos y notaciones.

De la misma forma la aceleración simplemente es,

$$
\begin{array}{lll}
\mathrm{a} = & a_x = \frac{dv_x}{dt} & \text{Espacio unidimensional.} \\
\mathrm{a} = & (a_x, a_y) = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}\right) & \text{Espacio bidimensional.} \\
\mathrm{a} = & (a_x, a_y, a_z) = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}\right) & \text{Espacio tridimensional.}
\end{array}
$$

ó en una notación más reducida,

$$\frac{d\mathrm{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dv_z}{dt}\hat{\mathrm{k}}.$$

El movimiento en tres dimensiones es una generalización del movimiento en una dimensión.

Para un sistema uniformemente acelerado tenemos tres ecuaciones para el desplazamiento en función del tiempo,

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_{0_x} t + \frac{1}{2} a_x t^2, \\ y(t) &= y_0 + v_{0_y} t + \frac{1}{2} a_y t^2, \\ z(t) &= z_0 + v_{0_z} t + \frac{1}{2} a_z t^2. \end{aligned}$$

Las cuales pueden ubicarse en un vector desplazamiento de la forma (**x**(t), **y**(t), **z**(t)). Y tenemos tres ecuaciones para la velocidad en función del tiempo,

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_{0_x} + a_x t, \\ v_y(t) &= v_{0_y} + a_y t, \\ v_z(t) &= v_{z0} + a_z t. \end{aligned}$$

Las cuales pueden ubicarse en un vector velocidad de la forma ($\mathbf{v_x}$(t), $\mathbf{v_y}$(t), $\mathbf{v_z}$(t)).

El movimiento unidimensional es una clase particular del movimiento tridimensional, en el cual, el vector desplazamiento puede ser de la forma,

(**x**(t), 0, 0),

y el vector velocidad puede ser de la forma,

($\mathbf{v_x}$, 0, 0).

En este caso es más cómodo solo tratar las componentes diferentes de cero, como se vio en la sección anterior.

A continuación desarrollaremos un ejemplo más general de movimiento, el cual se realizará bajo un campo gravitatorio.

Ejemplo: Movimiento en un campo gravitatorio.

De manera general, el movimiento gravitatorio se efectúa en tres dimensiones.

Vamos a colocar nuestro sistema de coordenadas con los siguientes requisitos:

- El eje **Z** estará dirigido hacia arriba, de manera que el vector aceleración sea de la forma,

$$\mathbf{a} = -g\hat{\mathbf{k}} = (0, 0, -g).$$

- El origen de nuestro sistema de coordenadas está en el suelo.
- El objeto posee una posición inicial dada por el vector,

$$\mathbf{r_0} = (x_0, y_0, z_0)$$

- El objeto es lanzado en un tiempo t = 0, con una velocidad inicial,

$$\mathbf{v} = (v_{ox}, v_{oy}, v_{oz}),$$

es decir que posee componentes de velocidad en los tres ejes.

Bajo las anteriores condiciones las ecuaciones de movimiento en los tres ejes son,

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_{0_x} t \\ y(t) &= y_0 + v_{0_y} t \\ z(t) &= z_0 + v_{0_z} t - \frac{1}{2} g t^2. \end{aligned}$$

Uno de los hechos más notables, es ver que el movimiento se puede descomponer por ejes o dimensiones, las cuales son fácilmente tratables.

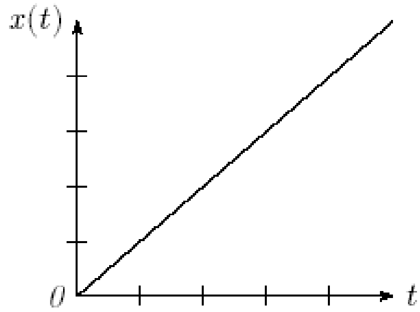
Sin perder generalidad podemos hacer $\mathbf{r_0}$ = (0, 0, 0), y suponer que la velocidad $\mathbf{v_{OY}}$ = 0, de esta forma las ecuaciones de movimiento son ahora,

$$\begin{aligned} x(t) &= v_{0_x} t \\ z(t) &= v_{0_z} t - \frac{1}{2} g t^2. \end{aligned}$$

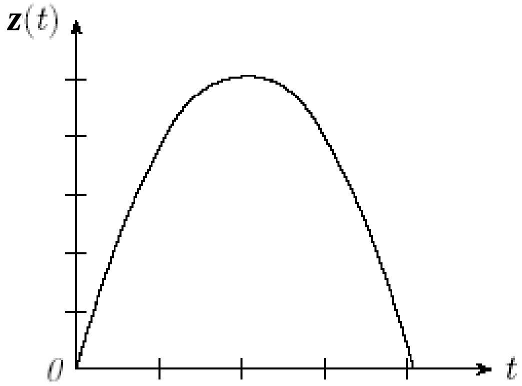
Es decir que el movimiento se realiza en el plano **XZ**.

Respecto a las ecuaciones de movimiento podemos decir que:

- En el eje **X** el movimiento es a velocidad constante. La gráfica de distancia contra tiempo es de la forma:

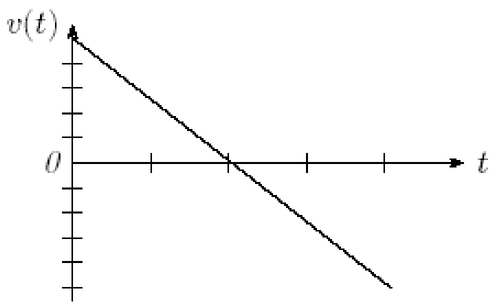


- En el eje **Z** el movimiento es uniformemente acelerado, y la gráfica de desplazamiento contra tiempo es de la forma,



En el eje **Z** el objeto parte con una velocidad diferente de cero y sube, pero la fuerza de la gravedad lo va frenando, hasta que llega un punto en el cual comienza a bajar, y su velocidad cambia de dirección, retornando de nuevo al suelo. Esto no ocurre en el movimiento en el eje **X**, en el cual el objeto siempre se aleja del origen.

A continuación vamos a graficar la velocidad del objeto **v**(t)



Se observa que en todo momento la velocidad está disminuyendo, hasta que llega un punto en el cual la velocidad es cero, este punto es precisamente el punto en el cual el objeto alcanza la altura máxima y a partir de allí la velocidad se vuelve negativa, es decir que hay un cambio en la dirección de la velocidad.

Desde cuando el objeto es lanzado, hasta que alcanza su altura máxima, la velocidad es positiva, es decir que el objeto se dirige hacia arriba.

Cuando alcanza su altura máxima la velocidad es cero, y el objeto empieza a caer haciendo que ahora la dirección de movimiento sea hacia el lado negativo, por lo cual la velocidad es negativa.

¿Como es el movimiento del objeto?, el movimiento resultante, es decir el que nosotros vemos, es una combinación del movimiento en el eje **X** y el movimiento e el eje **Z**.

Para ello utilizamos las ecuaciones de cada eje,

$$\begin{aligned} x(t) &= v_{0_x} t \\ z(t) &= v_{0_z} t - \frac{1}{2} g t^2. \end{aligned}$$

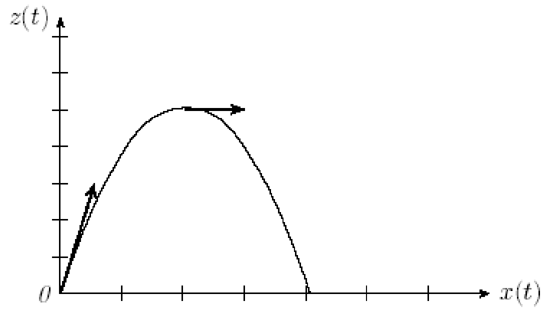
Despejamos el tiempo de la primera ecuación y obtenemos,

$$t = \frac{x(t)}{v_{0_x}},$$

ahora lo reemplazamos en la segunda ecuación y obtenemos el desplazamiento en el eje **Z** como función del desplazamiento en el eje **X**,

$$z = \frac{v_{0_z}}{v_{0_x}} x - \frac{g}{2 v_{0_x}^2} x^2.$$

Esta es la ecuación de una parábola, y su gráfica es de la forma,



Sobre esta ecuación es importante realizar las siguientes observaciones:

- Debido a su comportamiento, hace que el lanzamiento en un campo gravitatorio sea también llamado **movimiento parabólico**.

- Se denomina también **ecuación de trayectoria**, ya que nos está indicando como es el movimiento en el espacio real. Es ampliamente utilizada como primera aproximación en balística y en la descripción de movimiento de proyectiles libres de fricción del aire.

- No se deben confundir las gráficas de trayectoria con las de desplazamiento contra tiempo. A pesar de que las dos dan parábolas la información física es distinta. En una gráfica de desplazamiento contra tiempo estamos representando la evolución del movimiento en un eje con respecto al tiempo. En una gráfica de trayectoria estamos representando las posiciones que seguiría un objeto en el espacio físico real. La información es muy diferente.

Para finalizar este tema, se van a presentar una serie de relaciones muy útiles a la hora de estudiar la cinemática de movimientos acelerados. Estas relaciones se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 4. Ecuaciones para movimientos acelerados

relación	parámetro no involucrado
$x - x_0 = \frac{v_0+v}{2}t$	a = aceleración
$v = v_0 + at$	$x - x_0$ = desplazamiento
$x - x_0 = v_0 + \frac{1}{2}at^2$	v velocidad final
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t = intervalo de tiempo

6. ALGUNAS APLICACIONES DE LA CINEMÁTICA

Ejemplo: Disparo de una bala.

Una bala se dispara verticalmente hacia arriba alcanzando una altura de 1900 metros.

a) ¿ Cuál es la velocidad inicial de la bala ?

b) ¿ Cuánto tiempo permanece la bala en el aire ?

c) ¿ A qué altura se encuentra la bala 30 segundos después del lanzamiento?

Solución:

a) La bala está sometida a la acción de la gravedad. Cuando llega a la máxima altura posible su velocidad es cero. Utilizando una de las relaciones de la tabla anterior, obtenemos con **a** = **−g**,

$$\begin{aligned} 1900\,m &= \frac{0^2 - v_0^2}{2(-9{,}8\,m/s^2)} \\ v_0^2 &= 2(-9{,}8\,m/s^2)(1900\,m) \\ v_0 &= 193\,m/s \end{aligned}$$

En la vida real, la velocidad inicial de un proyectil está por encima de los 600 m/s, para que pueda alcanzar esa altura, ¿ cuál es la razón ? Lo anterior se debe a que se ha despreciado el efecto de la fricción sobre la bala. Más adelante se verá que la fuerza de fricción ejerce una muy importante acción sobre los cuerpos. Sin embargo en algunos de los cálculos la despreciamos.

b) Para encontrar el tiempo de vuelo del proyectil se puede considerar un movimiento en caída libre, y se intentará averiguar el tiempo que tarda el proyectil en caer 1900 metros, luego este tiempo se multiplicará por dos, ya que el tiempo de subida es igual al tiempo de bajada.

$$\begin{aligned} y &= v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \\ t &= \sqrt{\frac{2y}{g}} \\ t &= \sqrt{\frac{2 \times (-1900\,m)}{-9{,}8\,m/s^2}} = 19{,}7\,s \end{aligned}$$

por lo tanto el tiempo de vuelo del proyectil es dos veces el tiempo de caída libre.

$$t_v = 39{,}4\,s.$$

En la ecuación anterior se ha considerado la velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ = 0. Recordemos que esta es una característica del movimiento en caída libre. También hemos utilizado valores negativos para la distancia, −1900m, y para la aceleración −9,8m/s^2. Esto se debe al sistema de referencia que hemos escogido para analizar nuestro movimiento.

El movimiento de caída libre se inicia en cero para el eje **Y** y luego cae hacia valores negativos hasta −1900 metros; de la misma forma el valor negativo en la aceleración se debe a que la aceleración tiene como efecto hacer que los objetos caigan, es decir, que se vayan hacia valores negativos del eje **Y**.

c) Para hallar la altura alcanzada a los 30 segundos después del disparo, utilizamos la velocidad inicial, $\mathbf{v_0}$ = 193 m/s, la cual corresponde a un vector dirigido en sentido positivo del eje **Y**.

$$\begin{aligned} y &= v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \\ &= (193 m/s)\,(30\,s) + \frac{1}{2}(9{,}8\,m/s^2)(30\,s)^2 \\ &= 1380\,m \end{aligned}$$

A los treinta segundos el cuerpo esta cayendo, después de alcanzar su altura máxima.

Ejemplo. Una partícula en el plano **X-Y**, describe un movimiento tal, que su posición **r** en función del tiempo, está dada por,

$$\mathrm{r} = (2+3t)\hat{\mathrm{i}} + (3t-5t^2)\hat{\mathrm{j}} = ((2+3t),(3t-5t^2)).$$

r está en metros.

Encuentre:

a) Su velocidad en un tiempo t.

b) Su aceleración en un tiempo t.

c) La posición, velocidad y aceleración iniciales.

d) La posición, velocidad y aceleración, 5s después de iniciado el movimiento.

Para el desarrollo de las anteriores preguntas tenemos:

a) La velocidad de la partícula es,

$$\begin{aligned}
\mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} \\
&= 3\hat{\mathbf{i}} + (3 - 10t)\hat{\mathbf{j}} \\
&= (3, 3 - 10t)m/s
\end{aligned}$$

Nótese que en el eje **X** la velocidad es constante, mientras que en el eje **Y** la velocidad varía con el tiempo.

b) La aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo.

$$\begin{aligned}
\mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} \\
\mathbf{a} &= -10\hat{\mathbf{j}} \\
&= (0, -10)
\end{aligned}$$

En este caso la aceleración es una constante en el eje **Y**, y es aproximadamente igual a la aceleración de la gravedad. Además va dirigida hacia el eje negativo.

c) La posición, velocidad y aceleración iniciales se determinan para t = 0,

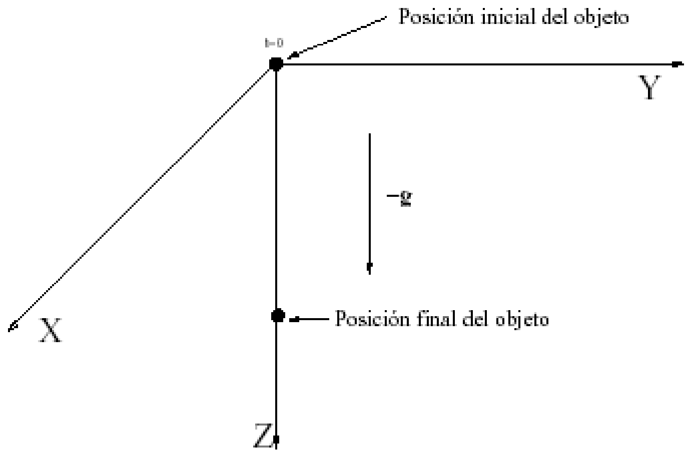
$$\begin{aligned}
\mathbf{r}(0) &= 2\hat{\mathbf{i}} = (2, 0)m \\
\mathbf{v}(0) &= 3\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} = (3, 3)m/s \\
\mathbf{a} &= -10\hat{\mathbf{j}} = (0, -10)m/s^2
\end{aligned}$$

d) La posición, velocidad y aceleración para t = 5 s,

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}(5) &= 17\hat{\mathbf{i}} - 110\hat{\mathbf{j}} = (17, -110)m \\
\mathbf{v}(0) &= 3\hat{\mathbf{i}} - 47\hat{\mathbf{j}} = (3, -47)m/s \\
\mathbf{a} &= -10\hat{\mathbf{j}} = (0, -10)m/s^2
\end{aligned}$$

Ejemplo. Describa el movimiento de un cuerpo que inicialmente está en reposo y luego se deja caer libremente.

En la siguiente figura se muestra el gráfico que podemos asignar para este ejemplo.



La velocidad inicial del cuerpo es nula, y se van a despreciar los efectos de resistencia del aire. También se va a suponer que el cuerpo se encuentra inicialmente en el origen del sistema de coordenadas, y de esta forma al caer lo hace hacia la dirección negativa del eje **Z**.

Tenemos entonces que:

- La velocidad inicial es cero, $\mathbf{v_{0z}} = 0$.

- En los otros ejes, **X** y **Y**, no hay movimiento, ya que esta es una caída libre simple. Por lo tanto no nos interesará el movimiento a lo largo de otros ejes.

- La posición inicial $\mathbf{z_0} = 0$.

- Las ecuaciones de movimiento que podemos utilizar son,

$$\begin{aligned} v_z &= -gt \\ z &= -\frac{1}{2}gt^2 \\ v_z^2 &= -2gz \end{aligned}$$

Estas ecuaciones permiten evaluar la posición **z** y la velocidad $\mathbf{v_z}$, para cada tiempo.

- Utilizando **g** = 9,8 m/s^2 obtenemos la siguiente tabla:

Tabla 5. Datos del Ejercicio.

Tiempo (s)	Distancia (m)	Velocidad (m/s)
0	*0*	*0*
1	*-4.9*	*-9.8*
2	*-19.6*	*-19.6*
3	*-44.1*	*-29.4*
4	*-78.4*	*-39.2*
5	*-122.5*	*-49.*
6	*-176.4*	*-58.8*
1	*-240.1*	*-68.6*
8	*-313.6*	*-78.4*
9	*-396.9*	*-88.2*
10	*-490.*	*-98.*

- Los signos negativos en los valores de desplazamiento y velocidad en la anterior tabla se deben a que el vector velocidad posee una dirección negativa, como ya se ha indicado.

Ejemplo. Un lanzador de béisbol puede impartir una velocidad máxima a una bola de 120 Km/h. Determinar la máxima altura a la que puede lanzar verticalmente la bola.

Para la solución de este problema el primer paso es convertir la velocidad a unidades que podamos manejar fácilmente, para ello hacemos un cambio a metros/segundo.

$$\begin{aligned} 120\frac{km}{h} &= 120\frac{1000\ metros}{3600\ segundos} \\ &= 33{,}3m/s. \end{aligned}$$

Ahora podemos utilizar las ecuaciones de movimiento.

Cuando la bola alcance su altura máxima la velocidad de la misma será cero. Utilizando una de las ecuaciones de cinemática de movimientos acelerados, tenemos,

$$\begin{aligned} v_{0_z}^2 &= 2gz \\ z &= \frac{v_{0_z}^2}{2g} \\ z &= \frac{(33{,}3m/s)^2}{2 \times 9{,}8m/s^2} \\ z &= 56{,}5m. \end{aligned}$$

Entonces la altura máxima que alcanzará una bola al ser lanzada verticalmente hacia arriba es igual a 56,5 metros.

TALLER EXPERIMENTAL: Cinemática del movimiento unidimensional.

El movimiento más sencillo de analizar es el unidimensional, y fue el primer movimiento estudiado. Las cantidades de velocidad y aceleración son las primeras que podemos medir de forma inmediata. Durante el desarrollo del capítulo se introdujo el concepto de razón de cambio, y en esta experiencia lo vamos a utilizar.

En esta práctica se persiguen los siguientes objetivos:

- Familiarizar al estudiante con unidades de manejo de tiempo diferente al segundo.

- Registrar con la ayuda de cintas para la obtención de datos, cantidades como el desplazamiento y la velocidad como función del tiempo.

- Determinar el tipo de movimiento del objeto bajo estudio.

Cuestionario

¿Cómo se suele medir el tiempo en las carreras de fórmula 1?.

¿Cómo es usual medir la distancia en un carro?.

¿Cuáles son las unidades de medida para la distancia, la velocidad y la aceleración más utilizadas en Colombia?.

¿Por qué es importante unificar las unidades de medida a nivel mundial?.

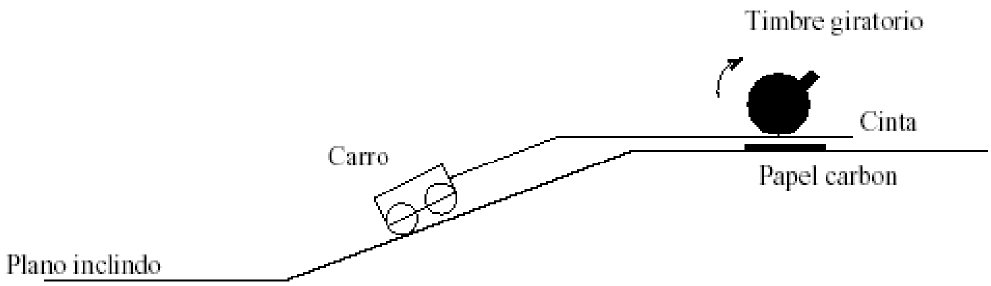
Cuando dejamos rodar un carro por una pendiente ¿Cómo es el movimiento: a velocidad constante ó acelerado?.

La experiencia

Los materiales a utilizar serán:

- Timbre registrador.
- Cinta de papel o de tela de 2cm de grosor y de aproximadamente 2m de largo.
- Papel carbón.
- Plano inclinado.
- Carrito de juguete.

La disposición de los materiales se muestra en la siguiente figura.



El timbre registrador es una rueda giratoria con un determinado tiempo de giro, que posee un piñón que deja una muestra cada vez que presiona la cinta contra el papel carbón. El carrito se desliza libremente por el plano inclinado halando la cinta. No hay presión alguna entre el timbre y la cinta, exceptuando cuando se deja la marca por la presión del carbón.

- Deje caer el carro por el plano inclinado a la vez que enciende el motor del timbre, el cual le dará la medida de tiempo. Observe el registro que obtiene en la cinta y conteste:

¿Se encuentran todos los puntos igualmente espaciados?, ¿por qué?.

¿Qué significa que todos los puntos se encuentren igualmente espaciados?.

¿Qué significa que todos los puntos no se encuentren igualmente espaciados?.

¿Permite el registro que se obtuvo en la cinta hacer una gráfica de posición contra tiempo?. Utilice como tiempo, el dado en unidades de las marcas del timbre.

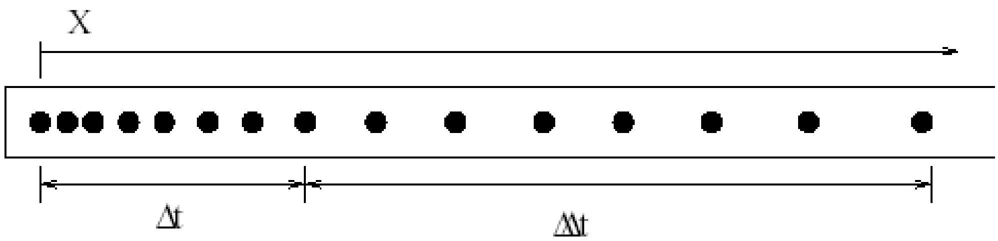
Haga la gráfica del punto anterior y describa el movimiento en cada parte de la gráfica.

¿Cómo fue el movimiento en su parte inicial?.

¿Cómo fue el movimiento en su parte final?.

Para hacer más precisión acerca del método de medición vamos a hacer lo siguiente:

- Escoja como intervalo de tiempo, Δt, de 8 a 10 marcas consecutivas del timbre sobre la cinta. Esto ya lo ha hecho anteriormente pero sólo con dos marcas consecutivas. Lo que va a obtener es algo como lo que mostramos a continuación:



- Con lo anterior haga una tabla de distancia contra tiempo.

- Utilizando la anterior tabla realice una gráfica de distancia contra tiempo.

- Haga una tabla de velocidad contra tiempo partiendo de las mediciones directas sobre la cinta.

- Observe las dos gráficas obtenidas y concluya acerca del tipo de movimiento presentado, distancia recorrida, velocidades y aceleraciones posibles.

Haga un análisis del movimiento utilizando lo estudiado en este capítulo.

EVALUACIÓN FINAL

1. ¿Cuál es la diferencia entre velocidad y rapidez?.

2. ¿Puede un cuerpo mantener su velocidad constante si cambia de dirección?.

3. ¿Puede un cuerpo mantener su rapidez constante si cambia de dirección?.

4. ¿Puede un cuerpo tener el vector velocidad en una dirección y el de aceleración en otra?

5. ¿Cuando camino desde mi casa hasta la tienda de la esquina tengo que moverme con aceleración?.

6. ¿Sobre la tierra la velocidad de caída de un objeto depende de su peso?.

7. ¿Desde que altura tiene que ser soltado un objeto para que demore 1 segundo cayendo?.

8. Un automóvil viaja en línea recta a una velocidad de 72 Km/h, se le aplican los frenos para reducir su velocidad de manera que la aceleración sea constante hasta 18 Km/h en 5 segundos. Hallar:

a) La aceleración del automóvil.
b) La distancia recorrida en los 5 segundos que dura frenando.
c) La distancia recorrida en los dos primeros segundos que dura frenando.
d) ¿En cuánto tiempo recorre 30 metros a partir del instante en el cual se le aplican los frenos?.

9. La lectura del velocímetro indica:

a) El módulo de la velocidad.
b) El módulo de la velocidad instantánea.
c) El vector velocidad.
d) El desplazamiento.

10. Con la lectura del cuentakilómetros de un automóvil se puede determinar:

a) Su desplazamiento.
b) La distancia total recorrida.

Además, si se conoce el tiempo transcurrido entre la lectura inicial y la final del cuentakilómetros se puede determinar:

a) Su desplazamiento.
b) Su rapidez.

11. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?:

a) Dos cuerpos que recorren la misma distancia, efectúan el mismo desplazamiento.
b) La distancia recorrida por un cuerpo es igual a la longitud de su trayectoria.
c) La velocidad instantánea y la velocidad media tienen la misma dirección.

d) La velocidad se define como espacio recorrido sobre tiempo.
e) La aceleración se define como la velocidad sobre el tiempo.

12. Una hormiga se mueve sobre una superficie plana con una aceleración constante $a = (2\hat{\imath} - \hat{\jmath})cm/s^2 = (2, -1)cm/s^2$. En t = 0 la hormiga se encuentra en el punto (−2, 1)cm con respecto al punto considerado como origen y lleva una velocidad $v_0 = -3\hat{\jmath}cm/s$.

a) ¿Cuáles son las ecuaciones vectoriales de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo?.
b) Halle la posición, velocidad y aceleración de la hormiga 5 segundos después de iniciado el movimiento.

13. El movimiento de un cuerpo que se desplaza en línea recta está dado por la ecuación,

$$x = \frac{1}{2}t^2 - 5t + 1,$$

x está dado en metros y t en segundos.

a) Halle las ecuaciones para la velocidad y la aceleración en función del tiempo.
b) Halle la posición, velocidad y aceleración del cuerpo en t=0.
c) ¿Se puede afirmar que se trata de un movimiento uniformemente acelerado?.
d) Haga una gráfica de distancia contra tiempo, velocidad contra tiempo y aceleración contra tiempo. ¿Qué puede concluir al respecto?.

PALABRAS CLAVES PARA BÚSQUEDA EN INTERNET

A continuación se presenta una serie de palabras útiles para la búsqueda en Internet. Las palabras se han probado en el buscador

http://www.google.com

No tienen ortografía dado que el buscador es universal, y porque en ocasiones va a tener que utilizar teclados que no tienen tildes o eñes.

curso cinematica, curso fisica, experimentos fisica, vectores matematica, conversion de unidades, experimentos fisica.

BIBLIOGRAFÍA Y CIBERGRAFÍA RECOMENDADA.

Se puede consultar al final del módulo, en BIBLIOGRAFÍA, la referencia completa del texto correspondiente a cada número, según el tema de interés.

- Fórmulas y tablas matemáticas en general [1].
- Mediciones y experimentos en cinemática [2, 26].
- Conversión de unidades [18].
- Cinemática general [7, 8, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Sitios de interés en la web:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4070002/index.html

http://www.fisicanet.com.ar/

http://www.fis.usb.ve/cursos/fisica1/

http://www.geocities.com/apuntesyejercicios/fisica.htm

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/fisica/

http://es.encarta.msn.com

CAPÍTULO 3. DINÁMICA Y ESTÁTICA

En este capítulo nos ocuparemos del estudio de la dinámica y de la estática, las cuales son las partes de la física que se encargan del estudio del movimiento buscando las causas que lo generan, ó que lo impiden.

Para ello necesitamos conocer y comprender las leyes de movimiento de Newton. Estas leyes son:

1. Ley de la Inercia.
2. Ley de la Fuerza (Fuerza = masa x aceleración)
3. Ley de la Acción y Reacción.

Una de las grandes ventajas que trajeron las leyes de Newton, fue el desarrollo de aplicaciones, lo que ha derivado en el desarrollo de tecnología que ha permitido elevar el nivel de vida de las naciones. En la actualidad las leyes de Newton se siguen utilizando ampliamente en diversos campos, y gran parte del avance social conseguido por países industrializados se debe a un uso intensivo de la ciencia y la tecnología.

En este capítulo, entonces, definiremos conceptos de importancia como el de fuerza, campo gravitatorio, fuerza gravitatoria y peso. Se presentarán también diversos ejemplos en los cuales se emplean a fondo las leyes de Newton, haciendo énfasis en fuerzas muy particulares y de gran importancia, como son: la gravedad y las fuerzas de fricción.

EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

- ¿Porqué cuando vamos dentro de un autobús y este frena bruscamente, somos empujados hacia adelante?.
- ¿Qué es la inercia?.
- ¿Qué hace cambiar la velocidad de un cuerpo?.
- ¿Cuál es la diferencia entre masa y peso?.
- ¿Qué es fuerza?.

- ¿Porqué es más difícil mover un objeto que pese una tonelada que uno que pese una libra?.

- ¿Porqué se mueven los planetas sin que nada los detenga?.

- Describa las fuerzas que actúan sobre una carreta que es tirada por un caballo.

- ¿Por qué al frotarnos las manos estas se calientan?.

- ¿Cuál es la fuerza gravitatoria que ejerce una esfera perfecta de masa M sobre un punto de masa m?.

- ¿Qué es un diagrama de fuerzas?.

1. LEYES DE NEWTON

Primera ley: La inercia.

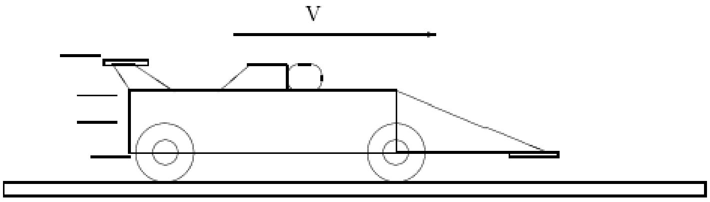
Una parte de las leyes de Newton proviene de la observación y otra parte de definiciones. Nosotros haremos una aproximación por medio de experimentos mentales, es decir, experimentos que haremos con nuestra imaginación.

Cuando vamos en un autobús y este frena, nosotros somos empujados hacia adelante, o por lo menos esa es nuestra percepción.

Revisemos que es lo que entendemos por **movimiento**. En general, siempre que decimos que algo se mueve implícitamente estamos diciendo: este objeto se mueve con respecto a este otro objeto.

Por ejemplo, cuando observamos una carrera de autos el movimiento se realiza con respecto a la pista, la cual, según nuestra impresión permanece inmóvil. Sin embargo la pista también se mueve, ¿como es posible que la pista de autos se mueva si yo la veo quieta?, bueno en realidad la pista y nosotros nos movemos con respecto al sol, hemos elegido la pista como sistema de referencia por que nosotros estamos quietos con respecto a ella. Y con este sistema de referencia es que estudiamos el movimiento y definimos velocidad, aceleración y todas estas cosas.

Cuando estamos observando una carrera de autos elegimos un sistema de referencia conveniente, de tal forma que sea fácil para nosotros medir los desplazamientos y velocidades involucradas en el sistema de estudio. Cuando decimos que un auto va a 150 Km/h, estamos afirmando que esta velocidad es con respecto a la pista, no con respecto al sol.



El sistema de referencia es un sistema de coordenadas que hemos elegido apropiadamente. Si por el contrario nosotros fuéramos dentro de carro de carreras, estaríamos interesados en sobrepasar a nuestros rivales. Entonces nuestro interés sería saber cual es la diferencia de velocidades entre el carro de adelante y el mío. Si la velocidad de el es mayor que la nuestra, es obvio que no lo vamos a poder rebasar, pero por el contrario si nuestra velocidad es mayor lo lograremos sobrepasar.

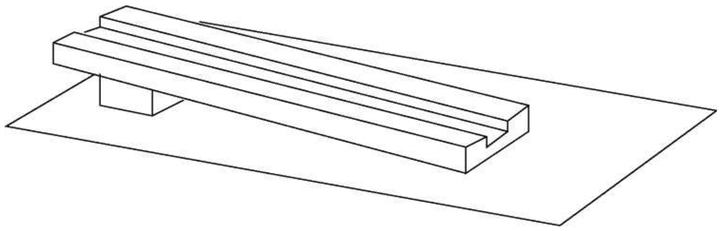
¿Qué pasa cuando el conductor frena bruscamente?. El espectador lo que ve es que la cabeza del conductor del carro de carreras sigue hacia adelante, y si pudiera medir la velocidad con la que sigue se daría cuenta de que va a la misma velocidad a la que iba el carro antes de frenar. Por supuesto, el piloto tiene que hacer un esfuerzo grande para mantener la cabeza en su sitio y no perder la concentración. Pero si nosotros fuéramos los pilotos de lo que sentiríamos es un fuerte empujón hacia adelante.

Lo que sucede es que cuando se va a velocidad constante hay una tendencia del cuerpo a seguir manteniendo esta velocidad, por lo tanto cuando tratamos de detener el cuerpo vamos a encontrar dificultad en pararlo. Por esta razón cuando vamos en un autobús y este frena, nuestro cuerpo tiene la tendencia a seguir en estado de movimiento en el cual se encontraba, como nuestro sistema de referencia es el autobús, cuando este frena nosotros sentimos que somos empujados hacia adelante, sin embargo en realidad lo que sucede es que continuamos en nuestro estado de movimiento, y somos nosotros mismos con ayuda de las sillas de adelante y nuestros brazos y piernas los que nos detenemos.

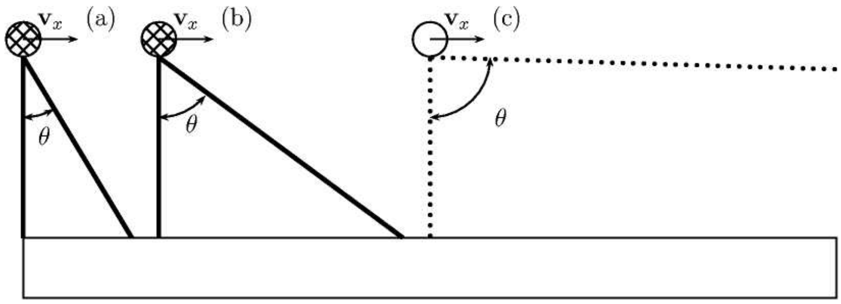
¿Cuando se detiene un cuerpo?, nuestra experiencia diaria nos muestra que todo cuerpo se detiene después de estar en movimiento. Cuando un carro se deja rodar sin acelerarlo este se detiene, cuando dejamos rodar por el suelo bolas de cristal estas terminan deteniéndose. Entonces ¿si todos los cuerpos se detienen es cierta la ley de la inercia?, es decir, que un cuerpo tiene la tendencia a mantenerse en movimiento.

En realidad, si nos fijamos más detalladamente, un cuerpo es detenido por influencias externas, el carro sufre una fricción con el pavimento y su maquinaria interna. Las bolas de cristal son detenidas por múltiples choques con las deformaciones del suelo.

Ahora realizaremos el siguiente experimento: suponga que se tiene una bola de cristal, y un plano inclinado como el de la siguiente figura:



El plano inclinado lo pulimos muy bien, de tal forma que aminoremos los choques de la bola con las imperfecciones de la superficie. Le damos una pequeña velocidad en la dirección x, de manera que la bola rodará hasta llegar al final, y entre mas largo sea el plano, el ángulo de inclinación será menor y la bola rodará más. ¿Qué pasará si el plano inclinado se hace infinitamente largo?, ¿se detendrá la bola de cristal si la superficie es perfectamente lisa y libre de fricción?. En los siguientes dibujos mostramos la situación.



En (a) el ángulo es menor que en (b), y en (c) suponemos un plano casi horizontal, de tal forma que $\theta \approx \pi/2$. Y a todas las bolas les damos una velocidad inicial solamente en el eje **X**.

La respuesta a nuestras dos preguntas es sorprendente, si el plano inclinado se pone horizontal y se le da una pequeña velocidad inicial ¡ la bola nunca se detendrá !, y seguirá con la misma velocidad inicial. Lo anterior sucederá si logramos eliminar completamente la fricción entre la bola y el plano.

¿Qué pasará si no le damos una velocidad inicial a la bola?, pues que la bola nunca se moverá, a menos que el plano deje de estar inclinado o algo lo empuje.

Este experimento fue realizado por Galileo Galilei, y fue el la primera persona que expresó esa sorprendente propiedad de los cuerpos denominada inercia.

Ley de la inercia: Todo cuerpo tiene la tendencia a permanecer en reposo, o a continuar en su movimiento a velocidad constante.

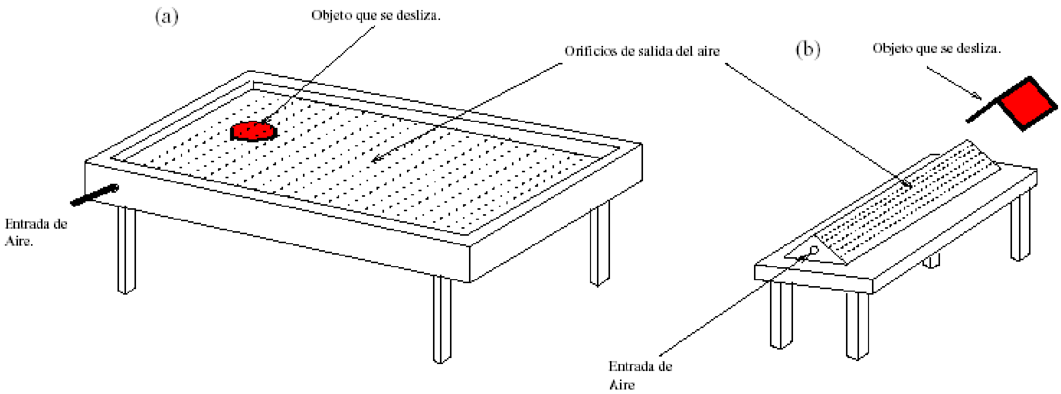
Segunda ley: La fuerza.

Para fundamentar esta segunda ley vamos a emplear un sistema aislado. Pero surge entonces la pregunta ¿qué es un sistema aislado? En principio un sistema aislado es un sistema libre de cualquier tipo de influencia externa, es decir, es un sistema en el cual un cuerpo nunca cambia su velocidad, o sea, es un sistema en el cual la aceleración es siempre cero para un objeto.

Existen realmente sistemas aislados?

El espacio exterior es un buen ejemplo de un sistema casi aislado. Los astronautas flotan el en espacio libre de fricción de casi cualquier tipo, y logran trabajar en sistemas, en muy buena aproximación, aislados. Cuando un astronauta arroja un objeto con una determinada velocidad, este continua casi sin variar su velocidad salvo por influencias externas como la gravedad de otros planetas y cuerpos con masa.

Sin embargo realizar experimentos en el espacio es un poco costoso. Sin embargo tenemos métodos muy ingeniosos para lograr aproximaciones a sistemas aislados. Uno de ellos es mediante un colchón de aire para mover objetos en una o dos dimensiones o en una dimensión. En la siguiente figura se aprecian dos ejemplos de colchones de aire: (a) bidimensional y (b) unidimensional, conocido también como riel de aire.

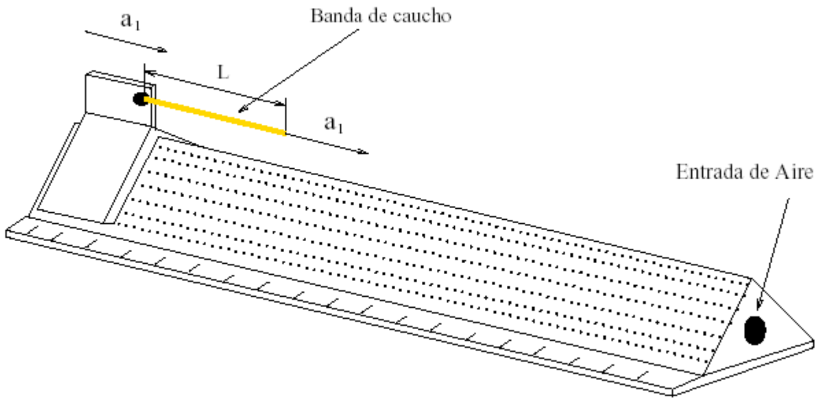


Ahora la pregunta es ¿qué hace cambiar la velocidad? Ya sabemos que para cambiar la velocidad necesitamos variar o su dirección, o su magnitud o ambas características al tiempo También sabemos que la razón de cambio de la velocidad es la aceleración. Pero exactamente ¿que debemos hacer para que un objeto cambie su velocidad?. Para responder a esta pregunta debemos primero definir que es la masa.

La masa

Suponga que en el riel de aire, colocamos el móvil para que flote libremente, y luego le atamos una banda de caucho, de tal forma que al tirar del bloque por medio de la banda de caucho, esta banda mantenga una longitud constante. Si pudiéramos medir la velocidad durante el recorrido nos daríamos cuenta que esta velocidad aumenta uniformemente con el tiempo, es decir que el movimiento se realiza a aceleración constante.

En la siguiente figura mostramos el experimento que planteamos en el anterior párrafo.



Es muy importante mantener la distancia de la banda de caucho siempre constante, es decir L.

Ahora colocamos mayor masa en el objeto que se mueve sobre el riel de aire. Y nuevamente movemos el objeto con la ayuda de la banda de caucho, procurando mantener la misma distancia de alargamiento en la banda de caucho. Lo primero que notamos es que es mas difícil de mover el objeto, por que tiene mas materia y por la ley de la inercia ahora podemos afirmar que entre mas materia tenga un cuerpo mas difícil será cambiar su velocidad, es decir, será mas difícil acelerarlo.

La aceleración depende de una propiedad del objeto que llamaremos masa, y que está relacionada con la cantidad de materia que tiene un cuerpo. Nuestro objetivo es obtener una definición y una medida de lo que denominamos masa. Vamos a decir que el primer objeto sobre el riel posee una masa que llamaremos m1, y va a ser nuestro patrón de medida, y a esa masa le vamos a asignar la aceleración producida cuando se tira con nuestra banda de caucho manteniendo estirada la banda una distancia determinada L.

Ahora tomaremos el segundo objeto sobre el riel que posee una cantidad diferente de materia, diremos que tiene una masa m_2, y la compararemos con el primer objeto, para ello tomamos de nuevo nuestra banda y movemos el objeto de manera que la distancia en la banda sea la misma distancia que utilizamos en el primer objeto. Medimos la aceleración producida sobre el objeto, a_2, y de esta forma definimos la masa del objeto como,

$$m_2 = m_1 \frac{a_1}{a_2}$$

De la anterior definición de masa podemos decir:

Para obtener esta definición necesitamos una masa patrón m1.

Lo que distingue a una masa de otra es la razón a_1/a_2, ya que el experimento podría realizarse utilizando diferentes medidas en el caucho, y sin embargo la razón de estas dos aceleraciones permanece igual. Es decir que la masa es independiente de la interacción externa, esta es una característica de los objetos.

La función del caucho es realizar una interacción cuyo objetivo es cambiar la velocidad del objeto bajo estudio. Por lo tanto una interacción puede cambiar la velocidad de un objeto.

La definición de masa es una definición operacional, es decir que se debe a experimentos, y no a abstracciones. Sin embargo tácitamente estamos asumiendo que sabemos que es distancia y que es tiempo.

La fuerza

Ahora podemos definir que es una fuerza, y para ello diremos que la razón por la cual la banda de caucho acelera un objeto es por que está realizando una fuerza sobre el, es decir que:

La función de una fuerza es cambiar la velocidad de un objeto.

Por lo tanto, siempre que un objeto cambia de velocidad es por que sobre el actúa una fuerza.

Por los razonamientos de la anterior sección podemos también decir que:

La masa de un objeto es independiente de la fuerza que sobre el se ejerza.

De esta manera la fuerza tiene dos componentes importantes:

- La masa del cuerpo al cual se le está cambiando la velocidad.

- La aceleración, ya que la función de la fuerza es cambiar la velocidad del objeto.

Sabemos también que la fuerza que necesito para mover un objeto muy masivo es mayor que para uno con baja masa, por lo tanto la fuerza es proporcional a la masa.

$$\text{Fuerza} \sim \text{masa}$$

Y entre mas masa tenga un objeto, al utilizar la misma fuerza, la aceleración es menor. Es decir que la masa es inversamente proporcional a la aceleración producida por una misma fuerza.

$$(\text{ Fuerza / Aceleración }) \sim \text{masa}$$

De esta forma llegamos a nuestra definición de fuerza: para una masa *m* a la cual se le está cambiando su velocidad con una aceleración **a**, se le está ejerciendo una fuerza de,

$$\mathbf{F} = m\,\boldsymbol{a}$$

De esta ecuación podemos decir,

La fuerza es un vector, ya que es el producto de una cantidad escalar, la masa, y una cantidad vectorial, la aceleración.

La fuerza es directamente proporcional a la aceleración, un objeto acelerado a **2a** necesita una fuerza 2 veces mayor que la del mismo objeto acelerado por **a**.

La unidad estándar de la fuerza es el **newton** (N). La masa se debe medir en kilogramos (Kg) y la aceleración en m/s^2, por lo cual

$$1N = Kg\ m / s^2 .$$

Un newton es la fuerza requerida para mover un kilogramo de materia a una aceleración de 1 metro sobre segundo al cuadrado (1 m/s^2).

Al ser la fuerza una cantidad vectorial obedece al denominado principio de superposición. Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, la fuerza total es la suma vectorial de estas fuerzas. Nuevamente se ve el poder de los vectores. Cuando tengamos un problema en el cual se vean involucradas muchas fuerzas podemos estudiar cada una de las fuerzas por separado sin que esto cambie el resultado real del problema.

La fuerza es mas que una definición o un concepto abstracto, la fuerza proviene de interacciones entre los sistemas, y nunca se ha encontrado la existencia de una aceleración sin una interacción. Cuando hablamos anteriormente de sistema aislado, nos referíamos realmente a un sistema libre de cualquier tipo de interacción y fuerza.

Existen varios tipos de fuerzas que son muy importantes: la fuerza de la gravedad, la de fuerza de Coulomb (fuerza eléctrica), la fuerza de fricción, entre otras.

Ejemplo. Un vehículo de transporte tiene 6000 kilogramos de masa, y se mueve con una aceleración de 4 m/s^2. La magnitud de la fuerza necesaria para lograr dicha aceleración es,

$\mathbf{F} = m \times \mathbf{a}$
$\mathbf{F} = (6000\ kg) \times (4\ m/s^2) = \ 24000\ N$

Ejemplo. Se deja caer un coco de 1 Kg desde una altura de 12 metros, y la masa se detiene después de penetrar en la tierra una distancia de 0.12 metros.

¿ Qué fuerza actúa sobre el coco durante la caída?.

¿ Cuál es el valor de la aceleración necesaria para detener el coco ?, se le denomina desaceleración cuando el resultado neto de la aceleración es dejar el cuerpo en reposo.

¿ Cual es el valor de la fuerza de frenado ?

Vamos a tomar $\mathbf{a} = -\mathbf{g} = 9{,}8 m/s^2$, de esta forma:

a) La caída es libre, y no tomaremos en cuenta el efecto de la fricción.

$$\begin{aligned} F &= m \times a \\ &= (1kg) \times (-9{,}8m/s^2) \\ &= -9{,}8\,N. \end{aligned}$$

El signo menos indica que la dirección de la fuerza es dirigida hacia abajo.

b) La velocidad de caída de la masa es de,

$$\begin{aligned} v_y^2 &= v_{0_y}^2 - 2g(y - y_0) \\ &= 2 \times (-9{,}8\, m/s^2)(0 - 12)m \\ &= 235{,}2\, m/s^2 \\ v_y &= 15{,}3\, m/s \end{aligned}$$

La desaceleración que experimenta la masa es

$$\begin{aligned} a &= \frac{-v_y^2}{2(y - y_0)} \\ &= \frac{-235{,}2 \frac{m^2}{s^2}}{2(-0{,}12 - 0)m} \\ &= 980\, m/s^2 \end{aligned}$$

c) La fuerza retardante ó de frenado es:

$$\begin{aligned} F_r &= m \times a \\ &= 1\, kg \times 980\, m/s^2 \\ &= 980\, N \end{aligned}$$

La fuerza de frenado es 100 veces mas grande que la fuerza ejercida por la tierra durante su caída. Esto se debe a que la masa tiene una velocidad inicial diferente de cero, lo que hace que se necesite mas fuerza para detener la masa.

La tercera ley: Acción y reacción

La gran mayoría de nosotros hemos jugado a tirar por equipos una cuerda en sentidos contrarios hasta que alguno de los dos equipos suelta la cuerda y el equipo ganador cae estrepitosamente en la dirección en la que estaban ejerciendo una fuerza. Hay momentos antes de la caída del equipo ganador en los cuales a pesar de que los equipos están haciendo fuerzas contrarias simplemente no hay movimiento, pero hay fuerza, la razón de lo anterior nos la dan los vectores, dos fuerzas de igual magnitud pero de sentido contrario dan como resultado una fuerza total igual a cero.

Ahora supongamos que en lugar de dos equipos, solo tenemos un equipo y la cuerda está atada a un poste, el cual se encuentra firmemente clavado al suelo. Nuevamente la cuerda está quieta, pero el equipo está realizando una fuerza. Concluimos que el poste ejerce también una fuerza contraria que impide que la cuerda se mueva.

Todo cambio en la velocidad es producido por una fuerza, y a su vez esta fuerza es producida por la interacción entre dos sistemas. La tercera ley de Newton establece que las fuerzas siempre aparecen en pares, si un sistema a ejerce una fuerza $\mathbf{F_a}$ sobre un sistema **b**, el sistema **b** reacciona con una fuerza $\mathbf{F_b}$ sobre el sistema **a** de tal forma que las fuerzas cumplen

$$\mathbf{F_a} = -\mathbf{F_b}$$

De esta ecuación podemos apreciar:

- Las fuerzas son iguales en magnitud, $|\mathbf{F_a}| = |-\mathbf{F_b}|$
- Poseen direcciones contrarias, como se observa por el signo menos.
- No tienen ninguna dependencia con el tiempo, por lo cual podemos asegurar que la reacción del sistema **b** es instantánea.

Esta última apreciación no se cumple en la teoría de la relatividad, en donde toda interacción tiene una velocidad finita de propagación. Según la tercera ley de Newton, una interacción se propaga de manera instantánea.

Las fuerzas siempre aparecen en pares, es decir que al tener una acción realizada por una fuerza, de manera inmediata se produce una reacción, que es una fuerza en sentido contrario a la que se está ejerciendo.

La tercera ley de Newton es muy importante, ya que nos permite definir claramente cuando tenemos una interacción sobre un sistema. Suponga que tenemos una partícula aislada, es decir libre de interacciones e influencias externas, de pronto esta partícula empieza a acelerarse. Podemos concluir por medio de la tercera ley, que existe otro sistema que está ejerciendo una fuerza sobre nuestra partícula.

La tercera ley permite definir y encontrar nuevos tipos de interacciones.

Podemos enunciar la tercera ley como sigue:

Cuando sobre un objeto se está realizando la acción de acelerarlo por medio de una fuerza F_a, el objeto reacciona de manera inmediata ejerciendo una fuerza de igual magnitud y opuesta

Se empezará a pensar que lo que asegura la tercera ley es que no existe movimiento, ya que cuando la sumatoria de fuerzas es igual, entonces el objeto se encuentra inmóvil. Sin embargo vale la pena resaltar algunas observaciones al respecto,

El movimiento depende del sistema de referencia desde el cual se estudie.

La segunda ley de Newton, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, es válida para sistemas inerciales, es decir, sistemas que se mueven a velocidad constante con respecto a un observador.

La tierra es un buen sistema inercial para las observaciones que hacemos a diario.

Sin embargo vamos a aclarar que la tercera ley depende del sistema inercial que elijamos, y en ocasiones es algo difícil seleccionar un buen sistema inercial, inclusive en ocasiones se trabaja bajo sistemas que no son necesariamente inerciales. Para ampliar los conceptos al respecto de las tres leyes de Newton, vamos a mostrar algunas aplicaciones importantes en la próxima sección.

Las leyes de Newton están expresadas de manera muy simple, pero su significado es profundo. Es importante que se empiece a pensar de manera diaria en las observaciones realizadas en este capítulo.

Para concluir, mostraremos un ejemplo clásico entre la comunidad de físicos, acerca de las tres leyes de Newton.

Ejemplo: ¿Cómo hacer para que un caballo tire de una carreta?

Esta es la historia de un campesino y un caballo con enormes conocimientos de física. Un día el campesino ató una carreta al caballo, y le pidió al caballo que fuera al pueblo. El caballo se negó a avanzar diciendo:

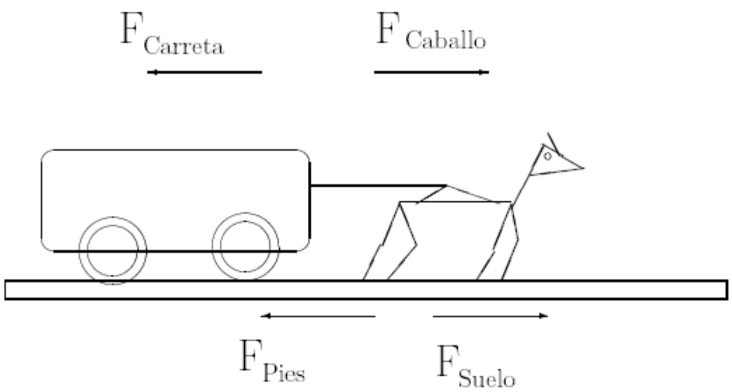
- Si yo ejerzo hacia adelante una fuerza $\mathbf{F}_{\text{caballo}}$, la carreta reaccionará de inmediato y ejercerá sobre mí una fuerza $-\mathbf{F}_{\text{carreta}}$, de tal manera,

$$\mathbf{F}_{\text{caballo}} = -\,\mathbf{F}_{\text{carreta}}$$

y por lo tanto yo no avanzaré nada.

El campesino sorprendido se puso a reflexionar deprisa y llegó a la conclusión que el caballo tenia razón, sin embargo todos los días veía a otros campesinos con sus caballos tirando de sus respectivas carretas, lo cual lo intrigaba, ya que si el caballo tenia razón entonces los demás caballos violaban las leyes de Newton.

Sin embargo después de un poco de reflexión le llevó el siguiente dibujo al caballo.



Y le dijo:

- Efectivamente tu haces una fuerza sobre la carreta y esta te responde con una fuerza opuesta, pero la fuerza que tu haces la hacen tus piernas sobre el suelo, esta fuerza $\mathbf{F}_{\text{pies}}$ es dirigida hacia atrás, y de manera instantánea el suelo ejerce una fuerza hacia adelante de la misma magnitud pero en dirección contraria, $\mathbf{F}_{\text{sue}}\text{l}_{\text{o}}$, como el suelo está firmemente atado a la tierra tu tratas de empujar a la tierra hacia atrás, y a su vez la tierra te empuja hacia adelante.

Como la tierra tiene una gran masa, posee también una gran inercia y va a ser muy difícil que la muevas, pero como tu masa es tan pequeña, comparada con la de la tierra, tu si te moverás, debido a que la tierra te empuja hacia adelante.

Por lo tanto te vas a mover tu y la carreta por efecto de que la tierra te empuja, te vas a mover con respecto a la tierra, que es lo que me interesa. Y tu movimiento será por que la tierra te empuja hacia adelante, por lo tanto no te preocupes que la que te esta empujando es la tierra.

El granjero llegó a la conclusión que las leyes de Newton si se cumplen, pero que debe tener especial cuidado de seleccionar un sistema inercial.

El ejemplo anterior es interesante, porque muestra como a diario cuando caminamos estamos empujando la tierra hacia atrás, pero dada la magnitud de la masa de la tierra es ella la que termina empujándonos a nosotros hacia adelante.

¿Te imaginas que pasaría si la naturaleza no respetara la tercera ley?.

2. CÓMO ANALIZAR PROBLEMAS CON AYUDA DE LAS LEYES DE NEWTON

En su vida profesional, se va a ver abocado a realizar análisis del comportamiento de un sistema, el flujo del agua, el movimiento de una máquina, la manera como debe simular el movimiento de un objeto.

En general deberá siempre apelar al uso de las leyes de Newton. En esta sección trataremos de dar una serie de indicaciones de cómo puede atacar problemas por medio de estas leyes. Sin embargo esta no es una manera estricta de resolver los problemas, existen muchas formas y entre más conozca mejor será la solución a los problemas.

Las leyes de Newton están expresadas por medio de ecuaciones matemáticas sencillas, ó por medio de expresiones también sencillas, sin embargo sus significados son profundos. Vamos a enunciarlas de nuevo a continuación:

1. Todo objeto que posea masa tiene una tendencia natural a permanecer en reposo o mantener su velocidad constante.

2. Un objeto cambia su velocidad por efecto de una fuerza, que es proporcional a su masa. ($\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$)

3.Toda acción que cambie la velocidad de un cuerpo, la cual es causada por otro sistema, tiene como efecto inmediato producir una reacción en sentido opuesto sobre el sistema que produce la acción.

Recordemos que las leyes de Newton son válidas en sistemas inerciales, es decir, sistemas que se encuentran en reposo o a velocidad constante con respecto a un observador.

Ahora vamos a enunciar algunos pasos básicos en la solución de un problema.

1. Tome el sistema y mentalmente divídalo en pequeños subsistemas que pueda tratar como puntos con masa. Las leyes de Newton son válidas para estos puntos con masa, y el dividir el sistema le ayudará a entender mejor el problema.

2. Dibuje el diagrama de fuerzas para cada punto de masa. El diagrama de fuerzas le ayudará a entender el problema. Siempre haga un diagrama.

a) Represente al cuerpo por un simple punto o un símbolo.

b) Dibuje un vector de fuerzas en la masa por cada fuerza actuando en él. Solamente dibuje las fuerzas actuando sobre el cuerpo, no las fuerzas que el cuerpo ejerce sobre otros cuerpos. De acuerdo a las leyes de Newton únicamente las fuerzas actuando sobre el cuerpo son las que realizan el movimiento.

3. Introducir un sistema de coordenadas. El sistema de coordenadas en el cual se coloquen los puntos y vectores debe ser inercial, en el caso del caballo podemos elegir como sistema inercial el suelo, y atamos un sistema de coordenadas a este. Se realiza la suma de fuerzas sobre el cuerpo y se iguala a,

$$\mathbf{F}_{\text{Total}} = \sum_{i}^{n} \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}_{resultante}$$

En donde:

$\mathbf{F}_{\mathbf{Total}}$ es la fuerza total sobre el cuerpo.

Cada $\mathbf{F}_{\mathbf{i}}$ es cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

m es la masa del cuerpo.

a es la aceleración total producida sobre el cuerpo.

Como el resultado es un vector podemos estudiar componente por componente, y observar el movimiento en cada uno de los ejes.

4. Si dos cuerpos se encuentran en un mismo sistema, y ellos interactúan entre si, siempre se debe tener presente la tercera ley de Newton. Es decir que si dos cuerpos interactúan en un mismo sistema, la fuerza entre ellos es de igual magnitud, pero de dirección opuesta. Esta relación debe ser puesta de manera explícita.

5. En ocasiones los cuerpos están restringidos a moverse en direcciones particulares, por ejemplo en un movimiento circular, o en una dimensión. Esto da lugar a la aparición de ecuaciones de ligadura, las cuales aparecen desde el mismo planteamiento del problema.

Por ejemplo en el caso de movimiento unidimensional sabemos que las aceleraciones de los otros dos ejes son iguales a cero, ya que el cuerpo no se mueve en las otras dos direcciones, en este caso,

$$\mathbf{a_x} = 0 \qquad \mathbf{a_y} = 0$$

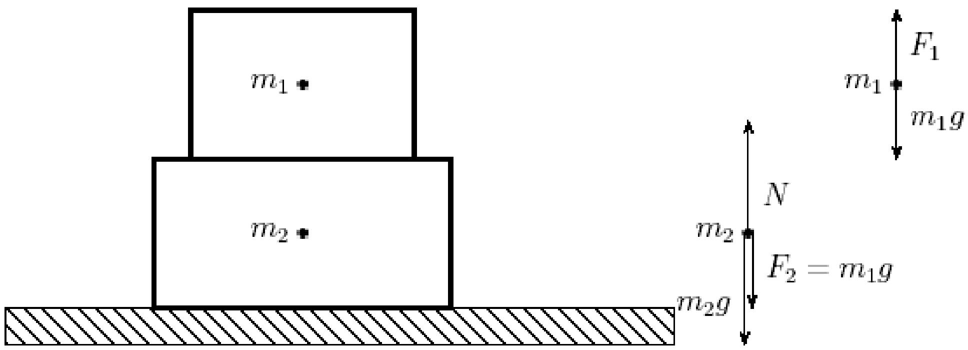
6. Por último, cuando tenemos todas las ecuaciones, tenemos que verificar que el número de ecuaciones sea igual al número de incógnitas. Este es un teorema del álgebra que se aprende en la secundaria y que no debemos olvidar.

La física tiene mucho que ver con resolver enigmas. Cada experimento que se realiza es una pregunta que se le hace a la naturaleza, debemos formular las preguntas precisas, para obtener respuestas que nos den una buena idea de como se comporta la naturaleza.

La mejor forma de aprender a utilizar los conceptos anteriores es mediante ejemplos, los cuales vamos a desarrollar a continuación.

Ejemplo. Diagrama de fuerzas sobre dos bloques.

Se tienen dos bloque de madera, uno de masa m_1 y el otro de masa m_2, tales que $m_1 < m_2$. Los bloques están uno sobre el otro tal y como se muestran a continuación.



A la derecha del dibujo de los bloques se han colocado los diagramas de fuerzas de cada uno de los objetos.

Vamos a realizar una serie de observaciones respecto a la figura.

- El movimiento real es en tres dimensiones, pero solamente estamos graficando en una dimensión. Ya que solo nos interesa el movimiento vertical. También podríamos haber dibujado las fuerzas en los otros dos ejes, pero de lo que nos daríamos cuenta es que las fuerzas son cero, ya que las aceleraciones en los respectivos ejes **X** y **Y** son $\mathbf{a_x} = 0$ y $\mathbf{a_y} = 0$, estas son las ecuaciones de ligadura del problema.

- El sistema inercial de referencia es el suelo, ya que con respecto a este es que se están analizando los movimientos realizados por los bloques.

- Para el diagrama de fuerzas de m_2, tenemos que sobre el bloque actúa la fuerza de la gravedad, $m_2\mathbf{g}$, la cual va en dirección negativa.

- La otra fuerza que actúa sobre el bloque m_2 es el peso del bloque de masa m1, este hace una fuerza dada por $\mathbf{F}_2 = m_1\mathbf{g}$, y es también en dirección negativa. De esta forma hacia abajo el bloque m_2 está haciendo una fuerza total sobre el suelo de,

$$F_{Total\ de\ m_2\ sobre\ el\ suelo} = m_1\mathrm{g} + m_2\mathrm{g} = (m_1 + m_2)\mathrm{g}.$$

Hemos notado el vector gravedad de la forma $\mathrm{g} = -9{,}8m/\mathrm{s}^2\hat{\mathrm{k}},$ es decir de una magnitud de 9.8 m/s^2 y en dirección negativa del eje z, hacia abajo.

- Como el bloque m2 se encuentra en reposo, por la tercera ley de Newton, el suelo ejerce una fuerza de igual magnitud y en sentido contrario al de esta fuerza. Esta es la llamada **fuerza normal**, que es una reacción del suelo sobre los objetos. La fuerza normal suele ser denotada por la letra **N**, de manera que la fuerza normal es,

$$\begin{aligned} \mathrm{N} &= -(m_1 + m_2)\mathrm{g} \\ \mathrm{N} &= (m_1 + m_2)|\mathrm{g}|\hat{\mathrm{k}}. \end{aligned}$$

Es decir que la fuerza normal tiene un valor de (m_1 + m_2) × 9,8m/s^2, y una dirección positiva en el eje z, apunta hacia arriba, por lo cual se opone al peso de los dos bloques.

Al realizar la suma de fuerzas sobre el bloque de masa m_2 tenemos,

$$\begin{aligned} Suma\ total\ de\ fuerzas\ sobre\ m_2 &= Masa\ total \times aceleración \\ m_1\mathrm{g} + m_2\mathrm{g} + \mathrm{N} &= (m_1 + m_2)\mathrm{a}_z \\ (m_1 + m_2)\mathrm{g} + \mathrm{N} &= (m_1 + m_2)\mathrm{a}_z \\ (m_1 + m_2)\mathrm{g} - (m_1 + m_2)\mathrm{g} &= (m_1 + m_2)\mathrm{a}_z \\ 0 &= \mathrm{a}_z(m_1 + m_2). \qquad (\end{aligned}$$

La aceleración para el bloque de masa m_2 es igual a cero, como ya lo sabíamos ya que se encuentra en reposo.

- Analicemos ahora el diagrama de fuerzas para el bloque de masa m_1. Sobre él actúa su peso $m_1\mathbf{g}$ hacia abajo, y la fuerza $\mathbf{F}_1$ que hace el bloque de masa m_2 sobre m_1 como reacción por esta fuerza, es decir,

$$\mathbf{F}_1 = -m_1\mathbf{g}.$$

$\mathbf{F}_1$ tiene la misma magnitud del peso de la masa m_1, $m_1\mathbf{g}$, pero dirección contraria, es decir va hacia arriba.

- Como el cuerpo se encuentra en reposo tenemos que la suma total de fuerzas es,

$$\begin{aligned} m_1\mathbf{g} + \mathbf{F}_1 &= m_1 a_y \\ m_1\mathbf{g} - m_1\mathbf{g} &= m_1 a_y \\ 0 = \mathbf{a}_y(m_1) & \end{aligned}$$

Esta ecuación se denomina: **ecuación de movimiento del cuerpo**. Nos indica que respecto a un sistema inercial de referencia los bloques de madera tienen una velocidad constante, o nula en nuestro caso.

Por último, recuerde que estamos trabajando con vectores (fuerza y aceleración), es decir, cantidades que nos indican una magnitud y una dirección. En algunos textos es usual encontrar que al trabajar en una dimensión no usan la notación explícita de los vectores, sin embargo utilizan los signos. Debemos asociar entonces que los signos nos indican la dirección de los vectores.

En ejemplos posteriores utilizaremos una notación libre de vectores, sin embargo no se debe olvidar que las cantidades estudiadas son vectores.

Fuerza gravitacional y peso

La más conocida y usual de las fuerzas es la **gravitatoria**. La fuerza de la gravedad actúa sobre cuerpos que poseen masa, y es atractiva.

Newton formuló la ley de la gravedad en el año 1684, el mismo año que publicó sus leyes de movimiento. La gravedad fue el primer gran triunfo de las leyes de movimiento de Newton. Además, por medio de las leyes de Newton se pudo derivar las leyes de Kepler sobre el movimiento de los planetas en el espacio.

De acuerdo con la ley de gravedad de Newton,

dos partículas se atraen mutuamente con una fuerza dirigida a lo largo de una línea que pasa por sus centros. La magnitud de la fuerza es directamente proporcional al producto de las masas de las partículas, e inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que separan las partículas.

El anterior párrafo tiene una expresión matemática sencilla. Para una partícula b, de masa m_b, la magnitud de la fuerza $|\mathbf{F_b}|$ que siente por la atracción de una partícula a, con masa m_a, es

$$|\mathbf{F}_b| = \frac{G\, m_a\, m_b}{r^2}$$

Los términos involucrados en la anterior ecuación son:

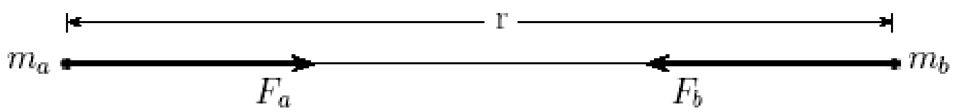
$|\mathbf{F_b}|$: Magnitud de la fuerza de atracción sobre la partícula b.

G : Constante universal de proporcionalidad y es llamada **constante gravitacional**, posee un valor $G = 6{,}673(10) \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s}$, reportada en la bibliografía [18], el numero entre paréntesis hace referencia al error. La primera medición experimental la hizo Cavendish en 1771 usando una balanza de torsión. Se ha encontrado experimentalmente que esta constante es igual para todos los materiales conocidos, por esta razón se le denomina universal.

m_a : Masa de la partícula a, la cual ejerce la atracción.

m_b : Masa de la partícula b, la cual es atraída.

r : Es la distancia que hay entre los centros de las partículas.



Hasta ahora solo hemos hablado de la magnitud de la fuerza, ahora hablaremos de su dirección. La fuerza gravitacional entre dos partículas es de carácter central (a lo largo de la línea recta que une los centros) y atractiva, como se muestra en el dibujo anterior. Por convención se introduce el vector $\mathbf{r_{ab}}$, que representa un vector que va desde la partícula que ejerce la fuerza, la partícula a, hasta la partícula que experimenta la fuerza, la partícula b.

De manera que se cumple que,

$$|\mathbf{r}_{ab}| = r.$$

Usando el vector unitario,

$$\hat{\mathbf{r}}_{ab} = \frac{\mathbf{r}_{ab}}{r},$$

tenemos,

$$\mathbf{F}_b = -\frac{G\, m_a\, m_b}{r^2}\hat{\mathbf{r}}_{ab}$$

Esta es la expresión más general que describe la fuerza de la gravedad.

El peso

Se define el peso como la fuerza que siente una masa cerca de la superficie de la tierra. De esta forma el peso de una masa m cerca de la superficie tiene la forma funcional,

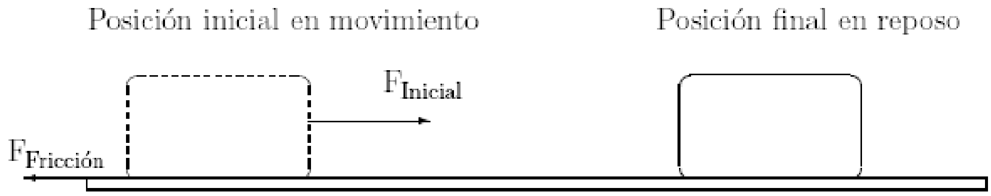
$$\mathbf{F} = -\frac{G\, M_e\, m}{R_e^2} = m\mathbf{g}$$

La unidad del peso en el sistema internacional (MKS) es el **newton**. Un newton es la fuerza que siente una masa de un kilogramo acelerada un metro sobre segundo al cuadrado,

$$1 \text{ newton} = 1kg\frac{1m}{1s^2} = 1\frac{kg\, m}{s^2}$$

3. FUERZA DE FRICCIÓN

La fuerza de fricción es una fuerza que se opone al movimiento de los cuerpos que se encuentran en contacto con una superficie, y es denominada también fuerza de contacto. Por ejemplo, al lanzar un bloque de madera sobre una mesa, el bloque se detiene después de cierta distancia recorrida. Esto se debe a que el movimiento del bloque sobre la mesa origina una fuerza en dirección contraria al movimiento, como resultado final tenemos la detención del cuerpo.



Las fuerzas de rozamiento entre el objeto y la superficie provienen de interacciones intermoleculares entre las dos superficies, y su descripción exacta es complicada.

En la realidad todos los objetos están formados por moléculas, que son agregados de átomos, y la frontera de las superficies nunca es perfecta, sino que por el contrario presenta a nivel molecular pequeñas rugosidades. De manera que cuando dos superficies se unen lo que tenemos es que su real superficie de contacto corresponde a pequeñas rugosidades provenientes de las deformaciones moleculares. Cuando dos superficies se tocan están intercambiando continuamente moléculas y átomos, de forma que cuando ocurre un deslizamiento entre las superficies, lo que esta pasando es que moléculas y átomos se están intercambiando continuamente entre las superficies.

Debido a que el área efectiva de contacto es tan pequeña, la presión es muy grande. Se define presión como,

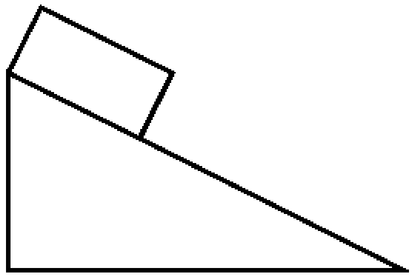
$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área}},$$

De la anterior ecuación podemos decir que la presión es grande debido a que la fuerza ejercida es el peso del objeto que se desliza, mientras que el área corresponde a las pequeñas regiones intermoleculares que se encuentran en contacto físico real. Estas regiones forman un área relativamente pequeña.

Como se ve, la descripción real de la fuerza de fricción es compleja, sin embargo es sencillo mostrar como actúan las fuerzas de fricción sin necesidad de recurrir a mecanismos complejos.

Experimentalmente se ha comprobado que la fuerza de fricción depende de la manera como se encuentra el cuerpo, y tenemos dos estados posibles,

a) Fuerza de fricción estática: esta se presenta cuando el cuerpo se halla en reposo, y explica la dificultad de que un cuerpo ruede por un plano inclinado. Como ejemplo se muestra a continuación la siguiente figura.



Experimentalmente se ha demostrado que la fuerza de fricción estática es directamente proporcional a la fuerza normal, **N**, que es la fuerza que ejerce la superficie sobre el cuerpo, y es perpendicular a la superficie de contacto. Matemáticamente se expresa como,

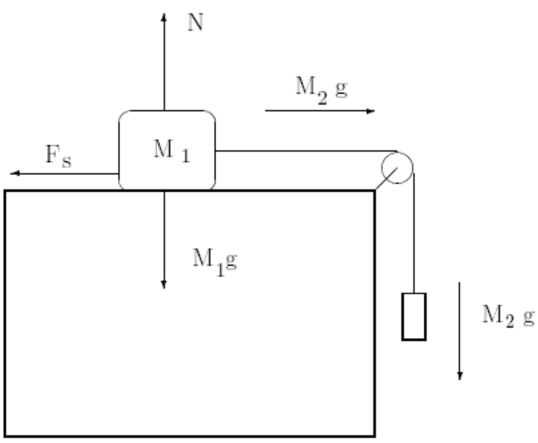
$$F_{\text{fricción estática máxima}} = \mu_s N$$

μ_s es llamado **el coeficiente de fricción estática**, su valor depende de los materiales que se encuentren en contacto, y es adimensional, es decir que no tiene unidades.

Pero ¿ cómo se puede medir el coeficiente de fricción estática ? Siempre que actué la fuerza de fricción estática máxima, el cuerpo se mantendrá en reposo. Al aplicarle gradualmente una fuerza que aumente, en el momento justo en el cual el bloque se empiece a mover, tenemos que ya no actúa la fuerza de fricción estática.

Este será el valor límite para la fuerza, y podemos sustituir esta fuerza en la ecuación, y despejar de allí el valor, conociendo previamente el valor de la fuerza normal **N**.

Un montaje experimental frecuentemente usado para ello es el siguiente,



En él se convierte la fuerza de gravedad vertical sobre un objeto de masa M_2, en una fuerza horizontal que actúa sobre el objeto de masa M_1. La masa M_2 se va variando paulatinamente, por ejemplo colocando más pesos, hasta que el objeto se mueva. Cuando esto último ocurre, podemos igualar la fuerza $\mathbf{F_s}$, que es la fuerza de fricción, con la fuerza $M_2\mathbf{g}$, de tal forma que,

$$\begin{aligned} F_s &= M_2 g \\ N\mu_s &= M_2 g \\ M_1 g \mu_s &= M_2 g \\ \mu_s &= \frac{M_2 g}{M_1 g} \\ \mu_s &= \frac{M_2}{M_1} \end{aligned}$$

Este valor es una característica de las superficies que entran en contacto.

El valor real de la fuerza de fricción es menor o igual al valor $\mathbf{F_s}$. Este es el valor límite al cual la fuerza de fricción estática es superada y el cuerpo empieza a moverse, si le aplicamos una fuerza inferior el objeto no se moverá.

b) Fuerza de fricción dinámica: esta fuerza se presenta durante el movimiento de los cuerpos que se deslizan sobre una superficie. También se le suele llamar fuerza de fricción cinética. La fuerza de fricción actúa en el plano de la superficie de contacto en la cual se mueve el objeto. De nuevo la forma funcional de la fuerza es proporcional a la fuerza normal, de forma que,

$$\mathrm{F}_{\text{fricción dinámica}} = \mu_d \mathrm{N}$$

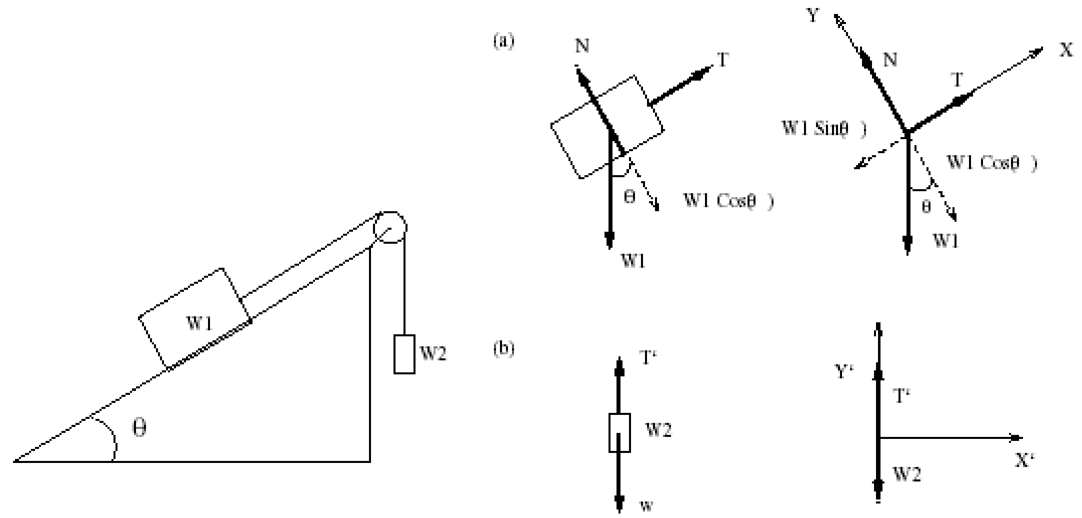
Se ha observado experimentalmente que la fuerza de fricción dinámica, que actúa sobre un cuerpo que se desliza, es menor que la máxima fuerza de fricción estática que puede soportar un cuerpo, $\mathbf{F_s}$. Es decir,

$$\mathrm{F}_d < \mathrm{F}_s$$

El coeficiente de fricción dinámica es también independiente de la velocidad de deslizamiento. Aunque en realidad esto no es tan cierto si se utiliza un rango muy amplio de velocidades. Sin embargo la aproximación de que es independiente de la velocidad es muy buena en caso de que se tenga un rango moderado de velocidades.

Ejemplo: Equilibrio en un plano inclinado.

Un objeto de peso $\mathbf{W_1}$ se sostiene en equilibrio en un plano inclinado que forma un ángulo de θ con la horizontal, con ayuda de un cuerpo suspendido de peso $\mathbf{W_2}$, una cuerda y una polea, como se muestra en la siguiente figura.



Encontrar la reacción normal **N** del plano inclinado contra el cuerpo de peso $\mathbf{W_1}$, y el peso del cuerpo $\mathbf{W_2}$ necesario para mantener el sistema en equilibrio.

En el lado derecho de la figura se muestran los sistemas en los cuales se ha subdividido el sistema principal. Tenemos (a) el sistema con el bloque de peso $\mathbf{W_1}$, este sistema se encuentra inclinado un ángulo θ con respecto a la horizontal. En (b) tenemos el bloque de peso $\mathbf{W_2}$. Tanto en (a) como en (b) se ha dibujado el sistema de referencia a utilizar. El sistema de (a) se ha puesto inclinado de tal forma que el bloque quede horizontal, se hace solo para efectos prácticos, y los resultados son iguales en cualquier sistema de coordenadas, ya que son sistemas inerciales.

Vamos a describir cada una de las fuerzas que actúan en cada diagrama.

En el diagrama (a) tenemos:

- El peso del objeto el cual es en magnitud $\mathbf{W_1}$ y tiene componentes en los ejes **X** y **Y**, dadas por,

$$\begin{aligned} W1_x &= -W1\sin(\theta) \\ W1_y &= -W1\cos(\theta) \end{aligned}$$

Los signos menos provienen de la dirección de las componentes. En el diagrama solo hemos colocado la magnitud de las componentes.

- La fuerza normal, **N**, producto de la respuesta del plano inclinado sobre el objeto. Esta fuerza es perpendicular al plano, y solamente la componente del peso perpendicular al plano será la que defina la normal. Como en este eje el objeto se encuentra en reposo la suma de las fuerzas es igual a cero,

$$\begin{aligned} -W1\cos(\theta) + N &= 0 \\ N &= W1\cos(\theta) \end{aligned}$$

Esta es la magnitud de la fuerza normal.

- La tensión, **T**, es decir la fuerza que ejerce la cuerda sobre el objeto, y que depende del peso del objeto que se encuentra colgado. Como el cuerpo está en reposo en el eje Y, la suma de fuerzas debe ser igual a cero y se encuentra que la magnitud de la tensión debe ser igual a la componente X del peso del objeto.

$$T - W1\sin(\theta) = 0$$

Esta es la magnitud de la tensión.

En el diagrama (b) tenemos:

- La tensión **T'** , ejercida por la cuerda sobre el objeto. La cuerda se supone inextensible, es decir, que no es un caucho y no se deforma con el peso del objeto. Además no ejerce fricción de ningún tipo ni con el plano ni con la polea, de manera que la magnitud de la fuerza de tensión sobre los dos cuerpos es la misma, es decir,

$$\begin{aligned} T' &= T \\ T' &= W1\sin(\theta) \end{aligned}$$

Y esta es la magnitud de la fuerza de tensión sobre el objeto.

- El peso del objeto $\mathbf{W_2}$. Como el objeto se encuentra en reposo tenemos que la suma de fuerzas debe ser igual a cero, por lo tanto,

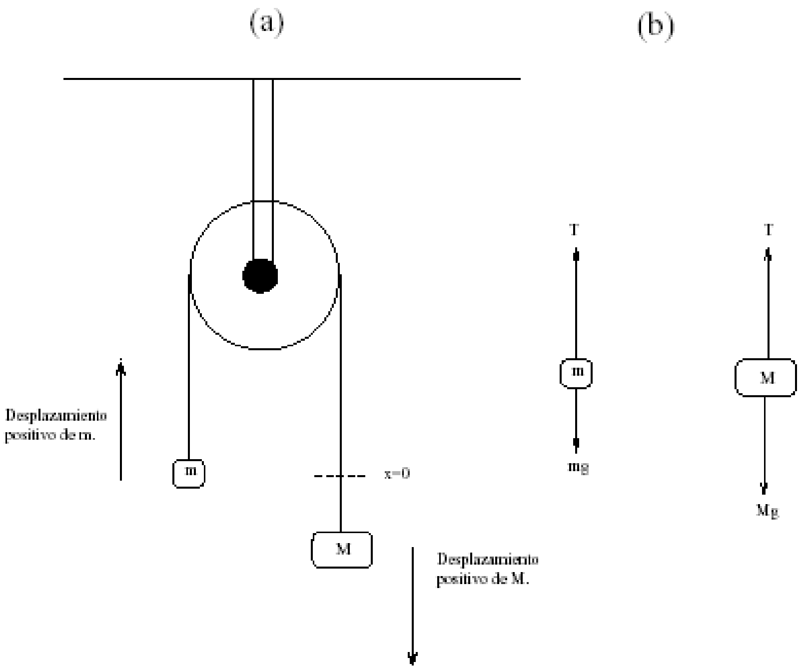
$$\begin{aligned} T' - W2 &= 0 \\ W1\sin(\theta) &= W2 \\ W1\sin(\theta) &= m_{W2}g \\ \frac{W1\sin(\theta)}{g} &= m_{W2} \end{aligned}$$

En donde m_{W2} es la masa del objeto de peso $\mathbf{W_2}$. Esta es la masa necesaria para mantener el objeto en reposo.

4. ALGUNAS APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

La Máquina de Atwood

Dos masas M y m están unidas mediante una cuerda que pasa sobre una polea, como se muestra en la figura.



Supóngase que M es mayor que m, que la cuerda no tiene masa y es inextensible, y que se puede despreciar la fricción y la inercia de la polea.

Nuestro objetivo es describir el movimiento del sistema y la tensión **T** de la cuerda.

Se considerará la dirección vertical hacia arriba como la dirección positiva del desplazamiento para m, y la dirección opuesta a la anterior como la dirección positiva de desplazamiento de M, es decir, para la masa pequeña m hacia arriba es el signo positivo, mientras que para la masa mayor M el valor positivo es hacia abajo.

Lo anterior parece una complicación, pero se hace con el objetivo de que exista concordancia entre el movimiento de la masa pequeña y la grande, de tal forma que cuando las masas se muevan tengan el mismo signo.

Como la cuerda es inextensible, la rapidez con la cual se mueve la masa m es igual a la rapidez de movimiento de la masa M, en caso contrario la cuerda se alargaría o acortaría. Si la rapidez de las dos masas es igual, el valor de sus aceleraciones también lo será. Aplicando la segunda ley de Newton al diagrama mostrado en la figura tenemos,

$$T - mg = ma$$

y también

$$-T + Mg = Ma$$

En donde **a** es la aceleración común de movimiento de las dos masas. Podemos sumar estas dos ecuaciones para eliminar la tensión **T**.

$$\begin{aligned} (M-m)g &= (M+m)a \\ a &= \left(\frac{M-m}{m+M}\right)g \end{aligned}$$

Y al sustituir este valor en la ecuación de la masa m, se obtiene,

$$T = m\left(\frac{M-m}{m+M}\right)g + mg$$

El aparato descrito se le conoce por máquina de Atwood y se utiliza para determinar con exactitud la aceleración de la gravedad. Objetos en caída libre recorren distancias fácilmente medibles en laboratorios, en intervalos de tiempo muy cortos que son muy difíciles de medir con precisión. Por lo tanto para realizar medidas precisas de **g** se debe diseñar una máquina que permita realizar las medidas de manera fácil.

Este equipo es la máquina de Atwood, si M y m son casi iguales, en la ecuación de aceleración, se puede ver que **a** puede hacerse tan pequeña como se desee.

Si M = m entonces **a** = 0. En la práctica los valores de M y m se eligen de tal forma que el valor final de la aceleración a sea fácilmente medible.

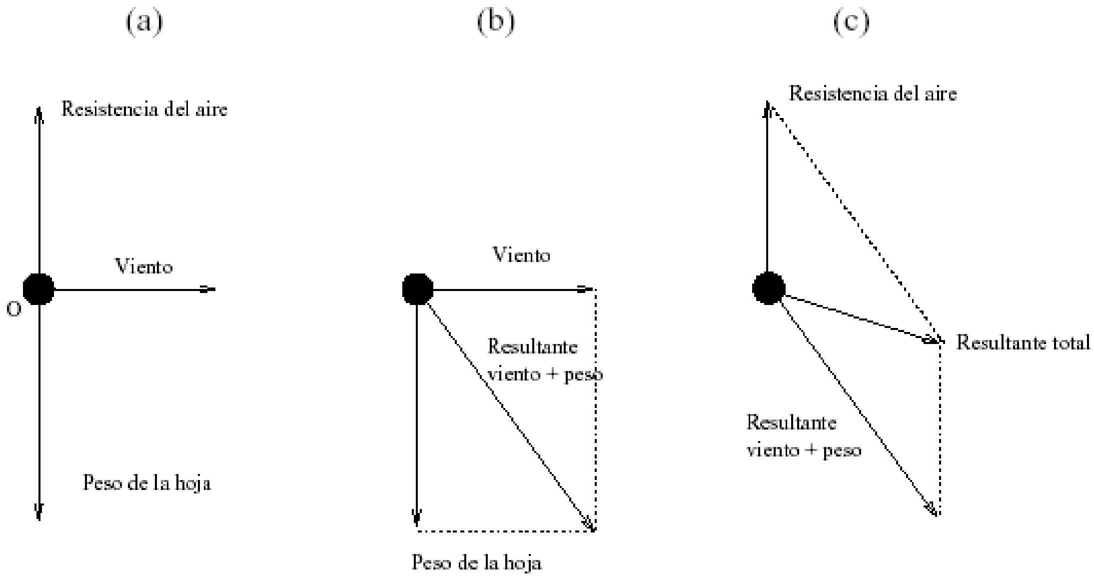
La razón $\frac{M-m}{M+m}$ se puede determinar pesando cuidadosamente los objetos. La aceleración se determina cuidadosamente observando el tiempo que emplea una de las masas en salir del reposo y caer una distancia **h**, de manera que la aceleración se determina con ayuda de la ecuación,

$$h = \frac{1}{2}at^2$$

La suma de fuerzas

En la naturaleza es una constante que sobre un cuerpo actué más de una fuerza, al mismo tiempo. Por ejemplo en una hoja de papel que cae, la gravedad la atrae hacia el suelo y el viento la puede arrastrar de un lado para otro. La resistencia del aire ejerce una fuerza contraria al movimiento, por lo general hacia arriba.

En las siguientes figuras mostramos como utilizamos la descomposición vectorial de fuerzas para estudiar el efecto neto sobre la caída de una hoja.



En (a) observamos las fuerzas totales que actúan sobre el sistema: el peso, la fuerza del viento y la resistencia del aire.

En (b) sumamos únicamente 2 de las fuerzas, el peso y la fuerza generada por el viento, y en (c) la resultante de las sumas del peso y el viento es sumada a la resistencia a la caída.

El resultado neto final es una fuerza con componentes tanto horizontales como verticales.

Es importante anotar que el modelo estudiado es bastante simple, ya que supone que la resistencia del aire tiene un valor constate, lo cual en general no es cierto.

En este sencillo ejemplo se pudo apreciar la importancia de los diagramas de fuerzas y su aplicación para la solución de problemas de física.

TALLER EXPERIMENTAL 1. Segunda Ley de Newton.

Toda aceleración es producida por una fuerza. Es decir, que si observamos un movimiento acelerado podemos afirmar que allí tenemos una fuerza que actúa sobre el objeto que estamos estudiando. Los objetivos que busca este taller experimental son:

- Verificar el cumplimiento de la segunda ley de Newton mediante el montaje experimental mostrado.

- 2. Efectuar mediciones de aceleración mediante el montaje experimental.

Cuestionario

¿Qué es aceleración?.

¿Qué dice la ley de Newton con respecto a un movimiento acelerado?.

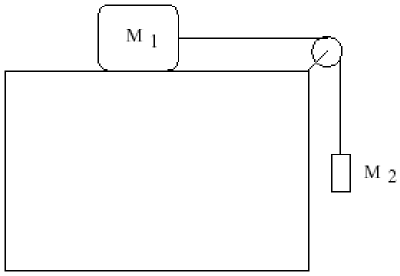
¿Qué es una fuerza?.

¿Cómo se mide la rapidez el rapidómetro de un carro?.

¿Qué diferencias existen entre un rapidómetro y un velocímetro?

La experiencia

El montaje experimental es mostrado en la siguiente figura.



Se tienen entonces 2 masas diferentes, en la cual M_1 se encuentra sobre una mesa y está unida a la masa M_2 por medio de una cuerda inextensible y de masa despreciable. La masa M_2 se encuentra bajo la acción de la gravedad y le transmite la fuerza a la masa M_1 por medio de la cuerda.

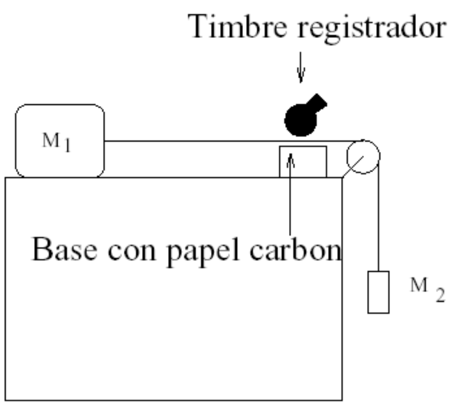
- Para comenzar a realizar la experiencia tome la figura y dibuje sobre ella las fuerzas que actúan. Utilice flechas para representar los vectores.

- Utilizando la segunda ley de Newton demuestre que la aceleración que experimentan las dos masas, **a**, es igual a,

$$\mathrm{a} = \frac{g}{\left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right)}$$

en donde **g** es la aceleración de la gravedad.

- En la siguiente figura se presenta un montaje más completo, recomendado para la realización de la experiencia.



En este montaje, las masas están unidas por una cinta y hay un timbre marcador, tal como en el experimento del capítulo anterior. De esta manera el objetivo es calibrar el timbre para que efectué las marcas cada segundo y usted pueda utilizar la experiencia del capítulo anterior en la medición experimental de la aceleración.

- Mida las masas M_1 y M_2. M_2 es una masa que usted debe poder cambiar.

- Llene la siguiente tabla:

Masa M_2 (gm)	Aceleración$_{Exp}$	Aceleración$_{Teo}$	Diferencia %

Para llenar la tabla anterior debe dejar constante la masa M_1 y variar la masa M_2. A cada valor de M_2 le va a corresponder un valor de aceleración experimental, **Aceleración$_{Exp}$** , el cual se mide por medio de la cinta y el timbre marcador. Para calcular el valor de la aceleración teórica, **Aceleración$_{Teo}$** , se debe utilizar la fórmula,

$$\mathrm{a} = \frac{g}{\left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right)}$$

La **Diferencia %** se define como,

$$\text{Diferencia}\,\% = \frac{\text{Aceleración}_{Exp.} - \text{Aceleración}_{Teo.}}{\text{Aceleración}_{Teo.}} \times 100$$

- ¿Qué puede concluir al respecto de la dependencia de la aceleración con la masa?.

- ¿Porqué cree que los resultados teórico y experimental no son exactamente iguales?.

TALLER EXPERIMENTAL 2. Carácter vectorial de las fuerzas.

Como se vio en el presente capítulo, las fuerzas se componen como vectores, es decir, como cantidades que poseen dirección, magnitud y sentido. Durante este taller experimental tendremos como objetivo:

- Verificar el comportamiento vectorial de las fuerzas.

Cuestionario

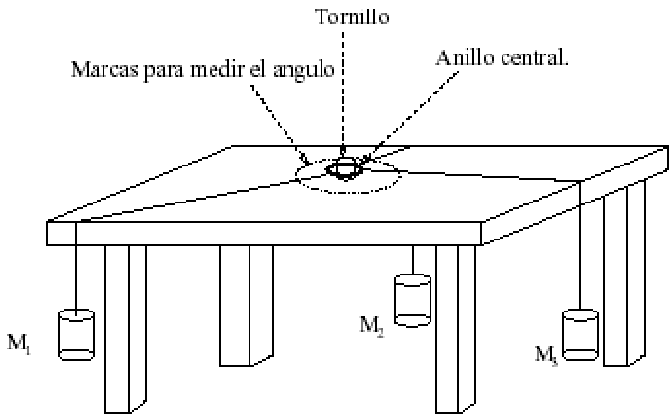
¿Qué es un vector?.

¿Porqué decimos que la fuerza es una cantidad vectorial?.

¿Qué entiende por carácter vectorial de una fuerza?.

La experiencia

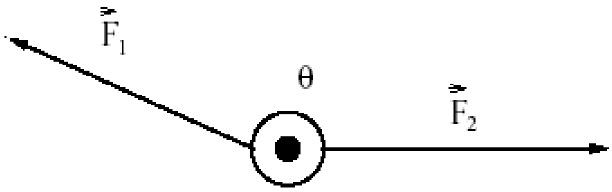
En la siguiente figura se describe el montaje experimental.



La figura presenta una **Mesa de Fuerzas**. Esta mesa consta de un tornillo en el centro, el cual es concéntrico, con marcas sobre la mesa que permiten medir el ángulo de las masas que penden de ella. Cuando el anillo central está en equilibrio, es decir, sin tocar el tornillo, podemos afirmar que el sistema se encuentra en equilibrio. El número de masas mínimo a utilizar es de dos.

- Utilizando la mesa de fuerzas, aplique al anillo central, por medio de las poleas y pesas, dos fuerzas que se hallen en equilibrio. Juegue con las magnitudes de las masas y las direcciones de las fuerzas hasta que el centro del anillo coincida con el tornillo central de la mesa, sin que estos se toquen. Cuide que las prolongaciones de las líneas de acción de las fuerzas se corten en el mismo centro.

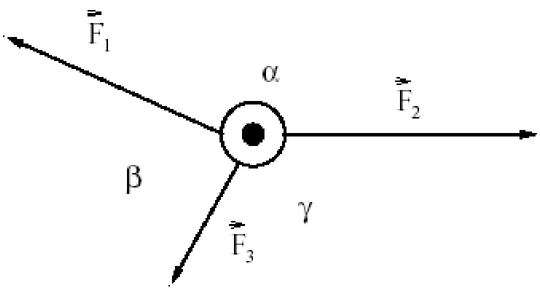
- Realice el procedimiento primero para dos masas, recuerde que la fuerza que cada masa está ejerciendo es m**g**, en donde **g** es la gravedad. Un diagrama de fuerzas posible para este primer experimento se muestra a continuación:



- Una vez logrado el equilibrio, mida el ángulo y las magnitudes de las fuerzas. Llene la siguiente tabla utilizando las unidades que crea convenientes, puede por ejemplo utilizar Newtons para la fuerza, ó convertirlo a dinas como se muestra en uno de los Apéndices finales.

$F_1()$	$F_2()$	$\theta()$

- Repita el procedimiento anterior, pero ahora utilizando tres fuerzas, es decir tres masas. Y complete la tabla correspondiente.



$F_1()$	$F_2()$	F_3	$\alpha()$	$\beta()$	$\gamma()$

- Repita el procedimiento utilizando 4 y más masas. Realice los diagramas de fuerza y haga la suma de fuerzas vectorial de tal forma que pueda comparar los resultados teóricos obtenidos sobre el papel, con los resultados obtenidos en la mesa de fuerzas.

Concluya acerca de si se cumple el carácter vectorial de las fuerzas.

EVALUACIÓN FINAL

1. ¿Porqué cuando nos encontramos en un ascensor y subimos en el a un nivel superior, sentimos que subimos de peso?. Haga un diagrama de fuerzas sobre el sistema y trate de explicar el caso anterior.

2. Conteste falso (F) o verdadero (V):

a) Cuando un cuerpo está en reposo no hay fuerzas actuando sobre el.

b) Cuando un cuerpo sube con velocidad constante por la acción de una cuerda que lo hala, la tensión de la cuerda es mayor que el peso del cuerpo.

c) Una persona se encuentra de pie sobre una báscula en un ascensor. El ascensor baja a velocidad constante, ignore el momento en el cual el ascensor comienza a descender o comienza a detenerse. El valor que se lee en la báscula es:

- un peso menor que el peso real.
- un peso mayor que el peso real.
- un peso igual al peso real.

d) La aceleración de la gravedad ejercida por la tierra sobre un cuerpo de 10 kilogramos es mayor que sobre un cuerpo de 100 kilogramos.

e) La fuerza de la gravedad es mayor en un cuerpo que pesa 100 kilogramos que en uno que pesa 10 kilogramos.

f) En un cuerpo que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal, la fuerza de reacción a la tercera ley de Newton a la fuerza normal ejercida por la superficie es igual a su peso.

g) Si la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es cero, entonces el cuerpo se encontrará en equilibrio estático.

3. Escoja la afirmación correcta: Cuando se acelera un cuerpo:

- Nunca cambia su dirección.
- Su rapidez siempre aumenta.
- Siempre actúa una fuerza externa.

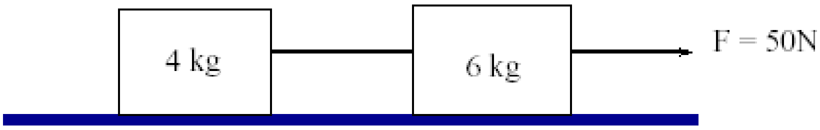
4. Determine la tensión de una cuerda que hala un objeto de 10 Kg en los siguientes casos:

- Hacia arriba con una aceleración de 3 m/s^2.
- Hacia abajo con una aceleración de 2 m/s^2.
- Sube a velocidad constante.

Para simplificar sus cálculos utilice $g = 10m/s^2$

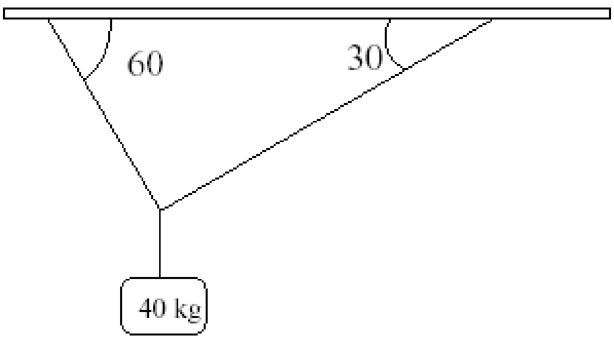
5. Para arrastrar una carreta de 60 Kg sobre el piso horizontal con rapidez constante se necesita una fuerza horizontal de 100 N. Halle el coeficiente de fricción entre el piso y la carreta. Si ahora se aumenta la fuerza de 100 N a 120 N, ¿cuál es la aceleración de la carreta?.

6. Halle la aceleración de cada uno de los bloques de la siguiente figura.



Cuál es la tensión de la cuerda que los une? (suponga inicialmente que la fricción entre los bloques y el piso es cero). Repita el problema suponiendo que el coeficiente de fricción entre los bloques y el piso es $\mu_c = 0,2$.

7. Un cuerpo de 40 kilogramos está suspendido por dos cuerdas con las inclinaciones que se indican en la siguiente figura.



¿Cuál es el valor de las tensiones de las cuerdas?. Si se aumentan las inclinaciones de las cuerdas ¿es posible que las tensiones sean mayores que el peso del cuerpo?.

8. Un ciclista pedalea a lo largo de una carretera recta y llana a 36 Km/h de manera constante. Cuando deja de pedalear alcanza a recorrer 150 m antes de detenerse. Si la masa del ciclista con la bicicleta es de 80 Kg, hallar:

a) Su aceleración mientras se desplaza pedaleando.
b) Su aceleración mientras se desplaza sin pedalear.
c) La fuerza de fricción.
d) El coeficiente de rozamiento de la rodadura.

PALABRAS CLAVES PARA BÚSQUEDA EN INTERNET

A continuación se presenta una serie de palabras útiles para la búsqueda en Internet. Las palabras se han probado en el buscador

http://www.google.com

No tienen ortografía dado que el buscador es universal, y porque en ocasiones va a tener que utilizar teclados que no tienen tildes o eñes.

leyes de newton, inercia, fuerza, masa, peso, rozamiento, unidades de medicion, gravitacion, experimento fisica, aplicacion leyes de newton

BIBLIOGRAFÍA Y CIBERGRAFÍA RECOMENDADA.

Se puede consultar al final del módulo, en BIBLIOGRAFÍA, la referencia completa del texto correspondiente a cada número, según el tema de interés.

- Fórmulas y tablas matemáticas en general [1].
- Mediciones y experimentos en dinámica y estática [2, 13, 26].
- Dinámica y Estática general [7, 8, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Sitios de interés en la web:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4070002/index.html

http://www.fisicanet.com.ar/

http://www.fis.usb.ve/cursos/fisica1/

http://www.geocities.com/apuntesyejercicios/fisica.htm

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/fisica/

UNIDAD 2

ONDAS Y ENERGÍA

CONTENIDOS

CAPÍTULO 1. ENERGÍA Y POTENCIA

En este capítulo, vamos a centrar nuestro interés, en tres conceptos muy importantes e íntimamente relacionados: el trabajo, la energía y la potencia.

Para un sistema cuya masa es constante, la segunda ley de Newton (**F** = m**a**), lleva a una ecuación de movimiento de la forma,

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r})$$

De la anterior ecuación podemos decir que:

- **F(r)** es una función conocida de la posición.

- El problema puede ser solucionado si conocemos la evolución temporal del vector velocidad (**v**).

La solución de la ecuación anterior es fácil en una dimensión, y nos va a permitir estudiar la relación de trabajo-energía en física.

La energía y la potencia también se mencionan mucho en nuestro entorno. Su verdadero valor e importancia se verá con ayuda de la física, en donde estos conceptos se aplican muy a menudo en la solución de múltiples problemas de diversos sistemas.

EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Qué conoce usted como trabajo?

- Cuando corremos y llegamos agotados decimos que hemos gastado mucha energía, ¿porqué?.

- Que tipos o formas de energía conoce.

- Donde ha escuchado el termino potencia?.

- Cuándo dicen los mecánicos que un auto tiene una gran potencia?

1. SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN $m\frac{dv}{dt} = F(r)$ EN UNA DIMENSIÓN

Una gran cantidad de problemas pueden ser reducidos a un movimiento en una sola dimensión, en donde sólo se necesita una variable para describir dicho movimiento. El oscilador armónico unidimensional es un buen ejemplo de esto. Al tener este tipo de problemas la ecuación de movimiento se reduce a,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F(x)$$

que equivale a,

$$m\frac{dv}{dt} = F(x)$$

Esta última ecuación puede ser resuelta fácilmente por medio de un tratamiento matemático.

Primero integraremos formalmente esta ecuación con respecto a "**x**", desde el punto $\mathbf{x_a}$ hasta el punto $\mathbf{x_b}$,

$$m\int_{x_a}^{x_b} \frac{dv}{dt}dx = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx.$$

La integral de la derecha puede ser evaluada, ya que conocemos la forma funcional de la fuerza con respecto a la distancia, por ejemplo en el caso del resorte tenemos **F**(**x**) = −k**x**.

Sin embargo la ecuación de la izquierda parece intratable, pero podemos cambiar de variable de **x** a t, mediante un "truco" conocido en cálculo como regla de la cadena y cambio de variable,

$$\begin{aligned} dx &= \left(\frac{dx}{dt}\right) dt \\ &= vdt. \end{aligned}$$

De esta forma la ecuación puede expresarse como,

$$\begin{aligned} m\int_{x_a}^{x_b} \frac{dv}{dt}dx &= m\int_{x_a}^{x_b} \frac{dv}{dt}vdt \\ &= m\int_{x_a}^{x_b} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right) \\ &= \frac{1}{2}mv^2\Big|_{t_a}^{t_b} \\ &= \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2. \end{aligned}$$

En donde $\mathbf{x_a} \equiv \mathbf{x}(t_a)$, $\mathbf{x_b} \equiv \mathbf{x}(t_b)$, $\mathbf{v_a} \equiv \mathbf{v}(t_a)$, $\mathbf{v_b} \equiv \mathbf{v}(t_b)$. Es decir, las posiciones en los tiempos t_a y t_b, y sus respectivas velocidades en los mismos tiempos.

El resultado final es de la forma,

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx.$$

Y colocando el límite $\mathbf{x_b} = \mathbf{x}$, es decir, como indefinido o que puede tomar cualquier valor, obtenemos en general

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_{x_a}^{x} F(x)dx.$$

Esta ecuación nos da información de cómo la velocidad ***v*** varía con la distancia **x**.

Si hacemos $v = \frac{dx}{dt}$ podemos resolver la ecuación anterior y encontrar **x(t)**. Vamos a estudiar lo anterior por medio de un ejemplo.

Ejemplo: Lanzamiento de una masa hacia arriba en un campo gravitatorio.

Vamos a suponer que lanzamos una masa m verticalmente hacia arriba, y vamos a despreciar los demás ejes en los cuales el movimiento es a velocidad constante.

¿Cual es la altura máxima a la cual puede llegar la masa despreciando la fricción del aire ?.

Para comenzar vamos a tomar el eje vertical como el eje **Z**, la aceleración de la gravedad será negativa, por lo cual la fuerza se puede expresar de la forma,

F = −m**g**

La ecuación en estudio toma la forma,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 &= \int_{z_1}^{z_2} F\,dz \\ &= -mg\int_{z_1}^{z_2} dz \\ &= -mg(z_2 - z_1). \end{aligned}$$

La altura máxima se alcanza cuando la velocidad final sea igual a cero, es decir, $\boldsymbol{v_2} = 0$, de esta forma podemos despejar $\mathbf{z_2}$ de la ecuación y obtendremos,

$$z_2 = z_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

Esta ecuación nos da información de la altura máxima que alcanza un cuerpo, libre de la fricción del aire, que es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial $\mathbf{v_1}$ y una posición inicial $\mathbf{z_1}$. Es interesante que la solución no hace referencia al tiempo, es decir que para averiguar la altura máxima alcanzada no necesitamos saber el tiempo de vuelo.

2. EL TRABAJO Y LA ENERGÍA

En la anterior sección trabajamos con la ecuación,

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx.$$

Vamos a analizarla con más detalle:

- La cantidad ½ m$\mathbf{v}^2$ define la llamada **energía cinética**, y se suele notar con la letra **K**. De manera que,

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = K_b - K_a$$

- A la cantidad $\int_{x_a}^{x_b} F(x)dx$ se le denomina trabajo realizado por la fuerza **F**(a) al desplazar un objeto desde el punto a hasta el punto b, y se denota como $\mathbf{W_{ba}}$.

De manera que,

$$\mathbf{W_{ba} = K_b - K_a}$$

El trabajo realizado por una fuerza al desplazar un sistema es igual al cambio en la energía cinética del sistema.

La anterior ecuación es conocida como el **teorema de trabajo y energía** en una dimensión. Este puede ser ampliado a más de una dimensión al generalizar la ecuación de la forma,

$$\int_{\mathbf{r}_a}^{\mathbf{r}_b} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2$$

En donde la multiplicación de escalares **F(x) dx** se ha sustituido por una multiplicación más general por medio del producto punto **F(r) dr** entre dos funciones vectoriales. Esta es llamada la integral de línea. Es una generalización del caso en una dimensión, en donde la velocidad al cuadrado es de la forma,

$$v^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

La energía es una cantidad escalar, es decir que es un número real. Las **unidades de la energía** en el sistema internacional son los **joule** (julios) y se denotan con la letra **j**.

Un joule equivale a:

$$1J = 1kg \cdot m^2/s^2$$

En el sistema cgs la unidad de energía es el **ergio**. Un ergio equivale a:

$$1erg = 1gm\ cm^2/s^2$$

James Clerk Maxwell definía el trabajo como el acto de producir un cambio en la configuración de un sistema, venciendo las fuerzas que se oponen a dicho cambio. La persona, animal o máquina que ejerza un trabajo sobre un cuerpo debe aplicar una fuerza y mover el objeto. La fuerza no necesariamente es constante, lo importante es que la fuerza debe aplicarse en la dirección de desplazamiento.

Del teorema de trabajo y energía vemos que el trabajo produce un cambio en la energía cinética, además que un trabajo es producido por una fuerza que mueve un objeto a lo largo de un camino. Por lo tanto cuando un objeto se mueve de forma acelerada, sobre él actúa una fuerza, y por el movimiento se puede afirmar que se está realizando un trabajo y se está realizando un cambio en la energía cinética.

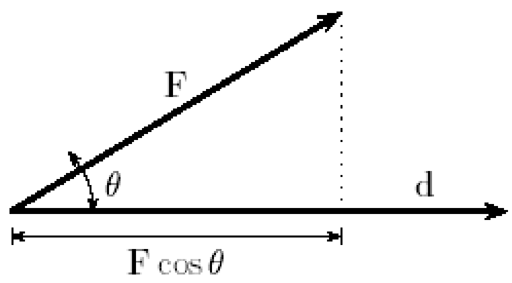
Es realmente impresionante cómo se puede extraer tanta información con solo determinar si un cuerpo se mueve con aceleración. Algo también importante para anotar es que lo que nos importa es el cambio en la energía, no el valor mismo de la energía en un punto. Cuando medimos el trabajo realizado por una fuerza estamos midiendo el cambio en la energía y no la energía misma.

Trabajo debido a una fuerza constante

El trabajo que es realizado sobre un cuerpo por una fuerza constante **F** al ser desplazado una distancia **r** se puede definir como,

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} = F\,r\,\cos(\theta)$$

En donde cos(θ) es el coseno del ángulo que forman los vectores fuerza y desplazamiento. Como se muestra en el siguiente dibujo.



En una dimensión el vector **r** se puede reemplazar por la distancia **d**, y de esta forma en una dimensión el trabajo realizado es de la forma,

$$W = F \cdot d$$

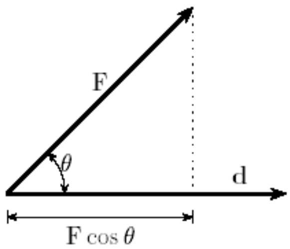
El trabajo es una cantidad escalar, es decir que solo posee magnitud, pero no hace referencia a ninguna dirección o sentido.

Ejemplo: Trabajo sobre un bloque que es arrastrado.

El trabajo que se realiza por una fuerza constante **F** a lo largo de una línea recta una distancia **d**, se define como

$$W = F \cdot d$$

Como ya se ha visto ***F·d*** es el producto punto entre dos vectores, la fuerza **F** y el desplazamiento **d**. De las propiedades del producto punto tenemos que el trabajo es igual a la multiplicación de la magnitud de los vectores por el coseno del ángulo que forman los dos vectores. Como se observa en la siguiente figura,



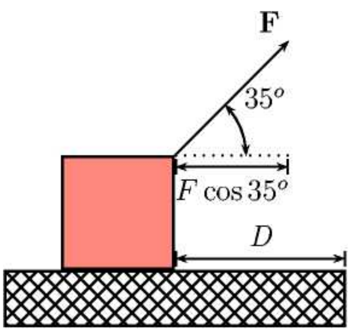
De esta forma el trabajo puede ser expresado como:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = d(F \cos \theta)$$

La única parte que efectúa un trabajo, de la fuerza aplicada, es la que se proyecta sobre la dirección del movimiento. De la ecuación también se puede ver que cuando el ángulo entre la fuerza y la dirección de movimiento es de 90° entonces no se efectúa trabajo, y por lo tanto no hay cambio en la energía cinética.

Ejemplo: Movimiento de un bloque.

Un hombre tira de un bloque de madera de masa **m** a velocidad constante. El hombre tira por medio de una cuerda que forma un ángulo de 35° con el plano horizontal y desplaza el bloque una distancia D. Realice el análisis del movimiento.



El trabajo que hace el hombre sobre la masa es de

$$W_{hombre} = F\ d\ \cos 35°$$

Y es positivo, porque todas las cantidades involucradas son positivas.

Como el bloque se mueve a velocidad constante, entonces la aceleración sobre el bloque será cero. Esto significa que la fuerza total sobre el bloque es cero, por lo tanto deberá existir una fuerza que contrarreste la fuerza realizada por el hombre, esta es la fuerza de fricción producida por el contacto entre el suelo y el bloque.

La magnitud de la fuerza de fricción es de

$$W_{fricción} = -F\ d\ \cos 35°$$

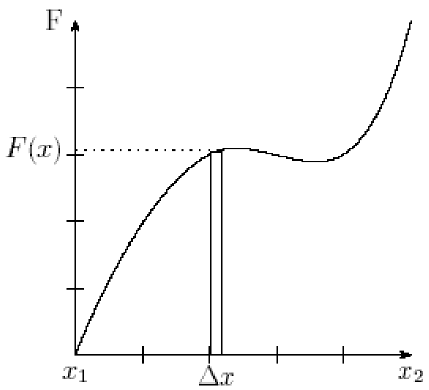
De forma que el trabajo neto será igual a cero, ya que

$$\begin{aligned} W_{total} &= W_{hombre} + W_{fricción} \\ &= Fd\cos 35^o - Fd\cos 35^o \\ &= 0. \end{aligned}$$

Es muy importante anotar lo siguiente: cuando un cuerpo se mueve a velocidad constante, por ejemplo en el espacio exterior, sobre él no se efectúa trabajo, ya que no hay una aceleración ni una fuerza de fricción que mueva el bloque.

Trabajo debido a una fuerza variable

No necesariamente una fuerza es constante a lo largo de una trayectoria, esta puede variar con el tiempo o con la distancia. Vamos a estudiar que le sucede a una fuerza que varía con la distancia, como la que se muestra en la siguiente figura.



Podemos subdividir el intervalo recorrido en pequeños tramos de longitud δx, de esta forma en valor del trabajo en ese pequeño tramo es

$$\Delta W = \mathbf{F}(x)\ \Delta x$$

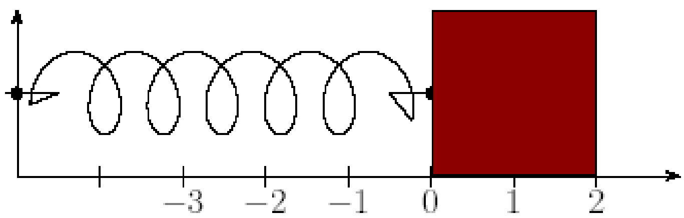
Cuando los tramos son tan pequeños que podemos hacer tratamiento de diferenciales, el trabajo se convierte en una integral, y el trabajo total será de la forma,

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

El trabajo es el área bajo la curva de la gráfica de Fuerza contra desplazamiento.

Ejemplo: Trabajo realizado por un resorte.

Un resorte es un objeto que ejerce una fuerza sobre una masa la cual es proporcional a la distancia. A mayor longitud de elongación del resorte mayor será la fuerza del resorte en dirección contraria a la del movimiento.



La ley de Hooke determina que la ecuación que describe la fuerza ejercida por un resorte es de la forma,

$$F(x) = -kx,$$

en donde:

- k es la constante de proporcionalidad del resorte, la cual determina cómo cambia la fuerza con relación a la distancia.

- **x** es la distancia recorrida a partir de su posición de equilibrio, en **x** = 0 la fuerza ejercida por el resorte es cero.

- El signo menos en la ecuación se refiere a que la fuerza se opone a la dirección del movimiento.

El trabajo que realiza esta fuerza en desplazarse del punto $\mathbf{x_1}$ al punto $\mathbf{x_2}$ se puede calcular utilizando la ecuación,

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} -kxdx \\ &= -k\int_{x_1}^{x_2} xdx \\ &= \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2) \end{aligned}$$

Al término ½ k x^2 se le denomina **energía potencial de un resorte**.

El termino ½ k ($x_1^2 - x_2^2$) corresponde a la diferencia de energía potencial al desplazar un resorte desde $\mathbf{x_1}$ hasta $\mathbf{x_2}$. Es muy importante recordar que el interés en toda medición de energía es la diferencia de energía, nunca podemos medir el valor absoluto de la energía, sino sus diferencias con respecto a un punto de referencia.

3. POTENCIA: Definición y Unidades

El término **potencia** se utiliza para expresar la rapidez con la cual se efectuó un trabajo. En consecuencia a una cantidad de trabajo dado el cual se efectúa en un intervalo de tiempo muy largo le correspondería una potencia baja. La potencia la podemos definir como,

$$P(t) = \frac{\frac{\text{Trabajo infinitesimal}}{\text{realizado}}}{\frac{\text{tiempo infinitesimal}}{\text{en el que se hace}}}$$

La razón de cambio del trabajo con respecto al tiempo se denomina potencia.

La potencia nos indica con que rapidez se está realizando un trabajo. En el caso de un carro de carreras esta cantidad es la más importante, porque indica que tan rápido puede el motor desplazar la masa del mismo carro.

Matemáticamente la potencia se define como,

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Si la rapidez con la cual cambia el trabajo realizado es uniforme en el tiempo, entonces podemos escribir la potencia como,

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

¿Que significa una gran potencia?, significa que puede efectuarse una mayor cantidad de trabajo en una menor cantidad de tiempo. En un auto de carreras lo importante es que la fuerza del motor mueva el auto una distancia mayor, en una cantidad de tiempo menor, de esta forma el auto puede ganar una carrera.

Un gran trabajo significa ó un mayor desplazamiento ó una mayor fuerza, pero el efecto neto total final será mover el auto de forma acelerada una distancia mayor.

La unidad de potencia en el sistema internacional se denomina **watt** (vatio), y se denota con la letra **W**.

Un watt es equivalente a mover una masa de 1 kilogramo una distancia de un metro a una aceleración de 1m/s^2 durante un segundo.

$$1\,watt = \frac{1kg \times m^2/s^2}{s} = \frac{1kg \times m^2}{s^3}$$

Ejemplo. Un hombre de 60 Kg salta 50 cm para alcanzar una manzana de un árbol. El consumo de energía que el hombre realizó se puede determinar calculando el trabajo realizado al alcanzar la manzana.

La fuerza media empleada es igual a su propio peso, de esta forma el trabajo neto es,

W= **F** d = (m**g**) d = 60(Kg) × 9,8(m/s^2) × 0,5m = 294J.

Si el salto dura aproximadamente 0.6 segundos, la altura máxima la alcanza en la mitad de ese tiempo, es decir 0.3 segundos. La potencia media desarrollada es,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{294J}{0{,}3s} = 980W.$$

Ejemplo. Se utiliza un motor para subir carga desde el suelo hasta la cima de un edificio a 30 metros del suelo, la potencia del motor es de 1 KW = 1000 W.

a) ¿En cuánto tiempo sube una carga de 50 Kg?.

$$P = \frac{W}{t} \quad \rightarrow \quad t = \frac{W}{P} = \frac{mgh}{P}$$

$$t = \frac{50kg \times 9{,}8m/s^2 \times 30m}{1000J/s} = 14{,}7s.$$

b) ¿ Qué carga puede subir en 5 segundos?.

$$P = \frac{W}{t} \quad \rightarrow \quad m = \frac{Pt}{gh}$$

$$m = \frac{1000j/s \times 5s}{9{,}8m/s^2 \times 30m} \approx 17kg$$

En este ejemplo se puede ver, que el tiempo empleado en subir una masa es inversamente proporcional a la potencia, es decir, a mayor potencia menor será el tiempo utilizado en subir un objeto. También se aprecia que la masa que puede subir en una cantidad determinada de tiempo es directamente proporcional a la potencia, por lo tanto para subir una masa mayor durante el mismo tiempo necesitamos más potencia.

Si la fuerza que se realiza sobre una carga determinada es constante, la potencia que se desarrolla para subir la carga es,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot v$$

Generalmente la potencia en un motor es constante, por lo cual la velocidad con la cual se desplaza una carga es inversamente proporcional a su peso.

4. ENERGÍA CINÉTICA

La energía cinética es la energía que tiene un cuerpo cuando se encuentra en movimiento, tiene como expresión general,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

De esta ecuación podemos decir:

- La energía cinética es proporcional a la velocidad al cuadrado, esto implica que aumentar la velocidad el doble tiene como efecto aumentar cuatro veces la energía cinética de un cuerpo. A velocidad cero la energía cinética es igual a cero.

- La energía cinética es proporcional a la masa, lo que implica que un cuerpo que tenga mayor masa tendrá mayor energía cinética a la misma velocidad. Para la mecánica un objeto que no posea masa no puede tener energía mecánica.

Ya se había visto que el trabajo es igual al cambio en la energía cinética de un cuerpo, este es el teorema de trabajo y energía.

$$W = F \cdot d = \frac{1}{2}mv_{final}^2 - \frac{1}{2}mv_{inicial}^2 = \Delta E_c$$

Ejemplo: Energía cinética de una atleta.

Un atleta de 70 Kg recorre los 100 metros planos en un tiempo de 10 segundos, al final tiene una velocidad promedio de,

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100m}{10s} = 10m/s.$$

De esta manera su energía cinética es,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}70kg \times \left(10\frac{m}{s}\right)^2 = 3500 \ joules$$

Si suponemos que el atleta tarda 4 segundos en adquirir desde la arrancada la velocidad de 10m/s, entonces la potencia desarrollada a lo largo de este tiempo es de,

$$P = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} = \frac{E_f - E_i}{4s} = \frac{3500J}{4s} = 875W = 1{,}17Hp.$$

Ahora vamos a comparar la anterior situación con la siguiente:

una bala de 5 gramos es disparada con una velocidad de 500 m/s, y demora en alcanzar esta velocidad 0.1 segundo. Su energía cinética es

$$E_c = \frac{1}{2}5 \times 10^3 kg \,(500m/s)^2 = 625J.$$

Y su potencia será:

$$P = \frac{625J}{0{,}1s} = 6250W.$$

Nótese que a pesar de que la energía cinética es mayor para el caso del atleta, la potencia de la bala es mucho mayor, esto debido a que la bala alcanza su velocidad muy rápido debido al efecto de la pólvora.

5. ENERGÍA POTENCIAL

La energía potencial es aquella que guardan los sistemas, y es muy importante porque esta energía permite caracterizar un sistema físico de manera muy precisa. La energía potencial se transforma en energía cinética, y por medio del teorema de conservación de la energía obtenemos,

$$\text{Energía total} = \text{Energía cinética} + \text{Energía potencial}$$

Esta ecuación es muy útil en la solución de problemas de la vida diaria, y es conocida como el **teorema de conservación de la energía**, el cual puede enunciarse de la siguiente forma:

La energía total de un sistema aislado se mantiene constante.

Note la palabra aislado, la cual ha sido utilizada a lo largo del módulo para describir sistemas que no tienen contacto con el mundo exterior.

Las ecuaciones del teorema de trabajo y energía, y de conservación de la energía, son dos herramientas muy poderosas en la solución de problemas técnicos. Y serán usadas ampliamente a lo largo de su vida profesional.

Como ya hemos dicho, la energía potencial caracteriza un sistema de manera única, y determina el comportamiento dinámico de los mismos. La energía potencial gravitatoria, por ejemplo, describe la fuerza de gravedad para objetos que posean masa. El potencial eléctrico y el potencial nuclear hacen lo mismo en partículas cargadas y en núcleos atómicos.

En el ejemplo del resorte estudiamos la energía potencial del resorte, la cual estaba dada por,

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

Por otra parte, es corriente utilizar la letra **U** cuando se hace referencia a la energía potencial.

En general, la energía potencial cumple una relación con la fuerza muy importante. Para una fuerza ejercida entre los puntos $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$, el cambio en la energía potencial es:

$$U(x_1) - U(x_2) = -\int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

Y por medio de un teorema de cálculo integral también se cumple que,

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}.$$

Conocer la forma funcional de una fuerza implica conocer su energía potencial, de la misma forma, conocer la forma funcional de la energía potencial con la distancia implica conocer la forma funcional de la fuerza.

Ejemplo: Energía potencial gravitatoria.

Vamos a tratar el ejemplo del campo gravitatorio cerca de la superficie de la tierra, en donde la fuerza de la gravedad posee una aceleración constante. Para una partícula de masa m, la fuerza debida a un campo gravitatorio uniforme es de la forma

$$\mathbf{F} = -mg\hat{\mathbf{k}}$$

En donde **m** es la masa de la partícula, **g** es la aceleración debida a la gravedad que puede tomarse como 9,8m/s^2 en la tierra, el signo $\hat{\mathbf{k}}$ indica que la fuerza es un vector con una dirección a lo largo del eje **Z**, y el signo negativo nos indica que la fuerza va dirigida hacia abajo, la partícula es atraída por la tierra.

Podemos trabajar en una sola dimensión, ya que el trabajo solo es realizado por el movimiento a lo largo del eje **Z**. De esta manera la fuerza es de la forma **F** = m**g**, el cambio en la energía potencial por mover la partícula desde un punto z_a hasta un punto z_b es de la forma,

$$\begin{aligned} U_b - U_a &= -\int_{z_a}^{z_b} (-mg)dz \\ &= mg(z_b - z_a) \\ &= mgh. \end{aligned}$$

A la cantidad ($z_b - z_a$) se le denomina generalmente **h**, haciendo referencia a la palabra en ingles *height* que significa altura. Por lo tanto la energía potencial en el campo gravitatorio es,

$$U = mgh + C$$

en donde C es una constante que depende del sistema de referencia elegido, y puede ser igual a cero. Por ejemplo, si lo que deseamos es estudiar la caída libre de un objeto hasta el suelo, podemos tomar como referencia el suelo, y tomar como energía potencial inicial la de la altura inicial del objeto.

Ejemplo: Velocidad de un objeto lanzado verticalmente.

Supongamos que lanzamos un objeto de masa *m* verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de **$\mathbf{v} = \mathbf{v_0 k}$**, es decir que solo hay componente en la dirección **Z**. ¿Cuál es la velocidad del objeto al alcanzar una altura h?.

Para ello utilizaremos la conservación de la energía. La energía cinética inicial la notaremos como **K_0** y es

$$K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Vamos a tomar como el origen de coordenadas el suelo, de esta forma la energía potencial inicial **U_0** es para y = 0,

$$U_0 = mgz = 0.$$

De esta forma la energía total inicial **E_0** es,

$$E_0 = K_0 + U_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Esta energía debe ser igual en toda la trayectoria de objeto, y al subir el objeto va adquiriendo energía potencial. La energía total para cada punto en z es,

$$E = \frac{1}{2}mv_z^2 + mgz$$

Hemos notado $\mathbf{v_z}$ como la velocidad del cuerpo a una altura $\mathbf{z}$.

En un punto de altura z = h la energía inicial es igual a la energía en este punto, de manera que,

$$\begin{aligned} E_0 &= E_h \\ \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}mv_h^2 + mgh \end{aligned}$$

De la anterior ecuación podemos despejar $\mathbf{v_h}$ que es la velocidad que nos interesa,

$$v_h = \sqrt{v_0^2 - 2gh}.$$

Ejemplo: Energía potencial para fuerzas proporcionales a 1/r^2.

Un ejemplo de una fuerza proporcional a $1/r^2$ es la gravedad, la cual tiene la forma de,

$$\mathbf{F}(r) = -G\frac{m_1\, m_2}{r^2}\hat{\mathrm{r}}.$$

En donde

- m_1 y m_2 son las masas de las partículas que se atraen mutuamente.
- G es la constante gravitatoria
- El signo menos indica que la fuerza es de carácter atractivo entre las partículas.
- El vector **r** indica que la dirección de la fuerza es a lo largo de la línea que une las dos partículas.
- La fuerza es proporcional al inverso de la distancia al cuadrado, $\frac{1}{r^2}$, que es una característica de esta fuerza.

La fuerza electromagnética entre partículas cargadas posee la misma forma funcional de la gravedad, lo que cambia es que esta fuerza actúa sobre partículas con carga eléctrica en vez de masa, y la constante de proporcionalidad también cambia.

Para una fuerza que en general tiene la forma funcional $F = \frac{A}{r^2}$, en donde A es una constante. La diferencia de energía potencial es:

$$\begin{aligned} U_b - U_a &= -\int_{r_a}^{r_b} \frac{A}{r^2} dr \\ &= \frac{A}{r_b} - \frac{A}{r_a}. \end{aligned}$$

Para obtener el resultado general podemos reemplazar $\mathbf{r_b}$ por la variable radial **r**, entonces

$$U(r) = \frac{A}{r} + C.$$

La constante C no posee un significado físico, simplemente cambia el nivel de referencia desde el cual medimos la energía. Como lo que realmente nos interesa son las diferencias de energía podemos hacer C = 0, que corresponde al caso U(1) = 0. Con esta convención tenemos para la energía potencial

$$U(r) = \frac{A}{r}.$$

En el caso de la energía potencial gravitatoria tenemos,

$$U(r) = G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Ejemplo: Energía potencial de un resorte.

Los resortes son casos de especial interés, ya que producen fuerzas restauradoras que permiten la descripción de una enorme cantidad de fenómenos físicos. En un resorte la fuerza está determinada por la ecuación,

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{r}}) = -k(r - r_0)\hat{\mathbf{r}}.$$

Esta es la denominada **ley de Hooke**, y es más general que la mostrada con anterioridad. En esta ecuación el movimiento es a lo largo de un eje cualquiera, demarcado por la dirección radial **r**, y la posición de equilibrio es el punto $\mathbf{r_0}$.

La energía potencial del sistema es,

$$\begin{aligned} U(x_f) - U(a) &= -\int_a^{x_f} -k(r - r_0)dr \\ &= \frac{1}{2}k(r - r_0)^2 + C. \end{aligned}$$

Por convención se suele elegir la constante C = 0, de manera que la energía potencial de un resorte toma la forma

$$U(r)\frac{1}{2}k(r - r_0)^2.$$

6. LA ENERGÍA Y SUS TRANSFORMACIONES

¿Qué es lo que se consume cuando se realiza un trabajo?

Ya hemos visto que lo que se gasta al realizar un trabajo es la energía.

La energía sufre transformaciones que hacen posible la realización de un trabajo. Al comer diariamente estamos transformando la energía de los alimentos en diversas formas de energía como calor y movimiento.

En general se afirma que la energía no se crea ni se destruye, solamente se transforma. Este concepto tiene hondas repercusiones en los sistemas, no podemos extraer energía eléctrica de una pila por un tiempo infinito, de la misma forma en que no podemos hacer ejercicio durante horas sin reponer por medio de líquidos y alimento la energía que hemos transformado en trabajo y calor.

La existencia de la vida depende fuertemente de la existencia de un gran depósito de energía como el sol. Este mediante radiación electromagnética, luz y calor entre otras, mantiene a la vida en un ciclo de continuas transformaciones de energía.

La energía contenida en un determinado combustible (energía química) se transforma en movimiento (energía cinética), en calor (energía térmica) y en electricidad (energía eléctrica). En palabras del genial J. C. Maxwell el trabajo es la transferencia de energía de un sistema a otro.

La energía del universo es una constante, y lo que a diario se limita es la capacidad de transformación de una forma específica de energía en trabajo. Al agotar recursos hídricos ya no podemos transformar la energía cinética del agua en movimiento, en energía eléctrica.

Algunas de las formas más importantes de energía son: **electromagnética**, presente en las ondas de luz y las ondas de radio; **química**, presente en combustibles fósiles como el petróleo; **térmica**, presente en procesos de combustión como la quema de carbón y petróleo; **mecánica**, presente en el movimiento en general de algún sistema; **eléctrica**, de uso muy común actualmente; **nuclear**, utiliza la energía que mantiene unido al núcleo atómico para la realización de un trabajo, países como Brasil poseen plantas termonucleares, es decir que convierten la energía nuclear en energía térmica y esta a su vez en energía mecánica por medio de vapor, para la generación de electricidad.

TALLER EXPERIMENTAL. Conservación de la energía cinética.

En un choque completamente elástico tenemos que la energía cinética total del sistema se conserva. Si las masas son del mismo tamaño, el momentum lineal total también se conservará. Este taller tiene como objetivo:

- Comprobar la conservación de la energía cinética en un choque completamente elástico.

Cuestionario

¿Qué es un choque completamente inelástico?.

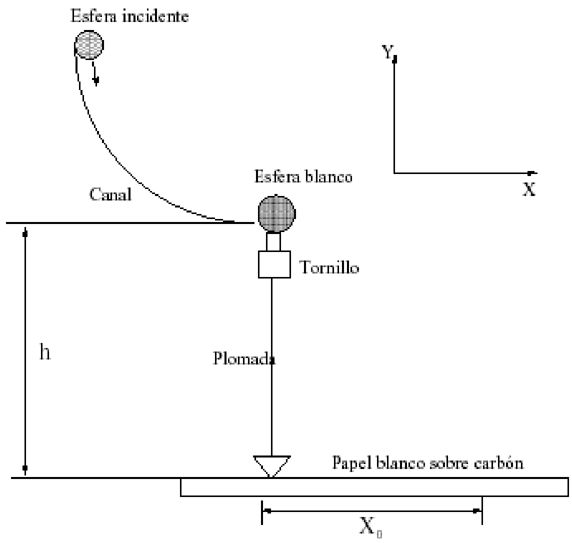
¿Qué es un choque completamente elástico?.

¿Puede dar ejemplos de la vida real de un choque completamente elástico y uno completamente inelástico?.

La experiencia

En este experimento la interacción es el choque entre dos esferas, en un caso de masas iguales y en el otro de masas diferentes.

En los dos casos tendremos un esfera incidente que desciende por el canal y golpea a la otra, esfera blanco, que se encuentra en reposo al final del canal sobre el tornillo. El gráfico del montaje se muestra en la siguiente figura.



Para determinar las velocidades antes y después del choque, utilizaremos el movimiento de un proyectil. La velocidad a lo largo del eje **X** deberá ser constante, ya que no hay influencia de la gravedad sobre este eje.

Determinación de la velocidad de la esfera incidente

Siempre soltaremos la esfera incidente desde la parte superior de la rampa, de tal forma que obtengamos siempre la máxima velocidad horizontal. Para obtener el valor de la velocidad de salida utilizamos la fórmula,

$$V_0 = \frac{x_0}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}.$$

En donde h es la altura a la cual la esfera incidente comienza el movimiento horizontal completamente. Y $\mathbf{x_o}$ se obtiene como la distancia horizontal recorrida por la esfera incidente cuando cae libremente sin golpear nada. Es decir que primero usted debe obtener esta velocidad, $\mathbf{V_0}$, dejando caer la esfera libremente y midiendo $\mathbf{x_o}$. Tenga en cuenta que debe asegurarse que la bola siempre inicie su recorrido en el mismo punto de la rampa.

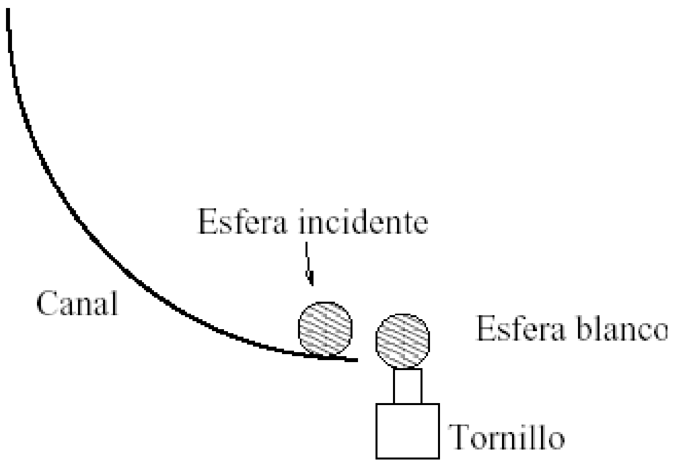
Llene la siguiente tabla:

h (cm)	X_0 (cm)	V_0 (cm/s)

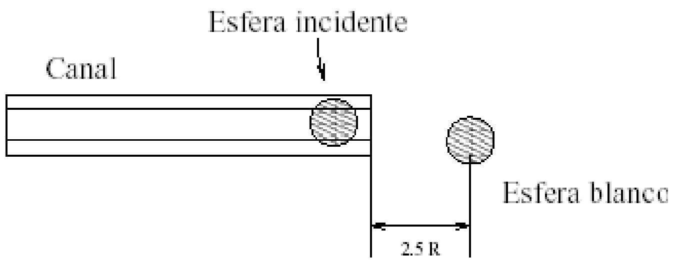
Choque de dos esferas de masas iguales

Disponga el tornillo base de la esfera de modo que se cumplan cuatro condiciones:

1. La altura a la que está la esfera blanco sea igual a la altura en que la esfera incidente abandona el canal, tal y como se muestra a continuación:



2. Disponga de tal manera las esferas para que se produzca un choque lateral, una vista superior del choque se muestra a continuación.



3. Haga que la distancia entre el eje del tornillo y el canal sea al menos 2.5 veces el radio de la esfera blanco con el fin de evitar perturbaciones por el rebote de la esfera incidente sobre el canal. Tal y como se muestra en la gráfica anterior.

4. Verifique que el tornillo quede lo suficientemente firme como para que el experimento se pueda repetir varias veces.

Para la colisión que estamos estudiando esperamos que se cumpla la conservación de la energía cinética, por lo tanto se deberá cumplir que,

$$\frac{1}{2}m\vec{V}_1^2 = \frac{1}{2}m\vec{V}_1'^2 + \frac{1}{2}m\vec{V}_2'^2$$

lo cual significa que,

$$\vec{V}_1^2 = \vec{V}_1'^2 + \vec{V}_2'^2$$

En donde:

V_1 se determinó en la primera parte, y hace referencia a la velocidad de la esfera incidente antes de la colisión.

V'_1 es la velocidad de la esfera incidente inmediatamente después del choque.

V'_2 es la velocidad de la esfera blanco inmediatamente después de la colisión.

m es la masa de las esferas.

Las velocidades **V'_1** y **V'_2** se determinan sobre el papel por la distancia del punto donde está la plomada hasta el punto de caída de las esferas.

Es muy importante que usted note que lo que se conserva es la energía cinética total del sistema, y que la velocidad es una cantidad vectorial, por lo que usted deberá realizar la suma vectorial de las velocidades.

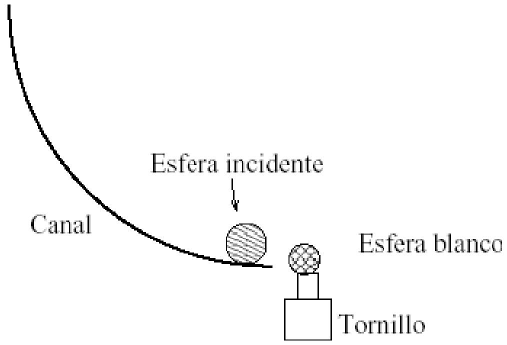
Repita 5 veces el experimento, y haga a una escala reducida un diagrama en donde muestre las tres velocidades como vectores, indicando la magnitud y la dirección claramente.

Verifique el cumplimiento de la ecuación de velocidades y diga si este choque puede considerarse completamente elástico.

¿Podemos en la vida real tener choques completamente elásticos?.

Choque de dos esferas de masas diferentes

En este caso la esfera incidente es la misma esfera de la experiencia anterior, soltada desde el mismo punto, pero la esfera blanco posee una masa inferior m'.



Tome nuevamente las cuatro condiciones del experimento anterior y asegúrese que se cumplan rigurosamente.

Como ahora las masas son diferentes esperamos que la conservación de la energía cinética sea de la forma,

$$\frac{1}{2}m\vec{V}_1^2 = \frac{1}{2}m\vec{V}_1'^2 + \frac{1}{2}m'\vec{V}_2'^2$$

lo cual significa que,

$$\vec{V}_1^2 = \vec{V}_1'^2 + \left(\frac{m'}{m}\right)\vec{V}_2'^2$$

La anterior relación es la que vamos a verificar. Ya sabemos como determinar las velocidades.

Para determinar la razón (m'/m) es necesario pesar las esferas.

Indique por lo tanto los valores de las dos masas m y m'.

Una vez realizadas las mediciones necesarias haga un dibujo a escala y examine la validez de la relación en estudio. Naturalmente no debe olvidarse que $\mathbf{V'_2}$ debe multiplicarse por el factor (m'/m).

Repita los diagramas de la sección anterior.

¿El choque es completamente elástico?.

Concluya acerca de la utilidad de la ley de conservación de la energía cinética estudiada.

EVALUACIÓN FINAL

1. En un juego de tirar la cuerda, dos equipos halan hacia lados contrarios una cuerda, hasta que alguno de los dos se deja arrastrar por el otro. Diga si el equipo que pierde ejerce una cantidad positiva o negativa de trabajo.

2. Si se ha realizado un trabajo negativo en el anterior caso, ¿cómo se conciliaría este resultado con el esfuerzo que se ha realizado?.

3. Una fuerza constante que actúa sobre un objeto no produce potencia, ¿porqué?.

4. La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del mismo cuerpo, es decir que es una característica inherente a él e independiente de cualquier evento externo. ¿Podría decirse que la energía cinética es también una propiedad intrínseca?.

5. Cuando un objeto se desliza sobre una superficie áspera la fricción efectúa una cantidad negativa de trabajo. Explique lo anterior en términos del teorema de trabajo y energía.

6. Una carreta de 500 Kg de masa es arrastrada por un caballo a una velocidad constante sobre un terreno horizontal a lo largo de una distancia de 1000 metros. Para ello el caballo ejerce una fuerza de 2000 N y emplea un tiempo de 50 minutos.

a) ¿Qué trabajo ha realizado el caballo?.
b) ¿En qué se ha convertido ese trabajo?.
c) ¿Cuál es el trabajo resultante ejercido sobre la carreta?.
d) Con qué potencia el caballo desplazó a la carreta?.
e) ¿Qué fuerza debería ejercer el caballo sobre la carreta si esta se moviera con una aceleración de 0.1 m/s^2?.
f) ¿Qué trabajo neto hace el caballo sobre la carreta en este último caso?.
g) ¿En cuánto varía la energía cinética de la carreta?.
h) ¿Qué trabajo neto se hace sobre la carreta cuando esta se mueve con una aceleración de 0.1 m/s^2?.
i) ¿Qué trabajo hizo la fuerza de fricción?.

7. Si en el problema anterior:

- W = Trabajo hecho por la fuerza de tracción.
- ΔE_c = Incremento de la energía cinética.
- Wf = trabajo para vencer las fuerzas disipativas.

¿Es correcta la expresión: $W = \Delta E_c + Wf$?, explique su respuesta.

8. Utilizando la ecuación,

$$z_2 = z_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

y la ecuación del desplazamiento para un movimiento uniformemente acelerado, halle el tiempo empleado por un objeto de masa m en llegar a la altura máxima.

9. Si el módulo de la rapidez de un cuerpo se duplica, ¿en qué factor se multiplica su energía cinética?.

10. Demuestre que la unidad MKS de la energía es el Joule.

11. Demuestre que 1KW-h = 3.6 MJ.

12. Si un resorte tiene una ecuación para la fuerza $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$, en donde k es la constante del resorte y $\mathbf{x}$ es el desplazamiento a partir del punto de equilibrio, demuestre que la cantidad $1/2k\mathbf{x}^2$ tiene unidades de energía.

13.Mediante un cable de una grúa se arrastra un tronco sobre el suelo horizontal de un bosque a una velocidad constante de 2 m/s. Si la potencia desarrollada por el cable es de 940 W.

a) ¿Cuál es la tensión del cable?.
b) ¿Cual es el trabajo resultante sobre el tronco en un minuto?.
c) ¿Cuál es el trabajo hecho por el cable sobre el tronco en un minuto?.
d) ¿Qué energía es disipada por efecto de la fricción en cada segundo?.

PALABRAS CLAVES PARA BÚSQUEDA EN INTERNET

A continuación se presenta una serie de palabras útiles para la búsqueda en Internet. Las palabras se han probado en el buscador

http://www.google.com

No tienen ortografía dado que el buscador es universal, y porque en ocasiones va a tener que utilizar teclados que no tienen tildes o eñes.

energia, energia cinetica, energia potencial, curso de fisica, trabajo y energia, conversion de unidades.

BIBLIOGRAFÍA Y CIBERGRAFÍA RECOMENDADA.

Se puede consultar al final del módulo, en BIBLIOGRAFÍA, la referencia completa del texto correspondiente a cada número, según el tema de interés.

- Fórmulas y tablas matemáticas en general [1].
- Mediciones y experimentos en conservación de la energía [2, 13, 26].
- Trabajo y Energía [7, 8, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25].
- Sobre la Teoría de la Relatividad [12].

Sitios de interés en la web:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4070002/index.html

http://www.fisicanet.com.ar/

http://www.fis.usb.ve/cursos/fisica1/

http://www.geocities.com/apuntesyejercicios/fisica.htm

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/fisica/

CAPÍTULO 2. MOVIMIENTO PERIÓDICO Y ONDAS

Uno de los movimientos más importantes que se presentan en la naturaleza, es el movimiento periódico, y en general, aquel ligado a las oscilaciones.

En nuestra vida cotidiana existen eventos que suceden de forma rutinaria: la salida del sol cada día, las estaciones, el movimiento de una lámpara que cuelga del techo de una iglesia, etc.

El movimiento periódico constituye una parte muy interesante e importante para la física. En este capítulo vamos a estudiar las propiedades del movimiento periódico, las definiciones de periodo y frecuencia y presentaremos en detalle algunas herramientas utilizadas en su estudio.

EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

- ¿Qué se entiende por la palabra armónico?.
- De un ejemplo de un movimiento oscilatorio.
- ¿Porqué puede utilizarse un péndulo para medir el tiempo?
- ¿Cuál es la ecuación que gobierna el movimiento de un péndulo?.
- ¿Cuál es la ecuación que gobierna el movimiento de un resorte?.
- ¿En qué se parecen los movimientos de un péndulo y de un resorte?.

1. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Un movimiento armónico siempre ocurre cuando tenemos una fuerza que es opuesta y proporcional a la distancia de desplazamiento. Un ejemplo de ello es un resorte, el cual ejerce una fuerza opuesta al movimiento del resorte, denominada fuerza restauradora. En una dimensión esta fuerza tiene una expresión simple,

$$F_x = -kx$$

Esta ecuación es conocida como Ley de Hooke, o ecuación del resorte.

Como $\mathbf{F_x} = m\mathbf{a_x}$, la ecuación toma la forma,

$$\begin{aligned} ma_x &= -kx \\ a_x &= -\frac{k}{m}x \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\omega^2 x \end{aligned}$$

Sobre esta ecuación podemos realizar las siguientes observaciones,

- La aceleración $\frac{d^2x}{dt^2}$ es proporcional al desplazamiento. El valor de la constante de proporcionalidad es $-\omega^2 = -k/m$.

- Siempre que una ecuación de movimiento sea de esta forma, el movimiento será de tipo oscilatorio.

La solución a la ecuación es de la forma,

$$x(t) = A\sin(\omega t + \delta)$$

en donde **A** y δ son constantes que expresan el desplazamiento máximo para **A**, y el punto del ciclo en el cual comienza el movimiento para δ.

Vamos a demostrar que esta ecuación es solución de la ecuación del movimiento oscilatorio. Para ello basta derivar dos veces con respecto al tiempo la posición **x**(t). La primera derivada es igual a la velocidad,

$$v_x = \frac{d}{dt}(A\sin(\omega t + \delta)) = A\omega\cos(\omega t + \delta)$$

La segunda derivada es igual a la aceleración,

$$a_x = \frac{d^2}{dt^2}(A\sin(\omega t + \delta)) = \frac{d}{dt}A\omega\cos(\omega t + \delta) = -A\omega^2\sin(\omega t + \delta)$$

Ahora simplemente reemplazamos el valor de ***x***(t), en la ecuación del movimiento oscilatorio. Los resultados serán,

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\omega^2 x\\ -A\omega^2\sin(\omega t+\delta) &= -\omega^2 A\sin(\omega t+\delta)\\ -A\omega^2\sin(\omega t+\delta) &= -A\omega^2\sin(\omega t+\delta)\end{aligned}$$

El movimiento es de tipo senoidal, es decir que es descrito por una función seno, la cual es una ecuación armónica. El movimiento descrito por la ecuación, es denominado movimiento armónico simple.

Descripción del movimiento armónico por medio de la función seno

Vamos a realizar una descripción del movimiento armónico simple. Para comenzar, la ecuación solución, $x(t) = A\sin(\omega t+\delta)$, tiene tres parámetros importantes,

- **A**, describe la máxima amplitud alcanzada en el movimiento, ya que la función seno oscila entre los valores 1 y -1. Este término es denominado amplitud del movimiento.

- **ω**, especifica la rapidez con la cual se realiza un ciclo completo, o de una mejor manera, el número de ciclos de movimiento que se realiza por unidad de tiempo, medida por lo general en segundos.

- Cuando t = 0s el ángulo (ωt + δ) = δ. Entonces δ indica el momento en el cual se inicia el movimiento, como se indicará en una próxima figura, ya que en este punto la posición es de A sin(ω).

Al transcurrir un segundo, t = 1s, el ángulo ha evolucionado a (1ω+δ) = (ω + δ). Es decir que el ángulo aumenta en ω radianes. Y en este punto la posición es igual a A sin(ω + δ).

- El número de oscilaciones, o ciclos de movimiento, que tiene lugar en un segundo recibe el nombre de frecuencia. Es fácil definirla a partir de la frecuencia *f*,

$$f = \frac{\text{Número de oscilaciones}}{\text{tiempo empleado (s)}}$$

La frecuencia está relacionada con ω mediante la relación,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{ó} \quad \omega = 2\pi f$$

A ω se le denomina frecuencia angular, y su unidad es radianes/segundo.

La unidad de la frecuencia, *f* , es ciclos/segundo = c/s, es también denominada hertz (Hz). Un hertz es equivalente a la realización de un ciclo completo en un segundo. A ω también se le denomina velocidad angular, ya que es la velocidad en la cual se recorre un ángulo de 2π.

- El ángulo (ωt + δ) se denomina ángulo de fase.

- Se denomina periodo de movimiento (T) al tiempo en el cual se efectúa un ciclo completo, o de manera mas general,

$$\text{Periodo} = \frac{\text{Tiempo empleado}}{\text{Numero de ciclos}}$$

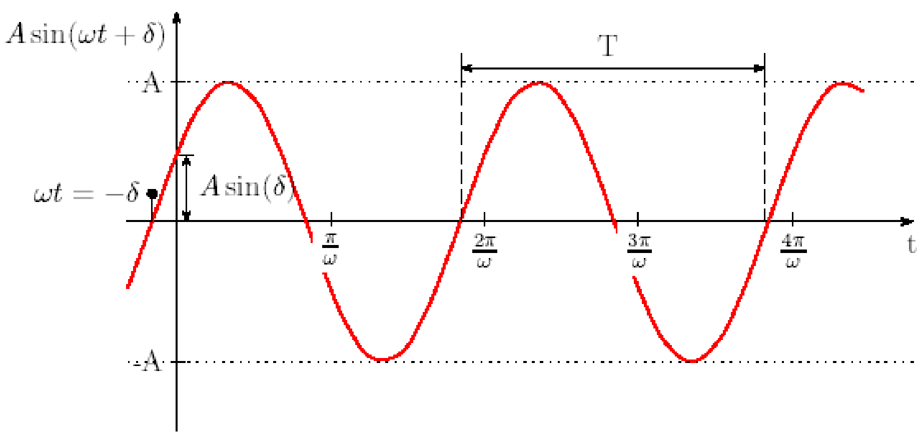
La relación entre el periodo y la frecuencia está dad por,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}.$$

El periodo es el inverso de la frecuencia.

- A la cantidad δ se le denomina constante de fase. Este ángulo determina en que punto del ciclo empieza el movimiento, como ya se había mencionado. Cuando δ = π/2, podemos hacer A sin(ωt + π/2) = Acos(ωt), por las propiedades de las funciones seno y coseno.

En la siguiente figura, distancia contra tiempo en un movimiento periódico de la forma **x**(t) = A sin(ωt + δ), se especifican gráficamente las cantidades anteriormente descritas.



Velocidad y aceleración en un movimiento periódico

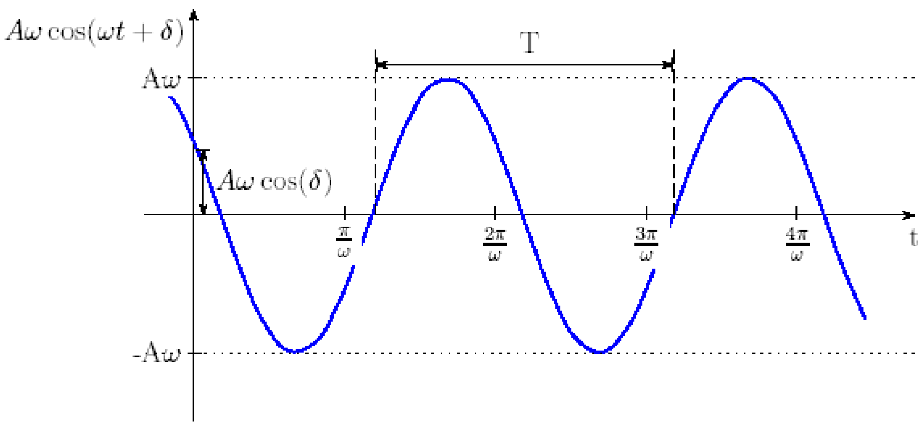
En un movimiento periódico la ecuación de movimiento es de la forma,

$$\mathbf{x}(t) = A \sin(\omega t + \delta),$$

la cual fue graficada en una figura anterior. Para obtener la aceleración debemos derivar la ecuación de movimiento con respecto al tiempo.

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{dx(t)}{dt} \\ v(t) &= \frac{d}{dt} A \sin(\omega t + \delta) \\ v(t) &= A\omega \cos(\omega t + \delta) \end{aligned}$$

Esta ecuación tiene como representación gráfica la siguiente:

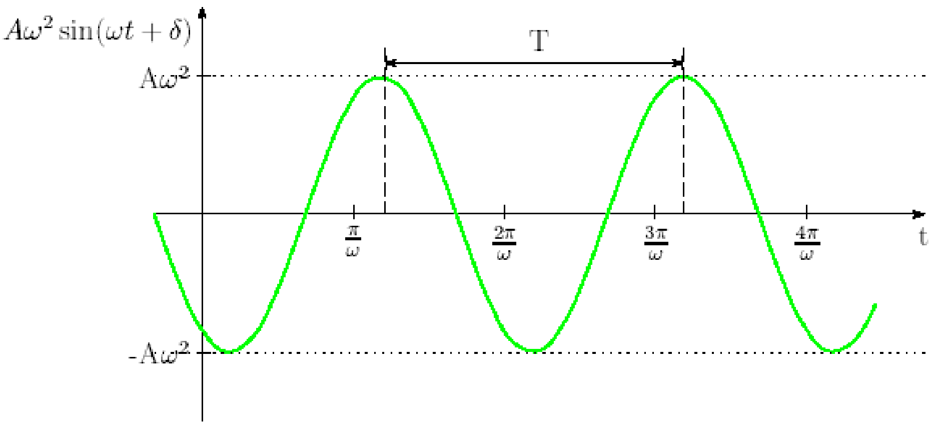


En esta figura hemos representado la velocidad. En t = 0, la velocidad inicial es Aω cos(δ), el periodo de la velocidad es exactamente el mismo que el del desplazamiento. La velocidad máxima alcanzada es igual a Aω. Nótese que la velocidad máxima es igual a la amplitud máxima multiplicada por ω, la frecuencia angular o velocidad angular.

Para calcular la aceleración del movimiento periódico debemos derivar ahora la velocidad con respecto al tiempo.

$$
\begin{aligned}
a(t) &= \frac{dv(t)}{dt} \\
a(t) &= \frac{d}{dt} A\omega \cos(\omega t + \delta) \\
a(t) &= -A\omega^2 \sin(\omega t + \delta)
\end{aligned}
$$

Esta ecuación tiene como gráfica, la mostrada a continuación,



La gráfica de la aceleración es igual a la del desplazamiento, solo que la amplitud máxima es ahora de la forma $A\omega^2$, y la función seno se encuentra multiplicada por un menos.

Energías cinética y potencial en el movimiento armónico simple

La ecuación de la fuerza para un movimiento periódico unidimensional es de la forma,

$$F_x = m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega^2 x$$

En el caso del sistema masa y resorte, la ecuación es de la forma $\mathbf{F_x} = -k\mathbf{x}$, de donde se obtiene que $\omega^2 = k/m$.

La energía potencial de este sistema es igual a menos el trabajo realizado cuando el sistema se mueve desde una posición inicial $\mathbf{x_0} = 0$ hasta una posición final $\mathbf{x}$, de esta forma la energía potencial es de la forma,

$$\begin{aligned} U_p &= -\int_0^x F_x dx \\ &= m\omega^2 \int_0^x x\, dx \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \end{aligned}$$

La energía potencial para un movimiento armónico simple es de la forma,

$$U_p = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

Para el caso del sistema masa resorte, la anterior ecuación es de la forma,

$$U_p = \frac{1}{2} k x^2$$

La energía total del sistema es igual a la suma de la energía cinética mas la energía potencial, la cual es una constante en un sistema aislado.

$$E_{total} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \text{constante}$$

Esta ecuación expresa el principio de conservación de la energía para un movimiento armónico simple.

La máxima amplitud de oscilación en un movimiento armónico es igual a **A**, y cuando en un resorte o en un péndulo se alcanza esta máxima oscilación la energía cinética del movimiento es igual a cero, y su energía potencial es máxima.

De esta forma la energía potencial en ese punto será igual a $U_p = ½m\omega^2A^2$, y esta será a su vez igual a la energía total de oscilación. Al igualar con la ecuación de la energía total, obtenemos,

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

De esta ecuación podemos despejar la velocidad en cualquier punto,

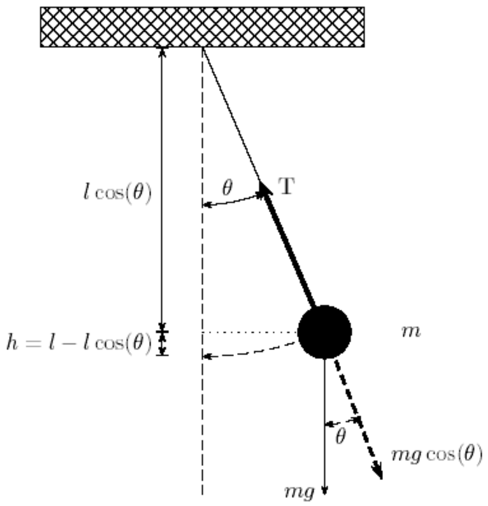
$$v_x = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Se puede observar entonces, que cuando **x** = A, la velocidad es cero, lo cual es cierto dado que esta distancia corresponde al máximo desplazamiento permitido.

2. OSCILACIONES EN UN PÉNDULO SIMPLE

Un ejemplo muy interesante de movimiento armónico simple, es el de un péndulo. El péndulo es una masa **m** que cuelga de una cuerda tan ligera que se considera sin masa. La cuerda se encuentra atada de un extremo. Además, no existe fricción entre las partes móviles del péndulo, de manera que no pierde energía por disipación de calor. Un objeto como el anteriormente descrito se denomina péndulo ideal.

Veamos ahora el diagrama de fuerzas sobre el péndulo simple.



El péndulo es sostenido por una cuerda de longitud l. Esta longitud es medida hasta el centro de masa del péndulo, la masa del péndulo es m.

Las fuerzas ejercidas sobre el sistema son:

- La fuerza de gravedad sobre la masa, que posee una magnitud de mg y una dirección hacia abajo. Esta fuerza se puede descomponer para todo ángulo en dos componentes,

$\mathbf{F_y}$ = m**g** cos(θ)   Fuerza sobre el eje **Y**

$$\mathbf{F_x} = m\mathbf{g}\sin(\theta) \quad \text{Fuerza sobre el eje } \mathbf{X}$$

- La tensión **T** que la cuerda ejerce sobre la masa. Esta fuerza se encuentra dirigida hacia el punto de apoyo del péndulo, como lo muestra la figura. Esta fuerza es igual a la fuerza en la misma dirección ejercida por la gravedad, es decir

$$\mathbf{T} = m\mathbf{g}\cos(\theta)$$

La tensión de la cuerda **T** y la componente del peso m**g** cos(θ) son iguales, de lo contrario el péndulo tendría una cuerda que se estiraría, lo cual no es la suposición inicial.

Para pequeñas oscilaciones, es decir para un ángulo θ muy pequeño, el ángulo varía según la ecuación,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

Esta ecuación tiene la misma forma de una ecuación de movimiento armónico simple, y la frecuencia es de la forma

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

El periodo de movimiento es

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

De esta forma vemos como el péndulo simple es un ejemplo de movimiento armónico en su movimiento angular. La aproximación a pequeños ángulos es valida para $\theta \ll 1$ radián.

Cuando el ángulo de oscilación, θ, es muy grande, la aproximación no puede ser usada. Y el movimiento se convierte en inarmónico. En este tipo de movimiento el periodo depende del ángulo que barre el péndulo.

Nótese que el periodo encontrado para el oscilador armónico, no depende del ángulo, solo depende del valor de la gravedad y de la longitud del péndulo.

Las leyes de movimiento no pudieron ser enunciadas correctamente hasta que los conceptos de tiempo y distancia fueron puestos en claridad. El descubrimiento del movimiento pendular permitió la creación de relojes para medir tiempos de manera mas precisa. Los relojes sencillos de pared y cuerda aun funcionan mediante estos mecanismos, ya que la ecuación de comportamiento permite medir el tiempo mediante un péndulo en un sitio de gravedad g con un péndulo de longitud l.

Ejemplo: El reloj del abuelo.

En general todos hemos visto los relojes que utilizan un péndulo para obtener tanto energía como una medida del tiempo. Suponga que usted desea reparar el reloj del abuelo, el cual tiene un sistema como estos, el problema es que se ha perdido la masa del péndulo, y se desea reemplazar por otra masa tal que suspendida dure en cada oscilación un tiempo de 5 segundos.

Para comenzar se debe notar que en la ecuación del péndulo, el tiempo de oscilación idealmente no depende de la masa involucrada. Sin embargo en la práctica se tiene la fricción del aire, que hace detener fácilmente masas pequeñas, debido a la baja inercia de las mismas. Por lo tanto es aconsejable utilizar una masa grande, claro esta que se debe utilizar una masa acorde con las capacidades de resistencia del reloj.

Después de haber seleccionado una masa acorde, nuestro problema por lo tanto, será calibrar el tiempo del reloj, por medio de la longitud del péndulo.

Vamos a tomar como medida de gravedad **g** = 9,8 m/s^2 y despejamos la longitud, l, de la ecuación de periodo del péndulo,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ l &= \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{g} \\ l &= \left(\frac{5\,s}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{9{,}8\,m/s^2} \\ l &= 0{,}064\,m = 6{,}4\,cm. \end{aligned}$$

Ejemplo: Energía en un péndulo simple.

Vamos a estudiar el movimiento del péndulo simple desde el punto de vista de la conservación de la energía.

Haciendo referencia al diagrama de fuerzas del péndulo simple, se puede calcular la energía potencial gravitatoria, en donde el cero de energía potencial es el punto mas bajo de oscilación. Es decir m**g**l. Cuando el péndulo se eleva un ángulo θ ha cambiado su altura por mgl cos(θ). La diferencia de energía potencial es de la forma,

$$\begin{aligned} U_p &= mgh \\ &= mgl - mgl\cos(\theta) \\ &= mgl(1-\cos(\theta)) \end{aligned}$$

La fuerza de tensión **T** es siempre perpendicular a la dirección de movimiento, por lo tanto no efectúa trabajo sobre la masa, y no aporta ningún cambio a la energía potencial.

La energía cinética es de la forma,

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}ml^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \end{aligned}$$

Ya que recordemos que la velocidad tangencial ***v*** es el producto de la velocidad angular por el radio, $v = l\frac{d\theta}{dt}$.

Cuando el péndulo se halla en el extremo de la oscilación, a un ángulo θ_0, la velocidad es cero, y la energía potencial será igual a la energía total del sistema. Es decir,

$$E_{total} = U_p(\theta_0) = mgl(1-\cos(\theta_0)).$$

Por conservación de la energía la suma de las energías cinética y potencial debe ser igual a la energía total, por lo tanto

$$mgl(1-\cos(\theta_0)) = mgl(1-\cos(\theta)) + \frac{1}{2}ml^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

De la anterior ecuación podemos despejar la velocidad angular en función del desplazamiento, obteniendo.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{g}{l}(\cos(\theta) - \cos(\theta_0)).$$

Recordemos que θ_0 es un ángulo fijo que corresponde a la máxima oscilación posible.

3. OSCILACIONES AMORTIGUADAS

En la vida diaria observamos fuerzas de carácter disipativo, también llamadas resistivas, cuyo efecto es oponerse al movimiento. La fuerza de fricción es una de ellas. Este tipo de fuerzas actúan continuamente en un sistema hasta que hace que este se detenga. Por ejemplo cuando dejamos que un carro ruede libremente sin acelerarlo, este termina por detenerse debido a una enorme cantidad de fuerzas de fricción que actúan sobre el, en las llantas, los engranajes internos, etc.

Nuestro interés es mostrar el efecto de una fuerza de fricción sobre un sistema que oscila libremente. Por ejemplo un resorte que sujeta una masa y es sumergido en aceite, o un péndulo dentro del agua.

Para el caso del resorte la ecuación de la fuerza es de la forma,

$$\begin{aligned} m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) &= -kx \\ \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) &= -\left(\frac{k}{m}\right)x \\ \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) &= -\omega^2 x. \end{aligned}$$

Una fuerza resistiva se opone al movimiento del sistema, por lo cual actúa en dirección opuesta a el movimiento. Es usual representar esta fuerza como proporcional a la velocidad. Si suponemos un movimiento sobre el eje X, la ecuación será de la forma.

$$F_r = -bv_x$$

En la cual b es una constante de proporcionalidad que nos indica la magnitud de la fuerza. El signo menos nos indica que esta fuerza se opone a la dirección del movimiento. La ecuación de movimiento para el caso del resorte que se mueve sobre el eje **X** ahora toma la forma,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega^2 x + F_r = -m\omega^2 x - b\frac{dx}{dt}$$

Esta ecuación la pedemos rescribir como,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{b}{m}\left(\frac{dx}{dt}\right) - \omega^2 x.$$

La solución de este tipo de ecuaciones se logra mediante técnicas matemáticas de ecuaciones diferenciales, nosotros no nos preocuparemos por desarrollar estas técnicas, nos limitaremos a dar solución a la ecuación.

$$x(t) = A\exp\left[-\frac{b}{2m}t\right]\sin\left[\sqrt{\omega^2 - \frac{b^2}{4m^2}}t + \delta\right]$$

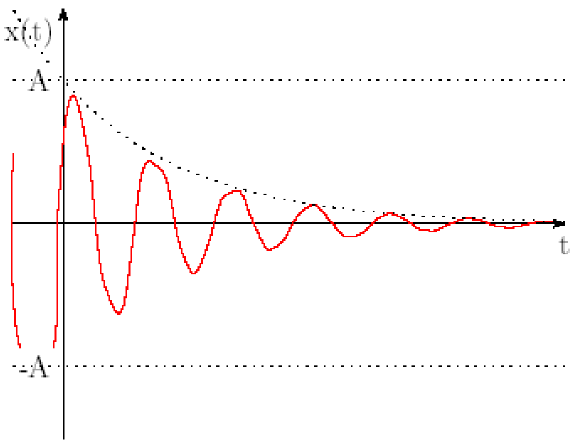
La anterior solución es válida si $b < 2m\omega$, ya que si lo anterior no se cumple el valor dentro de la raíz cuadrada es imaginario. Una solución imaginaria en principio no es posible en física, ya que las cantidades que medimos son reales.

De la ecuación solución podemos decir:

- A es la amplitud del movimiento de oscilaciones libres, sin fuerza de amortiguamiento. Además es la máxima amplitud de oscilación del movimiento.

- δ es el ángulo de fase inicial, es decir que nos indica la posición inicial del movimiento cuando t = 0.

- El movimiento amortiguado tiene un aspecto como el que mostramos a continuación.



- La frecuencia del movimiento amortiguado no es ω, es ω'

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Esta frecuencia es menor que la frecuencia del resorte libre ω. Cuando el término $\frac{b^2}{4m^2}$ es pequeño, indica que el amortiguamiento es bajo, puede ser porque el material en el cual se encuentra inmerso el resorte presenta una baja fricción contra la masa.

Este tipo de movimiento recibe el nombre de movimiento armónico amortiguado. Se presenta también en circuitos eléctricos, debido a la oposición de un material al paso de una corriente, resistencia.

4. OSCILACIONES FORZADAS

Todo sistema que experimenta una fuerza proporcional a su desplazamiento oscila, y cada oscilación está caracterizada por una frecuencia ω. Hasta el momento hemos estudiado dos sistemas con sus frecuencias características,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad \text{Sistema masa resorte.}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \rightarrow \quad \text{Péndulo simple}$$

¿Qué sucede cuando se le aplica una fuerza externa a un oscilador armónico?, por ejemplo un sistema masa resorte al cual se le coloca un motor que hace oscilar la masa a una frecuencia ω′ diferente a la frecuencia natural de oscilación.

En este caso la fuerza se puede expresar en función del tiempo como,

$$F_{ext}(t) = F_0 \sin(\omega' t)$$

La fuerza expresada por modifica la ecuación de la segunda ley de Newton para un resorte, de manera que ahora tenemos,

$$\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= -m\omega^2 x + F_0 \sin(\omega' t) \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\omega^2 x + \frac{F-0}{m}\sin(\omega' t) \end{aligned}$$

La solución a esta ecuación es,

$$x(t) = \frac{F_0}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}\sin(\omega' t).$$

Sobre esto, podemos afirmar que,

- El sistema oscilará a una frecuencia ω' que es la frecuencia dada por la fuerza externa, no por la frecuencia natural del resorte.

- La amplitud del movimiento es de la forma,

$$\frac{F_0}{m(\omega^2 - \omega_0^2)},$$

que indica que la oscilación es proporcional a la fuerza externa F_0. La parte interesante es que cuando la frecuencia natural de oscilación ω es igual a la frecuencia externa del sistema ω', se presenta el fenómeno conocido como **resonancia**, el resorte tiene una amplitud infinita y termina rompiéndose el sistema.

Asociados a la resonancia hay fenómenos físicos que se pueden explicar. Cuando nos encontramos en un columpio lo podemos hacer oscilar si estando sobre él movemos nuestro cuerpo a la frecuencia natural de oscilación. Cuando un contingente de soldados va a pasar sobre un puente, se les ordena detener la marcha que llevan, ya que pueden hacer que el puente entre en resonancia y quebrarlo. Cuando se fabrican motores y otras máquinas que vibran, se diseñan de tal forma que sus oscilaciones internas no destruyan la maquinaria por efectos de resonancia.

En el año de 1940, un enorme puente colgante, ubicado en Tacoma Narrows, cerca a Washington, fue destruido debido al efecto de la fuerza del viento que hacia que el puente entrara en resonancia con sus frecuencias internas.

5. MOVIMIENTO ONDULATORIO

Las olas del mar, las cuales van y vienen con un periodo casi constante, es uno de los mejores ejemplos de lo que es un movimiento ondulatorio. Las olas del mar se originan a miles de kilómetros de la playa, y en su recorrido mantienen una velocidad casi constante sin transportar agua ni desechos.

Cuando se mete un corcho dentro de una vasija de agua y se tira una piedra a la vasija, el agua comienza a formar ondas, las cuales hacen que el corcho suba y baje sin que este se desplace. Existen otros ejemplos, el sonido se propaga por el aire gracias a un movimiento ondulatorio del mismo. Cuando tensamos una sabana y la golpeamos en el centro podemos ver ondas que se alejan del sitio del impacto.

Podemos definir una onda como:

una perturbación de un medio que se propaga de un lugar a otro, pero que no produce el transporte del medio durante su viaje.

Una onda puede transportar energía a grandes distancias, pero no puede transportar la materia misma del medio.

El mundo esta lleno de ondas. Sin las ondas electromagnéticas provenientes del sol, que transportan miles de miles de millones de energía, no existiría la vida en la tierra. Es más, la existencia misma de la vida se debe a que tenemos una reserva casi ilimitada de energía que permite que organismos vivos la conviertan en trabajo de manera coherente.

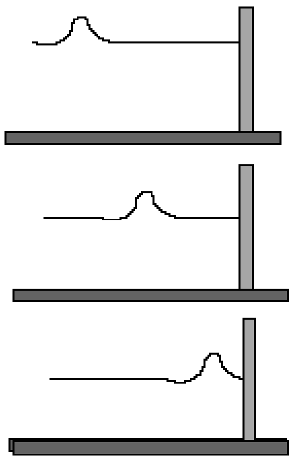
Los fenómenos ondulatorios son una de las esencias mismas de la realidad física y son esenciales para la descripción de fenómenos a escala atómica y subatómica. Los físicos han estudiado las ondas a niveles macroscópico y microscópico, y sus estudios han demostrado ser de considerable importancia para el desarrollo de la civilización.

La presente sección no pretende ser una extensa disertación sobre el tema de ondas, el cual ocupa volúmenes enteros en los cursos de física. Solo se tratará de dar los conceptos básicos y su utilidad.

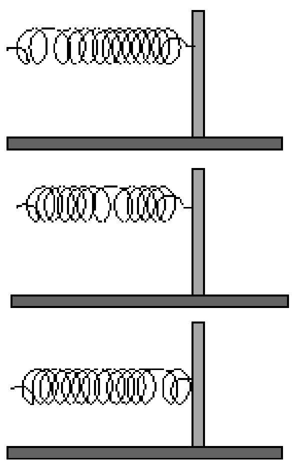
Tipos de ondas

Las ondas más conocidas son las **sonoras**, estas necesitan de un medio, el aire, para propagarse. Las ondas sísmicas necesitan de la tierra para propagarse. Existen otro tipo muy especial de ondas, las **electromagnéticas**, que tienen la muy interesante propiedad de propagarse en el vacío. Esta cualidad de propagarse en el vacío es la que ha permitido que la radiación en el universo sea el medio mas utilizado para el transporte de energía.

Un tipo de onda muy común es el de una cuerda que esta fija a un extremo de un poste, y sujeta por una mano nuestra en el otro extremo. Cuando movemos nuestra mano de arriba para abajo, la cuerda sufre un tipo de movimiento ondulatorio. Este tipo de movimiento ondulatorio se denomina **transversal**, y da origen a las denominadas ondas transversales, tal y como se muestra en la siguiente figura.



Otro tipo de onda son las **longitudinales**. Existen cuando el desplazamiento de las partículas que sufren la perturbación son paralelos a la dirección de propagación de la onda. En la siguiente figura se observa este tipo de ondas para el movimiento de un resorte.



El desplazamiento de una onda puede ser descrito por medio de dos variables, el espacio (**x** en el caso unidimensional y un vector **x** en el caso tridimensional), y el tiempo t.

Cuando no hay fricción en el medio de propagación, la onda se desplaza con una velocidad constante y nada la detiene hasta que finaliza el medio en el cual se transporta. La dirección y rapidez del movimiento define un vector denominado velocidad de la onda.

Un ejemplo de ondas bidimensionales es cuando se arroja una piedra a un estanque, se forman ondas que viajan alejándose del sitio de impacto de la piedra, el movimiento se hace sobre el plano de la superficie del agua.

Para el caso de las ondas tridimensionales tenemos el sonido, el cual viaja formando una onda esférica, cuando el objeto que produce la onda se encuentra quieto en un sistema de referencia.

Aplicaciones en Colombia

Para la fecha en la cual se escribió el texto original, 2004, ya se había iniciado por parte del gobierno Colombiano un ambicioso plan de estudio y monitoreo de las oscilaciones de los puentes. El proyecto se ha comenzado en Bogotá y es posible que se extienda mas regiones de Colombia.

Mediante la ayuda de equipos de telemetría, que efectúan mediciones de aceleración, velocidad y desplazamiento de los puentes, se han empezado a caracterizar estos, en cantidades como la frecuencia natural de oscilación. El conocimiento de esta cantidad puede evitar que en el futuro, incidentes como el de Tacoma en los Estado Unidos se repitan en Colombia.

El proyecto fue iniciado por el Instituto Nacional de Vías, y aplicado a gran escala por el Instituto de Desarrollo Urbano de Bogotá (IDU), el desarrollo y montaje del sistema fue realizado por el Grupo de Física Aplicada del Centro Internacional de Física.

TALLER EXPERIMENTAL. El péndulo físico.

La ecuación más general para un movimiento oscilatorio de un péndulo en la dirección angular θ es:

$$F_\theta = -mg\sin(\theta)$$

Cuando tomamos pequeñas oscilaciones tenemos que sin(θ) ≈ *θ.* Y en este caso la ecuación toma la forma,

$$F_\theta = -mg\theta.$$

Nuestro interés es estudiar el movimiento del péndulo en términos de su momento de inercia, el cual es **I** = ml^2, en donde m es la masa del péndulo y l su longitud. Para ello multiplicamos la anterior ecuación por l,

$$\begin{aligned} ml^2\ddot{\theta} &= -mgl\theta \\ &= -mgl\theta \end{aligned}$$

Para el movimiento de un péndulo, $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ es la aceleración angular.

Obtenemos entonces la ecuación,

$$\ddot{\theta} = -\frac{mgl}{I}\theta$$

Esta es una ecuación de movimiento armónico con una frecuencia,

$$\omega^2 = \frac{mgl}{I}$$

En la anterior ecuación al reemplazar por el momento de inercia se tiene que,

$$\omega = \sqrt{\tfrac{g}{l}}.$$

Esta expresión ya la habíamos encontrado anteriormente en el módulo, pero aquí se presenta otra alternativa para su obtención.

Recordemos también que el periodo del movimiento es,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

En los laboratorios de física se emplea generalmente el sistema conocido como **péndulo físico**, para la realización de las experiencias.

En este sistema, la masa no se encuentra concentrada en un punto, que era una característica esencial en un **péndulo simple**, sino que se encuentra distribuida. Esto hace que este sea un péndulo más real que el péndulo simple, pero su comportamiento, en especial su periodo de oscilación, va a diferir un poco del que conocemos.

Para encontrar el periodo de oscilación del péndulo físico, nos apoyaremos en el concepto de radio de giro, $\mathbf{k_O}$, el cual se define como una distancia tal que si toda la masa m del cuerpo estuviese concentrada a una distancia $\mathbf{k_O}$ del eje de giro, su momento de inercia seria,

$$I = mk_O^2.$$

Relacionando la expresión de momento de inercia, con la de frecuencia angular, obtendremos la siguiente ecuación,

$$mk_0^2\ddot{\theta} = -mgh$$

la cual la podemos escribir como,

$$\ddot{\theta} = \frac{gh}{k_0^2}$$

La frecuencia de oscilación al cuadrado será

$$\omega^2 = \frac{gh}{k_0^2}$$

y el periodo de oscilación será consecuentemente,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k_0^2}{gh}}$$

En la cual h es la distancia desde el eje de giro hasta el centro de masa.

Según el teorema de ejes paralelos (teorema de Steiner) el momento de inercia respecto a un eje que pase por el punto **O** es igual al momento de inercia respecto a un eje que pase por el centro de masa **G** más mh^2.

También, para el momento de inercia respecto al eje que pasa por G debe existir un radio de giro k_G tal que,

$$I_G = mk_G^2$$

Por lo tanto tenemos,

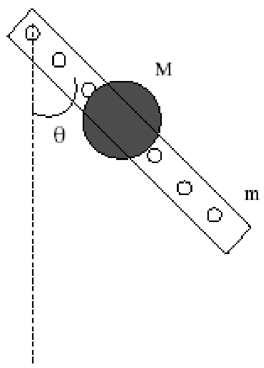
$$k_0^2 = k_G^2 + h^2$$

Reemplazando $\mathbf{k_O}$ obtenemos para el periodo la expresión,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k_G^2 + h^2}{gh}}$$

La experiencia

En nuestro caso, el péndulo físico se muestra en la siguiente figura. Es una varilla homogénea de masa m con orificios iguales a distancias regulares. La masa *M* se puede desplazar a lo largo de la varilla, lo cual hace que el centro de masa del sistema entero cambie. La distancia entre cada orificio determina un h diferente.



- Para cada h tome 5 valores del periodo de oscilación. Utilice un valor de θ < 10°. Para ángulos muy grandes la oscilación no es armónica y la teoría descrita no es aplicable. Haga una gráfica de periodo contra h.

- Observe que se tiene un valor mínimo del periodo $\mathbf{T_{min}}$ para cierto h, que denominaremos $\mathbf{h_{min}}$. Demuestre analíticamente que,

$$g = \frac{8\pi^2 h_{min}}{T_{min}^2}$$

Calcule la aceleración de la gravedad, **g**, a partir de sus datos.

- Evalúe sus errores.

- Observe que también se cumple,

$$T^2 h = \frac{4\pi^2}{g} h^2 + \frac{4\pi^2 k_G^2}{g}$$

Lo cual implica que una gráfica de T^2h contra h^2 es una línea recta. ¿Cuál es la pendiente de esa gráfica?. ¿Cuál es el valor de la intersección de la recta con el eje y?. Haga esta gráfica y obtenga un valor para **g**.

- Compare los errores obtenidos en el valor de **g** por los dos métodos. Dé una razón de porqué los errores son mayores en un método que en otro.

- Qué condiciones se le debe exigir a un péndulo físico para que oscile igual que un péndulo ideal, si:

    - La masa "puntual" tiene la masa de la varilla.
    - La longitud del péndulo simple es igual a h.

EVALUACIÓN FINAL

1. Con base en razonamientos dimensionales, demuestre que la frecuencia de oscilación de una masa unida a un resorte debe ser proporcional a $\sqrt{k/m}$.

2. Si se lleva un reloj de péndulo de la tierra a la luna ¿cambia la frecuencia de oscilación?.

3. Si se cambia la masa que pende de un péndulo, ¿cambia su frecuencia de oscilación?.

4. Un objeto experimenta un movimiento armónico simple, si se cambia la amplitud del movimiento ¿qué sucede con la frecuencia y la energía total?.

5. Es muy poco probable que un sistema realice un movimiento armónico simple perfecto ¿porqué?.

6. De algunos ejemplos de movimientos que son aproximadamente armónicos simples.

7. Como puede determinarse el valor de una masa con un reloj y un resorte cuya constante es conocida.

8. Nombre dos ejemplos de ondas longitudinales.

9. Nombre dos ejemplos de ondas transversales.

10. ¿Porqué las ondas de luz no necesitan un medio para propagarse?.

PALABRAS CLAVES PARA BÚSQUEDA EN INTERNET

A continuación se presenta una serie de palabras útiles para la búsqueda en Internet. Las palabras se han probado en el buscador

http://www.google.com

No tienen ortografía dado que el buscador es universal, y porque en ocasiones va a tener que utilizar teclados que no tienen tildes o eñes.

movimiento periodico, movimiento armonico, oscilaciones, ondas, péndulo simple, conversion de unidades.

BIBLIOGRAFÍA Y CIBERGRAFÍA RECOMENDADA.

Se puede consultar al final del módulo, en BIBLIOGRAFÍA, la referencia completa del texto correspondiente a cada número, según el tema de interés.

- Fórmulas y tablas matemáticas en general [1].
- Mediciones y experimentos [2, 13, 26].
- Movimiento periódico y ondas [7, 8, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Sitios de interés en la web:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4070002/index.html

http://www.fisicanet.com.ar/

http://www.fis.usb.ve/cursos/fisica1/

http://www.geocities.com/apuntesyejercicios/fisica.htm

UNIDAD 3

FLUIDOS Y CALOR

CONTENIDOS

CAPÍTULO 1. HIDROSTÁTICA E HIDRODINÁMICA

Los fluidos son sustancias que se pueden escurrir o fluir, mediante una aplicación apropiada de fuerzas. En términos generales podemos clasificar los fluidos en dos grandes grupos: líquidos y gases.

Los líquidos son prácticamente incompresibles, por lo que se puede considerar que su volumen es constante aunque su forma puede cambiar. Los gases son altamente compresibles, por lo cual no poseen un volumen característico. Sencillamente se expanden o se dilatan ocupando cualquier recipiente que los contenga.

¿Porqué un fluido fluye?. Porque experimenta fuerzas normales ó tangenciales, y la reacción a estas fuerzas es escurrirse, o fluir.

Una condición para que un fluido se encuentre en equilibrio es que en todas sus fronteras se experimenten simultáneamente fuerzas normales.

A nivel microscópico la diferencia entre un sólido, un líquido y un gas se puede atribuir por completo a la interacción entre las fuerzas de atracción que existen entre los átomos, iones y moléculas individuales.

En este capítulo se estudiarán las principales propiedades de los fluidos, así como las leyes más importantes relacionadas con la hidrostática e hidroneumática.

EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

- ¿El vidrio es un sólido o un fluido?.
- ¿Cómo hace una puntilla para penetrar en una pared?.
- ¿Cuál es la diferencia entre un líquido y un gas?.
- ¿Un gel para el cabello es un líquido o un sólido?.
- ¿Qué propiedades de los fluidos conoce?
- ¿Qué entiende por capilaridad? ¿Por tensión superficial?

1. PROPIEDADES BÁSICAS DE LOS FLUIDOS

A continuación vamos a presentar un listado de las propiedades y características básicas de los fluidos. Para comenzar diremos que los líquidos son prácticamente incompresibles, es decir que por grande que sea la presión que se ejerza sobre ellos, su cambio de volumen es prácticamente imperceptible.

Algunos conceptos importantes dentro del estudio de los fluidos son la presión, la densidad y la gravedad específica.

Presión

La presión se define como la fuerza que se ejerce por unidad de área.

$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área}}$$

Formalmente es una derivada de la fuerza con respecto al área.

$$P = \frac{dF}{da}$$

De las anteriores ecuaciones vemos que para obtener una gran presión podemos hacer varias cosas:

- Producir una gran fuerza **F**.

- Ejercer la fuerza en una área muy pequeña **a**.

- Por último podemos hacer los dos procedimientos anteriores simultáneamente, es decir, ejercer una gran fuerza en un área muy pequeña. Un ejemplo de ello es el funcionamiento de una puntilla.

Para que esta trabaje eficientemente se tiene que la punta de la puntilla debe ser muy aguda, y la fuerza ejercida por el martillo sobre la puntilla es muy fuerte. Por esto funciona una puntilla.

Para el caso de un líquido, este ejerce una presión sobre las paredes del recipiente que lo contiene, al igual que un gas, cuando el recipiente es tan débil que no puede soportar la presión, este simplemente deja escapar el líquido.

La atmósfera ejerce una presión sobre nosotros, y el agua de una piscina también lo hace. Cuando nadamos bajo el agua, al sumergirnos demasiado, el agua entra al interior de nuestros oídos. Esto ocurre por que la presión interior del aire que se encuentra dentro de los oídos es menor que la del agua que trata de entrar, y el agua entra finalmente.

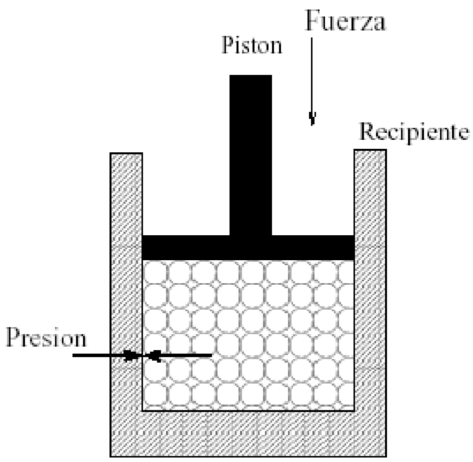
En el diseño de submarinos, la presión juega un papel muy importante, ya que si el submarino se sumerge demasiado la presión del agua ejerce una gran fuerza sobre las paredes del submarino, lo que hace que la presión sea muy grande. A demasiada profundidad un submarino ya no resiste y simplemente es aplastado debido a la enorme presión del agua.

La presión en el sistema internacional se mide en N/m^2 y es denominada **pascal**. Otra unidad utilizada en los países anglosajones es la baria, la cual es din/cm^2. El bar que equivale a 10^6 din $/cm^2$ y la atmósfera normal ó estándar, la cual equivale a 1,033 kilogramos-fuerza/cm^2. La atmósfera ejerce una gran presión sobre nosotros.

Las propiedades de un fluido en equilibrio pueden expresarse por medio del **principio de Pascal**, enunciado por primera vez por Blaise Pascal (1623 - 1662) matemático y filosofo francés.

La presión aplicada a un fluido se transmite sin disminución alguna a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene.

En la siguiente figura se observa el principio de Pascal, aplicado a la presión de un émbolo sobre un fluido.



Las fuerzas que actúan sobre una parte del fluido, se transmiten al interior del mismo y al recipiente que lo contiene. En este caso el embolo ejerce una fuerza F sobre el área determinada por el contacto entre el embolo y el fluido, esto define una presión. Esta presión es transmitida a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente.

Densidad

Los líquidos son prácticamente incompresibles, es decir que por grande que sea la presión ejercida sobre ellos, su cambio de volumen es mínimo.

La densidad (ρ) de una masa homogénea se define como la relación entre su masa (m) y el volumen (V) ocupado por esta:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

sus unidades son el kg/m^3 o el g/cm^3.

Para una masa no homogénea, la densidad de unas partes es diferente a la de otras y en general no es uniforme. Piense por ejemplo en una esponja llena de agua, la cual posee partes que contienen mayor cantidad de agua que otras.

Para este tipo de casos la densidad se define como,

$$\rho' = \frac{dm}{dV}$$

en donde dm se refiere a la masa infinitesimal que ocupa un volumen dV.

Gravedad específica ó densidad relativa

La gravedad específica, la cual se denota como ρ_g, es la relación entre la masa de un cuerpo sólido o líquido y la masa de un volumen igual de agua a 4°C, o a otra temperatura especificada.

$$\rho_g = \frac{\text{Masa de una sustancia}}{\text{Masa de un volumen igual de agua}} = \frac{\text{Densidad de la sustancia}}{\text{Densidad del agua a 4}^o\text{C}}$$

A la gravedad especifica se le suele llamar "densidad relativa", porque hace referencia a la densidad de un cuerpo con respecto a la densidad del agua. Esta cantidad es adimensional, cuando es mayor que la unidad significa que el cuerpo posee una densidad mayor que la del agua, cuando es menor que la unidad significa que el cuerpo posee una densidad menor que la del agua.

Es importante al reportar esta cantidad especificar la temperatura a la cual se está realizando la medición, ya que la densidad de los cuerpos se ve afectada por la temperatura.

El peso específico

El peso específico de una sustancia se define como la relación entre el peso (mg) y el volumen (V) ocupada por esta. Se denota como γ

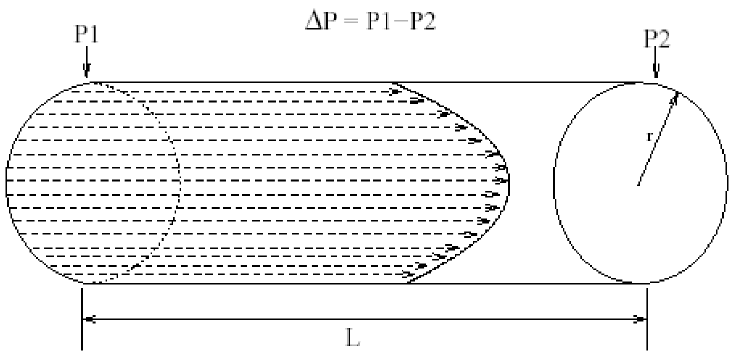
$$\gamma = \frac{mg}{V} = \rho g$$

El peso específico es la misma densidad multiplicada por la gravedad, por lo tanto este valor va a depender del valor de g, el cual cambia con la altitud, o con el planeta sobre el cual se esta midiendo. El peso específico se expresa en N/m^3.

La Viscosidad

La viscosidad es una medida de la resistencia a fluir de los líquidos. Se presenta básicamente por la fuerza de fricción entre las moléculas que componen un líquido. Este fenómeno es evidente cuando se trata de desocupar simultáneamente dos botellas del mismo volumen, pero una está llena de miel y la otra de agua. El agua sale con mucha más facilidad y más rápido que la miel, la miel es mas viscosa que el agua. Podemos hacer que la miel salga mas rápido si aumentamos la temperatura de esta. El efecto de la temperatura es reducir la viscosidad, aumentando la fluidez.

La viscosidad se mide con un viscosímetro. Un método general para la medida de la viscosidad se basa en determinar el volumen que se puede recoger dividido por el tiempo empleado en recogerlo, cuando el líquido fluye a lo largo de un tubo de longitud L y radio r bajo una diferencia de presión Δp entre los dos extremos, como se muestra en la siguiente figura.



Las flechas representan la velocidad de las moléculas del líquido dentro del tubo, Note que en los extremos la velocidad es menor que en el centro del tubo.

Bajo las anteriores condiciones, la viscosidad absoluta (η) se determina por medio de la **ecuación de Poiseuille**:

$$Q = \frac{\pi \Delta p r^4}{L\eta}$$

De esta ecuación podemos decir

- Q es el volumen del líquido recogido por unidad de tiempo, se mide en cm^3/s. Nos indica el volumen que pasa por el tubo en una unidad de tiempo determinada.

- A mayor diferencia de presiones Δp, mayor será el volumen del líquido recogido por unidad de tiempo.

- Entre mayor sea el radio del tubo, mayor será el volumen recogido, esto es claro ya que pasa una mayor cantidad de líquido por un tubo de mayor diámetro que por uno de menor diámetro.

- La cantidad η es la viscosidad, y se mide en países (P), un P equivale a una pascal por segundo. Entre mayor sea la viscosidad del líquido menor será el volumen de este que pase por la abertura, y por lo tanto pueda ser recogido.

Otra forma de medir la viscosidad absoluta se basa en la fricción. Imagínese una bolita de vidrio que es arrojada dentro de un recipiente lleno de agua, esta cae mas lentamente que dentro del aire. Ahora imagínese la misma bolita arrojada dentro de un recipiente lleno de miel, la bolita caerá mas lentamente que en el recipiente de agua, y mucho más lentamente que el aire. Del anterior experimento mental podemos concluir que la viscosidad de la miel es mayor que la del agua, y a su vez la viscosidad del agua es mayor que la del aire, por lo tanto la viscosidad del aire es menor que la viscosidad de la miel, en ecuaciones:

$$\eta_{aire} < \eta_{agua} < \eta_{miel}$$

Se considera que la viscosidad absoluta es proporcional a la fricción, para una esfera de radio r que se mueve dentro de un fluido, la esfera experimenta una amortiguación ζ dada por la ecuación

$$\zeta = 6\pi r\eta$$

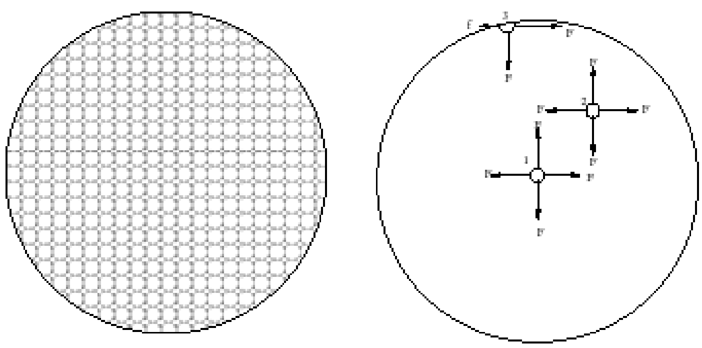
En donde ζ es el coeficiente de amortiguación del fluido. Esta ecuación se conoce como ley de Stokes.

Tensión Superficial y Capilaridad

La tensión superficial se puede definir como la tendencia que tiene un líquido a disminuir su superficie. Las moléculas dentro de un líquido actúan de tal forma que todas se unen entre si, de manera que en el interior de un líquido, si pudiéramos ver una molécula, observaríamos que todas las demás moléculas la atraen con igual fuerza, el resultado es que la fuerza total sobre la molécula es igual a cero.

Pero para una molécula que se encuentre en la superficie de un líquido tenemos que encima de ella no existe fuerza alguna, por lo cual hay una diferencia de fuerzas que hacen que en general la cantidad total del líquido tienda a ocupar la menor cantidad de volumen posible.

Cuando se deja caer una gota de agua, se puede observar que esta forma una esfera casi perfecta, esto es debido a que la tendencia a ocupar el mínimo volumen posible hace que la fuerza en la superficie del agua forma una esfera casi perfecta. En el espacio exterior la esfera formaría una bola perfecta. En la siguiente figura se explica este fenómeno.



La gota puede ser vista como un agregado de moléculas de agua que se atraen unas a otras. Al lado derecho hemos tomado 3 moléculas representativas, las dos que se encuentran en el interior soportan iguales fuerzas por todos los costados, de tal manera que la suma total de estas fuerzas es cero, pero la molécula 3 que se encuentra en la superficie no siente estas fuerzas, la diferencia de fuerzas hace que se genere una tensión en la superficie, de tal forma que para que la sumatoria de fuerzas sea igual a cero. La única opción que tiene el sistema es ocupar el mínimo posible de volumen.

Cualquier cambio en la forma de la superficie implica la realización de una fuerza y un desplazamiento, lo que genera un trabajo. Para realizar este trabajo se debe invertir energía, por lo cual hay un cambio en la energía del sistema, en este caso un cambio en la energía de la gota.

La **tensión superficial** se define como la razón entre el cambio de la energía ΔE y el cambio en el área ΔA

$$\Gamma = \frac{\Delta E}{\Delta A}$$

La tensión superficial tiene unidades de J/m^2.

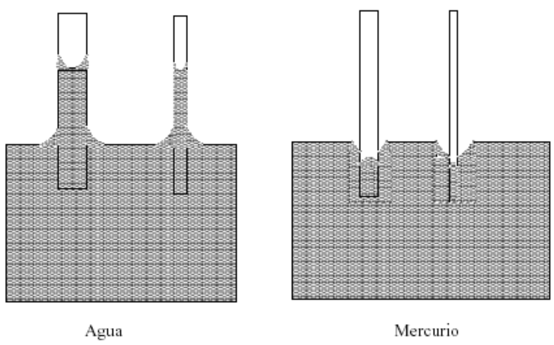
Cuando un líquido entra en contacto con un sólido, aparece en las superficies de contacto una interacción, la cual se manifiesta como una adherencia entre las superficies. Cuando nos lavamos las manos con agua es difícil secarnos solamente con sacudirnos las manos, esto se debe a esa fuerza de adherencia. Esta fuerza depende de las sustancias que se encuentran en contacto, por ejemplo el teflón y el aceite tienen menos adherencia que el aluminio y el aceite, es por ello que algunos utensilios de cocina tienen un recubrimiento de teflón para facilitar su limpieza.

Se debe tener especial cuidado en notar que la tensión superficial de una sustancia es constante, lo que cambia es la fuerza de adherencia cuando se coloca en contacto con otros materiales.

Capilaridad

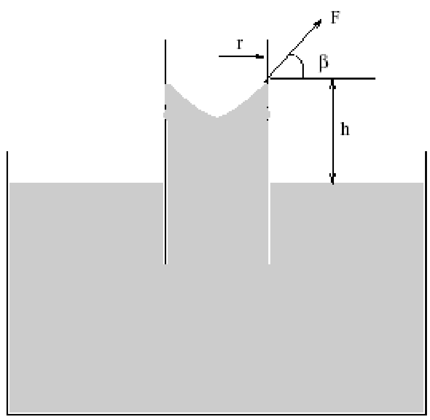
La capilaridad es un fenómeno relacionado con la tensión superficial. Este fenómeno se manifiesta por el desplazamiento de un líquido dentro de un tubo muy delgado llamado capilar, o dentro de un medio poroso. Por ejemplo, si se toma un cubo de azúcar y se moja levemente la parte inferior del cubo en un café oscuro, se puede observar como el café asciende rápidamente por el cubo.

En la siguiente figura se muestra el efecto de la capilaridad con diferentes fluidos.



El comportamiento capilar del agua y del mercurio es diferente, esto es debido a la diferencia en la tensión superficial de los dos fluidos y las fuerzas de adhesión entre el fluido y el material. En los dos casos la superficie del líquido se curva, en el agua la fuerza de cohesión entre sus moléculas es menor que la fuerza de adhesión en la superficie de contacto entre el agua y el vidrio, lo que da lugar a una forma cóncava. En el caso contrario, el mercurio tiene una fuerza de cohesión entre sus moléculas mayor que la fuerza de cohesión entre la superficie mercurio y vidrio, lo cual da lugar a una forma convexa.

Ahora, si colocamos un tubo capilar de radio r, el cual permanece parcialmente sumergido en un líquido, este asciende hasta una altura h, la cual depende de las características del líquido y del diámetro del capilar. La tensión superficial será de $2\pi r\Gamma$; la magnitud de la tensión superficial se debe igualar con el peso de la columna, tal y como se muestra en la figura.



La componente vertical es de magnitud $2\pi r\Gamma\cos\beta,$ esta componente se deberá equilibrar con el peso de la columna para que el sistema se encuentre en equilibrio. De esta forma obtenemos la ecuación,

$$h = \frac{2\Gamma\cos\beta}{\rho g r}$$

El ángulo β es el ángulo que ofrece la curvatura del agua dentro del tubo. Debido al efecto de capilaridad, este ángulo puede ser muy pequeño, como ocurre en el caso del agua, de manera que podemos hacer cosβ ≈ 1, de manera que la ecuación toma la forma

$$h = \frac{2\Gamma}{\rho g r}$$

Sobre estas ecuaciones podemos decir que:

- La altura (h) a la cual asciende el fluido, es directamente proporcional a la tensión superficial, Γ. Una alta tensión superficial proporciona un mayor nivel en la columna de líquido.

- El nivel en la columna es inversamente proporcional al radio r del tubo, es por ello que el fenómeno de capilaridad se presenta especialmente en tubos con un radio muy pequeño.

- La altura a la cual asciende la columna es también inversamente proporcional a la densidad ρ del fluido.

2. PRESIÓN EN UN FLUIDO

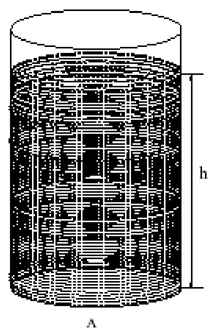
Al nadar nos hemos dado cuenta que el agua ejerce una presión sobre nosotros, y esta presión es mayor a medida que nos sumergimos más.
Llega un punto en el cual la presión del agua hace que penetre líquido dentro de nuestros oídos, ocasionándonos una sensación molesta.

Un fluido ejerce una presión, tanto sobre el recipiente que lo contiene, como sobre los objetos que se hallan dentro de el. Esta presión es proporcional a la altura a la cual se mida, a mayor profundidad mayor presión, a menor profundidad menor presión.

En un tubo de sección transversal, o área A = 2πr, la presión que ejerce el líquido sobre el fondo del tubo se puede obtener por medio de la siguiente ecuación,

$$P = \rho g h$$

en donde P es la presión, ρ es la densidad del fluido, g es la gravedad y h la profundidad a la cual se encuentra el fluido, como se observa en la siguiente figura.



Es muy importante notar que la presión no depende del área sobre la cual actúa. En el caso de un submarino que se encuentra a gran profundidad en el mar, tiene que soportar una enorme fuerza, ya que la presión del agua salada es muy grande, y el área de interacción también es muy grande, lo que hace que la fuerza resultante sea enorme finalmente.

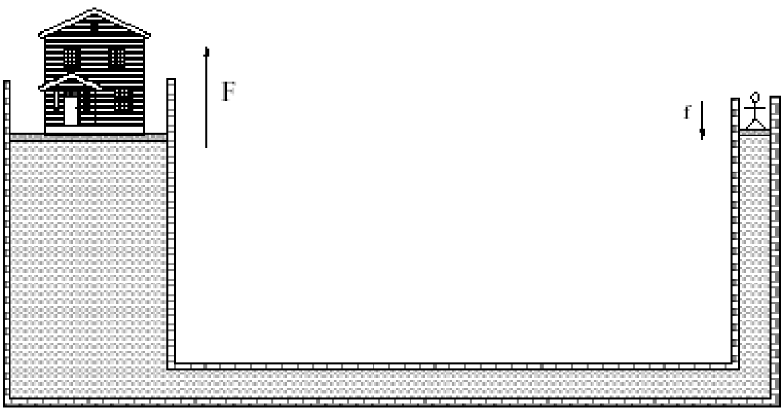
Ejemplo. Una columna de mercurio que se encuentra en un tubo, posee una altura de 76 cm, la presión que ejerce sobre el fondo del tubo es igual a:

$$\begin{aligned} P &= \left(13{,}6\frac{g}{cm^3}\right)\left(980\frac{cm}{s^2}\right)(76cm) \\ &= 1012928\frac{dinas}{cm^2} \\ &= 101{,}30kPa \end{aligned}$$

3. ESTÁTICA DE FLUIDOS

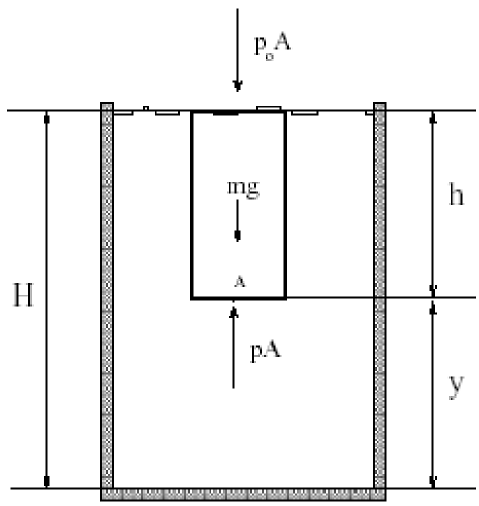
Se dice que un fluido es estático si no fluye, es decir si no hay desplazamiento de sus moléculas de manera constante a través del tiempo. La hidrostática es la parte de la física encargada del estudio de los fluidos en reposo.

Un líquido es considerado en general incompresible, de tal forma que cuando se aplica una presión, ésta se transmite con igual intensidad a todas las partes del fluido, y a las paredes del recipiente que lo contiene. Una utilidad de este principio se muestra en la siguiente figura.



A la derecha una persona se para sobre el sistema en la zona en la cual el área del elevador es muy pequeña, el peso de la persona y la pequeña área producen una presión muy grande, la cual es transmitida a la zona en la cual se encuentra la casa, en esta zona el área es muy grande, y como la presión es la misma, la fuerza resultante será la suficiente para levantar la casa. El único inconveniente es que el desplazamiento es pequeño. Este principio se utiliza en los denominados gatos hidráulicos.

En la siguiente figura vemos como sobre un elemento de líquido de masa m, y volumen hA, en donde h es su altura y A el área de la sección transversal; se efectúan las fuerzas debidas a las presiones superior e inferior, y la del peso mismo del elemento de volumen. Como el sistema está en equilibrio la sumatoria total de fuerzas es igual a cero.



Tenemos entonces que,

$$\begin{aligned} pA - p_0A - mg &= 0 \\ (p - p_0)A &= mg \end{aligned}$$

La masa del elemento estudiado es igual a la densidad por el volumen, m = ρV = ρAh, de manera que la ecuación toma la forma,

$$(p - p_0) = \rho g h.$$

En donde p es la presión inferior, p_0 es la presión superior, la diferencia $(p - p_0)$ es la denominada presión manométrica, y es la que se mide con un manómetro en dicho punto.

Como h = H − y, podemos escribir la ecuación como,

$$(p - p_0) = \rho g(H - y).$$

Estas ecuaciones lo que nos indican es que la diferencia de presiones es una función simplemente de la profundidad a la cual se mide y la densidad del fluido estudiado.

4. PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

Todos hemos visto como una masa de acero se hunde fácilmente en el agua, mientras que un globo lleno de aire permanece flotando, ¿cómo se puede explicar esto?. Para ello recordemos el concepto de densidad relativa o gravedad especifica, que es la relación entre la masa de una sustancia y la masa de un volumen igual de agua a una temperatura determinada.

Podemos también definir una densidad relativa con respecto a cualquier fluido, sin embargo vamos a suponer que nos referimos al agua, en este caso

$$\rho_g = \frac{\text{Masa de una sustancia}}{\text{Masa de un volumen igual de agua}} = \frac{\text{Densidad de la sustancia}}{\text{Densidad del agua}}$$

Tenemos básicamente tres casos:

- $\rho_g > 1$, la densidad del objeto es mayor que la del agua y el objeto tendrá la tendencia a hundirse.

- $\rho = 1$, la densidad del objeto es igual a la densidad del agua y de esta forma el objeto tendrá una tendencia a mantenerse en una posición de equilibrio en el punto en el cual se encuentre.

- $\rho < 1$, la densidad del objeto es menor que la del agua, de manera que el objeto flota.

El **principio de Arquímedes** expresa lo anterior de la siguiente forma:

"Si un cuerpo está parcial o totalmente inmerso en un fluido, el fluido ejercerá una fuerza vertical hacia arriba sobre el cuerpo, igual al peso del fluido desalojado o desplazado".

La fuerza que ejerce el fluido se denomina empuje, y es la razón por la cual los barcos no se hunden.

$$\text{empuje} = \text{peso del líquido desalojado} = V_c \rho_1 g$$

Siendo V_c el volumen del cuerpo, y ρ_1 la densidad del líquido.

5. DINÁMICA DE FLUIDOS

En el caso de la dinámica de fluidos lo que nos interesa es un fluido que se mueve a través de una tubería, o un cauce. Para ello es importante el concepto de flujo, el cual hace referencia al desplazamiento de un líquido en un punto del espacio.

Si la velocidad de un fluido es constante en el tiempo en cualquier punto, se dice que el flujo es estacionario. Este tipo de flujo es muy común en movimiento de fluidos a bajas velocidades. Cuando no hay un desplazamiento relativo de los elementos de masa del fluido, es decir cuando todos se mueven a la misma velocidad, se dice que el flujo es laminar.

En un flujo no estacionario la velocidad de las partículas, o de los elementos del fluido, varían en función del tiempo. Cuando un flujo cambia en forma muy brusca se dice que es turbulento.

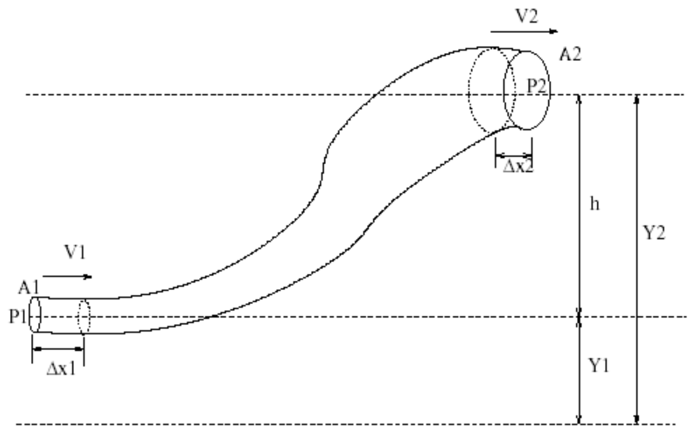
Los conceptos básicos de la dinámica de fluidos se han planteado para flujos estacionarios, incompresibles y no viscosos.

¿Cómo se mide el flujo?

Los fluidos se pueden mover en sistemas cerrados como tuberías o en sistemas abiertos como ríos y canales, en los cuales existe una superficie libre.

A partir del principio de conservación de la masa, se puede determinar la cantidad de masa por unidad de tiempo que pasa por un punto, de manera que no hayan sumideros, zonas que se lleven materias, ni fuentes, zonas que agreguen materia.

En la siguiente figura se ha considerado un ducto por donde circula un fluido de densidad ρ, la cual es constante, este fluido va desde una sección transversal A1 a una velocidad V1, hasta una sección transversal A2 con velocidad V2.



P1, V1, ΔX1 son la presión, la velocidad y la distancia inicial tomadas como parámetros de entrada. P2, V2 y ΔX2 son las mismas cantidades pero en la salida.

En un tiempo Δt, la masa que entra por la sección transversal de área A1 es igual a la cantidad de masa que sale por el área A2, de manera que

$$A1(\Delta x1)\rho = A2(\Delta x2)\rho$$

Δx1 y Δx2, son respectivamente: Δx1 = V1Δt y Δx2 = V2Δt, de manera que,

$$A1V1 = A2V2$$

Esta ecuación se conoce como **ecuación de continuidad**. De ella se deduce que cuando el ducto es mas estrecho el fluido deberá ir más rápido para compensar la cantidad de líquido que sale a una velocidad determinada. Esta ecuación es correcta para los líquidos ideales, en los cuales no hay viscosidad ni fricción con las paredes del ducto.

Utilizando el principio de conservación de la energía para la figura anterior, tenemos que,

$$P1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m1 V1^2}{Volumen1} + \frac{\rho g Y1}{Volumen1} = P2 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m2 V2^2}{Volumen2} + \frac{\rho g Y2}{Volumen2}$$

Y utilizando la ecuación de continuidad llegamos a la **ecuación de Bernoulli**,

$$P1 + \frac{1}{2}\rho V1^2 + \rho g Y1 = P2 + \frac{1}{2}\rho V2^2 + \rho g Y2$$

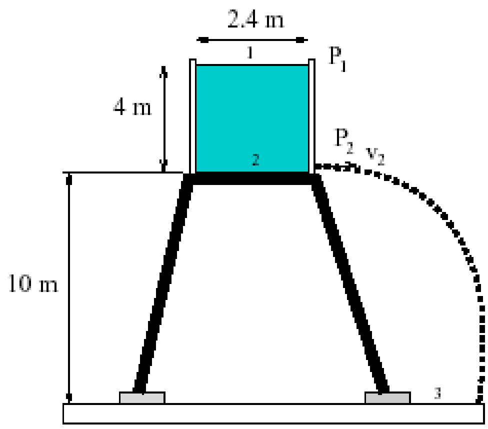
Esta ecuación es la más importante para la mecánica de fluidos. Para su explicación detallada debemos volver a la figura anterior. Esta ecuación me relaciona la diferencia de presiones entre los extremos de un tubo por el cual circula un fluido con una densidad ρ. Detrás de esta ecuación se encuentra la conservación de la energía, pero nosotros trataremos de dar una explicación un poco simple a su significado:

las cantidades que se encuentran a la izquierda de la ecuación de Bernoulli hacen referencia a las cantidades que se encuentran en el extremo inferior del tubo, es decir la presión inferior P1, la velocidad del fluido en el punto inferior V1 y la altura a la cual se encuentra el fluido y desde la cual empezamos a medir Y1. g es la gravedad.

Las cantidades que se encuentran al lado derecho de la ecuación hacen referencia al extremo superior del tubo, su presión superior P2, la velocidad del fluido en la parte superior V2 y la altura a la que se encuentra el fluido en ese punto Y2.

Todo diseño de tuberías y sistemas de drenaje debe tener en cuenta la ecuación de Bernoulli.

Ejemplo: El tanque de agua del pueblo.



Un tanque cilíndrico de 4 metros de alto y 2.4 metros de diámetro, está sobre una torres de 10 metros. Inicialmente el tanque está completamente lleno de agua hasta el tope. En la base hay un orificio de 10 cm^2 de área el cual se encuentra tapado. Cuál será la rapidez de salida del agua una vez que se retire el tapón?.

Solución:

En la figura se puede observar la representación del problema, p_1 es la presión en la parte superior del tanque, y es igual a la presión atmosférica. p_2 es la presión en la parte inferior del tanque, esta presión es aproximadamente igual a la atmosférica, por lo tanto dejamos este valor, es decir que hasta el momento tenemos $p_1 = p_2$.

La rapidez con la cual desciende inicialmente el nivel del agua dentro del tanque está relacionada con la rapidez de salida del agua del orificio, para ello utilizamos la ecuación de continuidad, de esta forma la velocidad v_2 con la cual sale el agua en la parte inferior está relacionada con la velocidad a la cual desciende el líquido v1 por,

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{A_1 v_1}{A_2} \\ &= \frac{\pi(1{,}2\,m)^2\, v_2}{10 \times 10_4\, m^2} \\ &= 4523\, v1. \end{aligned}$$

En donde A_1 es el área en la parte superior del tanque, y A_2 es el área del orificio. El resultado muestra que la velocidad a la cual comienza a disminuir el nivel del agua es 4523 veces mas lenta que la velocidad con la cual sale el agua por el agujero. Debido a la enorme diferencia en la velocidad podemos decir que la cantidad $\frac{1}{2}\rho v_1^2$ es despreciable en la ecuación de Bernoulli.

Tenemos hasta el momento como resultados,

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ \frac{1}{2}\rho v_1^2 &= 0 \\ g &= 10 m/s^2 \quad gravedad \end{aligned}$$

De esta forma en la ecuación de Bernoulli podemos despejar la velocidad v_2 para obtener:

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{2g(y_1 - y_2)} \\ &= \sqrt{2gh_0} \\ &= \sqrt{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)(4\,m)} \\ &= 8{,}9\, m/s \end{aligned}$$

En este ejemplo hemos encontrado la cantidad $\sqrt{2g(y_1 - y_2)}$, esto corresponde a la velocidad a la cual sale un fluido ideal por un orificio y es similar a la velocidad de caída libre de un cuerpo sometido a la misma a la misma diferencia de altura. Esto se conoce como **principio de Torricelli**.

TALLER EXPERIMENTAL

En este taller experimental, lo que se pretende es que con lo aprendido a lo largo del módulo, usted sea capaz de crear un taller experimental cuyo tema central sean los fluidos.

A continuación daremos unas pautas para que usted lo haga:

- Tome un tópico específico del tema fluidos, por ejemplo densidad ó presión, y busque como objetivo principal el afianzar el concepto utilizando como herramienta el taller.

- No trate de abarcar todo el capítulo, haga énfasis en un solo tema y apréndalo bien, defina que cantidad desea medir. De esta forma defina un objetivo claramente.

- El experimento debe tener como resultado el valor numérico de una cantidad. Este valor debe usted poderlo comparar con un valor experimental. Es fundamental que al final del experimento usted pueda comparar la cantidad que se midió con la cantidad teórica que se obtuvo.

- Haga un dibujo del montaje experimental inicial para verificar que cuenta con todos los materiales, después realice el montaje y compruebe que funciona.

- Haga un bosquejo de la metodología a emplear, es decir, diga claramente como hacer el experimento, que cantidades medir y como comparar los resultados con ayudas de gráficos o tablas.

- Escriba una pequeña descripción del experimento de no más de tres páginas, en las que deberá incluir el bosquejo del experimento.

- Cite bibliografía en donde se pueda buscar información del tema estudiado.

- Por último asegúrese que los demás entienden lo que usted desea hacer, para ello reparta el material escrito y haga que otras personas realicen el experimento.

A lo largo del texto se ha intentado progresivamente seguir el esquema presentado anteriormente. Sin embargo, es deseable que usted lo haga como le parezca mejor. Lo importante es que al final otras personas hagan el experimento y aprendan de él.

EVALUACIÓN FINAL

1. A nivel del mar la densidad del aire seco a 0°C es 1.29 Kg/m^3 y a 30°C es 1.16 Kg/m^3. Cuántos kilogramos de aire hay en un aula de clase cuyas dimensiones son 5m × 6m × 3m.

a) ¿Cuándo la temperatura ambiente es de 0°C?.
b) ¿Cuándo la temperatura ambiente es de 30°C?.
c) ¿En qué porcentaje varía la masa de aire cuando la temperatura pasa de 0°C a 30°C?.

2. ¿A qué altura, sobre el nivel del agua en donde está sumergido, subiría por capilaridad el agua en un pitillo de 4 mm de diámetro?.

3. Un trozo de metal pesa 50 N en el aire y 30 N cuando se sumerge completamente en el agua. Calcule la gravedad específica del metal suponiendo que el metal tiene una gravedad específica uniforme.

4. Un objeto que pesa en el aire 50 N, 30 N al sumergirlo en el agua y 40 N cuando se sumerge en un líquido de una densidad desconocida. ¿Podría usted calcular la densidad del líquido desconocido?, si la respuesta es si calcule la densidad.

5. Un recipiente que contiene agua se coloca en el plato de una balanza; la lectura de la balanza es w_0. Otro cuerpo de peso w_c sostenido por una cuerda de masa despreciable se sumerge completamente en el recipiente con agua pero sin que toque el fondo del recipiente, ¿cuál será la nueva lectura de la balanza?. Si el cuerpo descansa completamente en el fondo de la balanza ¿cuál será la lectura de la balanza?.

6. El 30% del volumen de un objeto flota sobre el agua. ¿Cuál es la densidad media del objeto?.

7. ¿Cuál será la presión estática en el extremo inferior de una tubería de conducción de agua que se halla 1000 metros más arriba?. ¿Qué papel desempeña la presión atmosférica si el extremo inferior del tubo se rompe?.

8. ¿Cuál es la diferencia de presión atmosférica entre los pies y la cabeza de una persona de 1.8 metros de altura?.

9. ¿Cuánto pesan 2m^3 de cobre, cuya gravedad específica es de 8.82?.

PALABRAS CLAVES PARA BÚSQUEDA EN INTERNET

A continuación se presenta una serie de palabras útiles para la búsqueda en Internet. Las palabras se han probado en el buscador

http://www.google.com

No tienen ortografía dado que el buscador es universal, y porque en ocasiones va a tener que utilizar teclados que no tienen tildes o eñes.

fluidos, curso de fisica, ley de los gases, gas ideal, pascal, bernoulli, arquimedes principio, conversion de unidades.

BIBLIOGRAFÍA Y CIBERGRAFÍA RECOMENDADA.

Se puede consultar al final del módulo, en BIBLIOGRAFÍA, la referencia completa del texto correspondiente a cada número, según el tema de interés.

- Fórmulas y tablas matemáticas en general [1].
- Mediciones y experimentos en fluidos y gases [2, 9, 13, 26].
- Conversión de unidades [18].
- Fluidos y gases [7, 8, 11, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Sitios de interés en la web:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4070002/index.html

http://www.fisicanet.com.ar/

http://www.fis.usb.ve/cursos/fisica1/

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/fisica/

CAPÍTULO 2. CALOR Y TEMPERATURA

Desde la antigüedad es conocido el concepto intuitivo de calor, y se suele confundir muy a menudo con el de temperatura. En una noche fría es normal que frotemos nuestras manos y de esta manera las calentemos. Sin embargo ¿cuál es la diferencia entre calor y temperatura?. Esta es una de las preguntas que aclararemos a lo largo de este capítulo.

El calor es considerado uno de los elementos más importantes en las actividades del hombre, y su estudio y comprensión han permitido la creación de máquinas como la de vapor y las neveras. Los avances técnicos, por otra parte, crearon la necesidad de cuantificar el calor y la temperatura.

La historia de la evolución de los conceptos de calor y temperatura son muy interesantes, la diferencia entre calor y temperatura fue algo que tardo siglos, desde Galileo, en entenderse.

Los resultados de la termodinámica son esencialmente empíricos, es decir que han sido obtenidos por medio de la observación y la realización de experimentos. Nuestro interés se centrará en el estudio de la termodinámica principalmente, sin preocuparnos por justificaciones teóricas del nivel de la mecánica estadística.

EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

- ¿Qué es calor?.
- ¿Qué es temperatura?.
- ¿Porqué decimos que en un día cálido nos da más calor?
- ¿Porqué al tocar una barra de metal y una de madera sentimos que la de metal está mas fría?.
- ¿Porqué se calienta tan rápido el metal?.
- ¿Cómo medimos la temperatura en el sol?.
- ¿De dónde sacan energía los seres vivos?.

1. CALOR Y TEMPERATURA

Como ya vimos con el ejemplo de las manos que frotamos, podemos mostrar intuitivamente que el trabajo y el calor están relacionados, ya que al mover las manos estamos realizando una fuerza y efectuando a la vez un desplazamiento de nuestras manos debido a esta fuerza, por lo tanto transformamos energía en movimiento, pero además elevamos la temperatura. ¿Por qué se genera ese cambio en la temperatura?. En este punto es bueno introducir nuestro primer concepto importante,

Todo cambio en la temperatura es producido por el calor.

A nivel microscópico lo que esta pasando es que los átomos y moléculas que conforman las palmas de nuestra manos se empiezan a mover mas rápidamente, y de esta forma empiezan a chocar unas con otras aumentando su energía cinética. Nuestro organismo siente este aumento en la energía cinética promedio con la sensación que denominamos calor. Pero en realidad lo que sentimos es un aumento de la temperatura.

En todos los cuerpos un aumento de la temperatura implica un aumento en la energía cinética promedio de las partículas que componen un cuerpo, sean átomos o moléculas. Si tuviésemos un microscopio lo suficientemente bueno como para poder ver las moléculas individuales que componen el agua, a temperatura ambiente veríamos a las moléculas de agua saltar alegremente de un lado a otro y al medirles su velocidad promedio encontraríamos una velocidad que podríamos asociar a su temperatura externa.

Al calentar el agua notaríamos que las moléculas empiezan a moverse un poco mas rápido y que su velocidad promedio también aumenta, aumentando con ella su energía cinética y su temperatura. Además al moverse mas rápido las moléculas también empiezan a necesitar más espacio para poder moverse, por lo que el volumen total del objeto aumenta de forma paulatina. A una temperatura suficientemente alta, 100°C a nivel del mar, las moléculas empiezan a necesitar tanto espacio que salen disparadas en todas direcciones, y a nivel macroscópico lo que observamos es que el agua se evapora.

Si pudiéramos enfriar el agua casi hasta una temperatura de 273°C bajo cero, nos daríamos cuenta que las moléculas casi no se mueven. Si lográramos llegar a una temperatura de 273.16°C bajo cero las moléculas se quedarían quietas, sin embargo este punto es imposible de alcanzar debido a que lo prohíben las leyes de la termodinámica.

De esta forma podemos decir que:

La temperatura es una medida de la energía cinética promedio de las moléculas que componen un cuerpo.

También se puede definir la temperatura como la fracción de energía interna que se puede manifestar en forma de calor. En la práctica la temperatura es una medida de que tan caliente o frío esta un cuerpo.

Si calentamos agua y aceite en las mismas cantidades y por espacio del mismo tiempo y luego medimos su temperatura, nos percatamos que al final del proceso la temperatura del aceite es mayor que la del agua, por esta razón es mas rápido fritar un huevo en aceite que ponerlo en agua a cocinar. En general otra observación importante es que,

Si se le suministra la misma cantidad de calor a dos sustancias diferentes bajo las mismas condiciones, en general la temperatura alcanzada por las dos substancias será diferente.

Ley cero de la termodinámica

Cuando calentamos agua hasta cierta temperatura y luego sumergimos un cubo de madera dentro del agua, después de cierto tiempo la temperatura del cubo y del agua se habrán equilibrado, y en este momento se dice que los cuerpos se encuentran en equilibrio termodinámico. A esto se le denomina ley cero de la termodinámica.

2. ¿CÓMO MEDIMOS LA TEMPERATURA?

Cuando un metal se calienta lo suficiente, este se comienza poco a poco a poner rojo, si se calienta lo suficiente se puede poner blanco y con un poco más de calor puede llegar a fundirse.

En general las propiedades físicas de los cuerpos cambian cuando cambian su temperatura. El agua pasa de sólido a líquido, y con suficiente temperatura se convierte en gas. Los metales cambian propiedades como la conductividad eléctrica, y los gases cambian su presión ante cambios de temperatura.

Este cambio en las propiedades es usado para medir la temperatura de los cuerpos, y se denominan propiedades termométricas. El aparato con el cual medimos la temperatura se denomina termómetro, y es un aparato que utiliza las propiedades termométricas de ciertos materiales para efectuar mediciones sobre la temperatura.

Los termómetros mas usados son:

- **Termómetros de líquido:** Se utilizan las variaciones de volumen de un líquido para evaluar los cambios en la temperatura. Antiguamente se utilizaba agua coloreada o alcohol, este último sigue siendo utilizado en la industria. Actualmente es muy común el termómetro de mercurio, sobre todo por los médicos, el mercurio es un metal que a temperatura ambiente es líquido. Los metales tienen la propiedad de ser excelentes conductores de calor, y además de variar su volumen muy rápido ante cambios de temperatura.

- **Termómetros de resistencia eléctrica:** Estos utilizan el cambio en la resistencia eléctrica para medir cambios en la temperatura. Pueden ser desde dispositivos de estado sólido semiconductores conocidos como termistores hasta resistencias metálicas simples hechas de platino. Los termistores son muy buenos para efectuar este tipo de mediciones.

- **Termómetros de pares termoeléctricos o termocuplas:** Existe un fenómeno interesante cuando se juntan dos metales diferentes en una punta y se cambia la temperatura, se produce una diferencia de potencial eléctrico que cambia con la temperatura, esta diferencia de potencial puede ser medida y de esta manera se le puede asociar una temperatura. Son de gran uso industria y tienen una enorme precisión al medir ligeros cambios de temperatura.

- **Termómetros de cintas bimetálicas:** Se conocen como de bimetal termostático, utilizan el efecto de dilatación diferencial, en el cual dos metales diferentes se dilatan de manera diferente ante un mismo cambio en la temperatura. Los metales son dos cintas que se encuentran unidas entre si de manera que con la dilatación forman un arco.

- **Termómetros ópticos:** Utilizan el principio del cambio de color cuando cambia la temperatura en los objetos. Como en el caso del metal se sabe que cuando se encuentra a una temperatura determinada este adquiere determinadas tonalidades de acuerdo a su temperatura, se utiliza para medir temperaturas mayores a 500° centígrados.

- **Termómetros de espectro de emisión:** Para temperaturas muy altas, superiores a 3000°, se utiliza la radiación electromagnética emitida por los objetos, esta radiación tiene una relación directa con la temperatura de los objetos. Mediante esta técnica se puede medir una amplia gama de temperaturas, desde temperaturas por debajo de los cero grados centígrados hasta temperaturas como la de la superficie solar.

En general todos los termómetros mencionados solamente dan variaciones de temperatura, ya que es necesario una variación en esta para que alguna propiedad física cambie.

¿Cómo hacemos para medir la temperatura?, para ello efectuamos un proceso de calibración mediante algún fenómeno físico que permanezca invariante. Este proceso de calibración es muy importante, ya que la única forma de asegurar que un proceso de medición es realizado correctamente es asegurando que el equipo usado es el adecuado y se encuentra midiendo de manera correcta.

En Colombia el ente encargado de la calibración de pesos y medidas es la Superintendencia de Industria y Comercio, la cual cuenta con laboratorios altamente especializados en la medición de parámetros importantes para la industria y la ciencia en Colombia, entre ellos la temperatura.

Para determinar la escala de un termómetro se sumerge en agua destilada, hasta alcanzar el punto triple, en el cual coexisten de manera simultanea la fase líquida, sólida y gaseosa del agua, y que se da a unas condiciones de temperatura y presión específicas. El otro punto se halla a partir de la temperatura de ebullición a una presión atmosférica igual a la del nivel del mar.

3. ESCALAS DE TEMPERATURA

En la actualidad es muy común el uso de los grados centígrados, y en el ámbito científico se utiliza la escala de grados Kelvin. En los países anglosajones es común el uso de la escala Fahrenheit. Estas son las tres mas importantes escalas utilizadas en la actualidad, en el futuro se espera la unificación a una sola escala de temperatura. La descripción de cada una de las escalas la haremos a continuación.

- **Escala Kelvin:** Es denominada así en honor a William Thompson "Lord Kelvin" (1824-1907). Utiliza como unidad de medida el Kelvin, que se denota como K.

El cero absoluto se considera el inicio de la temperatura, 0 K, el cual corresponde al punto de menor energía interna de un sistema. 273.16 K corresponden a el punto de fusión del agua y 373.16 K corresponden al punto de ebullición del agua a presión atmosférica. Es la unidad usada en los laboratorios a nivel mundial.

- **Escala Celsius:** Llamada de esta forma en honor a Anders Celsius, (1701-1744). Tiene como unidad de medida el grado centígrado, el cual se denota por °C. Al punto de fusión del agua le asigna una temperatura de 0 °C, y al punto de ebullición se le asigna un valor de 100 °C. En esta escala un grado centígrado es equivalente a un grado Kelvin. Es la unidad mas corrientemente usada. En esta escala el cero absoluto corresponde a -273.16 °C.

- **Escala Fahrenheit:** Se denomina de esta forma en honor a Gabriel Fahrenheit (1686-1736), tiene como unidad de medida el grado Fahrenheit, el cual se denota como °F. Al punto de fusión del hielo se le asigna un valor de 32 °F y al punto de ebullición del agua un valor de 212 °F de tal forma que entre los dos puntos de referencia hay en total 180 °F. Un grado centígrado o kelvin equivale a 9/5 °F. El cero absoluto equivale a -460 °F. Es una unidad muy usada en países anglosajones.

Las relaciones entre las escalas de temperatura se pueden determinar fácilmente con ayuda de las anteriores descripciones, así:

$$K =^o C + 273$$

$$^oF = \frac{9}{5}^o C + 32$$

Ejemplo. ¿ A cuántos grados centígrados equivale una variación de temperatura de 18 °F?.

$$1^oF = \tfrac{5}{9}^oC \ por\ lo\ tanto\ F = \tfrac{5}{9}^oC = 10^oC.$$

Ejemplo. Convertir 50 °C a Fahrenheit.

$$\begin{aligned} ^oF &= \frac{9}{5}^o C + 32 \\ &= \frac{9}{5}50 + 32 = 122^oF. \end{aligned}$$

4. CALOR ESPECÍFICO Y CAPACIDAD CALORÍFICA

Cuando un cuerpo varía su temperatura en general lo hace por que o se le ha suministrado calor o se le ha sacado calor. Cuando tomamos un jugo y lo enfriamos por medio de hielo lo que en realidad estamos haciendo es calentando el hielo, extrayendo el calor del jugo por medio del hielo que se encuentra a una temperatura inferior. El jugo calienta el hielo no el hielo enfría el jugo como se piensa. Esta es la dirección en la cual se propaga el calor, de los objetos más calientes a los más fríos, y no en dirección contraria.

Si a dos cuerpos de igual masa, pero diferente material se les suministra la misma cantidad de calor, durante el mismo periodo de tiempo, la temperatura final será en general diferente para los dos cuerpos, esto se debe a que los cuerpos compuestos de materiales diferentes absorben a una rapidez diferente el calor suministrado. La propiedad que caracteriza este comportamiento se denomina calor específico.

La cantidad de calor ***Q*** que se le suministra a un cuerpo de masa ***m*** y de calor específico ***c*** para elevar su temperatura una cantidad ***ΔT*** será,

$$Q = m\, c\, \Delta T$$

De la ecuación anterior podemos decir,

- El calor ***Q*** tiene unidades de energía (Joule), sin embargo para el caso específico del calor se utilizan unidades especiales como la caloría o la unidad térmica inglesa, las cuales serán explicadas más adelante.

- ***mc*** recibe el nombre de capacidad calorífica del cuerpo, se suele denotar por la letra ***C***, mayúscula, y es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura del cuerpo de masa ***m*** en un grado kelvin.

Un ejemplo claro de cómo el calor específico actúa en diferentes cuerpos, es por medio del siguiente experimento:

coloque un termómetro sobre dos objetos del mismo tamaño, uno de metal y otro de madera, se dará cuenta que los dos se encuentran a la misma temperatura, ahora toque los dos objetos, al tocarlos el objeto de metal se siente mas frió que el de madera ¿por qué?. La razón de esto es el calor específico, el metal posee por lo general una capacidad calorífica baja lo que implica que para quedar a la misma temperatura de nuestra piel deberá absorber mayor calor, como consecuencia al absorber el calor de nuestro cuerpo sentiremos el metal frío. El metal le roba calor a nuestro cuerpo de manera muy rápida, es por esto que los metales se calientan tan deprisa.

En el siguiente cuadro se resume el calor específico de algunas sustancias a 25° y a presión atmosférica normal.

Nótese el gran valor de calor específico para el agua líquida.

Substancia	Calor especifico $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Aluminio	910
Cobre	386
Hierro	447
Plomo	128
Mercurio	140
Tungsteno	136
Helio	520
Nitrógeno	1040
Oxigeno	920
Carbono (Diamante)	509
Agua	4180
Hielo (-10^0)	2100
Alcohol	2500
Vidrio	67
Tierra (suelo)	104
Madera (Valor normal)	167

5. FUSIÓN Y VAPORIZACIÓN

Existen tres estados principales para la materia: el sólido, el líquido y el gaseoso. Durante el proceso conocido como cambio de fase o transición de fase, los elementos cambian de sólido a líquido, de líquido a gaseoso, de gaseoso a sólido y viceversa.

Cuando un elemento cambia de sólido a líquido se denomina **fusión**, cuando cambia de líquido a sólido se denomina **solidificación**, al cambiar de sólido a gaseoso se denomina **sublimación**. Al cambiar de líquido a gaseoso se denomina **vaporización**.

El calor absorbido durante la transición de una fase a la otra se denomina calor de transformación ó calor latente ***L***. Durante el proceso de cambio de fase el calor absorbido no da lugar a un cambio en la temperatura, lo cual se utiliza para calibrar termómetros, porque se sabe que a cero grados centígrados el agua y el hielo coexisten simultáneamente y no hay cambio de temperatura, a presión atmosférica.

Si un pedazo de materia tiene masa m y calor latente L en una transformación de fase, el calor absorbido por la sustancia en una transición de fase es,

$$Q = mL$$

Podemos definir los calores latentes como:

- El calor latente de fusión L_f es la cantidad de calor necesaria para que la unidad de masa de una sustancia pase de fase sólida a la fase líquida a temperatura y presión constantes.

- El calor latente de vaporización L_v es la cantidad de calor que requiere la unidad de masa de una sustancia para pasar de la fase líquida a la fase gaseosa.

- El calor latente de sublimación L_s es la cantidad de calor por unidad de masa que requiere una sustancia para pasar de la fase sólida a la fase de vapor.

6. TRANSFERENCIA DE CALOR

El calor es una forma de transferencia de energía entre un cuerpo y el medio que lo rodea. Pero esta energía no puede ser convertida en trabajo, se expresa por medio de un cambio en la temperatura de los cuerpos, o una transición de fase. El flujo de calor se establece de la zona de mayor temperatura a la de menor temperatura.

La transferencia de calor puede ocurrir por medio de tres procesos físicos diferentes.

- **Conducción:** Se da cuando existe un medio que transporte calor, por ejemplo el aire o un metal pueden conducir calor. Cuando calentamos una varilla de metal en un extremo, en corto tiempo la varilla se calienta, sin que el aire se caliente igual de rápido. Esto sucede por que los metales son buenos conductores de calor, y facilitan el intercambio de calor.

Existen materiales que son mejores conductores térmicos que otros. Los metales son mejores conductores térmicos que los gases y los líquidos.

En la construcción de maquinaria, la conductividad térmica es un parámetro fundamental a tener en cuenta en su diseño. El aire es un muy buen aislante térmico, es por ello que las neveras de plástico tienen un espacio vacío, en el cual hay aire que suple la existencia de un aislante.

La conductividad térmica se presenta por que las partículas que componen un medio, vibran con facilidad o dificultad cuando se les agrega calor. De esta forma el aislante térmico perfecto es el vacío, ya que en el no hay partículas que mover.

- **Convección:** En la convección el calor se transporta por que el material que está caliente se mueve a zonas de material mas frío. Por ejemplo al calentar agua, el líquido que se encuentra depositado en el fondo de la olla se calienta y su densidad disminuye, de forma que este líquido caliente sube y lleva calor al líquido que se encuentra arriba, el cual se encuentra mas frío, además el líquido frío baja a la parte más calientes y continua el proceso. Para que pueda darse este fenómeno es importante la existencia de la gravedad. En general para darse transporte de calor por convección es necesario que exista un flujo de material.

- **Radiación:** Entre la tierra y el sol hay una enorme zona vacía. entonces ¿como hace el sol para calentar a la tierra?. Es por la radiación solar. Las ondas electromagnéticas transportan energía, y esta energía es repartida a la tierra. Esta es la principal fuente de energía en la tierra, y es la responsable de la existencia de la vida sobre la tierra.

Las ondas electromagnéticas viajan a 3×10^8m/s y se caracterizan por tener una longitud de onda (λ) y una frecuencia (***f***). Las ondas electromagnéticas comprendidas entre 0.38 μm (luz violeta) y 0.72 μm (luz roja), constituye la región visible del espectro; por encima de la luz roja existe una porción denominada infrarroja, este es el lado del espectro de luz solar que produce en nosotros la sensación de calor, aunque en realidad lo que hace es aumentar la energía cinética de nuestra piel, y elevar su temperatura.

Cuando un cuerpo empieza a transferir calor a otro, este proceso se hace hasta que los dos cuerpos alcanzan el equilibrio térmico. Es decir hasta que alcanzan la misma temperatura. Un ejemplo de ello es el enfriar una gaseosa con hielo, el proceso real es que el hielo y la bebida inicialmente se encuentran a diferentes temperaturas. Por la diferencia de temperatura empieza a existir una transferencia de calor, del cuerpo más caliente, la bebida, al cuerpo más frío, el hielo. Durante este proceso el cuerpo más caliente se enfría, y el cuerpo más frío se calienta, hasta que llegan a un punto en el cual pueden coexistir. Estrictamente hablando la gaseosa calienta al hielo, y por ello se enfría.

7. COMBUSTIBLES Y ALIMENTOS

La cantidad de calor producido al quemarse una unidad de masa o de combustible, se denomina poder calorífico. Este poder calorífico se mide en unidades de calor por unidad de masa (Kcal/Kg) para materiales sólidos, o en unidades de calor por unidad de volumen (Kcal/l ; Btu/gl) para elementos gaseosos o líquidos.

La manera como obtenemos energía los seres vivos es mediante la combustión controlada de alimentos, que contienen carbono e hidrógeno. Esta quema controlada se realiza por mecanismos extraordinariamente complejos, y generan trabajo, movimiento tanto interno como externo, y calor, que se manifiesta en la diferencia de temperatura entre nuestro cuerpo y el medio que nos rodea. Es extraordinaria la forma en que los seres vivos aprovechan los minerales y los ciclos del carbono y el agua, entre otros, para realizar diferentes actividades.

En el siguiente cuadro se muestran algunos valores del poder calorífico (PCB) de algunos combustibles y alimentos.

Sustancia	Poder calorífico (kcal/kg)
Madera seca	2500 - 3800
Carbón	6000 - 8500
Carbón vegetal	7500
Grasa animal	9200
Glucosa	3750
Almidón	4220
Sacarosa	4000
petroleo crudo	6700 (kcal/l)
Alcohol	5300 (kcal/l)
Gasolina	8000 (kcal/l)

Aplicaciones

Sin lugar a dudas la comprensión de los fenómenos relacionados con el calor y la temperatura, le dieron origen a la revolución industrial. La máquina de vapor es una consecuencia directa del conocimiento que se tenía del comportamiento físico de los sistemas.

Existen innumerables ejemplos en los cuales el calor y la temperatura son la base de las máquinas, los motores de combustión interna, el diseño de pavimentos, la investigación en nuevos materiales para el diseño de maquinaria más resistente a golpes térmicos.

La medición de la temperatura también se ha convertido en pilar fundamental de los procesos de producción. En Colombia el Grupo de Física Aplicada y Desarrollo

Tecnológico del Centro Internacional de Física, ha desarrollado un equipo que permite la medición de baldosas de piso dentro del horno de cocción, el cual se encuentra a aproximadamente 600°. El equipo desarrollado ha permitido tener un control mayor sobre el proceso de producción de las baldosas, ya que cerca a los 570° estas sufren un cambio interno en la estructura y se rompen si el cambio en la temperatura es muy brusco.

Actualmente los problemas de control de temperatura en los procesos industriales es objeto de estudio, ya que incide directamente sobre variables como la humedad y la velocidad de un proceso entre otros. El grupo de física aplicada ha desarrollado soluciones a problemas industriales en los cuales la medición de temperatura ha sido la clave para la optimización de procesos.

TALLER EXPERIMENTAL. Dilatación lineal.

Existe una cantidad denominada **coeficiente de dilatación lineal**, el cual mide la dilatación de un cuerpo como función de los cambios de temperatura. Cuando calentamos un cuerpo este empieza a dilatarse, y al enfriarse este se contrae. Este comportamiento es normal en casi todas las sustancias, con la notable excepción del agua, la cual se expande cuando se encuentra bajando de cuatro a cero grados centígrados.

El objetivo de este taller es medir el coeficiente de dilatación lineal de una varilla de algún material con buena conductividad térmica, preferiblemente un metal como el cobre.

Para el desarrollo del siguiente taller se recomienda una mirada a la referencia [21].

Cuestionario

¿Cuáles son las unidades del coeficiente de dilatación lineal α?, ¿cuáles son sus unidades en el sistema CGS?.

¿Qué significa un coeficiente de dilatación grande?.

Busque en la literatura valores de α para el cobre, oro, plata y vidrio. ¿Cuál de ellos es el más grande?, ¿Cuál es el más pequeño?. Compárelos con el del mercurio líquido.

¿En cuánto cambia la longitud de una barra de cobre al ser calentada dos grados centígrados, de 20°C a 22°C, si su longitud inicial a 20°C es de un metro?

Haga los cálculos del punto anterior, pero esta vez para el aluminio, acero y el plomo.

Introducción

La relación entre la longitud L de una varilla metálica y la temperatura T a la cual se encuentra está dada por,

$$L = L_0\left(1 + \alpha \cdot (T - T_0)\right)$$

En donde:

L_0 es la longitud de la varilla a la temperatura T_0.

α es el coeficiente de dilatación lineal del material que compone la varilla.

De la ecuación anterior debemos hacer dos anotaciones importantes:

- α no es simplemente la relación entre T y L, es una relación entre los cambios $\Delta L = L - L_0$ y $\Delta T = T - T_0$.

- El coeficiente de dilatación lineal α no es la relación entre el cambio de longitud y el cambio de temperatura, es decir,

$$\alpha \neq \frac{\Delta L}{\Delta T}.$$

en realidad es igual a esta última cantidad dividida por la longitud inicial,

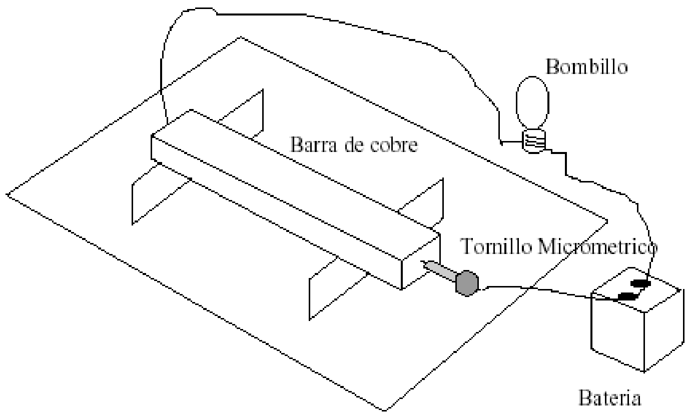
$$\alpha = \frac{1}{L}\frac{\Delta L}{\Delta T}.$$

Esto hace que las verdaderas unidades de α sean el inverso de la temperatura. Es decir que las unidades de α son $(°C)^{-1}$.

La experiencia

Determine el coeficiente de dilatación lineal, α, de una barra de cobre.

El montaje a utilizar se muestra en la siguiente figura:



Caliente el agua y haga que el vapor circule por toda la extensión de la varilla. El vapor va a elevar la temperatura de la varilla. Tome la temperatura por medio de un termómetro.

Debido a que los cambio de longitud son muy pequeños para ser observados a simple vista, el cambio en la longitud ΔL se determina por medio de un tornillo micrométrico.

La varilla misma se usa como parte de un circuito eléctrico. Cada vez que la varilla se dilata y hace contacto con el tornillo micrométrico, se cierra el circuito y se enciende el bombillo.

Antes de empezar a tomar las mediciones determine L_0 y T_0, y calibre el disco del tornillo micrométrico, es decir, determine la distancia que recorre cuando da una vuelta el tornillo.

Respecto al tratamiento de los datos ¿cuál de las siguientes gráficas es más útil?

- L contra T.
- ΔL contra T.

Determine el coeficiente de dilatación lineal, haga tratamiento de errores y compárelo con el que encuentra en la literatura.

EVALUACIÓN FINAL

1. ¿Tiene sentido hablar de una temperatura en una región del espacio donde existe un vacío perfecto, como el espacio interestelar?.

2. Cuando es muy difícil destapar una botella de salsa de tomate, en ocasiones para abrirla con facilidad lo que se hace es calentar la región de la tapa ¿porqué se hace esto?.

3. En función de la temperatura, ¿qué implica que un cuerpo se encuentre en equilibrio térmico con el medio que lo rodea?.

4. Una botella denominada "termo" consiste en un recipiente de vidrio con doble pared, y en el cual existe un vacío entre las paredes. Las dos superficies internas del vidrio son plateadas. Explique la manera en que este dispositivo reduce la pérdida de calor por conducción, convección y radiación.

5. Los pies desnudos sienten más frió cuando se encuentran sobre un piso de mármol, que sobre una alfombra ¿porqué?.

6. ¿Podríamos preparar chocolate en el espacio exterior?.

7. En determinado día se llega a una temperatura de 40°, sin embargo el cuerpo humano se mantiene a 37°, ¿cómo se logra esto?.

8. Mediante una agitación se puede lograr que se eleve la temperatura de un líquido, ¿se ha realizado trabajo sobre el líquido cuando se ha agitado?, ¿se ha agregado calor al sistema?, ¿por qué se eleva la temperatura del líquido?.

9. ¿Qué opina de la siguiente afirmación?, "todo instrumento graduado o calibrado que responda a cambios de temperatura es un buen termómetro".

10. ¿Podría usted construir un termómetro?. ¿Cómo?.

PALABRAS CLAVES PARA BÚSQUEDA EN INTERNET

A continuación se presenta una serie de palabras útiles para la búsqueda en Internet. Las palabras se han probado en el buscador

http://www.google.com

No tienen ortografía dado que el buscador es universal, y porque en ocasiones va a tener que utilizar teclados que no tienen tildes o eñes.

calor, temperatura, curso de fisica, calorimetria, termodinamica, escalas de temperatura, conversion de unidades.

BIBLIOGRAFÍA Y CIBERGRAFÍA RECOMENDADA.

Se puede consultar al final del módulo, en BIBLIOGRAFÍA, la referencia completa del texto correspondiente a cada número, según el tema de interés.

- Fórmulas y tablas matemáticas en general [1].
- Mediciones y experimentos en termodinámica [9, 26].
- Conversión de unidades [18].
- Termodinámica y calor [7, 8, 9, 11, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Sitios de interés en la web:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4070002/index.html

http://www.fisicanet.com.ar/

http://www.fis.usb.ve/cursos/fisica1/

http://www.geocities.com/apuntesyejercicios/fisica.htm

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/fisica/

http://es.encarta.msn.com

APÉNDICE A. FACTORES DE CONVERSIÓN DE UNIDADES

LONGITUD

- 1 m = 100 cm = 1000 mm = 10^6 μm = 10^9nm
- 1 Km = 1000 m = 0.6214 millas
- 1m = 3.281 pies = 39.37 pulgadas
- 1cm = 0.3937 pulgadas
- 1 pulgada = 2.54 cm
- 1 milla = 5280 pies = 1609 metros
- 1 Ángstrom = 10^{-10} m = 10^{-8} cm = 10^{-1} nm
- 1 yarda = 0.9144 m = 3 pies = 36 pulgadas
- 1 vara = 0.80 m
- 1 pie = 0.3048 m = 12 pulgadas
- 1 año luz = 9.43×10^{15} m
- 1 braza = 6 pies
- 1 milla náutica = 1852 m

ÁREA

- 1cm^2 = 0.155 pulgadas^2
- 1 m^2 = 10^{-4} cm^2 = 10.76 pies^2
- 1 pulgada^2 = 6.452 cm^2
- 1 pie^2 = 144 pulgadas^2 = 0.0929 m^2
- 1 hectárea = 10000 m^2
- 1 fanegada = 6400 m^2
- 1 acre = 4046.71 m^2 = 4840 yardas^2
- 1 milla^2 = 640 acres

VOLUMEN

- 1 litro = 1000 cm^3 = 10^{-3} m^3 = 0.0351 pie^3 = 61.02 $pulgadas^3$
- 1 pie^3 = 0.02832 m^3 = 28.31 litros = 7.477 galones
- 1 galón = 4.543 litros

TIEMPO

- 1 minuto = 60 segundos
- 1 hora = 3600 segundos
- 1 día = 86400 segundos
- 1 año = 3.156×10^7 segundos

VELOCIDAD

- 1 cm s^{-1} = 0.03281 pie·s^{-1}
- 1 pie·s^{-1} = 30.48 cm·s^{-1}
- 1 mi·min^{-1} = 60 mi·h^{-1} = 88 pies·s^{-1}
- 1 Km·h^{-1} = 0.2778 m·s^{-1} = 88 pies·s^{-1}
- 1 mi·h^{-1} = 0.4470 m·s^{-1}
- 1 nudo = 1852 m/h = 1 milla náutica/h

MASA

- 1 kg = 10^3 g
- 1 g = 6.85×10^{-5} slug
- 1 slug = 14.59 kg
- 1 libra inglesa = 453.598 g = 16 onzas
- 1 onza = 28.35 g
- 1 arroba = 25 libras inglesas
- 1 quintal = 4 arrobas
- 1 tonelada inglesa = 20 quintales

- 1 tonelada métrica = 1000 kg
- 1 tonelada americana = 907 kg
- 1 tonelada inglesa = 1016 kg
- 1 uma (Unidad de masa atómica) = 1.660×10^{-27} kg

FUERZA

- 1 N = 10^5 dinas
- 1 kg-f = 9.8 N
- 1 lb = 4.45 N = 4.45×10^5 dinas

PRESIÓN

- 1 Pa (Pascal) = 1 $N \cdot m^{-2}$ = 1.451×10^4 $lb \cdot pulg^{-1}$ = 0.209 $lb \cdot pie^{-2}$
- 1 $dina \cdot cm^{-2}$=0.1 Pa
- 1 $lb \cdot pulg^{-2}$ (psi) = 6891 Pa
- 1 $lb \cdot pie^{-2}$ = 47.85 Pa
- 1 atmósfera (atm) = 1.013×10^5 Pa = 14.7 $lb \cdot pulg^{-2}$ = 2117 $lb \cdot pie^{-2}$
- 1 mm de Hg (Milímetro de mercurio) = 133.3 Pa = 1.316×10^{-3} atm
- 1 pulg de agua = 249.1 Pa = 2.458×10^{-3} atm
- 1 bar = 0.98 atm

ENERGÍA

- 1J = 10^7 ergios = 0.239 cal
- 1 cal = 4.186 J
- 1 pie·libra = 1.356 J
- 1 Btu = 1055 J = 252 cal
- 1 ev = 1.602×10^{-19} J
- 1 kWh = 3.6×10^6 J
- 1 caballo a vapor - hora = 2.685×10^6 J = 0.7457 kWh

- 1 BEP (Barril equivalente de petróleo) = 5.712×10^9 J
- 1 TEP (Tonelada equivalente de petróleo) = 7.33 BEP

POTENCIA

- 1 W = 1 $j \cdot s^{-1}$
- 1 hp = 746 W = 550 $pies \cdot s^{-1}$
- 1 $cal \cdot s^{-1}$ = 4.186 W = 14.29 $Btu \cdot s^{-1}$

TEMPERATURA

- K = 273.16 + °C
- °C = 5/9 (°F-32)
- °F = 9/5°C + 32

ÁNGULO

- 1 radián = 57.3°
- 2π radianes = 180°

APÉNDICE B. NOTACIÓN CIENTÍFICA

En física e ingeniería es normal el tratar con números que son bastante grandes o pequeños para ser escritos en un papel. Es por ello que se ha ideado una manera de escribir este tipo de cifras de una manera cómoda y accesible, esta notación se denomina **notación científica**.

Esta notación científica consiste en escribir el número como una cifra comprendida entre 1 y 10, y luego multiplicarla por la potencia de 10 más adecuada.

Para comprender un poco mejor esto veamos los siguientes ejemplos:

Cantidad	Notación corriente	Notación científica
Longitud de onda de la luz de sodio	0.0000005893 metros	5.893×10^{-7} m.
Distancia aproximada del sol a la tierra.	149500000000 metros	1.495×10^{11} m.

Ejemplo. Utilice la notación científica para calcular:

a) $\frac{0,0015}{3000000}$

b) $6000 \times 0,000012$

Solución:

a) $0,0015 / 3000000 = 1,5 \times 10^{-3} / 3 \times 10^{6} = 0,5 \times 10^{-9} = 5 \times 10^{-10}$

b) $6000 \times 0,000012 = 6 \times 10^{3} \times 1,2 \times 10^{-5} = 7,2 \times 10^{-2} = 0,072$

A partir del anterior ejemplo ¿ podría usted deducir una regla general para la multiplicación y la división utilizando la notación científica ?

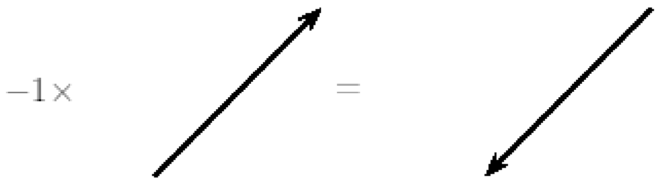
APÉNDICE C. ÁLGEBRA DE VECTORES

Multiplicación por un escalar

Un vector puede ser multiplicado por una cantidad escalar, es decir, una cantidad real en este caso. Sea un vector cualquiera **A** y una cantidad escalar *d,* podemos crear otro vector **C**, tal que,

$$\mathbf{C} = d\,|\,\mathbf{A}\,|$$

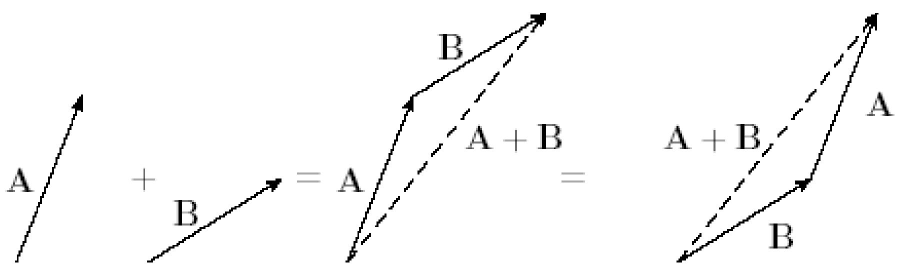
Un caso interesante es multiplicar el vector por –1. En este caso el resultado es otro vector con la misma magnitud pero en dirección opuesta (antiparalela) al vector original. En el siguiente diagrama expresamos lo anterior.



Si el escalar por el cual se multiplica es negativo y diferente de -1, entonces lo que se está cambiando es tanto la magnitud como la dirección. Solamente los escalares negativos pueden cambiar la dirección de un vector.

Suma de vectores

La suma de vectores posee una interpretación geométrica simple. Si se tienen dos vectores **A** y **B**, la suma **A** + **B** es equivalente a colocar en la punta del vector **A** la cola del vector **B**, o colocar en la punta del vector **B** la cola del vector **A**, y unir la cola del primer vector con la punta del segundo. Esto se muestra en el siguiente diagrama.



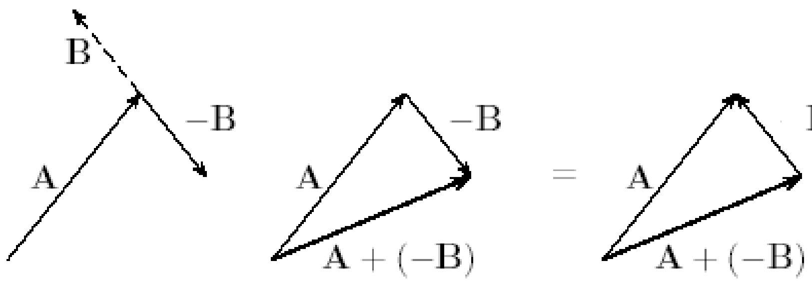
Como ya sabemos, a la propiedad según la cual **A** + **B** = **B** + **A** se le denomina **conmutatividad.**

Resta de vectores

Para la resta de vectores podemos utilizar las dos operaciones antes vistas, la multiplicación por -1 y la suma.

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-1\mathbf{B})$$

En este caso lo que se hace es colocar la cabeza del vector **B** con la cabeza del vector **A**, y finalmente unir las dos colas. Lo anterior se muestra a continuación.



Las siguientes leyes, muy conocidas en aritmética y álgebra, también se cumplen para el trabajo con vectores.

$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$	Ley conmutativa
$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$	Ley asociativa
$c\,(d\,\mathbf{A}) = (c\,d)\,\mathbf{A}$	Ley asociativa
$(c + d)\,\mathbf{A} = c\mathbf{A} + d\mathbf{A}$	Ley distributiva
$c\,(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = c\mathbf{A} + c\mathbf{B}$	Ley distributiva

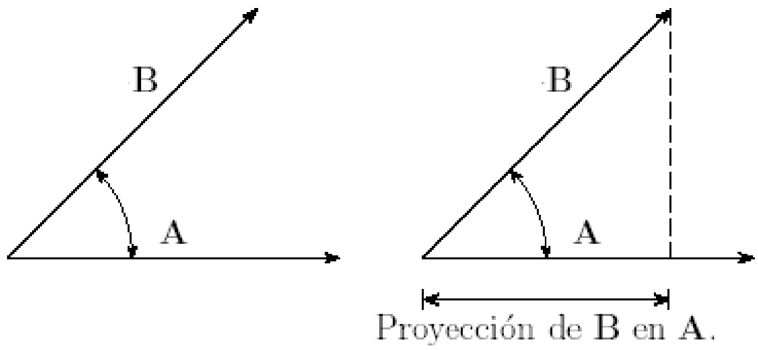
Producto escalar o punto

El producto escalar se denota como: **A · B**, y está definido por,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \equiv |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cos(\theta_{AB}).$$

donde $\cos(\theta_{AB})$ es el coseno del ángulo que forman los vectores **A** y **B**.

La cantidad $|\mathbf{B} \cos(\theta_{AB})|$ se puede interpretar como la proyección del vector **B** a lo largo de la dirección del vector **A**. Es entonces una medida que nos indica “ qué parte del vector **B** se encuentra en la misma dirección del vector **A** ”, como se muestra en los siguientes diagramas.



Si **A · B** = 0, significa que ó **A** = 0, ó **B** = 0, ó que los dos vectores son **perpendiculares,** es decir que el ángulo que forman es de 90°, ya que cos(90°) = 0.

Es importante resaltar que el resultado del producto punto de dos vectores es siempre un escalar.

El producto Cruz

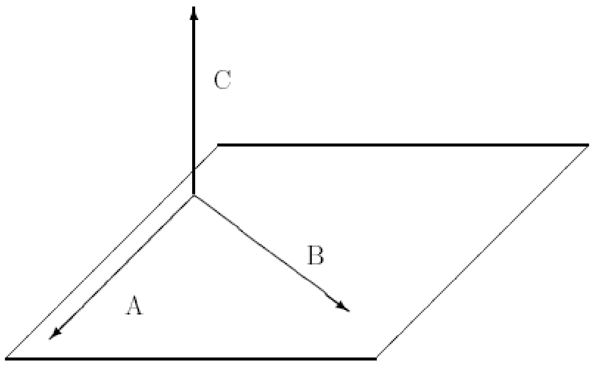
Este es el segundo tipo de producto entre vectores. A diferencia del producto punto, el resultado de este producto es otro vector. Se denota como: **C** = **A** × **B**

La magnitud de este nuevo vector es definida como

$$|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \sin(\theta_{AB})$$

En donde θ_{AB} es el ángulo entre los vectores **A** y **B**. Para eliminar problemas en la definición de este ángulo, θ siempre se toma como el ángulo mas pequeño que 180° ó π radianes.

Geométricamente los vectores **A** y **B** forman un plano, y al colocarlos cola con cola el vector resultante **C** = **A** × **B** es perpendicular al plano formado por los vectores **A** y **B**. Como se observa en el siguiente diagrama.



De la definición de producto cruz tenemos que,

A × B = - B × A

Es decir que el producto cruz no es conmutativo. Cuando se tiene que el producto tiene signo contrario al invertir los factores, se dice que es anticonmutativo.

Si los dos vectores forman un ángulo de 0°, entonces el producto es un vector nulo, por ejemplo el producto cruz de un vector consigo mismo es nulo, ya que los dos vectores forman un ángulo de cero.

A × A = 0.

Magnitud de un vector

La magnitud de un vector, para el caso de un sistema de coordenadas bidimensional (un plano) o tridimensional (el espacio), tiene una expresión particular.

Para un vector bidimensional de la forma,

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y),$$

su magnitud se halla con la expresión:

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Para un vector tridimensional de la forma,

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z).$$

su magnitud se halla con la expresión:

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

INFORMACIÓN DE RETORNO

A continuación encontrará las respuestas a las preguntas y ejercicios planteados en la **Evaluación Final** de cada capítulo. Las respuestas pueden ser ampliadas por usted y la solución a los ejercicios no es única. Se espera que complemente las respuestas y encuentre otros métodos de solución para los ejercicios.

UNIDAD 1. MECÁNICA

Evaluación Final del Capítulo 2. (Cinemática)

1. ¿Cuál es la diferencia entre velocidad y rapidez?

La velocidad es un vector que indica la razón de cambio de la distancia con respecto al tiempo. La rapidez es la magnitud del vector velocidad.

2. ¿Puede un cuerpo mantener su velocidad constante si cambia de dirección?

No, ya que si la dirección de un cuerpo cambia, el vector velocidad también cambia.

3. ¿Puede un cuerpo mantener su rapidez constante si cambia de dirección?

Si, por ejemplo, en el movimiento circular uniforme, la rapidez de un cuerpo es la misma pero su dirección cambia de manera continua.

4. ¿Puede un cuerpo tener el vector velocidad en una dirección y el de aceleración en otra?

Si, por ejemplo, en el movimiento circular, la aceleración va dirigida hacia el centro del movimiento, pero la velocidad es tangencial al círculo descrito por el movimiento.

5. ¿Cuando camino desde mi casa hasta la tienda de la esquina tengo que moverme con aceleración?

Si, ya que siempre que haya un cambio en la velocidad va a existir una aceleración.

6. ¿Sobre la tierra la velocidad de caída de un objeto depende de su peso?

No, la velocidad de caída de un objeto depende solo de la aceleración de la gravedad, la cual es una constante.

7. ¿Desde que altura tiene que ser soltado un objeto para que demore 1 segundo cayendo?.

Utilizando la ecuación de un movimiento bajo la acción de la gravedad:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}\mathbf{g}t^2$$

Y tomando como punto de inicio del movimiento $y_0 = 0$, como velocidad inicial del movimiento $v_{0y} = 0$ ya que el objeto se suelta desde reposo, la aceleración $\mathbf{g} = -10\ m/s^2$ y $t = 1$ s, tenemos:

$$y(t) = \tfrac{1}{2}\mathbf{g}t^2 = \tfrac{1}{2}\,[-10(m/s^2)]\ 1^2(s^2) = -5m$$

El objeto tiene que ser lanzado desde una distancia de 5 metros. El signo negativo hace referencia a que nuestro objeto fue lanzado desde el punto $y_0 = 0$ y la gravedad va orientada a la dirección negativa del eje Y.

8. Un automóvil viaja en línea recta a una velocidad de 72 Km/h, se le aplican los frenos para reducir su velocidad de manera que la aceleración sea constante hasta que alcanza una velocidad de 18 Km/h en 5 segundos. Hallar:

a) La aceleración del automóvil.
Utilizamos entonces la definición de aceleración instantánea,

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \\ &= \frac{18\,(km/h) - 72\,(km/t)}{5\,s - 0\,s} \\ &= -10{,}8\,(km/h^2) \\ &= -3\,m/s^2 \end{aligned}$$

El signo negativo se refiere a que el automóvil está desacelerando. Note que la aceleración final se ha dado en metros sobre segundo al cuadrado, esto se hace por comodidad.

b) La distancia recorrida en los 5 segundos que dura frenando.
Utilizamos la ecuación de distancia y la aceleración encontrada en el punto anterior. Tenemos que $t = 5s$, $v_0 = 72$ Km/h = 20 m/s y $x_0 = 0$,

$$
\begin{aligned}
x(t) &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\
&= 0 + 20\,(m/s)5\,(s) - \frac{1}{2}3\,(m/s^2)\,5^2(t^2) \\
&= 62{,}5\,m
\end{aligned}
$$

El automóvil recorre 62.5 metros en los 5 segundos que dura la frenada hasta alcanzar los 18 Km/h. Nótese la gran distancia que recorre un carro frenando.

c) La distancia recorrida en los dos primeros segundos que dura frenando.

Utilizando el mismo procedimiento del punto anterior se puede encontrar que la distancia recorrida en los primeros 2 segundos de frenado es igual a 34 metros.

d) ¿En cuánto tiempo recorre 30 metros a partir del instante en el cual se le aplican los frenos?.

Utilizando la ecuación de distancia para despejar el tiempo t, obtenemos la siguiente ecuación cuadrática:

$$\frac{1}{2}at^2 + v_0 t - x = 0$$

$$½\,(-3\,t^2) + 20\,t - 30 = 0$$

Solucionando la anterior ecuación, se puede encontrar que t = 1,7 s.

9. La lectura del velocímetro indica:

a) El módulo de la velocidad.
b) El módulo de la velocidad instantánea.
c) El vector velocidad.
d) El desplazamiento.

La lectura del velocímetro nos indica el módulo o magnitud de la velocidad instantánea.

10. Con la lectura del cuentakilómetros de un automóvil se puede determinar:

a) Su desplazamiento.
b) La distancia total recorrida.

Además, si se conoce el tiempo transcurrido entre la lectura inicial y la final del cuentakilómetros se puede determinar:

a) Su desplazamiento.
b) Su rapidez.

Se puede determinar tanto la distancia total recorrida como la rapidez media del recorrido.

11. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?:

a) Dos cuerpos que recorren la misma distancia, efectúan el mismo desplazamiento.
b) La distancia recorrida por un cuerpo es igual a la longitud de su trayectoria.
c) La velocidad instantánea y la velocidad media tienen la misma dirección.
d) La velocidad se define como espacio recorrido sobre tiempo.
e) La aceleración se define como la velocidad sobre el tiempo.

Solamente la afirmación b) es verdadera.

12. Una hormiga se mueve sobre una superficie plana con una aceleración constante $\mathrm{a} = (2\hat{\mathrm{i}} - \hat{\mathrm{j}})cm/s^2 {=} (2, -1)cm/s^2$. En t = 0 la hormiga se encuentra en el punto (−2, 1)cm con respecto al punto considerado como origen y lleva una velocidad $v_0 = -3\hat{\mathbf{j}}cm/s$.

a) ¿Cuáles son las ecuaciones vectoriales de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo?.

Las ecuaciones son:

$$\begin{aligned}
\mathrm{r} &= \left(-2 + t^2\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(1 - 3t - \frac{1}{2}t^2\right)\hat{\mathrm{j}} = \left(-2 + t^2, 1 - 3t - \frac{1}{2}t^2\right)m \\
\mathbf{v} &= 2t\hat{\mathrm{i}} + (-3 - t)\hat{\mathrm{j}} = (2t, -3 - t)\, m/s \\
\mathrm{a} &= 2\hat{\mathrm{i}} - \hat{\mathbf{j}}
\end{aligned}$$

b) Halle la posición, velocidad y aceleración de la hormiga 5 segundos después de iniciado el movimiento.

Solo se debe reemplazar el tiempo, t = 5 segundos, en las anteriores ecuaciones.

13. El movimiento de un cuerpo que se desplaza en línea recta está dado por la ecuación, (**x** está dado en metros y t en segundos)

$$x = \frac{1}{2}t^2 - 5t + 1,$$

a) Halle las ecuaciones para la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

Para la velocidad debemos derivar la ecuación de movimiento con respecto al tiempo, lo que nos da:

$$\mathbf{v} = t - 5 \text{ (m/s)}$$

y para hallar la aceleración debemos derivar la velocidad con respecto al tiempo:

$$\mathbf{a} = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

b) Halle la posición, velocidad y aceleración del cuerpo en t = 0.

Solo se debe reemplazar el tiempo, t = 0, en las anteriores ecuaciones.

c) ¿Se puede afirmar que se trata de un movimiento uniformemente acelerado?.

Si, ya que la derivada de la aceleración con respecto al tiempo es igual a cero.

d) Haga una gráfica de distancia contra tiempo, velocidad contra tiempo y aceleración contra tiempo. ¿Qué puede concluir al respecto?.

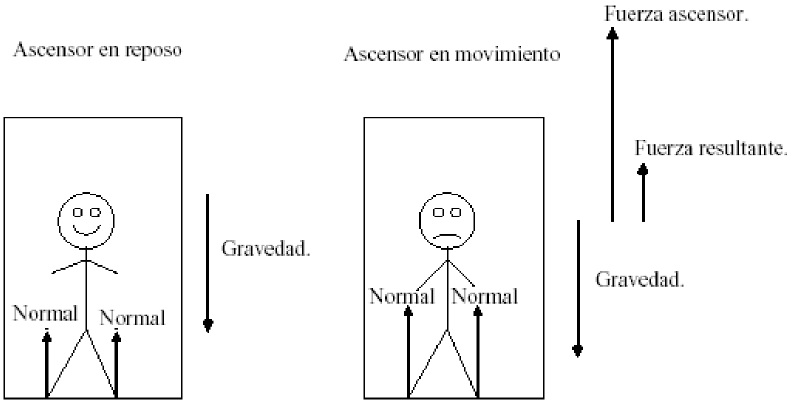
Este ejercicio se le deja al estudiante. Lo importante es que pueda utilizar las gráficas de movimiento estudiadas en este capítulo para poder ver que el movimiento tiene una aceleración constante.

Evaluación Final del Capítulo 3. (Dinámica y Estática)

1. ¿Porqué cuando nos encontramos en un ascensor y subimos en él a un nivel superior, sentimos que subimos de peso?. Haga un diagrama de fuerzas sobre el sistema y trate de explicar el caso anterior.

La aceleración normal de 1**g** está dirigida hacia abajo y nuestro cuerpo está adaptado a esta aceleración. Por la tercera ley de Newton, el suelo crea una fuerza de reacción en dirección opuesta a la fuerza de gravedad, esta fuerza se denomina normal, y es la razón por la cual nos mantenemos sobre la tierra con los pies pegados al suelo de manera estable. La fuerza normal es la que sienten nuestros pies, y cuando nos pesamos en una báscula pegada al suelo, en realidad medimos la fuerza normal.

En el caso del ascensor en reposo, como se muestra en el siguiente dibujo en el lado izquierdo, la fuerza neta es igual a cero, ya que la normal compensa la fuerza de gravedad. Cuando nos encontramos dentro del ascensor y este se mueve hacia arriba, el ascensor se debe acelerar para poder vencer la fuerza de la gravedad, la fuerza neta ahora será diferente de cero, como se muestra en el lado derecho de la figura. El resultado es que la fuerza normal también aumenta, por acción y reacción, y tenemos la sensación de aumentar de peso. Existen estándares en la fabricación de ascensores para que esta sensación sea leve.



2. Conteste falso (F) o verdadero (V):

a) Cuando un cuerpo está en reposo no hay fuerzas actuando sobre él.
Falso, en realidad podemos decir que la suma total de fuerzas es cero, pero no necesariamente que sobre él no existen fuerzas actuando. En la vida real siempre hay una fuerza actuando sobre un objeto, la gravedad por ejemplo siempre está presente en el universo.

b) Cuando un cuerpo sube con velocidad constante por la acción de una cuerda que lo hala: la tensión de la cuerda es mayor que el peso del cuerpo.
Falso, la aceleración es igual, ya que si la velocidad es constante significa que no existe una aceleración neta sobre el cuerpo, y eso indicaría que la sumatoria de fuerzas en todos los ejes es igual a cero, llevando a una igualdad entre la tensión y el peso del cuerpo.

c) Una persona se encuentra de pie sobre una báscula en un ascensor, el ascensor baja a velocidad constante, ignore el momento en el cual el ascensor comienza a descender o comienza a detenerse. El valor que se lee en la báscula es:

un peso menor que el peso real
un peso mayor que el peso real
un peso igual al peso real

El valor que se lee es igual al peso real, ya que no hay ningún tipo de aceleración que modifique el valor real del peso.

d) La aceleración de la gravedad ejercida por la tierra sobre un cuerpo de 10 kilogramos es mayor que sobre un cuerpo de 100 kilogramos.
Falso, la aceleración sobre la faz de la tierra es independiente de la masa del objeto que se está midiendo. Recordemos que la fuerza gravitatoria es igual a m**g**, en donde **g** = 9,8 m/s^2 es una constante.

e) La fuerza de la gravedad es mayor en un cuerpo que pesa 100 kilogramos que en uno que pesa 10 kilogramos.
Verdadero, nuevamente recordemos que $\mathbf{F}_{gravitatoria} = m\mathbf{g}$.

f) En un cuerpo que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal, la fuerza de reacción a la tercera ley de Newton a la fuerza normal ejercida por la superficie es igual a su peso.
Verdadero. En lo correspondiente a fuerza de fricción estática se estudió un diagrama de fuerzas en donde se observa que la fuerza normal ejercida por el plano sobre el objeto, es igual al peso del objeto. Esto hace que el objeto se encuentre en equilibrio.

g) Si la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es cero, entonces el cuerpo se encontrará en equilibrio estático.
Verdadero. Si la suma de las fuerzas sobre un cuerpo es cero, esto implica que la aceleración es también cero, lo que implica que el cuerpo se encuentra a velocidad igual a cero o a velocidad constante.

3. Escoja la afirmación correcta: Cuando se acelera un cuerpo:

- Nunca cambia su dirección.
- Su rapidez siempre aumenta.
- Siempre actúa una fuerza externa.

Una aceleración es un cambio en la velocidad, la velocidad es un vector, por lo tanto cambia al variar su magnitud, su dirección y su sentido. Al acelerar un cuerpo lo que podemos asegurar con toda certeza es que sobre el actúa una fuerza, sin embargo no podemos asegurar totalmente que nunca halla un cambio en la dirección ó que su rapidez aumente.

4. Determine la tensión de una cuerda que hala un objeto de 10 Kg en los siguientes casos:

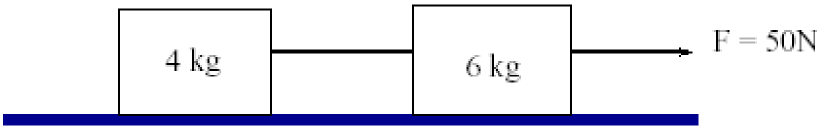
a) Hacia arriba con una aceleración de 3 m/s^2.
b) Hacia abajo con una aceleración de 2 m/s^2.
c) Sube a velocidad constante.

Respuestas: a) 130 N, b) 80 N, c) 100 N). Para hacer este ejercicio comience por realizar el diagrama de fuerzas del sistema.

5. Para arrastrar una carreta de 60 Kg sobre el piso horizontal con rapidez constante se necesita una fuerza horizontal de 100 N. Halle el coeficiente de fricción entre el piso y la carreta. Si ahora se aumenta la fuerza de 100 N a 120 N, ¿cuál es la aceleración de la carreta?.

Respuesta μ_c = 0,17 y **a** = 0.33m/s^2.

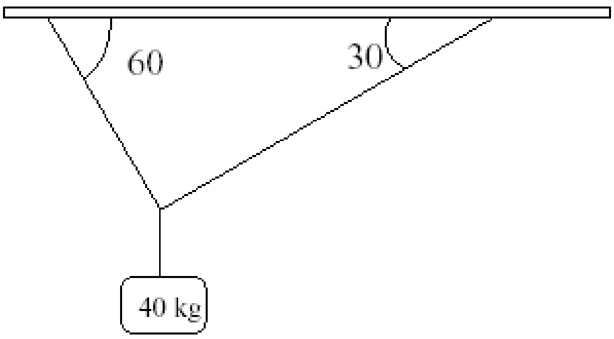
6. Halle la aceleración de cada uno de los bloques de la siguiente figura.



Cuál es la tensión de la cuerda que los une? (suponga inicialmente que la fricción entre los bloques y el piso es cero). Repita el problema suponiendo que el coeficiente de fricción entre los bloques y el piso es μ_c = 0,2.

Respuesta 5m/s^2; 20 N ; 3m/s^2 y 12 N.

7. Un cuerpo de 40 kilogramos está suspendido por dos cuerdas con las inclinaciones que se indican en la siguiente figura.



¿Cuál es el valor de las tensiones de las cuerdas?. Si se aumentan las inclinaciones de las cuerdas ¿es posible que las tensiones sean mayores que el peso del cuerpo?.

Respuesta T_1= 345.63 Newton, T_2 = 198.61 Newton, Sí es posible que las tensiones puedan ser mayores que el peso, como se observa en las respuestas.

8. Un ciclista pedalea a lo largo de una carretera recta y llana a 36 Km/h de manera constante. Cuando deja de pedalear alcanza a recorrer 150 metros antes de detenerse. Si la masa del ciclista con la bicicleta es de 80 Kg, hallar:

a) Su aceleración mientras se desplaza pedaleando.
Respuesta: Es cero ya que la velocidad es constante.

b) Su aceleración mientras se desplaza sin pedalear.

$$\begin{aligned} v_x^2 &= v_{0_x}^2 + 2a_x x \\ a &= \frac{v_x^2 - v_{0_x}^2}{2x} \\ a &= \frac{36^2 - 0^2 (km/h)^2}{2 \times 0{,}15 (km)} \\ a &= 0{,}33\, m/s^2 \end{aligned}$$

Respuesta: 0.33 m/s^2

c) La fuerza de fricción.
Respuesta -24.4 Newton.

d) El coeficiente de rozamiento de la rodadura.
Respuesta 0.033

UNIDAD 2. ONDAS Y ENERGÍA

Evaluación Final del Capítulo 1. (Energía y Potencia)

1. En un juego de tirar la cuerda, dos equipos halan hacia lados contrarios una cuerda, hasta que alguno de los dos se deja arrastrar por el otro. Diga si el equipo que pierde ejerce una cantidad positiva o negativa de trabajo.

El equipo que pierde ha perdido también energía, pero en general se ha dejado arrastrar por una fuerza externa, es decir que ellos han recibido energía, lo que implica que han realizado un trabajo negativo.

2. Si se ha realizado un trabajo negativo en el anterior caso, ¿cómo se conciliaría este resultado con el esfuerzo que se ha realizado?.

De manera general el sistema que nos interesa es el de los dos equipos, los dos han realizado un esfuerzo, pero el resultado neto es que un equipo ha tenido más energía que ha gastado en convertirla en trabajo para ganarle al otro equipo, los dos han gastado energía, pero uno de los equipos ha gastado más que el otro. Finalmente todos los equipos gastan energía.

3. Una fuerza constante que actúa sobre un objeto no produce potencia, ¿porqué?.

La potencia para una fuerza constante entre los puntos xi hasta xf, en el intervalo de tiempo Δt se define como,

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{f(\cdot x_f - \cdot x_i)}{\Delta t} = 0$$

La única forma en que lo anterior es cero es por que xf − xi = 0, es decir, que la fuerza no logre realizar un desplazamiento.

4. La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del mismo cuerpo, es decir que es una característica inherente a él e independiente de cualquier evento externo. ¿Podría decirse que la energía cinética es también una propiedad intrínseca?.

No se puede afirmar que la energía cinética es una propiedad intrínseca del cuerpo. Para que un objeto tenga una energía cinética debe tener una velocidad, la velocidad va a depender del sistema de referencia en el cual se mueva el objeto. Por el contrario la masa no depende del sistema de referencia, salvo que estemos hablando de velocidades cercanas a las de la luz como en la teoría de la relatividad, sin embargo este no es nuestro caso.

5. Cuando un objeto se desliza sobre una superficie áspera la fricción efectúa una cantidad negativa de trabajo. Explique lo anterior en términos del teorema de trabajo y energía.

Cuando efectuamos un trabajo sobre el bloque, aparece una fuerza que se opone al movimiento, la fuerza de fricción. Esta fuerza tiene un signo contrario a la fuerza que mueve el bloque. Como se efectúa un desplazamiento se realiza un trabajo, y como el signo de la fuerza de fricción es contrario al signo de la fuerza que mueve el objeto, entonces el trabajo efectuado por la fuerza de fricción es de signo negativo.

6. Una carreta de 500 Kg de masa es arrastrada por un caballo a una velocidad constante sobre un terreno horizontal a lo largo de una distancia de 1000 metros.

Para ello el caballo ejerce una fuerza de 2000 N y emplea un tiempo de 50 minutos.

a) ¿Qué trabajo ha realizado el caballo?.
Utilizando la definición de trabajo:
W = 2000 (N) × 1000 (m) = 3 × 10^6 (J)

b) ¿En qué se ha convertido ese trabajo?.
El desplazamiento se ha realizado a velocidad constante, eso se debe a que ha tenido que vencer las fuerzas de fricción del suelo, finalmente el trabajo se ha convertido en calor por fricción.

c) Cuál es el trabajo resultante ejercido sobre la carreta?.
La fuerza ejercida sobre el sistema es cero, ya que todo el movimiento se realizó a velocidad constante, por lo tanto no hubo aceleración, al no existir aceleración la fuerza total es cero y el trabajo realizado también es cero.

d) Con qué potencia el caballo desplazó a la carreta?.
Utilizando la definición de potencia:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2000\,(N) \times 1000\,(m)}{3000\,(s)} \\ &= 666{,}6\,(W) \end{aligned}$$

e) ¿Qué fuerza debería ejercer el caballo sobre la carreta si esta se moviera con una aceleración de 0.1 m/s^2?.

Ya sabemos que para moverse a velocidad constante la fuerza que debe ejercer el caballo sobre la carreta es de 2000 N, si desea que el movimiento sea acelerado deberá imprimirle mayor fuerza, la fuerza adicional será

$$\mathbf{F}_{adicional} = 500\ (Kg) \times 0{,}1\ (m/s^2) = 50N$$

Por lo cual la fuerza final será **F** = 2050 N.

f) ¿Qué trabajo neto hace el caballo sobre la carreta en este último caso?.
Este cálculo es equivalente a repetir el primer cálculo del problema, el resultado es 2050000 Joules.

g) ¿En cuánto varia la energía cinética de la carreta?.
El cambió en la energía cinética es igual a la diferencia de trabajo, por lo cual el cambio es de 50000 joules.

h) ¿Qué trabajo neto se hace sobre la carreta cuando esta se mueve con una aceleración de 0.1 m/s^2?.
El trabajo neto es de los mismos 50000 joules, ya que esto se hace con una aceleración, y ya no a velocidad constante.

i) ¿Qué trabajo hizo la fuerza de fricción?.
El trabajo realizado por la fuerza de fricción es de -2×10^6 joules.

7. Si en el problema anterior:

- W = Trabajo hecho por la fuerza de tracción.
- Δ E_c = Incremento de la energía cinética.
- Wf = trabajo para vencer las fuerzas disipativas.

¿Es correcta la expresión: W = ΔE_c + Wf?, explique su respuesta.

La expresión es correcta, ya que el trabajo realizado no solamente debe tener en cuenta la diferencia en la energía cinética, sino también el trabajo realizado por las fuerzas disipativas, como las fuerzas de fricción.

8. Utilizando la ecuación,

$$z_2 = z_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

y la ecuación del desplazamiento para un movimiento uniformemente acelerado, halle el tiempo empleado por un objeto de masa m en llegar a la altura máxima.

Las ecuaciones a utilizar son:

$$\begin{aligned} z_2 &= z_1 + v_1\,t + \frac{1}{2}g\,t^2 \\ z_2 &= z_1 + \frac{v_1^2}{2g} \end{aligned}$$

las anteriores ecuaciones podemos restarlas y obtener:

$$-\frac{v_1^2}{2g} + v_1\,t + \frac{1}{2}g\,t^2 = 0$$

la anterior ecuación es cuadrática, la solución se encuentra en cualquier texto de álgebra.

9. Si el módulo de la rapidez de un cuerpo se duplica, ¿en qué factor se multiplica su energía cinética?.

Si la velocidad se duplica la energía cinética aumenta cuatro veces.

10. Demuestre que la unidad MKS de la energía es el Joule.
Se le deja al estudiante.

11. Demuestre que 1KW-h = 3.6 MJ.
Se le deja al estudiante.

12. Si un resorte tiene una ecuación para la fuerza **F** = −k**x**, en donde k es la constante del resorte y **x** es el desplazamiento a partir del punto de equilibrio, demuestre que la cantidad 1/2k$\mathbf{x}^2$ tiene unidades de energía.

$$\begin{aligned}\left|\frac{1}{2}kx^2\right| &= \frac{1}{2}\frac{fuerza}{distancia} \times (distancia)^2 \\ &= \frac{1}{2}(fuerza) \times (distancia) \\ &= Trabajo.\end{aligned}$$

13. Mediante un cable de una grúa se arrastra un tronco sobre el suelo horizontal de un bosque a una velocidad constante de 2 m/s. Si la potencia desarrollada por el cable es de 940 W.

a) ¿Cuál es la tensión del cable?.
La tensión del cable es de 470 Newton.

b) ¿Cual es el trabajo resultante sobre el tronco en un minuto?.
La velocidad es constante, por lo cual es trabajo es cero.

c) ¿Cuál es el trabajo hecho por el cable sobre el tronco en un minuto?.
El trabajo realizado por el cable en un minuto es de 56400 Joules.

d) ¿Qué energía es disipada por efecto de la fricción en cada segundo?.
La energía disipada es de 940 Joules.

Evaluación Final del Capítulo 2. (Movimiento Periódico y Ondas)

1. Con base en razonamientos dimensionales, demuestre que la frecuencia de oscilación de una masa unida a un resorte debe ser proporcional a $\sqrt{k/m}.$

La solución a la ecuación del resorte **F** = −k**x** es de la forma **x**(t) = Asin(ωt + ϕ). Si reemplazamos en la ecuación de movimiento tenemos,

$$\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= -kx \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{k}{m}x \\ -A\omega^2\sin(\omega t+\phi) &= -\frac{k}{m}A\sin(\omega t+\phi) \\ \omega^2 &= \frac{k}{m} \end{aligned}$$

2. Si se lleva un reloj de péndulo de la tierra a la luna ¿cambia la frecuencia de oscilación?.

En un péndulo simple la frecuencia es igual a $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ en donde **g** es la gravedad del sitio en el cual está el péndulo. La gravedad de la tierra es diferente a la gravedad de la luna, por lo tanto la frecuencia de oscilación también es diferente.

3. Si se cambia la masa que pende de un péndulo, ¿cambia su frecuencia de oscilación?.

No, la frecuencia de oscilación en un péndulo simple ideal solo depende de la longitud de la cuerda y de la gravedad.

4. Un objeto experimenta un movimiento armónico simple, si se cambia la amplitud del movimiento ¿qué sucede con la frecuencia y la energía total?.

La frecuencia de un resorte, por ejemplo, está dada por $\sqrt{\frac{k}{m}}$, por lo tanto la amplitud no cambia la frecuencia. La energía es de la forma,

$$E_{total} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

por lo tanto al cambiar la amplitud cambia el valor de **x**(t) y también cambiará la energía.

5. Es muy poco probable que un sistema realice un movimiento armónico simple perfecto ¿porqué?.

Porque existe la fricción, esta fuerza disipativa hace que la amplitud disminuya a medida que pasa el tiempo.

6. De algunos ejemplos de movimientos que son aproximadamente armónicos simples.

Se deja al estudiante.

7. Cómo puede determinarse el valor de una masa con un reloj y un resorte cuya constante es conocida.

Podemos poner a oscilar la masa en el resorte, y con ayuda del reloj medir la frecuencia de oscilación ω, como conocemos el valor de la constante k podemos despejar $m = \frac{k}{\sqrt{\omega}}$.

8. Nombre dos ejemplos de ondas longitudinales.

Se deja al estudiante.

9. Nombre dos ejemplos de ondas transversales.

Se deja al estudiante.

10. ¿Porqué las ondas de luz no necesitan un medio para propagarse?.

La radiación electromagnética se propaga en el vacío, y la luz es radiación electromagnética.

UNIDAD 3. FLUIDOS Y CALOR

Evaluación Final del Capítulo 1. (Hidrostática e Hidrodinámica)

1. A nivel del mar la densidad del aire seco a 0°C es 1.29 Kg/m^3 y a 30°C es 1.16 Kg/m^3. Cuántos kilogramos de aire hay en un aula de clase cuyas dimensiones son 5m × 6m × 3m.

a) ¿Cuándo la temperatura ambiente es de 0°C?.
Respuesta: 116.1 Kg.

b) ¿Cuándo la temperatura ambiente es de 30°C?.
Respuesta: 104.4 Kg.

c) ¿En qué porcentaje varía la masa de aire cuando la temperatura pasa de 0°C a 30°C?.

Respuesta: 9.82%.

2. ¿A qué altura, sobre el nivel del agua en donde está sumergido, subiría por capilaridad el agua en un pitillo de 4 mm de diámetro?.

Respuesta: 7.4 mm

3. Un trozo de metal pesa 50 N en el aire y 30 N cuando se sumerge completamente en el agua. Calcule la gravedad específica del metal suponiendo que el metal tiene una gravedad específica uniforme.

Respuesta: 2.5

4. Un objeto que pesa en el aire 50 N, 30 N al sumergirlo en el agua y 40 N cuando se sumerge en un líquido de una densidad desconocida. ¿Podría usted calcular la densidad del líquido desconocido?, si la respuesta es si calcule la densidad.

Respuesta: Si. 500 Kg/m^3

5. Un recipiente que contiene agua se coloca en el plato de una balanza; la lectura de la balanza es w_0. Otro cuerpo de peso w_c sostenido por una cuerda de masa despreciable se sumerge completamente en el recipiente con agua pero sin que toque el fondo del recipiente, ¿cuál será la nueva lectura de la balanza?. Si el cuerpo descansa completamente en el fondo de la balanza ¿cuál será la lectura de la balanza?.

Respuesta: $L = w_0 + w_c + T$, donde T es la tensión de la cuerda. $L = w_0 + w_c$, si el cuerpo descansa en el fondo de la balanza.

6. El 30% del volumen de un objeto flota sobre el agua. ¿Cuál es la densidad media del objeto?.

Respuesta: 666.6 Kg/m^3.

7. ¿Cuál será la presión estática en el extremo inferior de una tubería de conducción de agua que se halla 1000 metros más arriba?. ¿Qué papel desempeña la presión atmosférica si el extremo inferior del tubo se rompe?.

Respuesta: 9800000 Pa.

8. ¿Cuál es la diferencia de presión atmosférica entre los pies y la cabeza de una persona de 1.8 metros de altura?.

Respuesta: 18900 Pa.

9. ¿Cuánto pesan 2m^3 de cobre, cuya gravedad específica es de 8.82?.

Respuesta: 17640 Kg.

Evaluación Final del Capítulo 2. (Calor y Temperatura)

1. ¿Tiene sentido hablar de una temperatura en una región del espacio donde existe un vacío perfecto, como el espacio interestelar?.

No, para hablar de temperatura necesitamos un medio, y en un vacío perfecto no hay materia para elevar su energía cinética interna.

2. Cuando es muy difícil destapar una botella de salsa de tomate, en ocasiones para abrirla con facilidad lo que se hace es calentar la región de la tapa ¿porqué se hace esto?.

Para que la tapa se expanda y se pueda abrir más fácilmente.

3. En función de la temperatura, ¿qué implica que un cuerpo se encuentre en equilibrio térmico con el medio que lo rodea?.

Que la temperatura es la misma en el cuerpo y en el ambiente que lo rodea.

4. Una botella denominada "termo" consiste en un recipiente de vidrio con doble pared, y en el cual existe un vacío entre las paredes. Las dos superficies internas del vidrio son plateadas. Explique la manera en que este dispositivo reduce la pérdida de calor por conducción, convección y radiación.

El vidrio y el vacío son malos conductores de calor, el líquido dentro del termo está en reposo, por lo cual no hay movimiento para que halla flujo de calor por convección. En lo que se refiere a la radiación no existe un aislante perfecto contra la radiación electromagnética.

5. Los pies desnudos sienten más frió cuando se encuentran sobre un piso de mármol, que sobre una alfombra ¿porqué?.

Se deja al estudiante.

6. ¿Podríamos preparar chocolate en el espacio exterior?.

Si, pero no se calentaría por convección. Tendríamos que agitar constantemente el chocolate.

7. En determinado día se llega a una temperatura de 40°, sin embargo el cuerpo humano se mantiene a 37°, ¿cómo se logra esto?.

El cuerpo debe invertir una enorme cantidad de energía para mantener la diferencia térmica, para ello utiliza recursos como sudar.

8. Mediante una agitación se puede lograr que se eleve la temperatura de un líquido, ¿se ha realizado trabajo sobre el liquido cuando se ha agitado?, ¿se ha agregado calor al sistema?, ¿por qué se eleva la temperatura del líquido?.

Al agitar tenemos que realizar un trabajo sobre el elemento agitador, este trabajo se convierte parte en trabajo sobre el sistema y otra parte en calor por la agitación de las moléculas que componen el líquido.

9. ¿Qué opina de la siguiente afirmación?, "todo instrumento graduado o calibrado que responda a cambios de temperatura es un buen termómetro".

Se deja al estudiante.

10. ¿Podría usted construir un termómetro?. ¿Cómo?.

Se deja al estudiante. Trate de buscar un material que responda a cambios de calor y que esta respuesta sea constante y repetitiva.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Murray R., Spiegel. Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Serie Schaum, McGraw-Hill, 1968.

[2] D. C. Baird. Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos. Prentice-Hall Hispanoamérica, S. A., 1991.

[3] W. Leo. Techniques for nuclear and particle physics experiments. Spring-Verlag. 1987.

[4] J. P. Holman. Experimental methods for engineers. McGraw-Hill, 6th edition, 1994.

[5] Phillip R. Bevington. Data reduction and Error Analysis for the Physical Sciences. McGraw-Hill Book Company, 1969.

[6] PASCO Scientific. Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO Scientific Models ME-9279A and ME-9280, Rotational Dynamics Apparatus, 1990.

[7] ALONSO, M. y FINN, E. J. “Física”. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington, 1995.

[8] TIPLER, P. A. “Física” (2 volúmenes). Editorial Reverté (Barcelona). 1999.

[9] F. Cristancho. F. Fajardo. Notas de clase, física experimental II. U. Nacional. 2003.

[10] D. Kleppner and R. Kolenkow. An introduction to mechanics, Mac-Hill. 1973.

[11] D. A. McQuarrie. Statistical Mechanics. HarperCollins Publisher. 1973.

[12] ¿Qué es la teoría especial de la relatividad?. A. Einstein. Dover. 1945.

[13] J. Priest. Problems of our physical experiments. Addison-Wesley. 1973.

[14] American Journal Of Physics. Serie de revistas de la APS sobre enseñanza de la física.

[15] Hecht-Zajac. Óptica. Addison-Wesley, 1998.

[16] Murray R. Spiegel. Manual de fórmulas y tablas matemáticas. Serie Schaum. McGraw-Hill 1981.

[17] M. Mladjenovíc, The history of early nuclear physics, Word Scientific, 1991.

[18] Particle Data Group, July 2002. Sacado de Review of Particle Physics K. Hagiwara et al., Phisycal Review D 66, 010001 (2002).

[19] The science of Mechanics, (1883).

[20] H. Leal, J. González, A. Hernández, Fundamento de física para las ciencias agrícolas, facultad de ciencias, universidad nacional, 2002.

[21] SERWAY, R.A. y JEWETT, J.W. “Física” (3ª edición, 2 volúmenes). Editorial Thomson-Paraninfo. Madrid, 2003.

[22] SEARS, F.W.; ZEMANSKY, M.W. y YOUNG, H.D. “Física Universitaria” 6ª Ed. Editorial Addison-Wesley. 1988.

[23] HALLIDAY, D.; RESNICK, R. y WALKER, J. “Fundamentos de Física” 6ª Ed. (2 volúmenes). Editorial CECSA. México, 2003.

[24] WILSON, J.D.: Física (2ª edición). Editorial Prentice-Hall. México, 1996.

[25] MÓDULO DE ESTUDIO: “Física General” – UNAD.

[26] MÓDULO DE ESTUDIO: “Laboratorio de Física General” – UNAD.