SERGIO GONZALO LAPARRA ALVARADO

Módulo de Matemática para Tercero Básico del Nivel Medio para Institutos por Cooperativa del Municipio de Pajapita, San Marcos.

Asesor M.A. Mario Enrique Serech Santizo

Universidad de San Carlos de Guatemala.
FACULTAD DE HUMANIDADES.
DEPARTAMENTO DE PEDAGOGÍA.

Guatemala, septiembre de 2009

SERGIO GONZALO LAPARRA ALVARADO

Módulo de Matemática para Tercero Básico del Nivel Medio para Institutos por Cooperativa del Municipio de Pajapita, San Marcos.

Asesor M.A. Mario Enrique Serech Santizo

Universidad de San Carlos de Guatemala.
FACULTAD DE HUMANIDADES.
DEPARTAMENTO DE PEDAGOGÍA.

Guatemala, septiembre de 2009

Este informe fue presentado por el autor como trabajo del Ejercicio Profesional Supervisado EPS, previo a optar el grado de Licenciado en Pedagogía y Administración Educativa.

Guatemala, septiembre de 2009

ÍNDICE

		Pág.
	Introducción	i
	Capítulo I	
1.	Diagnóstico institucional	1
1.1	Datos generales de la institución	1
	1.1.1 Nombre de la institución	1
	1.1.2 Tipo de institución	1
	1.1.3 Ubicación geográfica	1
	1.1.4 Visión	1
	1.1.5 Misión	1
	1.1.6 Objetivo General	2
	1.1.7 Metas	2
	1.1.8 Política Institucional	2
	1.1.9 Estructura organizacional Corporación Municipal	3
	1.1.10 Recursos (humanos, físicos, financieros)	4
	1.2 Técnica Diagnóstica	6
	1.3 Lista y análisis de problemas	7
	Comunidad beneficiada	9
	Análisis de viabilidad y factibilidad de las soluciones a los problemas	15
	Problema seleccionado	16
	Solución propuesta como viable y factible	16
	Capítulo II	
2.	Perfil del proyecto	17
2.1	Aspectos generales	17
	2.1.1 Nombre del proyecto	17
	2.1.2 Problema	17
	2.1.3 Localización	17
	2.1.4 Unidad Ejecutora	17
	2.1.5 Tipo de proyecto	17
2.2	Descripción del proyecto	17
2.3	Justificación	18
2.4	Objetivos	18
	2.4.1 General	18

		2.4.2 Específicos	18
	2.5	Metas	18
	2.6	Actividades	19
	2.7	Beneficiarios	19
		2.7.1 Directos	19
		2.7.2 Indirectos	19
	2.8	Fuentes de financiamiento y presupuesto	20
	2.9	Cronograma de actividades	21
	2.10	Recursos	21
		Humanos	21
		Financieros	21
		Materiales	21
		Capítulo III	22
3		Proceso de ejecución del proyecto	22
	3.1	Actividades y resultados	23
	3.2	Productos y logros	26
		Capítulo IV	
4		Proceso de evaluación	74
	4.4	Evaluación final	75
		Conclusiones	76
		Recomendaciones	77
		Bibliografía	78
		Apéndice	79

INTRODUCCIÓN

Se presenta el informe final del Ejercicio Profesional Supervisado EPS, de la carrera de Licenciatura en Pedagogía y Administración Educativa, de la Universidad de San Carlos de Guatemala, parte última que constituye el requisito exigido para todos los estudiantes que aspiran a obtener el grado de Licenciatura.

El informe se presenta el cuatro capítulos: I Diagnóstico, II Perfil del Proyecto, III ejecución del proyecto, IV Evaluación del proyecto.

En el capítulo I se encuentra el diagnostico, que tiene como propósito la investigación para conocer la situación externa e interna de la Institución, seguidamente identificar y priorizar una carencia o necesidad y darle posible solución tomando en cuenta el análisis de viabilidad y factibilidad.

En este apartado se da un informe general de los datos obtenidos a través de las técnicas empleadas la matriz del FODA, Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas de la institución y comunidad, donde se visualizó elementos internos (fortalezas y debilidades) y externos (oportunidades y amenazas) de la sede donde se realiza el Ejercicio Profesional Supervisado, la matriz de sectores e instrumentos de investigación, las cuales permitieron obtener información confiable y fehaciente de la institución.

Esta etapa se considera fundamental ya que marcó el rumbo del trabajo a realizar. El diagnóstico institucional se llevó a cabo en la corporación municipal de Pajapita, San Marcos, asimismo el diagnóstico comunitario se realizó en el Coordinación Técnica del sector educativo 12.22.1del mismo municipio. La problemática detectada fue la escasa proyección de la Coordinación Técnica Administrativa en relación con propuestas pedagógicas académicas.

El capítulo II contiene la etapa de perfil de proyecto que se detectó después de ejecutado el diagnóstico y el análisis de viabilidad y factibilidad, para tener la seguridad que el proyecto se puede llevar a cabo; se diseñó el proyecto con el título **“Módulo de Matemática para Tercero básico para Institutos por Cooperativa ``,** fijando las acciones a desarrollar en la siguiente etapa que es la ejecución del proyecto, se elaboró un cronograma para programar sistemáticamente las actividades que dieron paso al alcance de objetivos.

El capítulo III contiene la tercera etapa que es el proceso de ejecución, que se refiere al desarrollo del proyecto, se realizaron las actividades descritas en el perfil de manera detallada y ordenada, estableciendo costos, tiempo, a través de esto se obtuvo lo que son los resultados, productos y el alcance de logros, mediante la observación y exploración del avance del proyecto.

El capitulo IV contiene la cuarta etapa que se refiere a la evaluación del proyecto donde se realiza un proceso continuo de análisis y el impacto que tuvo en la comunidad beneficiada mediante instrumentos como es la lista de cotejo, entrevista estructurada y la evaluación de impacto.

Al final se encontrarán las conclusiones que fueron establecidas mediante el análisis del proceso del desarrollo del proyecto también están las recomendaciones de carácter general.

CAPÍTULO 1

DIAGNÓSTICO.

1.1 Datos generales de la institución

1.1.1 Nombre de la institución

Municipalidad de Pajapita S.M.

1.1.2 Tipo de institución

Autónoma y de servicios.

1.1.3 Ubicación geográfica

El municipio de Pajapita S.M. se sitúa en la parte sur del departamento de San Marcos, en la región VI o región Sur-Occidental del país y se localiza en la latitud de 14º 43” 19” y en la longitud de 92º 02” 06” del meridiano del Greenwich

1.1.4 Visión

La municipalidad de Pajapita, San Marcos, como órgano autónomo, según el marco legal en la vida institucional, se encarga de fortalecer el desarrollo urbano y rural, a través de los recursos económicos que son asignados por mandato constitucional y que genera el municipio.

Para el cumplimiento de sus fines, como institución asume la responsabilidad de diagnosticar las necesidades de la población para diseñar y ejecutar proyectos que tiendan al bien común que incluya la calidad de vida y el desarrollo pleno de la persona.

1.1.5 Misión

Promover participativamente el desarrollo humano integral sostenible y sustentable, sin discriminación de grupo económico, político, religioso y de género, con equidad social en busca del bien común de todos sus habitantes manteniendo el equilibrio ambiental a través de la aplicación de fondos del gobierno municipal y central, con la participación directa de las comunidades y el establecimiento de alianzas estratégicas municipales.

1.1.6 Objetivo General

Alcanzar el desarrollo humano integral sostenible y sustentable del municipio de Pajapita, San Marcos, sin discriminación de grupo étnico, religioso, político o de genero, potencializando los recursos locales existentes con un enfoque generacional manteniendo el equilibrio ambiental.

Involucrar un desarrollo social en todos sus aspectos necesarios para que una persona pueda tener un nivel y calidad de vida aceptable según el plan estratégico de desarrollo integral

1.1.7 Metas

Alcanzar un desarrollo económico y social que le permita a la población tener los recursos económicos suficientes para cubrir sus necesidades mínimas de alimentación, vivienda, vestido, salud, educación y recreación, y pueda tener un nivel de vida aceptable.

1.1.8 Política Institucional

Facilitar la atención a la población en general con relación a los servios públicos que prestan la municipalidad en marcados dentro de la ley del condigo municipal en el inciso C del articulo 35 del capítulo 1.

Fuente: Municipalidad de Pajapita, San Marcos, Plan Estratégico Municipal 2009.

1.1.9 Estructura organizacional

CORPORACION MUNICIPAL 2004-2008		
NOMBRE	**CARGO**	**COMISION**
Jorge López Cifuentes	ALCALDE MUNICIPAL	Comisión de Salud Educación y Agua potable.
Marvin Manuel Barrios Valladares	Sindico Primero	Comisión de Comunicación, Radio, Prensa y propaganda.
FLAVIO PEREZ VILLACRES	Concejal Primero	Caminos, Carreteras y Ordenanza Vial.
BENJAMIN CARDONA	Concejal Segundo	Licencias, Permisos y Arbitrios.
ROBERTO SOTO	Concejal Tercero	Medio Ambiente, Flora y Fauna.
JULIO CESAR LAM	Concejal Cuarto	Urbanismo, Estructuración Planificación Habitacional y comercial.

Fuente: Municipalidad de Pajapita, San Marcos, Oficina Municipal de Planificación (O.M.P), Administración Financiera Municipal.

Ejercicio Profesional Supervisado (EPS)

Es la práctica final. Supervisada por docentes y ejecutada por estudiantes que hayan aprobado la totalidad de los cursos del pensum de estudios.

Unidad de Publicidad del Ejercicio Profesional Supervisado (EPS)

Está integrado por un coordinador, enlace entre supervisores y estudiantes de EPS.

Organizaciones Políticas

Entre las organizaciones políticas que se encuentran 6 partidos políticos

1.1.10 Recursos

1.1.10.1 Recursos humanos

Cuenta con 75 empleados municipales, 30 son personal operativo y 45 del personal administrativo.

1.1.10.2 Recursos físicos

Edificio municipal,

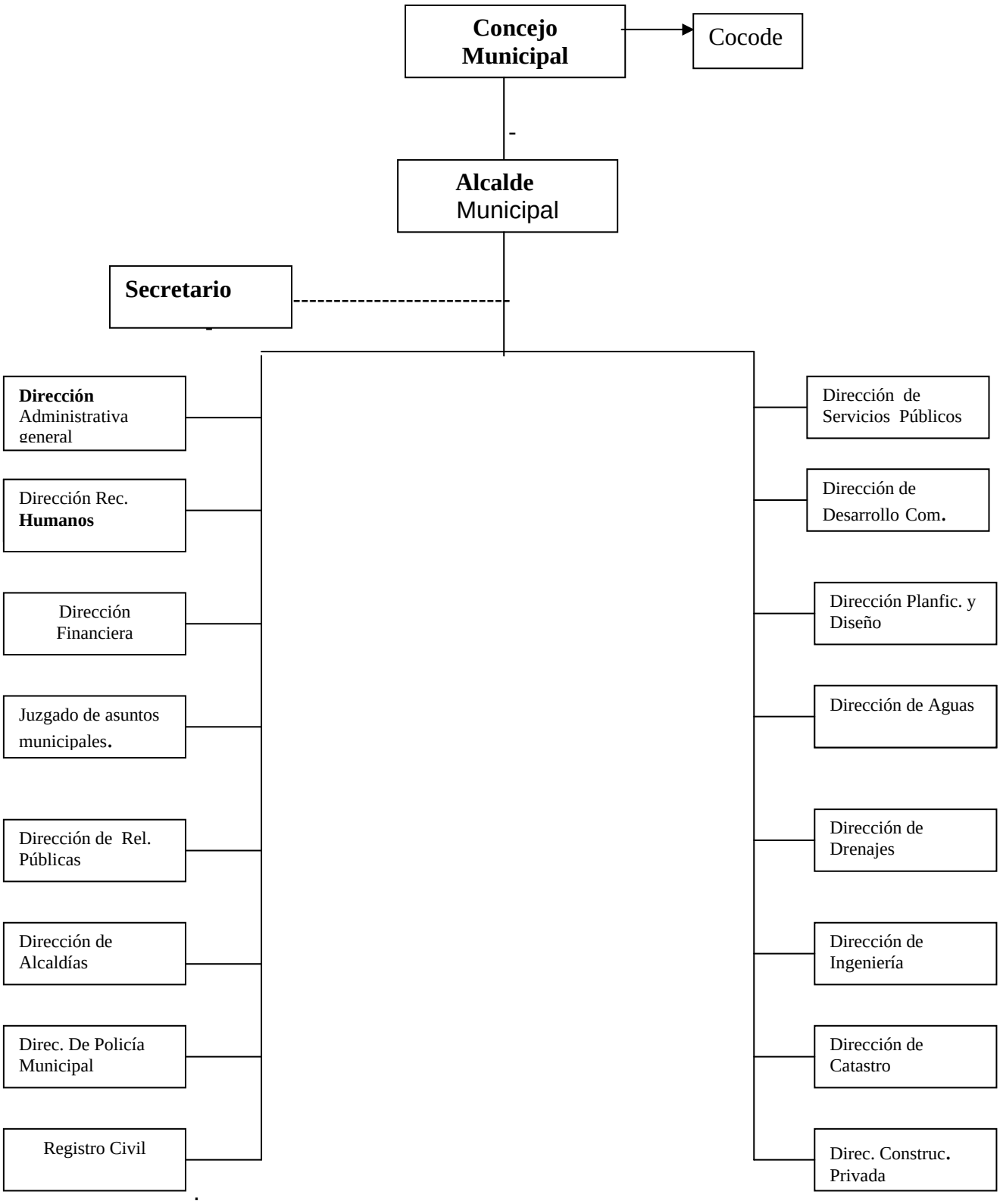
Diez oficinas equipadas

1.1.10.3 Recursos Financieros

Resumen bimestral aproximado de los ingresos fin acioneros según Tesorero Municipal.

200,000.00	Arbitrios municipales
340,000.00	Aporte Constitucional del 10%
22,000.00	Tasas.
662,000.00	El cual varía por los impuestos de manufactura de textiles el impuesto Único sobre inmuebles IUSI-

1.1.9 “ESTRUCTURA ORGANIZACIONAL” (1.s/p)



1.2 Técnicas diagnósticas utilizadas

Para la obtención de información de la institución y detectar sus carencias y necesidades se utilizó la Matriz de los Sectores, la entrevista para obtener información especifica en cuanto a localización geográfica, administrativa, historia de la institución edificios, ambientes y equipamiento; la observación que se utilizó para conocer la situación interna y externa de la institución a través de un lista de cotejo, como también encuestas, análisis documental, con instrumentos como cuestionarios, aplicados a habitantes, estudiantes, docentes y autoridades de la municipalidad de Pajapita San Marcos.

Análisis Documental[1]: Se revisaron documentos de la institución municipal para obtener información, estos documentos fueron facilitados por la Secretario y directores de los diferentes departamentos.

Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas[2]: Técnica para determinar las fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas de la institución, con el apoyo de las personas que labora, se trabajaron las cuatro variables; a cada participante se le proporcionó una matriz para que escribiera en ella, lo que a su juicio opinara; teniendo la información de todos se procedió a elaborar uno solo, para luego realizar una reunión para su validación de todos.

La Entrevista[3]: Se formularon con preguntas relacionadas con el conocimiento de políticas, manual de funciones, estructura organizacional, plan operativo anual, relaciones externas de la institución, fuentes de financiamiento, ésta técnica se utilizó con el Señor Alcalde Municipal.

La Observación[4]: Esta permitió obtener un panorama de la institución y municipio, se observó los servicios públicos, como, agua, luz, servicios sanitarios, líneas telefónicas; ambientes con que cuenta, jardines, áreas verdes, material de la construcción

---

[1] Los documentos consultados de encuentran descritas en la bibliografía, pagina 47.
[2] Se elaboró el análisis de este instrumento que se encuentra en la página 13 de éste informe. var
[3] Para ésta técnica se utilizaron dos instrumentos.
[4] Se elaboraron varios instrumentos .

1.3 Lista y análisis de problemas

1.3.1 Lista de carencias detectadas

Por medio del diagnóstico se detectaron las siguientes carencias:

1.3.1.1 Insuficientes investigaciones bibliográficas y documentales que son indispensables para el buen desarrollo institucional con miras a lograr sus objetivos y metas, en los campos educativos, sociales, culturales, étnicos, políticos y religiosos en el Municipio de Pajapita.

1.3.1.2. La población de pajapita desconoce las políticas de la institución a consecuencia de la poca información que se proporciona.

1.3.1.3. La biblioteca municipal carece de libros y textos históricos educativos, no llena las expectativas en la población estudiantil.

1.3.2 ANÁLISIS DE PROBLEMAS

Principales problemas del sector	Factores que originan los problemas	Soluciones que requieren los problemas
1. Insuficientes investigaciones educativas como recurso de apoyo didáctico para la docencia y estudiantado.	1.1 Poco interés por la investigación de aspectos educativos y culturales del municipio.	1.1.1 Realizar investigaciones monográficas, del municipio como recurso de apoyo didáctico a la población estudiantil.
	1.2 Falta de cultura investigativa del municipio	1.1.2 Recopilar investigación educativa actualizada para enriquecer la historia del municipio.

2. La población estudiantil presenta desconocimiento de la realidad histórica de su municipio.	2.1 La información y promoción de la institución no es la adecuada en cuanto a su filosofía.	2.1.1 Es necesario elaborar un programa de identidad institucional para que todos conozcan las políticas y funciones de la institución.
	2.2 Falta de interés por la población estudiantil y docencia en conocer los patrimonios culturales y la historia del municipio.	2.1.2 Realizar una convivencia estudiantil y cultural con la finalidad de implementar en cada centro educativo la historia del municipio.
3. Infraestructura Insuficiente para ampliar los recursos educativos de la comunidad de pajapita S.M.	3.1 Las instalaciones de la biblioteca municipal no cuenta con la iluminación y ventilación.	3.1.1 Instalar ventiladores aéreos y remodelar los ventanales de la biblioteca municipal
	3.2 Presupuesto insuficiente para ampliar las instalaciones de la biblioteca municipal.	3.2.1 La solución es gestionar el financiamiento de remodelación de la biblioteca municipal.
4. Insuficiente mobiliario y equipo para la población estudiantil de la biblioteca Municipal	4.1 Estantes insuficientes para la colocación de libros y textos.	4.1.1 Instalar estantes en la biblioteca municipal.

CAPÍTULO I

DIAGNÓSTICO INSTITUCIONAL

1.1 Datos generales de la institución beneficiaria

1.1.1 Nombre de la institución

Coordinación Técnico Administrativa del Distrito Escolar 12.22.1.

1.1.2 Tipo de institución

La Coordinación Técnico Administrativa del Distrito Escolar 12.22.1 que cubre los Institutos por Cooperativa y otros centros educativos del Nivel Medio, es una unidad administrativa de servicio orientada a desarrollar un buen nivel educativo mediante actividades de coordinación, información, asesoría, orientación, capacitación, seguimiento y evaluación de los servicios escolares para tratar de cumplir con las políticas educativas vigentes en nuestro país.

1.1.3 Ubicación geográfica

La Coordinación Técnico Administrativa del Distrito Escolar 12.12.1 se ubica en el Complejo Educativo del municipio de Pajapita, San Marcos.

1.1.4 Visión

"Transformar participativamente el sector educación, fortaleciendo la educación para el trabajo, la convivencia democrática y la paz, buscando un sistema más congruente con la realidad del país, más equitativo y de mayor calidad, así como contribuir a la competitividad."[2]

1.1.5 Misión

"Compromiso con el desarrollo de una educación científica y democrática al servicio de la comunidad educativa."[3]

---

[2] Supervisión Educativa, Sector 12.22.1 de Pajapita Ob. Cit.
[3] Ídem.

1.1.6 Objetivos

Los objetivos de la Coordinación Técnico Administrativa del Distrito Escolar 12.22.1 son los siguientes:

"a. Promover la eficiencia y funcionalidad de los bienes y servicios que ofrece el Ministerio de Educación.

b. Propiciar una acción supervisora, integradora y coadyuvante del proceso docente y congruente con la dignificación del educador.

c. Promover una eficiente y cordial relación entre los miembros de la comunidad educativa." [4]

1.1.7 Metas

- "Ampliar cobertura institucional en el municipio de Pajapita, S. M.
- Proyectarse a la comunidad educativa de Pajapita."[5]

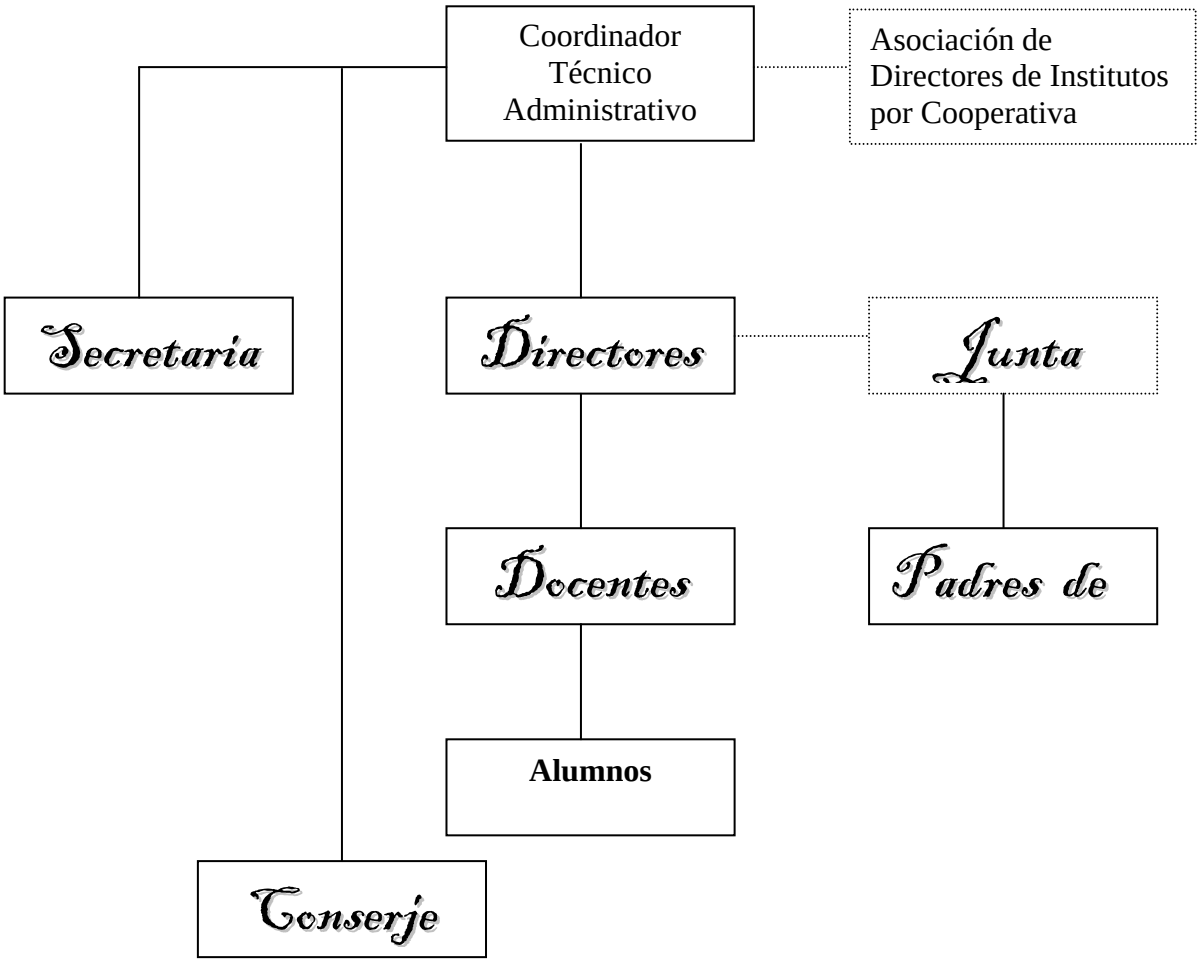
1.1.8 Política institucional

a. "Equidad interna y competencia externa.
b. Soporte administrativo, legal, laboral y estadístico.
c. Calidad total."[6]

[4] Congreso de la República. Ley de Educación Nacional. Decreto Legislativo No. 12-91. Artículo 74.
[5] Dirección Departamental de Educación. Ob. Cit.
[6] Ídem.

1.1.9 "Estructura Organizacional "[7]

El organigrama nominal de la Coordinación Técnico Administrativa de Educación del Distrito Escolar 12.12.1 es el siguiente:



1.1.10 Recursos

a. Recursos humanos

La Coordinación Técnico Administrativa encargada de atender los Institutos por Cooperativa cuenta con un Coordinador Técnico Administrativo, una Secretaria y un Trabajador Operativo.

[7] MINEDUC. Dirección Departamental de Educación. Pajapita . Manual de Lineamientos Generales. 1998.

b. Recursos físicos

La Coordinación Técnico Administrativa 12.12.1 cuenta con una sala para oficina, una bodega, servicios sanitarios y duchas. Dichos recursos físicos se conservan en buen estado.

c. Recursos financieros

Las Coordinaciones Técnico Administrativas de Educación tienen un presupuesto de gastos, el cual estaba asignado a las anteriores Supervisiones Educativas y que ahora se distribuye en forma equitativa entre las 29 Coordinaciones Técnico Administrativas existentes.

A la Coordinación Técnico Administrativa 12.22.1se le hace una asignación presupuestaria trimestral de supervisión suficiente para cubrir los gastos necesarios en la compra de materiales de oficina, limpieza y los gastos de supervisión mínima para vehículos.

1.2 Técnica utilizada para el diagnóstico

Lo primero que se hizo fue una reunión con el Coordinador Técnico Administrativo , con el personal de oficina, con el personal operativo y con los directores y profesores de Institutos de Educación Básica por Cooperativa, para analizar la situación interna de esta institución de la baja gerencia y el entorno en el que se desarrolla. Dicho análisis se hizo de acuerdo a las principales líneas de funcionamiento, es decir, lo referente a recursos financieros, equipo, personal, planes de trabajo, metodología, infraestructura y tecnología.

Luego, se procedió a estructurar un diagnóstico institucional en donde se definen cuáles son las Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas (Análisis FODA), instrumento que permitió fijar los parámetros para planificar estratégicamente desde cualquier línea de funcionamiento.

1.2.1 Análisis FODA

ASPECTOS POSITIVOS

FORTALEZAS (A nivel Interno)	OPORTUNIDADES (A nivel Externo)
1. La Dependencia cuenta con Resolución de la Dirección Departamental de Educación para su funcionamiento. 2. La Legislación Educativa vigente del Ministerio de Educación. 3. Manual de Lineamientos Generales para un Sistema de Coordinación. 4. Infraestructura necesaria y adecuada, acorde a las necesidades. 5. Objetivos institucionales claramente definidos. 6. Personal con formación técnica apropiada para el área de desempeño. 7. Validación, utilización y aplicación de planificación y evaluación. 8. Estado financiero sólido (presupuesto trimestral de supervisión suficiente para cubrir los gastos necesarios en la compra de materiales para oficina y limpieza y asignación presupuestaria de supervisión mínima para vehículos). 9. Atención a los institutos Por Cooperativa de todo el departamento de San Marcos por el Ministerio de Educación. 10. Considerable número de actividades destinadas a incentivar al educando en su proceso formativo. 11. Constante capacitación (cursillos, seminarios y congresos orientados a la formación administrativa y pedagógica). 12. Institución conocida en el medio educativo departamental. 13 Asociación Departamental de Institutos por Cooperativa.	01. Amplia colaboración de los Directores de los Institutos Por Cooperativa de todo el departamento. 02. Disponibilidad inmediata de Director Departamental para cualquier asesoría. 03. Flujo constante de información de la Dirección Departamental de Educación. 04 Asociación Departamental de Institutos por Cooperativa. 04. Desarrollo del país, creación de nuevos Institutos por Cooperativa. 05. Cooperación externa. 06. Reforma Educativa.

ASPECTOS NEGATIVOS

DEBILIDADES (A nivel interno)	AMENAZAS (A nivel externo)
. 1Falta de propuestas pedagógicas académicas. Coordinación Técnica Administrativa 12.22.1. 1. Falta de manual de funciones para puestos técnicos, administrativos y operativos. 2. Falta de formación administrativa en algunos directores. 3. Falta de un proyecto propio de cada establecimiento educativo. 4. Falta de motivación del personal de la Institución. 5. Falta de actualización tecnológica en algunas áreas. 6. La estructura organizativa tiene deficiencias para atender. 7. Centralización burocrática de decisiones, acciones y control. 8. Existen cuellos de botella en trámites y suministros. 9. Sistema no actualizado de evaluación de puestos. 10. Estructura salarial rígida.	1. Politización. 2. Desviación de recursos. 3. Leyes y reglamentos del país, sin participación.

1.3 Lista y análisis de problemas

PROBLEMAS	CAUSAS	PROPUESTAS DE SOLUCIÓN	FACTIBILIDAD
1. Escasa proyección de la Coordinación Técnica Administrativa en relación con propuestas pedagógicas académicas hacia la comunidad educativa de Pajapita .S.M	a. No existe proyecto para la realización del programa de apoyo académico.	a.Elaboración de un módulo de matemática para tercero básico para institutos por Cooperativa.	a. Si se puede realizar el proyecto en un 100%, a corto plazo.
2. Falta de manual de funciones para puestos técnicos, administrativos y operativos.	a. Puestos gerenciales desempeñados sin haber tenido un entrenamiento específico en el campo administrativo.	a. Revisar y redefinir los puestos de trabajo. (Manual de funciones).	a. El Proyecto se puede realizar en un 100% a mediano plazo.
3. Falta de formación administrativa en algunos directores.	a. Falta una planificación integrada para el mejor aprovechamiento de los recursos.	capacitación sistemática por dos años como administradores educativos a los directores de los Institutos por Cooperativa.	a. El proyecto se puede realizar en un 60% a largo plazo.
4. Falta de un proyecto educativo propio de cada establecimiento.	a. No existen los incentivos necesarios.	a. Elaboración de planes y proyectos con sentido educativo en cada establecimiento educativo.	a. Sí se puede realizar el proyecto en un 90% a mediano plazo.
5. Falta de motivación del personal de la Institución.	a. No se han hecho las gestiones necesarias para su implementación.	a. Cambiar la actitud del recurso humano y orientarla hacia la calidad total mediante paneles de motivación y a través de diversas ayudas didácticas.	a. Sí se puede realizar el proyecto en un 95% a corto plazo.
6. Falta de actualización tecnológica en algunas áreas.	a. No existe un cronograma de actividades.	a. Implementar sistemas avanzados adquiriendo equipo moderno de computación, fotocopiadora y cañonera.	a. El proyecto se puede realizar en un 100% a mediano plazo.
7. La estructura organizativa tiene deficiencias para atender.	a. No están establecidos los procesos de trabajo.		a. El proyecto se puede realizar en un 100% a corto plazo.

1.4 Análisis de viabilidad y factibilidad

No.	PREGUNTAS	OPCIONES DE RESPUESTA	
		SI	NO
01.	¿El producto tiene demanda?	X	
02.	¿La cobertura del proyecto es de acuerdo a la competencia máxima de la institución?	X	
03.	¿Se cuenta con el financiamiento para la realización del proyecto?	X	
04.	¿Se cuenta con el equipo logístico necesario para la realización del proyecto?	X	
05.	¿Se cuenta con el equipo tecnológico necesario para la realización del proyecto?	X	
06.	¿Se cumple con las políticas de la institución?	X	
07.	¿Se cumple con los requisitos legales?	X	
08.	¿La institución le dará sostenibilidad al proyecto?	X	
09.	¿Se cuenta con el tiempo suficiente para la realización del proyecto?	X	

Características de la viabilidad y factibilidad

VIABILIDAD	FACTIBILIDAD
01. Tiene demanda 02. Se le dará sostenibilidad 03. Cumple con los requisitos legales 04. Cumple con las políticas de la institución	01. Cobertura máxima 02. Financiamiento 03. Equipo logístico necesario 04. Equipo tecnológico necesario 05. Tiempo necesario

Tomando en consideración el cumplimiento de los requisitos previos para obtener el financiamiento y el apoyo logístico necesarios para la ejecución del proyecto, se puede asegurar el logro de los objetivos previstos en un 100%. Así que el proyecto es viable y, además, factible; por cuanto que se dispone de los recursos económicos y del tiempo necesario.

1.5 El problema seleccionado

Luego de realizar un análisis lógico de la lista de problemas, sus causas y las propuestas de solución, se determina que el problema seleccionado es Falta de propuestas pedagógicas académicas Coordinación Técnica Administrativa 12.22.1.

.

CAPÍTULO II

PERFIL DEL PROYECTO

2.1 Aspectos generales

2.1.1 Nombre del proyecto

Módulo de Matemática para Tercero Básico, para el Programa de apoyo académico Institutos por Cooperativa en el Municipio de Pajapita, San Marcos.

2.1.2 Problema

Escasa proyección de la Supervisión, en relación con propuestas pedagógicas académicas hacia la comunidad educativa de Pajapita, San Marcos.

2.1.3 Localización

Se realizó en la Coordinación Técnica Administrativa 12.22.1 del Municipio de Pajapita, San Marcos.

2.1.4 Unidad ejecutora

Facultad de Humanidades – Universidad de San Carlos de Guatemala – Corporación Municipal de Pajapita, San Marcos.

2.1.5 Tipo del proyecto

Producto

2.2 Descripción del proyecto

Para su elaboración primero se obtiene la guía programática de contenido de matemática del Ministerio de Educación para Institutos por Cooperativa. Se compilan cada uno de los contenidos por grado y unidad. En cada unidad se presentan las competencias e indicadores de logro que los participantes del programa deben alcanzar en el desarrollo del mismo. Se presenta cada tema de manera atractiva para su fácil comprensión; además de actividades para desarrollar sus competencias, como también de una evaluación final de unidad para determinar la asimilación de cada contenido.

El proyecto a ejecutar consiste en la elaboración de un módulo didácticamente estructurado con sus objetivos, actividades, en donde el profesor será un orientador del proceso en enseñanza aprendizaje en el área de matemática para el ciclo básico del nivel medio.

2.3 Justificación

Es indispensable la elaboración de un módulo con los contenidos programáticos de matemática para el segundo básico plan normal con modalidad de Institutos por Cooperativa para el programa de apoyo académico al Ministerio de Educación para fortalecer la educación.

La razón de este proyecto es contribuir con el desarrollo de jóvenes que por alguna razón no han podido continuar con su formación académica de forma presencial, el cual impide que se les proporcione los conocimientos y habilidades necesarias para ser personas criticas y ciudadanos responsables, productivos y competitivos.

2.4 Objetivos del proyecto

2.4.1 General

Fortalecer la aplicación de propuestas pedagógicas académicas en el marco de la Reforma educativa.

2.4.2 Específico

Elaborar un módulo con los contenidos programáticos de la asignatura de Matemática para tercero básico de los Institutos por Cooperativa.

2.4.3 Socializar los contenidos del módulo de matemática con los directores, docentes del sector educativo 12.22.1

2.5 Metas

2.5.1 Un módulo con los contenidos programáticos de la asignatura de Matemática para Tercero básico de Educación Básica del nivel medio.

2.5.2 Capacitar a 76 docentes en y directores del sector educativo 12.22.1

2.5.3 Imprimir 76 ejemplares del módulo de matemática.

2.6 Beneficiarios (directos e indirectos)

2.6.1 Directos

La coordinación técnica administrativa del sector 12.22.1
Directores y docentes que imparten el curso de matemática del sector 12.22.1

2.6.2 Indirectos

Estantes de las diferentes jornadas del sector educativo 12.22.1 de Pajapita, San Marcos.

2.7 Fuente de Financiamiento y Presupuesto

2.7.1 Fuente de Financiamiento

Los gastos efectuados para la elaboración del proyecto fue financiado por el departamento de educación de la corporación municipal de Pajapita, San Marcos.

2.7.2 Presupuesto

No.	Recursos	cantidad	costo
1	Transporte		Q. 300.00
2	libros		Q .400.00
3	Fotocopias		Q .2000.00
4	Cartuchos de tinta		Q. 900.00
5	Empastado		Q.1,500.00
6	Levantado de texto		Q. 1,500.00
7	total		Q. 6,100.00
8			

2.8 Recursos
2.8.1 Humanos
Lic. Asesor
Coordinador Técnico Administrativo del sector 1 12.22.1
Licenciados Revisores
y epesista

2.8.2 Materiales
Computadora
Impresora
Hojas de papel
Folletos
Libros
Lapicero
Cartuchos de tinta
Fotocopiadora

2.8.3 Financieros

Horas de gestión
Transporte
Internet

2.9 Cronograma de actividades de ejecución, 2008

	ACTIVIDADES	JUNIO				JULIO				AGOSTO				SEPTIEMBRE				OCTUBRE			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	Obtención de Guía Programática de los contenidos de matemática.	■																			
2	Investigación bibliográfica de cada uno		■	■	■																
	de los temas programáticos de Matemática		■	■	■																
3	Recolección de información					■	■														
4	Análisis de la Información recolectada							■	■												
5	Diseño del Módulo de Matemática									■	■	■	■								
6	Reproducción del Módulo de Matemática													■	■						
7	Presentación del Módulo															■	■				
8	Reformas del Módulo																	■	■		
9	Presentación del Módulo terminado																			■	
10	Elaboración de Instrumentos de Evaluación																				■

CAPÍTULO III

EJECUCIÓN DEL PROYECTO

3.1 Actividades y Resultados

No.	ACTIVIDAD	RESULTADO
1	Obtención de Guía programática de los contenidos de Matemática del ciclo básico plan normal de MINEDUC	Se consulto en la Biblioteca del MINEDUC la guía programatica
2	Integración bibliográfica de cada tema de la guía programatica de Matemática	Se consultó en varios libros de Matemática e Internet sobre cada contenido
3	Recolección de Información	Se recolectó libros de Matemática, tomando ideas para la elaboración del módulo.
4	Análisis de la Información recolectada	Permitió conocer más sobre cada tema, seleccionar lo mas importante y determinar su diseño.
5	Diseño del Módulo de Matemática	Se elabora un Módulo de Matemática para cada etapa del ciclo básico plan normal con su cartilla de ejercicios correspondiente a cada etapa.
6	Elaboración del Módulo de Matemática	Permitió tener un Módulo dividido en cada etapa con su respectiva cartilla de trabajo.
7	Presentación del Módulo de Matemática	Se mostró el Módulo realizado y se recibió asesoramiento sobre algunas reformas.
8	Reformas del módulo de Matemática	En base a las reformas que se hizo al módulo, se presento ya mejorado.
9	Presentación del Módulo de Matemática terminado.	Se hace entrega del módulo de Matemática con el diseño establecido
10	Elaboración de Instrumentos de evaluación de la fase de ejecución	Determina la Satisfacción de la eficiencia y eficacia del módulo.

3.2 Productos y logros

Producto

Un módulo de Matemática con los contenidos programáticos para tercero básico del nivel medio para usarse en los Institutos por Cooperativa en apoyo a la Coordinación Técnica Administrativa del sector educativo 12.22.1 .

Propuesta al programa de apoyo académico a la Coordinación Técnica Administrativa del sector educativo 12.22.1para fortalecer la educación nacional en el marco de la Reforma Educativa.

La presentación de este módulo es una propuesta al MINEDUC para que exista en el marco de la Reforma Educativa material impreso con la modalidad de Educación que responda a las necesidades socioculturales, económicas y productivas de los guatemaltecos que por alguna razón no han concluido su formación académica.

Logros

Se logra un módulo con los contenidos programáticos, según el Ministerio de Educación, de Matemática para segundo básico del nivel medio plan normal. Cuya propuesta es fortalecer el proceso de mejoramiento de la calidad educativa para aquellos que no han podido alcanzar su desarrollo intelectual.

El fortalecimiento de la Educación extraescolar con modalidad para que los participantes finalicen el ciclo del nivel básico y se motiven a continuar con el nivel diversificado y mejorar su condición de vida.

La Motivación y participación activa de cada uno de los usuarios al utilizar el módulo, el cual les brinda los contenidos básicos de matemática. Así, como las ejercitaciones necesarias para que cada participante verifique su aprendizaje.

3.3 Registro Fotográfico

MUNICIPALIDAD DE PAJAPITA. S. M.

Epesista, hace entrega del Presupuesto al señor Alcalde Municipal

3.4 Producto.

MÓDULO DE MATEMÁTICA PARA TERCERO BÁSICO

P.E.M. Sergio Gonzalo Laparra Alvarado.

PRESENTACIÓN

La presente edición de PROCESOS DE MATEMÁTICA proporciona un fundamento apropiado para los estudiantes de los diferentes Institutos por Cooperativa del país y sus distintas especialidades; se encuentra didácticamente estructurado con el propósito de facilitar al estudiante el estudio, la comprensión de los diferentes conceptos y los métodos de resolución planteados.

Ha sido preparada de acuerdo con los adelantos de la pedagogía moderna con el fin de dar al alumno las oportunidades de elaborar los trabajos en el mismo texto y lo más importante su participación en clase.

En cualquier lugar donde se utilice la teoría de conjuntos se encuentra implícitos los fundamentos de la matemática con todas sus ramas como lo son las funciones y relaciones aunado a la experiencia de utilizar el dinero, el conocimiento de los métodos de la matemática resultan imprescindibles; así como el empresario necesita estar en capacidad de calcular costos y los precios de su mercadería para obtener determinada utilidad y conocer la rentabilidad de su negocio; el administrador educativo requiere de un dominio completo de los procedimientos de la matemática fundamental para darle solución a un sin fin de problemas que giran en torno al plantel educativo, a la empresa que dirige, al proyecto que supervisa, a la capacitación que asiste, al informe que brindará, etc.

Los temas están desarrollados siguiendo lo métodos analíticos de la aritmética; su presentación se encuentra ordenada en unidades que conforman cada una un tema de estudio. Consta de 4 unidades, antecedidos por una prueba selectiva que le permitirá al profesor hacer un diagnóstico de los conocimientos de los alumnos a su cargo y fijar el nivel inicial del curso. Cada unidad se inicia con la formulación de los objetivos terminales que expresan lo que se espera que el estudiante sea capaz de hacer con los conocimientos adquiridos en cada unidad, lo cual permite a docentes y estudiantes definir claramente las metas a corto plazo

ÍNDICE GENERAL

Pág.

Historia de la Matemática 1

Simbología Matemática 2

I UNIDAD 3

1.1 Álgebra. 4

1.2 Historia del Àlgebra 4

1.3 Escritura Algebraica 5

1.4 Signos del Álgebra 5

1.5 Nomenclatura Algebraica 5

1.6 Clases de Términos 6

1.7 Clasificación de expresiones algebraicas 6

1.8 Términos semejantes 6

1.9 Valor Numérico 10

1.10 Sumas de Expresiones algebraicas 11

1.11 Restas de Expresiones algebraicas 14

1.12 Regla de exponentes 17

1.13 Multiplicación 20

1.14 División de expresiones algebraicas 27

II UNIDAD

1. Descomposición Factorial 37

2. Casos de Factores 37

2.1.1. Factor común monomio 37

2.1.2. Factor Común Polinomio 38

2.2.1 Factor Común por Agrupación 39

2.3. Trinomio Cuadrado Perfecto 40

2.4. Diferencias del Cuadrado Perfecto 43

2.5. Trinomio Cuadrado Perfecto por adición y sustracción 45

2.6. Factorización de Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ **47**

2.7. Factorización de Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ 48

3. Aplicación de casos de factoracion en solución de operaciones fraccionarias. 50

III UNIDAD

Ecuaciones 51

1. Ecuaciones enteras de primer grado **51**

Clases de ecuaciones 51

2. Grados de una ecuación 52
3. Raíz de una ecuación 52
4. Resolver una ecuación 52
5. Axioma fundamental de las ecuaciones 52
6. Reglas que se derivan del Axioma 52
7. Transposición de Términos 52
8. Resolución de ecuaciones enteras de primer grado 53
9. Como representar frases por medio de símbolos algebraicos 58

IV UNIDAD

Ecuaciones simultaneas de primer grado 62

1. Ecuaciones simultaneas de primer grado con 2 incógnitas 62
2. Sistema de ecuaciones 62
3. Solución de ecuaciones simultaneas 62
4. Métodos de eliminación más usuales 62
5. Problemas que se resuelven con ecuaciones simultaneas de dos incógnitas 68
6. Ecuaciones simultaneas de primer grado con tres o más Incógnitas 69
7. Presentación gráfica de una ecuación grafica de primer grado con tres incógnitas 71

Bibliografía **73**

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

.

A través de los tiempos, la matemática ha sido motivo de estudio entre las diferentes culturas y civilizaciones. Un ejemplo de ello ha sido la cultura hindú. Gracias al carácter abstracto de su pensamiento, llegó a plantear problemas numéricos de gran profundidad, mucho antes que otros pueblos de mayor tradición matemática.

Aryabhata, seis siglos después de Jesucristo, estableció el valor aproximado de la constante π (3.14159) que se lee pi, además de dar la regla fundamental para la extracción de la raíz cuadrada. Fue, también, un gran astrónomo que estudió la causa de los eclipses, el movimiento de rotación de la tierra sobre su eje y calculó la duración de un año. Una de sus más grandes obras es un tratado de astronomía conocido como: **Aryssiddhanta.**

4,000 años antes, en la época de los egipcios; ellos, con sus grandes conocimientos, resolvieron por primera vez los problemas rectángulos, triángulos y otras figuras. Los egipcios tuvieron que ingeniarse un lenguaje simbólico que fuera comprensible y sencillo para los gobernantes e ingenieros.
El lenguaje gráfico significó, en las distintas culturas, un elemento fundamental para la comunicación y contribuyó a organizar el pensamiento.
En el mismo sentido, el uso de símbolos y letras en matemática es esencial, pues la sustitución de símbolos por palabras es uno de los procedimientos que ha permitido el progreso del ser humano en la ciencia y en la técnica.

Para comprender mejor nuestro curso le presentamos una serie de símbolos matemáticos que le facilitarán la comprensión y razonamiento de los teoremas planteados.

SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA.

Símbolo o Signo.	SIGNIFICADO.	Símbolo o Signo.	SIGNIFICADO.
$=$	Igual a.	$\neq$	No igual a.
$<$	Menor que	$\not<$	No menor que.
$>$	Mayor que	$\not>$	No mayor que.
$\leq$	Menor o igual que	$\not\leq$	No menor ni igual que
$\geq$	Mayor o igual que	$\not\geq$	No mayor ni igual que
$\equiv$	Coordinable o congruente.	$\not\equiv$	No coordinable o no congruente.
A	Conjunto "A"	{a,b,c.}	Elementos a, b, c……
{ }	Conjunto Vacío.	Ø	Conjunto Vacío
{0}	Conjunto cuyo elemento es 0	{a}	Conjunto unitario o único.
$\in$	Pertenece a, elemento de	$\notin$	No pertenece a.
$\mathcal{S}\rightarrow$	Simplificado a.	$\mathcal{C}m\rightarrow$	Convertido a mixto.
X o	Multiplicación.	$\div$	Dividido entre.
$\sqrt{a}$	Raíz de.	a^2	Potencia a al cuadrado
$\subset$	Contención o subconjunto de.	$\not\subset$	No contenido (exclusión)
$\cup$	Unión de conjuntos.	$\cap$	Intersección de conjuntos.
A - B	Diferencia entre conjuntos.	Δ	Diferencia simétrica.
A x B	Producto cartesiano.	$\complement$	Complemento.
$A^{\complement}$	A complemento.	$\mathbb{N}$	Números Naturales.
$\mathbb{Z}$	Conjunto de los números enteros.	$\mathbb{Z}^+$	Conjunto de los números enteros positivos: 1, 2 ,….
$\mathbb{Z}^-$	Conjunto de los números enteros negativos: -1,-2…	$\mathbb{Z}^+_P$	Números enteros positivos pares: 2, 4, 6…….
Símbolo o Signo.	SIGNIFICADO.	Símbolo o Signo.	SIGNIFICADO.

$\mathbb{Z}^-_p$	Números enteros negativos pares: -2, -4, -6……..	$\mathbb{Z}^+_i$	Números enteros positivos impares: 1, 3, 5…….
$\mathbb{Z}^-_i$	Números enteros negativos impares: -1, -3, -5……	$\mathbb{Q}$	Conjunto de los números racionales.(fraccionarios).
$\frac{a}{b}$	Representación de números racionales o fraccionarios.	$\because$	Donde tenemos que o entonces tenemos que
$\therefore$	Por consiguiente.	$\forall$	Para todo a.
$\exists$	Existe.	$\exists_1$	Existe un único elemento.
$\Longrightarrow$	Entonces, cuando, por lo tanto.	$\Longleftrightarrow$	Equivalencia, si y sólo si.
$\uparrow_{o}\rightarrow$	Signo de correspondencia unívoca.	$\updownarrow_{o}\leftrightarrow$	Signo de correspondencia biunívoca.
Rel.	Relacionado con.	$\approx$	Aproximado a.
$\vee$	Disyunción "O" inclusivo	$\wedge$	"Y" Conjunción Y
$\veebar$	"O" en sentido exclusivo	x/x	X tal que x
$\measuredangle$	Ángulo	∞	Infinito
Σ	Sumatoria	+	Adición (más).
%	Tanto por ciento.	$\neg$	Negación= no es cierto que.
$C_S =$	Conjunto solución.		

I. UNIDAD
ALGEBRA

ALGEBRA.

1. HISTORIA DEL ALGEBRA.

La historia del álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia, donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ($ax = b$) y cuadráticas ($ax^2 + bx = c$), así como ecuaciones indeterminadas como $x^2 + y^2 = z^2$, con varias incógnitas. Los antiguos babilonios resolvían cualquier ecuación cuadrática empleando esencialmente los mismos métodos que hoy se enseñan.

Los matemáticos alejandrinos Herón y Diofante continuaron con la tradición de Egipto y Babilonia, aunque el libro Las aritméticas de Diofante es de bastante más nivel y presenta muchas soluciones sorprendentes para ecuaciones indeterminadas difíciles. Esta antigua sabiduría sobre resolución de ecuaciones encontró, a su vez, acogida en el mundo islámico, en donde se la llamó "ciencia de reducción y equilibrio". (La palabra árabe al-ŷabr que significa 'reducción', es el origen de la palabra álgebra). En el siglo IX, el matemático al-Jwarizmi escribió uno de los primeros libros árabes de álgebra, una presentación sistemática de la teoría fundamental de ecuaciones, con ejemplos y demostraciones incluidas. A finales del siglo IX, el matemático egipcio Abu Kamil enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra, y resolvió problemas tan complicados como encontrar las x, y, z que cumplen $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = z^2$, y $xz = y^2$.

2. ALGEBRA.

Las matemáticas como las otras ciencias intentan analizar el mundo que nos rodea lo cual se logra mediante unas relaciones que muchas veces no se pueden representar por números. Así nació el álgebra, que para una mejor comprensión se utilizan letras para relacionar los elementos de un mismo conjunto o de diferentes conjuntos. El álgebra no es nueva ya se usaba en tiempos de los babilonios y de los egipcios; pero los hindúes y los árabes fueron quienes perfeccionaron su uso y lo extendieron a otros países. Con el álgebra se abrió una gran área en el conocimiento de las matemáticas, pues representa una gran capacidad de abstracción y con ello la posibilidad de realizar infinidad de cálculos complicados

Según Baldor: Algebra es la rama de la matemática que estudia la cantidad considerada del modo más general posible.

3. ESCRITURA ALGEBRAICA.

Los símbolos usados en álgebra para representar las cantidades son números y letras.

Números: Se usan para representar cantidades y bien determinadas.

Letras: Se emplean para representar toda clase de cantidades ya sea conocidas o desconocidas.

Cantidades conocidas: Se expresan por medio de las primeras letras del alfabeto: a, b, c, d, e, f,.....

Cantidades desconocidas: Se representan por las últimas letras del alfabeto.

4. SIGNOS DEL ALGEBRA.

Los signos utilizados en álgebra son:

Signos de operación: Estos son más (+), menos (-), por (x), división (÷), potenciación (a^2), radicación ($\sqrt{a}$).

Signos de relación: Se emplean para indicar la relación que existe entre dos cantidades, por ejemplo:

=, que se lee igual a. Ejemplo: 2 + 3 = 5.

>, que se lee mayor que. Ejemplo: 7 > 4 + 2.

< , que se lee menor que. Ejemplo: 6 < 3 + 2

Signos de agrupación: Los signos son paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves, { } y barras| | se utilizan para las aplicaciones de la propiedad asociativa.

5. NOMENCLATURA ALGEBRAICA.

Expresión algebraica: Es la representación de un símbolo o una operación algebraica.

Ejemplo:

x, 6q, $\sqrt{9b}$, (a + b)d, $\frac{5p-2r}{y^2}$

Término: Es una expresión algebraica que tiene un solo símbolo o varios símbolos no separados entre sí por el signo + o -.

Ejemplo:

q, 6p, 8mn, $\frac{9x}{3x}$, $\sqrt{25a}$, $\sqrt{\frac{x2}{y}}$

Grado de un término: El grado de un término, es la suma de los exponentes de sus factores literales.

Ejemplos: 6ª es de primer grado.

xy es de segundo grado.

x^2y es de tercer grado.

El grado de un término con relación a una letra, es el exponente de

dicha letra. Por ejemplo: bx^3 es de primer grado con relación a b y de tercer grado con relación a x.

6. CLASES DE TÉRMINOS.

Término entero: No tiene denominador literal.

Ejemplo: 8p, $10x^4q^3$, 2m, $\frac{8m}{2}$.

Término fraccionario: Es el que tiene denominador literal.

Ejemplo: $\frac{8x}{k}, \frac{s}{g}, \frac{\sqrt{25x}}{m}$, m^3/x ,

Término racional: Es el que no tiene radical.

Ejemplo: $\frac{4b}{c}$, 25/36, $\sqrt{\frac{49}{x^2}}$

Término irracional: Es el que tiene radical.

Ejemplo: $\sqrt{km}, \frac{3b}{\sqrt{4x}}$

Términos homogéneos: Son los que tienen el mismo grado absoluto.
Ejemplo: $4q^4p$, y $6q^2p^3$.
Términos heterogéneos: Tienen distinto grado absoluto.
Ejemplo: 5r es de primer grado $8r^2$ es de segundo grado.

7. CLASIFICACION DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Monomio, producto en el que participan un número y una o varias letras. También a un número se le llama monomio. Son monomios: 4x2y; 3Äx; (4 – 2Ã)xz^2; xy.
Las letras de un monomio se llaman variables o indeterminadas, pues representan números cualesquiera.

Binomio, expresión algebraica que está formada exactamente por dos términos separados por + o -, como x + y o ab - cd.
Trinomio, polinomio con tres términos.

Polinomio, es una expresión algebraica que tiene más de un termino. Ejemplo: x + y , a + y – y, $k^3 + 5k^2 + k + 9$.

8. TERMINOS SEMEJANTES:

Dos o más términos son semejantes si tienen la misma parte literal o sea cuando tienen iguales letras afectadas de iguales exponentes.
Ejemplos: x y 4x , 2r y 5 r. $-4q^2$ y $5q^2$, $3m^{x-3}$ y $7m^{x-3}$.
Reducción de términos semejantes.
Es la operación que tiene por objeto, convertir en un solo término dos o más términos semejantes.

En la reducción de términos semejantes se consideran tres casos, éstos son.

I Caso: Reducción de términos semejantes del mismo signo.
Se suman los coeficientes, escribiendo delante de esta suma el signo común, es decir el que tienen todos y luego se escribe la parte literal.
Ejemplos:
1.- Reducir a términos semejantes 2x + 8x+l3x= (2+8+13)x = 23x.
2.- Reducir a términos semejantes: 7k-9k-8k= (-7-9-8) k = -24k.

Ejercicio 1: Reduzca a términos semejantes las siguientes expresiones algebraicas.

No.	Reducir a términos semejantes	Solución	Respuesta
1.	5j + 8j + j + 35j.		
2.	h + 3h + 9h + 15h +7 h		
3.	15g - 10g - 6g - 5g		
4.	- 10v – 4v – 13v – 7v		
5.	+ 8w + 5w + 15w + 12w		

Ejercicio 2: Reduzca a términos semejantes las siguientes expresiones fraccionarias.

No.	Reducir a términos semejantes	Solución	Respuesta
1.	$\frac{3}{5}\pi+\frac{8}{10}\pi$		
2.	$\frac{3}{4}\tilde{n}+\frac{1}{8}\tilde{n}$		
3.	$\frac{2}{3}a+\frac{5}{6}a+\frac{7}{12}a$		
4.	$-\frac{7}{15}r-\frac{1}{3}r-\frac{3}{5}r$		
5.	$-\frac{1}{5}r-\frac{2}{3}r-\frac{3}{3}r$		

II. Caso: Reducción de términos semejantes de distinto signo:
Como tienen distinto signo se restan los coeficientes y delante de esta diferencia se escribe el signo del mayor y luego se escribe la literal.

Ejemplo:
Reducir a términos semejantes:
6x – 8x = (6 – 8)x = - 2x
18q – 12q = (18 – 12)q = 6q

$$\frac{2}{5}m+\frac{2}{7}m \Longrightarrow \left(\frac{2}{5}+\frac{2}{7}\right)m \Longrightarrow \frac{14+10}{35}m \Longrightarrow \underline{\frac{24}{35}m}$$

Ejercicio 3: Reduzca las siguientes expresiones algebraicas de diferente signo:

No.	Reducir a términos semejantes	Solución	Respuesta
1.	35m – 15m		
2.	12s – 5s		
3.	17f – 3f		
4.	-13k +		
5.	-11t + 5t		

Ejercicio 4: Reduzca las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias de diferente signo:

No.	Reducir a términos semejantes	Solución	Respuesta
1.	$-\frac{2}{5}d+\frac{4}{10}d$		
2.	$-\frac{5}{12}u+\frac{1}{3}u$		
3.	$-\frac{7}{12}s+\frac{1}{3}s$		
4.	$\frac{3}{4}r-\frac{1}{2}r$		
5.	$\frac{2}{10}j-\frac{7}{10}j$		

III. Caso: Reducción de dos o más términos semejantes de distintos signos:

Se asocian todos los positivos, aparte los negativos y a los dos resultados obtenidos se les aplica la regla del caso anterior.

Ejemplos:

Reducir a términos semejantes:

1. 6k – 8q + 2k – 3q

= (6k + 2k) (-8q – 3q)

= **8k – 11q**

Reducir a términos semejantes la siguiente expresión fraccionaria:

2. $-\frac{2}{7}m+\frac{3}{4}m$

= $\left(\frac{-(2)(4)+(7)(3)}{(7)(4)}\right)m$

= $\left(\frac{-8+21}{28}\right)m$

= $\frac{13}{28}m$

Ejercicio 5: Reduzca a términos semejas las siguientes expresiones algebraicas

No.	Reducir a términos semejantes	Solución	Respuesta
1.	-2ñ + 4t + ñ - 3t		
2.	7g – 5j + 3g + 3j		
3.	10f – 5w + 5f + 3w – 4f		
4.	13b – e + 10b + 8e		
5.	13r – 45h - 12r + 42h		
6.	$-\frac{1}{5}x+\frac{2}{3}q-\frac{3}{5}x+\frac{3}{4}q$		
7.	$\frac{8}{9}x+\frac{1}{4}k-\frac{2}{5}k$		
8.	$\frac{5}{7}w+\frac{2}{3}w-\frac{2}{5}n+\frac{5}{8}n$		
9.	$\frac{2}{6}p-\frac{3}{4}p+\frac{2}{5}q+\frac{1}{4}q$		
10.	$\frac{5}{9}z+\frac{2}{3}m-\frac{1}{4}m+\frac{2}{5}z$		

9. VALOR NUMERICO DE UNA EXPRESION ALGEBRAICA.

Es el resultado que se obtiene de sustituir las literales por los valores numéricos indicados y de efectuar las operaciones que se sugieren.

Ejemplo.

Hallar el valor numérico de 5ab. Si a = 12, b= 8 entonces. (5) (l2) (8) = **450.**

Hallar el valor numérico de 4a + 5. Si a = 5 entonces (4) (5) +5 = **25**

Hallar el valor numérico de 5a + 5b. Si a= 2, b= 3 entonces (5) (2) + (5) (3)= **25**

Ejercicio 6: Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones, sabiendo que:

$x = 3,\ y = 4,\ z = \frac{1}{2},\ w = \frac{1}{8}\ P = 25,\ q = \frac{1}{16},\ m = \frac{25}{81},\ n = 10$

No.	Hallar valor numérico	Respuesta	No.	Hallar valor numérico	Respuesta
1.	2x + y - z		6.	$\frac{q \times w}{m} + \sqrt{p}$	
2.	$x^2 + \frac{3z}{m}$		7.	$y \div \sqrt{m} + x$	
3.	$\frac{\sqrt{m} \times n^2}{z}$		8.	$(q^2 - m)n$	
4.	$\sqrt{q} \times w + m$		9.	$\frac{(\sqrt{y} + \sqrt{p})x}{w}$	
5.	$\frac{x^2 + \sqrt{q} - p}{m}$		10.	$\frac{\frac{p}{y}}{(n - y)^y}$	

Ejercicio 7: Hallar el valor numérico de las expresiones siguientes dados los valores siguientes:

$a = 4,\ b = 8,\ c = \frac{1}{4},\ d = \frac{1}{5},\ e = \frac{2}{3},\ f = \frac{2}{9},\ g = 1,\ h = 9$

No.	Hallar valor numérico	Respuesta	No.	Hallar valor numérico	Respuesta
1.	$a^2 - 2ab + b^2$		6.	$a^2 + d^2$	
2.	$c^2 + 2b - g$		7.	$g \times h + e^2$	
3.	$\frac{e^2 \times f}{\sqrt{g}}$		8.	$\frac{\sqrt{h}}{a}$	
4.	$\frac{2a \times b + 5d}{c}$		9.	$\sqrt{c} \times g^2 - \sqrt{h^2}$	
5.	$\frac{\sqrt{a} \times \sqrt{h}}{f}$		10.	$a^3 - c^2$	

10. SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS:

La suma es una operación que tiene por objeto reunir dos o más expresiones algebraicas (Sumandos) en una sola expresión (Suma total).

Regla general para sumar expresiones algebraicas.

Para sumar dos o más expresiones algebraicas, se escriben unas a continuación de las otras, con sus propios signos, luego se reduce a términos semejantes si los hay. Analizaremos dos casos.

I. Caso: Suma de monomios.

Los escribimos unos a continuación de los otros con sus propios signos.

Ejemplo: Sumar: 2w , 3y , 6q = R/ **2w + 3y +6q.**

Sumar: 2/6 a ; 2/7 b = R/ **1/3 a + 2/7b**

Ejercicio 8: Realice las siguientes sumas de monomios.

No.	Q	+	S	=	R
0.	2q	;	3r		2q + 3r
1.	13m	;	16n		
2.	$28x^2$	;	$4x^2$		
3.	6y	;	2^a		
4.	5mn	;	46pq		
5.	9x	;	2y		

II. Caso: Suma de polinomios.

Para sumar dos o más polinomios, se colocan unos debajo de los otros tomando en cuenta que sean semejantes y que queden en columna, se reduce a términos semejantes separándolos con sus propios signos. Ejemplo:

Sumar: 2 w + 7q + 9 x. ; 12 q + 2 3x ; 4 w ; 5 w + 3q.

Solución:

$$\begin{array}{rcrcr} 2\,w & + & 7\,q & + & 9x \\ 4\,w & + & 12\,q & + & 23x \\ \underline{5\,w} & + & \underline{3\,q} & & \\ 11\,w & + & 22\,q & + & 31x. \end{array}$$

R/ 11w +22q +31x.

Ejercicio 9: Resuelva las siguientes sumas de polinomios.

No.	Sumar las siguientes expresiones algebraicas	Respuesta
1.	$x + y$; $3x + y$; $2x + y$; $3x - 2y$	
2.	$5x + 3y$; $3x + 7y$; $7x + 3y$; $- x - 7y$	
3.	$a + b + c$; $a - b + c$; $a - b - c$; $a + b + c$	
4.	$2x^2 + xy + y^2$; $x^2 - 2xy + y^2$; $2xy + y^2$	
5.	$x^2 + y^2$; $x^2 - y^2$; $x^2 + y^2$; $x^2 + 2y^2$; x^2; $3y^2$	
6.	$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$; $2x^3 - 3x^2y + 7xy^2 - 6y^3$	
7.	$2x^2 + 3x + 7$; $6x^2 - 3x + 7$; $x + 2$	
8.	$7x^2 - 9x + 2$; $6x^2 - 8x + 3$; $x - 9$	
9.	$2x^2 + 3x - 9$; $4x^2 - 3x - 9$; $x + 4$	
10.	$x^2 + 5x + 6$; $7x^2 - 7x + 9$; $x + 4$	

III. Caso. Suma de expresiones algebraicas fraccionarias:

Se presentan dos casos que tenga igual denominador y que tenga diferente denominador.

a. Que la fracción tenga igual denominador: En este caso se suman numeradores y se le coloca el mismo denominador, luego se escribe la parte literal, con el signo del que tenga mayor valor numérico, (Manda el mayor).

Ejemplo:

Sumar: $\frac{2}{8}q + \frac{3}{8}q \Longrightarrow \left(\frac{2}{8} + \frac{3}{8}\right)q = \quad$ **R/** $\frac{5}{8}q$

b. Suma de expresiones algebraicas de diferente denominador:

En este caso se busca denominador común o se aplica el método de X , U visto en primer curso. Ejemplos:

Sumar: $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{5}x^2 \Longrightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right)x^2 \Longrightarrow \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\right)x^2$

$\Longrightarrow \left(\frac{1(5)+2(2)}{2(5)}\right)x^2 \Longrightarrow \left(\frac{5+4}{10}\right)x^2 \Longrightarrow$ **Cs =** $\underline{\frac{9}{10}x^2}$

Sumar: $\frac{1}{2}q^2 + \frac{1}{3}q^2 \Longrightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)q^2 \Longrightarrow \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)q^2$

$\Longrightarrow \left(\frac{1(3)+2(1)}{2(3)}\right)q^2 \Longrightarrow \left(\frac{3+2}{6}\right)q^2 \Longrightarrow$ **Cs =** $\underline{\frac{5}{6}q^2}$

Ejercicio 10: Resuelva los ejercicios que se le presentan, en los espacios en blanco y escriba la respuesta en el espacio indicado, vea el ejercicio cero que le servirá de modelo.

No.	Operación	Solución	Cs.
0.	$\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{5}x^2$	$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)x^2 \Longrightarrow \left(\frac{5+6}{15}\right)x^2 = \frac{11}{15}x^2$	$\frac{11}{15}x^2$
1.	$\frac{3}{10}y + \frac{2}{8}y$		
2.	$\frac{6}{9}w + \frac{3}{5}w$		
3.	$\frac{4}{12}px + \frac{2}{5}px$		
4.	$\frac{3}{15}q^2 + \frac{1}{3}q^2$		
5.	$\frac{1}{9}m^2 + \frac{3}{27}m^2$		
6.	$3q + \frac{2}{5}q$		
7.	$2\frac{1}{8}n + \frac{2}{3}n$		
8.	$3\frac{1}{5}xy + 2xy$		

9.	$\frac{5}{8}g^2 + \frac{2}{5}g^2$		
10.	$6m^n + \frac{1}{3}m^n$		

11. RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Para la resta de expresiones algebraicas adoptaremos el concepto del Doctor: Aurelio Baldor Dice: Se escribe el minuendo con su propio signo y a continuación el sustraendo con el signo cambiado, luego se reducen los términos semejantes, si los hay.

Nota: No olvide que el signo será el del mayor.

I. Caso: Resta de Monomios:

Ejemplos:

De $16x^2$ restar $9x^2$

En este caso escribimos el minuendo con su propio signo y el sustraendo con signo cambiado.

$(16 - 9)\,x^2 =$ **Cs** $= 7x^2$

A: $28mx^2$ restar $14\,mx^2$

$(28 - 14)\,mx^2 =$ **Cs** $= 14mx^2$

En este ejercicio $28mx^2$ es el minuendo y se escribe con su propio signo, $14mx^2$ es el sustraendo y se escribe con signo cambiado. Como signos diferentes se restan el conjunto solución es $\mathbf{14mx^2}$.

Restar $-18q$ a $14\,q$

$14q + 18\,q$ **Cs** $= 32q$

En este caso $14q$ es el minuendo y $-18q$ es el sustraendo al cual se le cambia signo y se reduce a términos semejantes y el conjunto solución es: **32q**

Ejercicio 11: Resuelva los siguientes ejercicios de diferencia de expresiones algebraicas.

No.	Operación				Solución	Respuesta
0.	Restar	$126x^2y$	De	$102x^2y$	$102x^2y - 126x^2y$	$\mathbf{-24x^2y}$
1.	"	$-74pq$	"	$66pq$		
2.	"	$-52m^2$	"	$114m^2$		
3.	"	$67mn^6$	"	$-60mn^6$		

4.	"	$- 36x^{n-y}$	"	$- 21x^{n-y}$		
5.	"	$8\ m^{x+2}$	"	$-18m^{x+2}$		

II. Caso: Resta de polinomios.

Cuando el sustraendo y el minuendo son polinomios aplicamos la misma regla anterior, escribimos el minuendo con su propio signo y el sustraendo con signo cambiado. Tomando en cuenta que queden colocados en columna los términos semejantes

Ejemplos:

De $4q - 3y + p$ restar $2q + 5y - 6$

$$\begin{array}{l} 4q - 3y + p \\ \underline{2q - 5y \qquad + 6} \\ \mathbf{2q - 8y + p + 6} \end{array}$$

Cs = 2q – 8y + p + 6

De $- 7m + 2p - 17q$ restar $4q - 18p + 16m$

$$\begin{array}{l} 7m + 2p - 17q \\ \underline{16m + 18p - 4q} \\ 23m + 20p - 21q \end{array}$$

Cs = - 23m + 20p – 21q

Ejercicio 12: Realizar las siguientes restas de polinomios.

No.	Operación				Respuesta
0.	Restar	$ax - 1$	De	$2ax + 1$	$ax +2$
1.	"	$3x - 2y + 3$	"	$4x + 2y - 3$	
2.	"	$10^a + 3b - 4c$	"	$8^a + 4b - c$	
3.	"	$7^{a2} - 9b^2 + 7c^2$	"	$5^{a2} - 4b^2 - 6c^2$	
4.	"	$17ab - 9cd + 25ef$	"	$20ab - 30cd + 40ef$	
5.	"	$a^2 + c^2 - b^2$	"	$a^2 + 6b^2 - c^2$	

Resta de polinomios fraccionarios:

En la resta de fracciones se presentan dos casos:

I. Caso: Resta de fracciones algebraicas simples con igual denominador:

En este caso se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador sea numeral o literal.

Ejemplos:

Resuelva la siguiente resta de fracciones algebraicas.

$$\frac{12}{2kq} - \frac{5}{2kq} \Longrightarrow \left(\frac{12-5}{2kq}\right) \Longrightarrow \mathbf{Cs} = \underline{\frac{7}{2kq}}$$

Ejercicio 13: Realizar las siguientes restas de fracciones algebraicas de igual denominador.

No.	Operación	Solución	Respuesta
0.	$\frac{2}{7}x^2 - \frac{3}{7}x^2$	$\left(\frac{2-3}{7}\right)x^2 \Longrightarrow -\frac{1}{7}x^2$	$-\frac{1}{7}x^2$
1.	$\frac{6}{12}p^3 - \frac{3}{12}p^3$		
2.	$\frac{5}{9}x^n - \frac{2}{9}x^n$		
3.	$\frac{12}{3}xq - \frac{2}{3}xq$		
4.	$\frac{8}{15}mn^2 - \frac{2}{15}mn^2$		
5.	$\frac{10}{30}m^x - \frac{2}{30}m^x$		

Ejercicio 14: Sabiendo que "Q" es el minuendo y "R" el sustraendo restar "R" de "Q".

No.	Q		R		Cs
1.	$-\frac{9}{5}uw$	$\Longrightarrow$	$-\frac{1}{5}uw$	$\Longrightarrow$	
2.	$+\frac{1}{7}hr$	$\Longrightarrow$	$-\frac{5}{7}hr$	$\Longrightarrow$	
3.	$-\frac{7}{3}tv$	$\Longrightarrow$	$+\frac{2}{3}tv$	$\Longrightarrow$	
4.	$-\frac{2}{8}z^3$	$\Longrightarrow$	$+\frac{1}{8}z^3$	$\Longrightarrow$	
5.	$+\frac{4}{9}n^2$	$\Longrightarrow$	$-\frac{1}{9}n^2$	$\Longrightarrow$	

Resta De Fracciones Algebraicas Simples Con Diferente Denominador.
En este caso podemos aplicar cualquiera de los dos métodos:
Método de buscar denominador común
Método de X U.

Primer Método: Buscar denominador común.

Pasos para resolver restas de fracciones de diferente denominador.

Primer Paso:
Se busca denominador común.
Segundo Paso:
Se divide este denominador común entre cada uno de los denominadores, este resultado se multiplica por su respectivo numerador.
Tercer Paso:
Se reduce a términos semejantes como en el resultado anterior y se simplifica.

Ejemplo:
Restemos las siguientes fracciones algebraicas:

$$\frac{6}{3b} - \frac{5b}{4ab}$$

Primer Paso: Buscamos denominador común:

3b = (3)(1)(b)	mcm=(2^2)(3)(ab)
4ab=(2^2)(a)(b)	mcm= 12ab

El mcm es nuestro denominador común: 12ab

Segundo Paso: Este denominador común se divide entre cada uno de los denominadores, y éste debe multiplicarse por su respectivo numerador.

$$\frac{4a(6)-3(5B)}{12ab} = \frac{24a-15b}{12ab}$$ **resultado parcial**

Tercer Paso: Se simplifica el resultado parcial, para esto es necesario encontrar el MCD de todos los términos:

24^a=(3)(2^3)(1)(a)	**MCD=(3)(1)**
15b=(5)(3)(1)(b)	**MCD= 3**
12ab=(2^2)(3)(1)(a)(b)	

$$\frac{8a-5b}{4ab}$$ **Resultado final.**

Ejercicio 15: Resuelva las siguientes operaciones de expresiones algebraicas usando los dos métodos explicados. (Por X,U. o por el método de denominador común).

No.	RESOLVER	SOLUCION	Respuesta
1.	$\frac{2k^2}{k^3}+\frac{6}{k^2m}$		
2.	$\frac{3q}{2p^2}+\frac{6p}{5q^2}$		
3.	$\frac{5w}{2c^2}-\frac{3w}{2c^2}$		
4.	$\frac{3m}{a^2b^2}-\frac{b^2}{3am}$		
5.	$\frac{4}{3qr^2}-\frac{6r}{4q}$		
6.	$\frac{8a^2c}{4b^3}-\frac{6a^3b}{8a^2}$		
7.	$\frac{5m^2}{10x}+\frac{3m^2}{10x^2}$		
8.	$\frac{4x}{q^2}-\frac{2x}{q^2}$		
9.	$\frac{6x}{x^2}+\frac{2x}{x^2}$		
10.	$\frac{x}{xp}+\frac{3xp^2}{2x^2p^2}$		

12. REGLAS PARA EXPONENTES.

Regla No. 1. En la multiplicación de potencias de igual base se escribe la base y los exponentes se suman.

$$a^n \times a^m = a^{n+m},\ \ n,m \in \mathrm{N}$$

Ejemplos:

1. $2^3 \times 2^2 = 2^5$
2. $(-2)^4(-2)^3 = (-2)^7$
3. $\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^8$

Regla No. 2. En La división de potencias de igual base se escribe la base y los exponentes se restan.

$$\left(a^n\right)^m = a^{nm},\ \ n,m \in \mathrm{N}$$

Ejemplos:

1. $\left(2^3\right)^2 = 2^6$
2. $5\times\left(5^3\right)^4 = 5\times 5^{12} = 5^{13}$
3. $\left((-3)^5\right)^6 = (-3)^{30} = 3^{30}$

4. $\left(4^2\right)^3\left(4^3\right)^4 = 4^6 \times 4^{12} = 4^{18}$

5. $27^3 \times 81^2 = \left(3^3\right)^3 \times \left(3^4\right)^2 = 3^9 \times 3^8 = 3^{17}$

Regla No. 3

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad a \neq 0, \quad n \ y \ m \ \in \ \mathrm{N}$$

Ejemplos:

1. $(3 \times 4)^{10} = 3^{10} \times 4^{10}$

2. $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$

3. $\left(\frac{5}{7}\right)^{10} = \frac{5^{10}}{7^{10}}$

4. $\frac{2^8}{9^8} = \left(\frac{2}{9}\right)^8$

Regla No. 4 Ley de exponentes: Para dividir potencias de la misma base se escribe la misma base y los exponentes se restan.

Simbólicamente la ley de exponentes en la división se expresa así:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, a \neq 0, \quad n \text{ y } m \in \mathbb{N}$$

Caso I: Considere $\frac{a^n}{a^m} = cuando \ n > m, \ a \neq 0.$

Ejemplos: Simplifique las siguientes expresiones:

1. $\frac{a^5}{a^3} = \frac{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot a}{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a^{5-3} = a^2$

2. $\frac{2^7}{2^3} = \frac{\cancel{2} \bullet \cancel{2} \bullet \cancel{2} \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2}{\cancel{2} \bullet \cancel{2} \bullet \cancel{2}} = 2^{8-5} = 2^4$

3. $\frac{3^8}{3^5} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 3^{8-5} = 3^3$

Caso II: *Considere el cociente cuando* $n = m, \ \frac{a^n}{a^n} = 1, \ a \neq 0.$

Como estamos dividiendo una cantidad entre sí misma, sabemos que el resultado es 1. Por otra parte si aplicamos la regla de exponentes, $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$.

Definición: $a^0 = 1$ si $a \neq 0, a \in R$

Ejemplos:

1. $\frac{3^5}{3^5} = 3^0 = 1$

2. $\frac{2^7}{2^7} = 2^0 = 1$

3. $\frac{4^3}{4^3} = 4^0 = 1$

Caso III. *En el cociente* $\frac{a^n}{a^m}$ *puede ocurrir que* $m > n$.

Ejemplos:

1. $\frac{3^2}{3^4} = 3^{2-4} = 3.$ Usando la regla de exponentes.

De otro modo: $\frac{3^2}{3^4} = \frac{\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot 1}{\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot 3\cdot 3} = \frac{1}{3^2}$

Como queremos que la solución sea única, $\frac{3^2}{3^4} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

2. $\frac{2^4}{2^7} = 2^{4-7} = 2^{-3}$ Usando la regla de exponentes.

De otro modo: $\frac{2^4}{2^7} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = \frac{1}{2^3}$

Caso especial: Potencia de exponente negativo.

Definición: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *si* $a \neq 0,\ n \in \mathrm{N}$

Ejemplos:

1. $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

2. $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

3. $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

Ejemplo:

$x^8 \div x^5 \Longrightarrow x^{8-5} = \mathbf{x^3}$

Ejercicio 16: Resuelva la siguiente tabla aplicando la ley de exponentes en la división.

No.	Dividir	Solución	Respuesta.
0.	$k^{-5} \div k^{3}$	$k^{-5-(3)} = k^{-5-3} = k^{-8}$	k^{-8}
1.	$m^{8} \div m^{5}$		
2.	$x^{p} \div x^{-q}$		
3.	$2^{9} \div 2^{-3}$		
4.	$q^{-2} \div q^{3}$		
5.	$x^{-6} \div x^{-5}$		

13. MULTIPLICACION.

Es una operación que tiene por objeto dado multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad llamada producto.

Al multiplicando y al multiplicador se le llaman **factores del producto**.

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACION:

Propiedad de Cerradura.
Propiedad Asociativa
Existencia del elemento neutro.
Propiedad Asociativa
Propiedad Distributiva
Propiedad de Cancelación
Propiedad Uniforme.

LEY DE SIGNOS:

+ por + = +
- por - = +
+ por - = -
- por + = -

NOTA: No olvide lo siguiente:

1. El signo del producto de varios factores es + cuando tiene un número par de factores negativos o ninguno.
   Ejemplos: $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^{4}$
   $(-x)(-y)(-z)(-k) = xyzk.$

2. El signo del producto de varios factores es – cuando tiene un número impar de factores negativos.
   Ejemplos: $-x \cdot -x \cdot -x = -x^{3}$
   $(-2)(-2)(-2) = -8$
   $(-q)(-q)(-q) = -q^{3}$

Ley de signos:

Para multiplicar potencias de la misma base, se escribe la base y los exponentes se suman.

Ejemplos.

I. Potenciar: $2^3 . 2^4 . 2^6 = 2^{13}$

2 Potenciar: $x^5 . x^3 = x^8$

Ejercicio 17: En los espacios en blanco desarrolle las siguientes potencias. Aplique la ley de exponentes en la multiplicación.

No.	Potenciar	Solución	Respuesta
1.	$q^{-6} * q^{-2}$		
2.	$x^{-4} * x^{2}$		
3.	$m^{-2} * m^{6}$		
4.	$p^{7} * p^{-2}$		
5.	$6^{5} * 6^{-2}$		
6.	$3^{-6} * 3^{-2} * 3^{-4}$		
7.	$x^{m+3} * x^{m+2}$		
8.	$a^{-n} * a^{m}$		
9.	$q^{-2n} * q^{np}$		
10.	$m^{-8} * m^{-q}$		

LEY DE COEFICIENTES

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores.
Por ejemplo: 6q * 4x = 24qx
Ejemplo: 7p2 * $2p^3$ = $14p^{2+3}$ = $14p^5$.

Casos que se presentan en la multiplicación
Multiplicación de monomios
Multiplicación de polinomio por monomio
Multiplicación de polinomio por polinomio

I. Caso: Multiplicación de Monomios
1er paso: Se multiplican los coeficientes.
2do paso: A continuación de este producto se escriben las literales de los factores en orden alfabético.
3er paso: Se escribe sobre cada letra un exponente igual a la suma de los exponentes que tengan los factores.
4to paso: Se aplica la ley de signos.

Ejemplos:

Multiplicar:

$2m^2 * 3m^3 = (2*3)\ m^{2+3} = 6m^5$

$-6q^5 * 5q^2p = (-6 * 5)\ q^{5+2}\ p = -30\ q^{5+2}\ p = -30q^7p$

$-4m^2 * -7m^7 = (-4 * -7)\ m^{2+7} = 28m^9$

Ejercicio 18: Resuelva las siguientes multiplicaciones de monomios. Vea el ejercicio "0" le servirá de modelo.

No.	Q	por	R	⟹	Cs
0.	$-8x^2$	*	$5x^3$	⟹	$-40x^5$
1.	$5q^3$	*	$14q^7$	⟹	
2.	$6p^2$	*	$-7p^5$	⟹	
3.	$-7x^6$	*	$-18y^5$	⟹	
4.	$3p^8$	*	$-8x^2$	⟹	
5.	$-4m^n$	*	$9m^q$	⟹	

Multiplicación de Monomios Fraccionarios

Para multiplicar monomios fraccionarios consideremos los siguientes pasos:

1.- Separadamente multiplicamos las fracciones, numerador por numerador y denominador por denominador.

2.- Luego multiplicamos las literales, aplicamos la ley de exponentes si los hay.

3.- Aplicamos la ley de signos.

Ejemplos:

1) Multiplicar: $\frac{2}{7}x^3 * \frac{3}{4}x^2 = \left(\frac{2}{7} * \frac{3}{4}\right)x^{3+2} = \frac{6}{28}x^5 \rightarrow \frac{3}{14}x^5$

2) Multiplicar: $\frac{3}{7}y^3 * -\frac{2}{8}y^6 = \left(\frac{3}{7} * -\frac{2}{8}\right)y^{3+6} = -\frac{6}{56}y^9 = \rightarrow -\frac{3}{28}y^9$

Ejercicios 19: Resuelva las siguientes multiplicaciones algebraicas, vea el ejercicio "0" le servirá de modelo

No.	Operación	Solución	Cs.
0.	$\frac{1}{3}x^2 * \frac{2}{5}x^4$	$\left(\frac{1}{3} * \frac{2}{5}\right)x^{2+4} = \left(\frac{2}{15}\right)x^6$	$\frac{2}{15}x^6$
1.	$\frac{1}{8}y * \frac{3}{6}y$		

2.	$\frac{4}{9}w*\frac{}{3}w$		
3.	$\frac{3}{12}px*\frac{3}{7}px$		
4.	$\frac{3}{9}q^2*-\frac{5}{3}q^5$		
5.	$\frac{2}{8}m^2*\frac{4}{8}m^3$		
6.	$6q*\frac{3}{5}q$		
7.	$2\frac{1}{5}n*3\frac{1}{4}n$		
8.	$\frac{2}{4}y*4y$		
9.	$\frac{4}{6}g^2*\frac{2}{5}g^3$		
10.	$3m^n*\frac{2}{4}m^n$		

Ejercicio 20: Resuelva las siguientes multiplicaciones algebraicas fraccionarias.

No.	Operación	Solución	Respuesta
1.	$8q^6m^2*\frac{1}{4}q^3$		
2.	$\frac{7}{9}x^{-6}*\frac{3}{5}x^{-2}$		
3.	$\frac{6}{7}q^3k^2*\frac{3}{4}q^{-2}2k^{-6}$		
4.	$2\frac{1}{5}x^6*2\frac{1}{4}x^7$		
5.	$3\frac{1}{2}n^{-7}*\frac{1}{5}n^{-2}$		

Multiplicación de Polinomio por Monomio.

Para multiplicar un Polinomio por un Monomio se aplica la propiedad distributiva y se procede asi:

a) Se ordena el polinomio en orden ascendente o descendente.

b) Se aplica la propiedad distributiva.

c) Se aplica la ley de signos.

d) En la multiplicación no olvide que los exponentes se suman.

Ejemplo:

$4a + 6a^2 - 8a^3$

$2a$

R// $8a + 12a^3 - 16a^4$.

Ejercicios: Resolver los siguientes Productos de un Polinomio por un Monomio.

No.	Operación	Solución	Respuesta
1.	$(6x + 2x - 9x^3\ (3x^2)$		
2.	$(8m + 3m^2 - 8m^3)(4m^2)$		
3.	$(10p + 6p^2 - 2p^3)(2pq)$		
4.	$\left(\frac{1}{5}p + \frac{1}{3}p^2\right)\left(\frac{1}{4}p\right)$		
5.	$\left(\frac{1}{8}m + \frac{2}{3}m^2 - \frac{1}{4}m^3\right)(6m)$		

Multiplicación de Polinomios por Polinomios

Se multiplican todos los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, (propiedad distributiva), teniendo en cuenta la ley de signos, luego se reduce a términos semejantes. Veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo No. 1 Multiplicar: $x - 5$ por $x - 3$

Solución:

$$\begin{array}{l} x - 5 \\ x - 3 \\ \hline x^2 - 5x \\ \quad -3x + 15 \\ \hline x^2 - 8x + 15 \end{array}$$

Ejemplo No. 2 Multiplicar: $6m - 2n$ * $3m + 4n$

Solución:

$$\begin{array}{l} 16m - 2n \\ \quad 3m - 4n \\ \hline 18m^2 - 6mn \\ \qquad -24mn + 8n^2 \\ \hline 18m^2 - 30mn + 8n^2 \end{array}$$

Ejercicio 21: Hallar el conjunto solución de las siguientes multiplicaciones.

No.	Operación	por		Respuesta
1.	$y^2 + y\,q + q^2$	*	y-q	
2.	$a^2 + b^2 - 2ab$	*	a-b	
3.	$x^2 + y^2 + 2xy$	*	x+y	
4.	$m^3 - 4m^2 + 1$	*	m+5	
5.	$a^2 - a + a^2$	*	a-1	

Ejercicios 22: Multiplique los siguientes Polinomios, escriba la respuesta en el espacio en blanco.

No.	Operación	por		Respuesta
1.	x - 6	*	x + 2	
2.	y + 5	*	y – 3	
3.	q + 7	*	q + 2	
4.	m - 5	*	m – 7	
5.	kmn - 2	*	k – 3	

Multiplicación de Polinomio por Polinomio Fraccionario.

Se siguen los siguientes pasos:

Se ordena el multiplicando y el multiplicador en orden literal ascendente.

Se aplica la propiedad distributiva.

Se reduce a términos semejantes.

Ejemplos:

Multiplicar: $\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b$ por $\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b$

$$\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b$$

$$\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b$$

$$\frac{1}{6}a^2 - \frac{1}{9}ab$$

$$\frac{1}{4}ab - \frac{1}{6}b^2$$

$$\frac{1}{6}a^2 + \frac{5}{36}ab - \frac{1}{6}b^2$$

Ejercicio 23: Resuelva las siguientes multiplicaciones algebraicas.

No.	Operación	por		Respuesta
1.	$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{4}y^2$	*	$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y$	
2.	$\frac{1}{2}q^2 - qm + \frac{3}{4}m$	*	$\frac{1}{4}q - \frac{3}{5}m$	
3.	$\frac{1}{3}m + \frac{2}{5}n$	*	$\frac{3}{8}m - \frac{1}{3}n$	
4.	$\frac{3}{5}x - \frac{2}{4}p$	*	$\frac{2}{4}x - \frac{1}{5}p$	
5.	$\frac{3}{9}k - \frac{2}{3}q$	*	$\frac{1}{3}k + \frac{2}{8}q$	

Ejercicio 24: Compruebe si las respuestas son verdaderas de los siguientes ejercicios.

No.	Operación	Resultado.	F	V
1.	$\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 7\right)\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x - 7\right)$	$\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4}x^3 + \frac{9}{16}x^2 - 49$		
2.	$(-7x^3 + 0x^2 + 3x - 5)(x^2 + 2x - 2)$	$-7x^5 - 14x^4 + 17x^3 + x^2 - 16x + 10$		
3.	$(x^4 - 3x^3 + x - 5)(x - 2)$	$x^5 - 5x^4 + 6x^3 + x^2 - 7x + 8$		

4.	$\left(\frac{3}{5}a-\frac{1}{6}b+\frac{2}{5}c\right)\left(\frac{5}{3}ac^2\right)$	$-a^2c^2+\frac{5}{18}abc^2-\frac{2}{6}ac^3$		
5.	$\left(\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{5}xy-\frac{1}{4}y^2\right)\left(\frac{3}{2}y^3\right)$	$\frac{1}{2}x^2y^3-\frac{3}{5}xy^4-\frac{3}{8}y^5$		

14. DIVISION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

La división es la operación que tiene por objeto dado dividendo y divisor hallar el cociente.

Ley de signos:

La ley de signos es la misma de la multiplicación, es decir signos iguales dan más y signos diferentes dan menos.

+ entre + = +
- entre - = +
- entre - = -
- entre + = -

CASOS QUE SE PRESENTAN EN LA DIVISION.

Analizaremos tres casos:

a) División de monomios.
b) División de polinomio por un monomio.
c) División de dos polinomios.

División de monomios.

Siga los siguientes pasos.
Se divide el coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor.
Se escribe en orden alfabético las letras.
El exponente será la diferencia de los exponentes del dividendo y el divisor.
El signo lo dicta la ley de signos. (Es la misma ley que en la multiplicación).
Ejemplos:

1. Dividir $-8p^4q^6$ entre $2p^2q^3$

$$\Longrightarrow \frac{-8p^4q^6}{2p^2q^3}$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{-8}{2}\right)p^{4-2}q^{6-3}$$

$$C_s = \underline{-4p^2q^3}$$

2. Dividir $-10m^7n^3$ entre $-5m^5n$

$$\Longrightarrow \frac{-10m^7n^3}{-5m^5n}$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{-10}{-5}\right)m^{7-5}n^{3-1}$$

$C_s =$ $\underline{2m^2n^2}$

3. Dividir $-6x^8$ entre $3x^2$

$$\Longrightarrow \frac{-6x^8}{3x^2}$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{-6}{3}\right)x^{8-2}$$

$C_s =$ $\underline{-2x^6}$

4. Dividir $-18m^7n^8$ entre $6m^2n^3$

$$\Longrightarrow \frac{-18m^7n^8}{6m^2n^3}$$

$$\Longrightarrow \left[\frac{-18}{6}\right]m^{7-2}n^{8-3}$$

$C_s =$ $\underline{-3m^5n^5}$

Ejercicio 25: **Instrucciones:** Seleccione la respuesta correcta de las siguientes divisiones y sombréela.

No.	Dividendo	entre	Divisor.	R_1	R_2	R_3
0.	$8k^8q^6$	"	$2k^{-4}q^{-2}$	$4k^8q^6$	$4k^{12}q^8$	$-4k^4q^3$
1.	$24m^6n^8$	"	$6m^2n^4$	$4mn$	$-4m^2n^3$	$4m^4n^4$
2.	$18x^5p^6$	"	$3x^3p^2$	$6x^2p^4$	$6x^2p^2$	$6xp^4$
3.	$-40m^9$	"	$8m^2$	$-5m^7$	$6m^7$	$4m$
4.	$142x^7y^3$	"	$2x^2y^8$	$71x^5y^{-11}$	$71x^{7-5}$	$71x^5y^{-5}$
5.	$120p^4q^6$	"	$20p^2q^{-3}$	$6p^2q^9$	$6p^2q^{12}$	$6p^4q^9$

División de Monomios Fraccionarios.

Siga los siguientes pasos:

Se divide el dividendo entre el divisor de las fracciones, aplique la ley de Sándwich.

Escriba las literales, aplique la ley de exponentes. (No olvide que en la división los exponentes se restan).

Aplique la ley de signos.

Ejemplos:

1. $\frac{2}{5}a^8 \div \frac{3}{4}a^2$

$$\left(\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}\right)a^{8-2}$$

$C_s = \underline{\frac{8}{15}a^6}$

2. $\frac{3}{8}q^6 \div \frac{2}{3}q^2$

$$\left(\frac{\frac{3}{8}}{-\frac{2}{3}}\right)q^{6-2}$$

$C_s = \underline{-\frac{9}{16}q^4}$

Ejercicio 26: Resuelva las siguientes divisiones fraccionarias, y sombree la respuesta correcta de las alternativas que se le presentan.

No.	Dividendo	entre	Divisor	R_1	R_2	R_3
1.	$\frac{1}{2}p^8$	"	$\frac{2}{3}p^4$	$-\frac{3}{4}p^4$	$\frac{3}{4}p^4$	$\frac{3}{5}p^{12}$
2.	$-\frac{3}{5}a^3b$	"	$-\frac{4}{5}a^2b$	$\frac{7}{10}a$	$-\frac{3}{4}a^5$	$\frac{3}{4}a$
3.	$\frac{1}{8}x^8y^3$	"	$\frac{2}{5}x^4y$	$\frac{5}{16}x^4y^2$	$-\frac{5}{16}x^4y$	$\frac{4}{16}x^2y^2$
4.	$\frac{2}{7}q^6$	"	$\frac{2}{3}q^2$	$\frac{3}{7}q^8$	$\frac{3}{7}q^4$	$\frac{2}{6}q^4$
5.	$\frac{3}{7}x^p$	"	$\frac{2}{5}x^q$	$-\frac{15}{14}x^{p-q}$	$\frac{15}{14}x^{p-q}$	$\frac{14}{15}x^{p-q}$

División de Polinomio entre monomio.

En este caso dividimos cada uno de los términos del polinomio por el monomio separando los cocientes parciales con sus propios signos, ésta es la propiedad distributiva de la división.

Ejemplos:

1. Dividir $4r^8 + 8r^6v - 16r^2v^4$ entre 2r.

Solución:

$$\Longrightarrow \frac{4r^8 + 8r^6v - 16r^2v^4}{2r} \qquad \Longrightarrow \frac{4r^8}{2r} + \frac{8r^6v}{2r} - \frac{16r^2v^4}{2r}$$

$$\Longrightarrow 2r^{8-1} + 4r^{6-1}v - 8r^{2-1}v^4 \qquad C_s = \underline{2r^7 + 4r^5v - 8rv^4}$$

2. Dividir $25m^2q^6 + 30m$

Solución:

$$\Longrightarrow \frac{25m^nq^6 + 30m^rq^2 - 40m^2q^2}{5m^pq} \qquad \Longrightarrow \frac{25m^nq^6}{5m^pq} + \frac{30m^rq^2}{5m^pq} - \frac{40m^2q^2}{5m^pq}$$

$$\Longrightarrow 5m^{n-p}q^{6-1} + 6m^{r-p}q^{2-1} - 8m^{2-p}q^{2-1} \qquad C_s = 5m^{n-p}q^5 + 6m^{r-p}q - 8m^{2-p}q$$

Ejercicios 27: Resuelva los siguientes ejercicios, en orden ascendente literal y de exponentes, escribiendo la respuesta en el espacio en blanco.

1. $14q^5k^6 - 28q^2k^2 + 56q^2k^5 \div 7q^2k^2$ $C_s =$ _____
2. $15p^4 + 20p^6 \div 5p^2$ $C_s =$ _____
3. $-36w^6 + 24w^7 - 54w^5 \div -6w^3$ $C_s =$ _____
4. $-72a^5b^4 - 81a^4b^4 + 64a^6b^5 \div 9a^2b^2$ $C_s =$ _____
5. $36j^8 - 81j^7 + 45j^6 \div 9j^4$ $C_s =$ _____
6. $24k^4 + 36k^5 \div 6k^2$ $C_s =$ _____
7. $4x^8 - 10x^6 - 5x^4 \div 2x^3$ $C_s =$ _____
8. $a^x + a^{m-1} \div a^2$ $C_s =$ _____
9. $x^{m+2} - 5m^x + 6x^{m+1} - x^{m-1} \div x^{m-2}$ $C_s =$ _____

10. $6f^8g^8 - 3f^6g^6 - f^2g^3 \div 3f^2g^3$ $C_s =$ _____

División de Polinomio entre monomio fraccionario

Siga las siguientes instrucciones:

Ordene dividendo y divisor en orden ascendente de literales y exponentes.

Aplique la propiedad distributiva.

Realice un sándwich entre cada dividendo y cada divisor.

Aplique la ley de exponentes de la división.

Ejemplos:

1. Dividir $\frac{2}{4}k^8 + \frac{3}{5}k^6$ entre $\frac{2}{3}k^2$

$$\Longrightarrow \frac{\frac{2}{4}k^{8-2}}{\frac{2}{3}} + \frac{\frac{3}{5}k^{6-2}}{\frac{2}{3}} \Longrightarrow \frac{6}{8}k^6 + \frac{9}{10}k^4$$

$$S \rightarrow \frac{3}{4}k^6 + \frac{9}{10}k^4 \qquad C_s = \underline{\frac{3}{4}k^6 + \frac{9}{10}k^4}$$

2. Dividir $\frac{7}{8}p^{10} + \frac{2}{5}p^8 - \frac{1}{3}p^6q^4$ entre $\frac{1}{4}p^3$

$$\Longrightarrow \frac{\frac{7}{8}p^{10}}{\frac{1}{4}p^3} + \frac{\frac{2}{5}p^8}{\frac{1}{4}p^3} - \frac{\frac{1}{3}p^6q^4}{\frac{1}{4}p^3} \Longrightarrow \frac{28}{8}p^{10-3} + \frac{8}{5}p^{8-3} - \frac{4}{3}p^{6-3}q^4$$

$$C_s = \underline{3\frac{1}{2}p^7 + \frac{8}{5}p^5 - \frac{4}{3}p^3q^4}$$

Ejercicio 28: Resuelva el siguiente cuadro referencial, dada la función f (x) = x ÷ y.

Dividendo = X			Divisor = Y	Respuesta
$\frac{3}{4}x^6y^4 + \frac{1}{5}x^4y^2$	÷	→	$\frac{1}{4}x^4y^3$	
		→	$\frac{2}{5}x^{-2}y^2$	
		→	$\frac{2}{7}x^py^3$	
		→	$\frac{2}{9}x^{-5}y^{-3}$	
		→	$\frac{1}{3}x^9y^4$	

Ejercicio 29: Resuelva los siguientes ejercicios y coloque la respuesta en el espacio en blanco.

No.	Ejercicios.	Operación	Respuesta
1.	$\frac{3}{10}w^8 + \frac{2}{5}w^5 - \frac{1}{3}w^2 \div \frac{1}{4}w$		
2.	$\frac{2}{9}k^7 - \frac{3}{4}k^5 - \frac{1}{8}k^3 \div \frac{2}{5}k^2$		
3.	$\frac{1}{7}m^3w^2 - \frac{2}{5}m^4w^2 \div \frac{2}{5}m^2w^2$		
4.	$\frac{6}{15}q^6m^5 - \frac{2}{3}q^5m^3 + \frac{1}{3}q^3 \div \frac{2}{3}q^2$		
5.	$5q^3 + \frac{1}{8}q^6 - 2\frac{1}{4}q^8 \div \frac{1}{2}q^2$		
6.	$\frac{1}{3}m^6 + \frac{2}{5}m^8n - \frac{1}{3}m^4n \div \frac{2}{5}m^2$		

División de dos polinomios.

Regla para dividir dos polinomios:

Se ordena el dividendo y el divisor en relación a una misma letra.

Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor, obteniendo el primer término del cociente.

Este primer término del cociente se multiplica por todo el divisor y el producto se resta del dividendo.
Se le cambia el signo escribiendo cada término debajo de su semejante.
Si algún término de este producto no tiene término semejante en el dividendo se escribe en el lugar que le corresponda.
Se divide el primer término del resto entre el primer término del divisor y tendremos el segundo término del cociente y se procede como anteriormente.

Ejemplos:

1. Dividir $3x^2+2x-8$ entre $x+2$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 4x - 4 \\
\hline
x+2 & 3x^2+2x-8 \\
 & -3x^2-6x \\
\hline
 & -4x-8 \\
 & +4x+8 \\
\hline
\end{array}
$$

2. Dividir $a^2+2ab+b^2$ entre $a+b$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a+b \\
\hline
a^2+2ab+b^2 & a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 & -a^3-2a^2b-ab^2 \\
\hline
 & a^2b+2ab^2+b^3 \\
 & -a^2b-2ab^2-b^3 \\
\hline
\end{array}
$$

Ejercicio 30: Resuelva las siguientes divisiones en el espacio correspondiente.

No.	División.	No.	División.
1.	$p+4q\overline{)p^2+11pq+28q^2}$	**3.**	$f+5\overline{)f^2-3f-40}$
2.	$e+4\overline{)e^2+11e+28}$	**4.**	$g-2\overline{)g^2-11g+1/}$

Ejercicio 31: Resuelva las siguientes divisiones de polinomio entre polinomio. Escriba la respuesta en el espacio en blanco.

No.	Ejercicios	Respuestas.
1.	$12x^3-5x^2-17x+16\div 4x+5$	
2.	$5x^3-3x^2+2x+4\div x^2+2$	
3.	$-8e^2+12ef-4f^2\div f-e$	
4.	$am^4-am-2a\div am+a$	
5.	$3n^5+10n^3p^2+64n^2p^3-21n^4p+32np^4\div n^3-4np^2-5n^2p$	
6.	$u^5-5u^4s+20u^2s^3-16us^4\div u^2-2us-8s^2$	
7.	$w^4-w^2-2w-1\div w^2+w+1$	
8.	$t^6+6t^3-2t^5-7t^2-4t+6\div t^4-3t^2+2$	

9.	$s^4 - s^2 - 2s - 1 \div s^2 + s + 1$	
10.	$m^6 + m^5 - 4m^4 - 4m + m^2 - 1 \div m^3 + m^2 - 4m - 1$	

15. PRODUCTOS NOTABLES:

Se llama productos notables a ciertos productos que cumplen con reglas fijas y el resultado puede ser escrito por simple observación sin realizar la multiplicación.

Cuadrado de la suma de dos números:

Para hallar el cuadrado de la suma de dos números puede hacerse en dos formas:

Por la fórmula general $(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b)$, al efectuar este producto nos da la fórmula general $a^2 + 2ab + b^2$. Comprobémoslo:

$$\begin{array}{l} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad\quad ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

o sea $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

A partir de esta deducción podemos decir que: El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el duplo del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

Solución en forma algebraica,

Ejemplo: desarrollar $(2+b)^2 = (2+b)\ (2+b)$

$$\begin{array}{l} 2 + b \\ 2 + b \\ \hline 4 + 2b \\ \quad\quad 2b + b^2 \\ \hline 4 + 4b + b^2 \end{array}$$

R. $\underline{4 + 4b + b^2}$

Ejercicio 32: Resuelva los siguientes productos notables.

No.	Ejercicio	Fórmula	Desarrollo	Respuesta
0.	$(q+6)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	$q^2 + 2 \times q \times 6 + 6^2$	$\underline{q^2 + 12q + 36}$
1.	$(k+2q)^2$			

2.	$(\pi + x)^2$			
3.	$(7a + b)^2$			
4.	$(6x + 7)^2$			
5.	$(2x^2 + 3y^2)^2$			
6.	$(2x + 6y)^2$			
7.	$(8m^5 + 5n^6)^2$			
8.	$(a^m + a^n)^2$			
9.	$(q^x + b^x)^2$			
10.	$(3u + 5w)^2$			

Cuadrado de la diferencia de dos números:
El cuadrado de la diferencia de dos números es igual al cuadrado del primero, menos el duplo del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo, la fórmula es $a^2 - 2ab + b^2$

Ejemplo:

$(x - q)^2 = \quad a^2 - 2ab + b^2$ = **R.** $\underline{x^2 - 2xq + q^2}$

Ejercicio 33: Resuelva los siguientes ejercicios de diferencia de cuadrados y escriba la respuesta en el espacio correspondiente.

1. $(\pi - 5)^2$ **:**_____

2. $(k - m^2)^2$ **:**_____

3. $(m - 3)^2$ **:**_____

4. $(6 - k)^2$ **:**_____

5. $(m^n - 4n^q)^2$ **:**_____

6. $(s - q^2)^2$ **:**_____

7. $(w - 5)^2$ **:**_____

8. $(m^k - n^q)^2$ **:**_____

9. $(5p - q)^2$ **:**_____

10. $(w^2 - 3)^2$ **:**_____

II. UNIDAD

FACTORACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

1. DESCOMPOSICION FACTORIAL.

Es la operación que consiste en descomponer en sus factores primos una cantidad.

Factores: Se llaman factores o divisores de una expresión algebraica a las expresiones que multiplicadas entre sí dan como producto la primera expresión.

Ejemplo: Si multiplicamos "x"·por $x + y = x (x + y) = x^2 + xy$

Descomponer en factores una expresión algebraica es convertirla en el producto indicado de sus factores. Por ejemplo:

Factorar o descomponer: $35 = 7 (5)$

Factoración de Monomios:

Se puede hacer por simple observación por ejemplo:

Factorar o descomponer: $18xy = (6) (3) x y$

Factoración de polinomios:

No todo polinomio se puede descomponer en dos o más factores distintos de 1.

Para mejor comprensión analizaremos siete casos que se pueden presentar:

2. CASOS DE FACTORACIÓN.

Caso I. Cuando todos los términos de un polinomio tienen factor común.

Este caso presenta dos sub casos o modalidades y son los siguientes:

Factor común monomio:

En es este caso buscamos por simple inspección un término que divida los factores (Factor común) y luego dividimos la expresión entre el factor común.

Ejemplo: Factorar: $25x + 15x^2 = 5x(5 + 3x)$

Descomponer en factores $w^2 + 2w$: En este caso observamos que el factor común de esta expresión es **"w"**, entonces procedemos a realizar la división de cada uno de los términos.

$\frac{w^2}{w} = w$ y $\frac{2w}{w} = 2 \Longrightarrow w(w+2)$

Ejercicio34: Descomponer en factores:

No.	Ejercicio	Respuesta	No.	Ejercicio	Respuesta
1.	$u^2 + ux$		6.	$4v^2 - 8v + 2$	
2.	$5g^2 + 15g^3$		7.	$2q^2w + 2qw^2 - 3qw$	
3.	$8r^2 - 16ry$		8.	$h^6 - 3h^4 + 8h^3 - 4h^2$	
4.	$15f^3k^2 + 60f^2k^3$		9.	$12a^2x + 6ax^2$	
5.	$z^3 + z^2 + z$		10.	$5c^2\pi + 10c\pi^2$	

Factor común Polinomio:

Se visualiza el factor común y se escribe en un paréntesis y en otro paréntesis el factor no común.

Ejemplo:

Descomponer: q (m + n) + p (m + n)

Solución: R. (m + n) (q + p)

Descomponer: 2m (a - 1) – n (a - 1)

Solución: R.(a – 1) (2m – n)

Descomponer: p (x + 3) + (x + 3)

Solución: R. (x + 3) (p + 1)

Descomponer: 2x (x + y + z) – x – y – z

Solución: 2x (x + y + z) – (x + y + z)

R. (x + y + z) (2x – 1)

Ejercicio 35: Factorar o descomponer en dos factores.

No.	Ejercicio	Respuesta
1.	$s(f+1)+w(f+1)$	
2.	$r(g-1)+t(g-1)$	
3.	$h(g-m)+v(g-m)$	
4.	$k^3(a-b+1)+t^2(a-b+1)$	
5.	$i(z+2)+z+2$	
6.	$u(n+1)-n-1$	
7.	$d(mn+1)+s(mn+1)$	
8.	$-m-n+x(m+n)$	
9.	$(w+3)(w+1)-4(w+1)$	
10.	$t^2(e^2+q)+y^3(e^2+q)$	

Caso II. Factor común por agrupación de términos.

a. Se agrupan los factores comunes y luego se descomponen.

b. Ya agrupados se busca factor común y se procede como en el caso anterior, este caso es la combinación de los casos anteriores. (Factor común monomio y factor común polinomio).

Ejemplo:

1. Factorizar: $x^2 + x - a^2 - a^2x$

$(x^2 + x) - (a^2 + a^2x)$

$x (x + 1) - a^2 (1 + x)$

$x (x + 1) - a^2 (x + 1)$

$(x - a^2) (x + 1)$

2. Factorizar: $ax - 2bx - 2ay + 4by$

$(ax - 2bx) - (2ay - 4by)$

$x (a - 2b) - 2y (a - 2b)$

$(x - 2y) (a - 2b)$

3. Factorizar: $xm - bm + xn - bn$

$(xm - bm) + (xn - bn)$

$m(x - b) + n(x - b)$

$(x - b) (m + n)$

Ejercicio 36:

No.	Ejercicio	Respuesta
1.	$k^2 + km + kn + mn$	
2.	$4w^3 - 1 - w^2 + 4w$	
3.	$3u^3 - 9su^2 - u + 3s$	
4.	$pw - qw + pr - qr$	
5.	$2i + i^2 - iz^2 - z^2$	
6.	$2f^2g - 5f^2h + 15rh - 6rg$	
7.	$6vt + 3v + 1 + 2t$	
8.	$2h^2 - u^2 + 3h - u^2h$	
9.	$2n^2x - 5a^2y + 15by - 6bx$	
10.	$n^2x - 5a^2y^2 - n^2y^2 + 5a^2x$	

Caso III. Trinomio Cuadrado Perfecto:
Una cantidad es cuadrado perfecto cuando es el cuadrado de otra cantidad, es decir cuando es el producto de dos factores iguales.
Ejemplos:
$36x^2$
$49q^6$
$9m^2$
Esto quiere decir que la raíz cuadrada de una cantidad positiva tiene dos signos + y -.

Raíz cuadrada de un monomio:
Para extraer la raíz cuadrada de un monomio se extrae la raíz cuadrada del coeficiente y se divide el exponente de cada letra por dos.
Ejemplos:
$16x^2y^4 = 4xy^2$
$64p^8q^4 = 8p^4q^2$
$100m^6n^8 = 10m^3n^4$

Regla para conocer si un trinomio es cuadrado perfecto:
El primero y tercer términos deben ser cuadrados perfectos (tener raíz cuadrada exacta).
El segundo término debe ser el doble producto de las raíces cuadradas del primero y el tercer término.

Ejemplos:

Determine si $x^2 - 4xy + 4y^2$ es un trinomio cuadrado perfecto.

Extraemos la raíz cuadrada del primer término $x^2 = x$

Extraemos la raíz cuadrada del segundo término $4y^2 = 2y$

Luego el segundo término debe ser el doble producto de las raíces cuadradas del primero y tercer término, extraídas anteriormente, así:

$2(x)(2y) = 4xy$

Este es un trinomio cuadrado perfecto ya que cumple con los requisitos mencionados.

Ejercicio 37: Demuestre si los trinomios siguientes son cuadrados perfectos.

No.	Ejercicio	si	no	No.	Ejercicio	si	no
1.	$x^2 - 10x + 25$			6.	$\frac{a^2}{4} - ab + b^2$		
2.	$9 - 6p + p^2$			7.	$1 - \frac{2b}{3} + \frac{b^2}{9}$		
3.	$16 + 40w^2 + 9w^4$			8.	$a^4 - a^2b^2 + \frac{b^4}{4}$		
4.	$1 + 49u^2 - 14u$			9.	$\frac{1}{25} + \frac{25e^4}{36} - \frac{e^2}{3}$		
5.	$1 + 4t^3 + t^6$			10.	$1 + 18x^2y + 49x^4y^4$		

Regla para factorar un trinomio cuadrado perfecto.

Se extrae la raíz cuadrada al primer y tercer término del trinomio.

Estas raíces se separan por el signo del segundo término.

El binomio resultante que es la raíz cuadrada del trinomio se multiplica, por sí mismo o se eleva al cuadrado.

Ejemplos:

Descomponer: $u^2 + 2u + 1$

$$u^2 + 2u + 1 \implies \sqrt{u^2} + 2u + \sqrt{1}$$

$$\implies (u+1)(u+1) = \underline{(u+1)^2}$$

Descomponer: $1 - 16mn^2 + 64m^2n^4$

$$1-16mn^2+64m^2n^4 \Longrightarrow \sqrt{1}-16mn^2+\sqrt{64m^2n^4}$$

$$\Longrightarrow (1-8mn^2)^2 \qquad \Longrightarrow \underline{(8mn^2-1)^2}$$

Descomponer: $w^2+tw+\frac{t^2}{4}$

$$w^2+tw+\frac{t^2}{4} \Longrightarrow \sqrt{w^2}+tw+\sqrt{\frac{t^2}{4}}$$

$$\Longrightarrow \sqrt{w^2}+tw+\frac{\sqrt{t^2}}{\sqrt{4}} \Longrightarrow \underline{\left(w+\frac{t}{2}\right)^2}$$

Ejercicio 38: Factorice los siguientes trinomios.

No.	Factorar	Respuesta.	No.	Factorar	Respuesta.
1.	$m^2 + 2mn + n^2$		6.	$4v^2 + 12v + 9$	
2.	$p^2 - 2pq + q^2$		7.	$4m^2 -12m + 9$	
3.	$f^2 + 2f + 1$		8.	$9y^2 + 36y + 36$	
4.	$4x^2 - 20x + 25$		9.	$16x^2 - 32 + 16$	
5.	$a^2 -14a + 49$		10.	$49m^2 + 28m + 4$	

Caso Especial.

La regla anterior es aplicable a casos en que cualquier término del trinomio es compuesto.

Ejemplo:

Descomponer $f^2+2f(f-g)+(f-g)^2$

$$\sqrt{f^2}+2f(f-g)+\sqrt{(f-g)^2} \Longrightarrow (f+(f-g))^2$$

$$\Longrightarrow \textbf{R.}\ \underline{(2f-g))^2}\ .$$

Descomponer $(x+y)^2-2(x+y)(a+x)+(a+x)^2$

$$\sqrt{(x+y)^2}-2(x+y)(a+x)+\sqrt{(a+x)^2} \Longrightarrow [(x+y)-(a+x)]^2$$

$$\Longrightarrow (x+y-a-x)^2 \Longrightarrow \textbf{R.}\ \underline{(y-a)^2}$$

Ejercicio 39: Factorice los siguientes trinomios.

No.	Trinomio	Respuesta.
1.	$c^2 + 2c\,(c + d) + (c + d)^2$	
2.	$(a + x)^2 - 2\,(a + x)\,(x + y) + (x + y)^2$	
3.	$4\,(1 + a)^2 - 4(1 + a)\,(b - 1) + (b - 1)$	
4.	$4 - 4(1 - w) + (1 - w)^2$	
5.	$9\,(x - y) + 12\,(x - y)\,(x + y) + 4(x + y)$	

Ejercicio 40: Es su cuaderno factorar los siguientes ejercicios.

No.	Ejercicio	Respuesta
1.	$f^2 - 2fg + g^2$	
2.	$v^2 - 2v + 1$	
3.	$k^2 - 10k + 25$	
4.	$36 + 12h^2 + h^4$	
5.	$\frac{w^2}{4} - wy + y^2$	
6.	$\frac{1}{25} + \frac{25t^4}{36} - \frac{t^2}{3}$	
7.	$j^2 + 2j + 1$	
8.	$(h + p)^2 - 2(h + p)(j + t) + (j + t)^2$	
9.	$16u^6 - 2u^3r^2 + \frac{r^4}{16}$	
10.	$49m^2 - 12m + 9$	

Caso IV. "Diferencia de cuadrados perfectos".

Regla

Para factorar una diferencia de cuadrados perfectos se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo y se multiplica la suma de estas raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y de el sustraendo. (Se escribe en un paréntesis la suma de las raíces y en otro la diferencia).

Ejemplo:
Factorar $x^2 - 4y^2$
R. (x + 2y) (x - 2y)

Factorar $36p^2 - 81y^4$
R. $(6p + 9y^2)(6p - 9y^2)$

Factorar $\frac{x^2}{4} - \frac{q^4}{9}$

R. $\left(\frac{x}{2} + \frac{q^2}{3}\right)\left(\frac{x}{2} - \frac{q^2}{3}\right)$

Factorar $100x^2y^2z^4 - 25x^2$
R. $(10xyz^2 + 5x)(10xyz^2 - 5x)$

Ejercicio 41: Factorar las siguientes diferencias de cuadrados perfectos.

No.	Factorar	Respuesta.	No.	Factorar	Respuesta.
1.	$16m^2 - 1$		6.	$\frac{9}{25}v^2 - \frac{1}{4}$	
2.	$e^2 - 9$		7.	$16y^2 - 81$	
3.	$9w^2 - 36$		8.	$49z^2 - 100$	
4.	$\frac{1}{4}f^2 - 81$		9.	$-36a^2 + b^2$	
5.	$9m^2 - n^2$		10.	$\frac{4}{100} - k^2$	

Caso Especial.
La regla anterior puede aplicarse en casos donde uno o ambos términos son expresiones compuestas.

Ejemplo:
Factorar $(x + b)^2 - c^2$
$[(x + b) + c][(x + b) - c]$
R. <u>(x + b + c) (x + b – c)</u>

Factorar $4x^2 - (x + y)^2$

$[2x + (x + y)]\ [2x - (x + y)]$

$(2x + x + y)\ (2x - x - y)$

R. $\underline{\mathbf{(3x + y)\ (x - y)}}$

Ejercicio 42: Factorice las siguientes diferencias de cuadrados.

1. $(s + y)^2 - a^2$ _____
2. $9 - (a + 1)^2$ _____
3. $16 - (m + n)^2$ _____
4. $(m - n)^2 - 36$ _____
5. $(x - y)^2 - 25z^2$ _____

Caso V. Trinomio Cuadrado Perfecto por adición y sustracción.

Hay casos en que el trinomio no es cuadrado perfecto, porque no tiene el duplo de las raíces, entonces lo hacemos trinomio cuadrado perfecto sumándole o restándole una cantidad al segundo término y para equilibrar la expresión algebraica le restamos la misma cantidad al final, quedando un trinomio y una diferencia, se factora el trinomio y se factora la diferencia.

Ejemplo:

Factorar $x^4 + x^2y^2 + y^4$

$$\begin{array}{l} x^4 + \quad x^2y^2 + y^4 \\ \underline{\quad + \ x^2y^2 \qquad\quad - x^2y^2} \end{array}$$

$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \implies (x^4 + 2x^2y^2 + y^4) - x^2y^2$

$\implies (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 \implies (x^2 + y^2 + xy)\ (x^2 + y^2 - xy)$

$\implies$ **R.** $\underline{\mathbf{(x^2 + xy + y^2)\ (x^2 - xy + y^2)}}$

Factorar $a^4 - 16a^2b^2 + 36b^4$

$$\begin{array}{l} a^4 - 16a^2b^2 + 36b^4 \\ \underline{\quad + \ 4a^2b^2 \qquad\quad - 4a^2b^2} \end{array}$$

$a^4 - 12a^2b^2 + 36b^4 - 4a^2b^2 \implies (a^4 - 12a^2b^2 + 36b^4) - 4a^2b^2$

$\implies (a^2 - 6b^2)^2 - 4a^2b^2 \implies (a^2 - 6b^2 + 2ab)\ (a^2 - 6b^2 - 2ab)$

$\implies$ **R.** $\underline{\mathbf{(a^2 + 2ab - 6b^2)\ (a^2 - 2ab - 6b^2)}}$

Ejercicio 43: Factorice los siguientes Trinomios cuadrados perfectos por adición o por sustracción.

No.	Ejercicio	Respuesta
1.	$e^4 + e^2 + 1$	
2.	$w^4 + 2w^2 + 9$	
3.	$25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4$	
4.	$f^4 - 6f^2 + 1$	
5.	$49c^8 + 75c^4m^2n^2 + 196\, m^4n^4$	
6.	$x^8 + 4x^4y^4 + 16y^8$	
7.	$4u^4 - 3u^2x^2 + 9x^4$	
8.	$16h^4 - 25h^2s^2 + 9s^4$	
9.	$81g^8 + 2g^4 + 1$	
10.	$k^4 - 45k^2 + 100$	

Caso especial. "Factorar una suma de dos cuadrados"

Regla: Por lo general la suma de dos cuadrados no tiene descomposición en factores racionales, pero algunas sumas de cuadrados, sumándoles y restándoles la misma cantidad, pueden llevarse al caso anterior y factorizarse.

Ejemplo:

Factorar $p^4 + 4q^4$.

En este caso buscamos cuál es el término que le falta a esta suma de cuadrados para ser un trinomio cuadrado perfecto y se la sumamos. Para no alterar esta suma de binomios le restamos la misma cantidad y operamos, como el caso anterior.

$$p^4 + 4p^2q^2 + 4q^4 - 4p^2q^2$$

$$\Longrightarrow (p^4 + 4p^2q^2 + 4q^4) - 4p^2q^2$$

$$\Longrightarrow (p^2 + 2q^2)^2 - 4p^2q^2$$

$$\Longrightarrow (p^2 + 2q^2 + 2pq)(p^2 + 2q^2 - 2pq)$$

$\Longrightarrow$ **R.** $\underline{\mathbf{(p^2 + 2pq + 2q^2)(p^2 - 2pq + 2q^2)}}$

Ejercicio 44: Factorice las siguientes sumas de dos cuadrados.

No.	Ejercicio	Respuesta
1.	$f^4 + 64g^4$	
2.	$64 + e^{12}$	
3.	$1 + 4k^4$	
4.	$4x^8 + y^8$	
5.	$81a^4 + 64b^4$	

Caso VI. Factorización de Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$

También llamados trinomios de segundo grado.

Por ejemplo.

$q^2 + 5q + 6$ $\qquad$ $p^2 - 2a - 15$ $\qquad$ $m^2 - 7m + 12$.

Los trinomios de la forma $\mathbf{x^2 + bx + c}$ deben cumplir las siguientes condiciones.

El coeficiente del primer término es "1".

El primer término es una letra cualquiera elevada al cuadrado.

El segundo término tiene la misma letra que el primero con exponente "1" y su coeficiente es una cantidad cualquiera positiva o negativa.

El tercer término es independiente a la letra.

Regla para factorar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

Descomponemos el trinomio en dos factores binomios, cuyo primer término sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio.

En el primer factor después de la incógnita se escribe el signo del segundo término y en el segundo factor después de la incógnita se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término por el signo del tercer término.

Si los factores binomios tienen en medio signos iguales, se buscan dos números cuya suma sea el valor del segundo término y cuyo producto sea el tercer término del trinomio.

Si los dos factores binomios tienen distintos signos se buscan dos números cuya diferencia sea el segundo término y cuyo producto sea el tercer término.

Ejemplo:

Factorizar $y^2 + 10y + 24$

$y^2 + 10y + 24 \Longrightarrow$ **$\underline{(y + 6)\ (y + 4)}$**

Factorizar $x^2 + 10x + 16$

$x^2 + 10x + 16 \Longrightarrow$ **$\underline{(x + 8)\ \ (x + 2)}$**

Factorizar $w^2 - 7w + 12$

$w^2 - 7w + 12 \Longrightarrow$ **(w – 3) (w – 4)**

Factorizar $d^2 + 2d - 15$

$d^2 + 2d - 15 \Longrightarrow$ **(d + 5) (d – 3)**

Factorizar $u^2 - 5u - 14$

$u^2 - 5u - 14 \Longrightarrow$ **(u – 7) (u + 2)**

Ejercicio 45: Factorar los siguientes trinomios de la forma **$x^2 + bx + c$.**

1. **$a^2 + 8a + 15$**_____
2. **$b^2 + 6b + 8$**_____
3. **$c^2 - 4c + 3$**_____
4. **$t^2 + 7t + 6$**_____
5. **$j^2 - 4j + 3$**_____
6. **$12 - 8n + n^2$**_____
7. **$h^2 + 10h + 21$**_____
8. **$w^2 - 5w - 36$**_____
9. **$28 + a^2 - 11a$**_____
10. **$y^2 + y - 30$**_____

Caso VII. Trinomio cuadrado de la forma $ax^2 + bx + c$

Se diferencia de los trinomios anteriores en que el primer término tiene un coeficiente a uno.

Ejemplo. Son trinomios de esta forma:

$2x^2 + 11x + 5$ **$3p^2 + 7p - 6$** **$10q^2 - q - 2$**

Ejemplo.

Factorar $6x^2 - 7x - 3$ para factorar este caso sigamos los siguientes pasos.

Multiplicamos cada uno de los términos del trinomio por el coeficiente del primer término en este caso "6" así:

$6(6x^2) - 6(7x) - 6(3)$

Las multiplicaciones del primer y tercer término se efectúan y la del segundo término se deja sólo indicada.
$36x^2 - 6\,(7x) - 18$

Luego en el segundo término hacemos un cambio de coeficientes en donde el 7 quede fuera del paréntesis y el 6 dentro.
$36x^2 - 7\,(6x) - 18$

Le sacamos raíz cuadrada al primer término y dejamos indicados los binomios, con el signo del segundo término para el primer binomio y el resultado de la multiplicación del signo del segundo término por el signo del tercer término para el segundo binomio.
(6x - (6x +

Luego buscamos un número que multiplicado de el tercer término y que sumado de el número que está fuera del paréntesis en el segundo término.
(6x – 9) (6x + 2)

Como al principio multiplicamos el trinomio por "6", ahora tendremos qué dividirlo por "6", para no alterar el trinomio.

$$\frac{(6x - 9)\ \ (6x + 2)}{6}$$

Pero como ninguno de los binomios es divisible por "6", descomponemos "6" en "2" por "3" y dividimos (6x – 9) entre "3" y (6x + 2) entre "2".

$$\frac{(6x - 9)}{3} \times \frac{(6x + 2)}{2} = \textbf{R.}\ (2x - 3)\,(3x + 1)$$

Ejercicio 46: Factorar los siguientes trinomios.

1. $64a^2 + 24a + 2$ _____
2. $16b^2 - 32b + 15$ _____
3. $49x^2 + 28x - 12$ _____
4. $25m^2 - 10m - 3$ _____
5. $36a^2 + 60a + 25$ _____
6. $5x^2 + 13x - 6$ _____
7. $6u^2 - 6 - 5u$ _____
8. $3 + 11k + 10k^2$ _____
9. $9v^2 + 10v + 1$ _____
10. $20n^2 - 9n - 20$ _____

3. APLICACION DE LOS CASOS DE FACTORACION EN LA SOLUCION DE OPERACIONES FRACCIONARIAS.

Los casos de Factoración además de servir para resolver ecuaciones de segundo grado o cuadráticas, también se pueden aplicar en la simplificación de fracciones.

Ejemplo:

Simplificar: $\dfrac{x^2-4}{x+2}$

$$\frac{x^2-4}{x+2} \rightarrow \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{x+2}} \qquad C_s = \underline{x-2}$$

Simplificar: $\dfrac{9y^2+21y+10}{3y+5}$

$$\frac{9y^2+21y+10}{3y+5} \rightarrow \frac{\cancel{(3y+5)}(3y+2)}{\cancel{3y+5}} \qquad C_s = \underline{3y+2}$$

Simplificar: $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a+b}$

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b} \rightarrow \frac{\cancel{(a+b)}(a+b)}{\cancel{a+b}} \qquad C_s = \underline{a+b}$$

Ejercicio 47: Simplificar las siguientes fracciones algebraicas.

No.	Fracción	Respuesta
1.	$\dfrac{x^2-y^2}{x-y}+2$	
2.	$\dfrac{9-6x+x^2}{(3-x)^2}+(x+y)$	
3.	$\dfrac{a^2-10a+25}{(a+5)(a-5)}\times 1$	
4.	$1+\dfrac{2b}{3}+\dfrac{b^2}{9}\times\dfrac{a}{b}$	
5.	$\dfrac{16-x^2}{(2+x)(2-x)}+2x$	

III. UNIDAD

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCOGNITA.

1. ECUACIONES ENTERAS DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Igualdad: Es una expresión de dos cantidades que tienen el mismo valor numérico.

Ecuación: Es una igualdad en la que hay varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas y sólo se verifican para determinados valores de las incógnitas.

Las incógnitas se representas por las últimas letras del alfabeto x, y , z. u.,v ,w.

Ejemplos: 6x + 4 = l6 2x+ 3x+ 4 = l9 x (2x – 3) = l8

Identidad: Una identidad es una igualdad que se verifica para cualquiera de ls valores de la letras que intervienen en ella.

Miembros de la ecuación: Son el conjunto de números y letras separadas por el signo igual. Una ecuación tiene dos miembros el de la derecha y el de la izquierda.

Ejemplo: 6 k – 3k +5 = 2k + 8 -2.

Términos de la ecuación: Es cada una de las cantidades separadas por los signos + o –

o puede ser una sola cantidad ejemplo: 3x + 5x -9 = 4x – 6 En este caso 3x es un término , el 5x es otro , el 9 otro así sucesivamente.

2. Clases de ecuaciones.

Ecuaciones numéricas: Ecuaciones que no tienen más letras que las incógnitas

Por ejemplo: 2x + 5x = 12-x En este caso la incógnita es x.

Ecuaciones literales: Además de las incógnitas tienen otras letras. Ejemplo.

2x +5m -4 = 3n +9

Ecuaciones enteras: Son las que no tienen denominador: Ejemplo 6x +3x = 9

Ecuaciones fraccionarias: Cuando alguno de los términos de la ecuación tiene denominador. Ejemplo:

$$\frac{3x}{4}+\frac{8x}{6}=6+\frac{x}{6} \qquad \frac{2x}{5}+\frac{3x}{2}=2+\frac{x}{5}$$

3. Grado de una Ecuación:
El grado de una ecuación lo define el exponente. Ejemplo:

$x + 2x = 6$ Esta es una ecuación de primer grado porque su exponente es uno.

$x^2 + 6x + 5 = 0$ Esta es una ecuación de segundo grado ya que su máximo exponente es dos.

$x^3 - 6 = x + 1$ Esta es una ecuación de tercer grado, su exponente es "3".

4. Raíz de una ecuación:
Son los valores de las incógnitas que verifican o satisfacen la ecuación.

5. Resolver una ecuación:
Es hallar la raíz, o los valores de las incógnitas que satisfacen a la ecuación.

6. Axioma fundamental de las ecuaciones:
Si con cantidades iguales se verifican operaciones iguales los resultados serán iguales.

7. Reglas que se derivan de este axioma:
Si a los dos miembros de una ecuación se suma una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
Si a los dos miembros de una ecuación se resta una misma cantidad positiva o negativa, la igualdad subsiste.
Si los dos miembros de una ecuación se multiplican por una misma cantidad positiva o negativa, la igualdad subsiste.
Si los dos miembros de una ecuación se dividen por una misma cantidad positiva o negativa, la igualdad subsiste.
Si los dos miembros de una ecuación se elevan a una misma cantidad positiva o negativa, la igualdad subsiste.

8. Transposición de términos:
Cosiste en cambiar los términos de una ecuación de un miembro a otro, tomando en cuenta la ley de permutas la cual dice.
Si en un miembro está sumando pasa al otro restando.
Si en un miembro está restando pasa al otro sumando
Si en un miembro está multiplicando pasa al otro dividiendo.
Si en un miembro está dividiendo pasa al otro multiplicando.
Si en un miembro está potenciando pasa al otro radicando.
Si en un miembro está radicando pasa al otro potenciando.

Nota: Los signos de todos los términos de una ecuación se pueden cambiar sin que altere el resultado de la ecuación.

9. Resolución de Ecuaciones Enteras de Primer Grado.

Se debe tomar en cuenta la siguiente regla general.

Se efectúan las operaciones indicadas, si las hay.
Se hace la transposición de términos, reuniendo en un miembro todos los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro todas las cantidades conocidas.
Se reducen términos semejantes en cada miembro.
Se despeja la incógnita dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita.

Ejemplo:

Resolver

$$5x = 8x - 15$$
$$5x - 8x = -15$$
$$-3x = -15$$
$$x = \frac{-15}{-3}$$
$$\mathbf{x = 5}$$

Comprobación

$$5x = 8x - 15$$
$$5(5) = 8(5)-15$$
$$25 = 40 - 15$$
$$25 = 25$$

A continuación se analizan las diferentes formas que pueden presentarse las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Ecuaciones de la forma x + a = b

En este caso aparece la incógnita con dos términos independientes y se desea hallar la raíz de "x".

Ejemplo: Resolver $y + 7 = 5$

$$y + 7 = 5$$
$$y = 5 - 7$$
$$y = -2$$

Ejercicios 48: Resuelva las ecuaciones siguientes, no olvide comprobarlas.

No.	Ecuación	Respuesta	No.	Ecuación	Respuesta
1.	q + 9 = 15		6.	$c+\frac{2}{7}=1$	
2.	m + 7 = - 8		7.	2.8 – x = 7.3	
3.	6.8 + x = 7.2		8.	$\frac{3}{5}+y=\frac{4}{5}$	
4.	5.9 – h = 7.1		9.	$x+\frac{1}{8}=\frac{3}{5}$	
5.	$x-\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$		10.	$y-\frac{4}{7}=\frac{2}{5}$	

Ecuaciones de la forma ax = b

En este caso observamos un producto indicado el cual hay que despejar la incógnita como está multiplicando "a" pasa al otro miembro a dividir.

Ejemplo:

Resolver 5x = 25 + 5
5x = 30
x = 30/5
x = 6

Ecuaciones de la forma ax + b = c y ax + b = cx + d

En este caso observamos un producto indicado y una suma, en uno o en ambos miembros y se resuelve aplicando las leyes de transposición de términos y reduciendo a términos semejantes.

Ejemplo:

Resolver x + (x + 5) = 37
x + x +5 = 37
2x + 5 = 37
2x = 37 – 5
x = 32/2
x = 16

Ejercicios 49: Resuelva las siguientes ecuaciones.

No.	Ecuación	Respuesta	No.	Ecuación	Respuesta
1.	3a = 18		6.	5x – 5 = -15	
2.	2q = 15		7.	-2y + 1 = -11	
3.	$\frac{2}{5}x = 8$		8.	$\frac{2}{5}x - 1 = 5$	
4.	$\frac{3}{4}p = 2$		9.	$\frac{1}{2}n + 2 = 6$	
5.	- 3.5k = 7.5		10.	3x – 2 = 5.5	

Ecuaciones de la forma a (x + b) = c ; a (x + b) = cx + d y a (x + b) = c (x + d).

En este caso hay un producto indicado y se debe aplicar la ley distributiva de la multiplicación, luego se despeja la incógnita.

Ejemplo:

Resolver

3 (x + 5) = 57
3 (x) + 3 (5) = 57
3x + 15 = 57
3x = 57 – 15
x = 42/3
x = 14

Comprobación

3 (x + 5) = 57
3 (14) + 3 (5) = 57
42 + 15 = 57
57 = 57

Ecuaciones de la forma $\frac{x}{a} = b$ donde a ≠ 0

Esta ecuación presenta una fracción donde el numerador es la incógnita que hay que despejar, donde el término independiente "a" está dividiendo y pasa a multiplicar.

Ejemplo:

Resolver

$\frac{x}{4} = 30 + 2$
x = 4 (32)
x = 128

comprobación

$\frac{x}{4} = 30 + 2$
$\frac{128}{4} = 32$
32 = 32

Ejercicios 50: Resuelva las siguientes ecuaciones con signos de agrupación y operaciones indicadas.

No.	Ecuación	Respuesta	No.	Ecuación	Respuesta
1.	3 (x + 2) = 2 (x+ 4)		6.	$\frac{2x}{6} = -6$	
2.	5 (k + 8) = 10 (k + 2)		7.	$\frac{3y}{4} = 8$	
3.	m + (m – 12) = 3m – 9		8.	$\frac{x}{2} + 5 = 7$	
4.	4 (q +1.5) = 2 (q +1)		9.	$\frac{k}{5} + 1 = \frac{k}{2} - 2$	
5.	3 (y – 1.5) = 5 (y – 0.5)		10.	$\frac{3x}{5} + 1 = 3.4$	

Ecuaciones de la forma $\frac{a}{x} = b$ **donde x ≠ 0**

En este caso la incógnita aparece como denominador, por lo que debe realizar una permuta con el término independiente b, luego se aplica la propiedad conmutativa y se despeja la incógnita.

Ejemplo:

Resolver

$$\frac{156}{x} = 12$$

$$156 = 12x$$

$$\frac{156}{12} = x$$

$$x = \frac{156}{12}$$

$$\underline{x = 13}$$

Ecuaciones de la forma $\frac{ax+b}{c} = d$ **donde c ≠ 0**

En las ecuaciones de esta forma sucede lo mismo que en las anteriores, podemos eliminar el denominador o denominadores para resolver las ecuaciones.

Para anular los denominadores, las fracciones se multiplican por un múltiplo común de estos, de preferencia el mínimo común múltiplo.

Ejemplo:

Resolver

$$\frac{3x+9}{8} = 3$$

$$\frac{8(3x+9)}{8} = 3(8)$$

$$3x + 9 = 24$$

$$3x = 24 - 9$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$\underline{x=5}$$

Resolver $\frac{2y+4}{3}=\frac{3y+3}{4}$

$$4(2y+4)=3(3y+3)$$
$$8y+16=9y+9$$
$$8y-9y=9-16$$
$$-y=-7$$
$$y=7$$

Ejercicios 51: Resuelva las siguientes ecuaciones

No.	Ecuación	Respuesta	No.	Ecuación	Respuesta
1.	$\frac{q-6}{4}=4$		6.	$\frac{-4.8}{y}=3$	
2.	$7x-6=\frac{9x+3}{2}$		7.	$\frac{24}{2x}=4$	
3.	$\frac{k}{2}+\frac{y}{3}=\frac{y}{6}+4$		8.	$\frac{28}{4m}=-7$	
4.	$\frac{2k+8}{4}=6$		9.	$\frac{4.2}{c}=0.7$	
5.	$\frac{2p+5}{3}=7$		10.	$\frac{-2.7}{x}=9$	

Ecuaciones literales.

Este tipo de ecuaciones son aquellas fórmulas que utilizamos para resolver algún problema.

Ejemplo:

La ecuación literal para hallar el área del círculo $A=\pi * r^2$

La ecuación para hallar el área del triángulo $A=\frac{b\times h}{2}$

Solución de Ecuaciones de Primer Grado con Signos de Agrupación.

Se suprimen los signos por medio de la aplicación de la propiedad distributiva.

Se hace la transposición de términos colocando en un miembro las incógnitas y en el otro miembro las cantidades conocidas.

Se reduce a términos semejantes y se despeja la incógnita.

Ejemplos: $x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$

$$x - 2x - 1 = 8 - 3x - 3$$
$$-x + 3x = 8 - 3 + 1$$
$$2x = 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$\underline{\mathbf{x = 3}}$$

Ejercicio 52: Resolver las siguientes ecuaciones.

No.	Ecuación	Respuesta
1.	$(4x - 3) = 3x - 7$	
2.	$5 (x + 2) - 2 (x + 3) = 4 (x + 1)$	
3.	$6(x - 2) = 4x - 8$	
4.	$5 (y + 2) - 2 (y + 3) = 3 (y +1)$	
5.	$5 (z + 2) - 2(z + 3) = 3z + 4$	

10. Cómo Representar frases por medio de símbolos algebraicos.

Es importante representar por medio de símbolos conceptos matemáticos para la resolución de problemas. Veamos algunos ejemplos:

No.	Concepto matemático.	Representación algebraica.
1.	El doble de un número	$2b$
2.	La mitad de un número	$x/2$
3.	Tres más que la mitad de b	$(b/2) + 3$
4.	Tres veces el cuadrado de x	$3x^2$
5.	La suma de los cuadrados de a y 5	$a^2 + 5^2$
6.	5 más que un número cualquiera "n"	$n + 5$
7.	El triple de un número al cuadrado	$3x^2$
8.	El cubo de un número más el duplo de otro	$a^3 + 2b$
9.	Cuatro menos un quinto	$4 - 1/5$
10.	El cuadrado de la suma de dos números.	$(a+ b)^2$

11. Problemas que se Resuelven con Ecuaciones de Primer Grado.

A continuación se le presenta una serie de problemas que le servirán de modelo para razonar los que se sugiere resolver.

1) La suma de las edades de A y B es 96 años, B tiene 12 años menos que A. Hallar ambas edades.

Solución:

Sea "x" la edad de A

Como B tiene 12 años menos entonces B es igual a x -12

Resolviendo la ecuación, nos queda así.

$$x + x - 12 = 96$$
$$2x = 96 + 12$$
$$x = \frac{108}{2}$$
$$\mathbf{x = \underline{54\ años.}}$$

A tiene 54 años, luego B será x -12 = 54 – 12 = 42 años.

R. A tiene 54 años y B 42 años = 96 años.

2) La suma de tres números enteros consecutivos es 156. Hallar los números.

Solución:

Sea. x = número menor

x + 1 = número intermedio.

x + 2 = número mayor.

Como la suma de los tres es 156, se tiene la ecuación x + x + 1 + x + 2 = 156

$$3x + 3 = 156$$
$$3x = 156 - 3$$
$$x = 153/3$$
$$x = 51 \text{ número menor.}$$

x + 1 = 51 + 1 = 52 número intermedio.

x + 2 = 51 + 1 = 53 número mayor.

Comprobación: 51 + 52 + 53 = 156

3) Estuardo ha escrito algunas páginas para un trabajo escolar, pero deberá agregarle ocho páginas, entre dibujos y carátulas. Si en total, el trabajo tendrá catorce páginas. ¿Cuántas páginas ha escrito?

Solución:

Numero de páginas escritas: x

Páginas por agregar: 8

Total: 14

$$x + 8 = 14$$
$$x = 14 - 8$$
$$x = 6$$

R. Ha escrito 6 páginas.

4) La edad de "A" es doble que la de "B" y ambas edades suman 87 años.

Solución:

Sea x la edad de "B".

Según las condiciones del problema la edad de A es doble que la de B, entonces la edad de A es 2x.

Formulamos la ecuación y queda así:

$$x + 2x = 87$$
$$3x = 87$$
$$x = 87/3$$
$$x = 29 \text{ años.}$$

B tiene 29 años.

A tiene el doble de B, es decir, 2 (29) = 58 años.

5 La edad de Pedro es triple que la de Juan y ambas edades suman 40 años. Hallar las edades.

Solución:

Sea x la edad de Juan.

3x la edad de Pedro

$$x + 3x = 40$$
$$4x = 40$$
$$x = 40/4$$
$$x = 10 \text{ años.}$$

R. Juan tiene 10 años y Pedro 30 años.

6) Un hacendado ha comprado doble número de vacas que de bueyes. Por cada vaca pago Q70 y por cada buey Q85. Si el importe de la compra fue de Q2,700. ¿Cuántas vacas compró y cuántos bueyes?

Solución:

Sea x = número de bueyes.

2x = número de vacas.

Si se han comprado x bueyes y cada buey costó Q85, los x bueyes costaron Q85x y si se han comprado 2x vacas y cada vaca costó Q70, las 2x vacas costaron Q70 (2x) = Q140x. Como el importe total de la compra ha sido Q2700 tendremos la ecuación: 85x +140x = 2700

$$225x = 270$$
$$x = 2700/225$$
$$x = 12 \text{ número de bueyes. } \mathbf{R.}$$
$$2x = 2\ (12) = 24 \text{ número de vacas. } \mathbf{R.}$$

Ejercicio 53: Resuelva los siguientes problemas de ecuaciones de primer grado, escriba la respuesta en el cuadrito en blanco.

No.	Problema	R.
1)	Tres números enteros consecutivos 216. Hallar los números.	
2)	La suma de dos números es 212 y el número mayor excede al menor en 16. Hallar los números.	
3)	Hallar dos números consecutivos cuya suma sea 103.	
4)	Tres canastos contienen 575 naranjas. El primer canasto tiene 10 naranjas más que el segundo y 15 más que el tercero. ¿Cuántas naranjas hay en cada canasto?	
5)	La suma de las edades de 3 personas es de 88 años, la mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 menos que la mayor. Hallar las edades.	
6)	Repartir Q300 entre A, B y C, de modo que la parte de B sea doble que la de A y la de C sea triple que la de A.	
7)	El mayor de dos números es 6 veces menor y ambos números suman 147.	
8)	Se ha comprado un traje, un bastón y un sombrero por Q259. El traje costó 8 veces lo que el sombrero y el bastón Q30 menos que el traje. Hallar los precios respectivos.	
9)	Pagué Q87 por un libro, un traje y un sombrero. El sombrero costó Q5 más que el libro y Q20 menos que el traje. ¿Cuánto pagué por cada cosa?	
10)	Se han comprado 96 aves entre gallinas y palomas. Cada gallina costó Q60 y cada paloma Q20. Si el importe de la compra fue Q220. ¿Cuántas gallinas y cuántas palomas se compraron?	
11)	Compré doble número de sombreros que de trajes por Q702 cada sombrero costó Q2 y cada traje Q50. ¿Cuántos sombreros y cuántos trajes compré?	
12)	Un hacendado compró caballos y vacas por Q40,000. Por cada caballo pagó Q600 y por cada vaca Q800. Si compró 6 vacas menos que caballos ¿Cuántas vacas y cuántos caballos compró?	
13)	La suma de dos números es Q106 y el mayor excede al menor en 8. Hallar los números.	
14)	La suma de dos números es 640 y su diferencia es 30. Hallar los números.	
15)	Hallar cuatro números enteros consecutivos cuya suma sea 74	

IV. UNIDAD

ECUACIONES SIMULTANEAS DE PRIMER GRADO.

1. ECUACIONES SIMULTÁNEAS DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

Dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas son simultáneas, cuando se satisfacen para iguales valores de las incógnitas.

Ejemplo: $x + y = 5$

$x - y = 1$

Son simultáneas porque x = 3, y = 2, valores que satisfacen ambas ecuaciones.

2. Sistema de Ecuaciones:

Es la reunión de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.

Ejemplo: $\begin{cases} 7x - 4y = 5 \\ 9x + 8y = 13 \end{cases}$

3. Solución de Ecuaciones Simultáneas.

Para resolver un sistema de esta clase, es necesario obtener de las dos ecuaciones dadas, una sola ecuación con una incógnita. Esta operación se llama **Eliminación**.

4. Métodos de Eliminación más Usuales:

Son tres: Método por igualación, de comparación y de reducción, también llamado de suma o resta.

Eliminación por Igualación:

Se igualan las dos ecuaciones, se elimina una de las incógnitas formando así una ecuación con una incógnita, se despeja el valor de "x", conociendo este valor podemos hallar el valor de "y".

Ejemplo:

Resolver: $\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 3x-5y=4 \end{cases}$

$x=\dfrac{9-3y}{2}$ $\quad$ $x=\dfrac{4+5y}{3}$ Se elimina x en la primera y segunda ecuación

$$x=x$$

$$\frac{9-3y}{2}=\frac{4+5y}{3}$$

$3(9-3y)=2(4+5y)$ El número 2 y 3 están dividiendo, pasan a multiplicar.

$$27-9y=8+10y$$

$-9y-10y=8-27$ Se reduce a términos semejantes.

$$-19y=-19$$

$y=\dfrac{-19}{-19}$ Se despeja la incógnita.

$$\underline{y=1}$$

Ejemplo 54:

Resolver: $\begin{cases} 2x+5y=2 \\ 3x+4y=-4 \end{cases}$

$y=\dfrac{2-2x}{5}$ $\quad$ $y=\dfrac{-4-3x}{4}$

y = y

$$\frac{2-2x}{5}=\frac{-4-3x}{4}$$

$$4(2-2x)=5(-4-3x)$$

$$8-8x=-20-15x$$

$$-8x+15x=-20-8$$

$$7x=-28$$

$$x=\frac{-28}{7}$$

$$\underline{x=-4}$$

$$2x+5y=2$$

$$2(-4)+5y=2$$

$$-8+5y=2$$

$$5y=2+8$$

$$5y=10$$

$$y=\frac{10}{5}$$

$$\underline{y=2}$$

Ejercicio 55: Resolver las siguientes ecuaciones simultáneas por el método de igualación.

No.	Ecuación	X	Y	No.	Ecuación	X	Y
1.	$\begin{cases} 3x-2y=-2 \\ 5x+8y=-60 \end{cases}$			6.	$\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ -3x+4y=-24 \end{cases}$		
2.	$\begin{cases} -4x+7y=5 \\ 8x+9y=13 \end{cases}$			7.	$\begin{cases} x+4y=3 \\ x-y=-2 \end{cases}$		
3.	$\begin{cases} 4x-y=6 \\ 3x+y=1 \end{cases}$			8.	$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$		
4.	$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$			9.	$\begin{cases} 3x+5y=7 \\ 2x-y=-4 \end{cases}$		
5.	$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-2y=27 \end{cases}$			10.	$\begin{cases} -x+y=3 \\ x+y=5 \end{cases}$		

Eliminación por Sustitución:

Se despeja cualquiera de las incógnitas en una de las ecuaciones, luego se ensambla la otra ecuación sobre la primera, tendremos así el valor de x ó y sustituido en la ecuación "2" quedando una ecuación con una incógnita.

Ejemplo:

Resolver $\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 3x-5y=4 \end{cases}$

Se despeja cualquiera de las incógnitas en una de las ecuaciones, para este caso utilicemos la segunda.

$$3x-5y=4 \quad \Longrightarrow \quad x=\frac{4+5y}{3}$$

Se sustituye el valor de "x" en la primera ecuación.

$$2\left(\frac{4+5y}{3}\right)+3y=9$$

Aquí ya tenemos una ecuación con una sola incógnita y la resolvemos.

$$\frac{8+10y}{3}+\frac{3y}{1}=\frac{9}{1} \quad \Longrightarrow \quad \frac{8+10y}{3}+\frac{3(3y)}{3}=\frac{3(9)}{3}$$

$$\Longrightarrow \; 8+10y+9y=27 \quad \Longrightarrow \quad 19y=27-8$$

$$\Longrightarrow y=\frac{19}{19} \quad \Longrightarrow \underline{y=1}$$

Sustituimos el valor de "y" en cualquiera de las ecuaciones para hallar el valor de "x".

$$2x+3y=9 \quad \Longrightarrow \quad 2x+3(1)=9 \quad \Longrightarrow \quad 2x+3=9 \quad \Longrightarrow \quad 2x=9-3$$

$$\Longrightarrow \; x=\frac{6}{2} \quad \Longrightarrow \quad \underline{x=3}.$$

Resolver $\begin{cases} x+3y=6 \\ 5x-2y=13 \end{cases}$

$$5x-2y=13 \quad \Longrightarrow \quad x=\frac{2y+13}{5}$$

$$x+3y=6 \quad \Longrightarrow \quad \left(\frac{2y+13}{5}\right)+3y=6 \quad \Longrightarrow \quad \frac{2y}{5}+\frac{13}{5}+\frac{3y}{1}=\frac{6}{1}$$

$$\Longrightarrow \; \frac{2y}{5}+\frac{13}{5}+\frac{5(3y)}{5}=\frac{5(6)}{5} \quad \Longrightarrow \quad 2y+13+15y=30 \quad \Longrightarrow \quad 17y=30-13$$

$$\Longrightarrow \; y=\frac{17}{17} \qquad C_S = \underline{y=1}$$

$$x+3y=6 \quad \Longrightarrow \quad x+3(1)=6 \quad \Longrightarrow \quad x=6-3 \qquad C_S = \underline{x=3}$$

El valor de x = 3 y el de y = 1

Ejercicio 56: Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de sustitución.

No.	Ecuación	X	Y	No.	Ecuación	X	Y
1.	$\begin{cases} 10x+18y=-11 \\ 16x-9y=-5 \end{cases}$			6.	$\begin{cases} 4x+5y=5 \\ -10y-4x=-7 \end{cases}$		
2.	$\begin{cases} 4x+3y=6 \\ 3x-5y=19 \end{cases}$			7.	$\begin{cases} 4y+3x=8 \\ -9y+8x=-77 \end{cases}$		
3.	$\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ -3x+4y=-24 \end{cases}$			8.	$\begin{cases} x-3y=7 \\ -3x+16y=28 \end{cases}$		
4.	$\begin{cases} 3x+y=-5 \\ 4x+3y=5 \end{cases}$			9.	$\begin{cases} x+3y=-2 \\ 3x+5y=-6 \end{cases}$		
5.	$\begin{cases} x-5y=8 \\ 7x+8y=25 \end{cases}$			10.	$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$		

Método de Reducción:

Se reduce el sistema de ecuaciones a una sola ecuación a través de una suma o resta algebraica.

Ejemplo:

$$2x+3y=9$$
$$3x-5y=4$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2x+3y=9 \\ -2 & 3x-5y=4 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{r} 6x+\ \ 9y=27 \\ -6x+10y=-8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x+\ \ 9y=27 \\ -6x+10y=-8 \\ \hline 19y=19 \end{array} \Longrightarrow y=\frac{19}{19} \qquad C_S = \underline{y=1}$$

$$2x+3y=9 \Longrightarrow 2x+3(1)=9 \Longrightarrow 2x=9-3$$

$$\Longrightarrow x=\frac{6}{2} \qquad C_S = \underline{x=3}$$

El valor de x = 3 y el de y = 1

Ejercicio 57: Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de reducción.

No.	Ecuación	X	Y	No.	Ecuación	X	Y
1.	$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$			6.	$\begin{cases} 5x + 2y = 2 \\ 4x + 3y = -4 \end{cases}$		
2.	$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$			7.	$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -x + 4y = 8 \end{cases}$		
3.	$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$			8.	$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$		
4.	$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$			9.	$\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$		
5.	$\begin{cases} 9x + 7y = -4 \\ 11x - 13y = -48 \end{cases}$			10.	$\begin{cases} 12x - 17y = 104 \\ 15x + 19y = -31 \end{cases}$		

5. Problemas que se Resuelven con Ecuaciones Simultáneas de dos Incógnitas.

1) En una tienda se ha vendido Q16 por la compra de 5 cuadernos y un lapicero, luego en la misma tienda se vendieron 2 cuadernos y cuatro lapiceros por valor de Q10. ¿Cuál es el precio de cada cuaderno y cada lapicero?

Condiciones del problema:

5 cuadernos + 1 lapicero = Q16

2 cuadernos + 4 lapiceros = Q10

Precio de los cuadernos = x

Precio de los lapiceros = y

Formulamos un sistema de ecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{matrix} 5x + 1y = 16 \\ 2x + 4y = 10 \end{matrix} \Longrightarrow \begin{Bmatrix} 5x + y = 16 \\ 2x + 4y = 10 \end{Bmatrix}$$

Resolvemos por el método de sustitución de la siguiente manera.

En la primera ecuación despejamos y $\Longrightarrow$ $y = 16 - 5x$.

Sustituyendo y en la segunda ecuación tendremos:

$$2x + 4y = 10 \Longrightarrow 2x + 4(16 - 5x) = 10$$

$$\Longrightarrow 2x + 64 - 20x = 10$$

$$\Longrightarrow -20x + 2x = 10 - 64$$

$$\Longrightarrow -18 = -54$$

$$\Longrightarrow \qquad x = \frac{-54}{-18}$$

$$\Longrightarrow \qquad x = 3$$

Sustituyendo "x" en la primera ecuación.

$$5x + y = 16 \qquad \Longrightarrow \quad 5(3) + y = 16$$

$$\Longrightarrow \quad 15 + y = 16$$

$$\Longrightarrow \quad y = 16 - 15$$

$$\Longrightarrow \quad y = 1$$

Ejercicio 58: Resuelva los siguientes problemas de ecuaciones simultáneas.

No.	Problema	Respuestas	
		x	y
1.	En una elección para representar la cooperativa agrícola, Don Elfego Espinoza obtuvo 25 votos más que Don David Pérez y entre los dos obtuvieron 187 votos ¿Cuántos socios votaron por Don David Pérez y cuántos por Don Elfego Espinoza?		
2.	Astrid ha ahorrado el triple de dinero que Pablo y entre los dos ahorraron Q400. ¿Cuánto ahorró cada uno?		
3.	Pedro logra ahorrar el triple de dinero que su hermano Javier y entre los dos ahorraron Q1000. ¿Cuánto ahorró cada uno?		
4.	Hallar dos números cuya suma sea 18 y su diferencia 4.		
5.	Dentro de 12 años la edad de María será doble que la que tenía hace 4 años. ¿Cuál es la edad actual de María?		
6.	4 cuadernos y 3 lapiceros cuestan Q15, si compramos un cuaderno y dos lapiceros su costo será Q5 ¿Cuánto cuesta cada cuaderno y cada lapicero?		
7.	Durante la cosecha de café recién pasada Jorge y Mario recolectaron 265 arrobas si Jorge recolectó 50 arrobas más que Mario ¿Cuántas arrobas recolectó cada uno?		
8.	Dentro de 10 años la edad de Roly será el doble de la edad que él tenía hace 5 años. Calcule la edad actual.		
9.	Al sumar las edades de Brenda y Gasparín obtengo 4 años,		

	pero si sumo la edad de Brenda más el doble de la edad de Gasparín obtendré 7 años ¿Qué edad tiene cada uno?		
10.	En una tienda de abarrotes por 2 libras de fríjol y 5 barras de margarina nos cobran Q11. Si en la misma tienda, 3 libras de fríjol menos el precio de una barra de margarina valen Q8 ¿Calcule el precio de cada artículo?		

6. ECUACIONES SIMULTANEAS DE PRIMER GRADO CON TRES O MAS INCOGNITAS.

Para resolver estas ecuaciones se deben seguir los siguientes pasos:

1. Se combinan dos de las ecuaciones dadas y se elimina una de las incógnitas, con lo que se consigue una ecuación con dos incógnitas.
2. Se combina la tercera ecuación con cualquiera de las otras dos y se elimina la misma incógnita que se eliminó antes, con lo que se obtiene otra ecuación con dos incógnitas.
3. Se resuelve el sistema formado por las dos ecuaciones con dos incógnitas que se obtuvieron, con lo que se hallan dos de las incógnitas.
4. Los valores de las incógnitas obtenidas se sustituyen en una de las ecuaciones con tres incógnitas, y así se halla la tercera incógnita.

Ejemplo: Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x+4y-z=6 \\ 2x+5y-7z=-9 \\ 3x-2y+z=2 \end{cases}$$

Primer paso: Combinamos dos de las ecuaciones, para este caso la ecuación "1" y "2", y obtenemos la primera ecuación con dos incógnitas.

$$\begin{array}{r|l} 2 & x+4y-\ z=6 \\ -1 & 2x+5y-7z=-9 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{r} 2x+8y-2z=12 \\ -2x-5y+7z=9 \\ \hline 3y+5z=21 \end{array}$$

Segundo paso: Combinamos la tercera ecuación con cualquiera de las otras dos ecuaciones, y obtenemos la segunda ecuación con dos incógnitas. Y el resultado lo dividimos por dos.

$$\begin{array}{r|l} 3 & x+4y-z=6 \\ -1 & 3x-2y+z=2 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{r} 3x+12y-3z=18 \\ -3x+\ \ 2y-z=-2 \\ \hline 14y-4z=16 \end{array}$$

$$\Longrightarrow \frac{14y-4z=16}{2} \Longrightarrow 7y-2z=8$$

Tercer paso: Se resuelve el sistema formado por las dos ecuaciones de dos incógnitas.

$$\begin{cases} 3y+5z=21 \\ 7z-2z=8 \end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 3y+5z=21 \\ 5 & 7z-2z=8 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{r} 6y+10z=42 \\ 35y-10z=40 \\ \hline 41y \qquad =82 \end{array}$$

$$\Longrightarrow y=\frac{82}{41} \qquad C_S = \underline{y=2}$$

Cuarto paso: Se sustituyen los valores de las dos incógnitas encontradas en cualquiera de las tres ecuaciones de tres incógnitas.

$$x+4y-z=6 \Longrightarrow x+4(2)-3=6 \Longrightarrow x=6-5 \qquad C_S = \underline{x=1}$$

Ejercicio 59: Resuelva las siguientes ecuaciones con tres incógnitas.

No.	Ecuación	X	Y	Z	No.	Ecuación	X	Y	Z
1.	$\begin{cases} 2x+4y+3z=3 \\ 10x-8y-9z=0 \\ 4x+4y-3z=2 \end{cases}$				6.	$\begin{cases} 4x-y+5z=-6 \\ 3x+3y-4z=30 \\ 6x+2y-3z=33 \end{cases}$			
2.	$\begin{cases} 5x-2y+z=24 \\ 2x+5y-2z=-14 \\ x-4y+3z=26 \end{cases}$				7.	$\begin{cases} 7x+3y-4z=-35 \\ 3x-2y+5z=38 \\ x+y-6z=-27 \end{cases}$			
3.	$\begin{cases} 3x+y+z=1 \\ x+2y-z=1 \\ x+y+2z=-17 \end{cases}$				8.	$\begin{cases} 4x+2y+3z=8 \\ 3x+4y+2z=-1 \\ 2x-y+5z=3 \end{cases}$			

4.	$\begin{cases} 6x+3y+2z=12 \\ 9x-y+4z=37 \\ 10x+5y+3z=21 \end{cases}$				9.	$\begin{cases} 9x+4y-10z=6 \\ 6x-8y+5z=-1 \\ 12x+12y-15z=10 \end{cases}$			
5.	$\begin{cases} 2x+y-3z=-1 \\ x-3y-2z=-12 \\ 3x-2y-z=-5 \end{cases}$				10.	$\begin{cases} x+y+z=12 \\ 2x-y+z=7 \\ x+2y-z=6 \end{cases}$			

7. **Representación Grafica de una Ecuación de Primer Grado con Tres Incógnitas.**

Una ecuación de primer grado con tres incógnitas, puede representarse gráficamente en el plano cartesiano de la siguiente manera.

Se despeja una de las variables dándole el valor de "0" a cada una de las otras dos.

Los puntos que hallemos se localizan en el plano cartesiano.

Ejemplo:

Representar gráficamente 4x + 3y +2z = 12

Primer paso:

$4x+3y+2z=12$

$\Longrightarrow 4x+3y+2z=12 \Longrightarrow 4x+3(0)+2(0)=12$

$\Longrightarrow 4x=12 \Longrightarrow x=\frac{12}{4}$ $C_S=$ $\underline{x=3}$

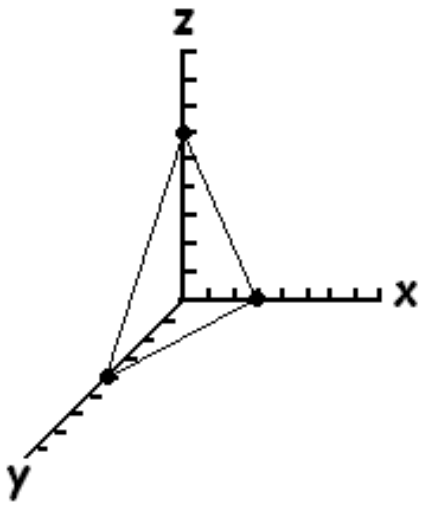
$\Longrightarrow 4(0)+3y+2(0)=12 \Longrightarrow 3y=12$

$\Longrightarrow y=\frac{12}{3}$ $C_S=$ $\underline{y=4}$

$\Longrightarrow 4(0)+3(0)+2z=12 \Longrightarrow 2z=12$

$\Longrightarrow z=\frac{12}{2}$ $C_S=$ $\underline{z=6}$

Segundo paso:



Ejercicio 60: Graficar los siguientes sistemas de ecuaciones con tres variables.

No.	Ecuación	X	Y	Z	No.	Ecuación	X	Y	Z
1.	2x + 5y + 8z = 20				6.	3x + 6y + 4z = 36			
2.	2x + y + 3z = 6				7.	x + 4y + 8z = 16			
3.	15x + 6y + 5z = 30				8.	5x + 13y + 15z = 30			
4.	4x + 7y + 3z = 12				9.	4x + 8y + 16z = 64			
5.	2x + y + 4z = 4				10.	2x + 15y + 10z = 20			

BIBLIOGRAFIA.

1. A. BALDOR, “Aritmética Teórico Práctica”. Séptima reimpresión, México 1,992. Editorial “Textos americano”, S.A. 639 pp.

2. A. BALDOR, “Algebra de Baldor”. reimpresión, México 1,992. Editorial “Textos americano”, S.A. 576pp.

3. A. GOBRAN. “Algebra Elemental”. Traductor. Eduardo Ojeda. Grupo Editorial Iberomérica, S.A. México, D.F. 1,990

4. E. LÓPEZ ARRIAZA, M. BONILLA DE CARDONA. “El hacer matemático 1”. Guatemala, 1,970. 274 pp.

5. G. APONTE, E. PAGÁN, F. PONS. “Fundamentos de Matemáticas básicas”. I. Edición. Editorial Pearson Educativa. Puerto Rico, 1,998. 482 pp.

6. J. WENTWORTH, D. E. SMITH. “Elementos de Algebra” Estados Unidos de Norte América, 1,917. 457 pp.

7. J. L. GALINDO ARANDI, S. DUARTE BEZA. “Matemática Progresiva 3” . Editorial Norma Educativa S.A. Guatemala, C.A. 1,996. 328 pp.

8. LOVAGLIA, FLORENCE. Algebra. Harla. México, 1,972.

9. N. LONDOÑO, H. DEDOYA. “Matemática Progresiva”. Segunda Edicion. Séptima reimpresión. México 1,991. Editorial “Norma” S.A. 321 pp.

10. REPETTO, LINSKENS, FESQUET. Aritmética 1. “Matemática Moderna”. Décimo novena edición. Editorial Kapelusz. Argentina febrero de 1,980. 364 pp.

11. S. W. NOWELL. NEWTON I. “Teoría y Actividades Matemáticas”. Primera Edición. Guatemala 2,005. 145 pp.

12. VERNON E. HOWES, “Introducción a las Matemáticas”.Volumen I. Editorial Limusa. México 1,974 575 pp.

.

IV CAPÍTULO

PROCESO DE EVALUACIÓN

4.1 Evaluación del Diagnóstico

Para evaluar el diagnóstico y darle validez, se utilizó la técnica lista de cotejo, donde se valoró el desarrollo efectivo de las actividades planificadas. Este instrumento reflejó que las actividades realizadas, sí apoyaron el logro de los objetivos. Las técnicas utilizadas permitieron detectar las necesidades de la institución para luego delimitar el problema a solucionar. Dentro del diagnóstico se realizó el análisis de viabilidad y factibilidad para priorizar la solución del problema, lo cual reflejo que el diagnóstico cumplió con su finalidad, ya que logró satisfactoriamente con su objetivo.

4.2 Evaluación del perfil

Para evaluar esta fase se propuso lo siguiente:

Control constante del cronograma de actividades.

Revisión constante de los objetivos previstos previstos.

Reuniones, para verificar el trabajo en desarrollo.

Finalmente se elaboró una lista de cotejo, que indicó oportunamente si había necesidad de tomar decisiones o reprogramar alguna actividad.

4.3 Evaluación de ejecución

La evaluación en esta fase se enfatizó en los pasos que se siguieron, como consecuencia al objetivo trazado, llevando un control constante del cronograma de actividades para el cumplimiento de las mismas.

Se realizaron reuniones periódicas, con el objeto de informar sobre el avance del proyecto durante la ejecución y el intercambio de ideas en la búsqueda de mejorar el producto a entregar.

Finalmente Se utilizó la lista de cotejo, como instrumento de evaluación para esta etapa, dando a conocer que el proyecto fue elaborado en el tiempo indicado, que las actividades realizadas, contribuyeron favorablemente a las necesidades del proyecto ejecutado.

4.4 Evaluación Final

La evaluación final, se basa en la efectividad del proyecto, que busca determinar que los objetivos deseados; han resultado como consecuencia del esfuerzo invertido y la perseverancia.

Se utilizó la técnica de lista de cotejo para evaluar el cumplimiento de los objetivos.

CONCLUSIONES

- Se contribuye con la elaboración de un Módulo en el área de Matemática para Tercer grado del nivel medio plan normal para el programa de Institutos por Cooperativa del Ministerio de Educación para fortalecer la educación extraescolar con la modalidad normal.

- Se fortalece el desarrollo y aplicación de propuestas pedagógicas académicas en la educación nacional para los participantes que no han culminado su preparación académica por diversas circunstancias.

- El Ministerio de Educación carece de estrategias de mediano y largo plazo para fijar metas nacionales, tanto en la cobertura como en calidad de la educación; sea esta, la modalidad de educación a distancia, para alcanzar la capacidad competitiva de los guatemaltecos.

RECOMENDACIONES

- Que el Módulo de contenidos de Matemática para Tercero básico del ciclo de Educación Básica de nivel medio, plan normal con la modalidad se pueda ser utilizar con los propósitos para el cual fue diseñado, contribuyendo así con la población estudiantil que no han culminado sus estudios.

- Que se elaboren propuestas pedagógicas académicas para apoyar programas de educación extraescolar para beneficiar a la sociedad de Pajapita, San Marcos. Colaborando así, con el desarrollo, trasformación y participación de las nuevas generaciones.

- El Ministerio de Educación debe continuar con proyectos que complementen nuevos diseños educativos, que sirvan al mejoramiento de la educación a distancia para aquellos que por alguna razón no completaron su desarrollo intelectual.

BIBLIOGRAFÍA

1. Constitución Política de la Republica de Guatemala.

2. EDUCACIÓN LIBRE Y/O A DISTANCIA. MINEDUC. 06/05/2005. No. inventario 9450

3. González Orellana, Carlos. Historia de la Educación de Guatemala. colección Científico –Pedagógica. México 1960.

4. INTERNET Aspectos Básicos del estudio de la Andragogía. Http:77www. Monografías. Com

5. Ley de Educación Nacional. Decreto Legislativo No. 12-91.

6. Menéndez, Luis Antonio. La Educación en Guatemala. 1954-2000. Enfoque Histórico Estadístico. Guatemala, C. A. 2002.

7. Módulo Docente la Facultad de Humanidades y Nuestra Identidad. Fredy Cardona Recinos. Mynor Roberto Motta Moscoso. Erbin Fernando Osorio Fernández. Guatemala, enero 2005

8. Plan Operativo Anual 2008 Facultad de Humanidades

9. **PLAN NACIONAL DE EDUCACIÓN 2004- 2007. VERSIÓN PRELIMINAR PARA REVISIÓN. MINEDUC.**

10. PEDAGOGÍA GENERAL. Editora Educativa. Nueva Edición.

11. Sistema Nacional de Mejoramiento de los Recursos Humanos y adecuación Curricular –SIMAC-. MANUAL DE ORIENTACIONES BASICAS SOBRE EDUCACIÓN A DISTANCIA Y LA FUNCION TUTORIAL. Ministerio de Educación, C. A. 1989.

12. Trifoliar del departamento de Pedagogía 2007

13. Facultad de Humanidades

14. Trifoliar Mineduc

15. www. Educación a distancia.com

APÉNDI CE

Pajapita, 28 de mayo de 2008.

Señor:
PEM. Delfino Eliseo Maldonado G.
Supervisor Técnico-Administrativo
Sector 12.22.1
Presente.

Señor Supervisor:

Atentamente me permito dirigirme a usted, deseándole éxitos en sus labores administrativas.

Como estudiante de la Carrera de Pedagogía, de la Universidad de San Carlos, por este medio SOLICITO, se me permita realizar labores de índole investigativo entidad que usted dirige, con el objeto de conocer de cerca las funciones que se realizan, y de realizar el diagnóstico institucional, para apoyar a la Educación en donde se considere necesario, de acuerdo a dicho diagnóstico.

Al agradecer la atención que se sirva prestar a la presente, aprovecho para suscribirme.

Atentamente,

PEM. Sergio Gonzalo Laparra Alvarado.

Recibido.

MINISTERIO DE EDUCACION
DEPARTAMENTAL DE EDUCACION
SUPERVISION EDUCATIVA
Todos Los NIVELES
SECTOR 12.22.1
PAPITA SAN MARCOS

Pajapita, 22 de mayo de 2008.

Señor:
Jorge López
Alcalde Municipal
Presente.

Señor Alcalde:

Con muestras de respeto, atentamente me permito dirigirme a usted, deseándole éxitos en sus labores administrativas.

Como estudiante de la Carrera de Pedagogía, de la Universidad de San Carlos, por este medio SOLICITO, se me permita realizar labores de índole investigativo de la Municipalidad que usted dirige, con el objeto de conocer de cerca las funciones que se realizan, y de realizar el diagnóstico institucional, para apoyar a la Educación en donde se considere necesario, de acuerdo a dicho diagnostico.

Al agradecer la atención que se sirva prestar a la presente, aprovecho para suscribirme.

Atentamente,

PEM. Sergio Gonzalo Laparra Alvarado.

SECRETARIO MUNICIPAL
PAJAPITA, S.M.

Recibido
22/05/08

Municipalidad de Pajapita
DEPARTAMENTO DE SAN MARCOS
TELEFONO Y FAX: 7768-0287
GUATEMALA, C. A.
e-mail: municipalidadpajapita@hotmail.com

EL INFRASCRITO ALCALDE MUNICIPAL DE LA MUNICIPALIDAD DE PAJAPITA, DEL DEPARTAMENTO DE SAN MARCOS,

HACE CONSTAR:

Que el veintiocho de julio del año dos mil ocho, se presentó a este despacho municipal El Profesor SERGIO GONZALO LAPARRA ALVARADO, quien se identifica con la cédula de vecindad No. L-12; 26, 504, extendida por el Alcalde Municipal de Nuevo Progreso, Departamento de San Marcos, solicitando apoyo económico para la Ejecución del Proyecto denominado "FORTALECIMIENTO EDUCACIONAL ESCOLAR A TRAVÉS DE UN MÓDULO DE MATEMÁTICA PARA SEGUNDO BASICO DEL NIVEL MEDIO PARA INSTITUTOS POR COOPERATIVA DEL MUNICIPIO DE PAJAPITA, SAN MARCOS", por lo que esta Corporación Municipal considerando la importancia del proyecto, procedió a apoyar al profesor Laparra Alvarado, económicamente..

Y PARA LOS USOS LEGALES QUE EL INTERESADO CONVENGAN, EXTIENDO, FIRMO Y SELLO LA PRESENTE EN UNA HOJA DE PAPEL BOND MEMBRETADA, EN PAJAPITA, SAN MARCOS, EL TREINTA Y UNO DE AGOSTO DE DOS MIL NUEVE.

ALCALDIA MUNICIPAL PAJAPITA DEPARTAMENTO DE SAN MARCOS GUATEMALA, C.A.

Jorge Alberto Lopez Cifuentes
Alcalde Municipal