



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

**“MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE LA DISPONIBILIDAD DE
SISTEMAS EN SERIE Y PARALELO EN FUNCIÓN DE LAS
CONSECUENCIAS OPERACIONALES PARTICULARES DE LA
INDISPONIBILIDAD INDIVIDUAL DE CADA ETAPA”**

AUTOR: EDUARDO SEGUNDO HERNÁNDEZ DÁVILA

Proyecto de Investigación, presentado ante el Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de Magíster en Gestión del Mantenimiento Industrial

Riobamba – Ecuador

2016



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

CERTIFICACIÓN:

EL TRIBUNAL DE TRABAJO DE TITULACIÓN CERTIFICA QUE:

El Proyecto de Investigación, titulado "MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE LA DISPONIBILIDAD DE SISTEMAS EN SERIE Y PARALELO EN FUNCIÓN DE LAS CONSECUENCIAS OPERACIONALES PARTICULARES DE LA INDISPONIBILIDAD INDIVIDUAL DE CADA ETAPA", de responsabilidad del Ing. Eduardo Segundo Hernández Dávila ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Tribunal:

Dr. Juan M. Vargas G.; M.Sc.
PRESIDENTE

FIRMA

Ing. José Antonio Granizo; Ph D.
DIRECTOR

FIRMA

Ing. Marco H. Santillán G.; M.Sc.
MIEMBRO

FIRMA

Dr. Marco A. Haro Medina; M.Sc.
MIEMBRO

FIRMA

DOCUMENTALISTA SISBIB ESPOCH

FIRMA

Riobamba, enero del 2016

DERECHOS INTELECTUALES

Yo, Eduardo Segundo Hernández Dávila, declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en el presente Proyecto de Investigación, y que el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Ing. Eduardo Segundo Hernández Dávila
CI. 0602914541

DEDICATORIA

Con mucho cariño dedico esta tesis a mí amada esposa Bethy, a mis hijos Christopher y Johan por su apoyo constante y por ser la fuente de mi inspiración; y a mi querida madre Martha por haberme dado la vida dos veces.

Eduardo.

AGRADECIMIENTO

Primero doy gracias a Dios por darme su bendición y por enseñarme que el dolor forja la perseverancia, el sufrimiento hace amar a la vida, y la desgracia acerca a los seres queridos. Dios mío gracias por darme la oportunidad de crear una nueva vida junto a personas maravillosas.

Agradezco de manera especial a los administrativos del Instituto de Postgrado y Educación Continua de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo ESPOCH y en particular a mi tutor de tesis: José Granizo y los miembros de tribunal: Marco Santillán y Marco Haro M.

Eduardo.

CONTENIDO

	Pág.
Portada	
Certificado de aprobación de tesis.....	i
Derechos intelectuales.....	ii
Dedicatoria.....	iii
Agradecimiento.....	iv
Lista de tablas.....	ix
Lista de figuras.....	xi
Lista de ecuaciones.....	xiii
Lista de abreviaturas.....	xv
Lista de anexos.....	xvii
Resumen.....	xviii
Summary.....	xix
1. INTRODUCCIÓN	
1.1 Problema de investigación.....	2
1.1.1 <i>Planteamiento del problema</i>	2
1.1.2 <i>Formulación del problema:</i>	6
1.1.3 <i>Sistematización del problema</i>	7
1.1.4 <i>Justificación de la investigación</i>	7
1.1.5 <i>Objetivos de la investigación:</i>	9
1.1.5.1 Objetivo general:.....	9
1.1.5.2 Objetivos específicos:.....	10
1.1.6 <i>Hipótesis:</i>	10
2. MARCO DE REFERENCIA	
2.1 Mantenimiento.....	11
2.1.1 <i>Activo físico</i>	11
2.1.2 <i>Ciclo de vida</i>	12
2.1.3 <i>Función requerida</i>	13
2.1.4 <i>Falla funcional</i>	14
2.2 Disponibilidad.....	15

2.3	Elementos reparables y no reparables	18
2.3.1	<i>Elementos no reparables</i>	18
2.3.2	<i>Elementos reparables</i>	18
2.4	Matemáticas de la disponibilidad	19
2.4.1	<i>Tiempo medio para reparar (MTTR)</i>	21
2.4.2	<i>Tiempo medio hasta la falla (MTTF)</i>	22
2.4.3	<i>Tiempo medio entre fallas (MTBF)</i>	23
2.4.4	<i>Disponibilidad instantánea (D(t))</i>	23
2.4.5	<i>Disponibilidad inherente (D_I)</i>	25
2.4.6	<i>Disponibilidad operacional (D_O)</i>	25
2.5	Indisponibilidad.....	26
2.6	Consecuencias de las fallas	26
2.6.1	<i>Consecuencias de fallas ocultas</i>	27
2.6.2	<i>Consecuencias para la seguridad y ambiente</i>	27
2.6.3	<i>Consecuencias operacionales</i>	28
2.6.4	<i>Consecuencias no operacionales</i>	28
2.7	Sumatorias	29
2.7.1	<i>Propiedades de las sumatorias</i>	29
3.	DISEÑO DE INVESTIGACIÓN	
3.1	Diagramas de bloques para sistemas en serie y paralelo	31
3.1.1	<i>Diagrama de bloques de un sistema en serie</i>	31
3.1.2	<i>Diagrama de bloques de un sistema en paralelo</i>	32
3.1.3	<i>Diagrama de bloques de un sistema mixto</i>	34
3.1.4	<i>Velocidad de operación de los sistemas (V_{sis})</i>	35
3.1.4.1	<i>Velocidad de operación de los sistemas en serie</i>	36
3.1.4.2	<i>Velocidad de operación de los sistemas en paralelo</i>	36
3.1.4.3	<i>Velocidad de operación de los sistemas mixtos</i>	37
3.1.5	<i>Tolerancia a la indisponibilidad</i>	38
3.2	Deducción del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en serie	40
3.2.1.1	<i>Disponibilidad de los sistemas en serie en función del tiempo indisponible de sus etapas</i>	41
3.2.1.2	<i>Disponibilidad de los sistemas en serie en función de la disponibilidad de sus etapas</i>	42

3.2.1.3	<i>Disponibilidad de los sistemas en serie en función del tiempo disponible de sus etapas.....</i>	44
3.3	<i>Deducción del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en paralelo.....</i>	44
3.3.1	<i>Sistema en paralelo activo.....</i>	45
3.3.1.1	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo disponible de sus etapas.....</i>	46
3.3.1.2	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo indisponible de sus etapas.....</i>	47
3.3.1.3	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función de la disponibilidad de sus etapas.....</i>	48
3.3.1.4	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo disponible de sus etapas con $V_{epa} = cte$.....</i>	49
3.3.1.5	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo indisponible de sus etapas con $V_{epa} = cte$.....</i>	50
3.3.1.6	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función de la disponibilidad de sus etapas con $V_{epa} = cte$.....</i>	50
3.3.2	<i>Sistema en paralelo pasivo.....</i>	51
3.3.2.1	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas.....</i>	53
3.3.2.2	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo indisponible de sus etapas.....</i>	55
3.3.2.3	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función de la disponibilidad de sus etapas.....</i>	57
3.3.2.4	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas activas y pasivas con $V_{ep} = cte$.....</i>	58
3.3.2.5	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas activas con $V_{ep} = cte$.....</i>	59
3.3.2.6	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo indisponible de sus etapas activas y pasivas con $V_{ep} = cte$.....</i>	60
3.3.2.7	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas activas con $V_{ep} = cte$.....</i>	61
3.3.2.8	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función de la disponibilidad de sus etapas activas y pasivas con $VP_{ep} = cte$.....</i>	62

3.3.2.9	<i>Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función de la disponibilidad de sus etapas activas con $VPep = cte$</i>	62
3.4	Tabulación de los métodos de cálculo de la disponibilidad	63
4.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
4.1	Simulación mediante el método Monte Carlo	67
4.2	Validación del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en serie	69
4.3	Validación del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en paralelo activo	74
4.4	Validación del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en paralelo pasivo	81
4.4.1	<i>Sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.....</i>	82
4.4.2	<i>Sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.....</i>	89
4.5	Comprobación de la hipótesis.....	97
4.5.1	<i>Comprobación de la hipótesis para sistemas en serie.....</i>	99
4.5.1.1	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente.....</i>	100
4.5.1.2	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta</i>	102
4.5.2	<i>Comprobación de la hipótesis para sistemas en paralelo activo.....</i>	103
4.5.2.1	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente.....</i>	105
4.5.2.2	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta</i>	106
4.5.3	<i>Comprobación de la hipótesis para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.....</i>	108
4.5.3.1	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente.....</i>	109
4.5.3.2	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta</i>	111
4.5.4	<i>Comprobación de la hipótesis para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.....</i>	112
4.5.4.1	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente.....</i>	113
4.5.4.2	<i>Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta</i>	115
	Conclusiones	117
	Recomendaciones	118

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1-2. Siglas de las variables del estado de disponibilidad e indisponibilidad.....	20
Tabla 1-3. Ecuaciones para sistemas en serie.....	63
Tabla 2-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo activo.....	64
Tabla 3-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo activo con $VPep = cte$	64
Tabla 4-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo pasivo.....	64
Tabla 5-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo pasivo con $Vep = cte$	65
Tabla 1-4. Disponibilidad de cada una de las etapas en serie.....	70
Tabla 2-4. Cálculo de la disponibilidad del sistema en serie.....	71
Tabla 3-4. Resultados de las simulaciones del sistema en serie.....	73
Tabla 4-4. Unidades no producidas por el sistema en paralelo activo.....	77
Tabla 5-4. Disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo.....	78
Tabla 6-4. Cálculo de la disponibilidad de del sistema en paralelo activo.....	78
Tabla 7-4. Resultados de las simulaciones del sistema en paralelo activo.....	80
Tabla 8-4. Unidades no producidas del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.....	85
Tabla 9-4. Disponibilidad de las etapas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.....	85
Tabla 10-4. Disponibilidad del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.	86
Tabla 11-4. Resultados de las simulaciones del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.....	88
Tabla 12-4. Unidades no producidas del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.....	93
Tabla 13-4. Disponibilidad de las etapas en paralelo pasivo con etapas redundantes.....	94
Tabla 14-4. Variables para la ecuación (51) con etapas redundantes.....	94
Tabla 15-4. Disponibilidad del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.....	95
Tabla 16-4. Resultados de las simulaciones del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.....	95
Tabla 17-4. Ecuaciones involucradas en la comprobación de la hipótesis para	

	los sistemas en serie.....	99
Tabla 18-4.	Ecuaciones involucradas en la comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo activo.....	104
Tabla 19-4.	Ecuaciones involucradas en la comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo pasivo con o sin etapas redundantes.....	108

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1. Sistema en serie.....	3
Figura 3-1. Tiempo disponible de la etapa 2.....	4
Figura 6-1. Disponibilidad del sistema en paralelo.....	6
Figura 7-1. Componentes de la eficiencia de un sistema de producción.....	8
Figura 8-1. Componentes de la eficiencia de un sistema de producción.....	9
Figura 1-2. Etapas del ciclo de vida de un activo físico.....	12
Figura 2-2. Descripción de la función de una bomba.....	13
Figura 3-2. Correlación entre los tiempos relativos a la disponibilidad.....	16
Figura 4-2. Aplicación de los tiempos relativos a la disponibilidad.....	16
Figura 5-2. Variables utilizadas para definir el estado de disponibilidad e indisponibilidad.....	21
Figura 6-2. Disponibilidad instantánea de un elemento.....	24
Figura 7-2. Categorías de las consecuencias de los modos de falla.....	27
Figura 1-3. Diagrama de bloque de un sistema en serie.....	31
Figura 2-3. Esquema simplificado de un proceso de fabricación de cuchillos.....	32
Figura 3-3. Diagrama de bloques de un proceso de fabricación de cuchillos.....	32
Figura 4-3. Diagrama de bloque de un sistema en paralelo.....	33
Figura 5-3. Esquema simplificado de un proceso de troquelado de cuero.....	33
Figura 6-3. Diagrama de bloques de un proceso de troquelado de cuero.....	34
Figura 7-3. Esquema simplificado de un proceso de inyección de calzado de PVC.....	35
Figura 8-3. Diagrama de bloques de un proceso de inyección de calzado de PVC.....	35
Figura 9-3. Velocidad de operación de un proceso de fabricación de cuchillos.....	36
Figura 10-3. Velocidad de operación de un proceso de fabricación de calzado de PVC.....	37
Figura 11-3. Velocidad de operación de un proceso mixto equivalente.....	38
Figura 12-3. Etapa en serie con tolerancia a la indisponibilidad.....	39
Figura 13-3. Extracto de la correlación entre los tiempos relativos a la disponibilidad.....	40
Figura 1-4. Velocidad de operación de un proceso de fabricación de cuchillos.....	69
Figura 2-4. Esquema de tiempos del sistema en serie.....	69

Figura 3-4.	Algoritmo para la simulación de sistemas en serie.	72
Figura 4-4.	Velocidad de operación de un proceso en paralelo activo.....	75
Figura 5-4.	Esquema de tiempos del sistema en paralelo activo.	75
Figura 6-4.	Algoritmo para la simulación de sistemas en paralelo activo.	79
Figura 7-4.	Velocidad de operación de un proceso en paralelo pasivo sin etapas redundantes.	82
Figura 8-4.	Esquema equivalente de un proceso en paralelo pasivo sin etapas redundantes.	83
Figura 9-4.	Algoritmo para la simulación de sistemas en paralelo pasivo.	87
Figura 10-4.	Velocidad de operación de un proceso en paralelo pasivo con etapas redundantes.	90
Figura 11-4.	Esquema de tiempos del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.	91
Figura 12-4.	Valor crítico t en función de los grados de libertad para $\alpha = 0,01$	98
Figura 13-4.	Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (2) y (26).	100
Figura 14-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (2).	101
Figura 15-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (26).	103
Figura 16-4.	Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (3) y (36).	104
Figura 17-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (3) para sistemas en paralelo activo.	106
Figura 18-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (36).	107
Figura 19-4.	Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (3) y (51) para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.....	109
Figura 20-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (3) para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.	110
Figura 21-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (51) para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.	112
Figura 22-4.	Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (3) y (51) para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.	113
Figura 23-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (3) para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.	114
Figura 24-4.	Prueba de la aseveración de la ecuación (51) para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.	116

LISTA DE ECUACIONES

Ecuación 1-1.....	2
Ecuación 2-1.....	2
Ecuación 3-1.....	4
Ecuación 4-1.....	8
Ecuación 5-2.....	21
Ecuación 6-2.....	22
Ecuación 7-2.....	22
Ecuación 8-2.....	22
Ecuación 9-2.....	23
Ecuación 10-2.....	23
Ecuación 11-2.....	24
Ecuación 12-2.....	24
Ecuación 13-2.....	25
Ecuación 14-2.....	25
Ecuación 15-2.....	26
Ecuación 16-2.....	26
Ecuación 17-2.....	30
Ecuación 18-2.....	30
Ecuación 19-2.....	30
Ecuación 20-3.....	40
Ecuación 21-3.....	41
Ecuación 22-3.....	41
Ecuación 23-3.....	41
Ecuación 24-3.....	42
Ecuación 25-3.....	43
Ecuación 26-3.....	44
Ecuación 27-3.....	45
Ecuación 28-3.....	45
Ecuación 29-3.....	46
Ecuación 30-3.....	46
Ecuación 31-3.....	46
Ecuación 32-3.....	47
Ecuación 33-3.....	47

Ecuación 34-3	48
Ecuación 35-3	48
Ecuación 36-3	49
Ecuación 37-3	49
Ecuación 38-3	50
Ecuación 39-3	50
Ecuación 40-3	51
Ecuación 41-3	52
Ecuación 42-3	52
Ecuación 43-3	53
Ecuación 44-3	53
Ecuación 45-3	54
Ecuación 46-3	54
Ecuación 47-3	54
Ecuación 48-3	55
Ecuación 49-3	56
Ecuación 50-3	57
Ecuación 51-3	57
Ecuación 52-3	58
Ecuación 53-3	58
Ecuación 54-3	59
Ecuación 55-3	59
Ecuación 56-3	60
Ecuación 57-3	60
Ecuación 58-3	61
Ecuación 59-3	61
Ecuación 60-3	62
Ecuación 61-3	62
Ecuación 62-3	63
Ecuación 63-4	66
Ecuación 64-4	66
Ecuación 65-4	67
Ecuación 66-4	99

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>D</i>	Disponibilidad
<i>D_{epa}</i>	Disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo
<i>D_{epp}</i>	Disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo pasivo
<i>D_{ep}</i>	Disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo
<i>D_{es}</i>	Disponibilidad de cada una de las etapas en serie
<i>D_I</i>	Disponibilidad inherente
<i>D_O</i>	Disponibilidad operacional
<i>D_p</i>	Disponibilidad de sistemas en paralelo
<i>D_{pa}</i>	Disponibilidad de sistemas en paralelo activo
<i>D_{pp}</i>	Disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo
<i>D_{pa*}</i>	Disponibilidad de sistemas en paralelo activo con $VP_{epa} = cte$
<i>D_{pp*}</i>	Disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con $VP_{ep} = cte$
<i>D_s</i>	Disponibilidad de sistemas en serie
<i>DT</i>	Tiempo no operativo (Down Time)
<i>D(t)</i>	Disponibilidad instantánea
<i>f_{TTR}(t)</i>	Densidad de probabilidad de <i>TTR</i>
<i>F_{TTR}(t)</i>	Función de distribución de <i>TTR</i>
<i>ID</i>	Indisponibilidad
<i>k</i>	Número total de etapas en serie
<i>m</i>	Número total de etapas en paralelo pasivo
<i>MDT</i>	Tiempo medio de indisponibilidad (Mean Down Time)
<i>MTBF</i>	Tiempo medio entre fallas (Mean Time Between Failures)
<i>MTTF</i>	Tiempo medio hasta la falla (Mean Time To Failure)
<i>MTTR</i>	Tiempo medio para reparar (Mean Time To Repair)
<i>n</i>	Número total de etapas en paralelo activo
<i>TBF</i>	Tiempo entre Fallas (Time Between Failures)
<i>TD_{ep}</i>	Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo
<i>TD_{es}</i>	Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en serie
<i>TD_{epa}</i>	Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo
<i>TD_{epp}</i>	Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo pasivo
<i>TE_{epp}</i>	Tiempo de espera de cada una de las etapas en paralelo pasivo

TI	Tiempo de indisponibilidad
TI_{ep}	Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo
TI_{es}	Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en serie
TI_{epa}	Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo
TI_{epp}	Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo pasivo
TO_{epp}	Tiempo operativo de cada una de las etapas en paralelo pasivo
TR	Tiempo requerido por el sistema
TTF	Tiempo hasta el fallo (Time To Failure)
TTR	Tiempo que demora la reparación neta (Time To Repair)
V_{ep}	Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo
V_{epa}	Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo activo
V_{epp}	Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo pasivo
V_{sis}	Velocidad de operación del sistema
λ	Lamda minúscula; tasa de falla de un elemento
μ	Mi minúscula; tasa de reparación de un elemento
Σ	Sigma mayúscula; sumatoria

LISTA DE ANEXOS

- Anexo A.** Simulación del sistema en serie para D_{es_i} entre 0,80 y 0,98
- Anexo B.** Simulación del sistema en serie para D_{es_i} entre 0,00 y 0,98
- Anexo C.** Simulación del sistema en paralelo activo para D_{epa_i} entre 0,80 y 0,98
- Anexo D.** Simulación del sistema en paralelo activo para D_{epa_i} entre 0,00 y 0,98
- Anexo E.** Simulación del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98
- Anexo F.** Simulación del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98
- Anexo G.** Simulación del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98
- Anexo H.** Simulación del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98
- Anexo I.** Método tradicional para la prueba de hipótesis
- Anexo J.** Árbol de decisión para la prueba de hipótesis
- Anexo K.** Distribución t

RESUMEN

En el presente proyecto de investigación titulado: “Método para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie y paralelo en función de las consecuencias operacionales particulares de la indisponibilidad individual de cada etapa”, se construyó un modelo determinista para cada sistema, partiendo del análisis de la cantidad de productos que el sistema deja de fabricar por la indisponibilidad de cada una de sus etapas, y luego de procesarlos algebraicamente, se llegó a la deducción de dieciocho ecuaciones para los sistemas en serie y en paralelo, en función del tiempo disponible, del tiempo indisponible y de la disponibilidad individual de sus etapas, de entre las cuales, tres son representativas de las demás. Esta investigación se justifica, puesto que se demostró que a pesar de que el cálculo de la disponibilidad de ítems individuales es confiable; cuando se trata de sistemas, las ecuaciones actuales arrojan resultados erróneos. La simulación de cuatro tipos de sistemas mediante el método Monte Carlo con cinco mil iteraciones, validaron las ecuaciones propuestas y comprobaron el error de cálculo de las ecuaciones actuales; por lo que se recomienda su uso para la gestión del mantenimiento de cada máquina de forma individual y del sistema en donde interactúan.

Palabras clave: <DISPONIBILIDAD>, <SISTEMA EN SERIE>, <SISTEMA EN PARALELO>, <INDISPONIBILIDAD>, <MÉTODO MONTE CARLO>, <GESTIÓN DEL MANTENIMIENTO INDUSTRIAL>.

SUMMARY

In this research project called: "Method for calculating of the availability of series and parallel systems in function on the particular operational consequences of the individual unavailability of each stage", it was made a deterministic pattern for each system, from the analysis of the amount of products that the system stops making for the unavailability of each of its stages, and after processing algebraically, it was gotten to deduction of eighteen equations for the system in series and parallel, in function of the available time, the unavailable time and the individual availability of its stages, among which, three are representative of the other. This investigation is warranted, since it was show that although the calculation of the unavailability of individual items is reliable, when it comes to systems, the current equations gives erroneous results. The simulation of four types of systems by Monte Carlo method with five thousand iterations validated the proposed equations and found the miscalculation of the current equations; so is recommended its use for maintenance management of each machine individually and the system where they interact.

Key words: <AVAILABILITY>, <SERIES SYSTEM>, <PARALLEL SYSTEM>, <UNAVAILABLE>, <MONTE CARLO METHOD>, <INDUSTRIAL MAINTENANCE MANAGEMENT>.

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

El mantenimiento, que surgió como una repuesta ante el deterioro de las primeras herramientas de la humanidad. En la actualidad constituye una de las actividades imprescindibles en toda planta industrial, debido a que sus activos físicos y/o sus componentes, tendrán un tiempo limitado de vida útil y cuando llegue ese momento se producirá la falla, pudiendo entre otras consecuencias, interrumpir el flujo continuo de la producción.

Los paros imprevistos de producción o cualquier otra consecuencia de las fallas, son indeseados en las industrias, por lo que deben ser gestionados y mucho más aun cuando las empresas deben desempeñarse dentro de este mundo globalizado, que genera oportunidades a quienes estén preparados y sean competitivos.

Dentro de la gestión del mantenimiento, existen estrategias para contrarrestar estas consecuencias de las fallas; sin embargo es necesario medir que tan buenos o malos son los resultados que se están alcanzando.

En tal virtud se han creado varios indicadores para medir el desempeño de la gestión del mantenimiento, sobre los activos físicos. Por ejemplo, la norma EN 15341 (2007) titulada "*Mantenimiento. Indicadores clave de rendimiento del mantenimiento*", tiene una base de setenta y uno (71) indicadores agrupados entre técnicos, económicos y organizacionales.

A más de los indicados en la norma EN 15341 (2007), existen otros recomendados en las distintas bibliografías de gestión del mantenimiento, en donde se incluyen indicadores como la fiabilidad, mantenibilidad, etc.

La idea de contar con varios indicadores es seleccionar los más importantes para cada contexto, y entre ellos y sin lugar a duda, la disponibilidad es uno de los más trascendentales.

1.1 Problema de investigación

1.1.1 Planteamiento del problema

Generalmente los sistemas productivos requieren de una alta *disponibilidad* para poder ser competitivos (García, 2014, p. 33), es de ahí que se deriva una de las principales finalidades del mantenimiento que consiste en obtener el máximo nivel de efectividad en el funcionamiento del sistema productivo.

Esto implica, que se debe conservar el sistema de producción funcionando en condiciones aceptables (Torres, 2010, p. 20); y para esto, es necesario proporcionar índices altos de *disponibilidad*; es por este motivo, que este indicador, que se lo podría considerar como el resultado de la gestión del mantenimiento, cobra gran importancia.

Existen diferentes nomenclaturas para describir las variables de la misma ecuación básica para el cálculo general de la disponibilidad operacional (D_o), por este motivo y con el ánimo de evitar controversia, el autor recomienda utilizar la siguiente ecuación dispuesta en la norma EN 15341 (2007):

Ecuación (1)

$$D_o = \frac{\text{Tiempo de disponibilidad conseguido durante el tiempo requerido}}{\text{Tiempo requerido}} * 100\%$$

La ecuación (1) es confiable para calcular la disponibilidad individual de cada ítem; pero, las ecuaciones propuestas en las distintas bibliografías para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie y paralelo, no tienen consistencia científica.

En el caso de los sistemas en serie, se ha difundido que para el cálculo de la disponibilidad del sistema D_s se debe utilizar la siguiente ecuación (Goettsche, 2004, p. 108) (Parra y Crespo, 2012, p.191) (Nachlas, 1995, pp. 164 - 166) (MIL-HDBK-338, 1998 p. 10-40) (Hu, Yue y Zhao, 2012):

Ecuación (2)

$$D_s = D_1 * D_2 * \dots * D_n = \prod_{i=1}^n D_i$$

Dónde:

D_1, D_2, D_n y D_i = Disponibilidades de las etapas dispuestas en serie

Para analizar la eficacia de la ecuación (2), se simularán ciertas condiciones en un modelo simple de dos etapas en serie mostrado en la Figura 1-1. Sistema en serie



Figura 1-1. Sistema en serie.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Descripción de la simulación: El sistema requiere de ocho (8) horas continuas de trabajo; sin embargo desde la puesta en marcha, la etapa 1 sufre una avería, provocando una indisponibilidad durante las primeras cuatro (4) horas (figura 2-1). Acto seguido a la reparación de la etapa 1, la etapa 2 sufre también una avería, provocando una indisponibilidad durante las cuatro (4) horas posteriores (figura 3-1).

Utilizando la ecuación (1), se calcula la disponibilidad de las etapas 1 y 2 como se indica a continuación:

$$D_1 = \frac{4 \text{ horas}}{8 \text{ horas}} * 100\% = 50 \%$$

$$D_2 = \frac{4 \text{ horas}}{8 \text{ horas}} * 100\% = 50 \%$$

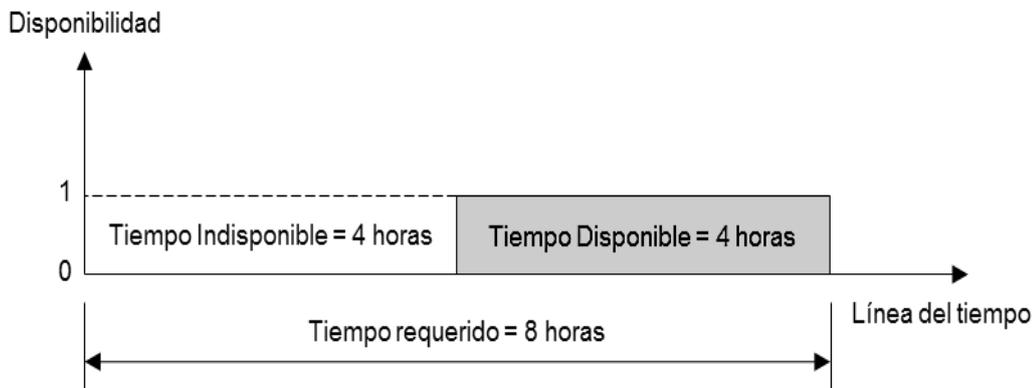


Figura 2-1. Tiempo disponible de la etapa 1.

Realizado por: Hernández E, 2015.

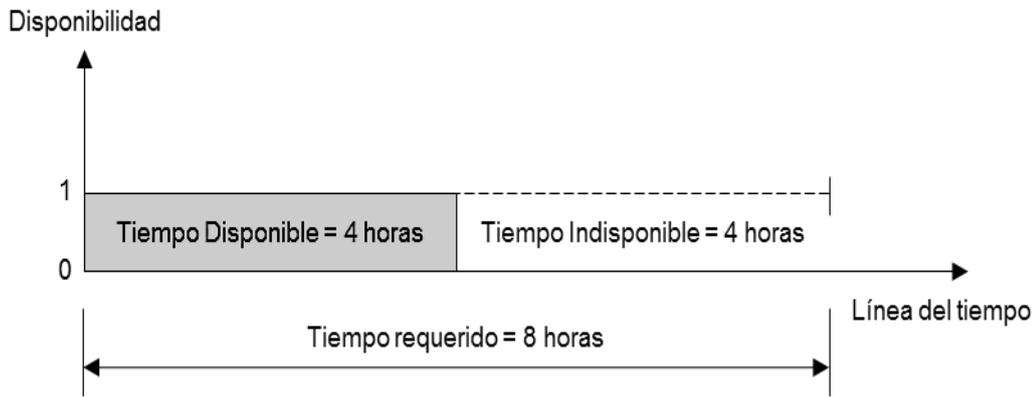


Figura 2-1. Tiempo disponible de la etapa 2.

Realizado por: Hernández E, 2015.

De acuerdo a la ecuación (2), la disponibilidad del sistema en serie, sería la siguiente:

$$D_s = 0,50 * 0,50 = 0,25 = 25\%$$

Lo que significa que el sistema analizado estuvo disponible y produciendo el 25% del tiempo requerido; o sea, el sistema trabajó durante dos (2) horas (8 horas * 0,25).

Este resultado es incorrecto, ya que si la primera etapa estuvo indisponible las cuatro (4) primeras horas y la segunda etapa estuvo indisponible las (4) horas siguientes; por lo tanto, el sistema permaneció indisponible durante las ocho (8) horas requeridas ya que la indisponibilidad de cada una de las etapas, provoca la indisponibilidad de todo el sistema (figura 4-1).

En el caso de los sistemas en paralelo, se ha difundido que para el cálculo de la disponibilidad D_p se debe utilizar la siguiente ecuación (Goettsche, 2004, p. 108) (Parra y Crespo, 2012, 191) (Nachlas, 1995, pp. 164 - 166) (Hu, Yue y Zhao, 2012):

Ecuación (3)

$$D_p = 1 - (1 - D_1) * (1 - D_2) * \dots * (1 - D_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - D_i)$$

Dónde:

D_1, D_2, D_n y D_i = Disponibilidades de las etapas dispuestas en paralelo

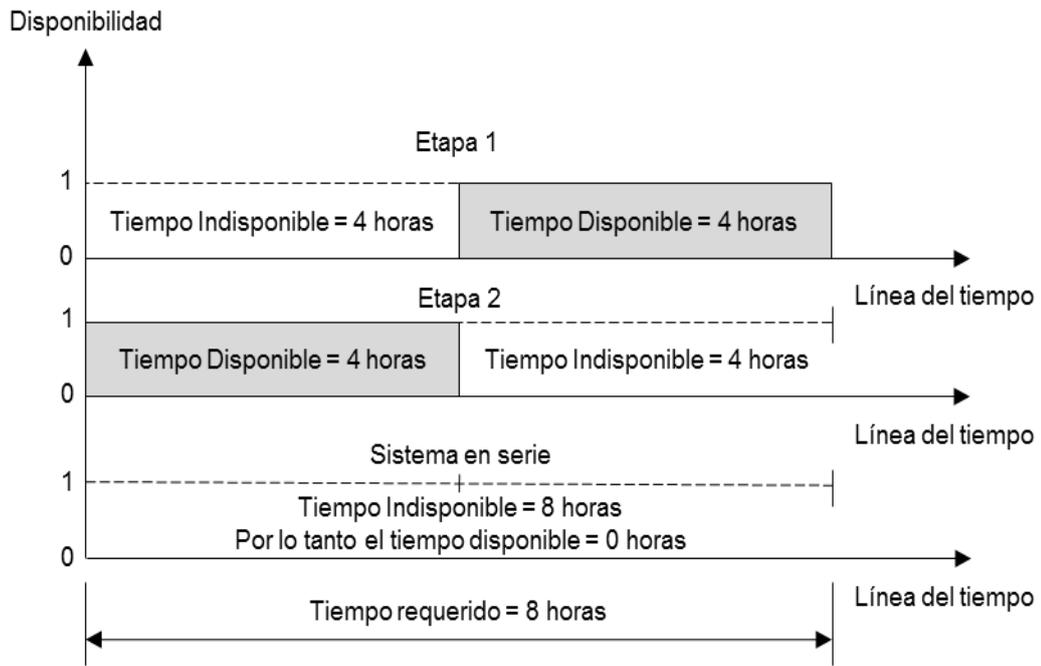


Figura 4-1. Indisponibilidad del sistema en serie.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Para analizar la eficacia de la ecuación (3), se aplican las mismas condiciones de simulación del sistema en serie; en donde $D_1 = D_2 = 50\%$ (las figuras 2-1 y 3-1 ayudan en la comprensión de este resultado); pero lógicamente, en este caso el modelo a utilizar, es uno con dos etapas en paralelo (figura 5-1).

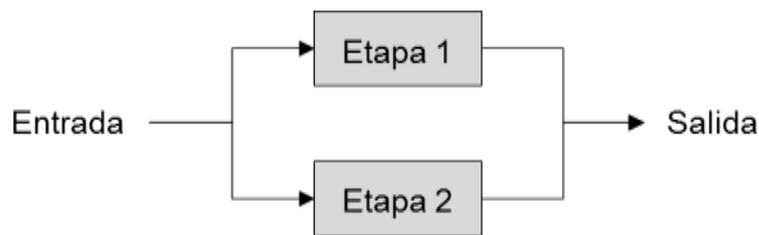


Figura 5-1. Sistema en paralelo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

De acuerdo a la ecuación (3), la disponibilidad de este sistema en paralelo con $D_1 = D_2 = 50\%$, sería la siguiente:

$$D_p = 1 - (1 - 0,50) * (1 - 0,50) = 0,75 = 75\%$$

Lo que significa que el sistema en paralelo estuvo disponible y produciendo con el 75%

de su capacidad total; lo que se interpretaría como que la producción alcanzada sería equivalente a la obtenida durante seis (6) horas ($8 \text{ horas} * 0,75$) continuas de trabajo del sistema a toda su capacidad.

Nuevamente, el resultado es incorrecto; ya que la indisponibilidad de la primera etapa durante las primeras cuatro (4) horas, reduce a la mitad la capacidad de producción de todo el sistema en paralelo. Lo mismo ocurre con la indisponibilidad de la segunda etapa durante las siguientes cuatro (4) horas.

Obteniendo como consecuencia que la capacidad de producción se reduzca a la mitad en el transcurso de las ocho (8) horas requeridas. Este efecto es equivalente a un sistema trabajando con una disponibilidad total del 50% durante el tiempo requerido, tal como lo ilustra la figura 6-1.

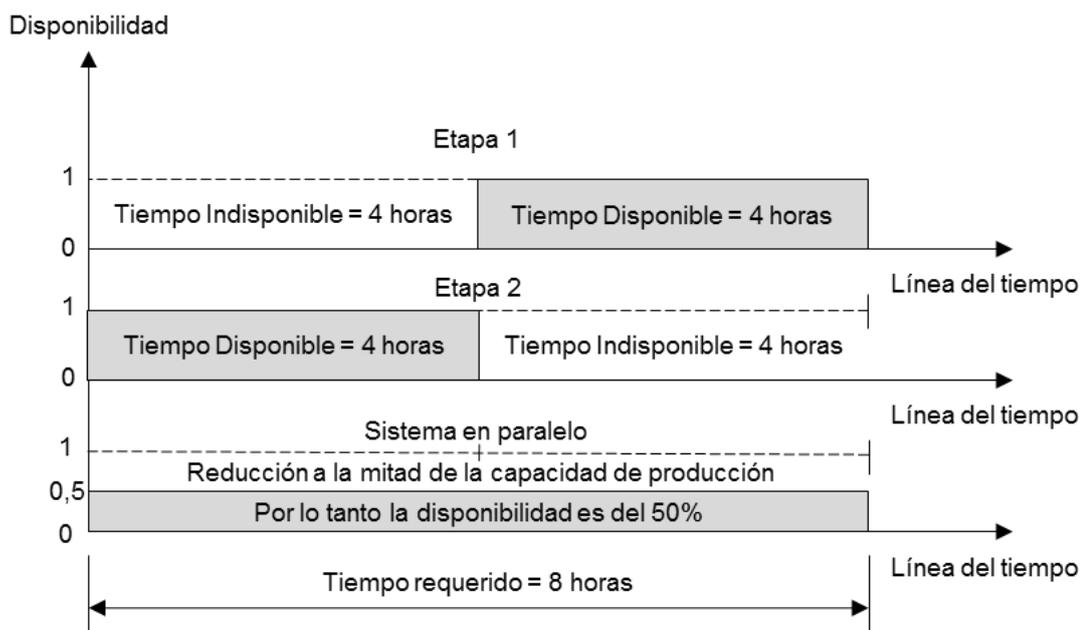


Figura 3-1. Disponibilidad del sistema en paralelo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

1.1.2 Formulación del problema

¿Cuál es el método de cálculo confiable para determinar la disponibilidad de los procesos productivos configurados en serie y paralelo en función de las consecuencias operacionales de la indisponibilidad individual de cada etapa?

1.1.3 Sistematización del problema

Para la solución del problema del cálculo eficaz de la disponibilidad de los sistemas en serie y paralelo en función de las consecuencias operacionales de la indisponibilidad, surgen las siguientes preguntas:

¿Cuál es el error de cálculo de las ecuaciones actuales para determinar la disponibilidad de los sistemas en serie y paralelo?

¿Cuál es la ecuación fiable para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en serie?

¿Cuáles son las ecuaciones fiables para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo?

¿Cómo se caracterizan los diagramas de bloque con elementos en serie y paralelo que represente a un sistema productivo con fines de facilitar el cálculo de su disponibilidad?

¿Cómo elaborar un sistema de simulación de datos basado en el método de Monte Carlo en hojas de cálculo para la validación de resultados?

1.1.4 Justificación de la investigación

Ya desde mediados del siglo XX, el mantenimiento es considerado como una más de las actividades productivas, cuyo objetivo fundamenta es la *disponibilidad* de la producción, tanto en cantidad como en calidad (Souris, 1992, p. XIV).

Para cualquier empresa industrial, sea cual sea su actividad, la disponibilidad juega un papel decisivo a la hora de establecer la eficacia de un sistema productivo, ya que por ejemplo la norma IEC 60050-191 (1990) indica que la eficacia de un sistema productivo dependerá de su capacidad y de su disponibilidad (figura 7-1).

Esto significa que la cantidad de producción que se logre, dependerá de la velocidad de operación intrínseca que tenga determinado proceso productivo bajo determinadas

condiciones de operación y del tiempo total efectivo en el cual dicho proceso trabaje sin falla; por lo que, una vez establecidas las condiciones de operación de un proceso, su capacidad de producción estará limitado por la disponibilidad de sus máquinas e instalaciones.

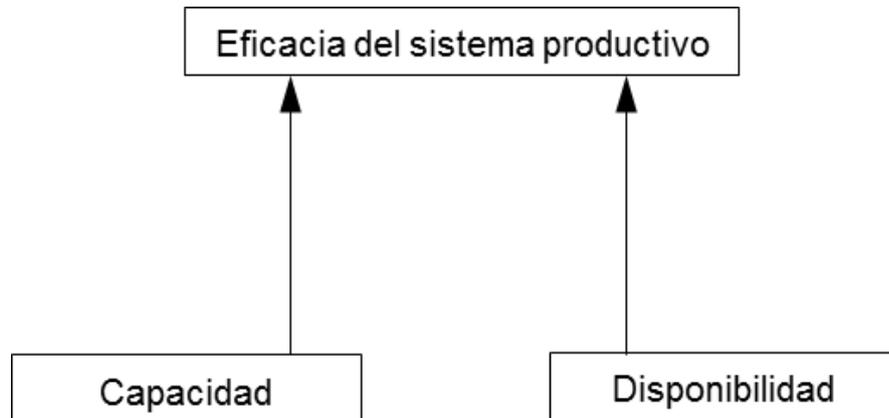


Figura 4-1. Componentes de la eficiencia de un sistema de producción

Fuente: Crespo, Moreu y Sánchez, 2004.

Después de la segunda guerra mundial, la industria japonesa comprende que para competir en el mercado internacional, debe mejorar la productividad y calidad de sus productos; es así que crearon el mantenimiento productivo total, más conocido por sus siglas en inglés como TPM (Total Productive Maintenance); mismo que impacta positivamente en la productividad, calidad y seguridad (Mora A, 2009, p. 439).

El principal indicador del TPM es la eficacia global del equipo (Overall Equipment Effectiveness, OEE) que se calcula con la siguiente fórmula (Duffuaa, Raouf y Dixon, 2007, p. 366):

Ecuación (4)

$$OEE = Disponibilidad \times Eficacia \text{ del desempeño} \times Tasa \text{ de calidad}$$

La ecuación (4) en conjunto con la figura 8-1, claramente indican que la disponibilidad es el punto de partida que permitirá alcanzar la producción real, que es la que podrá generar ingresos a través de las ventas.

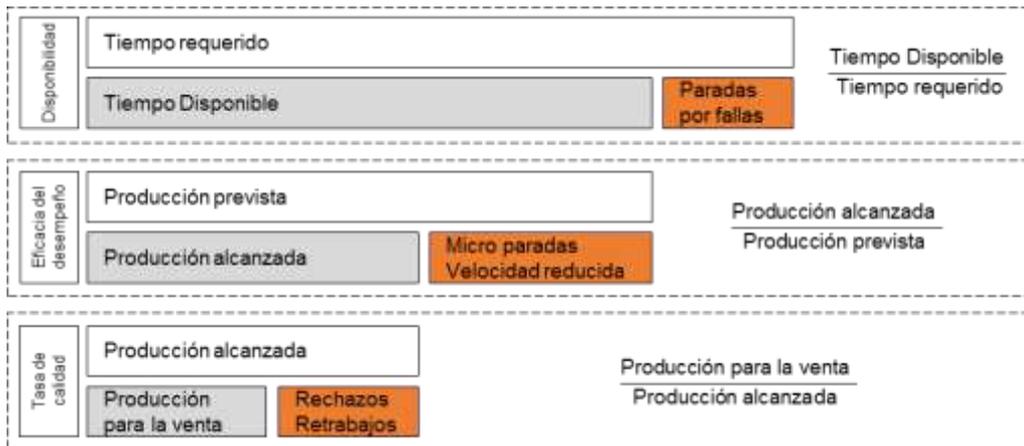


Figura 5-1. Componentes de la eficiencia de un sistema de producción.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Por lo tanto, un indicador de gestión tan importante como la “Disponibilidad” debe definirse y medirse adecuadamente; ya que, como dice la célebre frase de William Thomson (1824 - 1907): “Lo que no se define no se puede medir. Lo que no se mide, no se puede mejorar. Lo que no se mejora, se degrada siempre”.

Por consiguiente y de acuerdo a los errores de cálculo de las ecuaciones (2) y (3) demostrados en el planteamiento del problema, es imprescindible el desarrollo de un método de cálculo de la disponibilidad de los sistemas en serie y paralelo *confiable*, que dé como resultado, valores que realmente reflejen el efecto verdadero que tienen las fallas en la producción; ya que de otra manera se puede errar en la toma de decisiones de la gestión de las operaciones y del mantenimiento.

La novedad científica que se aporta en la presente tesis es el desarrollo de nuevas ecuaciones propuestas por el autor para la definición de la disponibilidad de los sistemas productivos en serie y paralelo.

1.1.5 Objetivos de la investigación

1.1.5.1 Objetivo general

Formular un método confiable para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie y paralelo en función de las consecuencias operacionales particulares de la indisponibilidad individual de cada etapa.

1.1.5.2 *Objetivos específicos*

1. Determinar que las ecuaciones actuales para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie y paralelo arrojan resultados erróneos.
2. Proponer un nuevo método para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas productivos en serie en función únicamente de la disponibilidad individual de cada etapa.
3. Proponer un nuevo método para el cálculo de la disponibilidad de sistemas productivos en paralelo en función de la disponibilidad, velocidad de operación y del tiempo de espera de cada una de sus etapas.
4. Determinar las características de los diagramas de bloque representativos de los sistemas productivos con elementos en serie y paralelo con la finalidad de facilitar el cálculo de su disponibilidad.
5. Elaborar un sistema de simulación de datos basado en el método de Monte Carlo en hojas de cálculo para la validación de resultados en varios casos de estudio.

1.1.6 *Hipótesis*

La disponibilidad confiable de los sistemas en paralelo y serie es función del tiempo de espera, velocidad de operación y de la disponibilidad individual de cada etapa.

Variable dependiente:

Disponibilidad confiable de los sistemas en serie y paralelo.

Variables independientes:

- Velocidad de operación de cada etapa
- Disponibilidad individual de cada etapa
- Tiempo de espera de cada etapa

CAPÍTULO II

2. MARCO DE REFERENCIA

2.1 Mantenimiento

De acuerdo al Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2014) el mantenimiento es el: “*Conjunto de operaciones y cuidados necesarios para que instalaciones, edificios, industrias, etc., puedan seguir funcionando adecuadamente*”.

El Comité Europeo de Normalización “CEN” define al mantenimiento en su norma EN 13306 (2010) como: “*Combinación de todas las acciones técnicas, administrativas y de gestión realizadas durante el **ciclo de vida** de un elemento, destinadas a conservarlo o a devolverlo a un estado en el que pueda desempeñar la **función requerida***”.

Aunque estas definiciones son similares, la norma EN 13306 (2010), es más explícita; ya que, especifica que las actividades dentro del mantenimiento se realizan durante el **ciclo de vida**; y sobre todo, establece que el funcionamiento adecuado se efectúa siempre y cuando se cumpla con la **función requerida**.

Otro aspecto fundamental es establecer a quien va dirigido el mantenimiento y para eso, se puede utilizar las normas más recientes relacionadas con el tema, que son la ISO 55000 (2014) y la EN 16646 (2014) quienes implícitamente indican que el mantenimiento está dirigido hacia los activos.

2.1.1 Activo físico

Un activo físico es un ítem que tiene valor real o potencial para una organización. Los activos físicos por lo general se refieren a equipos, inventario y propiedades de la organización (ISO 55000, 2014).

La gestión de activos físicos se enfoca en la generación de valor y concretamente es “*la gestión del ciclo de vida óptima de activos físicos hecha para lograr los objetivos del negocio establecidos, sosteniblemente*” (EN 16646, 2014).

La Gestión de activos físicos no se enfoca en el activo en sí mismo, sino en el valor que el activo puede proporcionar a la organización.

El valor de una organización específica depende del contexto organizacional. La naturaleza y propósito de la organización, en el medio ambiente interno y externo en el cual opera, tiene una fuerte influencia en el tipo y en la gestión del activo que requiere.

2.1.2 Ciclo de vida

La vida de un elemento se define como el período desde su concepción hasta su eliminación (EN 13306, 2010). Un elemento puede ser un activo de varias organizaciones durante su vida útil. La vida del activo físico se define como el período desde su concepción o adquisición hasta su eliminación o adquisición por la otra organización responsable (EN 16646, 2014).



Figura 1-2. Etapas del ciclo de vida de un activo físico.

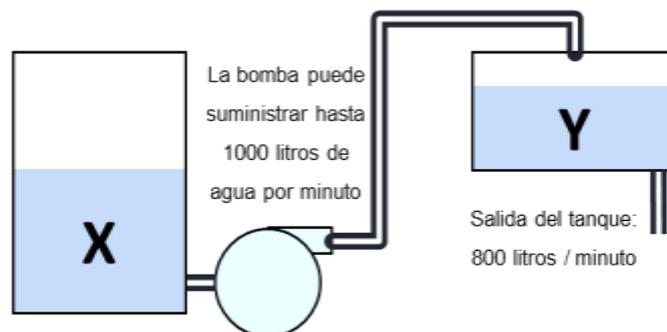
Realizado por: Hernández E, 2015.

Las etapas pueden variar entre los activos o elementos, sus aplicaciones y las organizaciones; sin embargo, la gestión del ciclo de vida de los activos físicos debe cubrir las siguientes etapas:

- Adquisición de los activos físicos adecuado, en el caso de que existan en el mercado; o en su defecto, construirlos en condiciones económicas aceptables.
- Operación de los activos con el fin de crear valor para las organizaciones.
- Mantenimiento de los activos con el fin de optimizar la creación de valor para las organizaciones.
- Modernización (actualización) de los activos para obtener el mayor valor durante su ciclo de vida.
- Desmantelamiento y/o eliminación de los activos al llegar al final de su vida útil.

2.1.3 *Función requerida*

Es la función o combinación de funciones de un elemento que se consideran necesarias para proporcionar un servicio explícito o tácito (EN 13306, 2010). Las funciones pueden ser descritas mediante un enunciado que contenga un verbo, un objeto, y un estándar de desempeño (SAE JA 1012, 2002).



Función: Bombear agua del tanque X al tanque Y, a no menos de 800 litros por minuto

Verbo: bombear

Objeto: agua

Estándar de desempeño: del tanque X al tanque Y, a no menos de 800 litros por minuto

Figura 2-2. Descripción de la función de una bomba.

Fuente: SAE JA 1012, 2002.

Cualquier sistema organizado expuesto al mundo real se deteriorará. Una vez que el desempeño de un activo cae por debajo del valor mínimo aceptable para el usuario, el activo ha fallado (falla funcional). Recíprocamente, si el desempeño del activo se mantiene por encima de este valor mínimo, continúa funcionando a un nivel que es satisfactorio para el usuario.

Si fuese posible disponer de un activo de modo que pudiese entregar el desempeño mínimo sin ningún deterioro, entonces él mismo podría estar disponible para trabajar continuamente, sin necesidad de mantenimiento; sin embargo, el deterioro es inevitable, por lo tanto debe estar permitido.

Esto significa que cuando algún activo entra en servicio, debe estar *disponible* para entregar el estándar de desempeño mínimo deseado por el usuario.

2.1.4 Falla funcional

La falla funcional es la pérdida de alguna de las funciones específicas de un activo, de tal manera que es incapaz de hacer lo que el usuario desea que haga (SAE JA 1012, 2010). En este punto es importante que se establezca adecuadamente el nivel en que se considera que el activo ha perdido su función.

Actualmente, la mayoría de los programas de mantenimiento utilizados alrededor del mundo son recopilados por personal de mantenimiento trabajando por sí mismos. Estas personas usualmente tienen una visión de la fallas que con frecuencia difiere a la de los usuarios (Moubray, 2004, p. 54).

Por ejemplo, el personal de mantenimiento, podría considerar como falla a la fuga de aceite de alguna máquina, mientras que los usuarios no lo considerarían así mientras el activo pueda continuar operando.

Por eso es necesario que los niveles de desempeño utilizados en la definición de falla, deban ser establecidos por los operadores y el personal de mantenimiento trabajando en forma conjunta con todas aquellas personas que puedan aportar razones legítimas sobre como el bien debe funcionar.

2.2 Disponibilidad

De acuerdo a la norma EN 13306 (2010), disponibilidad es la “*Aptitud de un elemento para encontrarse en un estado en que pueda realizar su función, cuándo y cómo se requiera, bajo condiciones dadas, asumiendo que se dispone de los recursos externos necesarios*”.

Esta aptitud depende de la combinación de aspectos de fiabilidad, mantenibilidad y recuperabilidad de un elemento y de la capacidad logística del mantenimiento. Los recursos externos requeridos, no afectan a la disponibilidad del elemento, aunque éstos pueden causar indisponibilidad desde el punto de vista del usuario.

No se debe confundir a la disponibilidad con la confiabilidad o fiabilidad, que es la probabilidad de un elemento para realizar una función requerida bajo unas condiciones determinadas durante un intervalo de tiempo dado (EN 13306, 2010).

En la fiabilidad, el elemento está en estado de poder funcionar como se requiere desde el inicio del intervalo de tiempo dado; mientras que en la disponibilidad, el elemento puede salir del estado de funcionamiento (tiempo indisponible) durante el intervalo de tiempo requerido que se desee evaluar.

Para el cálculo general de la disponibilidad operacional se puede utilizar la ecuación (1) (EN 15341, 2007), misma que establece que la disponibilidad es la relación entre el *tiempo de disponibilidad conseguido durante el tiempo requerido* y el *tiempo requerido*.

Para poder realizar adecuadamente el cálculo de la disponibilidad, se debe interpretar sin error los diferentes tiempos relacionados con el estado de disponibilidad e indisponibilidad de un activo físico.

Para ello se puede utilizar las figuras 3-2 y 4-2, extraídas de la norma EN 13306 (2010), en donde en la primera, o sea en la figura 3-2, se han reemplazado los términos relativos al estado que originalmente se encuentra en la norma, por los términos relativos al tiempo (sin afectar las definiciones) para que se correlacione de mejor manera con la figura 4-2.

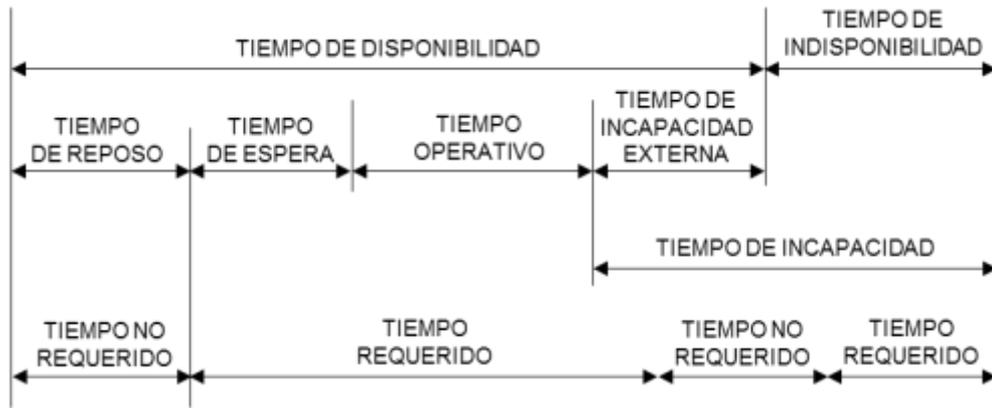


Figura 3-2. Correlación entre los tiempos relativos a la disponibilidad.

Fuente: Norma EN 13306, 2010.

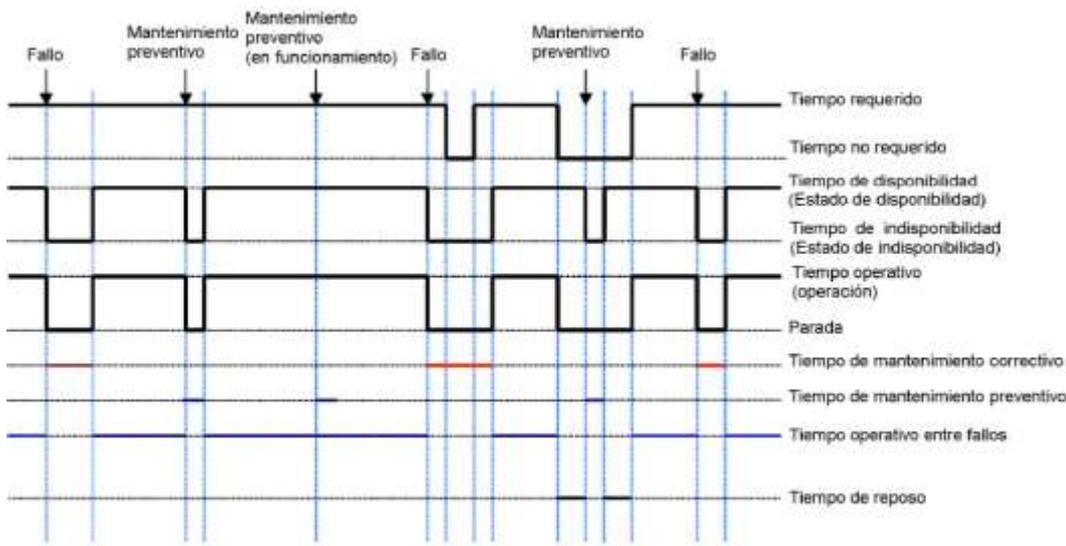


Figura 4-2. Aplicación de los tiempos relativos a la disponibilidad.

Fuente: Norma EN 13306, 2010.

Dónde:

- *Tiempo requerido:* es el intervalo de tiempo durante el cual se requiere que el elemento se encuentre en estado de disponibilidad.
- *Tiempo no requerido:* es el intervalo de tiempo durante el cual no se requiere que el elemento se encuentre en estado de disponibilidad.
- *Tiempo de disponibilidad:* es el intervalo de tiempo durante el cual un elemento se encuentra en estado en el que puede realizar la función requerida, asumiéndose que

se proporcionan los recursos externos si fuesen necesarios.

- *Tiempo de indisponibilidad:* es el intervalo de tiempo durante el cual un elemento se encuentra en estado de avería o con una posible incapacidad para realizar una función requerida durante el mantenimiento preventivo. Mientras mayor sea el tiempo de indisponibilidad durante el tiempo requerido, menor es el valor de la disponibilidad, que bajo ninguna circunstancia podrá salirse del intervalo comprendido entre 0 y 100%.

Cuando el proceso se encuentre en estado de indisponibilidad o de incapacidad externa, no se podrán producir aceptablemente; y por lo tanto, esas unidades no fabricadas no se los podrá vender, generando pérdidas para la organización.

- *Tiempo de incapacidad (parada):* es el intervalo de tiempo durante el cual un elemento no puede realizar la función requerida, por cualquier causa. Un estado de incapacidad puede ser un estado de disponibilidad o un estado de indisponibilidad.
- *Tiempo de incapacidad externa:* es el subconjunto del tiempo de incapacidad en la que el elemento se encuentra en un estado de disponibilidad, pero faltan los recursos externos requeridos como la suspensión de la alimentación de energía eléctrica, falta de materia prima, tiempos de alistamientos, recambios en la configuración del proceso o cualquier otra incapacidad causada por motivos distintos de los de mantenimiento.
- *Tiempo operativo:* es el intervalo de tiempo durante el cual un elemento está funcionando según lo requerido.
- *Tiempo de reposo:* es el intervalo de tiempo durante el cual un elemento que está en estado de disponibilidad, se encuentra sin funcionar durante el tiempo no requerido.
- *Tiempo de espera:* es el intervalo de tiempo durante el cual un elemento que está en estado de disponibilidad, se encuentra sin funcionar durante el tiempo requerido. Este es el caso por ejemplo de los activos físicos redundantes o de emergencia.

2.3 Elementos reparables y no reparables

Para deducir las expresiones matemáticas correctamente, se debe distinguir entre elementos reparables y no reparables.

2.3.1 Elementos no reparables

Son aquellos que operan continuamente y deben ser reemplazados al fallar por primera vez, ya que su condición operativa no puede ser restaurada. Ejemplos de estos tipos de elementos son las lámparas incandescentes, fusibles, rodamientos, chavetas, etc.

Dentro de la gestión de mantenimiento, también puede ser considerado como un elemento no reparable aquellos que se planifiquen para reemplazar en las actividades de mantenimiento preventivas.

Se considera que en el instante $t = 0$, el elemento está en estado operativo y es tan bueno como si estuviera nuevo. Para establecer el estado operativo, no se tienen en cuenta las averías latentes. En los elementos no reparables, el tiempo hasta el fallo es una variable aleatoria positiva y continua con esperanza finita (IEC 61703, 2001).

2.3.2 Elementos reparables

Son aquellos que operan continuamente y ante la ocurrencia de una falla, pueden ser restaurados. Ejemplos de estos elementos son los motores eléctricos, motores de combustión, infraestructuras civiles, etc.

En los elementos reparables, se considera que (IEC 61703, 2001):

- Los tiempos consecutivos de disponibilidad son variables aleatorias con esperanzas finitas, estadísticamente independientes, distribuidas idénticamente, positivas y continuas.

- Los tiempos consecutivos de indisponibilidad son variables aleatorias con esperanzas finitas, estadísticamente independientes, distribuidas idénticamente y no negativas. En el caso de que la duración de la indisponibilidad sea no nula, las variables aleatorias son continuas con una función de densidad de probabilidad común.
- Los tiempos de disponibilidad son estadísticamente independientes de los tiempos de indisponibilidad.

Después de una reparación de un elemento reparable, podría alcanzar cinco posibles estados (Moubray, 2004):

1. Tan bueno como nuevo.
2. Tan malo como antes de reparar.
3. Mejor que antes de reparar pero peor que cuando estaba nuevo.
4. Mejor que cuando estaba nuevo.
5. Peor que antes de reparar.

2.4 Matemáticas de la disponibilidad

El cálculo de la disponibilidad de los activos físicos, depende de ciertas condiciones de funcionamiento, en los que participan de manera diferenciada, ciertos tiempos que se utilizan en función del tipo de disponibilidad que se desee medir.

Estos tiempos, se los conoce con diferente nomenclatura en las distintas fuentes bibliográficas y normas, causando confusión en su interpretación. Para evitar esta confusión en el cálculo de la fiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad, no se deben utilizar los nombres de las variables relativas al tiempo, sin analizar en primer lugar su significado; principalmente con el tiempo medio para la falla y el tiempo medio entre fallas.

En la figura 5-2 se indica un detalle de los tiempos relativos a la disponibilidad, cuyo origen se llevó a cabo con el desarrollo de la teoría de la fiabilidad, y aunque existe una traducción adecuada al español, se ha popularizado en inglés. El significado de estas

siglas en inglés y en español, se describen en la tabla 1-2.

Tabla 1-2. Siglas de las variables del estado de disponibilidad e indisponibilidad.

Siglas	Significado en inglés	Descripción
f_i		Falla <i>i</i> -ésima
n		Número de fallas ocurridas en el tiempo que se revisa, desde f_1 hasta f_i
TTR	<i>Time To Repair</i>	Tiempo que demora la reparación neta, sin incluir demoras ni tiempos logísticos, ni tiempos invertidos en suministros de repuestos o recursos humanos
MTTR	<i>Mean Time To Repair</i>	Tiempo Medio para Reparar = $\sum TTR/n$
m		Número de eventos de tiempos útiles que ocurren durante el tiempo que se evalúa
TTF	<i>Time To Failure</i>	Tiempo hasta la Falla (se usa en equipos que solo fallan una vez, no reparables)
MTTF	<i>Mean Time To Failure</i>	Tiempo Medio hasta la Falla = $\sum TTF/m$
TBF	<i>Time Between Failures</i>	Tiempo entre Fallas
MTBF	Mean Time Between Failures	Tiempo Medio entre Fallas = $\sum TBF/m$
UT	Up Time	Tiempo Útil en el que equipo funciona correctamente
MUT	Mean Up Time	Tiempo Medio de Funcionamiento entre Fallas = $\sum UT/m$
DT	Down Time	Tiempo no operativo. Equivalente al tiempo de indisponibilidad (<i>TI</i>) de la norma EN 13306 (2010) (figura 3-2)
MDT	Mean Down Time	Tiempo Medio de Indisponibilidad o no funcionamiento entre Fallas = $\sum DT/n$
ADT	Administrative Delay Time	Retrasos administrativos exógenos a la actividad propia de reparación, diferentes al tiempo activo neto de la reparación; ejemplos de estos son: suministro de personal especializado, entrenamiento de recursos humanos requeridos para esa reparación, revisión de manuales de mantenimiento u operación, localización de herramientas, cumplimiento de procesos y/o procedimientos internos, etc.
LDT'	Logistics Delay Time	Retrasos logísticos la obtención de insumos para la reparación, en los procesos de mantenimiento o de producción, en los tiempos de suministros, etc. como por ejemplo el tiempo requerido para transporte de repuestos, o el tiempo que hay que esperar a que se construya un repuesto especial por parte de los fabricantes, etc.
LDT	ADT + LDT' = Logistic Down Time	Tiempo total logístico que demora la acción propia de reparación o mantenimiento. Son todos los tiempos exógenos al equipo que retrasan el tiempo activo
MLDT	Mean Logistics Down Time	Tiempo Medio de Tiempos Logísticos de demora
SoFa	State of Failure	Estado de Falla, el equipo no funciona correctamente
SoFu	State of Functioning	Estado de Funcionamiento correcto
$M_p = PM$	Planned Maintenances	Mantenimientos Planeados, pueden ser preventivos o predictivos
Ready Time		Ready Time = Tiempo de Alistamiento = el equipo o sistema está disponible, opera pero no produce, no está en carga operativa; funciona mas no produce

Fuente: IEC 61703, 2001 y Mora, 2012.

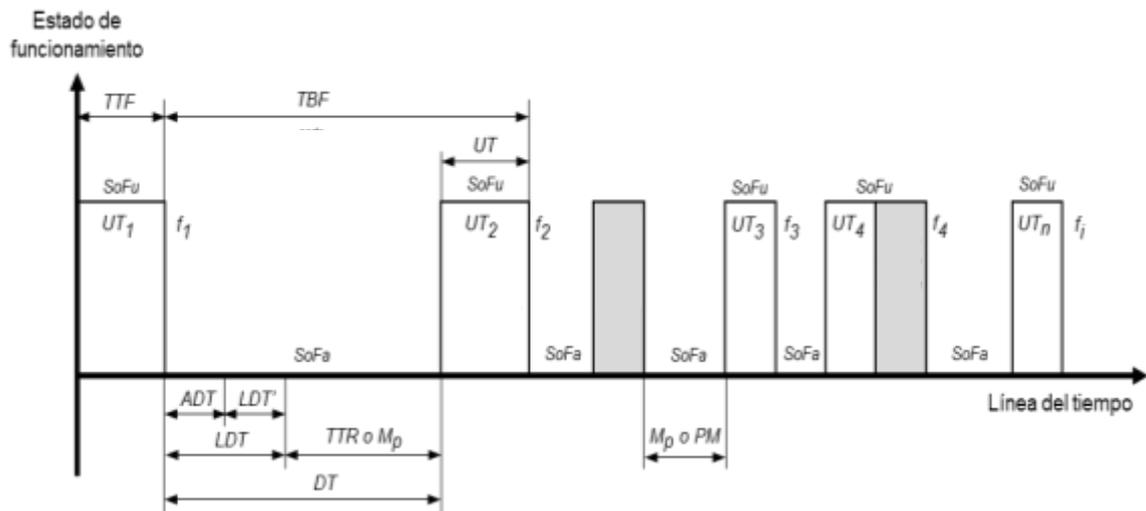


Figura 5-2. Variables utilizadas para definir el estado de disponibilidad e indisponibilidad.

Fuente: Mora, 2012.

2.4.1 Tiempo medio para reparar (MTTR)

Es la media aritmética de los intervalos de tiempo durante el cual un elemento se encuentra en estado de indisponibilidad a causa de un fallo (DT o TI) (EN 13306, 2010). Se debe notar que esta definición se acerca más a la del MDT .

De acuerdo a la figura 5-2 y a la tabla 1-2, el ($MTTR$) no cubre todo el tiempo en estado de indisponibilidad (DT) (Mora, 2012, p. 63) (Rausand y Høyland, 2004, p. 7); sin embargo, si los tiempos de retraso administrativos y logísticos para la reparación son mínimos (que es lo que comúnmente ocurre), entonces $TTR = DT$ y por lo tanto $MTTR = MDT$.

Para su cálculo se denota a $f_{TTR}(t)$ como la densidad de probabilidad de TTR , y a $F_{TTR}(t)$ como la función de distribución de TTR (Rausand y Høyland, 2004, p. 602); entonces:

Ecuación (5)

$$MTTR = \int_0^{\infty} t f_{TTR}(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - F_{TTR}(t)) dt$$

Si se dispone de los tiempos para reparar (TTR) producidos durante el tiempo de

evaluación, se puede estimar el *MTTR* con:

Ecuación (6)

$$MTTR = \sum_{i=1}^n \frac{TTR_i}{n}$$

Cuando los tiempos hasta el fallo se distribuyen exponencialmente, se obtiene la siguiente ecuación (Rausand y Høyland, 2004):

Ecuación (7)

$$MTTR = \int_0^{\infty} e^{-\mu t} dt = \frac{1}{\mu}$$

Dónde μ es la tasa de reparación del elemento.

2.4.2 Tiempo medio hasta la falla (MTTF)

Es la media aritmética de los tiempos de funcionamiento acumulado de un elemento desde el instante en que comienza a estar por primera vez en estado de operación hasta el primer fallo, o desde el instante de su recuperación hasta el siguiente fallo (EN 13306, 2010).

El tiempo medio hasta la falla (*MTTF*) se emplea en elementos no reparables (Mora, 2012) y se calcula con la siguiente ecuación:

Ecuación (8)

$$MTTF = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Dónde $R(t)$ es la función de fiabilidad del elemento

Si se dispone de los tiempos hasta el fallo (*TTF*) producidos durante el tiempo de

evaluación, se puede estimar el *MTTF* con:

Ecuación (9)

$$MTTF = \sum_{i=1}^m \frac{TTF_i}{m}$$

Cuando los tiempos hasta el fallo se distribuyen exponencialmente, se obtiene la siguiente ecuación (Rausand y Høyland, 2004, p. 27):

Ecuación (10)

$$MTTF = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Dónde λ es la tasa de falla del elemento.

2.4.3 Tiempo medio entre fallas (MTBF)

Es la media aritmética de los tiempos de funcionamiento entre fallos. En el campo de la fiabilidad, el tiempo medio de funcionamiento entre fallos se define como la esperanza matemática del tiempo de funcionamiento entre fallos. Este término se aplica a los elementos reparables (EN 13306, 2010); por lo tanto el *MTBF* también incluye al tiempo medio de reparación (*MTTR*).

2.4.4 Disponibilidad instantánea (D(t))

Considerando un elemento reparable que se puso en funcionamiento en el momento $t = 0$. Cuando el elemento falla, se inicia una acción de reparación para restaurar la función del artículo. El estado del ítem en el tiempo t está dada por la variable de estado (Rausand y Høyland, 2004, p. 367).

$$X(t) = \begin{cases} 1 & \text{si el item está funcionando en el tiempo } t \\ 0 & \text{si el item no está funcionando en el tiempo } t \end{cases}$$

Entonces, la disponibilidad $D(t)$ en el tiempo t de un elemento reparable, es la probabilidad de que el elemento está funcionando en el tiempo t , expresada matemáticamente con:

Ecuación (11)

$$D(t) = \Pr(X(t) = 1)$$

$D(t)$ no es igual a $R(t)$; a excepción de que se trate de elementos no reparables, en cuyo caso μ es igual a cero (0) (Rausand y Høyland, 2004, p. 368).

La probabilidad de que un elemento de encuentre disponible, disminuirá en el tiempo pero no hasta hacerse 0 (cero), sino que alcanzará un valor que es función de la tasa de falla y de la tasa de reparación, dando origen a la siguiente ecuación:

Ecuación (12)

$$D(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

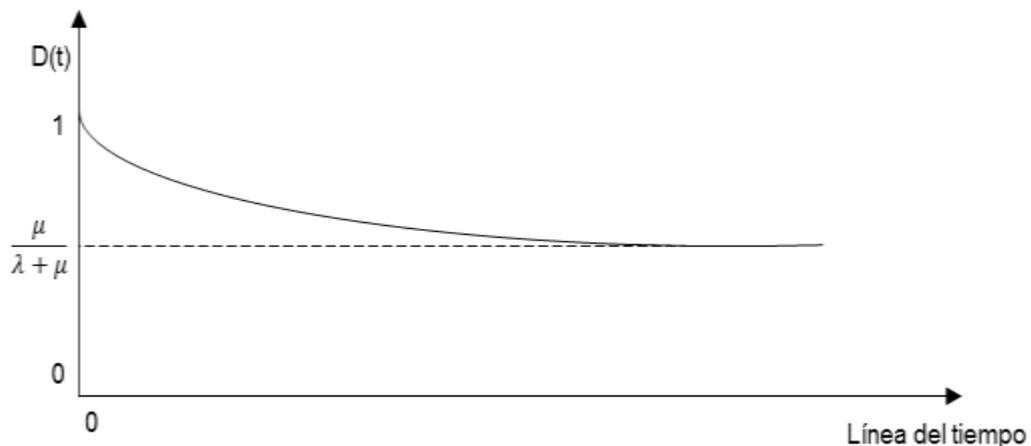


Figura 6-2. Disponibilidad instantánea de un elemento.

Fuente: Rausand y Høyland, 2004.

Cuando los tiempos de parada son conocidos, la disponibilidad instantánea $D(t)$ se

acerca a un límite D cuando $t \rightarrow \infty$. El límite D se llama disponibilidad límite del artículo y está dada por:

Ecuación (13)

$$D = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t)$$

Remplazando la ecuación (13) en la (12) se tiene:

Ecuación (14)

$$D = \lim_{t \rightarrow \infty} D(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \right) = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

2.4.5 Disponibilidad inherente (D_I)

Es la probabilidad de que el sistema opere satisfactoriamente cuando se requiere en cualquier tiempo bajo las condiciones de operación especificadas y con un entorno ideal de soporte logístico, es decir, con la disponibilidad adecuada de personal, repuestos, herramientas, equipos de prueba y demás, sin considerar ninguna demora logística o administrativa.

El MTTR es el tiempo activo neto de reparación sin ninguna demora y con todos los recursos disponibles al iniciarse la reparación.

La D_I no contempla los mantenimientos planeados (preventivos o predictivos). La disponibilidad inherente está basada únicamente en la distribución de fallas y en la distribución de tiempo de reparación. D_I únicamente reconoce actividades de reparaciones inherentes al sistema, no exógenas.

2.4.6 Disponibilidad operacional (D_O)

Es la probabilidad de que el sistema opere satisfactoriamente, cuando se requiere que funcione bien en cualquier tiempo bajo condiciones de operación normales, en un entorno real de soportes logísticos.

Abarca dentro de los tiempos de mantenimiento, a los tiempos que se causan por los retrasos logísticos y administrativos, es decir, todos los tiempos concernientes al estado de reparación e, incluye el mantenimiento planificado y no planificado. La disponibilidad operacional se calcula con la ecuación (1).

2.5 Indisponibilidad

La indisponibilidad $ID(t)$ en el tiempo t de un elemento reparable es la probabilidad de que el artículo no está en estado de funcionamiento en el tiempo t . Si expresa matemáticamente con la siguiente ecuación:

Ecuación (15)

$$ID(t) = 1 - D(t) = \Pr(X(t) = 0)$$

La indisponibilidad es la causa directa de las consecuencias operacionales. La disponibilidad límite está dada por:

Ecuación (16)

$$ID = 1 - D = 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

2.6 Consecuencias de las fallas

Cada vez que se presenta una falla, la organización que utiliza el activo se ve afectada en algún grado. Algunas fallas afectan el rendimiento, la calidad del producto, o el servicio al cliente; otras podrían causar un incremento del consumo energético, e inclusive existen fallas que aparentan no afectar en nada en sí misma, pero exponen a la organización al riesgo de fallas mucho más severas.

Si no se previene alguna de estas fallas, el tiempo y esfuerzo que se necesita para corregirlas también afecta a la organización, ya que reparar fallas consume recursos que podrían ser mejor utilizados serias (Moubray, 2004, p. 94).

Las consecuencias de la ocurrencia de algún modo de falla, pueden ser innumerables; pero se las puede agrupar en cuatro categorías enlistadas en la figura 7-2 en orden de importancia.



Figura 7-2. Categorías de las consecuencias de los modos de falla.

Fuente: SAE JA 1012, 2002.

2.6.1 Consecuencias de fallas ocultas

Las consecuencias de este tipo de modos de falla, se generan a partir de las funciones ocultas o no evidentes que presentan algunos activos en el contexto operacional (especialmente en los equipos de seguridad, protección, reserva y control). La aparición de modos de falla con consecuencias ocultas no son evidentes dentro del desarrollo normal de las operaciones de un determinado sistema.

2.6.2 Consecuencias para la seguridad y ambiente

Las consecuencias de los modos de falla sobre la seguridad y el ambiente surgen a partir de funciones evidentes de los activos, cuyas fallas funcionales afectarán en primer lugar, a la seguridad humana (muertes, heridas a las personas o condiciones inseguras) y en segundo lugar, al ambiente (incumplimiento de estándares ambientales internacionales, nacionales, regionales o locales).

2.6.3 Consecuencias operacionales

Los modos de falla que afectan a las operaciones, surgen a partir de funciones evidentes, cuyas fallas funcionales afectarán de forma importante a la producción o las operaciones (cantidad de producto, calidad del producto, calidad del servicio prestado al cliente, costos de operación y costos directos de reparación). Perjudicando de alguna manera la generación de ingresos.

La magnitud de estos efectos dependen de la cantidad de carga que un equipo soporta y de la disponibilidad de alternativas; sin embargo, en casi todos los casos los efectos son mayores, que el costo de reparar la falla. Esto también se cumple en equipos de empresas de servicio (Moubray, 2004, p. 107).

En general, las fallas afectan las operaciones de cuatro maneras:

1. *Afectan el rendimiento total:* esto ocurre cuando un activo se detiene totalmente, o disminuye su velocidad de operación; provocando el incremento de los costos de producción al tener que trabajar horas extras.
2. *Afectan la calidad del producto:* Cuando como consecuencia de una falla, el activo no puede cumplir con los estándares de calidad y los productos son rechazados y deben descartarse y reprocesarse; o a su vez, la materia prima es contaminada.
3. *Afectan el servicio al cliente:* En el caso de que las fallas provoque demoras considerables en la entrega de los productos ocasionando sanciones económicas importantes. Si estos problemas son crónicos se pueden perder la venta o al cliente.
4. *Incrementa los costos operativos:* cuando se produce un incremento del consumo energético o cuando el proceso se vuelve más costoso. incluyen a los costos directos de la reparación.

2.6.4 Consecuencias no operacionales

Los modos de falla con consecuencias no operacionales, surgen a partir de funciones evidentes, cuyas fallas funcionales no afectaran de forma importante (aceptable) a la

seguridad, al ambiente o las operaciones. Generalmente, este tipo de modo de falla, solo originará consecuencias económicas (envuelve solo el cosco directo de la reparación).

2.7 Sumatorias

Para representar una sumatoria se emplea la letra griega mayúscula sigma (Σ) de la siguiente manera (Venero, 1995, p. 512) (Larson y Hostetler, 2008, p. 646) (Mitacc y Toro, 2009, p. 95) (Swokowski y Cole, 2009, p. 738):

$$\sum_{i=m}^n a_i$$

Dónde:

n = Límite superior de la sumatoria

m = Límite inferior de la sumatoria

i = Índice o variable, que toma valores enteros desde m hasta n

a = Valor definido para cada i

De modo que:

$$\sum_{i=m}^n a_i = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_n$$

Dónde $n - m + 1$ es el número de términos de la sumatoria

2.7.1 Propiedades de las sumatorias

Solo se considera necesario enunciar las tres propiedades que se van a utilizar en las deducciones de las nuevas ecuaciones para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en serie y paralelo (Venero, 1995, p. 513 y 514) (Larson y Hostetler, 2008, p. 647) (Mitacc y Toro, 2009, p. 95 y 96) (Swokowski y Cole, 2009, p. 741 y 742).

La primera propiedad: La sumatoria hasta n de una constante c , es igual a n veces la constante c .

Ecuación (17)

$$\sum_{i=1}^n c = n * c$$

La segunda propiedad: La sumatoria de una suma es igual a la suma de las sumatorias de cada término.

Ecuación (18)

$$\sum_{i=1}^n (a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^n (a_i) \pm \sum_{i=1}^n (b_i)$$

La tercera propiedad: la suma del producto de una constante c por una variable, es igual a c veces la sumatoria de la variable.

Ecuación (19)

$$\sum_{i=1}^n (c * a_i) = c * \sum_{i=1}^n a_i$$

CAPÍTULO III

3. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

3.1 Diagramas de bloques para sistemas en serie y paralelo

3.1.1 Diagrama de bloques de un sistema en serie

Desde el punto de vista de la confiabilidad, un sistema en serie es aquel que funciona, siempre que sus todos sus componentes funcionen (Pham, 2003, p. 20) (Rausand y Høyland, 2004, p. 119) (Yang, 2007, p. 68) (Epstein y Weissman, 2008, p. 63).

Para el presente estudio, se considera que un componente o etapa se encuentra configurado en serie cuando su indisponibilidad, produce la indisponibilidad de todo el sistema.

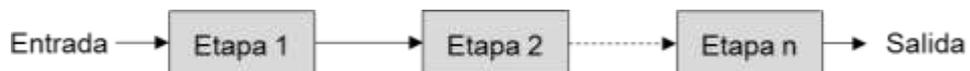


Figura 1-3. Diagrama de bloque de un sistema en serie.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Para evitar errores en la construcción del diagrama de bloques; no se debe utilizar la configuración física de los componentes del sistema, sino más bien, se debe evaluar cada una de las etapas en función del impacto que tendría su indisponibilidades, en la disponibilidad de todo el sistema.

Se puede utilizar como ejemplo, un proceso de fabricación de cuchillos (figura 2-3), en donde físicamente las etapas de empuñaduras y hojas se encuentran configurados en paralelo ya que en estas etapas se procesan dos materias primas diferentes; pero se requieren de manera indispensable de las dos para la etapa de remachado.



Figura 2-3. Esquema simplificado de un proceso de fabricación de cuchillos.

Realizado por: Hernández E, 2015.

De manera que si llegaran a fallar las etapas de empuñaduras o de hojas, todo el sistema se interrumpiría, manteniéndose en estado de indisponibilidad hasta que éstas funcionen aceptablemente.

Como se puede notar; si falla la etapa de empuñaduras, falla todo el sistema; si falla la etapa de hojas, también falla todo el sistema y si falla la etapa de remachado, de igual forma falla todo el sistema. Por lo tanto las etapas de empuñaduras, hojas y remachado se encuentran en serie (figura 3-3); aunque físicamente las etapas de empuñaduras y hojas aparenten estar en paralelo.

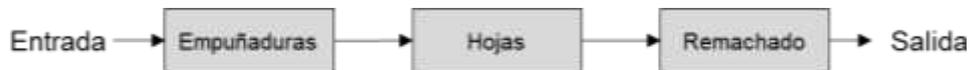


Figura 3-3. Diagrama de bloques de un proceso de fabricación de cuchillos.

Realizado por: Hernández E, 2015.

3.1.2 Diagrama de bloques de un sistema en paralelo

Desde el punto de vista de la confiabilidad, un sistema en paralelo es aquel que funciona si al menos uno de sus n componentes funcionan (Rausand y Høyland, 2004, p. 119) (Epstein y Weissman, 2008, p. 64).

Para el presente estudio, se considera que un componente o etapa se encuentra configurado en paralelo cuando su indisponibilidad, podría producir la indisponibilidad parcial del sistema.

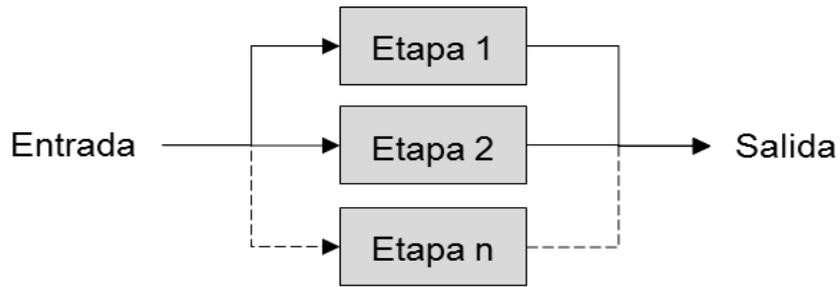


Figura 4-3. Diagrama de bloque de un sistema en paralelo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Se entiende por indisponibilidad parcial, a la disminución de la capacidad o velocidad de operación que sufre un sistema en paralelo, cuando una de sus etapas falla. Se debe recordar que los sistemas en serie cesan totalmente la producción cuando una de sus etapas falla; pero para que un sistema en paralelo cese totalmente la producción, todas sus etapas deben fallar al mismo tiempo (Pham, 2003, p. 21) (Yang, 2007, p. 71), caso contrario el sistema producirá a igual o menor velocidad, dependiendo de que tenga o no etapas redundantes.

Se puede decir también por omisión que si una etapa no se encuentra configurada en serie; entonces indudablemente se encuentra configurada en paralelo.

Como ejemplo se puede mencionar a una sección de troquelado de cuero de una fábrica de calzado (figura 5-3) donde trabajan cuatro (4) troqueladoras simultáneamente durante todo el tiempo requerido.



Figura 5-3. Esquema simplificado de un proceso de troquelado de cuero.

Realizado por: Hernández E, 2015.

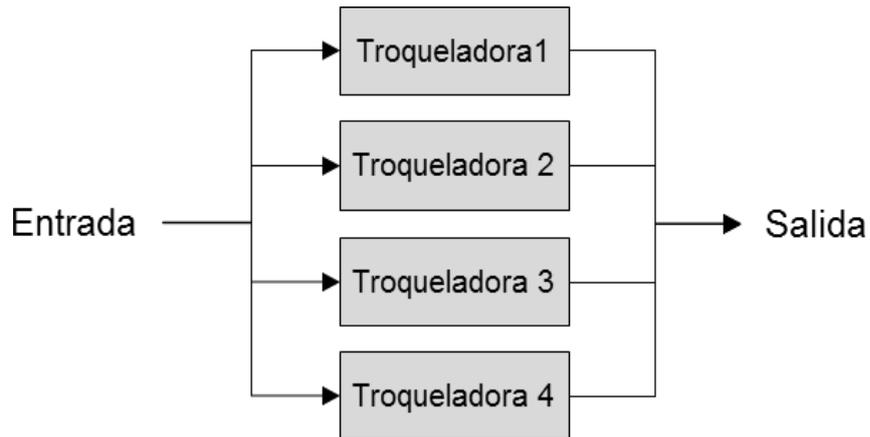


Figura 6-3. Diagrama de bloques de un proceso de troquelado de cuero.

Realizado por: Hernández E, 2015.

3.1.3 Diagrama de bloques de un sistema mixto

Comúnmente los sistemas mixtos, son los más comunes dentro de los procesos productivos y son aquellos conformados por etapas en paralelo y en serie (Yang, 2007, p. 73) (Epstein y Weissman, 2008, p. 67).

Existen procesos conformados únicamente por etapas en serie pero es muy difícil que un proceso esté conformado únicamente por etapas en paralelo ya que siempre existirá la probabilidad de que falle un elemento que pare todo el proceso.

Un ejemplo de este tipo de sistemas se puede encontrar en las inyectoras giratorias de calzado de cloruro de polivinilo (PVC) de doce (12) estaciones y de un solo inyector, cuyo esquema se encuentra en la figura 7-3.

La inyectora está provista de una mesa circular en la que se encuentran distribuidas las estaciones con su respectivo molde, en donde se efectuará la inyección del calzado de cloruro de polivinilo (PVC).

Para que se produzca la inyección dentro de cada molde, un mecanismo de giro situado en la parte inferior de la mesa giratoria, ubica a las estaciones frente al inyector, durante el tiempo necesario para que se complete el llenado dentro del molde. Este proceso se repite indefinidamente.

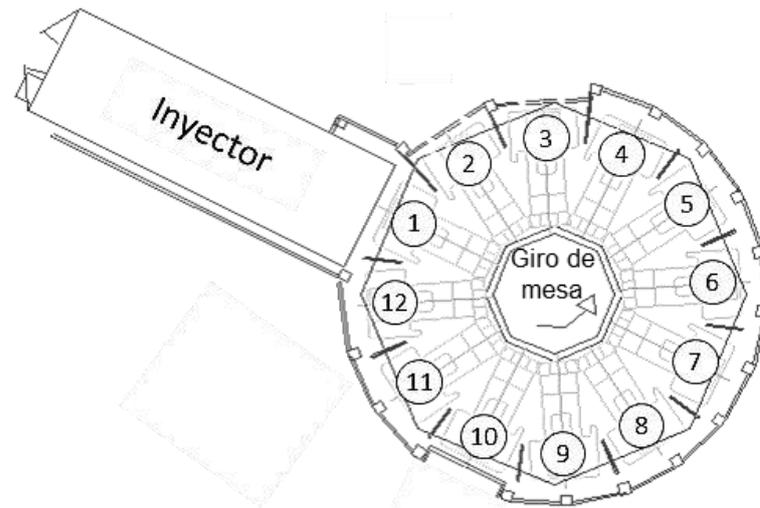


Figura 7-3. Esquema simplificado de un proceso de inyección de calzado de PVC.

Realizado por: Hernández E, 2015.

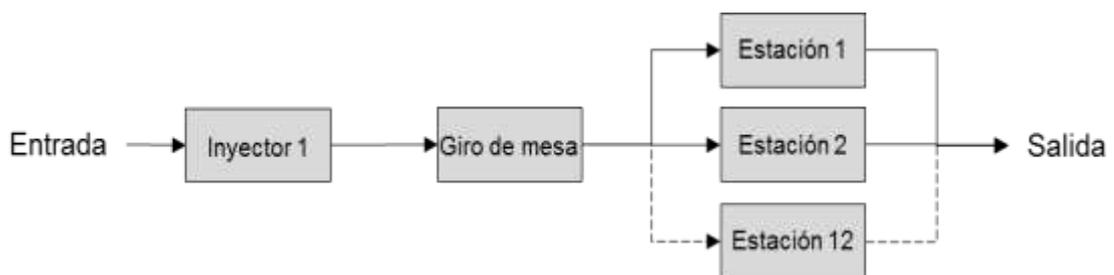


Figura 8-3. Diagrama de bloques de un proceso de inyección de calzado de PVC.

Realizado por: Hernández E, 2015.

3.1.4 Velocidad de operación de los sistemas (V_{sis})

Existen diferentes tipos de sistemas operacionales, como por ejemplo los sistemas productivos, cuya capacidad operacional se mide por su velocidad de operación o de funcionamiento, en otros sistemas como en los de bombeo, la capacidad operacional podría medirse por el caudal del sistema.

En fin, para cualquier tipo de sistema, siempre existe una variable del proceso que mide su capacidad operacional; sin embargo en la presente tesis solo se emplea a los sistemas productivos porque se los ha seleccionado como modelo y no porque las ecuaciones deducidas más adelante en este mismo capítulo, sean exclusivas para este tipo de sistemas.

Por tal motivo, estas ecuaciones pueden aplicarse a cualquier tipo de sistema, utilizando la variable que mide su capacidad operacional, si es que fuera necesario. Así por ejemplo, para aplicar las ecuaciones en los sistemas de bombeo, se debe reemplazar la variable de velocidad de operación por la de caudal.

3.1.4.1 *Velocidad de operación de los sistemas en serie*

Para los sistemas en serie, la velocidad de operación del sistema es igual a la velocidad de la etapa más lenta (Goldratt y Cox, 2004, p. 151 - 162).

Así por ejemplo, en la figura 9-3, donde se han colocado las velocidades de operación de las etapas del proceso de fabricación de cuchillos del subtema 3.1.1, se puede observar que la etapa más lenta es la de fabricación de hojas, por lo tanto la velocidad de operación del sistema es de ochenta (80) cuchillos por hora.

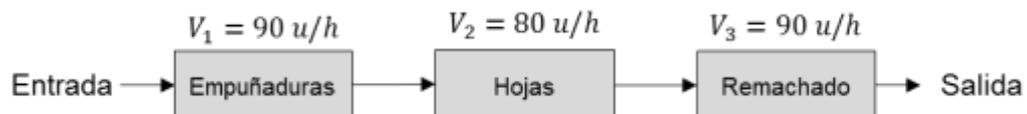


Figura 9-3. Velocidad de operación de un proceso de fabricación de cuchillos.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Analizando este proceso se observa que aunque se fabriquen empuñaduras a una velocidad de noventa (90) unidades por hora, solo se pueden remachar ochenta (80) unidades por hora ya que esta es la velocidad con que se fabrican la hojas para los cuchillos, aunque la velocidad de operación en la etapa de remachado sea también de noventa (90) por hora, ya que no se pueden remachar solo empuñaduras sin hojas.

3.1.4.2 *Velocidad de operación de los sistemas en paralelo*

En los sistemas en paralelo, la entrada y salida de materiales se realiza en función del requerimiento de cada etapa activa, de tal manera que se garantice su producción de manera individual.

En los sistemas en paralelo, la producción total es igual a la sumatoria de la producción de sus etapas activas y por ende, la velocidad de operación potencial de un sistema en paralelo, es igual a la sumatoria de las velocidades de operación individuales de sus etapa activas.

Por ejemplo, en el diagrama de bloques del proceso de inyección de calzado de cloruro de polivinilo (PVC) de la figura 8-3, cada estación tarda en promedio quince (15) minutos para completar el proceso de inyección de cada par de calzado, lo que significa que la velocidad de operación de cada etapa es de cuatro (4) pares de calzado por hora; si la inyectora tiene doce (12) estaciones, será capaz de producir a una velocidad potencial de cuarenta y ocho (48) pares de calzado por hora.

3.1.4.3 Velocidad de operación de los sistemas mixtos

Para el caso de los sistemas mixtos (subtema 3.1.3), se debe considerar a las etapas en paralelo como si fueran una sola unidad productiva, con una velocidad de operación igual a la suma de todas las velocidades de cada una de las etapas en paralelo, de tal manera que se obtenga un sistema equivalente conformado únicamente por etapas en serie.

En la figura 10-3, se pueden observar las velocidades de operación de las etapas del proceso de las figuras 7-3 y 8-3. Cada una de las doce (12) estaciones, funcionan a una velocidad de operación de cuatro (4) unidades por hora.

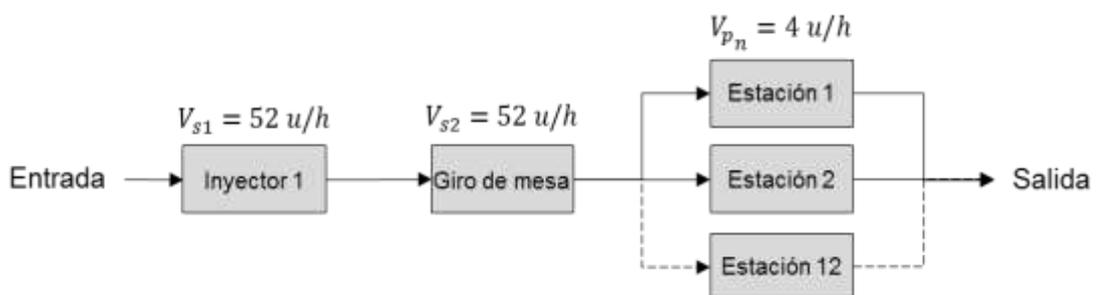


Figura 10-3. Velocidad de operación de un proceso de fabricación de calzado de PVC.

Realizado por: Hernández E, 2015.

La capacidad total de las etapas en paralelo se reemplaza por una sola etapa equivalente que funciona a una velocidad de operación de cuarenta y ocho (48)

unidades por hora (figura 11-3) de tal manera que el sistema queda simplificado a uno, con etapas en serie únicamente.



Figura 11-3. Velocidad de operación de un proceso mixto equivalente.

Realizado por: Hernández E, 2015.

El nuevo sistema equivalente, queda reducido a tres etapas en serie, que funcionan a una velocidad de operación de cuarenta y ocho (48) unidades por hora, ya que este valor corresponde a la etapa más lenta del sistema equivalente (subtema 3.1.4.1).

3.1.5 Tolerancia a la indisponibilidad

En términos de la disponibilidad, no se puede hablar de tolerancia a la falla, puesto que las consecuencias de un modo de falla, no son únicamente operacionales.

Existen otras consecuencias, como a la seguridad y al ambiente; e incluso podrían existir consecuencias no operacionales (Moubray, 2004, p. 151 - 162); en donde el desarrollo de algún modo de falla no necesariamente produce la indisponibilidad del sistema.

Existen procesos cuyas fallas no producen consecuencias operacionales durante el tiempo requerido (indisponibilidad de la etapa que ha fallado), o en donde el efecto de la falla se hace evidente luego de haber transcurrido un determinado tiempo.

Este es el caso por ejemplo de los sistemas en paralelo pasivo, que tienen etapas redundantes que operan únicamente cuando una de las etapas activas se encuentra en estado de indisponibilidad.

Estos sistemas están estructurados de tal manera que las etapas pasivas aunque deben estar en estado de disponibilidad, no funcionan cuando las etapas activas se encuentran en estado operativo. A esta condición de las etapas pasivas se conoce como estado en espera (figura 3-2).

Todas las etapas pasivas, tienen una capacidad potencial para poder reemplazar total o parcialmente a las etapas activas cuando lo requieran. Por lo tanto en los sistemas pasivos, existe una capacidad excedente que se encuentra en estado de espera.

También presentan tolerancia a la indisponibilidad, los sistemas con etapas en serie, que tienen una velocidad de operación nominal mayor a la del sistema, cuyo excedente puede almacenarse en tolvas, estantería o contenedores, antes de pasar a la siguiente etapa.

A pesar que la acumulación de inventario (almacenaje de subensambles en proceso) es contraproducente (Goldratt y Cox, 2004 p. 151 - 162), en ocasiones y de manera controlada puede aportar para prevenir las consecuencias operacionales de la indisponibilidad de alguna etapa durante un tiempo determinado.

En el ejemplo de la figura 9-3, la velocidad de operación del sistema es de ochenta (80) cuchillos por hora, mientras que la etapa de empuñadura tiene una velocidad de operación nominal de noventa (90) unidades por hora.

En este caso se puede producir un excedente a una velocidad de diez (10) empuñaduras por hora hasta almacenar un total de ciento ochenta (180), de tal modo que si esta etapa falla, puede ser intervenida durante dos (2) horas sin que el proceso se detenga por falta de empuñaduras.

En la figura 12-3 se puede observar que el excedente de empuñaduras, tiene un comportamiento tal, que simula a una etapa en paralelo pasivo, que se encuentra en estado de disponibilidad, mientras exista empuñaduras de reserva.

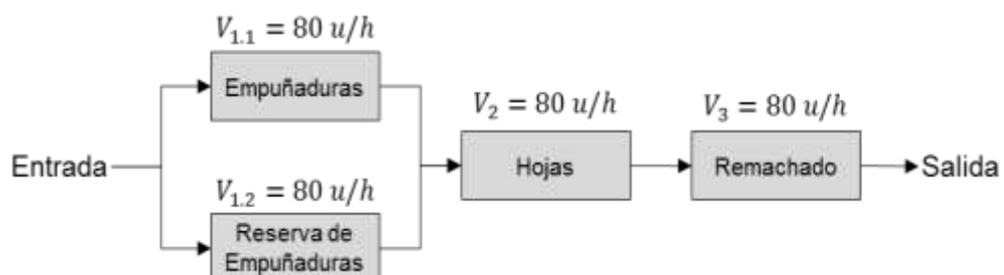


Figura 12-3. Etapa en serie con tolerancia a la indisponibilidad.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Una vez terminadas las empuñaduras de reserva, esta etapa entra en estado de indisponibilidad y si aún la etapa de empuñaduras no entra en operación, se interrumpirá la producción del sistema. La tolerancia a la indisponibilidad es una característica que se debe identificar y aprovechar para la gestión del mantenimiento; pero si con este fin, se requiere rediseñar, se debe justificar apropiadamente.

3.2 Deducción del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en serie

Para tener una mejor comprensión de la relación entre los tiempos utilizados para el cálculo de la disponibilidad, se puede extraer una simplificación del esquema de la figura 3-2 (subtema 2.2), en la que se van a suprimir el tiempo de incapacidad externa y tiempo no requerido, por no tener relación con las actividades de mantenimiento (figura 13-3).

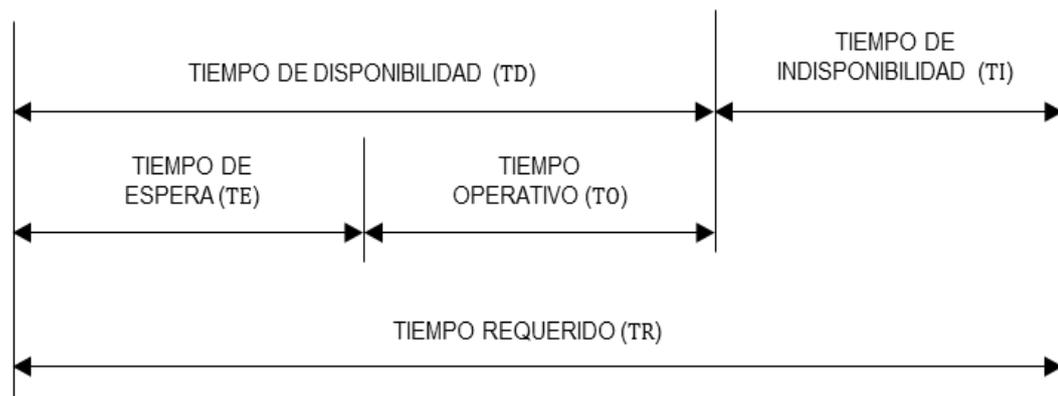


Figura 13-3. Extracto de la correlación entre los tiempos relativos a la disponibilidad.

Fuente: Norma EN 13306, 2010.

En base a las definiciones del subtema 2.2 y a la nomenclatura de la figura 13-3, la ecuación general para el cálculo de la disponibilidad operacional de un solo ítem; ecuación (1), se la puede expresar de la siguiente manera:

Ecuación (20)

$$D_o = \frac{TD}{TR}$$

Dónde:

D_o = Disponibilidad operacional de un solo ítem

TD = Tiempo de disponibilidad durante el tiempo requerido

TR = Tiempo requerido

En la figura 13-3 se puede observar que:

Ecuación (21)

$$TD = TR - TI$$

Dónde:

TI = Tiempo de indisponibilidad durante el tiempo requerido

Remplazando la ecuación (21) en la (20):

Ecuación (22)

$$D_o = \frac{TR - TI}{TR}$$

3.2.1 Disponibilidad de los sistemas en serie en función del tiempo indisponible de sus etapas

Como en los sistemas en serie, la indisponibilidad de cualquier etapa causa la indisponibilidad de todo el sistema, la ecuación (22) puede expresarse de la siguiente manera:

Ecuación (23)

$$D_s = \frac{TR - \sum_{i=1}^k TI_{esi}}{TR}$$

Dónde:

D_s = Disponibilidad del sistema en serie

TI_{esi} = Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en serie

k = Número total de etapas en serie

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_s = \frac{TR}{TR} - \frac{\sum_{i=1}^k Tl_{esi}}{TR}$$

Simplificando:

Ecuación (24)

$$D_s = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k Tl_{esi}}{TR}$$

3.2.2 Disponibilidad de los sistemas en serie en función de la disponibilidad de sus etapas

A la ecuación (23), se le suma y se le resta al mismo tiempo $(k - 1) * TP$ al numerador con el propósito de no afectar la ecuación:

$$D_s = \frac{TR + [(k - 1) * TR - (k - 1) * TR] - \sum_{i=1}^k Tl_{esi}}{TR}$$

Reduciendo los dos primeros términos del numerador $TR + (k - 1) * TR$:

$$D_s = \frac{TR + k * TR - TR - (k - 1) * TR - \sum_{i=1}^k Tl_{esi}}{TP}$$

$$D_s = \frac{(TR + k * TR - TR) - (k - 1) * TR - \sum_{i=1}^k Tl_{esi}}{TP}$$

$$D_s = \frac{k * TR - (k - 1) * TR - \sum_{i=1}^k Tl_{esi}}{TR}$$

$$D_s = \frac{k * TR - \sum_{i=1}^k Tl_{esi} - (k - 1) * TR}{TR}$$

Aplicando la primera propiedad de las sumatorias; ecuación (17), ya que TR es constante:

$$D_s = \frac{\sum_{i=1}^k TR - \sum_{i=1}^k Tl_{esi} - (k-1) * TR}{TR}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

$$D_s = \frac{\sum_{i=1}^k (TR - Tl_{esi}) - (k-1) * TR}{TR}$$

Separando en fracciones homogéneas:

$$D_s = \frac{\sum_{i=1}^k (TR - Tl_{esi})}{TR} - \frac{(k-1) * TR}{TR}$$

Simplificando:

$$D_s = \frac{\sum_{i=1}^k (TR - Tl_{esi})}{TR} - (k-1)$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_s = \sum_{i=1}^k \left(\frac{TR - Tl_{esi}}{TR} \right) - (k-1)$$

Como $\sum_{i=1}^k \left(\frac{TR - Tl_{esi}}{TR} \right)$ en la sumatoria de las disponibilidades de las distintas etapas en serie del sistema, finalmente se obtiene:

Ecuación (25)

$$D_s = \sum_{i=1}^k (D_{esi}) - (k-1)$$

Dónde:

D_{esi} = Disponibilidad de cada una de las etapas en serie

La ecuación (25) establece claramente que la disponibilidad de los sistemas en serie es función de la sumatoria de la disponibilidad individual de cada etapa disminuido en $(k -$

1), que es el número total de etapas en serie menos uno (1), con lo que demuestra la hipótesis para los sistemas en serie: “La disponibilidad de un sistema en serie es únicamente función de las disponibilidades individuales de sus etapas”.

3.2.3 Disponibilidad de los sistemas en serie en función del tiempo disponible de sus etapas

Reemplazando la ecuación (20) en la (25):

$$D_s = \sum_{i=1}^k \left(\frac{TD_{es_i}}{TR} \right) - (k - 1)$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_s = \frac{1}{TR} * \sum_{i=1}^k TD_{es_i} - (k - 1)$$

Ecuación (26)

$$D_s = \frac{\sum_{i=1}^k TD_{es_i}}{TR} - (k - 1)$$

Dónde:

TD_{es_i} = Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en serie

3.3 Deducción del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en paralelo

En algunos casos, la indisponibilidad de una de las etapas en paralelo acarrea consecuencias operacionales al sistema; pero en otros casos no causan ninguna consecuencia operacional; es por eso que para el cálculo de la disponibilidad, los sistemas en paralelo se dividen en dos:

1. Sistema en paralelo activo
2. Sistema en paralelo pasivo

3.3.1 Sistema en paralelo activo

Es aquel en el que todas las etapas en paralelo deben cumplir su función simultáneamente durante el tiempo requerido (Rausand y Høyland, 2004, p. 119) para que no existan consecuencias operacionales (disminución de la velocidad de operación del sistema); por lo tanto, debe cumplirse la condición de que “la sumatoria de las velocidades de operación de cada una de las etapas, debe ser igual a la velocidad de operación del sistema”:

Ecuación (27)

$$V_{sis} = \sum_{i=1}^n V_{ep_i} = \sum_{i=1}^n V_{epa_i}$$

Dónde:

V_{sis} = Velocidad de operación del sistema

V_{ep_i} = Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo

V_{epa_i} = Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo activo

n = número de etapas en paralelo activo

Tomando en cuenta que durante cualquier tiempo de fabricación, la producción (Q) alcanzada es proporcional a la velocidad de operación (V):

$$Q = T * V$$

Ecuación (28)

$$T = \frac{Q}{V}$$

Reemplazando la ecuación (28) en la (20):

$$D_o = \frac{TD}{TR} = \frac{\frac{Q_a}{V}}{\frac{Q_0}{V}}$$

Ecuación (29)

$$D_o = \frac{Q_a}{Q_0}$$

Dónde:

Q_a = Producción alcanzada durante el tiempo de disponibilidad

Q_0 = Producción nominal que debería alcanzarse durante el tiempo requerido

Para un sistema en paralelo activo, la producción alcanzada durante el tiempo disponible (Q_a) es igual a la sumatoria de la producción individual de cada una de sus etapas activas ($\sum_{i=1}^n Q_{epa_i}$), por lo que:

Ecuación (30)

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{epa_i}}{Q_0}$$

Dónde:

D_{pa} = Disponibilidad de un sistema en paralelo activo

3.3.1.1 Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo disponible de sus etapas

Reemplazando la ecuación (28) en la (30):

Ecuación (31)

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * \sum_{i=1}^n V_{epa_i}}$$

Dónde:

TD_{epa_i} = Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo

Reemplazando la ecuación (27) en la (31):

Ecuación (32)

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}}$$

3.3.1.2 *Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo indisponible de sus etapas*

Reemplazando la ecuación (21) en la (32):

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n [(TR - TI_{epa_i}) * V_{epa_i}]}{TR * V_{sis}}$$

Dónde:

TI_{epa_i} = Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n [TR * V_{epa_i} - TI_{epa_i} * V_{epa_i}]}{TR * V_{sis}}$$

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (TR * V_{epa_i}) - \sum_{i=1}^n (TI_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}}$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19), ya que TR es constante:

Ecuación (33)

$$D_{pa} = \frac{TR * \sum_{i=1}^n V_{epa_i} - \sum_{i=1}^n (TI_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}}$$

Reemplazando la ecuación (27) en la (33):

$$D_{pa} = \frac{TR * V_{sis} - \sum_{i=1}^n (T I_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}}$$

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_{pa} = \frac{TR * V_{sis}}{TR * V_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^n (T I_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}}$$

Simplificando:

Ecuación (34)

$$D_{pa} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (T I_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}}$$

Mediante esta ecuación se demuestra la hipótesis para los sistemas en paralelo activo: “La disponibilidad de un sistema en paralelo es función de los tiempos de indisponibilidad y de las velocidades de operación de sus etapas”.

3.3.1.3 Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función de la disponibilidad de sus etapas

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19) en la (30), ya que TR es contante:

Ecuación (35)

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{T D_{epa_i}}{TR} * V_{epa_i} \right)}{V_{sis}}$$

Reemplazando la ecuación (20) en la (35):

Ecuación (36)

$$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (D_{epa_i} * V_{epa_i})}{V_{sis}}$$

Dónde:

D_{epa_i} = Disponibilidad individual de cada una de las etapas en paralelo activo

En el caso particular de que las velocidades de operación individuales de cada etapa en paralelo activo sean iguales, dicha velocidad se convierte en constante ($V_{epa} = cte$), y por tanto se puede aplicar la primera propiedad de las sumatorias; ecuación (17) en la (27) para posteriormente simplificar las ecuaciones (32), (34) y (36):

Ecuación (37)

$$V_{sis} = \sum_{i=1}^n V_{epa} = n * V_{epa}$$

3.3.1.4 *Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo disponible de sus etapas con $V_{epa} = cte$*

Reemplazando la ecuación (37) en la (32):

$$D_{pa*} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa})}{TR * n * V_{epa}}$$

Dónde:

D_{pa*} = Disponibilidad de un sistema en paralelo activo con $V_{epa} = cte$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_{pa*} = \frac{V_{epa} * \sum_{i=1}^n TD_{epa_i}}{TR * n * V_{epa}}$$

Simplificando:

Ecuación (38)

$$D_{pa*} = \frac{\sum_{i=1}^n TD_{epa_i}}{n * TR}$$

3.3.1.5 *Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función del tiempo indisponible de sus etapas con $V_{epa} = cte$*

Reemplazando la ecuación (37) en la (34) y aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_{pa*} = 1 - \frac{V_{epa} * \sum_{i=1}^n TI_{epa_i}}{TR * n * V_{ep}}$$

Simplificando:

Ecuación (39)

$$D_{pa*} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{epa_i}}{n * TR}$$

3.3.1.6 *Disponibilidad de los sistemas en paralelo activo en función de la disponibilidad de sus etapas con $V_{epa} = cte$*

Reemplazando la ecuación (37) en la (36) y aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_{pa*} = \frac{V_{epa} * \sum_{i=1}^n D_{epa_i}}{n * V_{ep} \alpha}$$

Simplificando:

$$D_{pa*} = \frac{\sum_{i=1}^n D_{epa_i}}{n}$$

3.3.2 Sistema en paralelo pasivo

Son sistemas de alta disponibilidad que no requieren que todas sus etapas en paralelo cumplan su función simultáneamente durante el tiempo requerido (Rausand y Høyland, 2004 p. 119); o sea, no todas las etapas son activas, alguna podría ser pasiva o redundante.

En un sistema paralelo pasivo, debe cumplirse la condición de que “*la sumatoria de las velocidades de operación potencial de las etapas en paralelo activas y pasivas ($\sum_{i=1}^n V_{ep_i}$), es mayor a la velocidad de operación del sistema (V_{sis})*” (subtema 3.1.5), y es por eso que al menos una etapa se encuentra apagada (redundantes), conservando la capacidad requerida para el sistema de manera total o parcial.

También es muy importante, tomar en cuenta que: *La indisponibilidad de una etapa redundante tiene consecuencias operaciones, únicamente si esta indisponibilidad se produce dentro del tiempo en que la etapa activa protegida se encuentra también en estado de indisponibilidad*; caso contrario la indisponibilidad de la etapa redundante, no tendrá ningún tipo de consecuencia operacional en el sistema. Se debe recordar que la indisponibilidad contempla, tanto actividades correctivas como preventivas.

Ya sea sede la etapa de diseño o por un rediseño, las etapas redundantes cumplen la misión de reemplazar o proteger la función de las etapas activas y funcionan únicamente cuando la etapa protegida ha fallado y se encuentra en estado de indisponibilidad; a menos que la etapa redundante también se encuentre en estado de indisponibilidad; sin embargo, este no es el único caso de sistema paralelo pasivo.

Cuando en un sistema no trabajan todas las etapas en paralelo disponibles, ya sea por falta de materia prima, por disminución en las ventas o por cualquier otro motivo, las etapas apagadas o con capacidad reducida, podrías cumplir el papel de redundantes, aunque inicialmente no fueran diseñadas con ese propósito.

Los contenedores (como tolvas, anaqueles, etc.) que almacenan el material de salida

de una etapa en serie, y que permiten el flujo de material hacia la siguiente etapa, cuando la precedente se encuentra en estado de indisponibilidad; también cumplen el papel de redundantes durante el tiempo que tardan en vaciarse.

Cuando, a pesar de que se requiera que todas las etapas en paralelo trabajen simultáneamente (no existen etapas redundantes), y se cumpla con la condición de los sistemas en paralelo pasivo ($\sum_{i=1}^n V_{ep_i} > V_{sis}$); alguna etapas debe trabajar a velocidad reducida con la finalidad de que la velocidad de operación potencial en paralelo ($\sum_{i=1}^n V_{ep_i}$) se iguale a la velocidad de operación del sistema (V_{sis}) (Goldratt y Cox, 2004, p 151 - 162).

En este caso, La velocidad de operación excedente ($\sum_{i=1}^n V_{ep_i} - V_{sis}$), trabaja como si fuera una etapa redundante, ya que es aprovechada cuando una de las etapas del sistema en paralelo activo se encuentra en estado de indisponibilidad; con el propósito de que la pérdida de producción no disminuya tanto.

Ecuación (41)

$$\sum_{i=1}^m V_{epi} = \sum_{i=1}^{n+m} V_{epi} - V_{sis}$$

Dónde:

V_{epi} = Velocidad de operación de cada etapa en paralelo pasivo

m = Número de etapas en paralelo pasivo

En cualquier caso, si una etapa activa se encuentra en estado de indisponibilidad, la pérdida de producción se compensaría total o parcialmente por el trabajo de las etapas pasivas durante el tiempo de indisponibilidad de las etapas activas; por lo tanto, la producción alcanzada por el sistema es igual a la sumatoria de la producción de cada etapa en paralelo activo y paralelo pasivo:

Ecuación (42)

$$Q_a = \sum_{i=1}^n Q_{epa_i} + \sum_{i=1}^m Q_{epi}$$

Dónde:

Q_{epa_i} = Producción alcanzada por cada etapa en paralelo activo

Q_{epi_i} = Producción adicional de cada etapa en paralelo pasivo

Reemplazando la ecuación (42) en la (29):

Ecuación (43)

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{epa_i} + \sum_{i=1}^m Q_{epi_i}}{Q_0}$$

Dónde:

D_{pp} = Disponibilidad de un sistema en paralelo pasivo

3.3.2.1 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas

Considerando que las etapas en paralelo pasivas solo producen durante el tiempo en estado operativo (subtema 2.2), que es cuando alguna etapa en paralelo activo se encuentra en estado de indisponibilidad y reemplazando la ecuación (28) en la (43), se obtiene:

Ecuación (44)

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i}) + \sum_{i=1}^m (TO_{epi_i} * V_{epi_i})}{TR * V_{sis}}$$

Dónde:

TO_{epi_i} = Tiempo en estado operativo de cada una de las etapas en paralelo pasivo

V_{epi_i} = Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo pasivo

De acuerdo al esquema de la figura 13-3, se puede deducir:

$$TO_{epp_i} = TD_{epp_i} - TE_{epp_i}$$

Dónde:

TD_{epp_i} = Tiempo de disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo pasivo

TE_{epp_i} = Tiempo de espera de cada una de las etapas en paralelo pasivo

Reemplazando la ecuación (45) en la (44):

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i}) + \sum_{i=1}^m [(TD_{epp_i} - TE_{epp_i}) * V_{epp_i}]}{TR * V_{sis}}$$

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i}) + \sum_{i=1}^m (TD_{epp_i} * V_{epp_i} - TE_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i}) + \sum_{i=1}^m (TD_{epp_i} * V_{epp_i}) - \sum_{i=1}^m (TE_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TD_{epa_i} * V_{epa_i} + TD_{epp_i} * V_{epp_i}) - \sum_{i=1}^m (TE_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Como $TD_{epa_i} * V_{epa_i}$ es la producción de las etapas en paralelo activo (Q_{epa_i}) durante el tiempo requerido y $TD_{epp_i} * V_{epp_i}$ es la producción potencial (Q_{epp_i}) con que se dispondría si las etapas en paralelo pasivo no estuvieran en ningún momento es estado de espera, puede establecer que:

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TD_{epi} * V_{epi}) - \sum_{i=1}^m (TE_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Dónde:

TD_{ep_i} = Tiempo disponible de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo

V_{ep_i} = Velocidad de operación de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo

$n + m$ = Número de etapas en paralelo activo y pasivo

3.3.2.2 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo indisponible de sus etapas

Reemplazando la ecuación (21) en la (47):

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} \left[(TR - TI_{ep_i}) * V_{ep_i} \right] - \sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Dónde:

TI_{ep_i} = Tiempo de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TR * V_{ep_i} - TI_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TR * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^{n+m} (TI_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19), ya que TR es constante:

Ecuación (48)

$$D_{pp} = \frac{TR * \sum_{i=1}^{n+m} V_{ep_i} - \sum_{i=1}^{n+m} (TI_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Reemplazando la ecuación (41) en la (48):

$$D_{pp} = \frac{TR * (V_{sis} + \sum_{i=1}^m V_{epp_i}) - \sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (T E_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

$$D_{pp} = \frac{TR * V_{sis} + TR * \sum_{i=1}^m V_{epp_i} - \sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (T E_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_{pp} = \frac{TR * V_{sis}}{TR * V_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - TR * \sum_{i=1}^m V_{epp_i} + \sum_{i=1}^m (T E_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Simplificando:

$$D_{pp} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - TR * \sum_{i=1}^m V_{epp_i} + \sum_{i=1}^m (T E_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19), ya que TR es constante:

$$D_{pp} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (TR * V_{epp_i}) + \sum_{i=1}^m (T E_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

$$D_{pp} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (TR * V_{epp_i} - T E_{epp_i} * V_{epp_i})}{TR * V_{sis}}$$

Ecuación (49)

$$D_{pp} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (T I_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m [(TR - T E_{epp_i}) * V_{epp_i}]}{TR * V_{sis}}$$

Mediante esta ecuación se demuestra la hipótesis para los sistemas en paralelo pasivo: “La disponibilidad de un sistema en paralelo es función de los tiempos de indisponibilidad y de las velocidades de operación de sus etapas”.

3.3.2.3 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función de la disponibilidad de sus etapas

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19) en la (45), ya que TR es contante:

$$D_{pp} = \frac{TR * \sum_{i=1}^{n+m} \left(\frac{TD_{ep_i}}{TR} * V_{ep_i} \right) - \sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_{pp} = \frac{TR * \sum_{i=1}^{n+m} \left(\frac{TD_{ep_i}}{TR} * V_{ep_i} \right)}{TR * V_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Simplificando:

Ecuación (50)

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} \left(\frac{TD_{ep_i}}{TR} * V_{ep_i} \right)}{V_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Remplazando la ecuación (20) en la (50):

Ecuación (51)

$$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (D_{ep_i} * V_{ep_i})}{V_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}}$$

Dónde:

D_{ep_i} = Disponibilidad individual de cada una de las etapas en paralelo activo y pasivo

Nótese que si no existieran etapas en paralelo pasivas, TE_{ep_i} y V_{ep_i} serían iguales a cero (0) y por lo tanto, las ecuaciones (47), (49) y (51) serían iguales a las 32, 34 y 36, respectivamente.

En el caso particular de que las velocidades de operación individuales de cada etapa en paralelo activo y pasivo sean iguales, dichas velocidades serían constante:

Ecuación (52)

$$V_{epa} = V_{epp} = V_{ep} = cte$$

Aplicando la primera propiedad de las sumatorias ecuación (17) y reemplazando la ecuación (52) en la (47):

$$\sum_{i=1}^m V_{epp} = \sum_{i=1}^{n+m} V_{ep} - V_{sis}$$

$$m * V_{epp} = (n + m) * V_{ep} - V_{sis}$$

Despejando V_{sis} :

$$V_{sis} = (n + m) * V_{ep} - m * V_{ep}$$

Resolviendo $(n + m) * V_{ep}$ y reduciendo términos semejantes:

$$V_{sis} = n * V_{ep} + m * V_{ep} - m * V_{ep}$$

Ecuación (53)

$$V_{sis} = n * V_{ep}$$

Que es similar a la ecuación (37) de los sistemas en paralelo con etapas activas; y de igual manera, n es el número total de etapas únicamente activas. Se debe recordar que la ecuación (53) únicamente debe aplicarse en los sistemas en que las velocidades de operación, tanto de las etapas activas como de las pasivas (V_{ep}) sean iguales.

3.3.2.4 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas activas y pasivas con $V_{ep} = cte$

Reemplazando las ecuaciones (52) y (53) en la (47):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TD_{ep_i} * V_{ep}) - \sum_{i=1}^m (TE_{epp_i} * V_{ep})}{TR * n * V_{ep}}$$

Dónde:

D_{pp*} = Disponibilidad de un sistema en paralelo pasivo con $V_{ep} = cte$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_{pp*} = \frac{V_{ep} * \sum_{i=1}^{n+m} TD_{ep_i} - V_{ep} * \sum_{i=1}^m TE_{epp_i}}{TR * n * V_{ep}}$$

Simplificando:

Ecuación (54)

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} TD_{ep_i} - \sum_{i=1}^m TE_{epp_i}}{n * TR}$$

3.3.2.5 *Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas activas con $V_{ep} = cte$*

Como $\sum_{i=1}^{n+m} TD_{ep_i}$ es la sumatoria de los tiempos de disponibilidad de las etapas en paralelo activas y pasivas, entonces:

Ecuación (55)

$$\sum_{i=1}^{n+m} TD_{ep_i} = \sum_{i=1}^n TD_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TD_{epp_i}$$

Reemplazando las ecuaciones (55) en la (54):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n TD_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TD_{epp_i} - \sum_{i=1}^m TE_{epp_i}}{n * TR}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

Ecuación (56)

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n TD_{epa_i} + \sum_{i=1}^m (TD_{epi} - TE_{epi})}{n * TR}$$

Reemplazando las ecuaciones (45) en la (56):

Ecuación (57)

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n TD_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TO_{epi}}{n * TR}$$

3.3.2.6 *Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo indisponible de sus etapas activas y pasivas con $V_{ep} = cte$*

Reemplazando las ecuaciones (21) en la (54):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n (TR - TI_{epi}) - \sum_{i=1}^m TE_{epi}}{n * TR}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n TR - \sum_{i=1}^n TI_{epi} - \sum_{i=1}^m TE_{epi}}{n * TR}$$

Aplicando la primera propiedad de las sumatorias; ecuación (17), ya que TR es constante:

$$D_{pp*} = \frac{n * TR - \sum_{i=1}^n TI_{epi} - \sum_{i=1}^m TE_{epi}}{n * TR}$$

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_{pp*} = \frac{n * TR}{n * TR} - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{epi} + \sum_{i=1}^m TE_{epi}}{n * TR}$$

Simplificando:

Ecuación (58)

$$D_{pp*} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{ep_i} + \sum_{i=1}^m TE_{epi_i}}{n * TR}$$

3.3.2.7 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función del tiempo disponible de sus etapas activas con $V_{ep} = cte$

Reemplazando las ecuaciones (21) en la (57):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n (TR - TI_{epa_i}) + \sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

Aplicando la segunda propiedad de las sumatorias; ecuación (18):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n TR - \sum_{i=1}^n TI_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

Aplicando la primera propiedad de las sumatorias; ecuación (17), ya que TR es constante:

$$D_{pp*} = \frac{n * TR - \sum_{i=1}^n TI_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_{pp*} = \frac{n * TR}{n * TR} - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{epa_i} - \sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

Simplificando:

Ecuación (59)

$$D_{pp*} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{epa_i} - \sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

3.3.2.8 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función de la disponibilidad de sus etapas activas y pasivas con $VP_{ep} = cte$

Reemplazando las ecuaciones (52) y (53) en la (51):

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (D_{ep_i} * V_{ep})}{n * V_{ep}} - \frac{\sum_{i=1}^m (TE_{epi} * V_{ep})}{TR * n * V_{ep}}$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

$$D_{pp*} = \frac{V_{ep} * \sum_{i=1}^{n+m} D_{ep_i}}{n * V_{ep}} - \frac{V_{ep} * \sum_{i=1}^m TE_{epi}}{TR * n * V_{ep}}$$

Simplificando:

Ecuación (60)

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} D_{ep_i}}{n} - \frac{\sum_{i=1}^m TE_{epi}}{n * TR}$$

3.3.2.9 Disponibilidad de los sistemas en paralelo pasivo en función de la disponibilidad de sus etapas activas con $VP_{ep} = cte$

Al primer término de la ecuación (57) se multiplica y divide TR para no alterarla:

$$D_{pp*} = \frac{\frac{TR * \sum_{i=1}^n TD_{epa_i}}{TR} + \sum_{i=1}^m TO_{epi}}{n * TR}$$

Aplicando la tercera propiedad de las sumatorias; ecuación (19):

Ecuación (61)

$$D_{pp*} = \frac{TR * \sum_{i=1}^n \left(\frac{TD_{epa_i}}{TR} \right) + \sum_{i=1}^m TO_{epi}}{n * TR}$$

Reemplazando la ecuación (20) en la (61):

$$D_{pp*} = \frac{TR * \sum_{i=1}^n D_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

Separando en ecuaciones homogéneas:

$$D_{pp*} = \frac{TR * \sum_{i=1}^n D_{epa_i}}{n * TR} + \frac{\sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

Simplificando:

Ecuación (62)

$$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n D_{epa_i}}{n} + \frac{\sum_{i=1}^m TO_{epi_i}}{n * TR}$$

3.4 Tabulación de los métodos de cálculo de la disponibilidad

Dado que se utilizaron varias ecuaciones para deducir los métodos de cálculo de la disponibilidad, es conveniente tabular los resultados para poder identificarlos de manera clara. A continuación se presentan las dieciocho (18) nuevas ecuaciones, que constituyen la novedad científica con que aporta la presente tesis. Estas ecuaciones se encuentran agrupadas en función del tipo de sistema al que pertenecen, en las tablas 1-3, 2-3, 3-3, 4-3 y 5-3.

Tabla 1-3. Ecuaciones para sistemas en serie.

Ecuaciones	Variable independiente
$D_s = \frac{\sum_{i=1}^k TD_{esi}}{TR} - (k - 1)$ (26)	TD_{esi}
$D_s = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k TI_{esi}}{TR}$ (24)	TI_{es}
$D_s = \sum_{i=1}^k (D_{esi}) - (k - 1)$ (26)	D_{esi}

Realizado por: Hernández E, 2015.

Tabla 2-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo activo.

Ecuaciones	Variable independiente
$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (TD_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * VP_{sis}} \quad (32)$	TD_{epa_i}
$D_{pa} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (TI_{epa_i} * V_{epa_i})}{TR * V_{sis}} \quad (34)$	TI_{epa_i}
$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (D_{epa_i} * V_{epa_i})}{V_{sis}} \quad (36)$	D_{epa_i}

Realizado por: Hernández E, 2015.

Tabla 3-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo activo con $VP_{ep} = cte$.

Ecuaciones	Variable independiente
$D_{pa*} = \frac{\sum_{i=1}^n TD_{epa_i}}{n * TR} \quad (36)$	TD_{epa_i}
$D_{pa*} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{epa_i}}{n * TR} \quad (39)$	TI_{epa_i}
$D_{pa*} = \frac{\sum_{i=1}^n D_{epa_i}}{n} \quad (40)$	D_{epa_i}

Realizado por: Hernández E, 2015.

Tabla 4-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo pasivo.

Ecuaciones	Variable independiente
$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TD_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m (TE_{epi_i} * V_{epi_i})}{TR * V_{sis}} \quad (47)$	TD_{ep_i}
$D_{pp} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (TI_{ep_i} * V_{ep_i}) - \sum_{i=1}^m [(TR - TE_{epi_i}) * V_{epi_i}]}{TR * V_{sis}} \quad (49)$	TI_{ep}
$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (D_{ep_i} * V_{ep_i})}{V_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^m (TE_{epi_i} * V_{epi_i})}{TR * V_{sis}} \quad (51)$	D_{ep_i}

Realizado por: Hernández E, 2015.

Tabla 5-3. Ecuaciones para sistemas en paralelo pasivo con $V_{ep} = cte$.

Ecuaciones	Variable independiente
$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} TD_{ep_i} - \sum_{i=1}^m TE_{ep_i}}{n * TR} \quad (53)$	TD_{ep_i}
$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n TD_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TO_{ep_i}}{n * TR} \quad (56)$	TD_{epa_i}
$D_{pp*} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{ep_i} - \sum_{i=1}^m TE_{ep_i}}{n * TR} \quad (58)$	TI_{ep_i}
$D_{pp*} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n TI_{epa_i} - \sum_{i=1}^m TO_{ep_i}}{n * TR} \quad (59)$	TI_{epa_i}
$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} D_{ep_i} - \sum_{i=1}^m TE_{ep_i}}{n * TR} \quad (60)$	D_{ep_i}
$D_{pp*} = \frac{\sum_{i=1}^n D_{epa_i} + \sum_{i=1}^m TO_{ep_i}}{n * TR} \quad (62)$	D_{epa_i}

Realizado por: Hernández E, 2015.

CAPÍTULO IV

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la validación de las ecuaciones deducidas en el capítulo III, se emplean los siguientes principios tanto para los sistemas en serie, como para los sistemas en paralelo:

- La ocurrencia de modos de fallas con consecuencias operacionales, produce una disminución de las unidades que el sistema produciría con el 100 % de disponibilidad. Esta disminución es igual al producto del tiempo de indisponibilidad de cada etapa, por la reducción de la velocidad de operación provocado al sistema:

Ecuación (63)

$$Q_{ID} = TI * V_{ID}$$

Dónde:

Q_{ID} = Unidades que el sistema no produce por causa de la indisponibilidad de cada etapa

V_{ID} = Reducción de la velocidad de operación provocado al sistema

- La producción alcanzada por cualquier sistema en serie o paralelo, es igual a la producción nominal menos la sumatoria de las unidades que el sistema no produce por causa de la indisponibilidad de cada etapa:

Ecuación (64)

$$Q_a = Q_0 - Q_{ID}$$

- La disponibilidad de cualquier sistema en serie o paralelo es igual al total de unidades que el sistema alcanzó a producir debido a las consecuencias operacionales de la indisponibilidad sobre la cantidad total de unidades que el sistema es capaz de producir con el 100% de disponibilidad, reemplazando la ecuación (64) en la (29):

$$D_{sis} = \frac{Q_0 - Q_{ID}}{Q_0}$$

- En los procesos productivos es fácil medir directamente la producción nominal (Q_0) y la producción alcanzada (Q_a); sin embargo no se recomienda utilizar esos valores medidos directamente para calcular la disponibilidad del sistema; ya que, por un lado la disminución de las unidades producidas, se origina también por la incapacidad externa del sistema (ver subtema 2.2); y por otro lado, utilizar la disponibilidad de cada etapa permite hacer gestión tanto del sistema como de sus componentes.
- En las tablas 1-3, 2-3, 3-3, 4-3 y 5-3 se indican un grupo de ecuaciones con diferentes variables independientes para el cálculo de la disponibilidad de cada posible sistema, de donde se validarán únicamente las que estén en función de la disponibilidad de cada etapa ya que el resto son variaciones de esta.
- Para proveer de una mejor claridad en los cálculos, se fijará el tiempo requerido (TR) en diez (10) horas para todos los sistemas.
- Para dar valores a la variable independiente (disponibilidad de cada una de las etapas del sistema en serie o paralelo) de las ecuaciones a validar, se empleará el método Monte Carlo, con el que se ejecutarán cinco mil (5000) iteraciones.
- Para construir las tablas de distribución de frecuencias de los anexos A, B, C, D, E, F, G y H, se emplea la ley de Sturges, con lo que se calcula el número de clases (c) para los cinco mil (5000) datos (N) (Triola, 2009, p. 51).

$$c = 1 + \frac{\log N}{\log 2} = 1 + \frac{\log 5000}{\log 2} = 12$$

4.1 Simulación mediante el método Monte Carlo

El *método Monte Carlo* es un proceso estocástico que utilizan un sistema determinista como una ecuación o un algoritmo para obtener un resultado o para imitar el

comportamiento aleatorio de sistemas reales no dinámicos, a través de la simulación reiterada del mismo experimento (Kalos y Whitlock, 2007, p. 1 - 3) (López, 2008, p. 13 - 16) (Taha, 2012, p. 647 - 676).

El número de repeticiones o de iteraciones, depende de la naturaleza del experimento de simulación y también del nivel de confianza deseado, aunque normalmente se selecciona un número de iteraciones tan alto como se requiera para producir resultados de simulación más precisos.

Los sistemas en serie y paralelo que se emplean en este capítulo, tienen tres (3) o cuatro (4) etapas respectivamente, cuya disponibilidad puede tomar cualquier valor; sin embargo, cada vez que se repitan cada uno de esos valores, también se repetirá el valor de la disponibilidad total del sistema.

Por lo tanto, el método de cálculo de la disponibilidad de un sistema en serie o en paralelo, es un proceso determinista; sin embargo, la disponibilidad de cada una de las etapas puede llegar a tener una gran variación y aunque nada tenga que ver con el azar, se les puede establecer aleatoriamente para analizar su efecto en la disponibilidad total del sistema.

Dicho de otra manera, si se establecen aleatoriamente los valores de la disponibilidad de cada etapa dentro de un rango establecido, se puede analizar estadísticamente la tendencia del valor de la disponibilidad del sistema.

Por otro lado, con la ayuda de una hoja de cálculo se pueden realizar cinco mil (5000) iteraciones en menos de un minuto, obteniendo una gran ventaja, ya que en un proceso real, se necesitaría aproximadamente de cuatrocientos diecisiete (417) años para poder obtener la misma cantidad de datos, ya que en algunos procesos se requiere de un mes para cada medición confiable (ver figura 6-2).

También, se puede comparar los resultados de las iteraciones para evaluar estadísticamente el error de cálculo de las ecuaciones (2) y (3) para deducir la disponibilidad de los sistemas en serie y paralelo ya existentes, con el propósito de ratificar el planteamiento del problema de la presente investigación.

4.2 Validación del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en serie

Antes que nada se debe hacer una aclaración. En los sistemas en serie, cuando una etapa se encuentra en estado de indisponibilidad, las otras se encuentran en estado de espera; o sea, están disponibles pero no funcionando (subtema 2.2); por lo que no pueden existir fallas simultáneas de dos o más etapas.

La ecuación (26) es la que se validará, y para ello se utiliza el ejemplo de la figura 9-3 que consiste en un sistema para la fabricación de cuchillos de tres etapas en serie con una velocidad de operación de ochenta (80) unidades por hora (figura 1-4).

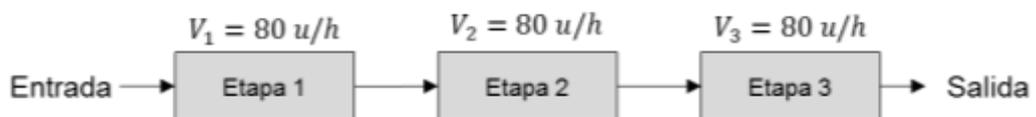


Figura 1-4. Velocidad de operación de un proceso de fabricación de cuchillos.

Realizado por: Hernández E, 2015.

En el esquema de la figura 2-4, se puede observar los distintos tiempos de disponibilidad y de indisponibilidad de cada etapa.

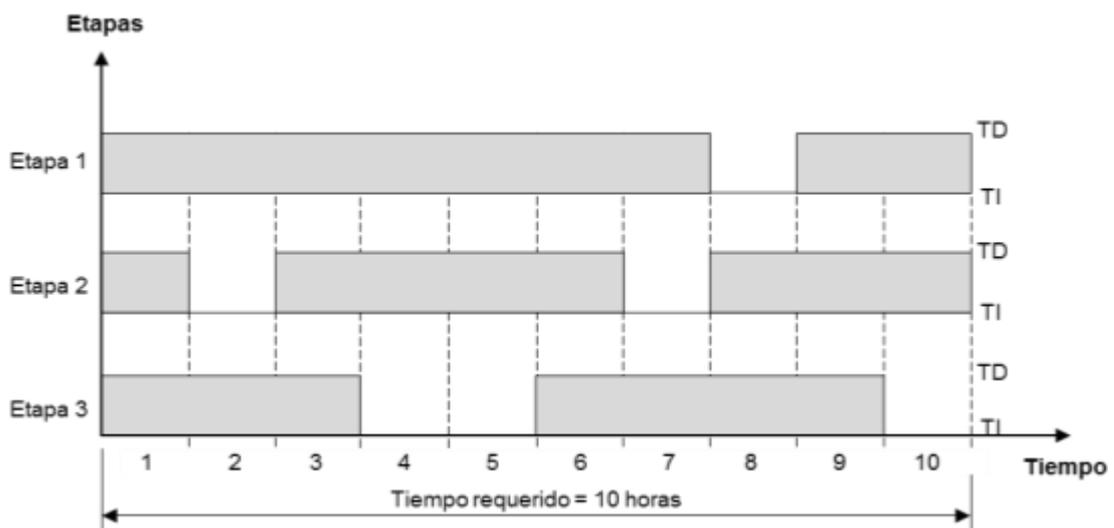


Figura 2-4. Esquema de tiempos del sistema en serie.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Se debe recordar que cada vez que una etapa en serie falla, causa la indisponibilidad de todo el sistema; en tal virtud, por cada hora de indisponibilidad de alguna de las etapas, el sistema deja de producir ochenta (80) unidades. Como en total, la suma de los tiempos de indisponibilidad de las etapas en serie es seis (6) horas (figura 2-4), el total de unidades que el sistema no pudo producir es de cuatrocientos ochenta (480), que se calcula con la ecuación (63):

$$Q_{ID} = TI * V_{ID} = 6 h * 80 u/h = 480 u$$

Tomando en cuenta que el tiempo requerido es de diez (10) horas y que la velocidad de operación del sistema es de ochenta (80) unidades por hora, la producción nominal es igual a ochocientas (800) unidades, misma que se calcula con la ecuación (28):

$$Q_0 = TR * V_{sis} = 10 h * 80 u/h = 800 u$$

Empleando la ecuación (65) se calcula la disponibilidad real del sistema:

$$D_{sis} = \frac{Q_0 - Q_{ID}}{Q_0} = \frac{800 u - 480 u}{800 u} = 0,40$$

La disponibilidad del sistema, determinado a través de las unidades que el sistema deja de producir por la indisponibilidad de cada una de las etapas en serie es de cuarenta centésimos (0,40); este valor se constituye en la referencia para validar la nueva ecuación propuesta; ecuación (26).

En la tabla 1-4 se indica la disponibilidad de cada etapa en serie que se ha calculado partiendo de la ecuación (22). Estos valores se emplearán en el cálculo de la disponibilidad del sistema (tabla 2-4).

Tabla 1-4. Disponibilidad de cada una de las etapas en serie.

Etapas en serie	TI_i [horas]	$D_{esi} = \frac{TR - TI_{esi}}{TR}$
Etapas 1	1	0,90
Etapas 2	2	0,80
Etapas 3	3	0,70

Realizado por: Hernández E, 2015.

En la tabla 2-4 se comparan los resultados de cálculo de la disponibilidad de las ecuaciones (2) y (26), con el valor esperado por el sistema que es de cuarenta centésimos (0,40); en donde se observa que la ecuación (26) es válida ya que arroja el 0% de error relativo: mientras que, la ecuación (2) arroja un resultado con un error relativo igual a:

$$Error = \frac{0,504 - 0,40}{0,40} * 100\% = 26\%$$

Tabla 2-4. Cálculo de la disponibilidad del sistema en serie.

Ecuaciones	Forma de cálculo	D_s	Error
$\prod_{i=1}^n D_{esi}$ (2)	$0,90 \times 0,80 \times 0,70$	0,504	26%
$\sum_{i=1}^k D_{esi} - (k - 1)$ (26)	$0,90 + 0,80 + 0,70 - (3 - 1)$	0,40	0%

Realizado por: Hernández E, 2015.

Tanto la disponibilidad del sistema como el error relativo de la ecuación (2), varían en función de la disponibilidad de cada etapa en serie.

Por esta razón y con el propósito de realizar un análisis más completo, se acude al método de Monte Carlo, con el que se simula cinco mil (5000) combinaciones de la disponibilidad individual de las etapas en serie con valores que varían aleatoriamente desde un mínimo hasta un máximo, con la ayuda del algoritmo de la figura 3-4.

La simulación se realiza con un tiempo requerido (TR) de quinientas veintiocho (528) horas, que es el tiempo que transcurre durante un mes promedio que tiene veintidós (22) días laborables y veinticuatro (24) horas de trabajo diarias.

Durante estas quinientas veintiocho (528) horas se alcanza una producción nominal (Q_0) de cuarenta y dos mil doscientos cuarenta (42240) unidades, calculadas con la ecuación (28):

$$Q_0 = TR * V_{sis} = 528 h * 80 u/h = 42240 u$$

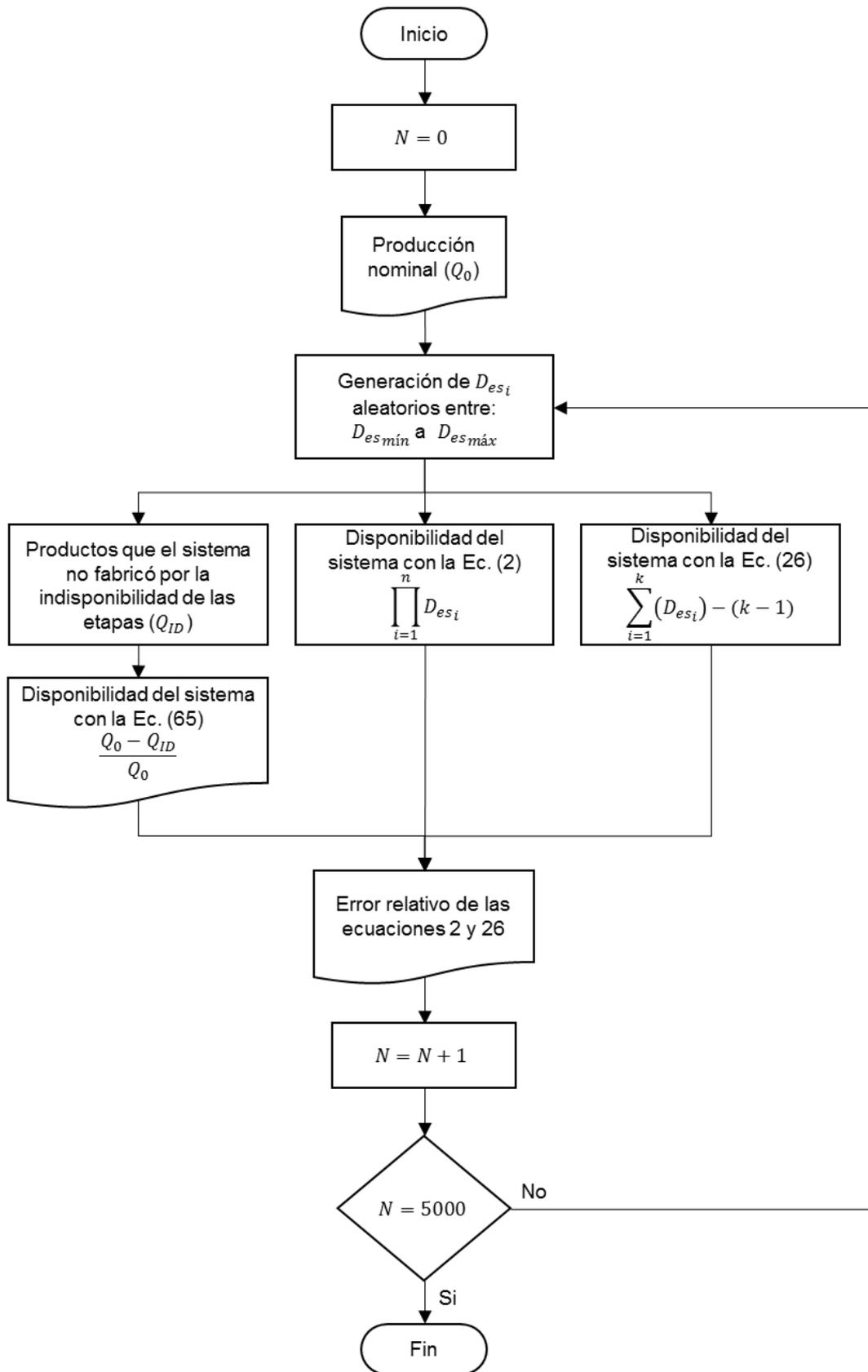


Figura 3-4. Algoritmo para la simulación de sistemas en serie.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Se analizan dos casos:

1. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en serie, varían aleatoriamente entre $D_{es\text{mín}} = 80\%$ a $D_{es\text{máx}} = 98\%$.
2. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en serie, varían aleatoriamente entre $D_{es\text{mín}} = 67\%$ a $D_{es\text{máx}} = 98\%$.

Los resultados estadísticos de la simulación se encuentran en los anexos A y B; sin embargo se ha extraído un resumen comparativo en la tabla 3-4.

Tabla 3-4. Resultados de las simulaciones del sistema en serie.

Parámetros	Variables	Caso 1	Caso 2
Entradas	Q_0	42240 u	42240 u
Valores generados aleatoriamente	$D_{es\text{mín}}$	80%	67%
	$D_{es\text{máx}}$	98%	98%
Resultados de la disponibilidad real del sistema	<i>Mínimo</i>	42,4%	3,0%
	<i>Máximo</i>	93,2%	91,2%
	<i>Rango</i>	50,7%	88,2%
	Media	66,9%	47,7%
	Moda	65,7%	50,8%
	σ	9,2%	15,6%
Resultados del error relativo de la ecuación (2)	<i>Mínimo</i>	0,2%	0,3%
	<i>Máximo</i>	24,8%	1553,7%
	<i>Rango</i>	24,6%	1553,4%
	Media	5,7%	29,1%
	Moda	3,3%	65,0%
	σ	3,9%	46,0%
Resultados del error relativo de la ecuación (26)	<i>Todos los parámetros</i>	0,0%	0,0%

Realizado por: Hernández E, 2015.

Como se puede observar, en los dos casos los valores de la media y de la moda de la disponibilidad real del sistema son bajos, lo que sugiere que los sistemas en serie son de baja disponibilidad.

Analizando los resultados del caso 2, se puede deducir que mientras más bajos sean los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en serie, más bajo aun es la disponibilidad del sistema ya que la disponibilidad mínima llega a ser del 3,0%.

En cada una de las cinco mil (5000) simulaciones, el error relativo de la ecuación (26) (E_2 del anexo A y B) es del 0%, por lo que no se requiere análisis estadístico y se confirma la validez de esta ecuación.

En tanto que los resultados del error relativo de la ecuación (2) (E_1 del anexo A y B) del primer caso, la media del error porcentual es de 5,7% y la moda que es el valor que más se repite es de 3,3%, aparentemente, no es un error alto, sin embargo incluso las pequeñas variaciones en el porcentaje de la disponibilidad, podría representar una variación considerable en unidades producidas.

Por ejemplo, que había dicho que la producción nominal (Q_0) en un mes de trabajo es de cuarenta y dos mil doscientos cuarenta (42240) unidades, que es la producción que el sistema sería capaz de producir con una disponibilidad del 100%; una disminución de únicamente un grado porcentual (1%) de esta disponibilidad, equivale a una disminución de cuatrocientas veintidós (422) unidades en un mes y de alrededor de cinco mil (5000) unidades en un año.

Mientras tanto, en el segundo caso, la media y la moda del error relativo de la ecuación 2, se incrementan notablemente; por lo que se deduce que mientras más bajos sean los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en serie, mayor es el error de esta ecuación.

4.3 Validación del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en paralelo activo

En los sistemas en paralelo activo, cuando una etapa se encuentra en estado de indisponibilidad, las otras se encuentran en estado de operación; pudiendo también entrar en estado de indisponibilidad antes de restablecer la primera que ha fallado; por lo que pueden existir fallas simultáneas de dos o más etapas.

En las tablas 2-3 y 3-3 se enlistan las ecuaciones para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en paralelo activo, de donde se validará la ecuación (36) por ser representativa, ya que la variable independiente es la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo.

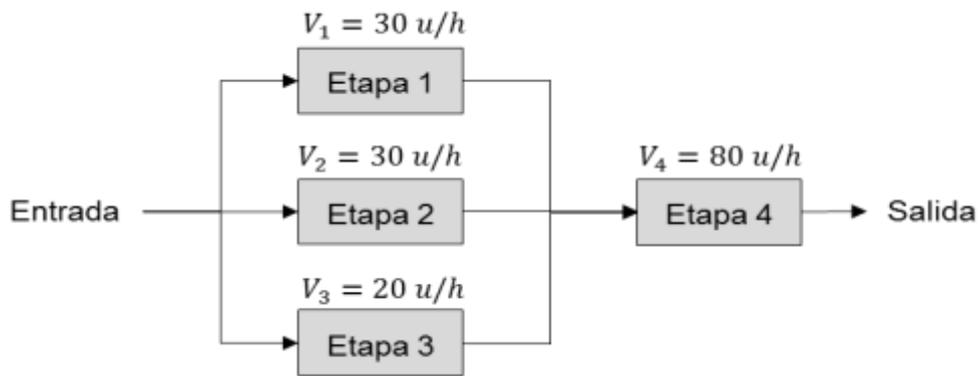


Figura 4-4. Velocidad de operación de un proceso en paralelo activo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Para la validación, se empleará el esquema de la figura 5-4 donde se ilustra un sistema con tres (3) etapas en paralelo activo con sus respectivas velocidades de operación. La etapa 4 está en serie y se emplea para establecer la velocidad de operación del sistema que es de ochenta (80) unidades por hora (subtemas 3.1.4 y 3.3.1) y durante el tiempo requerido tendrá una disponibilidad del 100% de modo que no va a interferir.

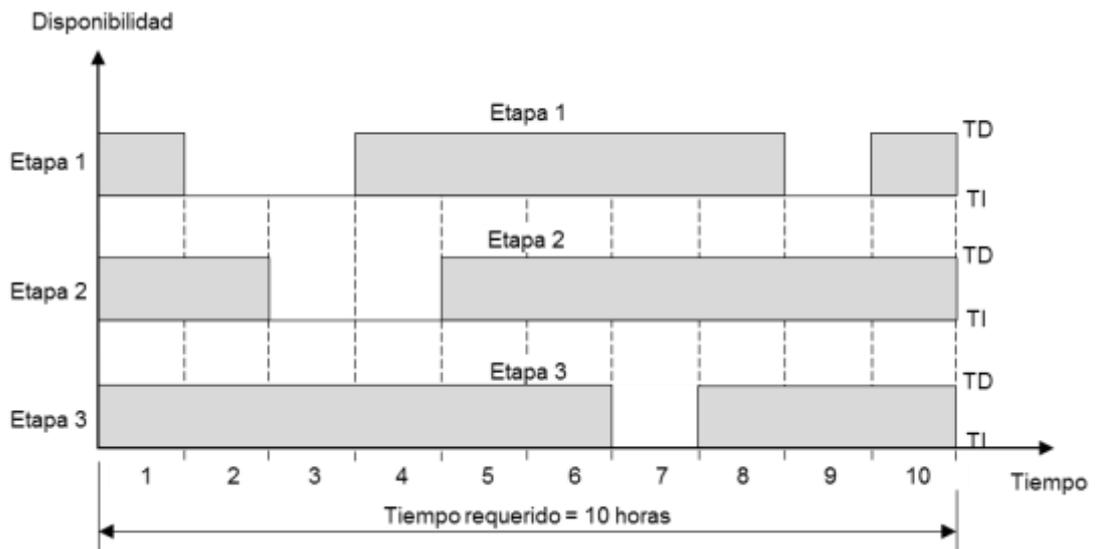


Figura 5-4. Esquema de tiempos del sistema en paralelo activo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

En el esquema de la figura 5-4, se pueden observar los distintos tiempos de disponibilidad y de indisponibilidad de cada etapa, para un tiempo requerido de diez (10), en el cual el sistema produciría nominalmente (Q_0) ochocientas (800) unidades.

Durante la primera, quinta, sexta, octava y décima hora de funcionamiento, las tres etapas funcionan adecuadamente, por lo que no existe reducción de las unidades producidas durante ese tiempo.

Durante la segunda y la novena hora de funcionamiento, la etapa 1 se encuentra en estado de indisponibilidad; por lo que el sistema reduce su velocidad de operación a cincuenta (50) unidades por hora; ya que se resta la velocidad de operación de la etapa 1 que es de treinta (30) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la segunda y la novena hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_2} = TI * V_{ID_2} = 1 h * 30 u/h = 30 u$$

$$Q_{ID_9} = TI * V_{ID_9} = 1 h * 30 u/h = 30 u$$

Durante la tercera hora de funcionamiento, las etapas 1 y 2 se encuentran en estado de indisponibilidad; por lo que el sistema reduce su velocidad de operación a veinte (20) unidades por hora; ya que se resta la velocidad de operación de las etapas 1 y 2 que suman sesenta (60) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la tercera hora también se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_3} = TI * V_{ID_3} = 1 h * 60 u/h = 60 u$$

Durante la cuarta hora de funcionamiento, la etapa 2 entra en estado de indisponibilidad; por lo que el sistema nuevamente reduce su velocidad de operación a cincuenta (50) unidades por hora; ya que se resta la velocidad de operación de la etapa 2 que es de treinta (30) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la cuarta hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_4} = TI * V_{ID_4} = 1 h * 30 u/h = 30 u$$

Por último, durante la séptima hora de funcionamiento, la etapa 3 entra en estado de indisponibilidad; por lo que el sistema reduce su velocidad de operación a sesenta (60) unidades por hora; ya que se resta la velocidad de operación de la etapa 3 que es de veinte (20) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la séptima hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID7} = TI * V_{ID7} = 1 h * 20 u/h = 20 u$$

La cantidad de productos que no se producen debido a la indisponibilidad de las etapas del sistema, se calcula sumando los productos no fabricados en cada hora del tiempo requerido:

$$Q_{ID_{Total}} = \sum_{i=1}^{10} Q_{ID_i}$$

$$Q_{ID_{Total}} = 0 + 30 u + 60 u + 30 u + 0 + 0 + 20 u + 0 + 30 u + 0 = 170 u$$

La tabla 4-4, muestra las unidades no producidas en cada hora de funcionamiento por la indisponibilidad de las etapas en paralelo activo durante el tiempo requerido.

Tabla 4-4. Unidades no producidas por el sistema en paralelo activo.

Nº Hora	Velocidades de operación [u/h]			V_{D_i} [u/h]	V_{ID_i} [u/h]	Q_{ID_i} [u]
	Etapas 1	Etapas 2	Etapas 3			
1º	30	30	20	80	0	0
2º	0	30	20	50	30	30
3º	0	0	20	20	60	60
4º	30	0	20	50	30	30
5º	30	30	20	80	0	0
6º	30	30	20	80	0	0
7º	30	30	0	60	20	20
8º	30	30	20	80	0	0
9º	0	30	20	50	30	30
10º	30	30	20	80	0	0
Total						170

Realizado por: Hernández E, 2015.

Dónde V_D es la velocidad de operación con que el sistema dispone en cada hora y es igual a la sumatoria de las velocidades de operación de las etapas en paralelo activas en cada hora de funcionamiento.

Empleando la ecuación (65) se calcula la disponibilidad real del sistema:

$$D_{sis} = \frac{Q_0 - Q_{ID_{Total}}}{Q_0} = \frac{800 u - 170 u}{800 u} = 0,7875$$

Este valor es la disponibilidad del sistema determinado a través de las unidades que el sistema deja de producir por la indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, y se constituye en el valor de referencia para validar la nueva ecuación propuesta, que es la (36).

En la tabla 5-4 se indica la disponibilidad de cada etapa en paralelo que se ha calculado partiendo de la ecuación (22). Estos valores se emplearán en el cálculo de la disponibilidad del sistema (tabla 6-4).

En la tabla 6-4 se comparan los resultados del cálculo de la disponibilidad de las ecuaciones (3) y (36), con el valor esperado por el sistema (0,7875); en donde, se observa que la ecuación (36) es válida ya que tiene un error relativo del 0%. Mientras tanto la ecuación (3) arroja un resultado con un error relativo igual a:

$$Error = \frac{0,9940 - 0,7875}{0,7875} * 100\% = 26,2\%$$

Tabla 5-4. Disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo activo.

Etapas en paralelo activo	TI_i [horas]	$D_{esi} = \frac{TR - TI_{esi}}{TR}$
Etapa 1	3	0,70
Etapa 2	2	0,80
Etapa 3	1	0,90

Realizado por: Hernández E, 2015.

Tabla 6-4. Cálculo de la disponibilidad de del sistema en paralelo activo.

Ecuaciones	Forma de cálculo	D_{pa}	Error
$1 - \prod_{i=1}^n (1 - D_{ep_i})$ (3)	$1 - (1 - 0,70)x(1 - 0,80)x(1 - 0,90)$	0,9940	26,2%
$\frac{\sum_{i=1}^n (D_{epa_i} * V_{epa_i})}{V_{sis}}$ (36)	$\frac{0,70 * 30 + 0,80 * 30 + 0,90 * 20}{80}$	0,7875	0 %

Realizado por: Hernández E, 2015.

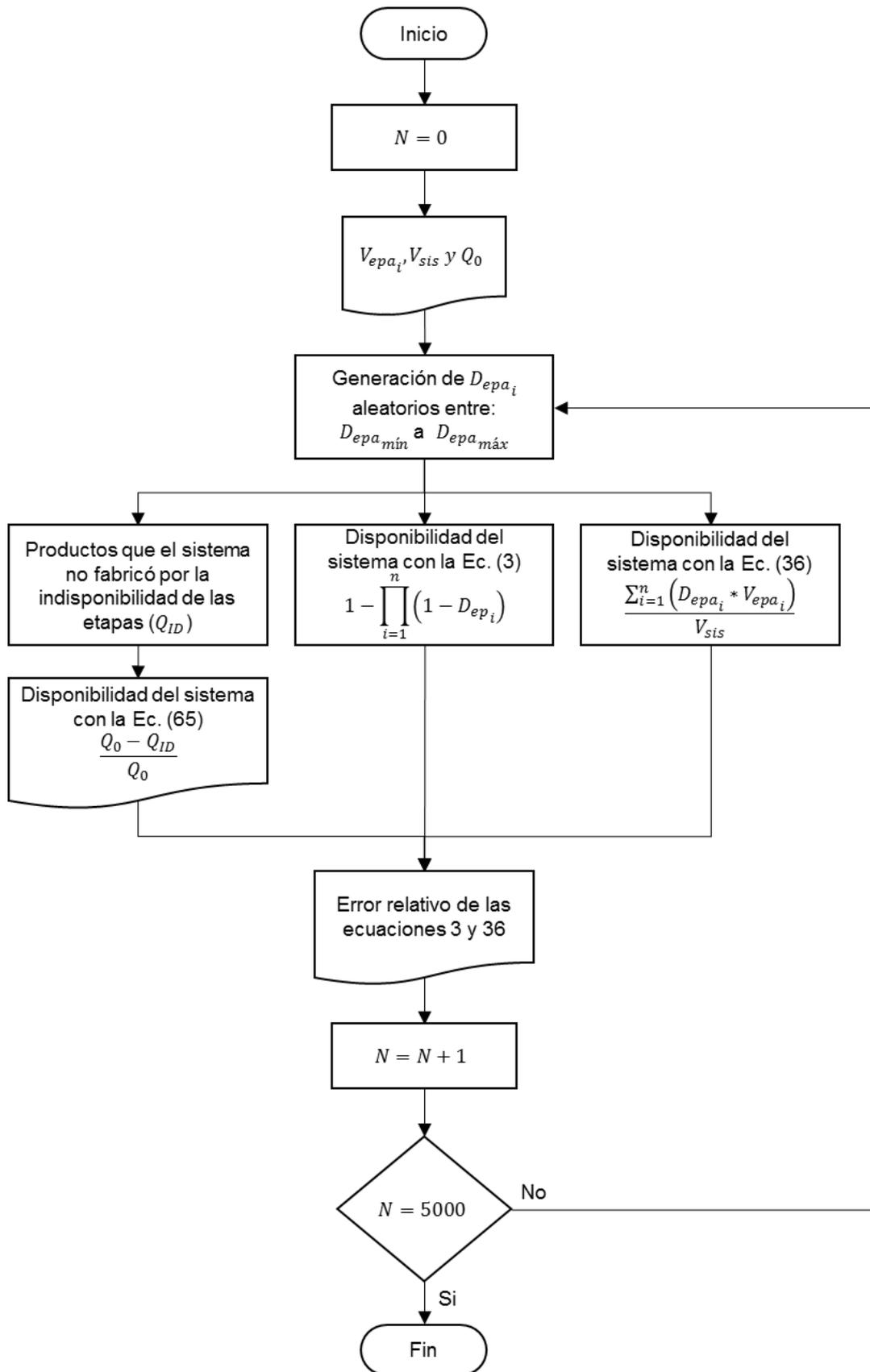


Figura 6-4. Algoritmo para la simulación de sistemas en paralelo activo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Con la finalidad de analizar con más detalle la variación de la disponibilidad real del sistema y el error relativo de las ecuaciones (3) y (36), se acude al método de Monte Carlo para simular cinco mil (5000) combinaciones aleatorias de la disponibilidad de cada etapa en paralelo activo, con la ayuda del algoritmo de la figura 6-4.

Se analizan dos casos:

1. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, varían aleatoriamente entre $D_{epa_{mín}} = 80\%$ a $D_{epa_{máx}} = 98\%$.
2. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, varían aleatoriamente entre $D_{epa_{mín}} = 0\%$ a $D_{epa_{máx}} = 98\%$.

Tabla 7-4. Resultados de las simulaciones del sistema en paralelo activo.

Parámetros	Variables	Caso 1	Caso 2
Entradas	V_{epa_1}	30 u/h	30 u/h
	V_{epa_2}	30 u/h	30 u/h
	V_{epa_3}	20 u/h	20 u/h
	V_{sis}	80 u/h	80 u/h
	Q_0	42240 u	42240 u
Valores generados aleatoriamente	$D_{epa_{mín}}$	80%	0%
	$D_{epa_{máx}}$	98%	98%
Resultados de la disponibilidad real del sistema	<i>Mínimo</i>	80,5%	2,4%
	<i>Máximo</i>	97,0%	95,4%
	<i>Rango</i>	16,4%	93,0%
	Media	89,0%	49,4%
	Moda	89,4%	52,8%
	σ	3,0%	16,7%
Resultados del error relativo de la ecuación (2)	<i>Mínimo</i>	2,6%	4,8%
	<i>Máximo</i>	23,0%	289,0%
	<i>Rango</i>	20,4%	284,2%
	Media	12,4%	91,3%
	Moda	12,0%	87,7%
	σ	3,7%	44,0%
Resultados del error relativo de la ecuación (36)	<i>Todos los parámetros</i>	0,0%	0,0%

Realizado por: Hernández E, 2015.

La estadística de estos resultados se encuentra en los anexos C y D; sin embargo, en

la tabla 7-4 se indica un resumen comparativo para una producción nominal (Q_0) de cuarenta y dos mil doscientos cuarenta (42240) unidades, que deberían alcanzarse durante el tiempo requerido (TR) de quinientas veintiocho (528) horas.

Como se puede observar en los dos casos, los valores de la disponibilidad real del sistema no son tan bajos como en el sistema en serie, lo que sugiere que los sistemas en paralelo son de alta disponibilidad. También se observa que mientras más bajas sean las disponibilidades de cada una de las etapas en paralelo, más baja aun es la disponibilidad del sistema.

En cada una de las cinco mil (5000) simulaciones, el error relativo de la ecuación (36) (E_2 de los anexos C y D) es del cero por ciento 0%; en tanto que el error relativo de la ecuación (3) (E_1 de los anexos C y D) varía en cada simulación.

En el caso 1, la media y la moda del error porcentual son del 12,4% y del 12,0% respectivamente, representando un error muy alto; Sin embargo, si se reduce el valor mínimo de las disponibilidades de cada una de las etapas en paralelo activo ($D_{epa_{min}}$) al 0% (caso 2 de la tabla 7-4), la media y la moda del error porcentual se incrementan a 91,3% y 87,7% respectivamente, por lo que constituye un error extremadamente grande.

4.4 Validación del método de cálculo de la disponibilidad para sistemas en paralelo pasivo

Cómo se expuso en el subtema 3.3.2; en los sistemas en paralelo pasivo, la sumatoria de la velocidad de operación de cada una de sus etapas, es mayor a la velocidad de operación del sistema, y bajo este contexto existen dos posibilidades:

1. Sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes
2. Sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes

Sin embargo en los dos casos, la disponibilidad del sistema obedece a las ecuaciones de las tablas 4-3 y 5-3, de donde se escoge a la ecuación (51) para su validación, en representación de todas ellas.

4.4.1 Sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes

Son aquellos en los que todas sus etapas se encuentran en estado operativo; sin embargo, al menos una no trabaja a toda su capacidad, con el objeto de que la sumatoria de la velocidad de operación de las etapas en paralelo, se equilibre con la velocidad de operación requerida para el sistema; o sea existe una sobre capacidad instalado.

Para la validación, se empleará el esquema de la figura 7-4, que es similar al de la figura 4-4, cuyo argumento se diferencia solo en que la velocidad de operación de la tercera etapa es de cuarenta (40) unidades por hora.

En este ejemplo se debe considerar que la suma de las velocidades de operación nominales de las etapas en paralelo es de cien (100) unidades por hora; sin embargo, la velocidad de operación del sistema es de ochenta (80) unidades por hora; por lo tanto existe una capacidad de operación de las etapas en paralelo, mayor a la capacidad de operación del sistema.

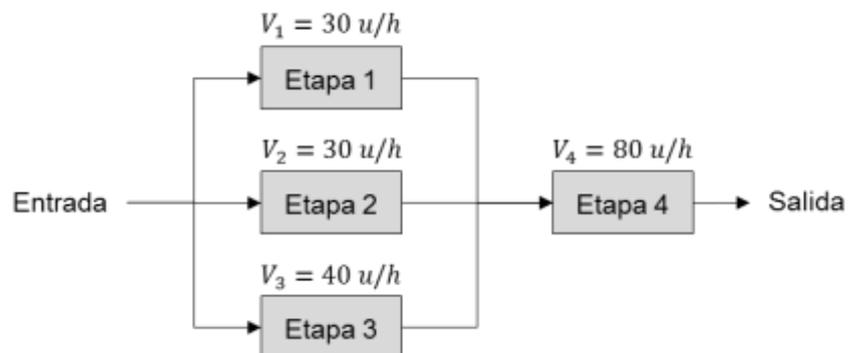


Figura 7-4. Velocidad de operación de un proceso en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Por lo tanto, bajo condiciones normales de funcionamiento, la etapa 3 que tiene una capacidad nominal de cuarenta (40) unidades por hora, opera únicamente a veinte (20) unidades por hora, para nivelarse con el sistema, mientras que la capacidad excedente de veinte (20) unidades por hora, permanece en espera hasta que sea requerida.

Como se observa en la figura 8-4, el comportamiento de este sistema, es como si la

etapa 3 tuviera dos subetapas, la una en paralelo activo (etapa 3.1) con una velocidad de operación de veinte (20) unidades por hora y la otra en paralelo pasivo (etapa 3.2), en este caso también con la misma velocidad.

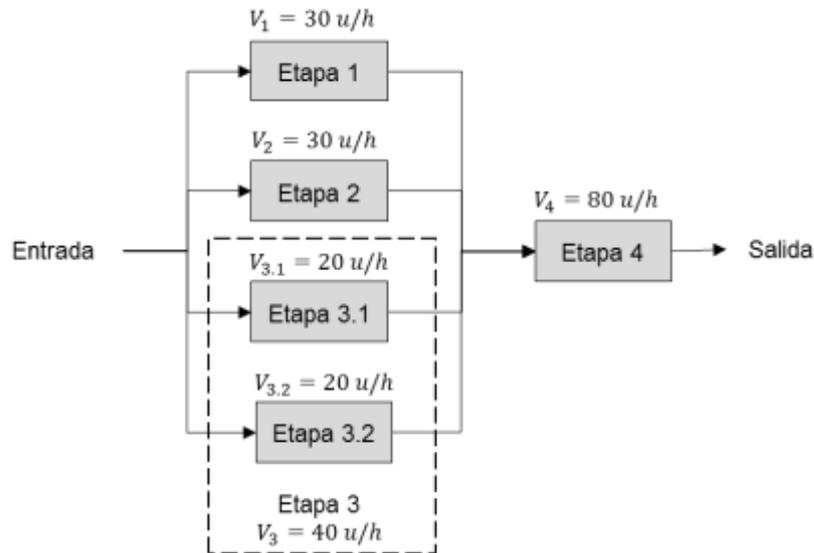


Figura 8-4. Esquema equivalente de un proceso en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Para el análisis de las unidades que no se producen durante los tiempos de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo se emplea el esquema de la figura 5-4, el cual contempla un tiempo requerido de diez (10), en el que el sistema produciría nominalmente (Q_0) ochocientos (800) unidades.

Durante la primera, quinta, sexta, octava y décima hora de funcionamiento, las tres etapas están en estado operativo; sin embargo, la tercera etapa trabaja únicamente a una velocidad de operación de veinte (20) unidades por hora (etapa 3.1 operativa y la 3.2 en espera).

Durante la segunda y la novena hora de funcionamiento, la etapa 1 se encuentra en estado de indisponibilidad; La reducción de la velocidad de operación en el sistema es de diez (10) unidades por hora y no de treinta (30), ya que la etapa 3 funciona a toda su capacidad (etapa 3.1 y 3.2 operativas). Las unidades que no se producirán durante la segunda hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_2} = TI * V_{ID_2} = 1 h * 10 \frac{u}{h} = 10 u$$

$$Q_{ID_9} = TI * V_{ID_9} = 1 h * 10 \frac{u}{h} = 10 u$$

Durante la tercera hora de funcionamiento, las etapas 1 y 2 se encuentran en estado de indisponibilidad; por lo que únicamente funciona la etapa 3 a una velocidad de operación de cuarenta (40) unidades por hora (etapa 3.1 y 3.2 operativas); generando una reducción de la capacidad del sistema de cuarenta (40) unidades por hora, equivalente a cuarenta (40) unidades que el sistema no producirá. Las unidades que no se producirán durante la tercera hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_3} = TI * V_{ID_3} = 1 h * 40 \frac{u}{h} = 40 u$$

Durante la cuarta hora de funcionamiento, la etapa 2 entra en estado de indisponibilidad; por lo que la etapa 3 nuevamente funciona a toda su capacidad para compensar en parte a la pérdida de la etapa 2 (etapa 3.1 y 3.2 operativas), provocando una reducción de la velocidad de operación del sistema de diez (10) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la cuarta hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_4} = TI * V_{ID_4} = 1 h * 10 u/h = 10 u$$

Por último, durante la séptima hora de funcionamiento, la etapa 3 entra en estado de indisponibilidad (etapa 3.1 y 3.2 indisponibles); provocando una reducción de la velocidad de operación del sistema de veinte (20) unidades por hora y dejando al sistema con una velocidad de operación de sesenta (60) unidades por hora, Las unidades que no se producirán durante la séptima hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_7} = TI * V_{ID_7} = 1 h * 20 u/h = 20 u$$

La cantidad de productos que no se producen debido a la indisponibilidad de las etapas del sistema, se calcula sumando los productos no fabricados en cada hora del tiempo requerido:

$$Q_{ID_{Total}} = \sum_{i=1}^{10} Q_{ID_i}$$

$$Q_{ID_{Total}} = 0 + 10 u + 40 u + 10 u + 0 + 0 + 20 u + 0 + 10 u + 0 = 90 u$$

La tabla 8-4, muestra las unidades no producidas en cada hora de funcionamiento por la indisponibilidad de las etapas en paralelo pasivo sin etapas redundantes durante el tiempo requerido.

Tabla 8-4. Unidades no producidas del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Nº Hora	Velocidades de operación [u/h]				V_{Di} [u/h]	V_{IDi} [u/h]	Q_{IDi} [u]
	Etapas 1	Etapas 2	Etapas 3.1	Etapas 3.2			
1º	30	30	20	Espera	80	0	0
2º	0	30	20	20	70	10	10
3º	0	0	20	20	40	40	40
4º	30	0	20	20	70	10	10
5º	30	30	20	Espera	80	0	0
6º	30	30	20	Espera	80	0	0
7º	30	30	0	0	60	20	20
8º	30	30	20	Espera	80	0	0
9º	0	30	20	20	70	10	10
10º	30	30	20	Espera	80	0	0
TE_{epp}	-	-	-	5	-	-	-
Total							90

Realizado por: Hernández E, 2015.

El total de unidades que el sistema deja de producir por la indisponibilidad de cada una de las etapas es de noventa (90) (tabla 8-4), mismo que se reemplaza en la ecuación (65) para calcular la disponibilidad real del sistema. Este valor sirve de referencia para validar la nueva ecuación propuesta para este tipo de sistemas, que es la ecuación (51):

$$D_{sis} = \frac{800 u - 90 u}{800 u} = 0,8875$$

Tabla 9-4. Disponibilidad de las etapas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Etapas en paralelo pasivo sin etapas redundantes	TI_i [horas]	$D_{esi} = \frac{TR - TI_{esi}}{TR}$
Etapas 1	3	0,70
Etapas 2	2	0,80
Etapas 3	1	0,90

Realizado por: Hernández E, 2015.

En la tabla 9-4 se indican las disponibilidades de cada una de las etapas en paralelo

que se ha calculado partiendo de la ecuación (22):

Para calcular la disponibilidad del sistema con la ecuación (51), es necesario determinar dos valores, recordando que la etapa 3 opera como si estuviera conformada por dos subetapas; una activa y otra pasiva.

1. El tiempo en espera de la supuesta etapa en paralelo pasivo (TE_{epi}), que es el tiempo en que todas las etapas en paralelo, se encuentran en estado de operación simultáneamente. En este caso es de cinco (5) horas (tabla 8-4).
2. La velocidad de operación de la supuesta etapa en paralelo pasivo (VP_{epi}), que es la capacidad excedente de la etapa 3, cuando el sistema funciona en condiciones normales de operación. En este caso es de veinte (20) unidades por hora.

En la tabla 10-4 se comparan los resultados de cálculo de la disponibilidad de las ecuaciones (3) y (51), con la esperada por el sistema (0,8875), que fue obtenida mediante el análisis de la pérdida de unidades producidas por el efecto de la indisponibilidad de cada etapa.

Tabla 10-4. Disponibilidad del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Ecuaciones	Forma de cálculo	D_{pp}	Error
$1 - \prod_{i=1}^n (1 - D_{epi})$ (3)	$1 - (1 - 0,70)x(1 - 0,80)x(1 - 0,90)$	0,9940	12%
$\frac{\sum_{i=1}^{n+m} (D_{epi} * V_{epi})}{VP_{sis}}$ - $\frac{\sum_{i=1}^m (TE_{epi} * V_{epi})}{TR * V_{sis}}$ (51)	$\frac{0,70 * 30 + 0,80 * 30 + 0,90 * 40}{80}$ - $\frac{5 * 20}{10 * 80}$	0,8875	0 %

Realizado por: Hernández E, 2015.

En la tabla 10-4, se observa que la ecuación (51) es válida ya que tiene un error relativo del 0%. Mientras tanto la ecuación (3), arroja un resultado con un error relativo igual a:

$$Error = \frac{0,9940 - 0,8875}{0,8875} * 100\% = 12\%$$

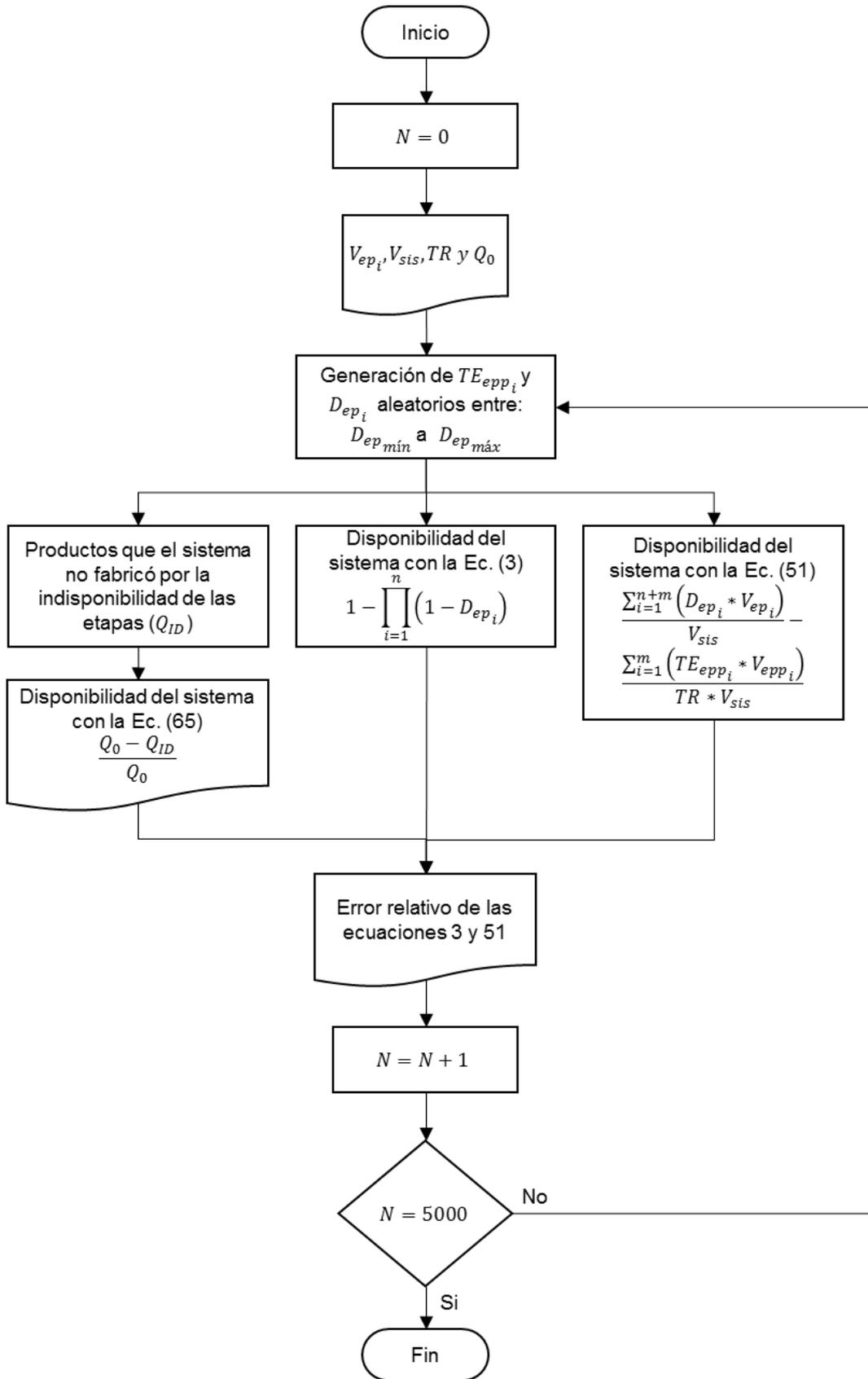


Figura 9-4. Algoritmo para la simulación de sistemas en paralelo pasivo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Con el propósito de realizar un análisis más completo de la variación de la disponibilidad real del sistema y el error relativo de las ecuaciones (3) y (51), se acude al método de Monte Carlo para simular cinco mil (5000) combinaciones aleatorias de la disponibilidad de cada etapa en paralelo, con la ayuda del algoritmo de la figura 9-4.

Se analizan dos casos:

1. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, varían aleatoriamente entre $D_{ep_{mín}} = 80\%$ a $D_{ep_{máx}} = 98\%$.
2. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, varían aleatoriamente entre $D_{ep_{mín}} = 0\%$ a $D_{ep_{máx}} = 98\%$.

Tabla 11-4. Resultados de las simulaciones del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Parámetros	Variables	Caso 1	Caso 2
Entradas	V_{epa_1}	30 u/h	30 u/h
	V_{epa_2}	30 u/h	30 u/h
	V_{epa_3}	40 u/h	40 u/h
	V_{sis}	80 u/h	80 u/h
	TR	528 h	528 h
	Q_0	42240 u	42240 u
Valores generados aleatoriamente	$D_{ep_{mín}}$	80%	0%
	$D_{ep_{máx}}$	98%	98%
Resultados de la disponibilidad real del sistema	<i>Mínimo</i>	90,3%	51,7%
	<i>Máximo</i>	98,6%	97,8%
	<i>Rango</i>	8,3%	46,1%
	Media	94,4%	74,5%
	Moda	94,8%	76,6%
	σ	1,6%	8,5%
Resultados del error relativo de la ecuación (2)	<i>Mínimo</i>	1,4%	0,0%
	<i>Máximo</i>	10,1%	74,3%
	<i>Rango</i>	8,7%	74,3%
	Media	5,7%	19,2%
	Moda	5,4%	15,5%
	σ	1,6%	9,3%
Resultados del error relativo de la ecuación (2)	<i>Todos los parámetros</i>	0,0%	0,0%

Realizado por: Hernández E, 2015.

La estadística de estos resultados se encuentra en los anexos E y F; sin embargo, en la tabla 11-4 se indica un resumen comparativo para una producción nominal (Q_0) de cuarenta y dos mil doscientos cuarenta (42240) unidades, que deberían alcanzarse durante el tiempo requerido (TR) de quinientas veintiocho (528) horas.

Como se puede observar en los dos casos, los valores de la disponibilidad real del sistema son más altos que en el sistema en paralelo activo; sin embargo mientras más bajas sean las disponibilidades de cada una de las etapas en paralelo, más baja aún es la disponibilidad del sistema.

En cada una de las cinco mil (5000) simulaciones, el error relativo de la ecuación (51) (E_2 de los anexos E y F) es del cero por ciento 0%; en tanto que el error relativo de la ecuación (3) (E_1 de los anexos E y F) varía en cada simulación.

En el primer caso, la media y de la moda del error porcentual son del 5,7% y del 5,4% respectivamente, representando un error muy alto; Sin embargo, si se reduce el valor mínimo de las disponibilidades de las etapas en paralelo al 0% (caso 2 de la tabla 11-4), la media y la moda se incrementan al 19,2% y al 15,5% respectivamente, por lo que constituye un error aún más alto.

4.4.2 Sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes

Son aquellas configuradas para funcionar normalmente con unas etapas en estado operativo y otras en estado de espera (etapas redundantes), durante el tiempo requerido. En este tipo de sistemas, la velocidad de operación del sistema es igual a la sumatoria de las velocidades de operación de todas sus etapas configuradas como activas.

Para la validación de la ecuación (51) para este tipo de sistemas, se empleará el esquema de la figura 10-4, en donde las etapas 1 y 3 son activas, las etapas 2 y 4 son pasivas y la etapa 5 está en serie con el sistema en paralelo y solo se ha colocado para establecer la velocidad del sistema que es de cincuenta (50) unidades por hora y no afecta a la disponibilidad del sistema ya que no desarrolla fallas con consecuencias operacionales durante el tiempo requerido ($D_5 = 1$), por lo que no se le toma en cuenta para los cálculos.

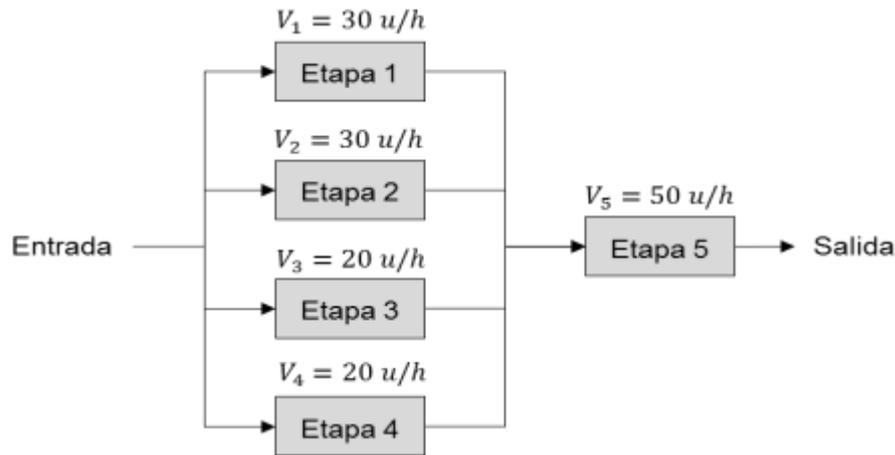


Figura 10-4. Velocidad de operación de un proceso en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Para el análisis de las unidades que no se producen durante los tiempos de indisponibilidad de cada una de las etapas en paralelo se emplea el esquema de la figura 11-4, el cual contempla un tiempo requerido de diez (10), en el que el sistema produciría nominalmente quinientas (500) unidades (Q_0).

En la figura 11-4, se han dispuesto todas las combinaciones posibles de disponibilidad e indisponibilidad de las etapas en paralelo, con el propósito de mejorar el entendimiento de todos los posibles efectos en este tipo de sistemas. Vale la pena mencionar en aplicaciones industriales, estos sistemas podrían ser mucho más simples y en aplicaciones electrónicas mucho más complejos.

Durante la primera hora de funcionamiento, las etapas 1 y 3 se encuentran disponibles y operando (color gris); o sea, el sistema se encuentra en condiciones normales de funcionamiento, con una velocidad de operación de cincuenta (50) unidades por hora; por lo tanto, no se desarrollan pérdidas operacionales ($Q_{ID} = 0$; tabla 12-4). Bajo este contexto, no se requiere que las etapas 2 y 4 operen, pero si deben estar disponible.

La etapa 2 está en estado de espera (rayado inclinado gris de la figura 11-4) y la etapa 4 se encuentre en estado de indisponibilidad, probablemente como consecuencia de una tarea preventiva.

Durante la segunda hora de funcionamiento, la etapa 1 sufre una falla con consecuencias operacionales (se encuentra en estado de indisponibilidad), por lo que

la etapa 2, entra en operación, impidiendo que el sistema desarrolle alguna pérdida ($Q_{ID} = 0$; tabla 12-4). La etapa 3 se encuentra en estado operativo y la etapa 4 se encuentra en estado de espera.

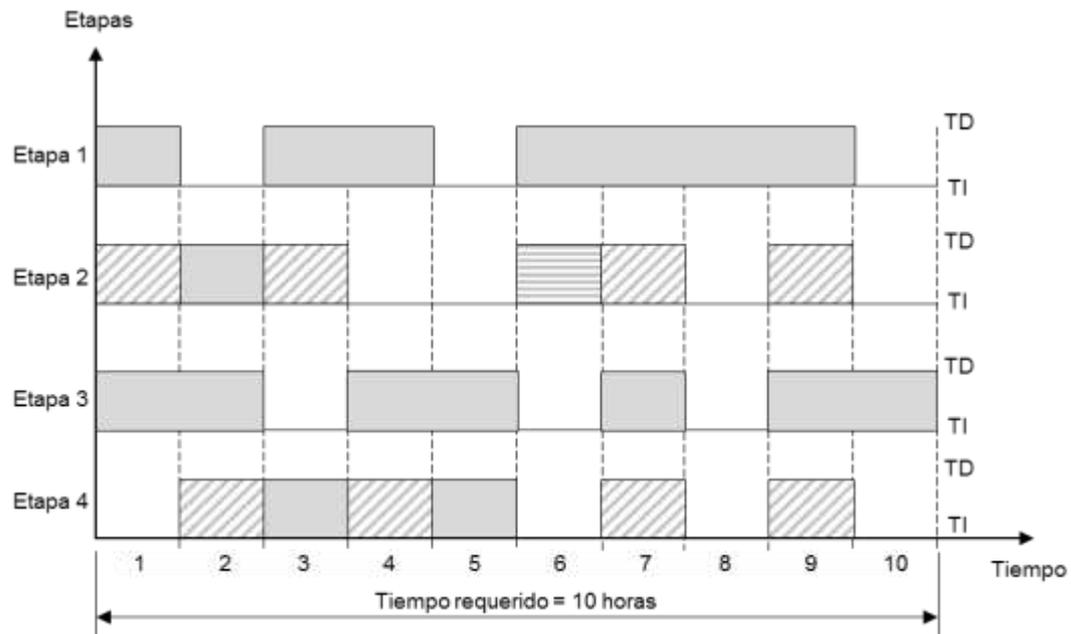


Figura 11-4. Esquema de tiempos del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Durante la tercera hora de funcionamiento, la etapa 1 se encuentra en estado operativo, por lo que su etapa redundante (etapa 2) se encuentra en estado de espera. Por otro lado, la etapa 3 sufre una falla con consecuencias operacionales (se encuentra en estado de indisponibilidad), por lo que la etapa 4, entra en operación, impidiendo que el sistema desarrolle alguna pérdida ($Q_{ID} = 0$; tabla 12-4).

Durante la cuarta hora de funcionamiento, las etapas activas 1 y 3, se encuentran en estado operativo, por lo que no se desarrollan pérdidas operacionales ($Q_{ID} = 0$; tabla 12-4). La etapa 2 se encuentra en estado de indisponibilidad y la etapa 4 se encuentra en estado de espera.

Durante la quinta hora de funcionamiento, la etapa activa 3 se encuentra en estado operativo. La etapa 1 sufre una falla con consecuencias operacionales, mientras que su etapa redundante (etapa 2), continúa en estado de indisponibilidad. Bajo estas condiciones y con el objetivo de disminuir las consecuencias operacionales de la

indisponibilidad de la etapa 1, entra en operación la etapa 4.

En este momento las etapas 3 y 4 operan a toda su capacidad, proporcionando al sistema una velocidad de operación de cuarenta (40) unidades por hora; sin embargo, la velocidad de operación del sistema, se reduce en diez (10) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la quinta hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_5} = TI * V_{ID_5} = 1 h * 10 u/h = 10 u$$

Durante la sexta hora de funcionamiento, la etapa activa 1 se encuentra en estado operativo; en tanto que la etapa 3 sufre una falla con consecuencias operacionales, mientras que su etapa redundante (etapa 4), se encuentra en estado de indisponibilidad.

Inmediatamente la etapa 2 entra en operación, a una velocidad de veinte (20) unidades por hora ya que el sistema no debe sobrepasar la velocidad de operación de cincuenta (50) unidades por hora (Goldratt y Cox, 2004). Con esta estrategia el sistema no desarrolla pérdidas operacionales ($Q_{ID} = 0$; tabla 12-4) y la etapa 2 opera con una velocidad remanente de diez (10) unidades por hora.

Por este motivo, en la tabla 12-4 se trata a la etapa 2 como si estuviera constituida de dos subetapas en paralelo (sub etapas 2.1 y 2.2) con igual comportamiento durante el tiempo requerido a excepción de la sexta hora.

Durante la séptima y novena hora de funcionamiento, las etapas activas 1 y 3 se encuentran en estado operativo, mientras que las etapas 2 y 4 se encuentran en estado de espera. Esta combinación operativa constituye la condición normal de funcionamiento del sistema, en donde no se desarrollan pérdidas operacionales ($Q_{ID} = 0$; tabla 12-4).

Durante la octava hora de funcionamiento, únicamente la etapa activa 1 se encuentra en estado operativo, mientras que las etapa 2, 3 y 4 se encuentran es estado de indisponibilidad. El sistema reduce su velocidad de producción en veinte (20) unidades por hora, por lo que funciona a treinta (30) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la octava hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_8} = TI * V_{ID_5} = 1 h * 20 u/h = 20 u$$

Finalmente durante la décima hora de funcionamiento, únicamente la etapa activa 3 se encuentra en estado operativo, mientras que las etapas 1, 2 y 4 se encuentran en estado de indisponibilidad. El sistema reduce su velocidad de producción en treinta (30) unidades por hora, por lo que funciona a veinte (20) unidades por hora. Las unidades que no se producirán durante la décima hora se calculan con la ecuación (63):

$$Q_{ID_{10}} = TI * V_{ID_{10}} = 1 h * 30 u/h = 30 u$$

La cantidad de productos que no se producen debido a la indisponibilidad de las etapas del sistema, se calcula sumando los productos no fabricados en cada hora del tiempo requerido:

$$Q_{ID_{Total}} = \sum_{i=1}^{10} Q_{ID_i}$$

$$Q_{ID_{Total}} = 0 + 0 + 0 + 0 + 10 u + 0 + 0 + 20 u + 0 + 30 u = 60 u$$

Tabla 12-4. Unidades no producidas del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Nº Hora	Estados de cada etapa en paralelo					V_{ep_i} [u/h]	V_{ID_i} [u/h]	Q_{ID_i} [u]
	1 (30 u/h)	2.1 (20 u/h)	2.2 (10 u/h)	3 (20 u/h)	4 (20 u/h)			
1º	30	Espera	Espera	20	Indisponible	50	0	0
2º	Indisponible	20	10	20	Espera	50	0	0
3º	30	Espera	Espera	Indisponible	20	50	0	0
4º	30	Indisponible	Indisponible	20	Espera	50	0	0
5º	Indisponible	Indisponible	Indisponible	20	20	40	10	10
6º	30	20	Espera	Indisponible	Indisponible	50	0	0
7º	30	Espera	Espera	20	Espera	50	0	0
8º	30	Indisponible	Indisponible	Indisponible	Indisponible	30	20	20
9º	30	Espera	Espera	20	Espera	50	0	0
10º	Indisponible	Indisponible	Indisponible	20	Indisponible	20	30	30
TE_{epp}	-	4	5	-	4	-	-	-
Total								60

Realizado por: Hernández E, 2015.

El total de unidades que el sistema deja de producir por la indisponibilidad de las etapas en paralelo es de sesenta (60) (tabla 12-4). Este valor se reemplaza en la ecuación (65) para calcular la disponibilidad real del sistema, mismo que servirá de referencia para validar el nuevo método de cálculo para este tipo de sistemas, que es la ecuación (51).

$$D_{sis} = \frac{500 u - 60 u}{500 u} = 0,8800$$

En la tabla 13-4 se indica la disponibilidad de cada etapa en paralelo que se ha calculado partiendo de la ecuación (22):

Tabla 13-4. Disponibilidad de las etapas en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Etapas en paralelo pasivo sin etapas redundantes	TI_i [horas]	$D_{esi} = \frac{TR - TI_{esi}}{TR}$
Etapa 1	3	0,70
Etapa 2	4	0,60
Etapa 3	3	0,70
Etapa 4	4	0,60

Realizado por: Hernández E, 2015.

Las variables necesarias para la ecuación (51) relacionadas con cada una de las etapas en paralelo se extraen de las tablas 12-4 y 13-4, y se agrupan en la tabla 14-4:

Tabla 14-4. Variables para la ecuación (51) con etapas redundantes.

Variables	Etapa 1	Etapa 2		Etapa 3	Etapa 4
		Sub etapa 2.1	Sub etapa 2.2		
Tipo	Activo	Pasivo	Pasivo	Activo	Pasivo
D_{ep}	0,70	0,60	0,60	0,70	0,60
V_{ep}	30 u/h	30 u/h		20 u/h	20 u/h
TE_{ep}	-	4	5	-	4
V_{ep}		20 u/h	10 u/h		20 u/h

Realizado por: Hernández E, 2015.

En la tabla 15-4 se comparan los resultados de cálculo de la disponibilidad de las ecuaciones (3) y (51), con el valor esperado por el sistema (0,8875); en donde, se observa que la ecuación (51) es válida ya que tiene un error relativo del 0%. Mientras

tanto la ecuación (3) arroja un resultado con un error relativo igual a:

$$Error = \frac{0,9856 - 0,8800}{0,8800} * 100\% = 12\%$$

Tabla 15-4. Disponibilidad del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Ecuaciones	Forma de cálculo	D_{pp}	Error
$1 - \prod_{i=1}^n (1 - D_{ep_i})$ (3)	$1 - (1 - 0,70) * (1 - 0,60) * (1 - 0,70) * (1 - 0,60)$	0,9856	12%
$\frac{\sum_{i=1}^{n+m} (D_{ep_i} * V_{ep_i})}{VP_{sis}}$ - $\frac{\sum_{i=1}^m (TE_{epi} * V_{epi})}{TR * V_{sis}}$ (51)	$\frac{0,70 * 30 + 0,60 * 30 + 0,70 * 20 + 0,60 * 20}{50}$ - $\frac{4 * 20 + 5 * 10 + 5 * 20}{10 * 50}$	0,8800	0 %

Realizado por: Hernández E, 2015.

Con la finalidad de analizar la variación de la disponibilidad real del sistema y el error relativo de las ecuaciones (3) y (51), se aplica el método de Monte Carlo para simular cinco mil (5000) combinaciones aleatorias de la disponibilidad de cada etapa en paralelo, también con la ayuda del algoritmo de la figura 9-4.

Se analizan dos casos:

1. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, varían aleatoriamente entre $D_{ep_{mín}} = 80\%$ a $D_{ep_{máx}} = 98\%$.
2. Los valores de la disponibilidad de cada una de las etapas en paralelo, varían aleatoriamente entre $D_{ep_{mín}} = 0\%$ a $D_{ep_{máx}} = 98\%$.

La estadística de estos resultados se encuentra en los anexos G y H; sin embargo, en la tabla 16-4 se indica un resumen comparativo para una producción nominal (Q_0) de cuarenta y dos mil doscientos cuarenta (42240) unidades, que deberían alcanzarse durante el tiempo requerido (TR) de quinientas veintiocho (528) horas.

Como se puede observar en los dos casos, los valores de la disponibilidad real del sistema son más altos que en el sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes;

sin producir una tendencia decreciente a medida que la disponibilidad de las etapas del sistema tienden a cero (0).

Tabla 16-4. Resultados de las simulaciones del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Parámetros	Variables	Caso 1	Caso 2
Entradas	V_{epa_1}	30 u/h	30 u/h
	V_{epa_2}	30 u/h	30 u/h
	V_{epa_3}	20 u/h	20 u/h
	V_{epa_4}	20 u/h	20 u/h
	V_{sis}	80 u/h	80 u/h
	TR	528 h	528 h
	Q_0	42240 u	42240 u
Valores generados aleatoriamente	$D_{ep_{mín}}$	80%	0%
	$D_{ep_{máx}}$	98%	98%
Resultados de la disponibilidad real del sistema	<i>Mínimo</i>	99,09%	99,09%
	<i>Máximo</i>	99,62%	99,62%
	<i>Rango</i>	0,53%	0,53%
	<i>Media</i>	99,38%	99,39%
	<i>Moda</i>	99,58%	99,40%
	σ	0,17%	0,16%
Resultados del error relativo de la ecuación (2)	<i>Mínimo</i>	0,29%	0,00%
	<i>Máximo</i>	0,92%	74,91%
	<i>Rango</i>	0,63%	74,91%
	<i>Media</i>	0,61%	6,08%
	<i>Moda</i>	0,55%	6,24%
	σ	0,17%	8,85%
Resultados del error relativo de la ecuación (51)	<i>Todos los parámetros</i>	0,0%	0,0%

Realizado por: Hernández E, 2015.

En cada una de las cinco mil (5000) simulaciones, el error relativo de la ecuación (51) (E_2 de los anexos G y H) es del cero por ciento 0%; en tanto que el error relativo de la ecuación (3) (E_1 de los anexos G y H) varía en cada simulación.

En el primer caso, la media y de la moda del error porcentual son del 0,6% y del 0,2% respectivamente, representando un error tolerable; Sin embargo, si se reduce el valor mínimo de las disponibilidades de las etapas en paralelo al 0% (caso 2 de la tabla 16-4), la media y la moda se incrementan al 6,2% y al 3,2% respectivamente, por lo que constituye un error alto.

4.5 Comprobación de la hipótesis

La hipótesis planteada en la presente tesis titulada “*método para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie y paralelo en función de las consecuencias operacionales particulares de la indisponibilidad individual de cada etapa*”, se demuestra a través de las ecuaciones deducidas y presentadas en las tablas 1-3, 2-3, 3-3, 4-3 y 5-3; también con los ejemplos desarrollados en este capítulo; y a su vez, mediante las simulaciones con método Monte Carlo de los anexos A, B, C, D, E, F, G y H; tomando en cuenta las siguientes características:

Para cada tipo de sistema, es posible determinar la disponibilidad real mediante la ecuación (65); considerando, que para la determinación de las unidades que el sistema no produce como consecuencia de la indisponibilidad individual de cada etapa (Q_{ID}), se requiere de un análisis particular para cada caso, que puede ser modelado.

La simulación mediante el método Monte Carlo, genera aleatoriamente los valores de la disponibilidad de cada etapa dentro de un rango; lo que permite obtener en cada caso, los valores de la disponibilidad distribuidos también en forma aleatoria; sin embargo, como las ecuaciones utilizadas son modelos deterministas, si se repite la misma combinación de datos de entrada, se obtendrá el mismo resultado.

Cada grupo de datos de la disponibilidad de los diferentes sistemas, obtenidos mediante las cinco mil (5000) iteraciones de la simulación mediante el método Monte Carlo, constituyen una *muestra independiente* de los resultados de cada una de las ecuaciones utilizadas, caracterizadas por tener diferentes parámetros estadísticos. La población está constituida por los valores de la disponibilidad de todos los sistemas productivos en serie y paralelo que existen en la actualidad.

El método que se empleará para la comprobación de las hipótesis, es la prueba t, debido a que se desea probar una aseveración acerca de dos medias poblacionales, a través de la comparación de las medias muestrales, con las siguientes particularidades:

Población a evaluar: es el universo de todos los valores posible de la disponibilidad calculados con las ecuaciones tanto vigentes como propuestas, cuya media se representa con μ_1 .

Población de referencia: es el universo de todos los valores posible de la disponibilidad real, cuya media se representa con μ_2 .

Muestras independientes a evaluar: son los valores de la disponibilidad calculados con las ecuaciones tanto vigentes como propuestas, obtenidos mediante el método Monte Carlo, cuya media se representa con \bar{x}_1 .

Muestra independiente de referencia: son los valores de la disponibilidad real obtenidos mediante el método Monte Carlo, cuya media se representa con \bar{x}_2 .

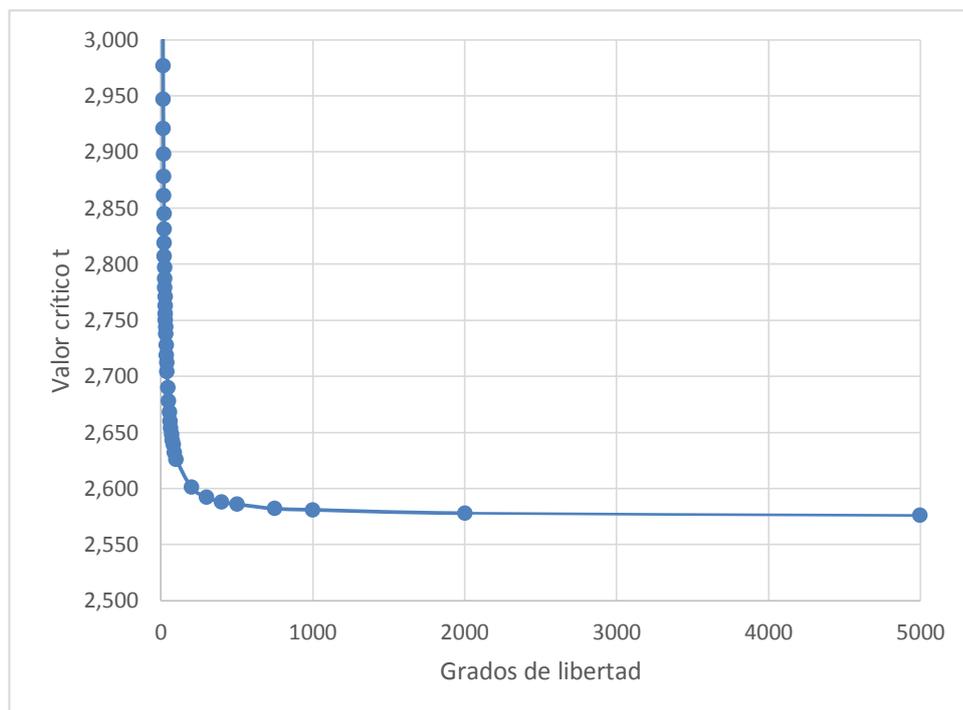


Figura 12-4. Valor crítico t en función de los grados de libertad para $\alpha = 0,01$.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Por otra parte, el grado de libertad, equivalente al tamaño de la muestra menos uno, es de cuatro mil novecientos noventa y nueve ($5000 - 1 = 4999$); lo que representa un valor grande, y mientras más grande es el grado de libertad, el valor crítico t , tiende hacia una constante (figura 12-4), reuniendo una condición estable.

Además, las desviaciones estándar poblacionales de las disponibilidades calculadas y reales (σ_1 y σ_2), son desconocidas y no existe suposición de igualdad; por lo que las características muestrales y poblacionales, se ajustan perfectamente a la prueba t , cuyo estadístico se determina con la ecuación (66).

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Dónde:

t = Estadístico t

\bar{x}_1 = Media de la muestra (disponibilidad de la ecuación evaluada)

\bar{x}_2 = Media de la muestra (disponibilidad real)

μ_1 = Media de la población (disponibilidad de la ecuación evaluada)

μ_2 = Media de la población (disponibilidad real)

s_1 = Desviación estándar de la muestra (disponibilidad de la ecuación evaluada)

s_2 = Desviación estándar de la muestra (disponibilidad real)

n_1 = Tamaño de la muestra (disponibilidad de la ecuación evaluada)

n_2 = Tamaño de la muestra (disponibilidad real)

4.5.1 Comprobación de la hipótesis para los sistemas en serie

Para estos sistemas se comparan los resultados de la disponibilidad real calculada con la ecuación (65), con las calculadas con las ecuaciones (2) y (26); que son la ecuación *VIGENTE* y la ecuación *PROPUESTA* respectivamente (Tabla 17-4).

Tabla 17-4. Ecuaciones involucradas en la comprobación de la hipótesis para los sistemas en serie.

Ecuaciones	Detalle
$D_{sis\,real} = \frac{Q_0 - Q_{ID}}{Q_0}$ (65)	Ecuación de referencia
$D_s = \prod_{i=1}^n D_{es\,i}$ (2)	Ecuación vigente
$D_s = \sum_{i=1}^k (D_{es\,i}) - (k - 1)$ (26)	Ecuación propuesta

Realizado por: Hernández E, 2015.

Los resultados estadísticos comparativos de las distribuciones de frecuencias de la disponibilidad de las ecuaciones (65), (2) y (26) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 3-4 para D_{esi} entre 0,80 y 0,98, del sistema en serie de la figura 1-4, se indican en la figura 12-4; en donde se observa que los resultados de las ecuaciones (65) y (26), son coincidentes.

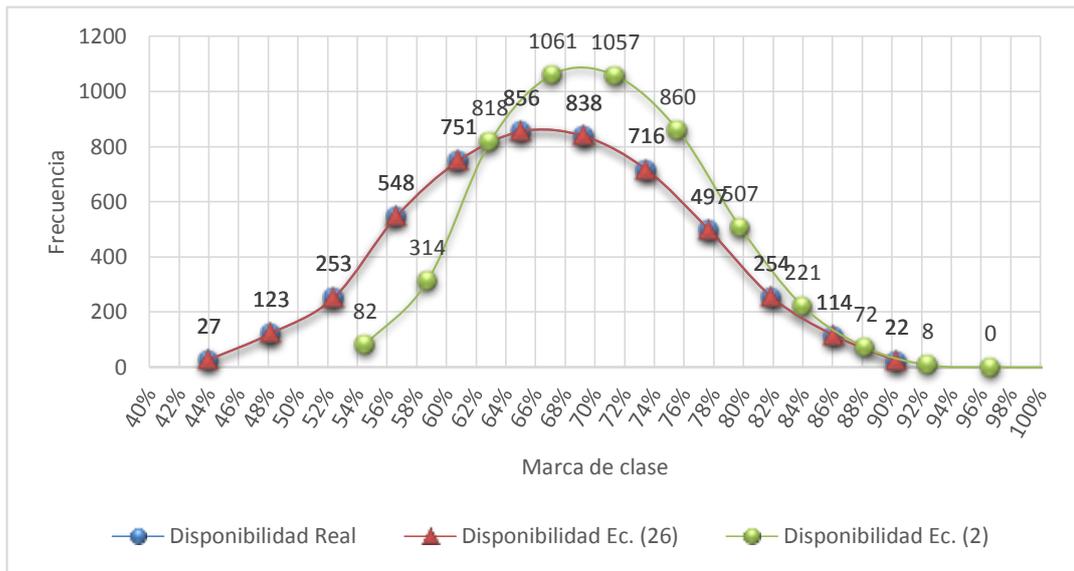


Figura 13-4. Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (2) y (26).

Realizado por: Hernández E, 2015.

4.5.1.1 Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (2) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie arroja resultados erróneos”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (2) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie arroja resultados erróneos, se expresa simbólicamente como $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de las tablas A-4 y A-6 del anexo A:

$$t = \frac{(0,704 - 0,669) - 0}{\sqrt{\frac{0,071^2}{5000} + \frac{0,089^2}{5000}}} = 24,724$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 24,724$, se encuentra dentro de la región crítica (figura 14-4).

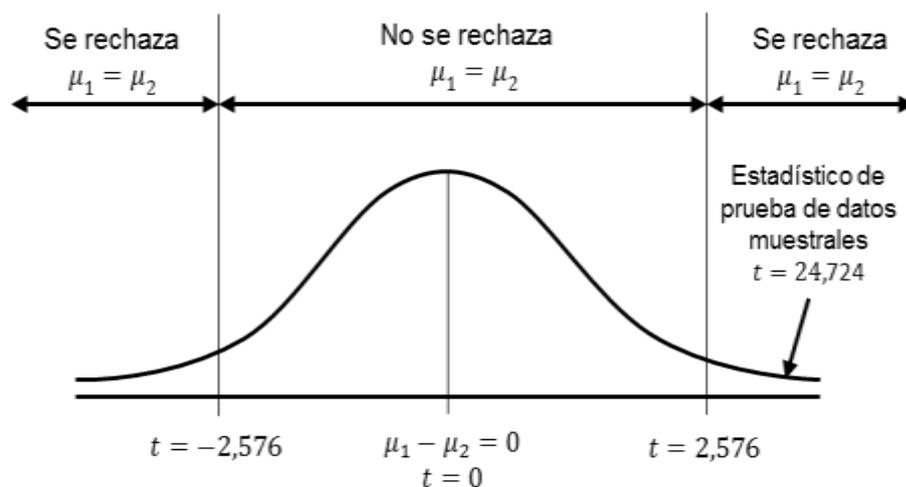


Figura 14-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (2).

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica dentro de la región crítica, se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que “los datos muestrales sustentan la aseveración de que la ecuación (2) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie arroja resultados erróneos”. Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.1.2 Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (26) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie es confiable”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (26) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie es confiable, se expresa simbólicamente como $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de la tabla A-4 del anexo A:

$$t = \frac{(0,669 - 0,669) - 0}{\sqrt{\frac{0,089^2}{5000} + \frac{0,089^2}{5000}}} = 0,000$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 0,000$, se encuentra fuera de la región crítica (figura 15-4).

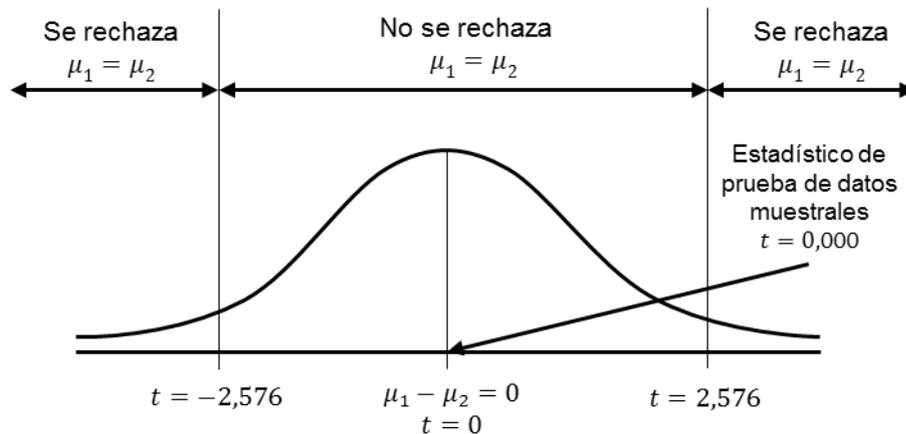


Figura 15-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (26).

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica fuera de la región crítica, no se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que "no existe suficiente evidencia que justifique el rechazo de la aseveración de que la ecuación (26) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en serie es confiable". Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.2 Comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo activo

Para estos sistemas se comparan los resultados de la disponibilidad real calculada con la ecuación (65), con las calculadas con las ecuaciones (3) y (36); que son la ecuación VIGENTE y la ecuación PROPUESTA respectivamente (Tabla 18-4).

Tabla 18-4. Ecuaciones involucradas en la comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo activo.

Ecuaciones	Detalle
$D_{sis\,real} = \frac{Q_0 - Q_{ID}}{Q_0} \quad (65)$	Ecuación de referencia
$D_{pa} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - D_{ep_i}) \quad (3)$	Ecuación vigente
$D_{pa} = \frac{\sum_{i=1}^n (D_{epa_i} * V_{epa_i})}{V_{sis}} \quad (36)$	Ecuación propuesta

Realizado por: Hernández E, 2015.

Los resultados estadísticos comparativos de las distribuciones de frecuencias de la disponibilidad de las ecuaciones (65), (3) y (36) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 6-4 para D_{epa_i} entre 0,80 y 0,98, del sistema en paralelo activo de la figura 4-4, se indican en la figura 16-4; en donde se observa que los resultados de las ecuaciones (65) y (36), son coincidentes.

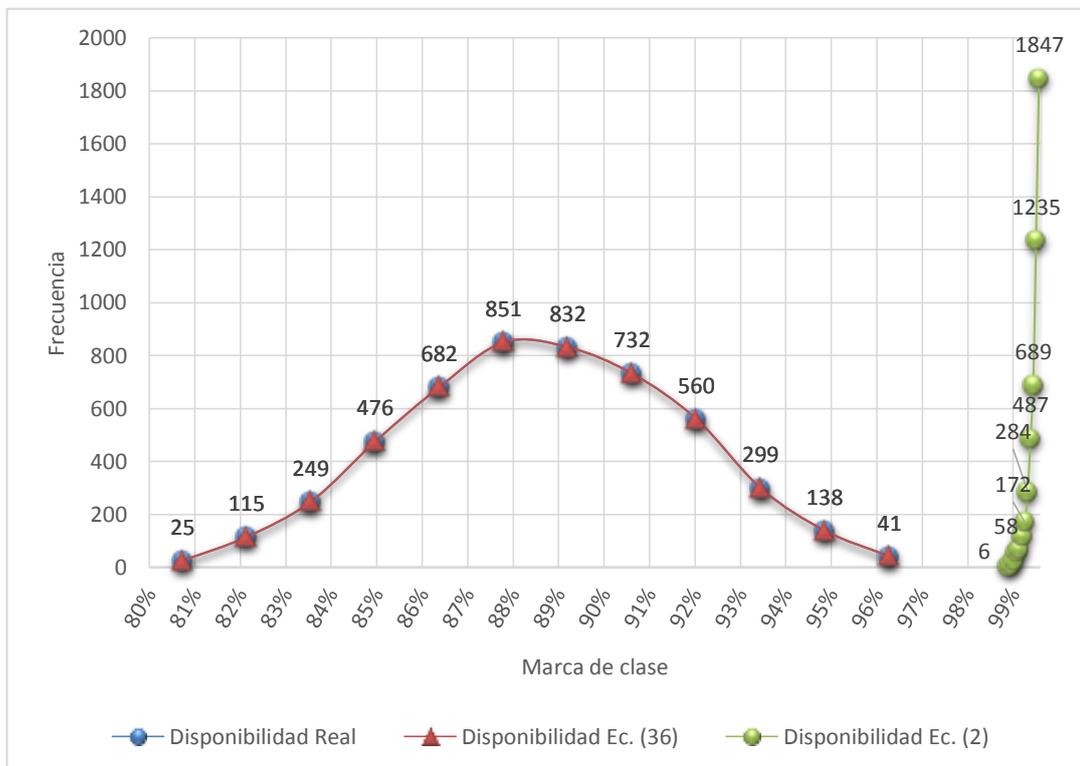


Figura 16-4. Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (3) y (36).

Realizado por: Hernández E, 2015.

4.5.2.1 Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo activo arroja resultados erróneos”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo activo arroja resultados erróneos, se expresa simbólicamente como $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de las tablas C-4 y C-6 del anexo C:

$$t = \frac{(0,999 - 0,891) - 0}{\sqrt{\frac{0,001^2}{5000} + \frac{0,031^2}{5000}}} = 249,081$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 249,081$, se encuentra dentro de la región crítica (figura 17-4).

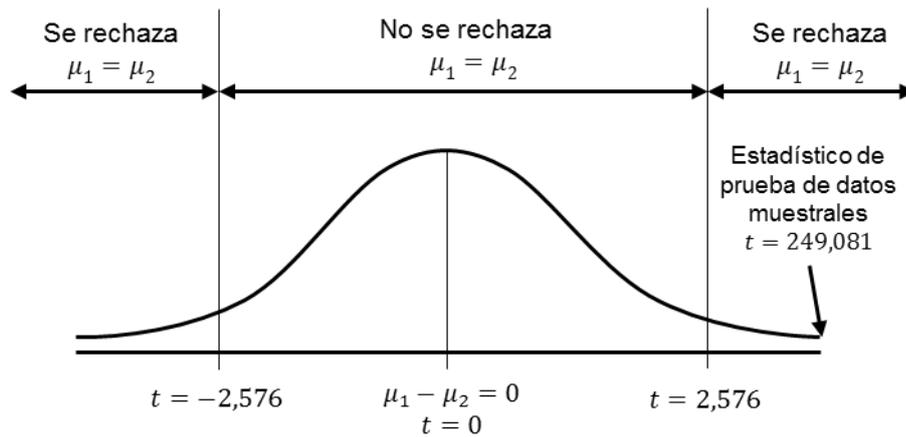


Figura 17-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (3) para sistemas en paralelo activo.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica dentro de la región crítica, se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que “los datos muestrales sustentan la aseveración de que la ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo activo arroja resultados erróneos”. Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.2.2 Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (36) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo activo es confiable”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (36) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo activo es confiable, se expresa simbólicamente como $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis

nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t .

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de la tabla C-4 del anexo C:

$$t = \frac{(0,891 - 0,891) - 0}{\sqrt{\frac{0,031^2}{5000} + \frac{0,031^2}{5000}}} = 0,000$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 0,000$, se encuentra fuera de la región crítica (figura 18-4).

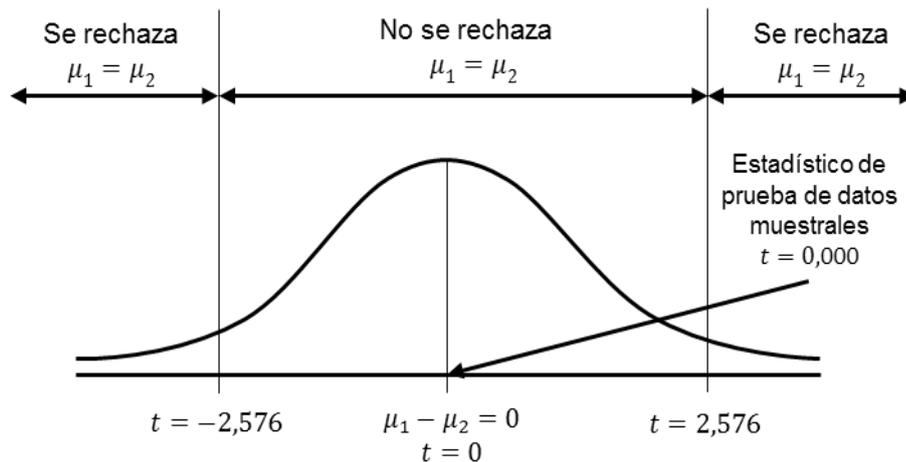


Figura 18-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (36).

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica fuera de la región crítica, no se

rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que “no existe suficiente evidencia que justifique el rechazo de la aseveración de que la ecuación (36) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo activo es confiable”. Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.3 Comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes

Para estos sistemas se comparan los resultados de la disponibilidad real calculada con la ecuación (65), con las calculadas con las ecuaciones (3) y (51); que son la ecuación VIGENTE y la ecuación PROPUESTA respectivamente (Tabla 19-4).

Tabla 19-4. Ecuaciones involucradas en la comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo pasivo con o sin etapas redundantes.

Ecuaciones	Detalle
$D_{sis\,real} = \frac{Q_0 - Q_{ID}}{Q_0} \quad (65)$	Ecuación de referencia
$D_{pp} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - D_{ep_i}) \quad (3)$	Ecuación vigente
$D_{pp} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} (D_{ep_i} * V_{ep_i})}{VP_{sis}} - \frac{\sum_{i=1}^m (TE_{ep_i} * V_{ep_i})}{TR * V_{sis}} \quad (51)$	Ecuación propuesta

Realizado por: Hernández E, 2015.

Los resultados estadísticos comparativos de las distribuciones de frecuencias de la disponibilidad de las ecuaciones (65), (3) y (51) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 9-4 para D_{ep_i} entre 0,80 y 0,98, del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes de la figura 7-4, se indican en la figura 9-4; en donde se observa que los resultados de las ecuaciones (65) y (51), son coincidentes.

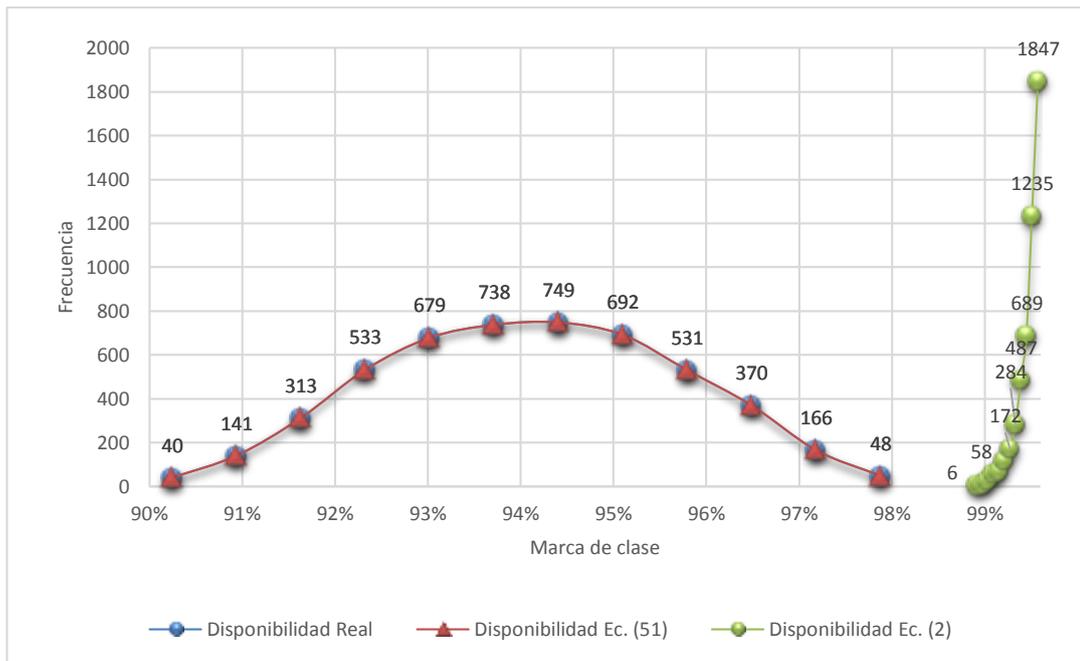


Figura 19-4. Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (3) y (51) para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

4.5.3.1 Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes arroja resultados erróneos”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes arroja resultados erróneos, se expresa simbólicamente como $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de las tablas E-4 y E-6 del anexo E:

$$t = \frac{(0,999 - 0,945) - 0}{\sqrt{\frac{0,001^2}{5000} + \frac{0,016^2}{5000}}} = 234,760$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 234,760$, se encuentra dentro de la región crítica (figura 20-4).

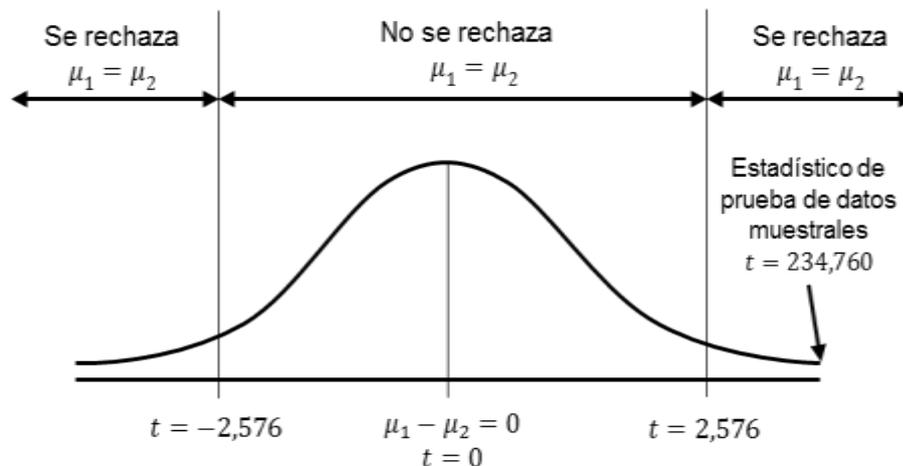


Figura 20-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (3) para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica dentro de la región crítica, se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que "los datos muestrales sustentan la aseveración de que la ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo

pasivo sin etapas redundantes arroja resultados erróneos". Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.3.2 Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: *"La ecuación (51) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes es confiable"*.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (51) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes es confiable, se expresa simbólicamente como $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de la tabla C-4 del anexo E:

$$t = \frac{(0,945 - 0,945) - 0}{\sqrt{\frac{0,016^2}{5000} + \frac{0,016^2}{5000}}} = 0,000$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$,

correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 0,000$, se encuentra fuera de la región crítica (figura 21-4).

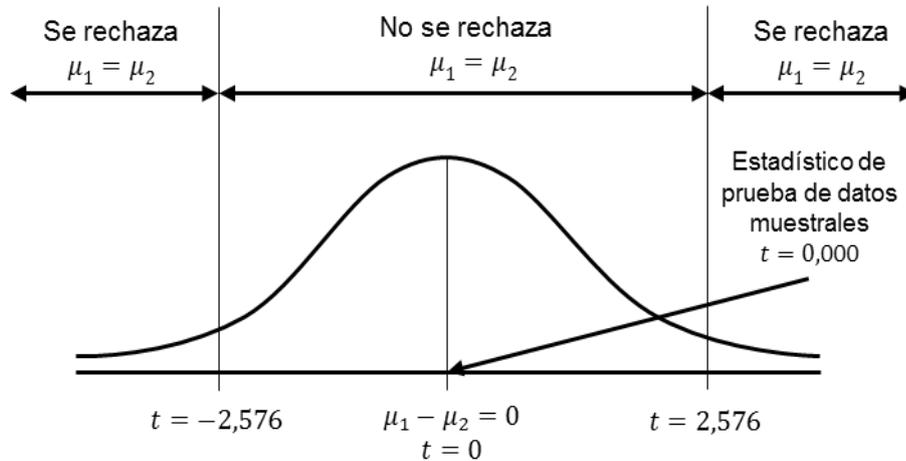


Figura 21-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (51) para sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica fuera de la región crítica, no se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que “no existe suficiente evidencia que justifique el rechazo de la aseveración de que la ecuación (51) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes es confiable”. Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.4 Comprobación de la hipótesis para los sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes

En estos sistemas se utilizan las mismas ecuaciones de los sistemas en paralelo pasivo sin etapas redundantes (Tabla 19-4).

Los resultados estadísticos comparativos de las distribuciones de frecuencias de la disponibilidad de las ecuaciones (65), (3) y (51) en la simulación mediante el método

Monte Carlo con el algoritmo de la figura 9-4 para D_{ep_i} entre 0,80 y 0,98, del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes de la figura 7-4, se indican en la figura 22-4; en donde se observa que los resultados de las ecuaciones (65) y (51), son coincidentes.



Figura 22-4. Resultados estadísticos comparativos de las ecuaciones (65), (3) y (51) para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

4.5.4.1 Comprobación de la hipótesis para la ecuación vigente

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes arroja resultados erróneos”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes arroja resultados erróneos, se expresa simbólicamente como $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis

nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de las tablas G-4 y G-6 del anexo G:

$$t = \frac{(0,9999 - 0,9938) - 0}{\sqrt{\frac{0,0002^2}{5000} + \frac{0,0017^2}{5000}}} = 255,555$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 255,555$, se encuentra dentro de la región crítica (figura 23-4).

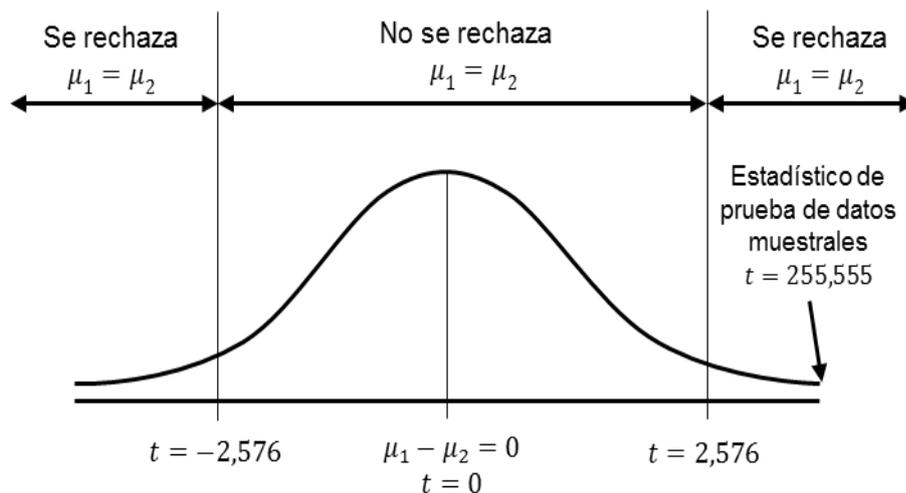


Figura 23-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (3) para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica dentro de la región crítica, se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que “los datos muestrales sustentan la aseveración de que la ecuación (3) VIGENTE para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes arroja resultados erróneos”. Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

4.5.4.2 Comprobación de la hipótesis para la ecuación propuesta

Mediante el método tradicional que se resume en el anexo I, se prueba la siguiente hipótesis: “La ecuación (51) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes es confiable”.

Paso 1: La aseveración de que la ecuación (51) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes es confiable, se expresa simbólicamente como $\mu_1 = \mu_2$.

Paso 2: Si la aseveración original es falsa, entonces $\mu_1 \neq \mu_2$.

Paso 3: La hipótesis alternativa es la expresión que no contiene igualdad, y la hipótesis nula es una expresión de igualdad, de manera que:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (aseveración original)}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Paso 4: El nivel de significancia es $\alpha = 0,01$.

Paso 5: Puesto que las dos muestras son independientes y se está probando una aseveración acerca de dos medias poblacionales, se utiliza la distribución t.

Paso 6: El estadístico de prueba se calcula con la ecuación (66) y los datos de la tabla G-4 del anexo G:

$$t = \frac{(0,9938 - 0,9938) - 0}{\sqrt{\frac{0,0017^2}{5000} + \frac{0,0017^2}{5000}}} = 0,000$$

De acuerdo a la tabla de distribución t del anexo K; el valor críticos es $t_{\alpha/2} = \pm 2,576$, correspondiente a $\alpha = 0,01$ (prueba de dos colas, ya que $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$) y $gl = n - 1 = 4999$ (número de iteraciones del método Monte Carlo menos 1). Estadístico de prueba de datos muestrales $t = 0,000$, se encuentra fuera de la región crítica (figura 24-4).

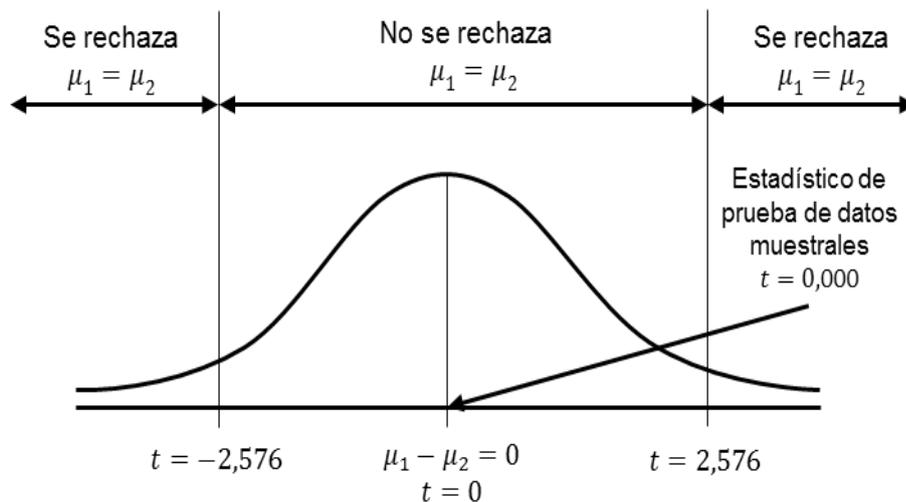


Figura 24-4. Prueba de la aseveración de la ecuación (51) para sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes.

Realizado por: Hernández E, 2015.

Paso 7: Puesto que el estadístico de prueba se ubica fuera de la región crítica, no se rechaza la hipótesis nula $\mu_1 = \mu_2$ (o $\mu_1 - \mu_2 = 0$).

INTERPRETACIÓN: Con la ayuda del árbol de decisión para la prueba de hipótesis del anexo J, se concluye que "no existe suficiente evidencia que justifique el rechazo de la aseveración de que la ecuación (51) PROPUESTA para el cálculo de la disponibilidad de sistemas en paralelo pasivo con etapas redundantes es confiable". Lo que concuerda con lo aseverado anteriormente.

CONCLUSIONES

- Mediante el análisis de las consecuencias operacionales de las etapas de los diferentes sistemas, se puede comprobar que las ecuaciones actuales para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en serie y paralelo arrojan resultados erróneos.
- Partiendo del análisis de la cantidad de productos que el sistema deja de fabricar por la indisponibilidad de cada una de sus etapas, es posible construir modelos deterministas, con el propósito de deducir las ecuaciones confiables para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en serie y en paralelo.
- La ecuación (26) propuesta para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en serie, es únicamente proporcional a la disponibilidad de cada una de sus etapas y es válida para cualquier tipo de sistema en serie.
- La ecuación (51) propuesta para el cálculo de la disponibilidad de los sistemas en paralelo, es proporcional a la disponibilidad, velocidad de operación y al tiempo de espera de cada una de sus etapas y es válida para cualquier tipo de sistema en paralelo.
- El diagrama de bloques, para facilitar el cálculo de la disponibilidad deben ser definidos de acuerdo a las características operacionales particulares de cada etapa; ya que por ejemplo, existen etapas que aparentemente está en paralelo, pero se comportan como si estuviesen en serie; o etapas que aparentemente se encuentra en paralelo activo, pero se comportan como si tuvieran una subetapa redundante.
- El método Monte Carlo posibilita la simulación de una elevada cantidad de experimentos en un corto lapso de tiempo; lo que permite obtener las muestras de la disponibilidad real y las calculadas con las ecuaciones vigentes y propuestas para su validación mediante la prueba *t*.

RECOMENDACIONES

- Considerar a la disponibilidad como el resultado de la gestión operacional y del mantenimiento de los activos físicos de los procesos productivos, que puede ser gestionable y no solo un indicador para reportar.
- No utilizar los datos reales de las unidades alcanzadas a fabricar por el sistema (Q_a) en relación a las que debería producirse (Q_0) para calcular la disponibilidad con la ecuación (29), ya que las pérdidas operacionales no son únicamente consecuencia de la indisponibilidad de las etapas, por lo que se cometería un error.
- Emplear los resultados de esta investigación, para mejorar la disponibilidad de cualquier sistema, calculando este indicador confiablemente y determinando en cada caso, las etapas que están afectando en mayor grado a las disponibilidad del sistema, para concentrar más esfuerzos en ellos, sin descuidar a las demás.
- Utilizar el método Monte Carlo durante las etapas de diseño y operación, para simular los efectos que tienen las disponibilidades individuales de cada etapa sobre el desempeño del sistema y utilizar ese resultado en la toma de decisiones.
- Emplear el método Monte Carlo u otro método de simulación para realizar nuevos estudios análogos al que se hizo en la presente tesis pero con otros indicadores técnicos, económicos u organizacionales.
- Realizar nuevas investigaciones sobre la aplicación de las ecuaciones deducidas en la presente tesis en el campo de la informática y automatización, para desarrollar medios autónomos para el cálculo y gestión de la disponibilidad de los diferentes sistemas.

BIBLIOGRAFÍA

1. **Crespo, A.; Moreu, P. y Sánchez, A.** (2004) *Ingeniería de mantenimiento. Técnicas y métodos de aplicación a la fase operativa de los equipos*. España: Editorial AENOR. 409 p.
2. **DRAE** (2014) *Diccionario de la Real Academia Española*. 23^o ed. España: Editado por Asociación de Academias de la Lengua.
3. **Duffuaa, S.; Raouf, A. y Dixon, J.** (2007) *Sistemas de mantenimiento Planeación y control*. México: Editorial Limusa Wiley. 420 p.
4. **EN 13306** (2010) *Maintenance - Maintenance terminology*. Suiza: Editado por European Committee for Standardization. TC 319. 29 p.
5. **EN 15341** (2007) *Maintenance - Maintenance Key Performance Indicators*. Suiza: Editado por European Committee for Standardization. TC 319. 27 p.
6. **EN 16646** (2014) *Maintenance - Maintenance within physical asset management*. Suiza: Editado por European Committee for Standardization. TC 319. 40 p.
7. **Epstein, B. y Weissman, I.** (2008) *Mathematical models for systems reliability*. USA: Editorial Taylor & Francis Group, LLC. 272 p.
8. **García, S.** (2014) *Ingeniería de mantenimiento – Manual práctico para la gestión eficaz del mantenimiento*. Tomo 1. España: Editorial Renovetec. 322 p.
9. **Goettsche, L.** (2004) *Maintenance of Instruments & Systems: Practical Guides for Measurement and Control*. 2^o ed. USA: Editorial ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society. 452 p.
10. **Goldratt, E. y Cox, J.** (2004) *La meta – Un proceso de mejora continua*. 13^o ed. México: Editorial Castillo S.A. 423 p.
11. **Hu, L. Yue, D. y Zhao, D.** (2012) *Availability Equivalence Analysis of a Repairable Series-Parallel System. Mathematical Problems in Engineering*. Vol. 2012. 15 p.

12. **IEC 60050-191** (1990) *International Electrotechnical Vocabulary - Dependability and quality of service*. Suiza: Editado por International Electrotechnical Commission TC 1. 141 p.
13. **IEC 61703** (2001) *Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms*. Suiza: Editado por International Electrotechnical Commission TC 56. 103 p.
14. **ISO 55000** (2014) *Asset management. Overview, principles and terminology*. Suiza. Editado por International Organization for Standardization. ISO/TC 251. 19 p.
15. **Kalos, M. y Whitlock, P.** (2007) *Monte Carlo Methods*. 2º ed. Alemania: Editorial WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. 203 p.
16. **Larson, R. y Hostetler, R.** (2008) *Pre - cálculo*. 7º ed. España: Editorial Reverté ediciones S. A. 1058 p.
17. **López, J.** (2008) *Guía básica para la simulación de Monte Carlo*. España: Editorial AENOR. 158 p.
18. **MIL-HDBK-338** (1998) *Military Handbook - Electronic reliability design handbook*. USA: Editado por Defense Quality and Standardization Office. 1046 p.
19. **Mitacc, M. y Toro, L.** (2009) *Tópicos de Cálculo Vol. II*. 3º ed. Perú: Editorial THALES S.R.L. 379 p.
20. **Mora, A.** (2009) *Mantenimiento planeación, ejecución y control*. Colombia: Editorial Alfaomega S.A. 528 p.
21. **Mora, A.** (2012) *Mantenimiento industrial efectivo*. 2º ed. Colombia: Editorial Coldi. 340 p.
22. **Moubray, J.** (2004) *Mantenimiento centrado en la confiabilidad*. 2º ed. USA: Editorial Edwards Brothers. 433 p.
23. **Nachlas, J.** (1995) *Fiabilidad*. España: Editorial Isdefe. 217 p.

24. **Parra, P. y Crespo, A.** (2012) *Ingeniería de Mantenimiento y Fiabilidad aplicada en la Gestión de Activos. Desarrollo y aplicación práctica de un modelo de gestión del mantenimiento.* España: Editorial INGEMAN. 166 p.
25. **Pham, H.** (2003) *Handbook of Reliability Engineering.* USA: Editorial Springer - Verlag London Limited. 663 p.
26. **Rausand, M. y Høyland, A.** (2004) *System reliability theory. Models, Statistical Methods, and Applications.* 2º ed. USA: Editorial John Wiley & Sons, Inc. 664 p.
27. **SAE JA 1012** (2002) *A Guide to the Reliability-Centered Maintenance (Rcm) Standard.* USA: Editado por Society of Automotive Engineers. G-11m. 57 p.
28. **Souris, J.** (1992) *El mantenimiento, fuente de beneficios.* España: Editorial Díaz de Dantos. 189 p.
29. **Swokowski, E. y Cole, J.** (2009) *Algebra y trigonometría con geometría analítica.* 12º ed. México: Editorial Cengage Learning Editores S.A. 1032 p.
30. **Taha, H.** (2012) *Investigación de operaciones.* 9º ed. México: Editorial Pearson Educación. 824 p.
31. **Torres, L.** (2010) *Mantenimiento su implementación y gestión.* 3º ed. Argentina: Editorial UNIVERSITAS. 348 p.
32. **Triola, M.** (2009) *Estadística.* 10º ed. México: Editorial Pearson Educación. 904 p.
33. **Venero** (1995) *Pre-cálculo.* 7º ed. España: Editorial Reverté ediciones S. A. 1058 p.
34. **Yang, G.** (2007) *Life cycle reliability engineering.* USA: Editorial John Wiley & Sons, Inc. 517 p.

ANEXOS

Anexo A.

Simulación del sistema en serie para D_{esi} entre 0,80 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (2) y (26) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 3-4 para D_{esi} entre 0,80 y 0,98, del sistema en serie de la figura 1-4.

Tabla A-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{sis}	TR	Q_0	D_{esmin}	D_{esmax}
	80 u/h	528 h	42240 u	0,80	0,98

Tabla A-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{es1} =$	0,8603	0,8696	0,8908	0,8439	0,9724	0,9421	0,8379	0,8773	0,9513	0,8119
$D_{es2} =$	0,9568	0,9000	0,8678	0,8079	0,8229	0,9744	0,8747	0,8399	0,9280	0,8011
$D_{es3} =$	0,9166	0,9005	0,8900	0,8949	0,9593	0,8857	0,8781	0,9379	0,8605	0,8493
D_{s1} (Ec. 2) =	0,7545	0,7048	0,6880	0,6100	0,7675	0,8130	0,6435	0,6911	0,7596	0,5525
D_{s2} (Ec. 26) =	0,7337	0,6701	0,6486	0,5466	0,7545	0,8022	0,5907	0,6551	0,7398	0,4624
$Q_{ID1} =$	5900	5508	4612	6596	1166	2447	6846	5183	2058	7944
$Q_{ID2} =$	1823	4222	5585	8116	7482	1081	5294	6763	3043	8401
$Q_{ID3} =$	3523	4203	4647	4441	1721	4828	5150	2622	5892	6364
$\sum_{i=1}^3 Q_{IDi} =$	11247	13933	14844	19153	10369	8357	17290	14568	10993	22709
$Q_a =$	30993	28307	27396	23087	31871	33883	24950	27672	31247	19531
$D_{sis\ real} =$	0,7337	0,6701	0,6486	0,5466	0,7545	0,8022	0,5907	0,6551	0,7398	0,4624
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	2,8%	5,2%	6,1%	11,6%	1,7%	1,4%	9,0%	5,5%	2,7%	19,5%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla A-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (26).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	42,4%	46,7%	44,5%	35	35	0,7%	0,7%
2	46,7%	50,9%	48,8%	160	195	3,2%	3,9%
3	50,9%	55,1%	53,0%	333	528	6,7%	10,6%
4	55,1%	59,3%	57,2%	548	1076	11,0%	21,5%
5	59,3%	63,6%	61,5%	766	1842	15,3%	36,8%
6	63,6%	67,8%	65,7%	861	2703	17,2%	54,1%
7	67,8%	72,0%	69,9%	803	3506	16,1%	70,1%
8	72,0%	76,3%	74,1%	691	4197	13,8%	83,9%
9	76,3%	80,5%	78,4%	431	4628	8,6%	92,6%
10	80,5%	84,7%	82,6%	252	4880	5,0%	97,6%
11	84,7%	89,0%	86,8%	90	4970	1,8%	99,4%
12	89,0%	93,2%	91,1%	29	4999	0,6%	100,0%

Tabla A-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (26).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	42,4%	93,2%	50,7%	66,9%	65,7%	9,2%

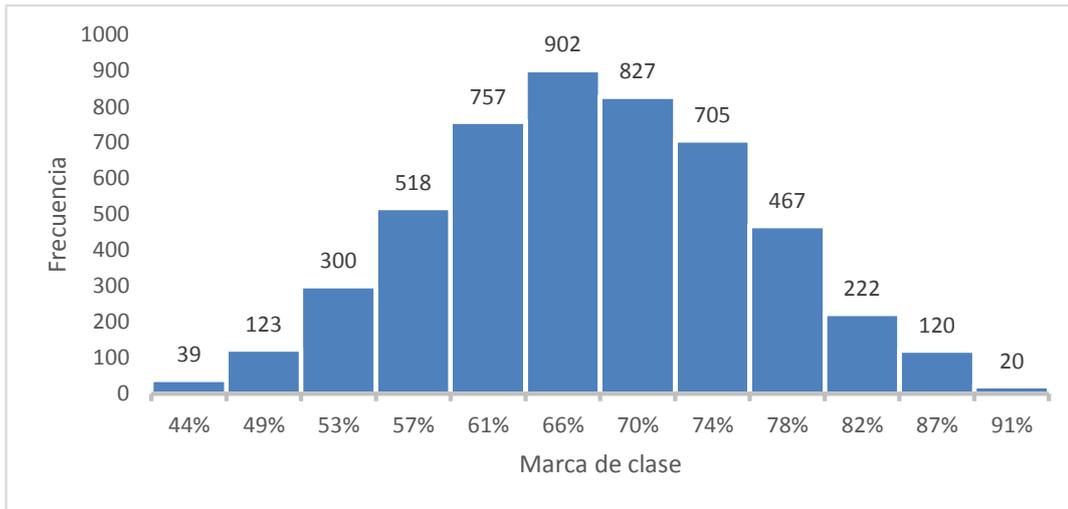


Figura A-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (26)

Tabla A-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (2).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	52,2%	56,3%	54,2%	66	66	1,3%	1,3%
2	56,3%	60,5%	58,4%	325	391	6,5%	7,8%
3	60,5%	64,6%	62,5%	720	1111	14,4%	22,2%
4	64,6%	68,8%	66,7%	996	2107	19,9%	42,1%
5	68,8%	72,9%	70,8%	1066	3173	21,3%	63,5%
6	72,9%	77,1%	75,0%	897	4070	17,9%	81,4%
7	77,1%	81,2%	79,2%	526	4596	10,5%	91,9%
8	81,2%	85,4%	83,3%	278	4874	5,6%	97,5%
9	85,4%	89,5%	87,5%	112	4986	2,2%	99,7%
10	89,5%	93,7%	91,6%	14	5000	0,3%	100,0%
11	93,7%	97,9%	95,8%	0	5000	0,0%	100,0%
12	97,9%	102,0%	99,9%	0	5000	0,0%	100,0%

Tabla A-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (2).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	52,2%	91,6%	39,4%	70,5%	70,8%	7,2%

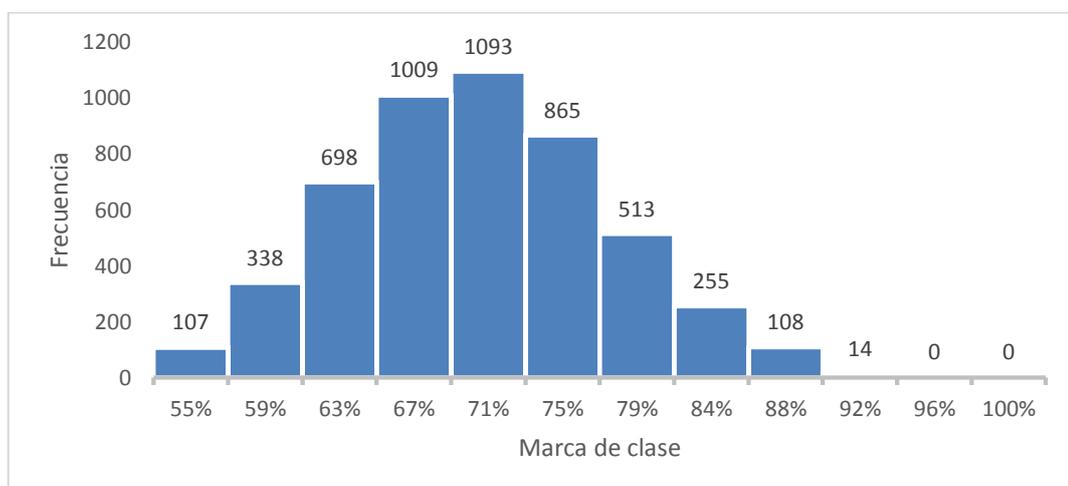


Figura A-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (2).

Tabla A-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (2).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	0,2%	2,3%	1,2%	979	979	19,6%	19,6%
2	2,3%	4,4%	3,3%	1287	2266	25,7%	45,3%
3	4,4%	6,4%	5,4%	1036	3302	20,7%	66,0%
4	6,4%	8,5%	7,5%	666	3968	13,3%	79,4%
5	8,5%	10,6%	9,6%	433	4401	8,7%	88,0%
6	10,6%	12,7%	11,6%	264	4665	5,3%	93,3%
7	12,7%	14,8%	13,7%	139	4804	2,8%	96,1%
8	14,8%	16,8%	15,8%	102	4906	2,0%	98,1%
9	16,8%	18,9%	17,9%	43	4949	0,9%	99,0%
10	18,9%	21,0%	19,9%	32	4981	0,6%	99,6%
11	21,0%	23,1%	22,0%	11	4992	0,2%	99,8%
12	23,1%	25,1%	24,1%	8	5000	0,2%	100,0%

Tabla A-8. Resultados del error relativo de la ecuación (2).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	0,2%	24,8%	24,6%	5,7%	3,3%	3,9%

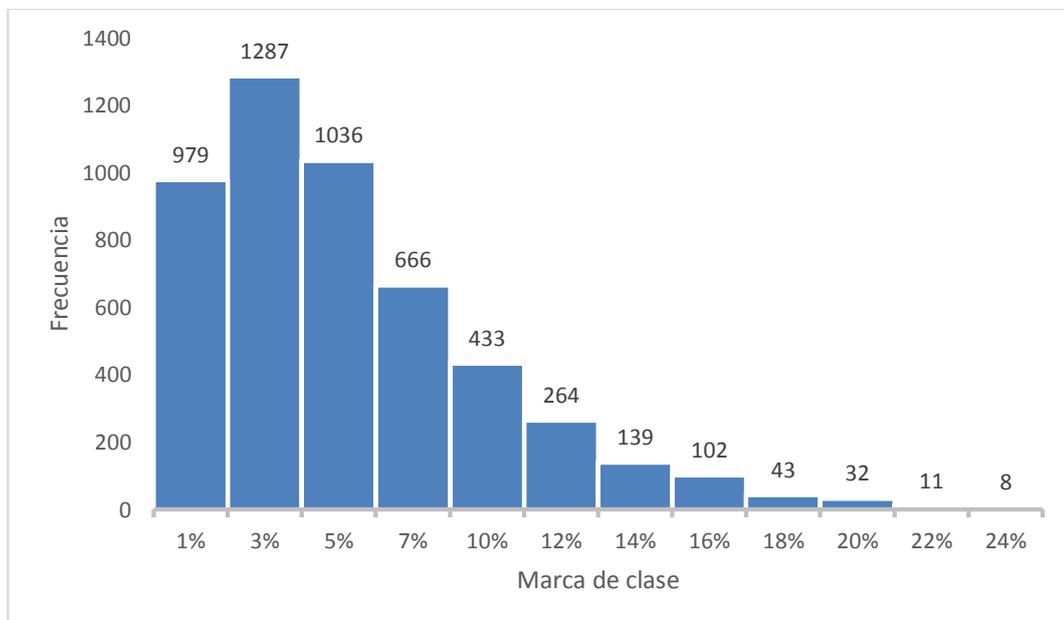


Figura A.3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (2).

Anexo B.

Simulación del sistema en serie para D_{es_i} entre 0,67 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (2) y (26) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 3-4 para D_{es_i} entre 0,67 y 0,98, del sistema en serie de la figura 1-4.

Tabla B-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{sis}	TR	Q_0	$D_{es_{min}}$	$D_{es_{max}}$
		80 u/h	528 h	42240 u	0,67

Tabla B-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{es_1} =$	0,6850	0,9085	0,8316	0,9550	0,8537	0,8583	0,9418	0,6233	0,6854	0,6226
$D_{es_2} =$	0,8035	0,9635	0,7134	0,9582	0,8039	0,7624	0,8993	0,7076	0,8846	0,8378
$D_{es_3} =$	0,8426	0,6114	0,9095	0,8314	0,8111	0,6682	0,7328	0,8667	0,8570	0,6571
D_{s_1} (Ec. 2) =	0,4638	0,5352	0,5396	0,7608	0,5566	0,4373	0,6206	0,3822	0,5196	0,3427
D_{s_2} (Ec. 26) =	0,3311	0,4834	0,4546	0,7447	0,4687	0,2889	0,5739	0,1975	0,4271	0,1175
$Q_{ID_1} =$	13307	3867	7112	1899	6180	5984	2458	15914	13288	15943
$Q_{ID_2} =$	8299	1540	12105	1766	8282	10038	4253	12350	4875	6853
$Q_{ID_3} =$	6648	16415	3821	7122	7981	14014	11289	5632	6039	14482
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	28254	21822	23038	10786	22443	30036	17999	33896	24201	37278
$Q_a =$	13986	20418	19202	31454	19797	12204	24241	8344	18039	4962
$D_{sis\ real} =$	0,3310	0,4833	0,4545	0,7446	0,4686	0,2889	0,5738	0,1975	0,4270	0,1174
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	40,1%	10,7%	18,7%	2,2%	18,8%	51,3%	8,1%	93,5%	21,7%	192%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla B-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (26).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	3,0%	10,3%	6,7%	31	31	0,6%	0,6%
2	10,3%	17,7%	14,0%	110	141	2,2%	2,8%
3	17,7%	25,0%	21,4%	253	394	5,1%	7,9%
4	25,0%	32,4%	28,7%	470	864	9,4%	17,3%
5	32,4%	39,7%	36,1%	661	1525	13,2%	30,5%
6	39,7%	47,1%	43,4%	878	2403	17,6%	48,1%
7	47,1%	54,4%	50,8%	879	3282	17,6%	65,6%
8	54,4%	61,8%	58,1%	759	4041	15,2%	80,8%
9	61,8%	69,1%	65,5%	525	4566	10,5%	91,3%
10	69,1%	76,5%	72,8%	283	4849	5,7%	97,0%
11	76,5%	83,8%	80,1%	120	4969	2,4%	99,4%
12	83,8%	91,2%	87,5%	30	4999	0,6%	100,0%

Tabla B-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (26).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
		3,0%	91,2%	88,2%	47,7%	50,8%

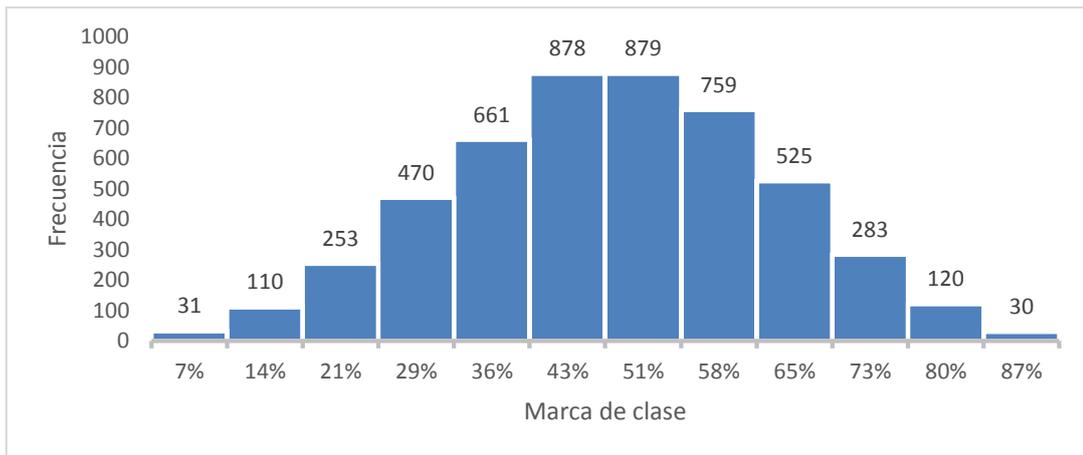


Figura B-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (26).

Tabla B-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (2).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	31,3%	38,7%	35,0%	156	156	3,1%	3,1%
2	38,7%	46,1%	42,4%	720	876	14,4%	17,5%
3	46,1%	53,5%	49,8%	1254	2130	25,1%	42,6%
4	53,5%	60,9%	57,2%	1317	3447	26,3%	68,9%
5	60,9%	68,2%	64,5%	896	4343	17,9%	86,9%
6	68,2%	75,6%	71,9%	426	4769	8,5%	95,4%
7	75,6%	83,0%	79,3%	181	4950	3,6%	99,0%
8	83,0%	90,4%	86,7%	48	4998	1,0%	100,0%
9	90,4%	97,8%	94,1%	2	5000	0,0%	100,0%
10	97,8%	105,2%	101,5%	0	5000	0,0%	100,0%
11	105,2%	112,5%	108,8%	0	5000	0,0%	100,0%
12	112,5%	119,9%	116,2%	0	5000	0,0%	100,0%

Tabla B-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (2).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	31,3%	92,5%	61,2%	56,3%	56,9%	10,7%

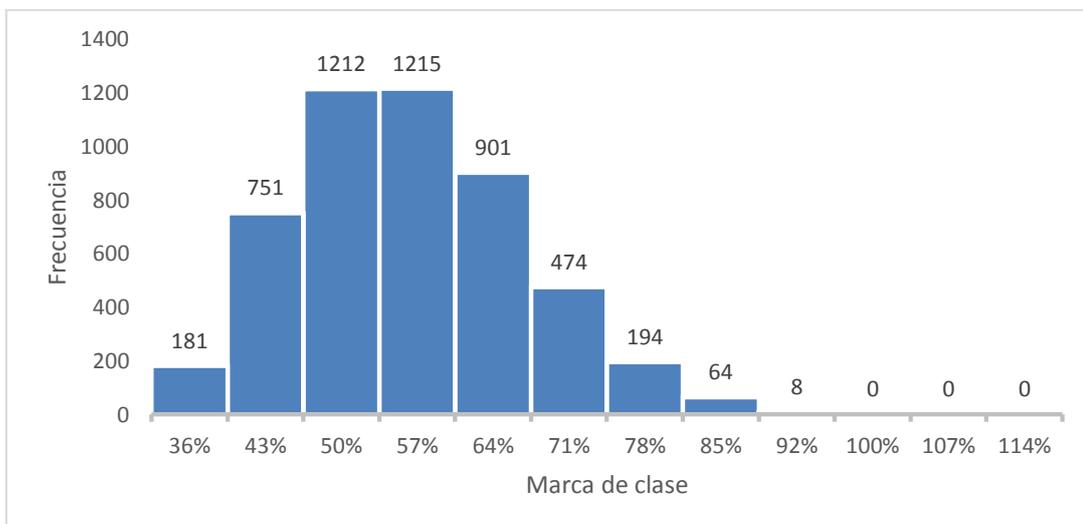


Figura A.2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (2).

Tabla B-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (2).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	0,3%	78,3%	39,3%	4694	4694	93,9%	93,9%
2	78,3%	156,3%	117,3%	227	4921	4,5%	98,4%
3	156,3%	234,3%	195,3%	49	4970	1,0%	99,4%
4	234,3%	312,3%	273,3%	15	4985	0,3%	99,7%
5	312,3%	390,3%	351,3%	3	4988	0,1%	99,8%
6	390,3%	468,3%	429,3%	5	4993	0,1%	99,9%
7	468,3%	546,3%	507,3%	3	4996	0,1%	99,9%
8	546,3%	624,4%	585,3%	0	4996	0,0%	99,9%
9	624,4%	702,4%	663,4%	0	4996	0,0%	99,9%
10	702,4%	780,4%	741,4%	1	4997	0,0%	99,9%
11	780,4%	858,4%	819,4%	2	4999	0,0%	100,0%
12	858,4%	936,4%	897,4%	1	5000	0,0%	100,0%

Tabla B-8. Resultados del error relativo de la ecuación (2).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	0,3%	936,4%	936,1%	27,6%	39,3%	43,8%

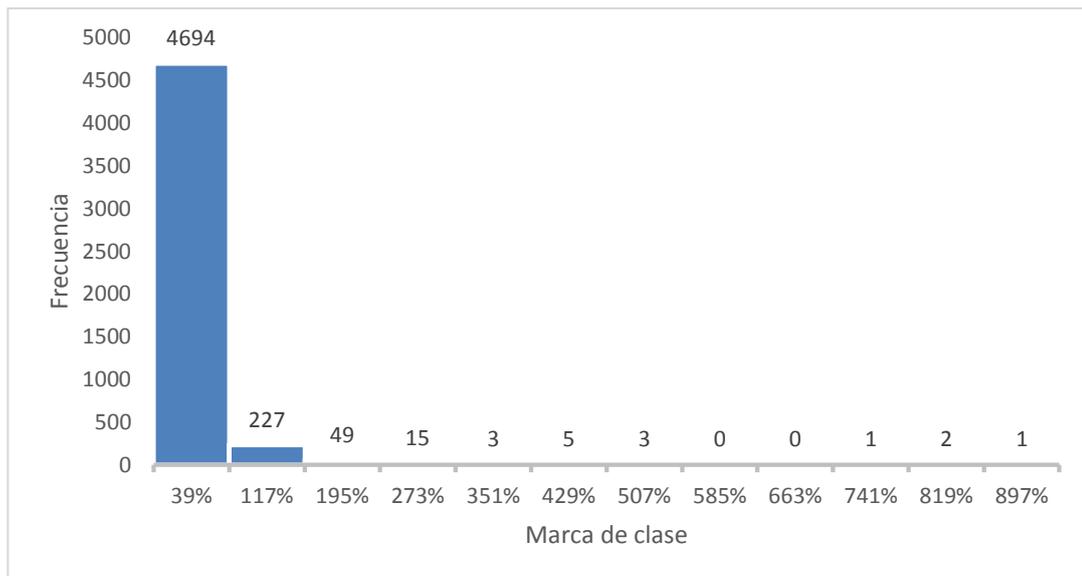


Figura B.3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (2).

Anexo C.

Simulación del sistema en paralelo activo para D_{epa_i} entre 0,80 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (3) y (36) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 6-4 para D_{epa_i} entre 0,80 y 0,98, del sistema en paralelo activo de la figura 4-4.

Tabla C-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{epa_1}	V_{epa_2}	V_{epa_3}	TR	Q_0	D_{esmin}	D_{esmax}
	30 u/h	30 u/h	20 u/h	528 h	42240 u	0,67	0,98

Tabla C-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{epa_1} =$	0,9710	0,9439	0,8122	0,8806	0,8461	0,8290	0,9422	0,9669	0,8894	0,9420
$D_{epa_2} =$	0,8719	0,9361	0,9168	0,8026	0,9659	0,9009	0,8770	0,9616	0,9635	0,9583
$D_{epa_3} =$	0,9043	0,8943	0,8961	0,9246	0,8229	0,8354	0,8650	0,9784	0,8898	0,9079
D_{pa_1} (Ec. 3) =	0,9996	0,9996	0,9984	0,9982	0,9991	0,9972	0,9990	1,0000	0,9996	0,9998
D_{pa_2} (Ec. 36) =	0,9171	0,9286	0,8724	0,8624	0,8852	0,8575	0,8985	0,9678	0,9173	0,9396
$Q_{ID_1} =$	460	888	2975	1891	2438	2708	916	525	1752	919
$Q_{ID_2} =$	2029	1012	1318	3126	540	1570	1948	608	578	661
$Q_{ID_3} =$	1011	1116	1097	796	1870	1739	1426	228	1164	972
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	3500	3016	5391	5814	4849	6017	4289	1361	3494	2551
$Q_a =$	38740	39224	36849	36426	37391	36223	37951	40879	38746	39689
D_{sis} real =	0,9171	0,9286	0,8724	0,8624	0,8852	0,8575	0,8985	0,9678	0,9173	0,9396
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	9,0%	7,6%	14,4%	15,8%	12,9%	16,3%	11,2%	3,3%	9,0%	6,4%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla C-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (36).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	80,5%	81,9%	81,2%	44	44	0,9%	0,9%
2	81,9%	83,3%	82,6%	109	153	2,2%	3,1%
3	83,3%	84,6%	84,0%	244	397	4,9%	7,9%
4	84,6%	86,0%	85,3%	494	891	9,9%	17,8%
5	86,0%	87,4%	86,7%	663	1554	13,3%	31,1%
6	87,4%	88,8%	88,1%	781	2335	15,6%	46,7%
7	88,8%	90,1%	89,4%	879	3214	17,6%	64,3%
8	90,1%	91,5%	90,8%	713	3927	14,3%	78,5%
9	91,5%	92,9%	92,2%	533	4460	10,7%	89,2%
10	92,9%	94,2%	93,5%	330	4790	6,6%	95,8%
11	94,2%	95,6%	94,9%	152	4942	3,0%	98,8%
12	95,6%	97,0%	96,3%	58	5000	1,2%	100,0%

Tabla C-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (36).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	80,5%	97,0%	16,4%	89,0%	89,4%	3,0%

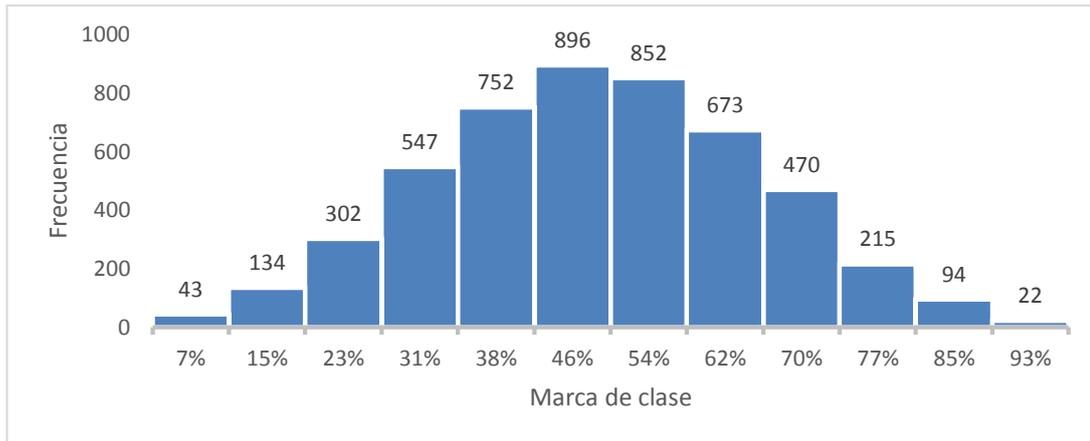


Figura C-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (36).

Tabla C-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	99,3%	99,3%	99,3%	6	6	0,1%	0,1%
2	99,3%	99,4%	99,4%	9	15	0,2%	0,3%
3	99,4%	99,4%	99,4%	26	41	0,5%	0,8%
4	99,4%	99,5%	99,5%	58	99	1,2%	2,0%
5	99,5%	99,6%	99,5%	69	168	1,4%	3,4%
6	99,6%	99,6%	99,6%	118	286	2,4%	5,7%
7	99,6%	99,7%	99,7%	172	458	3,4%	9,2%
8	99,7%	99,8%	99,7%	284	742	5,7%	14,8%
9	99,8%	99,8%	99,8%	487	1229	9,7%	24,6%
10	99,8%	99,9%	99,8%	689	1918	13,8%	38,4%
11	99,9%	99,9%	99,9%	1235	3153	24,7%	63,1%
12	99,9%	100,0%	100,0%	1847	5000	36,9%	100,0%

Tabla C-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	99,3%	100,0%	0,7%	99,9%	100,0%	0,1%

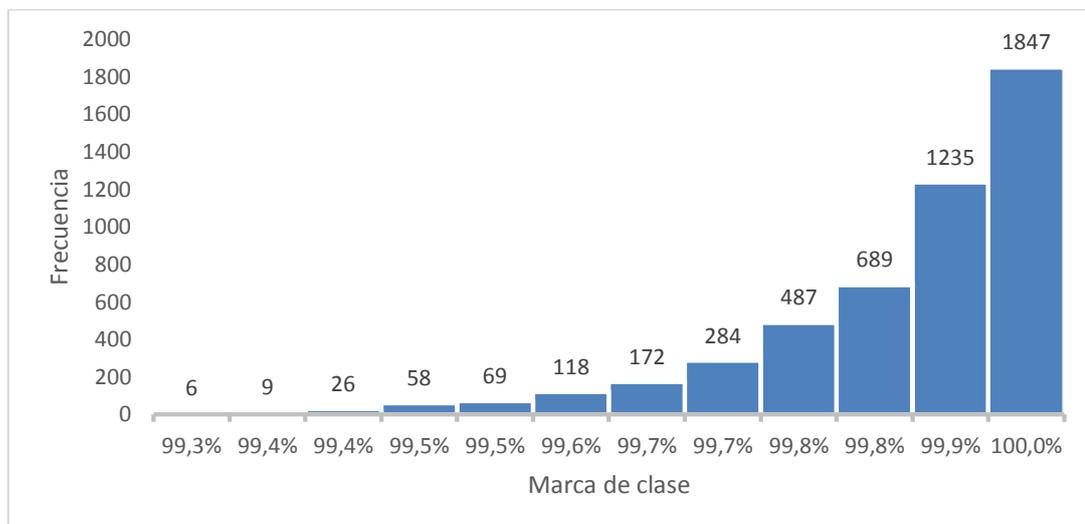


Figura C-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Tabla C-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	3%	4%	3%	29	29	0,6%	0,6%
2	4%	6%	5%	173	202	3,5%	4,0%
3	6%	8%	7%	388	590	7,8%	11,8%
4	8%	9%	9%	586	1176	11,7%	23,5%
5	9%	11%	10%	758	1934	15,2%	38,7%
6	11%	13%	12%	861	2795	17,2%	55,9%
7	13%	15%	14%	749	3544	15,0%	70,9%
8	15%	16%	15%	646	4190	12,9%	83,8%
9	16%	18%	17%	449	4639	9,0%	92,8%
10	18%	20%	19%	229	4868	4,6%	97,4%
11	20%	21%	20%	101	4969	2,0%	99,4%
12	21%	23%	22%	31	5000	0,6%	100,0%

Tabla C-8. Resultados del error relativo de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		2,7%	23,4%	20,7%	12,2%	12,2%

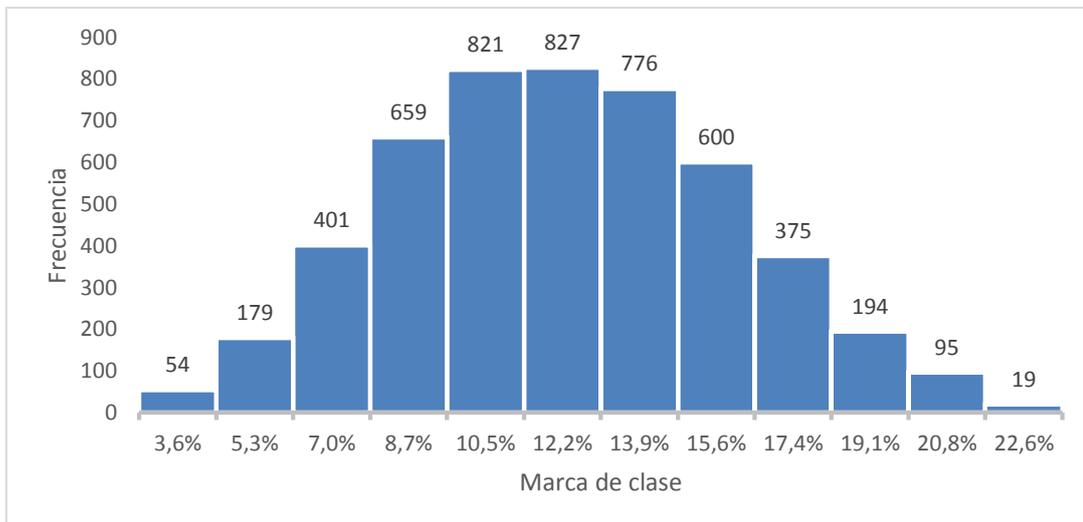


Figura C-3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Anexo D.

Simulación del sistema en paralelo activo para D_{epa_i} entre 0,00 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (3) y (36) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 6-4 para D_{epa_i} entre 0,00 y 0,98, del sistema en paralelo activo de la figura 4-4.

Tabla D-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{epa_1}	V_{epa_2}	V_{epa_3}	TR	Q_0	D_{esmin}	D_{esmax}
	30 u/h	30 u/h	20 u/h	528 h	42240 u	0,00	0,98

Tabla D-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{epa_1} =$	0,4505	0,9516	0,2924	0,5449	0,2401	0,6516	0,6747	0,8853	0,9319	0,5029
$D_{epa_2} =$	0,4946	0,8146	0,6614	0,4706	0,9491	0,5843	0,6507	0,6833	0,1844	0,6004
$D_{epa_3} =$	0,5224	0,3114	0,9467	0,7794	0,8632	0,4800	0,3274	0,7697	0,8326	0,8846
D_{pa_1} (Ec. 3) =	0,8674	0,9938	0,9872	0,9469	0,9947	0,9247	0,9236	0,9916	0,9907	0,9771
D_{pa_2} (Ec. 36) =	0,4850	0,7402	0,5943	0,5757	0,6618	0,5835	0,5789	0,7806	0,6268	0,6349
$Q_{ID_1} =$	8703	766	11209	7209	12037	5519	5153	1817	1078	7875
$Q_{ID_2} =$	8005	2936	5364	8385	806	6584	5533	5017	12919	6329
$Q_{ID_3} =$	5044	7272	563	2329	1444	5491	7103	2432	1768	1218
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	21752	10974	17136	17924	14287	17594	17788	9266	15765	15422
$Q_a =$	20488	31266	25104	24316	27953	24646	24452	32974	26475	26818
D_{sis} real =	0,4850	0,7402	0,5943	0,5757	0,6618	0,5835	0,5789	0,7806	0,6268	0,6349
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	78,8%	34,3%	66,1%	64,5%	50,3%	58,5%	59,5%	27,0%	58,1%	53,9%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla D-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (36).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	2,4%	10,2%	6,3%	28	28	0,6%	0,6%
2	10,2%	17,9%	14,0%	126	154	2,5%	3,1%
3	17,9%	25,6%	21,8%	284	438	5,7%	8,8%
4	25,6%	33,4%	29,5%	488	926	9,8%	18,5%
5	33,4%	41,1%	37,3%	661	1587	13,2%	31,7%
6	41,1%	48,9%	45,0%	822	2409	16,4%	48,2%
7	48,9%	56,6%	52,8%	863	3272	17,3%	65,4%
8	56,6%	64,4%	60,5%	745	4017	14,9%	80,3%
9	64,4%	72,1%	68,2%	533	4550	10,7%	91,0%
10	72,1%	79,9%	76,0%	294	4844	5,9%	96,9%
11	79,9%	87,6%	83,7%	128	4972	2,6%	99,4%
12	87,6%	95,4%	91,5%	28	5000	0,6%	100,0%

Tabla D-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (36).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	2,4%	95,4%	93,0%	49,4%	52,8%	16,7%

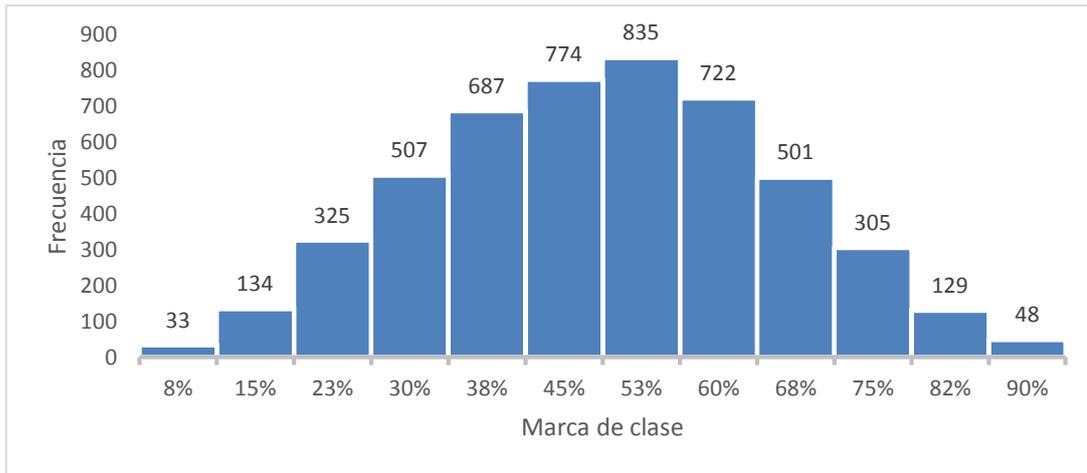


Figura D-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (36).

Tabla D-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	12,0%	19,3%	15,6%	4	4	0,1%	0,1%
2	19,3%	26,6%	23,0%	18	22	0,4%	0,4%
3	26,6%	34,0%	30,3%	18	40	0,4%	0,8%
4	34,0%	41,3%	37,6%	34	74	0,7%	1,5%
5	41,3%	48,6%	45,0%	70	144	1,4%	2,9%
6	48,6%	56,0%	52,3%	120	264	2,4%	5,3%
7	56,0%	63,3%	59,6%	173	437	3,5%	8,7%
8	63,3%	70,6%	67,0%	244	681	4,9%	13,6%
9	70,6%	78,0%	74,3%	379	1060	7,6%	21,2%
10	78,0%	85,3%	81,6%	540	1600	10,8%	32,0%
11	85,3%	92,6%	89,0%	938	2538	18,8%	50,8%
12	92,6%	100,0%	96,3%	2462	5000	49,2%	100,0%

Tabla D-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		12,0%	100,0%	88,0%	86,8%	96,3%

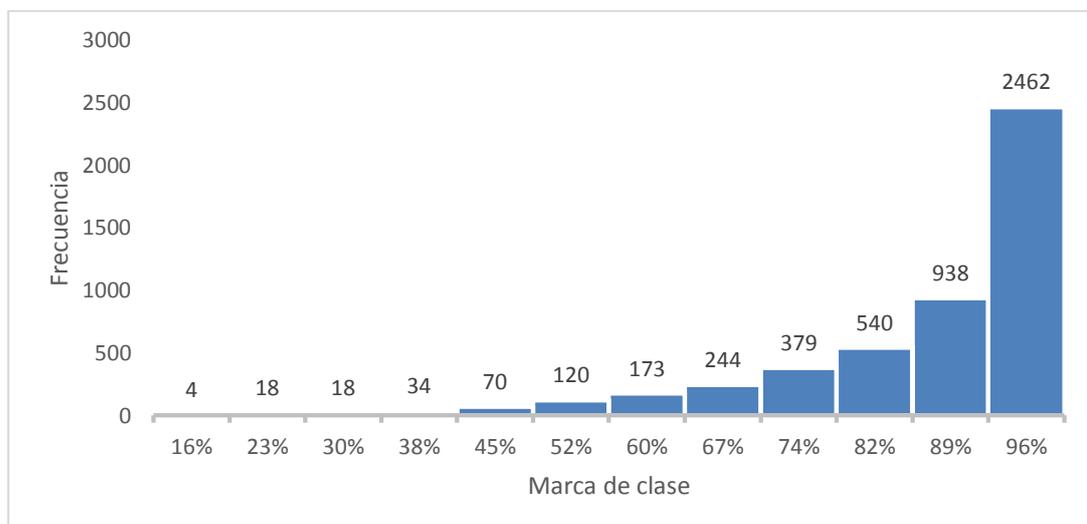


Figura A-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Tabla D-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	4,9%	28,2%	16,5%	228	228	4,6%	4,6%
2	28,2%	51,5%	39,8%	753	981	15,1%	19,6%
3	51,5%	74,8%	63,1%	1103	2084	22,1%	41,7%
4	74,8%	98,1%	86,5%	1022	3106	20,4%	62,1%
5	98,1%	121,4%	109,8%	809	3915	16,2%	78,3%
6	121,4%	144,7%	133,1%	562	4477	11,2%	89,5%
7	144,7%	168,0%	156,4%	298	4775	6,0%	95,5%
8	168,0%	191,4%	179,7%	97	4872	1,9%	97,4%
9	191,4%	214,7%	203,0%	69	4941	1,4%	98,8%
10	214,7%	238,0%	226,3%	34	4975	0,7%	99,5%
11	238,0%	261,3%	249,6%	14	4989	0,3%	99,8%
12	261,3%	284,6%	272,9%	10	4999	0,2%	100,0%

Tabla D-8. Resultados del error relativo de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	4,9%	284,6%	279,7%	89,6%	63,1%	43,4%

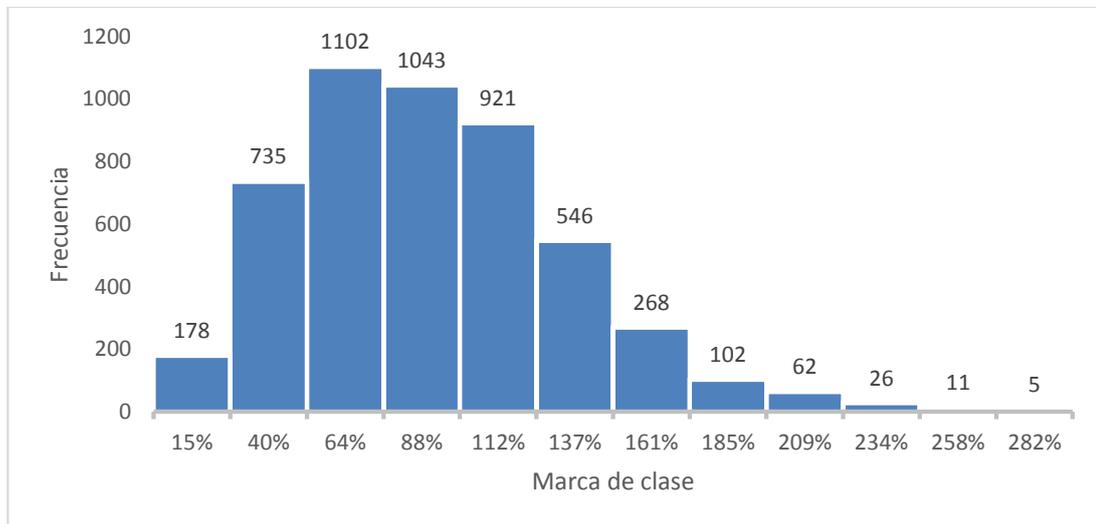


Figura D-3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Anexo E.

Simulación del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,80 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (3) y (51) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 9-4 para D_{ep_i} entre 0,80 y 0,98, del sistema en pasivo sin etapas redundantes de la figura 7-4.

Tabla E-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{epa_1}	V_{epa_2}	V_{epa_3}	TR	Q_0	D_{esmin}	D_{esmax}
	30 u/h	30 u/h	40 u/h	528 h	42240 u	0,67	0,98

Tabla E-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{ep_1} =$	0,9768	0,9400	0,8526	0,8269	0,8588	0,8866	0,8913	0,8471	0,8677	0,9781
$D_{ep_2} =$	0,9043	0,8777	0,8585	0,8718	0,9765	0,9118	0,8541	0,9268	0,9549	0,9447
$D_{ep_3} =$	0,8324	0,8108	0,9065	0,8083	0,8475	0,8647	0,8115	0,8615	0,8067	0,9073
$TE_{pp} =$	376,7	331,8	326,1	267,7	360,6	350,2	294,0	335,5	332,3	438,3
D_{pp_1} (Ec. 3) =	0,9996	0,9986	0,9980	0,9957	0,9995	0,9986	0,9970	0,9985	0,9988	0,9999
D_{pp_2} (Ec. 51) =	0,9432	0,9299	0,9405	0,9144	0,9413	0,9410	0,9210	0,9371	0,9295	0,9672
$Q_{ID_1} =$	123	317	778	914	745	599	574	807	698	116
$Q_{ID_2} =$	505	646	747	677	124	465	771	386	238	292
$Q_{ID_3} =$	1770	1998	988	2024	1610	1429	1991	1463	2041	979
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	2397	2961	2513	3615	2479	2493	3335	2656	2978	1387
$Q_a =$	39843	39279	39727	38625	39761	39747	38905	39584	39262	40853
D_{sis} Real =	0,9432	0,9299	0,9405	0,9144	0,9413	0,9409	0,9210	0,9371	0,9295	0,9671
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	6,0%	7,4%	6,1%	8,9%	6,2%	6,1%	8,2%	6,5%	7,5%	3,4%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla E-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	90,3%	91,0%	90,6%	35	35	0,7%	0,7%
2	91,0%	91,7%	91,3%	135	170	2,7%	3,4%
3	91,7%	92,4%	92,0%	366	536	7,3%	10,7%
4	92,4%	93,1%	92,7%	560	1096	11,2%	21,9%
5	93,1%	93,8%	93,4%	665	1761	13,3%	35,2%
6	93,8%	94,4%	94,1%	748	2509	15,0%	50,2%
7	94,4%	95,1%	94,8%	787	3296	15,7%	65,9%
8	95,1%	95,8%	95,5%	643	3939	12,9%	78,8%
9	95,8%	96,5%	96,2%	531	4470	10,6%	89,4%
10	96,5%	97,2%	96,9%	345	4815	6,9%	96,3%
11	97,2%	97,9%	97,6%	138	4953	2,8%	99,1%
12	97,9%	98,6%	98,3%	46	4999	0,9%	100,0%

Tabla E-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	90,3%	98,6%	8,3%	94,4%	94,8%	1,6%

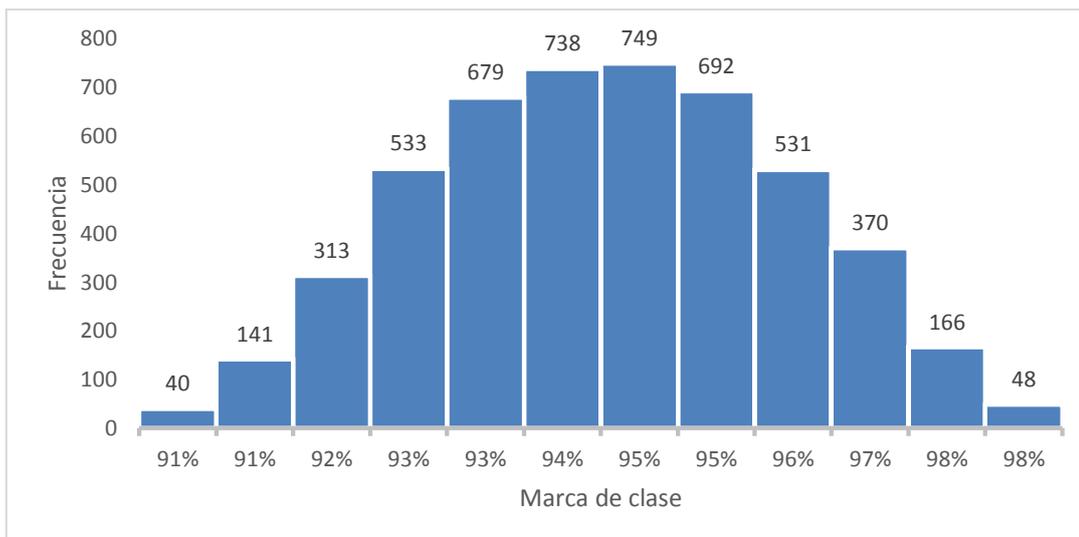


Figura E-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Tabla E-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	99,3%	99,3%	99,3%	7	7	0,1%	0,1%
2	99,3%	99,4%	99,4%	10	17	0,2%	0,3%
3	99,4%	99,5%	99,4%	39	56	0,8%	1,1%
4	99,5%	99,5%	99,5%	58	114	1,2%	2,3%
5	99,5%	99,6%	99,6%	94	208	1,9%	4,2%
6	99,6%	99,6%	99,6%	134	342	2,7%	6,8%
7	99,6%	99,7%	99,7%	197	539	3,9%	10,8%
8	99,7%	99,8%	99,7%	293	832	5,9%	16,6%
9	99,8%	99,8%	99,8%	457	1289	9,1%	25,8%
10	99,8%	99,9%	99,8%	718	2007	14,4%	40,1%
11	99,9%	99,9%	99,9%	1213	3220	24,3%	64,4%
12	99,9%	100,0%	100,0%	1780	5000	35,6%	100,0%

Tabla E-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		99,3%	100,0%	0,7%	99,9%	100,0%

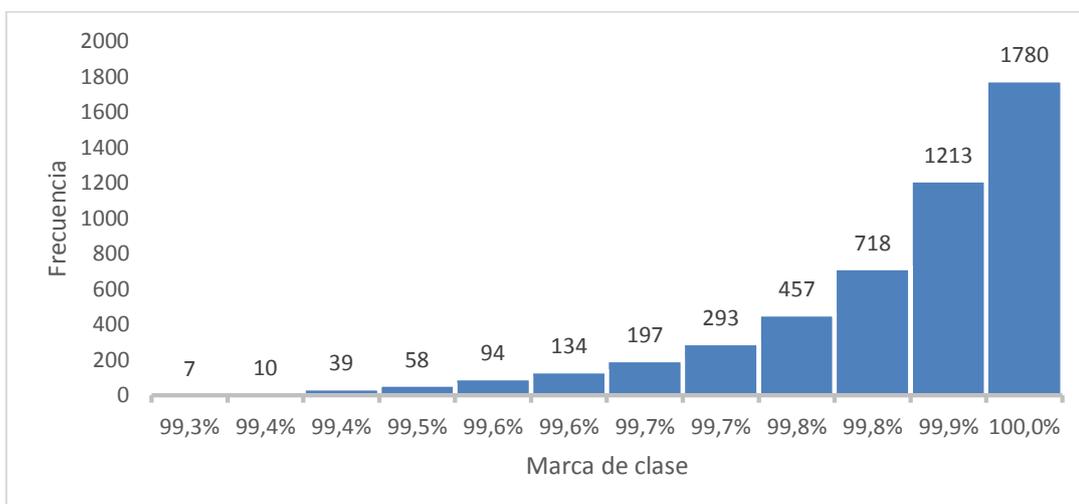


Figura A-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Tabla E-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	1,4%	2,2%	1,8%	54	54	1,1%	1,1%
2	2,2%	2,9%	2,5%	136	190	2,7%	3,8%
3	2,9%	3,6%	3,3%	362	552	7,2%	11,0%
4	3,6%	4,3%	4,0%	523	1075	10,5%	21,5%
5	4,3%	5,1%	4,7%	742	1817	14,8%	36,3%
6	5,1%	5,8%	5,4%	763	2580	15,3%	51,6%
7	5,8%	6,5%	6,1%	731	3311	14,6%	66,2%
8	6,5%	7,2%	6,9%	676	3987	13,5%	79,7%
9	7,2%	7,9%	7,6%	500	4487	10,0%	89,7%
10	7,9%	8,7%	8,3%	344	4831	6,9%	96,6%
11	8,7%	9,4%	9,0%	146	4977	2,9%	99,5%
12	9,4%	10,1%	9,8%	22	4999	0,4%	100,0%

Tabla E-8. Resultados del error relativo de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		1,4%	10,1%	8,7%	5,7%	5,4%

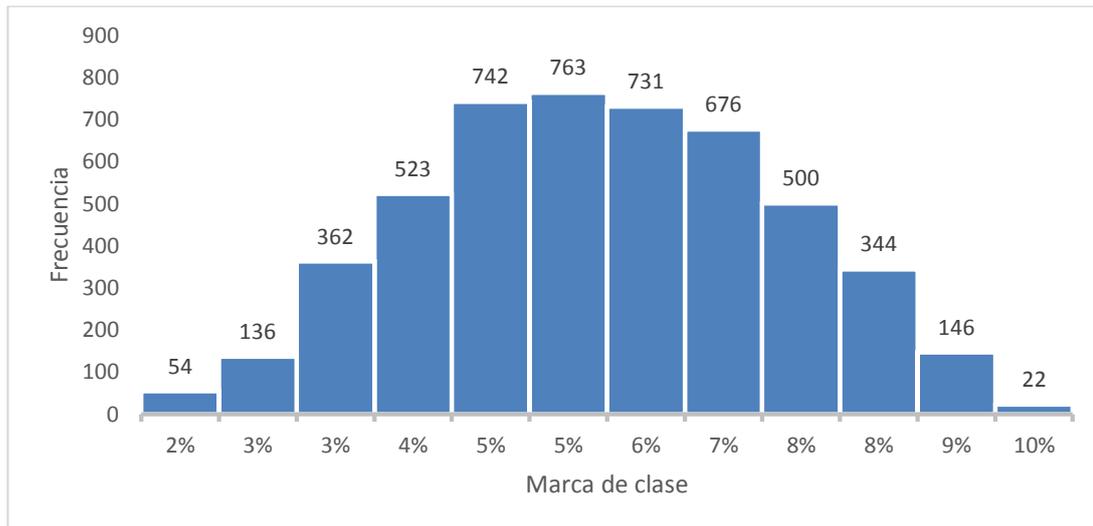


Figura E-3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Anexo F.

Simulación del sistema en paralelo pasivo sin etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (3) y (51) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 9-4 para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98, del sistema en pasivo sin etapas redundantes de la figura 7-4.

Tabla F-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{epa_1}	V_{epa_2}	V_{epa_3}	TR	Q_0	D_{esmin}	D_{esmax}
	30 u/h	30 u/h	40 u/h	528 h	42240 u	0,00	0,98

Tabla F-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{ep_1} =$	0,3937	0,6607	0,8087	0,8261	0,6519	0,3840	0,8373	0,0932	0,8211	0,2963
$D_{ep_2} =$	0,6892	0,9741	0,3011	0,8675	0,1232	0,5384	0,0494	0,9729	0,3836	0,3463
$D_{ep_3} =$	0,8642	0,2778	0,7425	0,2639	0,7501	0,2951	0,7944	0,8869	0,7742	0,8846
$TE_{pp} =$	-28,0	-46,1	-78,0	-22,4	-250,7	-413,1	-168,4	-24,8	-11,2	-249,6
D_{pp_1} (Ec. 3) =	0,9744	0,9936	0,9656	0,9830	0,9237	0,7996	0,9682	0,9972	0,9751	0,9469
D_{pp_2} (Ec. 51) =	0,8514	0,7738	0,8243	0,7777	0,7844	0,6891	0,8094	0,8550	0,8441	0,8015
$Q_{ID_1} =$	3201	1792	1010	918	1838	3252	859	4788	945	3715
$Q_{ID_2} =$	1641	137	3690	700	4630	2437	5019	143	3255	3452
$Q_{ID_3} =$	1435	7626	2719	7773	2639	7443	2171	1195	2385	1219
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	6277	9555	7419	9391	9107	13133	8049	6125	6584	8386
$Q_a =$	35963	32685	34821	32849	33133	29107	34191	36115	35656	33854
D_{sis} Real =	0,8513	0,7738	0,8243	0,7776	0,7844	0,6890	0,8094	0,8549	0,8441	0,8014
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	14,4%	28,4%	17,1%	26,4%	17,8%	16,0%	19,6%	16,6%	15,5%	18,1%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla F-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	51,7%	55,5%	53,6%	36	36	0,7%	0,7%
2	55,5%	59,4%	57,4%	130	166	2,6%	3,3%
3	59,4%	63,2%	61,3%	344	510	6,9%	10,2%
4	63,2%	67,0%	65,1%	544	1054	10,9%	21,1%
5	67,0%	70,9%	69,0%	681	1735	13,6%	34,7%
6	70,9%	74,7%	72,8%	772	2507	15,4%	50,1%
7	74,7%	78,6%	76,6%	818	3325	16,4%	66,5%
8	78,6%	82,4%	80,5%	712	4037	14,2%	80,7%
9	82,4%	86,3%	84,3%	515	4552	10,3%	91,0%
10	86,3%	90,1%	88,2%	306	4858	6,1%	97,2%
11	90,1%	93,9%	92,0%	116	4974	2,3%	99,5%
12	93,9%	97,8%	95,9%	26	5000	0,5%	100,0%

Tabla F-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	51,7%	97,8%	46,1%	74,5%	76,6%	8,5%

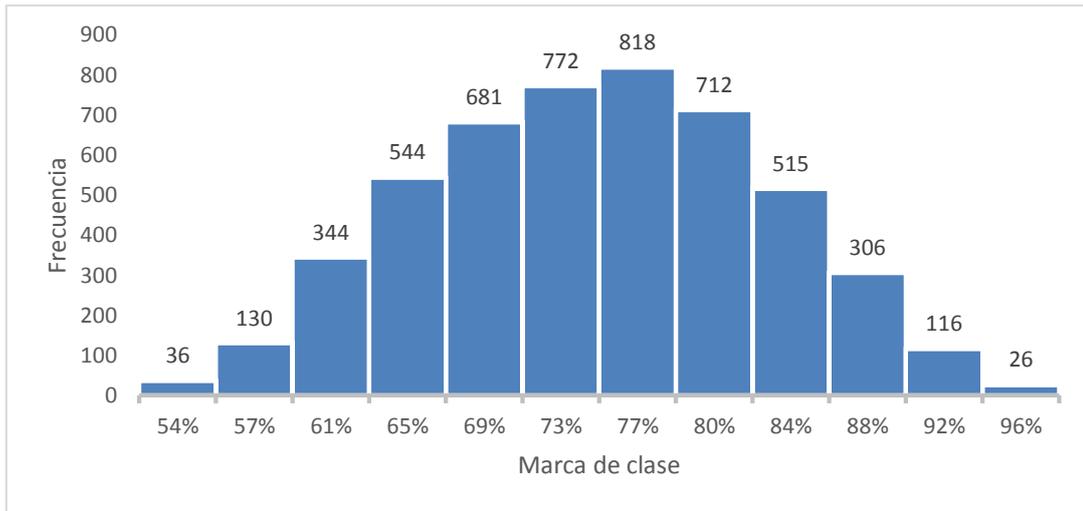


Figura F-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Tabla F-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	7,3%	15,1%	11,2%	4	4	0,1%	0,1%
2	15,1%	22,8%	18,9%	11	15	0,2%	0,3%
3	22,8%	30,5%	26,6%	16	31	0,3%	0,6%
4	30,5%	38,2%	34,4%	28	59	0,6%	1,2%
5	38,2%	45,9%	42,1%	50	109	1,0%	2,2%
6	45,9%	53,7%	49,8%	105	214	2,1%	4,3%
7	53,7%	61,4%	57,5%	131	345	2,6%	6,9%
8	61,4%	69,1%	65,2%	210	555	4,2%	11,1%
9	69,1%	76,8%	73,0%	371	926	7,4%	18,5%
10	76,8%	84,5%	80,7%	557	1483	11,1%	29,7%
11	84,5%	92,3%	88,4%	964	2447	19,3%	48,9%
12	92,3%	100,0%	96,1%	2553	5000	51,1%	100,0%

Tabla F-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		7,3%	100,0%	92,7%	87,2%	96,1%

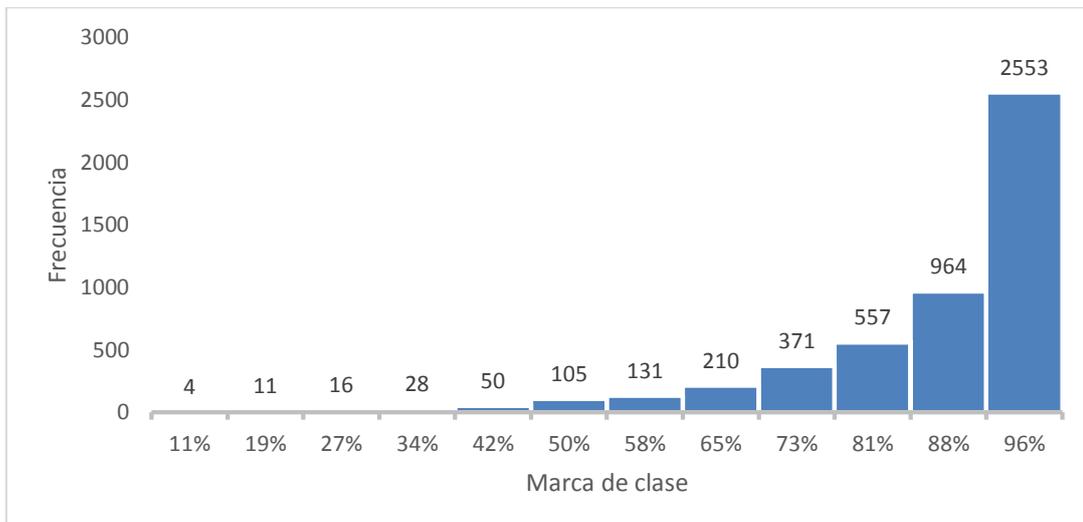


Figura F-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Tabla F-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	0,0%	6,3%	3,2%	342	342	6,8%	6,8%
2	6,3%	12,7%	9,5%	672	1014	13,4%	20,3%
3	12,7%	19,0%	15,8%	1851	2865	37,0%	57,3%
4	19,0%	25,3%	22,1%	1085	3950	21,7%	79,0%
5	25,3%	31,6%	28,5%	577	4527	11,5%	90,5%
6	31,6%	37,9%	34,8%	325	4852	6,5%	97,0%
7	37,9%	44,3%	41,1%	95	4947	1,9%	98,9%
8	44,3%	50,6%	47,4%	29	4976	0,6%	99,5%
9	50,6%	56,9%	53,7%	8	4984	0,2%	99,7%
10	56,9%	63,2%	60,1%	11	4995	0,2%	99,9%
11	63,2%	69,5%	66,4%	1	4996	0,0%	99,9%
12	69,5%	75,9%	72,7%	4	5000	0,1%	100,0%

Tabla F-8. Resultados del error relativo de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
	0,0%	75,9%	75,8%	19,1%	15,8%	9,0%

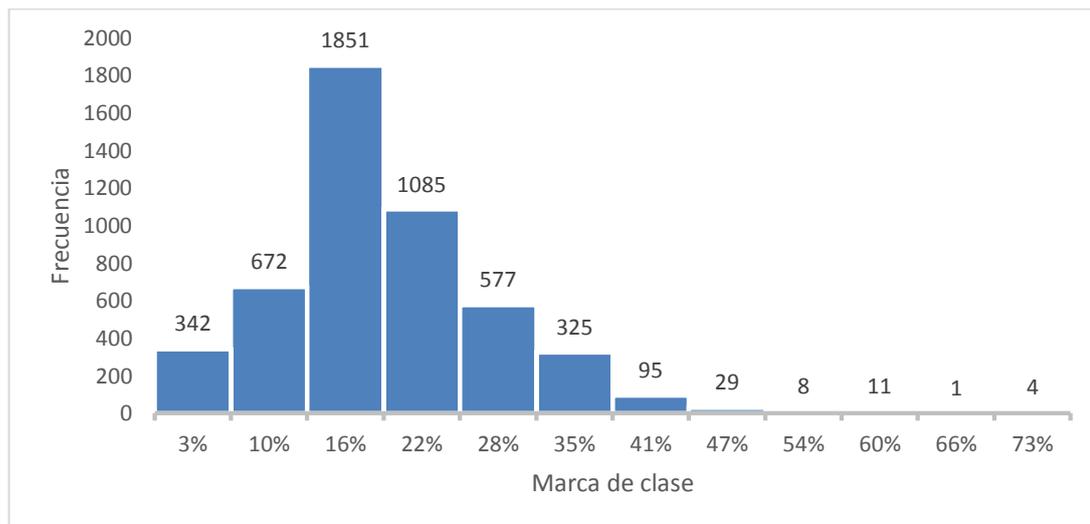


Figura F-3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Anexo G.

Simulación del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,80 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (3) y (51) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 9-4 para D_{ep_i} entre 0,80 y 0,98, del sistema en pasivo con etapas redundantes de la figura 10-4.

Tabla G-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{epa_1}	V_{epa_2}	V_{ep_3}	V_{ep_4}	TR	Q_0	$D_{es_{min}}$	$D_{es_{max}}$
		30 u/h	30 u/h	20 u/h	20 u/h	528 h	42240 u	0,67

Tabla G-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{epa_1} =$	0,9333	0,9426	0,8145	0,9388	0,8101	0,8785	0,9119	0,8664	0,8361	0,8000
$D_{ep_2} =$	0,9043	0,9458	0,8909	0,9494	0,8653	0,9565	0,9440	0,9701	0,8247	0,9276
$D_{epa_3} =$	0,8824	0,8524	0,8750	0,8380	0,8469	0,8834	0,8840	0,8586	0,8018	0,9366
$D_{ep_4} =$	0,8180	0,9126	0,8015	0,8248	0,8395	0,9659	0,9389	0,8621	0,8312	0,9184
$TE_{ep_2} =$	442,3	477,0	378,5	475,0	356,6	448,9	451,9	448,7	348,9	389,2
$TE_{ep_4} =$	376,8	403,9	357,2	350,0	367,4	448,4	442,5	380,6	340,2	451,5
D_{pp_1} (Ec. 3) =	0,9999	1,0000	0,9995	0,9999	0,9994	1,0000	1,0000	0,9999	0,9990	0,9999
D_{pp_2} (Ec. 51) =	0,9947	0,9909	0,9932	0,9932	0,9962	0,9909	0,9939	0,9920	0,9955	0,9943
$Q_{ID_1} =$	0	240	180	180	0	240	0	210	0	150
$Q_{ID_3} =$	140	0	0	0	100	0	160	0	120	0
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	140	240	180	180	100	240	160	210	120	150
$Q_a =$	26260	26160	26220	26220	26300	26160	26240	26190	26280	26250
D_{sis} Real =	0,9947	0,9909	0,9932	0,9932	0,9962	0,9909	0,9939	0,9920	0,9955	0,9943
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	0,5%	0,9%	0,6%	0,7%	0,3%	0,9%	0,6%	0,8%	0,4%	0,6%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla G-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	99,09%	99,18%	99,14%	645	645	12,9%	12,9%
2	99,18%	99,27%	99,22%	666	1311	13,3%	26,2%
3	99,27%	99,36%	99,31%	597	1908	11,9%	38,2%
4	99,36%	99,44%	99,40%	1210	3118	24,2%	62,4%
5	99,44%	99,53%	99,49%	614	3732	12,3%	74,6%
6	99,53%	99,63%	99,58%	1268	5000	25,4%	100,0%

Tabla G-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
		99,09%	99,62%	0,53%	99,38%	99,58%

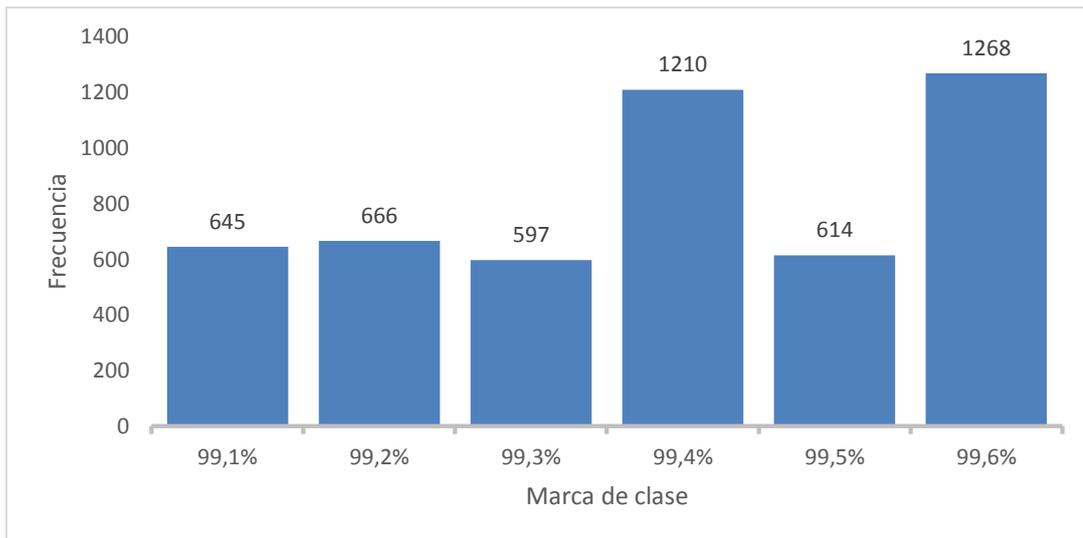


Figura G-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Tabla G-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	99,86%	99,88%	99,87%	1	1	0,0%	0,0%
2	99,88%	99,91%	99,90%	16	17	0,3%	0,3%
3	99,91%	99,93%	99,92%	61	78	1,2%	1,6%
4	99,93%	99,95%	99,94%	211	289	4,2%	5,8%
5	99,95%	99,98%	99,97%	739	1028	14,8%	20,6%
6	99,98%	100,00%	99,99%	3972	5000	79,4%	100,0%

Tabla G-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		99,86%	100,00%	0,14%	99,99%	99,99%

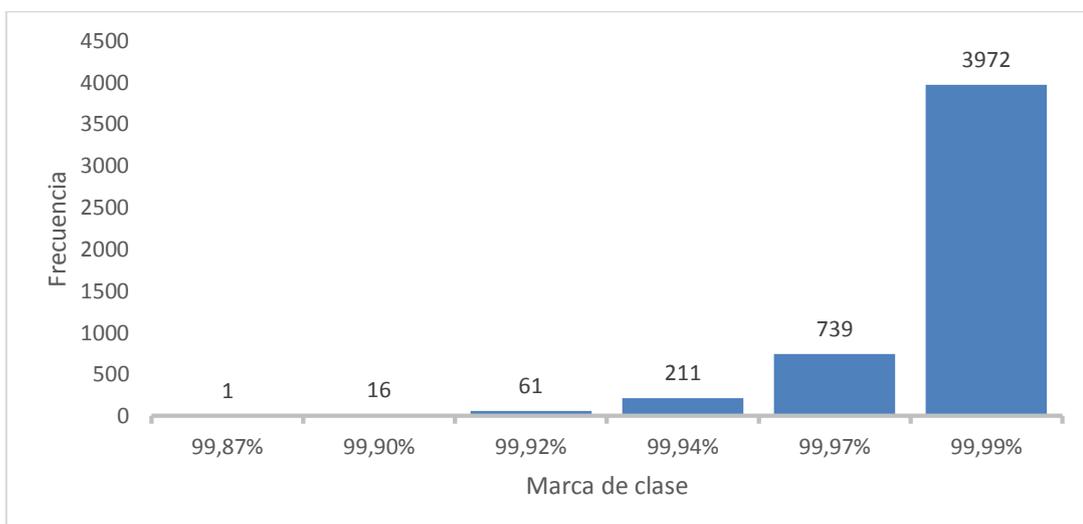


Figura G-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Tabla G-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	0,29%	0,39%	0,34%	649	649	13,0%	13,0%
2	0,39%	0,50%	0,44%	680	1329	13,6%	26,6%
3	0,50%	0,60%	0,55%	1479	2808	29,6%	56,2%
4	0,60%	0,71%	0,65%	881	3689	17,6%	73,8%
5	0,71%	0,81%	0,76%	667	4356	13,3%	87,1%
6	0,81%	0,92%	0,86%	644	5000	12,9%	100,0%

Tabla G-8. Resultados del error relativo de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		0,29%	0,92%	0,63%	0,61%	0,55%

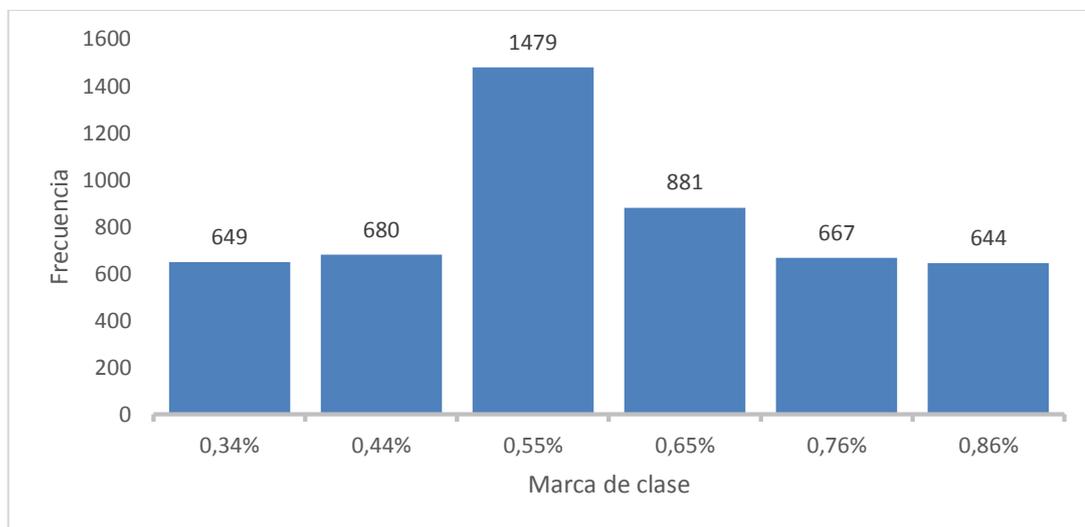


Figura G-3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Anexo H.

Simulación del sistema en paralelo pasivo con etapas redundantes para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98

Resultados estadísticos de la disponibilidad del sistema y del error relativo de las ecuaciones (3) y (51) en la simulación mediante el método Monte Carlo con el algoritmo de la figura 9-4 para D_{ep_i} entre 0,00 y 0,98, del sistema en pasivo con etapas redundantes de la figura 1-4.

Tabla H-1. Valores de entrada para la simulación Monte Carlo.

Entradas	V_{epa_1}	V_{epa_2}	V_{ep_3}	V_{ep_4}	TR	Q_0	$D_{es_{min}}$	$D_{es_{max}}$
		30 u/h	30 u/h	20 u/h	20 u/h	528 h	42240 u	0,00

Tabla H-2. Diez primeras iteraciones de la simulación Monte Carlo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{epa_1} =$	0,4749	0,7255	0,8829	0,0841	0,7079	0,5313	0,4638	0,3994	0,7158	0,9236
$D_{ep_2} =$	0,3284	0,4049	0,0908	0,7258	0,4252	0,9690	0,0635	0,3380	0,8877	0,1058
$D_{epa_3} =$	0,1464	0,9381	0,1701	0,6641	0,6374	0,9231	0,2197	0,6613	0,5806	0,2298
$D_{ep_4} =$	0,3468	0,9703	0,3583	0,0675	0,0876	0,1541	0,1252	0,4148	0,4923	0,9017
$TE_{ep_2} =$	-103,9	74,8	-13,9	-100,4	78,3	264,2	-249,6	-138,7	318,7	15,5
$TE_{ep_4} =$	-259,6	479,7	-241,0	-134,8	-145,2	48,7	-338,9	46,2	46,5	74,4
$D_{pp_1} (Ec. 3) =$	0,8034	0,9997	0,9433	0,9213	0,9444	0,9991	0,6572	0,9212	0,9932	0,9948
$D_{pp_2} (Ec. 51) =$	0,9939	0,9932	0,9939	0,9947	0,9909	0,9939	0,9947	0,9955	0,9939	0,9962
$Q_{ID_1} =$	0	180	0	0	240	0	0	0	0	0
$Q_{ID_3} =$	160	0	160	140	0	160	140	120	160	100
$\sum_{i=1}^3 Q_{ID_i} =$	160	180	160	140	240	160	140	120	160	100
$Q_a =$	26240	26220	26240	26260	26160	26240	26260	26280	26240	26300
$D_{sis} Real =$	0,9939	0,9932	0,9939	0,9947	0,9909	0,9939	0,9947	0,9955	0,9939	0,9962
$E_1 = \frac{D_{sis} - D_{s1}}{D_{sis}} =$	19,2%	0,7%	5,1%	7,4%	4,7%	0,5%	33,9%	7,5%	0,1%	0,1%
$E_2 = \frac{D_{sis} - D_{s2}}{D_{sis}} =$	0,0%									

Tabla H-3. Distribución de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	99,1%	99,2%	99,1%	603	603	12,1%	12,1%
2	99,2%	99,3%	99,2%	634	1237	12,7%	24,7%
3	99,3%	99,4%	99,3%	635	1872	12,7%	37,4%
4	99,4%	99,4%	99,4%	1279	3151	25,6%	63,0%
5	99,4%	99,5%	99,5%	597	3748	11,9%	75,0%
6	99,5%	99,6%	99,58%	1252	5000	25,0%	100,0%

Tabla H-4. Resultados de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Resultados	Min	Max	Rango	Media	Moda	σ
		99,09%	99,62%	0,53%	99,39%	99,40%

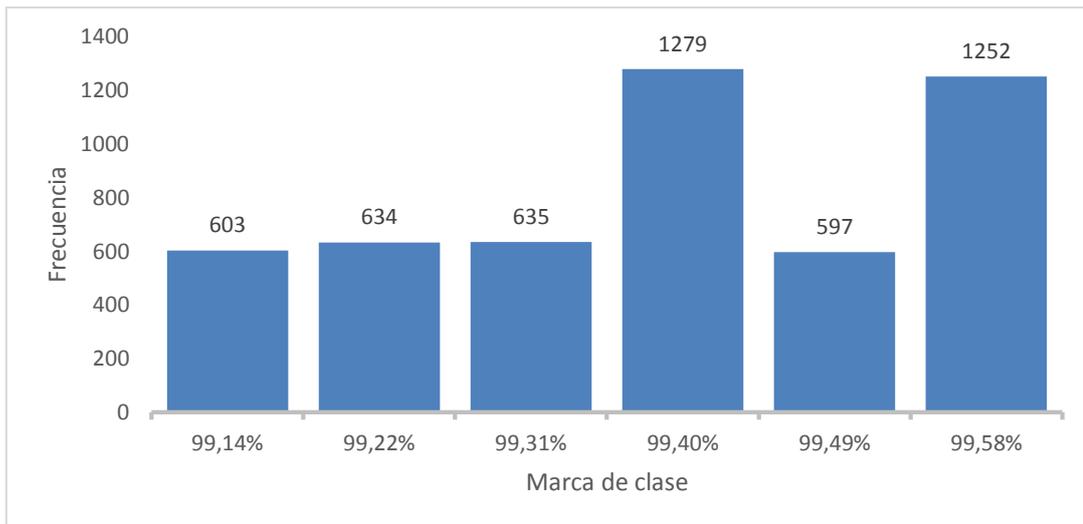


Figura H-1. Histograma de frecuencias de la disponibilidad real y de la ecuación (51).

Tabla H-5. Distribución de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	24,96%	37,47%	31,21%	5	5	0,1%	0,1%
2	37,47%	49,97%	43,72%	13	18	0,3%	0,4%
3	49,97%	62,48%	56,23%	57	75	1,1%	1,5%
4	62,48%	74,99%	68,73%	198	273	4,0%	5,5%
5	74,99%	87,49%	81,24%	544	817	10,9%	16,3%
6	87,49%	100,00%	93,75%	4182	4999	83,6%	100,0%

Tabla H-6. Resultados de la disponibilidad de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		24,96%	100,00%	75,04%	93,48%	93,75%

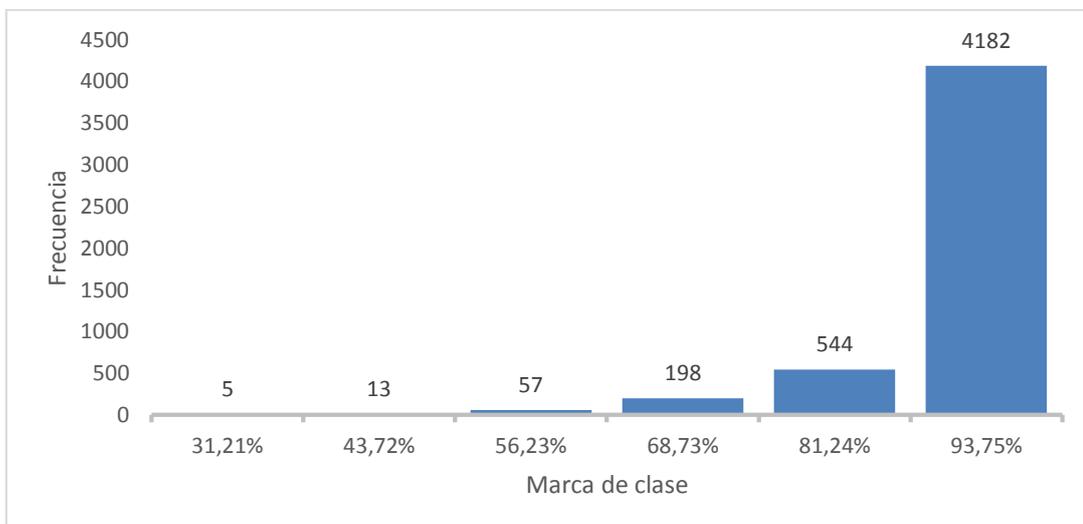


Figura H-2. Histograma de frecuencias de la disponibilidad de la ecuación (3).

Tabla H-7. Distribución de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Clase	L_{inf}	L_{sup}	m_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	0,0%	12,5%	6,24%	4223	4223	84,5%	84,5%
2	12,5%	25,0%	18,73%	513	4736	10,3%	94,7%
3	25,0%	37,5%	31,21%	189	4925	3,8%	98,5%
4	37,5%	49,9%	43,70%	57	4982	1,1%	99,6%
5	49,9%	62,4%	56,18%	13	4995	0,3%	99,9%
6	62,4%	74,9%	68,66%	5	5000	0,1%	100,0%

Tabla H-8. Resultados del error relativo de la ecuación (3).

Resultados	Min	Max	$Rango$	$Media$	$Moda$	σ
		0,00%	74,91%	74,91%	6,08%	6,24%

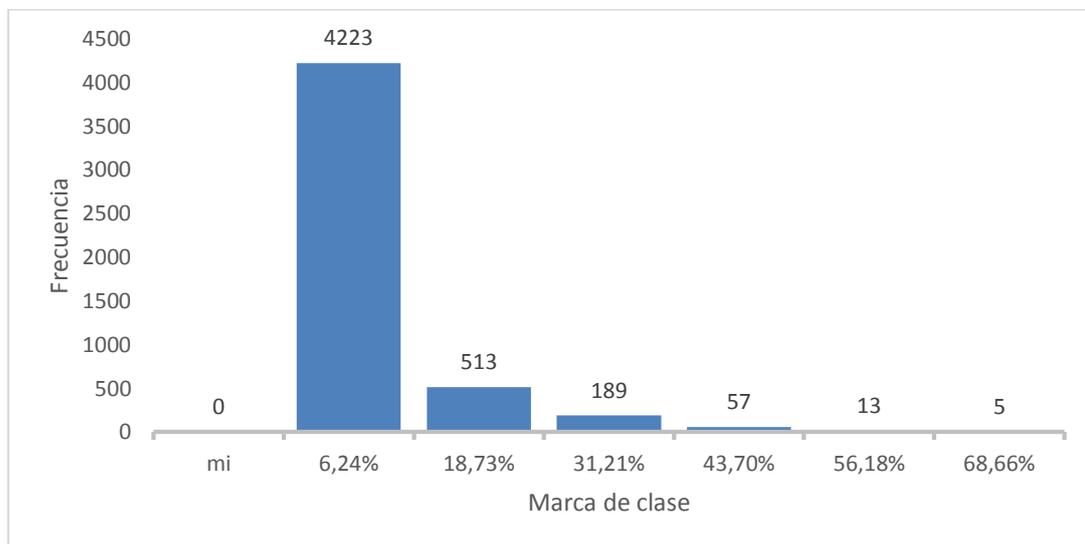


Figura H-3. Histograma de frecuencias del error relativo de la ecuación (3).

Anexo I.

Método tradicional para la prueba de hipótesis

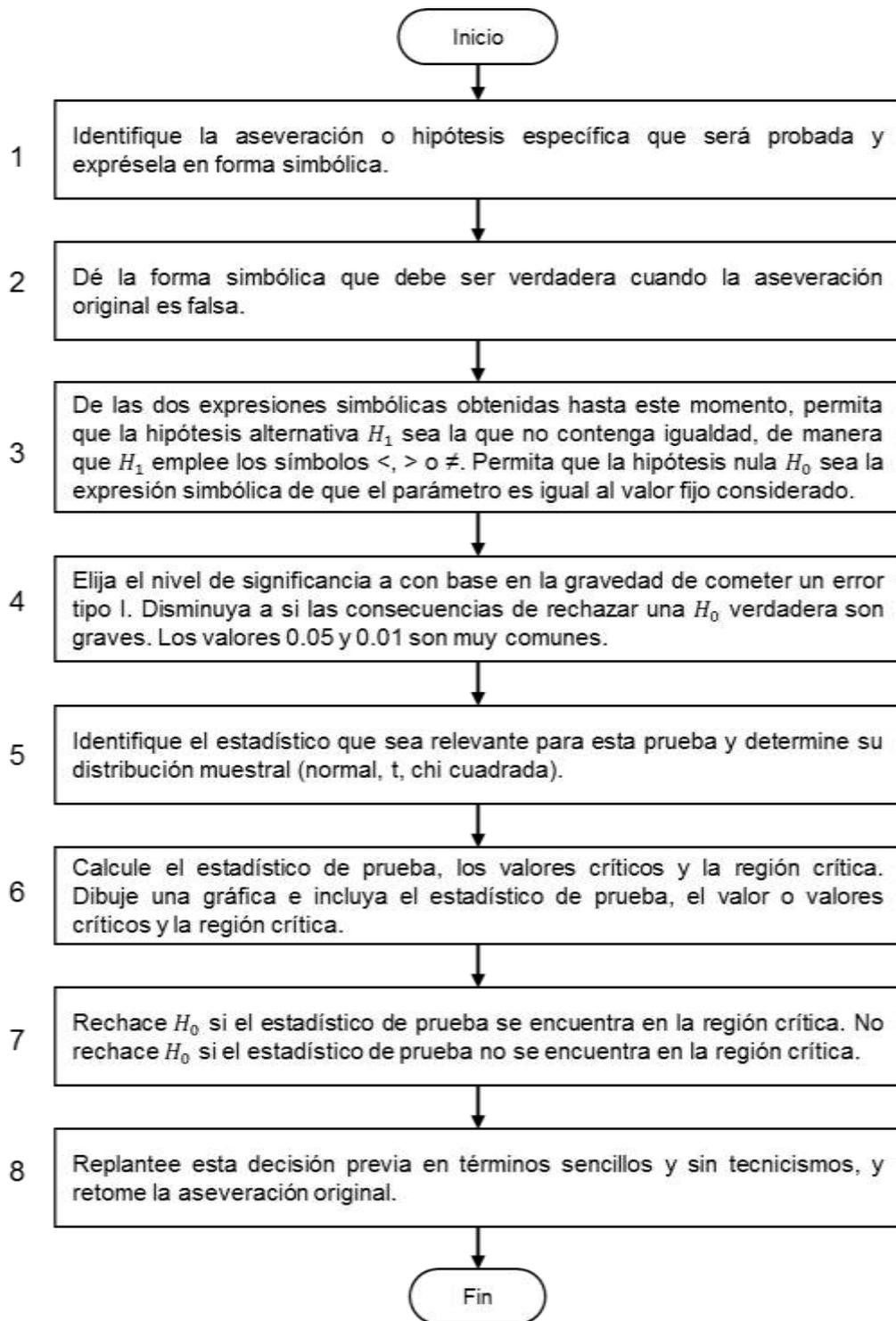


Figura I-1. Método tradicional.

Fuente: Triola (2009), p. 401.

Anexo J.

Árbol de decisión para la prueba de hipótesis

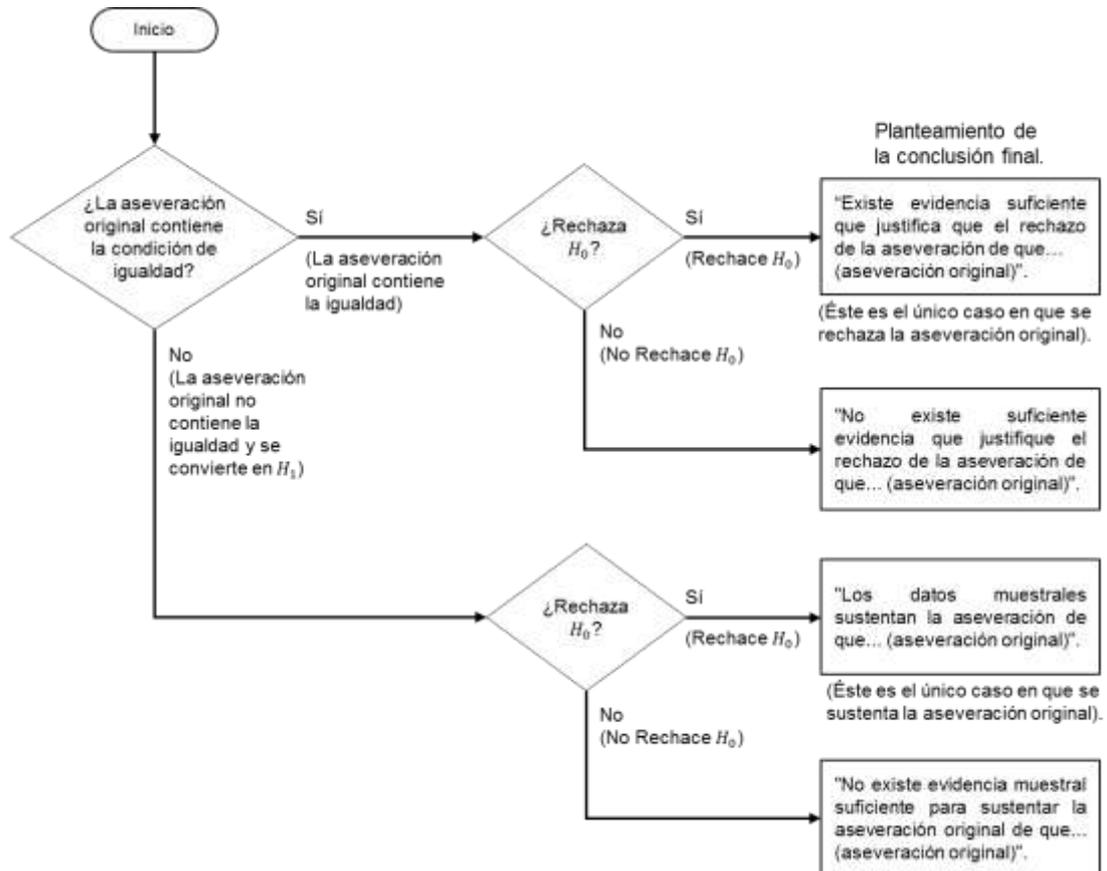


Figura J-1. Fundamentos de la prueba de hipótesis.

Fuente: Triola (2009), p. 397.

Anexo K.

Distribución t

Tabla K-1. Distribución t: Valores críticos t

Grados de libertad	Área de una colas				
	$\alpha = 0,005$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,025$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,10$
	Área de dos colas				
	$\alpha/2 = 0,01$	$\alpha/2 = 0,025$	$\alpha/2 = 0,05$	$\alpha/2 = 0,10$	$\alpha/2 = 0,20$
1	63,657	31,821	12,706	6,314	3,078
2	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886
3	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638
4	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533
5	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476
6	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440
7	3,499	2,998	2,365	1,895	1,415
8	3,355	2,896	2,306	1,860	1,397
9	3,250	2,821	2,262	1,833	1,383
10	3,169	2,764	2,228	1,812	1,372
11	3,106	2,718	2,201	1,796	1,363
12	3,055	2,681	2,179	1,782	1,356
13	3,012	2,650	2,160	1,771	1,350
14	2,977	2,624	2,145	1,761	1,345
15	2,947	2,602	2,131	1,753	1,341
16	2,921	2,583	2,120	1,746	1,337
17	2,898	2,567	2,110	1,740	1,333
18	2,878	2,552	2,101	1,734	1,330
19	2,861	2,539	2,093	1,729	1,328
20	2,845	2,528	2,086	1,725	1,325
21	2,831	2,518	2,080	1,721	1,323
22	2,819	2,508	2,074	1,717	1,321
23	2,807	2,500	2,069	1,714	1,319
24	2,797	2,492	2,064	1,711	1,318
25	2,787	2,485	2,060	1,708	1,316
26	2,779	2,479	2,056	1,706	1,315
27	2,771	2,473	2,052	1,703	1,314
28	2,763	2,467	2,048	1,701	1,313
29	2,756	2,462	2,045	1,699	1,311
30	2,750	2,457	2,042	1,697	1,310
31	2,744	2,453	2,040	1,696	1,309
32	2,738	2,449	2,037	1,694	1,309
34	2,728	2,441	2,032	1,691	1,307
36	2,719	2,434	2,028	1,688	1,306
38	2,712	2,429	2,024	1,686	1,304
40	2,704	2,423	2,021	1,684	1,303
45	2,690	2,412	2,014	1,679	1,301
50	2,678	2,403	2,009	1,676	1,299
55	2,668	2,396	2,004	1,673	1,297
60	2,660	2,390	2,000	1,671	1,296
65	2,654	2,385	1,997	1,669	1,295
70	2,648	2,381	1,994	1,667	1,294
75	2,643	2,377	1,992	1,665	1,293
80	2,639	2,374	1,990	1,664	1,292
90	2,632	2,368	1,987	1,662	1,291
100	2,626	2,364	1,984	1,660	1,290
200	2,601	2,345	1,972	1,653	1,286
300	2,592	2,339	1,968	1,650	1,284
400	2,588	2,336	1,966	1,649	1,284
500	2,586	2,334	1,965	1,648	1,283
750	2,582	2,331	1,963	1,647	1,283
1000	2,581	2,330	1,962	1,646	1,282
2000	2,578	2,328	1,961	1,646	1,282
Grande	2,576	2,326	1,960	1,645	1,282

Fuente: Triola (2009), p. 477.